



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/08.31.17.58-TDI

TRANSFERÊNCIAS ORBITAIS PARA ASTEROIDES PRÓXIMOS À TERRA

Saymon Henrique Santos Santana

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Elbert Einstein Nehrer Macau, Cristiano Fiorilo de Melo, e Othon Cabo Winter, aprovada em 21 de setembro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3K6JQ3H>>

INPE

São José dos Campos

2015

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

**COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO
DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):****Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas
(CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
(CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/08.31.17.58-TDI

TRANSFERÊNCIAS ORBITAIS PARA ASTEROIDES PRÓXIMOS À TERRA

Saymon Henrique Santos Santana

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Elbert Einstein Nehrer Macau, Cristiano Fiorilo de Melo, e Othon Cabo Winter, aprovada em 21 de setembro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3K6JQ3H>>

INPE
São José dos Campos
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Santana, Saymon Henrique Santos.
Sa59t Transferências orbitais para asteroides próximos à Terra / Saymon Henrique Santos Santana. – São José dos Campos : INPE, 2015.
xxvi + 143 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/08.31.17.58-TDI)

Tese (Doutorado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

Orientadores : Drs. Elbert Einstein Nehrer Macau, Cristiano Fiorilo de Melo, e Othon Cabo Winter.

1. NEA. 2. Orbitas G. 3. Swing-by. 4. Trajetórias de escape.
I.Título.

CDU 521.3:528.27

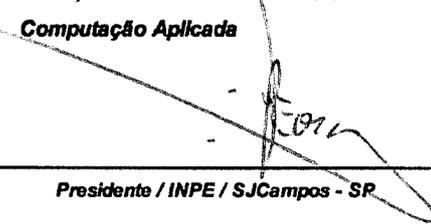


Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
Computação Aplicada

Dr. Reinaldo Roberto Rosa



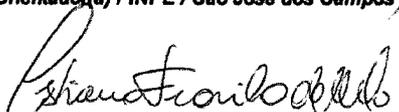
Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Elbert Einstein Nehrer Macau



Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Cristiano Fiorilo de Melo



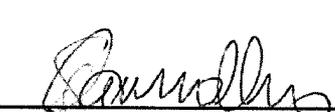
Orientador(a) / UFABC / Santo André - SP

Dr. Othon Cabo Winter



Orientador(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dr. Soion Venâncio de Carvalho



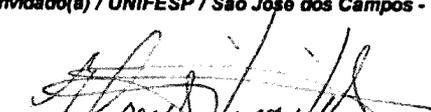
Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



Convidado(a) / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Dr. Ernesto Vieira Neto



Convidado(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

Título: "Transferências Orbitais para Asteroides próximos à Terra".


Aluno (a): **Seymon Henrique Santos Santana**

São José dos Campos, 21 de Setembro de 2015

“Não sei, só sei que foi assim”.

CHICÓ
em *O Alto da Compadecida*, de Ariano Suassuna

*A meus pais, Adevaldo e Maria Moreira, à minha irmã,
Kennya e ao meu irmão, João*

AGRADECIMENTOS

As palavras contidas nesta seção representam uma tímida maneira de expressar minha gratidão àqueles que colaboraram para a concretização deste projeto.

A Deus, pelo dom da vida e pela beleza ímpar de todas as coisas na natureza que ainda não compreendemos.

A meus pais, Adevaldo e Maria Moreira, e a meus irmãos, Kennya e João... (*aqui me faltaram palavras as adequadas para agradecer, talvez elas ainda nem existam...*)

Aos meus orientadores: Dr. Cristiano Fiorilo de Melo, Dr. Elbert Einstein Nehrer Macau e Dr. Othon Cabo Winter, pelo exemplo profissional, pelos incentivos, e por todo o conhecimento transmitido. Hoje compreendo um pouco melhor o que Newton quis dizer com “*estar apoiado sobre ombros de gigantes*”.

Aos muitos e bons amigos que fiz durante essa caminhada, aqui representados por: Aysse Oliveira, Rudinei Martins, Luis França, Flávio Miudinho e Tiago Franca. A todos aqueles que dividiram bons e maus momentos onde quer que seja... sem vocês a vida seria menos bela e digna!

Aos professores e funcionários da Pós-Graduação no INPE pela colaboração na minha formação.

Aos funcionários da biblioteca pela prestatividade e por todo material bibliográfico conseguido.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais pela infraestrutura oferecida.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) pelo apoio financeiro.

RESUMO

Neste trabalho, apresenta-se um estudo sobre transferências orbitais capazes de promover um encontro entre uma sonda e um asteroide próximo da Terra. Partindo de uma órbita terrestre de baixa altitude, as transferências consideradas exploram a dinâmica das órbitas periódicas retrógradas ao redor do ponto Lagrangiano de equilíbrio L1, que são preditas pelo problema circular restrito dos três corpos (PCRTC), Terra-Lua-partícula. Tais órbitas são desviadas, de maneira controlada, para realizar um *swing-by* com a Lua. Desta maneira, consegue-se aumentar a energia da órbita da partícula/sonda, transformando-a numa trajetória de escape do sistema Terra-Lua, com energia suficiente para alcançar asteroides próximos à Terra (conhecidos pela sigla em inglês NEA - *Near Earth Asteroids*). Transferências Terra-NEA para exploração e desvio de asteroides também foram estudadas.

ORBITAL TRANSFERS TO NEAR EARTH ASTEROIDS

ABSTRACT

In this work, a study for orbital transfers able to promote an encounter between a spacecraft and a Near Earth Object is presented. Starting from a low altitude Earth orbit, the considered transfers exploring the dynamics of the retrograde periodic orbits around the Lagrangian equilibrium point L1, which are predicted by the Circular Restricted Three-Body Problem (CRTBP), Earth-Moon-particle. Such orbits are judiciously deviated, in order to conduct a swing-by with the Moon. In this way, is possible to increase the orbital energy of the spacecraft, turning it into an escape trajectory from the Earth-Moon system, with enough energy to reach Near Earth Objects. Earth-NEA transfers to explorations and asteroid deviation also were studied.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Satélite Sputnik-1	1
2.1 Planeta anão Ceres	5
2.2 Representação do Cinturão Principal	6
2.3 Representação orbital das classes de Asteroides Próximos à Terra	8
2.4 Características orbitais heliocêntricas dos Asteroides Próximos à Terra	9
2.5 Diagrama heliocêntrico de semieixo maior, inclinação e excentricidade dos Asteroides Potencialmente Perigosos.	10
2.6 Diagrama de distância mínima de interseção orbital por magnitude visual absoluta dos PHAs	11
2.7 Cometa 81P/Wild obtida pela nave Stardust	12
2.8 NEA 25143 Itokawa observado pela sonda japonesa Hayabysa	13
2.9 Sistema triplo de asteroides 2001 SN263	14
2.10 Diagrama orbital do NEA 2001 SN263	15
3.1 Representação vetorial do problema de N-corpos	18
3.2 Vetores posição \vec{r} , \vec{r}_1 e \vec{r}_2 no Problema de Dois Corpos	21
3.3 Representação Espacial dos Elementos orbitais Keplerianos	22
3.4 Relação entre os sistemas de coordenadas sideral e sinódico	24
3.5 Curvas de velocidade zero para $C_J = 3.9$ em (a) e $C_J = 3.7$ em (b). A área em azul mostra regiões onde o movimento da partícula é permitido. A área em amarelo representa a região proibida para o movimento da partícula. Adaptado de Murray e Dermott (1999).	28
3.6 Localização dos pontos lagrangianos de equilíbrio.	29
3.7 Órbitas periódicas da Família G	32
3.8 Representação de uma manobra de <i>swing-by</i> entre M_3 e M_2 . (b) Diagrama de velocidades e variáveis angulares envolvidas na manobra. Adaptado de (PRADO, 2001)	33
3.9 Trajetórias das sondas Voyager 1 e 2	36
4.1 Trajetória de escape após um <i>swing-by</i> com a Lua	39
4.2 Representação de uma órbita geocêntrica com semieixo maior a_0 passando através da esfera de influência lunar	40
4.3 Variação da energia, para diferentes altitudes de aproximação, como função da velocidade de entrada na esfera de influência da Lua	42

4.4	Variação na Energia de dois corpos relativa à Terra final após um encontro com a Lua.	44
4.5	Semieixo maior final após um encontro com a Lua.	45
4.6	Excentricidade orbital final um encontro com a Lua.	46
4.7	Diagrama de semieixo maior final a_f devido a um <i>swing-by</i> com a Lua, em função de (a_0, e_0) relativos à Terra, para uma altitude de aproximação $h_s = 100$ km.	47
5.1	Sonda espacial Lunik-1	49
5.2	Trajectoria G de Escape (TGE) em um sistema de coordenadas cartesianas geocêntrico.	51
5.3	Configuração inicial do sistema de quatro corpos em um sistema de coordenadas cartesianas heliocêntrico.	52
5.4	Trajectoria G de colisão com a Lua	52
5.5	Trajectoria G de Escape Interno	53
5.6	Energias na Trajetória G de Escape Interno	54
5.7	Trajectoria G de Escape Externo	55
5.8	Energias na Trajetória G de Escape Externo	56
5.9	Trajectoria G de Escape passando através da WSB	57
5.10	Energia na Trajetória G de Escape passando através da WSB	58
5.11	Trajectorias de Escape Derivadas de uma Órbita G	59
6.1	Configuração Angular Inicial do Sol, da Terra, da Lua e da sonda	61
6.2	Energia relativa à Terra - $h_0 = 200$ km	65
6.3	Energia relativa ao Sol - $h_0 = 200$ km	66
6.4	Instantes de tempo para $h_0 = 200$ km	67
6.5	Distância de máxima aproximação para $h_0 = 200$ km	68
6.6	Ângulo de aproximação para $h_0 = 200$ km	69
6.7	Energia relativa à Terra - $h_0 = 700$ km	70
6.8	Energia relativa ao Sol - $h_0 = 700$ km	71
6.9	Instantes de tempo para $h_0 = 700$ km	72
6.10	Distância de máxima aproximação para $h_0 = 700$ km	73
6.11	Ângulo de aproximação para $h_0 = 700$ km	74
6.12	Energia relativa à Terra - $h_0 = 1500$ km	75
6.13	Energia relativa ao Sol - $h_0 = 1500$ km	76
6.14	Instantes de tempo para $h_0 = 1500$ km	77
6.15	Distância de máxima aproximação para $h_0 = 1500$ km	78
6.16	Ângulo de aproximação para $h_0 = 1500$ km	79
6.17	Variação temporal da energia de dois corpos relativa à terra, para diferentes valores de ΔV_1	81

6.18	Energia específica de dois corpos da sonda relativa ao Sol, em (a) para a TGE com $h_0 = 1500km$ e $\theta = 315^\circ$. Em (b) para a TGE com $h_0 = 1500km$ e $\theta = 135^\circ$. A linha horizontal azul representa o valor médio da energia específica de dois corpos Sol-Terra.	83
7.1	$a \times t$: 01 de janeiro de 2015	88
7.2	$e \times t$: 01 de janeiro de 2015	89
7.3	$a \times t$: 15 de julho de 2015	90
7.4	$e \times t$: 15 de julho de 2015	91
7.5	Semieixo maior e excentricidade das TGEs no momento da entrada na esfera de influência lunar. A região em azul representa as condições iniciais para as manobras de <i>swing-by</i> estudadas no Capítulo 4. (a) TGEs lançadas em 15 de janeiro de 2015. (b) TGEs lançadas em 15 de julho de 2015	92
8.1	Área varrida pelo vetor posição. Adaptado de Bate et al. (1971)	95
8.2	Anomalia Excêntrica. Adaptado de Bate et al. (1971)	96
8.3	Projeção planar das posições da sonda e do asteroide após o escape e no instante do encontro a uma distância R_E	97
8.4	Orbitas de Vênus, Terra, Marte e 2006XP4 no referencial heliocêntrico	100
8.5	TGE e encontro com o asteroide em $t = 298$ dias	104
8.6	TGE e encontro com o asteroide em $t = 298$ dias	105
8.7	Encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4	107
8.8	Encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4	108
8.9	Encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4	109
8.10	Histogramas de distância de encontro, velocidade relativa e tempo de voo.	111
9.1	$(a \times e)$ TGE 01/01/2015	114
9.2	$(a \times e)$ TGE 15/07/2015	115
9.3	$(a \times e)$ TGE 15/07/2015	116
9.4	Transferência para o Aten 2011 DV	119
9.5	Transferência para o Aten 2008 EES	120
9.6	Transferência para o Apolo 2004 LB	121
9.7	Ilustração da aproximação das órbitas das TGE e de NEAs com excentricidade elevada.	122
10.1	Projeção planar da Trajetória G de Escape com os incrementos corretivos de velocidade $\Delta\vec{V}_2$ e $\Delta\vec{V}_3$	126
10.2	Duas trajetórias possíveis, para um dado tempo de voo t , entre dois pontos \vec{r}_1 e \vec{r}_2 . Adaptado de Bate et al. (1971).	126

10.3	Desvio na órbita do NEA 2006 XP4, devido da colisão, para a TGE de 15 de novembro de 2014	129
10.4	Desvio na órbita do NEA 2006 XP4, devido da colisão, para a TGE de 08 de maio de 2017	129
10.5	Comparação entre os desvios provocados na órbita do 2006 XP4 com a colisão elástica (linha vermelha) e com a dissipação de momento linear (linha azul). Em (a) TGE lançada em 15 de novembro de 2014 e em (b) para a TGE lançada em 08 de maio de 2017.	132

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Classificação dos asteroides próximos da Terra	8
3.1 Conjunto de Cônicas possíveis no Problema de Dois Corpos	22
3.2 Elementos Orbitais de um Corpo Celeste	22
3.3 Coordenadas dos pontos Lagrangianos de equilíbrio no sistema Terra-Lua (MURRAY; DERMOTT, 1999)	30
6.1 Características das órbitas circulares de partida	63
6.2 Correspondência entre os símbolos adotados e os tempos de ocorrências dos eventos	64
6.3 Correspondência entre as posições angulares da Terra e a numeração das Figuras	64
6.4 Ordem das sequências de escape nas TGE para diferentes valores h_0 e θ .	80
8.1 Principais características físicas do NEA 2006XP4	99
8.2 Elementos orbitais osculadores do NEA 2006XP4	99
8.3 CPA do NEA 2006 XP4 com Vênus ou Terra entre 2015 e 2091	101
9.1 Asteroides com configuração orbital próxima das TGE de 01/01/2015 e de 15/07/2015	117
9.2 Transferência orbital para o Aten 2011 DV	118
9.3 Transferência orbital para o Aten 2008 EES	118
9.4 Transferência orbital para o Apolo 2004 LB	118
10.1 Variação provocada na velocidade do Asteroide - TGE de 15 de novembro de 2014	131
10.2 Variação provocada na velocidade do Asteroide - TGE de 08 de maio de 2014	131

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

NEO	–	Near Earth Objects
NEA	–	Near Earth Asteroids
NEM	–	Near Earth Meteoroids
NEC	–	Near Earth Comets
CPA	–	Closest Approach Point
MOID	–	Minimum Orbit Intersection Distance
WSB	–	Weak Stability Boundary
TGE	–	Trajetórias G de Escape Direto
TGEWSB	–	Trajetórias G de Escape via WSB
UA	–	Unidade Astronômica

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 Motivação	2
1.2 Objetivos	3
1.3 Organização	3
2 ASTEROIDES	5
2.1 Objetos Próximos da Terra	6
2.2 Asteroides Potencialmente Perigosos	9
2.3 Os NEOs e as Missões Espaciais	12
3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	17
3.1 Problema de N-corpos	17
3.2 Casos Especiais	20
3.2.1 Problema de Dois corpos	20
3.2.2 Problema Circular Restrito de Três Corpos	23
3.2.2.1 Equações do Movimento	23
3.2.2.2 Integral de Jacobi	27
3.2.2.3 Pontos Lagrangianos de Equilíbrio	27
3.3 Órbitas Periódicas e Quase-Periódicas	29
3.3.1 Família G	31
3.4 Manobra Assistida por Gravidade	32
4 ALTERAÇÃO DA ÓRBITA DEVIDO A UM ENCONTRO COM A LUA	37
4.1 Cálculo das Variáveis Envolvidas no Swing-by	38
4.2 Efeito de um Encontro com a Lua	43
4.3 Análise dos Resultados	47
5 TRAJETÓRIAS DE ESCAPE	49
5.1 Órbitas G e trajetórias de escape	49
5.2 Trajetórias de Escape e Dependência Sensível com as Condições Iniciais	51
5.2.1 Caso 01: Colisão com a Lua	52
5.2.2 Caso 02: Escape Interno	53

5.2.3	Caso 03: Escape Externo	55
5.2.4	Caso 04: Escape via WSB	57
6	INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DA TERRA E DA ALTITUDE INICIAL DA SONDA NAS TRAJETÓRIAS DE ESCAPE	61
6.1	Órbitas de Partida	63
6.2	Resultados	63
6.2.1	Altitude Inicial $h_0 = 200\text{km}$	65
6.2.2	Altitude Inicial $h_0 = 700\text{km}$	70
6.2.3	Altitude Inicial $h_0 = 1500\text{km}$	75
6.3	Análise dos Resultados	80
6.3.1	Sequências de escapes	80
6.3.2	Energia relativa à Terra	81
6.3.3	Energia relativa ao Sol	82
6.3.4	Intervalos de Tempo	84
6.3.5	Distância de Aproximação r_p	84
6.3.6	Ângulo de Aproximação Ψ	84
6.3.7	Escapes via WSB	85
7	EVOLUÇÃO TEMPORAL DE SEMIEIXO MAIOR E DE EX- CENTRICIDADE DAS TGE	87
7.1	Conclusões do Capítulo	93
8	TRANSFERÊNCIA ATÉ UM ASTEROIDE PROXIMO À TERRA	95
8.1	Tempo de Voo	95
8.2	Aten 2006 XP4	99
8.3	Metodologia Adotada	101
8.4	Encontros entre a sonda e o asteroide	106
8.5	Análise Estatística das Simulações	110
8.6	Conclusões do Capítulo	112
9	ALCANCE DAS TGE	113
9.1	Alcance das TGE	113
9.2	Asteroides com configuração orbital próxima das TGE	116
9.3	Transferências Orbitais para 2011 DV, 2008 EES e 2004 LB	118
9.3.1	Transferência para o Aten 2011 DV	119
9.3.2	Transferência para o Aten 2008 EES	120
9.3.3	Transferência para o Apolo 2004 LB	121

9.4	Conclusões do Capítulo	122
10	ACOMPANHAMENTO ORBITAL E DESVIO ATRAVÉS DA COLISÃO	125
10.1	Acompanhamento Orbital do Asteroide	125
10.1.1	TGE de 15 de janeiro de 2016	127
10.1.2	TGE de 08 de janeiro de 2019	127
10.2	Desvio do Asteroide	128
10.3	Conclusões do Capítulo	130
11	CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS	133
11.1	Trabalhos Futuros	134
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	137

1 INTRODUÇÃO

A busca pelo conhecimento, movida pelas inúmeras necessidades da vida, é uma das características mais evidentes do ser humano. Por outro lado, procurar entender o que está ao seu redor e fazer uso otimizado desse conhecimento é um desafio diário da comunidade científica. Compreender o universo no qual está inserido é uma tentativa, quase que inconsciente, do homem de alcançar a plenitude. Neste contexto, as ciências e tecnologias espaciais figuram como ferramentas importantes em prol da construção do conhecimento necessário para a vida na Terra.

Em meio à guerra fria entre Estados Unidos e a ex-União das Repúblicas Socialistas Soviéticas (URSS), o lançamento do primeiro satélite artificial - o Sputnik 1 (Figura 1.1) em 4 de outubro de 1957, deu início a uma nova era na ciência. A partir de então, o uso das missões espaciais proporcionou avanços em diversos setores: comunicações, estudos climáticos, ciências atmosféricas, engenharia e tecnologia espaciais, observação e monitoramento terrestre, dentre outros. O investimento de recursos, por parte dos governos, vislumbando a conquista da tecnologia necessária para alcançar e usar o espaço, também proporciona avanços e a liderança na produção de armas e outros recursos militares essenciais.

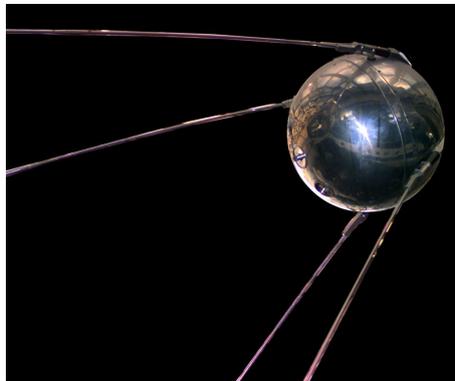


Figura 1.1 - Satélite Sputnik-1

Desde então, uma série de outras missões espaciais foram lançadas ao espaço com objetivos diversos (WINTER; PRADO, 2007). Em 4 de novembro de 1957, ainda com o primeiro Sputnik em órbita, a URSS lançou o Sputnik 2, levando a cadela Laika ao espaço. Após o lançamento dos Sputniks 1 e 2, em 31 de janeiro de 1958, os Estados Unidos lançaram o Explorer I, que carregava um contador Geiger para medição da intensidade dos raios cósmicos, através desta missão foi possível descobrir a existên-

cia de cinturões de radiação que envolvem a Terra e que, posteriormente, passaram a ser chamados de Cinturões de Van Allen. Em 15 de maio de 1958 foi posto em órbita o Sputnik 3 confirmou a existência dos Cinturões de Van Allen. Outros oito satélites ainda foram lançados até 1961, encerrando a era Sputnik.

A Lua também tem sido alvo de missões espaciais desde o início da exploração espacial. A Thor-Able 1 (1958), Luniks 1, 2 e 3 (1959 a 1976) tiveram foram outras missões de exploração que se destacaram no início da era espacial. Em 12 de abril de 1961, a força aérea soviética implementou a primeira missão tripulada da história espacial, colocando em órbita o cosmonauta soviético Yuri Gagarin. A missão fez uso do foguete Vostok para levar Gagarin até a órbita, onde permaneceu durante os 108 minutos de duração da missão.

Nas décadas seguintes, diversos satélites foram postos em órbita com o objetivo de atender às mais variadas necessidades civis e militares. Os conhecimentos obtidos com experiências anteriores permitiram às agências a implementação de missões com interesses e objetivos cada vez mais arrojados bem como visando atingir regiões do espaço ainda mais distantes.

Nesta perspectiva, a concepção instrumentos eficientes (antenas de transmissão, sensores, câmeras de imageamento, sistemas de propulsão, etc) bem como de técnicas de transferência orbitais otimizadas, principalmente em caráter de consumo de combustível, são fatores determinantes no que se refere à viabilidade de uma missão espacial.

1.1 Motivação

O crescimento da taxa de descoberta de objetos próximos à Terra ampliou as perspectivas de melhor compreensão do Sistema Solar, em especial, da região do espaço vizinha à Terra (entre o cinturão de asteroides e Mercúrio). Ao mesmo tempo, tais descobertas despertaram o interesse no planejamento de missões espaciais rumo a objetos com órbitas próximas à da Terra. Asteroides e cometas constituem uma parte importante do nosso Sistema Solar, de modo que o estudo desses objetos fornece não somente informações a respeito da natureza do Sistema Solar primordial, como pode fornecer evidências importantes à respeito da origem e evolução da vida na Terra (SEARS *et al.*, 2000; SEARS *et al.*, 2002).

As contribuições das missões espaciais destinadas a estes objetos são as mais diversas, dentre as quais destacam-se:

- A análise espectral destes objetos, que pode ajudar a compreender melhor os processos de evolução estelar e de formação planetária.
- Alguns asteroides podem conter componentes orgânicos cuja análise facilitará o entendimento sobre as moléculas necessárias para a vida na Terra.
- Amostras desses objetos podem ajudar a entender melhor processos químicos e geológicos de formação da Terra e de outros planetas cujo ambiente é propício à vida.
- Missões destinadas a asteroides podem servir como suporte para outras missões espaciais, como as que visem utilizar os recursos de asteroides ou outros corpos para implantação de bases e estações espaciais e estratégicas de proteção contra impactos.

1.2 Objetivos

Desta forma, os objetivos aos quais este trabalho se destina são:

- Análise da dinâmica intrínseca das órbitas periódicas instáveis para derivação de trajetórias de escape do sistema Terra-Lua.
- Estudo da transferência entre uma órbita terrestre circular baixa e asteroides próximos à Terra.
- Análise da distância de aproximação, velocidade relativa e tempo de transferência para uma trajetória de encontro entre a sonda e asteroides próximos à Terra.
- Estudo de manobras estratégicas para o acompanhamento orbital ou desvio de um asteroide a partir do impacto direto entre a sonda e o asteroide.

1.3 Organização

Este trabalho está organizado em 9 capítulos de forma que neste primeiro, são apresentados os objetivos, as motivações deste estudo e a forma com a qual o texto está organizado. No Capítulo 2, são mostrados os principais conceitos e trabalhos relacionados aos objetos próximos à Terra.

O Capítulo 3, é dedicado aos principais conceitos referentes aos modelos físicos e matemáticos adotados neste trabalho. Posteriormente, o Capítulo 4 traz um estudo

semi-analítico realizado com a alteração de órbitas de sondas devido a passagens pela vizinhança da Lua. Nos Capítulos 5 e 6, são apresentadas as trajetórias de escape do sistema Terra-Lua derivadas das órbitas periódicas ao redor de L1, consideradas ao longo do trabalho para planejamento de missões. Nestes capítulos também são discutidas suas principais características e são mostrados os resultados de um estudo destas trajetórias de escape para diferentes condições iniciais.

O Capítulo 7 traz uma análise da evolução orbital das trajetórias de escape no espaço semieixo *versus* excentricidade em relação à Terra. Nos capítulos, 8, 9 e 10, são apresentados os principais resultados dos estudos de transferências orbitais até asteroides próximos à Terra, para condições iniciais reais, bem como suas aplicações em missões de acompanhamento e de desvio de um asteroide através da colisão. O Capítulo 11 traz as conclusões gerais e considerações finais da tese, bem como os trabalhos futuros que serão desenvolvidos e que são fruto dos estudos apresentados neste texto.

Todo desenvolvimento numérico e gráfico mostrado neste trabalho foi realizado utilizando softwares gratuitos. As integrações numéricas foram implementadas em C e em FORTRAN, com uso do integrador Gauss-Radau (EVERHART, 1985). O tratamento dos dados foi feito por meio de scripts em Shell e os gráficos mostrados neste texto foram feitos através da ferramenta GNUPLOT.

2 ASTEROIDES

O estudo dos asteroides remonta ao início do século XIX, quando, em janeiro de 1801, o astrônomo italiano Giuseppe Piazzi (1746-1826) observou um objeto celeste entre as órbitas de Marte e Júpiter, posteriormente, nomeado Ceres (Figura 2.1). Ceres foi considerado durante muito tempo como um asteroide, com um diâmetro aproximado de 950km, e uma distância média ao Sol de 2.7673 UA¹. Atualmente Ceres é classificado como um planeta anão, que é a mesma classificação de Plutão.

Dados observacionais recentes sugerem que Ceres é um planeta embrionário, cuja evolução foi interrompida devido à proximidade de Júpiter. As marcas espectrais da sua superfície fornecem evidências de minerais moldados pela água. Há, ainda, indícios de que 25% de sua composição seja de água (THOMAS et al., 2005), o que representa uma quantidade superior a toda água doce presente na Terra.

Características como estas conferem a este objeto o status de um forte alvo para futuras missões espaciais. Em setembro de 2007, a NASA lançou a sonda Dawn com o objetivo de examinar os planetas anões Vesta e Ceres (MCCORD et al., 2012). Em 6 de março de 2015 a Dawn tornou-se a primeira missão a imagear um planeta anão com proximidade.

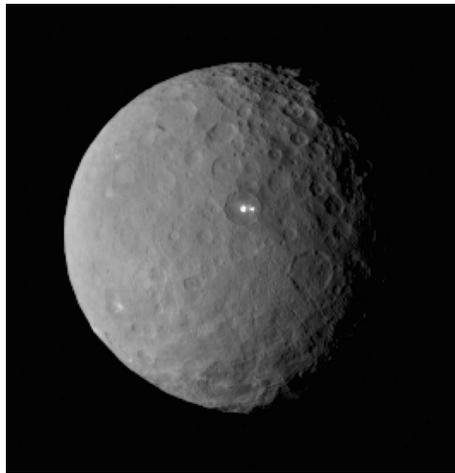


Figura 2.1 - Imagem do planeta anão Ceres obtida pela sonda Dawn em maio de 2015.

Em 1898, a descoberta do objeto 433 Eros indicou a existência de corpos celestes ao redor do Sol que interceptam as órbitas dos planetas internos (Marte, Terra, Vênus e Mercúrio). Posteriormente, o programa espacial Apollo, nas décadas de 60

¹1 UA = 149597870700 m equivale à distância média entre a Terra e o Sol.

e 70, revelou que as crateras lunares eram decorrentes de impactos corpos celestes: asteroides, cometas, ao invés de atividade vulcânica. Atualmente, acredita-se que o Sistema Solar interno foi alvo de intenso bombardeamento destes objetos nos últimos 4.5×10^9 anos. Alvarez et al. (1980) apresentaram argumentos de que a extinção de inúmeras espécies foi decorrente do impacto desses objetos, principalmente na transição entre os períodos Cretáceo, compreendido entre 145 e 65 milhões de anos atrás e o período Terciário, entre 65 milhões até 2,6 milhões de anos atrás .

Embora a origem destes corpos não seja um conceito plenamente compreendido no meio científico, supõe-se que suas formações se deu nos primeiros milhões de anos da formação do Sistema Solar, por meio da acreção da matéria que constitui a fase inicial da formação de um planeta. A forte influência gravitacional de Júpiter impediu a última fase de formação de eventuais planetas como foi o caso de Ceres, formando assim uma região compreendida entre 1.5 UA e 5.2 UA conhecida como Cinturão Principal (Fig. 2.2) (MCCORD; SOTIN, 2005; O'BRIEN et al., 2007).

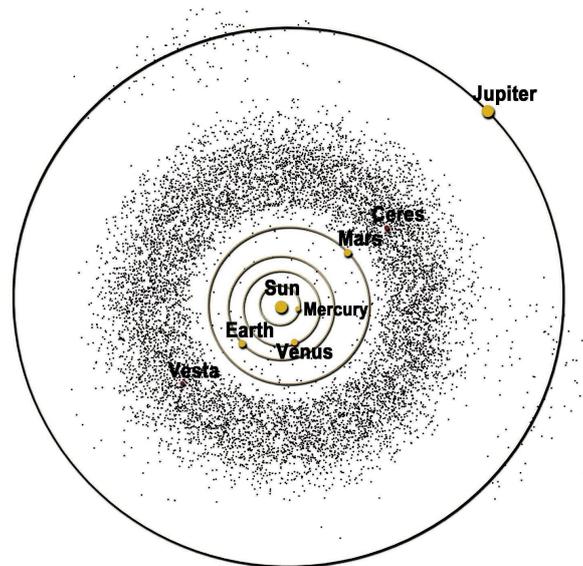


Figura 2.2 - Representação do Cinturão Principal, localizado entre as órbitas de Marte e Júpiter. Fonte: http://dawn.jpl.nasa.gov/multimedia/images/aster_belt_300.jpg

2.1 Objetos Próximos da Terra

Um NEO, acrônimo em inglês de *Near Earth Object*, é um objeto cuja trajetória se aproxima periodicamente da órbita terrestre. Segundo Gladman et al. (2000), o

tempo de vida dos NEOs é da ordem de 10^6 anos e estima-se que, nesse período, entre 10% e 20% dos objetos colidam com um dos planetas internos (principalmente Terra e Vênus), cerca de 15% são ejetados do Sistema Solar e mais da metade colide com o Sol. O tempo de vida de um NEO é curto se comparado à idade do Universo, ou mesmo se comparado a do próprio Sistema Solar, que é da ordem 4,5 de bilhões de anos. Ainda segundo o autor, estas evidências sugerem que a população de NEOs vem sendo constantemente realimentada de corpos vindos de outras regiões do espaço.

Os primeiros estudos na área indicavam uma origem cometária para estes objetos (OPIK, 1961), posteriormente, Anders e Arnold (1965) concluíram que os NEOs com elevados valores de excentricidade e inclinação seriam núcleos extintos de cometas, enquanto os demais NEOs eram oriundos do cinturão principal de asteroides e cuja configuração orbital atual era devida a encontros com Marte.

Integrações numéricas mais recentes, realizadas por Morbidelli et al. (1999), mostram que asteroides podem escapar do cinturão principal em decorrência de ressonâncias em regiões específicas do cinturão, e, conseqüentemente, seria suficiente para realimentar a população de NEOs existente. Ainda neste trabalho, os autores concluíram que apenas 6% dos NEOs seriam de origem cometária.

De maneira mais específica classifica-se como NEO um corpo cuja órbita ao redor do Sol possui distância de periélio, $q \leq 1.3$ UA, e distância de afélio, $Q \geq 0.983$ UA, (WOLFF, 2006; MORBIDELLI et al., 1999; ARAUJO, 2011). Estes corpos podem ser classificados em três grupos:

- *Near Earth Meteoroids* cujo diâmetro é menor que 10 metros, todavia, são grandes o suficiente para serem rastreados antes de colidir com a Terra.
- *Near Earth Comets* (NEC), que compreende os Cometas Próximos à Terra, seu período orbital é menor que 200 anos
- *Near Earth Asteroids* (NEA) que compreende os Asteróides Próximos à Terra

Os NECs são compostos de gelo e água com partículas de poeira (<http://neo.jpl.nasa.gov/neo/groups.html>), enquanto os NEAs são corpos basicamente rochosos e dividem-se em quatro grupos: (Figura 2.3) classificados de acordo com os seus valores de semieixo maior, a , de periélio, q , e de afélio, Q , conforme mostra a Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Classificação dos asteroides próximos da Terra. Dados extraídos de jpl.nasa.gov, atualizados em dezembro de 2014.

Classe	Semieixo maior (UA)	Distância de Periélio (UA)	Distância de Afélio (UA)	Primeiro Objeto Descoberto (Ano)	%
Atens	$a < 1.0$		$Q < 0.983$	2062 Aten (1976)	6%
Apollos	$a > 1.0$	$q < 1.017$		1862 Apollo (1932)	62%
Amors	$a > 1.0$	$1.017 < q < 1.3$		1221 Amor (1932)	32%
Atira	$a < 1.0$	$Q < 1.3$		1998 DK36 (1998)	15 objetos conhecidos

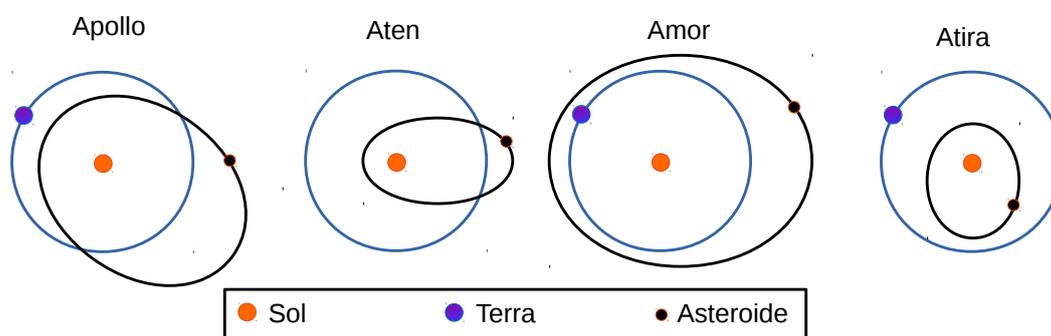


Figura 2.3 - Representação orbital das classes de Asteroides Próximos à Terra

Nos diagramas 2.4(a), (b), (c) e (d) mostra-se, para as classes Amors, Atens, Apollos e Atiras, respectivamente, os valores de semieixo maior, de excentricidade e de inclinação em relação ao Sol. Como é possível observar, as órbitas destes objetos são prógradas, i.e. inclinação menor que 90° e os valores de semieixo maior estão compreendidos no intervalo entre 0,5 U.A. e 5 U.A..

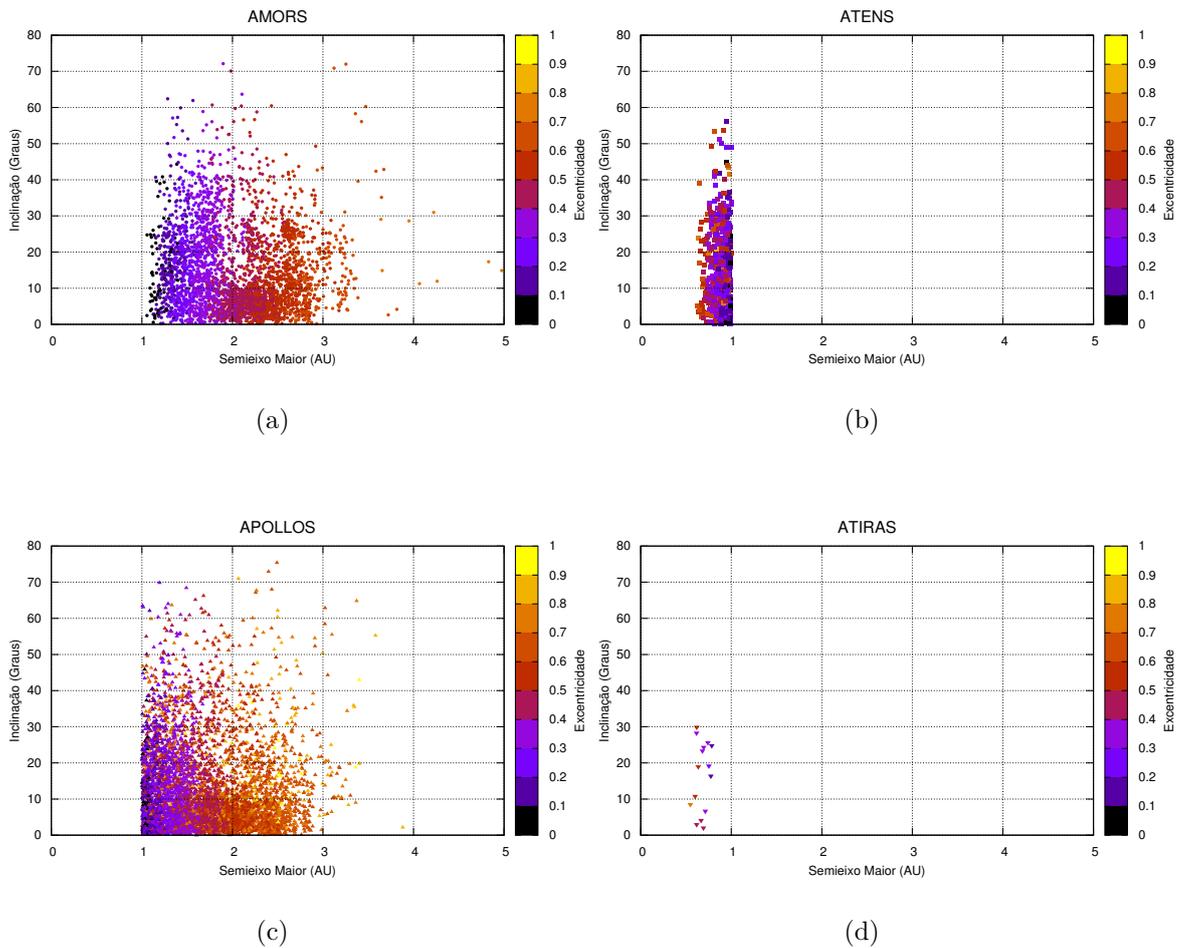


Figura 2.4 - Características orbitais heliocêntricas dos Asteroides Próximos à Terra. Em (a) Amors, (b) Atens, (c) Apollos e (d) Atiras. No eixo horizontal mostra-se o semi-eixo maior em unidades astronômicas, a inclinação da órbita em graus está no eixo vertical (esquerdo) e a excentricidade na vertical à direita

2.2 Asteroides Potencialmente Perigosos

Dentre os NEAs catalogados, 869 possuem diâmetro de aproximadamente 1 km ou maior. Um grupo de 1572² asteroides é considerado potencialmente perigoso. Os PHAs (*Potentially Hazardous Asteroids*) são os NEAs cuja distância mínima de interseção orbital (MOID - *Minimum orbit intersection distance*) com a Terra é menor que 0.05 UA, e que possuem magnitude absoluta $H \leq 22.0$.

A distância mínima de interseção orbital corresponde à distância entre os pontos mais próximos das órbitas de dois corpos astronômicos, e é frequentemente utilizada

²Informação extraída de <http://neo.jpl.nasa.gov/faq/>, Acesso em 30/03/15.

como parâmetro na avaliação de risco de colisão entre estes objetos. No caso de asteroides, a magnitude absoluta é uma medida do brilho que o corpo apresentaria, se estivessem a uma distância padronizada em 1 Unidade Astronômica (U.A.).

A proximidade periódica da Terra destes objetos revela a possibilidade de catástrofe em caso de uma colisão (CHAPMAN, 2004). As Figuras 2.5 e 2.6, montadas com base no banco de dados disponibilizados pelo JPL/NASA, mostram algumas das principais características dessa classe de asteroides. Na Figura 2.5, é apresentado um diagrama, de semieixo maior, excentricidade e inclinação orbital, medidos em relação a sistema de coordenadas fixo ao Sol. A distância mínima de interseção orbital, magnitude visual absoluta e período orbital são apresentados na Figura 2.6.

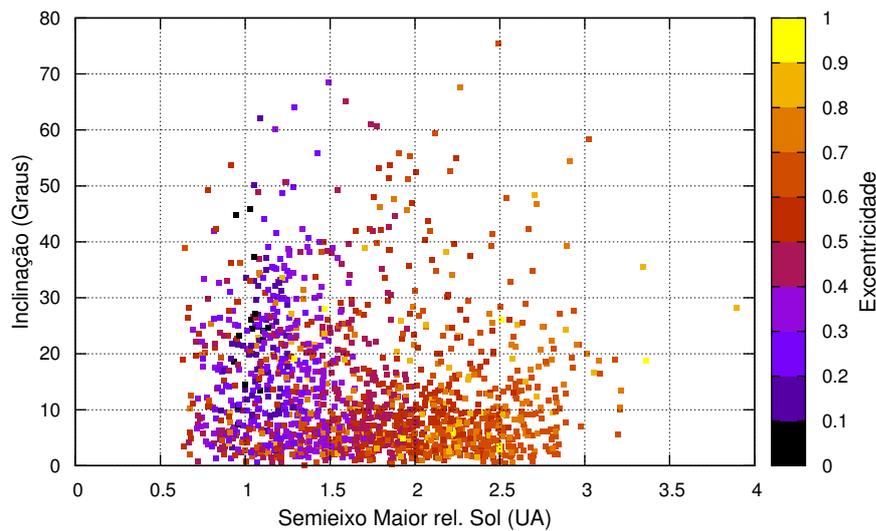


Figura 2.5 - Diagrama heliocêntrico de semieixo maior, inclinação e excentricidade dos Asteroides Potencialmente Perigosos.

Embora não seja conhecido nenhum PHA em rota de colisão com a Terra nos próximos 100 anos, o risco de impacto de um objeto com a Terra está recebendo cada vez mais atenção dos governos e da comunidade científica; principalmente devido à crescente taxa de detecção de novos NEAs.

Consequentemente, na literatura existem muitos trabalhos relatando vários métodos, diferentes técnicas e estratégias para desviar um PHA (AHRENS; HARRIS, 1992;

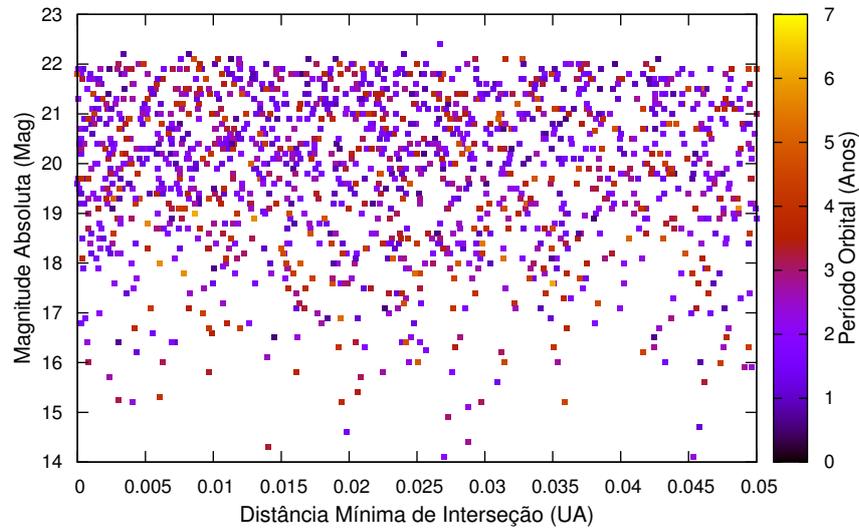


Figura 2.6 - Diagrama de distância mínima de interseção orbital por magnitude visual absoluta dos PHAs

CARUSI et al., 2002; GRITZNER et al., 2002; MCINNES, 2004; LU; LOVE, 2005; KAHLE et al., 2006; PLESKO et al., 2008). A técnica de desvio adequada depende, obviamente, das características físicas do objeto, como tamanho, massa, densidade, velocidade, além de outras características químicas e mineralógicas. Esses parâmetros só serão determinados com precisão através do envio de missões para os objetos.

2.3 Os NEOs e as Missões Espaciais

Esta seção é dedicada a uma breve descrição das principais missões espaciais destinadas a explorar objetos próximos da Terra.

Lançada em 17 de fevereiro de 1996, a sonda norte-americana *Near Earth Asteroid Rendezvous* (NEAR) tornou-se, no ano de 2000, a primeira missão a orbitar um asteroide. O alvo da missão foi o NEA 433 Eros, que possui um formato elipsoidal com 8 km de largura e 33 km de comprimento. As análises espectrais revelaram que sua composição básica é ferro, silicato de ferro e magnésio (Fonte: <http://nasa.gov/solarsystem/asteroids/probes>).

A missão Deep Space 1 (RAYMAN et al., 1999; RAYMAN; VARGHESE, 2001), lançada em 24 de outubro de 1998, testou um pacote de novas tecnologias. Posteriormente, a sonda encontrou-se com o cometa 19P/Borrelly e realizou um imageamento de sua superfície. A sonda foi desativada em 18 de Dezembro de 2001.

A nave espacial Stardust, desenvolvida pela NASA, foi lançada em fevereiro de 1999, com o objetivo de investigar o cometa 81P/Wild (Figura 2.7) e o asteroide Annefrank, além de recolher poeira interestelar. Durante a aproximação, a nave foi capaz de coletar amostras de poeira do cometa e obter fotos detalhadas do seu núcleo gelado (WESTPHAL et al., 2014).

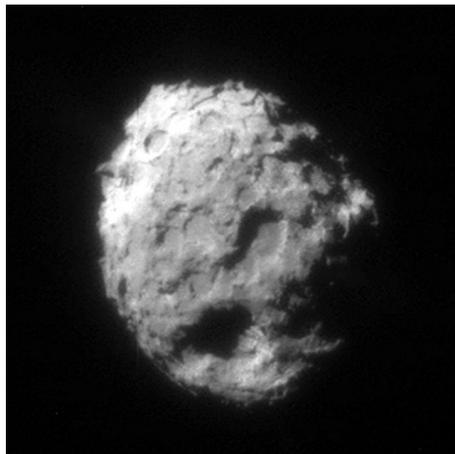


Figura 2.7 - Imagem do cometa 81P/Wild obtida pela nave Stardust. FONTE: <http://nssdc.gsfc.nasa.gov/>

Lançada em 09 de Maio de 2003, a sonda japonesa Hayabysa interceptou, em setembro de 2005, o NEA Apollo 25143 Itokawa (Figura 2.8). Sem sucesso na primeira

tentativa, a sonda conseguiu pousar no segundo tentame e coletar material da superfície do asteroide.



Figura 2.8 - Imagem do NEA 25143 Itokawa observado pela sonda japonesa Hayabysa.
FONTE: <http://www.jpl.nasa.gov/asteroidwatch>

A Agência Espacial Européia (ESA) lançou, em 02 de março de 2004, a sonda Rosetta com o objetivo de encontrar e fazer um estudo detalhado do cometa 67P/Churyumov-Gerasimenko. Como missão secundária, passou pelos asteroides do cinturão principal 2867 Steins e 21 Lutetia a caminho do cometa (<http://www.esa.int/rosseta>).

A Deep Impact foi uma missão concebida para lançar um impactador contra o cometa 9P/Tempel 1, cuja órbita está compreendida entre Marte e Júpiter, observar a explosão e, então, analisar as características físicas e químicas do cometa. Após a finalização da sua missão principal, a NASA aprovou uma segunda missão, chamada de EPOXI - *Extrasolar Planet Observation and Deep Impact Extended Investigation*. O primeiro alvo escolhido para essa missão foi o cometa 85P/Boethin, todavia, devido a dificuldades na localização deste cometa, foi decidido conduzir a sonda ao cometa 103P/Hartley, cuja abordagem ocorreu no dia 4 de novembro de 2010 (<http://nssdc.gsfc.nasa.gov/nmc/>).

Em 27 de setembro de 2007, a sonda Dawn foi lançada com a finalidade de examinar os planetas anões Ceres e Vesta, que pertencem ao Cinturão de Asteroides. Ao observar os dois protoplanetas com o mesmo conjunto de instrumentos, a missão pretende fornecer uma nova visão sobre a formação e evolução do nosso sistema solar. A missão tem uma duração prevista de 8 anos.

A Chang'e 2 (ZIYUAN et al., 2010) é uma sonda da Administração Espacial Nacional da China (AENC), foi lançada em 01 de outubro de 2010. Em abril de 2012, a sonda

deixou o ponto Lagrangiano L2 do sistema Terra-Sol em direção ao asteroide 4179-Toutatis. A missão realizou uma passagem próxima do asteroide em dezembro de 2012. Este sobrevoo conferiu à China o posto de quarta potência espacial a realizar uma exploração direta a um asteroide, após os Estados Unidos, a União Europeia e o Japão .

O ASTER é um projeto multi-institucional brasileiro, cujo objetivo principal é a construção de uma sonda espacial para explorar o asteroide triplo 2001 SN263 (Figura 2.9). Deverá ser a primeira missão espacial brasileira de espaço profundo ((SUKHANOV et al., 2010). O sistema triplo é formado por um corpo (asteroide) central de 2,8 km de diâmetro e outros dois menores com 1,1 km e 0,4 km de diâmetro. O NEA 2001 SN263 possui um período orbital ao redor do Sol de 2,8 anos e seu diagrama orbital é mostrado na Figura 2.10.

A missão vislumbra atingir o asteroide aproximadamente 2 anos após o lançamento. O seu principal objetivo científico é a obtenção de dados físicos e dinâmicos dos três corpos do NEA, envolvendo a determinação de seu tamanho, distribuição de massa, volume, campo gravitacional e a velocidade de rotação dos corpos, identificação da composição mineral, a morfologia e a textura dos corpos. Além disso, missão deve ainda ajudar a entender as propriedades dinâmicas e orbitais dos componentes e buscar indícios sobre a formação do sistema triplo.

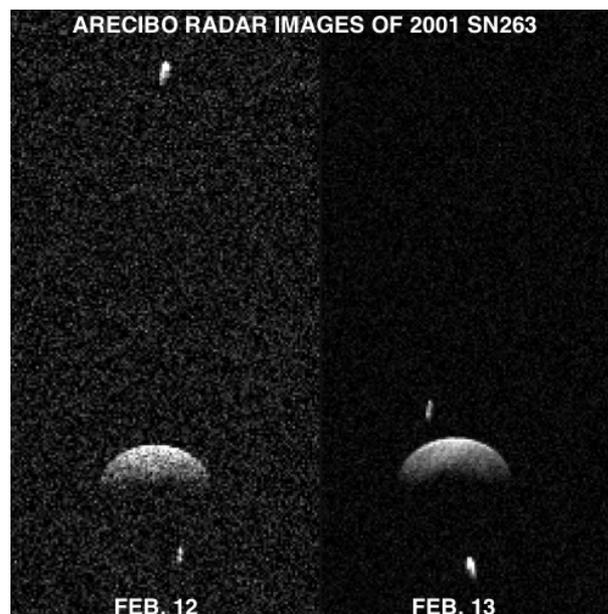


Figura 2.9 - Imagens do sistema triplo de asteroides 2001 SN263, reproduzidas a partir de dados obtidos pelo radiotelescópio de Arecibo, Porto Rico, em fevereiro de 2008.

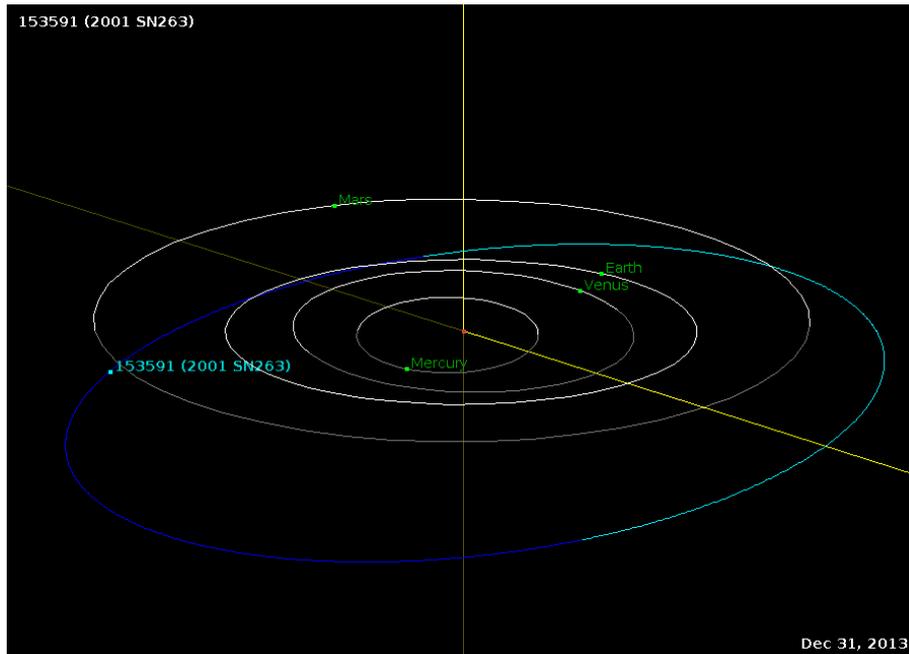


Figura 2.10 - Diagrama orbital do NEA 2001 SN263, em 31 de dezembro de 2013. FONTE: <http://neo.jpl.nasa.gov/orbits/images>

Existem hipóteses bem aceitas de que os asteroides de hoje são os pedaços que sobraram da aglomeração inicial dos planetas interiores que incluem Mercúrio, Vênus, Terra e Marte. O uso de missões espaciais destinadas aos NEAs vai permitir conhecer melhor as características como morfologia, rotação, topografia, cor, composição, densidade e a história desses objetos. Conseqüentemente, este estudo constituirá um avanço importante da humanidade no entendimento da própria vida na Terra.

3 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Neste capítulo, apresentam-se os principais conceitos referentes aos métodos e modelos utilizados no desenvolvimento deste trabalho. O arcabouço teórico descrito nas próximas seções foi utilizado nas implementações e aplicações se configuram como resultados desta tese.

3.1 Problema de N-corpos

Algumas referências na literatura, como Bate et al. (1971), Murray e Dermott (1999), Szebehely (1967), Brouwer e Clemence (1961), Marchal (1990), fornecem um desenvolvimento matemático do problema. Nesta seção, apresentaremos os tópicos mais relevantes relacionados à formulação matemática e ao comportamento dinâmico presentes no problema. O desenvolvimento mostrado aqui segue o raciocínio encontrado em Bate et al. (1971).

Em mecânica celeste, o problema dos N-corpos consiste em obter equações gerais para o movimento de um objeto de massa m sujeito à ação gravitacional de outros $N - 1$ corpos. Para isto, consideraremos um conjunto de objetos com massas m_i , onde $i = 1, 2, 3, \dots, N$, todos com distribuição esférica ou pontual de massa. O movimento de um objeto de massa m_i no espaço tridimensional, sob ação gravitacional de outros $N - 1$ objetos, pode ser associado a um sistema de coordenadas cartesianas retangulares $(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{R}^3$, mostrado na Figura 3.1, e regido pela *Lei de Gravitação Universal de Newton*, que expressa, em linhas gerais, que dois corpos se atraem mutuamente com uma força diretamente proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado da distância de separação entre elas. De modo que

$$\vec{F}_g = -\frac{Gm_1m_2}{r^2} \frac{\vec{r}}{r} \quad (3.1)$$

onde \vec{F}_g é a força que o corpo de massa m_1 exerce sobre o corpo de massa m_2 , \vec{r} é o vetor que parte de m_1 para m_2 , $G = 6.674287 \times 10^{-11} m^3 kg^{-1} s^2$ é a constante gravitacional universal.

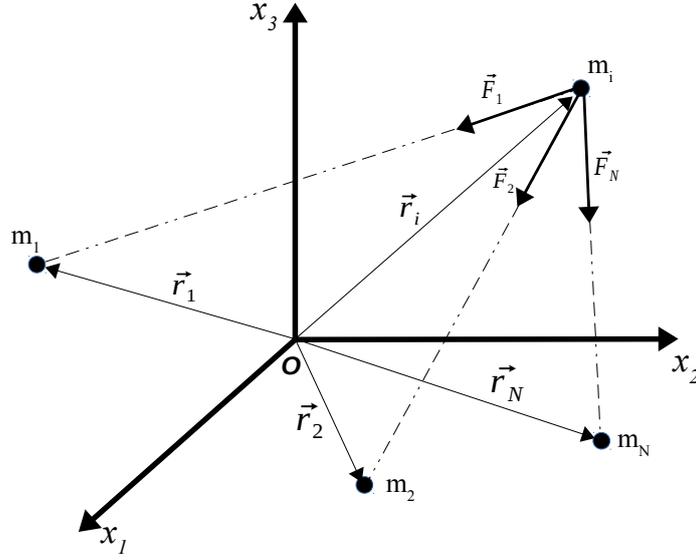


Figura 3.1 - Representação vetorial do problema de N-corpos

Para o sistema representado na Figura 3.1, as posições dos objetos de massa m_1, m_2, \dots, m_N , são respectivamente, $\vec{r}_1, \vec{r}_2, \dots, \vec{r}_N$, de modo que a posição do i -ésimo corpo é $\vec{r}_i = (x_{1i}, x_{2i}, x_{3i})$. De acordo com a equação 3.1, a força \vec{F}_{GN} exercida pelo corpo de massa m_N sobre o corpo de massa m_i é

$$\vec{F}_{GN} = -\frac{Gm_i m_N}{r_{Ni}^3} \vec{r}_{Ni} \quad (3.2)$$

onde $\vec{r}_{Ni} = \vec{r}_i - \vec{r}_N$. Consequentemente, a soma das forças gravitacionais que atuam sobre o i -ésimo corpo, devido aos outros $N - 1$ objetos é dada por

$$\vec{F}_{Gi} = -Gm_i \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq j}}^N \frac{m_j}{r_{ji}^3} \vec{r}_{ji} \quad (3.3)$$

No caso de um sistema dinâmico mais complexo, outras influências, além da gravitacional, podem atuar sobre o objeto de massa m_i , por exemplo: força de arrasto atmosférico, pressão de radiação solar, perturbações devido à não esfericidade ou à distribuição não homogênea de massa do(s) planeta(s), forças propulsivas (no caso do objeto de massa m_i tratar de um veículo espacial capaz de expelir propelente). Essas outras influências podem ser representadas por

$$\vec{F}_O = \vec{F}_{\text{Arrasto}} + \vec{F}_{\substack{\text{Press\~{a}o} \\ \text{de Radia\~{c}o\~{e}}} + \vec{F}_{\text{Achatamento}} + \vec{F}_{\text{Propuls\~{a}o}} + \dots \quad (3.4)$$

A soma destas for\c{c}as produz o que \c{e} conhecido como for\c{c}a resultante sobre o objeto de massa m_i , portanto,

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_{\text{Gi}} + \vec{F}_O \quad (3.5)$$

e de acordo com a 2^a Lei de Newton

$$\vec{F}_{\text{Total}} = \frac{d}{dt}(m_i \vec{v}_i) \quad (3.6)$$

onde \vec{v}_i \c{e} a velocidade do objeto de massa m_i em rela\c{c}\~{a}o ao referencial mostrado na Figura 3.1. A equa\c{c}\~{a}o 3.6 pode ser reescrita como

$$m_i \frac{d\vec{v}_i}{dt} + \vec{v}_i \frac{dm_i}{dt} = \vec{F}_{\text{Total}} \quad (3.7)$$

A derivada no segundo termo da equa\c{c}\~{a}o 3.7 pode ser relacionada com a varia\c{c}\~{a}o de massa em um ve\c{u}culo espacial dotado de propuls\~{a}o atuante, ou mesmo com varia\c{c}\~{o}es de massa decorrentes de efeitos relativ\c{u}sticos. Dividindo ambos os lados da equa\c{c}\~{a}o por m_i , tomando $\ddot{\vec{r}}_i = \frac{d\vec{v}_i}{dt}$ como a acelera\c{c}\~{a}o do i -\c{e}simo corpo em rela\c{c}\~{a}o ao sistema de coordenadas mostrado na Figura 3.1 e $\dot{\vec{r}}_i = \vec{v}_i = \frac{d\vec{r}_i}{dt}$ obt\c{e}m-se

$$\ddot{\vec{r}}_i = \frac{\vec{F}_{\text{Total}}}{m_i} - \dot{\vec{r}}_i \frac{\dot{m}_i}{m_i} \quad (3.8)$$

\dot{m}_i e a taxa de varia\c{c}\~{a}o temporal da massa. Para efeitos pr\~{a}ticos, podemos assumir um sistema mais simples no qual m_2 \c{e} um sat\c{e}lite artificial de massa constante ($\dot{m}_i = 0$), m_1 a Terra e os demais corpos (m_3, m_4, \dots, m_N) sendo a Lua, o Sol e o restante dos outros planetas. Se o interesse do estudo \c{e} descrever apenas a din\~{a}mica decorrente da intera\c{c}\~{a}o gravitacional ent\~{a}o $\vec{F}_{\text{Total}} = \vec{F}_G$. de forma que podemos escrever para $i = 1$

$$\ddot{\vec{r}}_1 = -G \sum_{j=2}^N \frac{m_j}{r_{j1}^3} \vec{r}_{j1} \quad (3.9)$$

e para $i = 2$

$$\ddot{\vec{r}}_2 = -G \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^N \frac{m_j}{r_{j2}^3} \vec{r}_{j2} \quad (3.10)$$

Uma vez que, $\vec{r}_{12} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ e conseqüentemente, $\ddot{\vec{r}}_{12} = \ddot{\vec{r}}_2 - \ddot{\vec{r}}_1$, subtraindo a eq. 3.9 da eq. 3.10, temos

$$\ddot{\vec{r}}_{12} = -G \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq 2}}^N \frac{m_j}{r_{j2}^3} \vec{r}_{j2} + G \sum_{j=2}^N \frac{m_j}{r_{j1}^3} \vec{r}_{j1} \quad (3.11)$$

ou, de maneira expandida

$$\ddot{\vec{r}}_{12} = - \left[\frac{Gm_1}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} + \sum_{j=3}^N \frac{m_j}{r_{j2}^3} \vec{r}_{j2} \right] - \left[-\frac{Gm_2}{r_{21}^3} \vec{r}_{21} - \sum_{j=3}^N \frac{m_j}{r_{j1}^3} \vec{r}_{j1} \right] \quad (3.12)$$

Como $\vec{r}_{12} = -\vec{r}_{21}$ é possível reescrever a equação 3.12 como

$$\ddot{\vec{r}}_{12} = -\frac{G(m_1 + m_2)}{r_{12}^3} \vec{r}_{12} - \sum_{j=3}^N Gm_j \left(\frac{\vec{r}_{j2}}{r_{j2}^3} - \frac{\vec{r}_{j1}}{r_{j1}^3} \right) \quad (3.13)$$

A equação diferencial do movimento, escrita no formato mostrado em 3.13, explicita que a aceleração do satélite, é a soma da influência gravitacional da Terra, semelhante ao modelo dos dois corpos (mostrado a seguir na seção 3.2.1) com a ação perturbação dos outros $N - 2$ corpos.

3.2 Casos Especiais

Nesta seção, apresentam-se dois casos especiais do problema de N-corpos, que serão utilizados nos desenvolvimentos posteriores deste trabalho.

3.2.1 Problema de Dois corpos

O Problema de Dois Corpos (PDC) constitui o caso mais simples e integrável da mecânica celeste. Consiste da interação de dois pontos de massa movendo-se sob atração gravitacional mútua modelada pela Lei de Gravitação Universal de Newton.

Sejam duas massas m_1 e m_2 com vetores posição \vec{r}_1 e \vec{r}_2 em relação a um referencial inercial O (Figura 3.2), o vetor $\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1$ representa a posição do objeto de massa m_2 em relação ao objeto de massa m_1 .

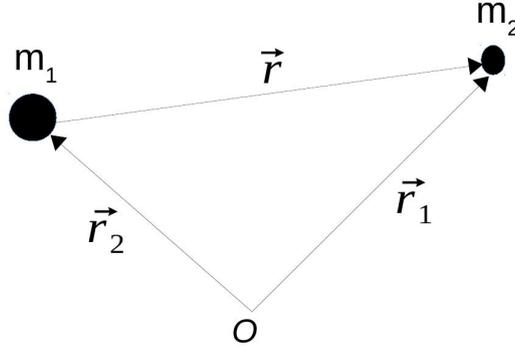


Figura 3.2 - Vetores posição \vec{r} , \vec{r}_1 e \vec{r}_2 no Problema de Dois Corpos

$\vec{F}_1 = m_1 \ddot{\vec{r}}_1 = G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}$ e $\vec{F}_2 = m_2 \ddot{\vec{r}}_2 = -G \frac{m_1 m_2}{r^3} \vec{r}$ fornecem as forças gravitacionais experimentadas pelas duas massas.

Considerando apenas o movimento do objeto m_2 em relação ao objeto m_1 , podemos simplificar o problema, sem perda de generalidade, de modo que o movimento de m_2 (com $\ddot{\vec{r}}_2 = \ddot{\vec{r}}_2 - \ddot{\vec{r}}_1$) fica descrito pela seguinte equação diferencial.

$$\frac{d^2 \vec{r}}{dt^2} + \mu \frac{\vec{r}}{r^3} = 0 \quad (3.14)$$

onde $\mu = G(m_1 + m_2)$. Após uma transformação de variáveis, a solução da equação 3.14, que descreve o movimento de m_2 ao redor de m_1 , é dada por (MURRAY; DERMOTT, 1999):

$$r = \frac{p}{1 + e \cos(\theta - \varpi)} \quad (3.15)$$

onde e e ϖ são constantes de integração e $p = |\vec{h}|^2 / \mu$ e $\vec{h} = m \vec{r} \times \vec{v}$ é o momento angular de m_2 . A solução apresentada em 3.15 é a equação geral de uma cônica em coordenadas polares, onde e é a excentricidade da cônica e p é o parâmetro ou *semi-latus rectum*, mostrado na Figura 3.3(a).

As quatro possíveis cônicas são apresentadas na Tabela 3.2.1

Tabela 3.1 - Conjunto de Cônicas possíveis no Problema de Dois Corpos

Círculo	$e = 0$	$p = a$
Elipse	$0 < e < 1$	$p = a(1 - e^2)$
Parábola	$e = 1$	$p = 2q$
Hipérbole:	$e > 1$	$p = a(e^2 - 1)$

onde a é o semieixo maior da cônica. Para o caso especial da parábola, o valor de p é definido em função de q , que é a distância entre m_2 e m_1 no ponto de maior aproximação entre eles.

A Figura 3.3 mostra cada um dos elementos orbitais keplerianos, nomeados segundo a Tabela 3.2.1, e que caracterizam uma órbita de um corpo celeste.

Tabela 3.2 - Elementos Orbitais de um Corpo Celeste

Elemento	Nome
a	Semieixo maior
e	Excentricidade
i	Inclinação
ω	Argumento do pericentro
Ω	Ascensão reta do nodo ascendente
f	Anomalia verdadeira

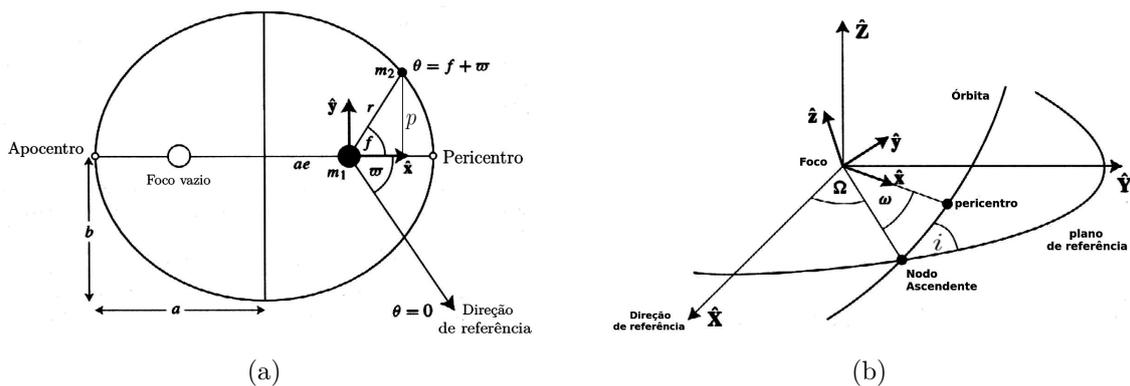


Figura 3.3 - Representação dos elementos orbitais Keplerianos no plano em (a) e no espaço em (b)

A idéia de transferência orbital, amplamente utilizada ao longo deste texto, corres-

ponde a uma mudança entre duas cônicas diferentes previstas pelo Problema de Dois Corpos.

3.2.2 Problema Circular Restrito de Três Corpos

Se dois corpos de massas m_1 e m_2 , movem-se em órbitas circulares e coplanares em torno de um centro de massa comum, e um terceiro corpo com massa negligenciável¹, move-se sob a ação dos campos gravitacionais de m_1 e de m_2 . Nesta situação, o problema de N-corpos é comumente chamado **Problema Circular Restrito de Três Corpos** (PR3C).

Este sistema é um caso particular do problema estudado por Poincaré (1889). Embora pareça simples, se observada a hierarquia de diversos sistemas em dinâmica orbital (ex. Terra-Lua-Satélite, Sol-planeta-satélite ou Sol-planeta-e uma partícula num anel planetário) é possível notar que o PR3C fornece, de maneira relativamente simples, uma boa aproximação para uma análise do comportamento de inúmeros sistemas (MURRAY; DERMOTT, 1999). O desenvolvimento apresentado aqui segue a metodologia apresentada em Murray e Dermott (1999), similar à Brouwer e Clemence (1961).

3.2.2.1 Equações do Movimento

Seja um conjunto de eixos (ξ, η, ζ) em um referencial inercial com origem no centro de massa do sistema, conforme mostra a figura 3.4. Seja ξ o eixo sobre a linha que une m_1 a m_2 , no instante $t = 0$, η é perpendicular a ξ no plano orbital das duas massas e ζ perpendicular ao plano $\xi - \eta$, ao longo do vetor momento angular. Neste referencial, as coordenadas das massas são dadas por (ξ_1, η_1, ζ_1) e (ξ_2, η_2, ζ_2) , respectivamente.

As duas massas têm separação constante e mesma velocidade angular ao redor do centro de massa. Adotando-se uma unidade de massa tal que $\mu = G(m_1 + m_2) = 1$. Se considerarmos que $m_1 > m_2$, então podemos definir

$$\bar{\mu} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} \quad (3.16)$$

E nesse sistema as massas são dadas por

¹Aqui entende-se por massa negligenciável uma massa tal que sua influência gravitacional não afeta os outros corpos do sistema.

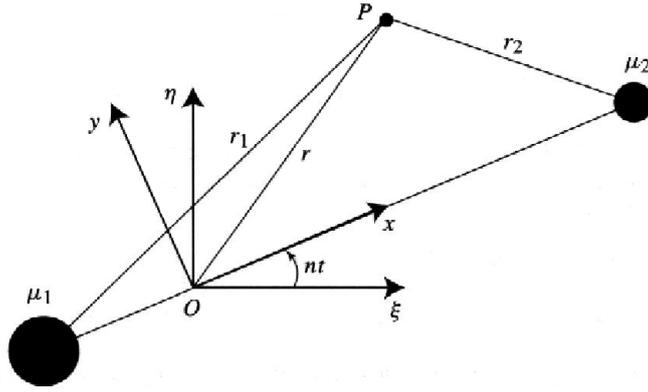


Figura 3.4 - Relação entre os sistemas de coordenadas sideral (ξ, η, ζ) e o sinódico (x, y, z) da partícula no ponto Problema Restrito dos Três Corpos. Os eixos ζ e z são perpendiculares ao plano da página. Adaptado de (MURRAY; DERMOTT, 1999)

$$\mu_1 = Gm_1 = 1 - \bar{\mu} \quad \text{e} \quad \mu_2 = Gm_2 = \bar{\mu} \quad (3.17)$$

onde $\bar{\mu} < 1/2$.

A unidade de medida espacial é escolhida de tal forma que a separação constante entre as massas é de uma unidade, conseqüentemente o movimento médio também é igual a 1.

Sejam (ξ, η, ζ) as coordenadas da partícula no sistema inercial (ou sideral). Portanto as equações do movimento da partícula são

$$\ddot{\xi} = \mu_1 \frac{\xi_1 - \xi}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\xi_2 - \xi}{r_2^3} \quad (3.18)$$

$$\ddot{\eta} = \mu_1 \frac{\eta_1 - \eta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\eta_2 - \eta}{r_2^3} \quad (3.19)$$

$$\ddot{\zeta} = \mu_1 \frac{\zeta_1 - \zeta}{r_1^3} + \mu_2 \frac{\zeta_2 - \zeta}{r_2^3} \quad (3.20)$$

Onde, da figura 3.4, temos que

$$r_1^2 = (\xi_1 - \xi)^2 + (\eta_1 - \eta)^2 + (\zeta_1 - \zeta)^2 \quad (3.21)$$

$$r_2^2 = (\xi_2 - \xi)^2 + (\eta_2 - \eta)^2 + (\zeta_2 - \zeta)^2 \quad (3.22)$$

Note que as equações (3.18), (3.19) e (3.20) também são aplicáveis para o problema geral de três corpos, desde que não seja assumida nenhuma restrição nas trajetórias das partículas.

A Figura 3.4 mostra, também, um novo sistema de referência, útil para a descrição do problema, com a mesma origem do sistema inercial, rotacionando com velocidade angular constante n . Os eixos coordenados são escolhidos de modo que a coordenada x esteja sempre sobre a linha que une as massas m_1 e m_2 . Neste sistema, as coordenadas de m_1 e de m_2 são respectivamente $(x_1, y_1, z_1) = (-\mu_2, 0, 0)$ e $(x_2, y_2, z_2) = (\mu_1, 0, 0)$. Consequentemente, da eq. 3.17 temos que

$$r_1^2 = (x + \mu_2)^2 + y^2 + z^2 \quad (3.23)$$

$$r_2^2 = (x - \mu_1)^2 + y^2 + z^2 \quad (3.24)$$

onde (x, y, z) são as coordenadas da partícula no referencial baricêntrico girante (ou sinódico). Este sistema de coordenadas relaciona-se com as coordenadas do sistema sideral através da rotação²

$$\begin{pmatrix} \xi \\ \eta \\ \zeta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Derivando cada um das componentes da eq. (3.25) com respeito ao tempo, obtêm-se uma relação entre as coordenadas de velocidade nos dois sistemas de referência, de modo que

$$\begin{pmatrix} \dot{\xi} \\ \dot{\eta} \\ \dot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x} - ny \\ \dot{y} + nx \\ \dot{z} \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

e as acelerações são obtidas derivando-se as equações (3.25) em relação ao tempo:

²Embora no nosso sistema de equações $n = 1$ o termo será mantido a fim de enfatizar que as variáveis estão relacionadas com movimentos acelerados.

$$\begin{pmatrix} \ddot{\xi} \\ \ddot{\eta} \\ \ddot{\zeta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos nt & -\sin nt & 0 \\ \sin nt & \cos nt & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x \\ \ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y \\ \ddot{z} \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Aqui, a mudança no sistema de coordenadas introduziu novos termos, onde $n\dot{x}$ e $n\dot{y}$ são conhecidos como aceleração de Coriolis e n^2x e n^2y são a aceleração centrífuga.

Substituindo as equações para ξ , η , ζ , $\ddot{\xi}$, $\ddot{\eta}$ e $\ddot{\zeta}$ em (3.18), (3.19) e (3.20), é possível manipular as equações do movimento de modo que ficam escritas como

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} - n^2x = \left[\mu_1 \frac{x + \mu_2}{r_1^3} + \mu_2 \frac{x - \mu_1}{r_2^3} \right] \quad (3.28)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} - n^2y = - \left[\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] y \quad (3.29)$$

$$\ddot{z} = - \left[\frac{\mu_1}{r_1^3} + \frac{\mu_2}{r_2^3} \right] z \quad (3.30)$$

As acelerações em cada uma dessas equações podem ser reescritas como o gradiente de uma função escalar U da qual, embora não seja um estritamente um potencial, é possível derivar as acelerações (todavia nem todas) que a partícula no referencial girante experimenta.

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = \frac{\partial U}{\partial x} \quad (3.31)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = \frac{\partial U}{\partial y} \quad (3.32)$$

$$\ddot{z} = \frac{\partial U}{\partial z} \quad (3.33)$$

De modo que

$$U(x, y, z) = \frac{n^2}{2}(x^2 + y^2) + \frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2} \quad (3.34)$$

3.2.2.2 Integral de Jacobi

A integração equações (3.31), (3.32) e (3.33) no tempo, permite escrever a seguinte relação

$$v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2 = 2U - C_J \quad (3.35)$$

onde

$$C_J = n^2(x^2 + y^2) + 2\left(\frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}\right) - \dot{x}^2 - \dot{y}^2 - \dot{z}^2 \quad (3.36)$$

é uma constante de integração, e o quadrado da velocidade da partícula no referencial sinódico

Esse resultado mostra que a quantidade $2U - v^2 = C_J$ é uma constante de movimento. Esta constante é conhecida como **Constante de Jacobi, ou Integral de Jacobi**.³

A medida da posição e da velocidade em cada referencial determina o valor de C_J associado ao movimento da partícula. A constante de Jacobi permite determinar regiões do espaço nas quais o movimento da partícula é permitido. Nas regiões onde a partícula possui velocidade zero temos $C_J = 2U$, ou similarmente

$$C_J = n^2(x^2 + y^2) + 2\left(\frac{\mu_1}{r_1} + \frac{\mu_2}{r_2}\right) \quad (3.37)$$

A eq. 3.37 define um conjunto de superfícies para valores particulares de C_J . Estas superfícies são conhecidas como **superfícies de velocidade zero**. A interseção dessas superfícies com o plano $x - y$ para valores específicos de C_J produz as **curvas de velocidade zero** conforme mostrado na Figura 3.5.

3.2.2.3 Pontos Lagrangianos de Equilíbrio

Tomando as equações 3.23 e 3.24, temos:

³É importante notar que C_J não é uma integral de energia uma vez que no problema restrito de três corpos nem o momento angular e nem a energia são conservados.

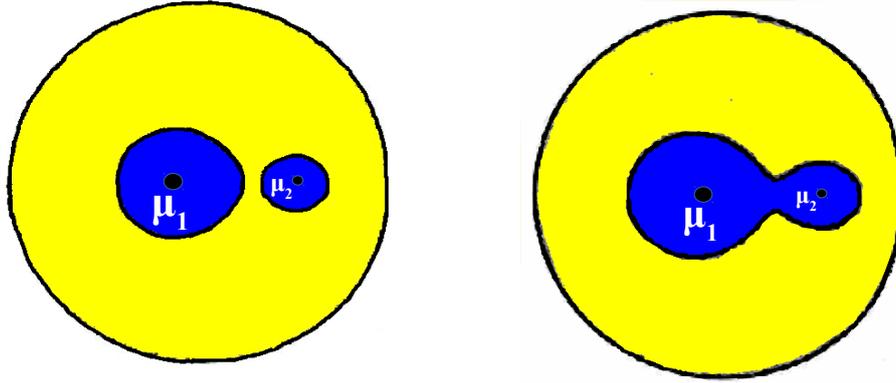


Figura 3.5 - Curvas de velocidade zero para $C_J = 3.9$ em (a) e $C_J = 3.7$ em (b). A área em azul mostra regiões onde o movimento da partícula é permitido. A área em amarelo representa a região proibida para o movimento da partícula. Adaptado de Murray e Dermott (1999).

$$\mu_1 r_1^2 + \mu_2 r_2^2 = x^2 + y^2 + \mu_1 \mu_2 \quad (3.38)$$

Conseqüentemente, a função potencial pode ser escrita como

$$U = \mu_1 \left(\frac{1}{r_1} + \frac{r_1^2}{2} \right) + \mu_2 \left(\frac{1}{r_2} + \frac{r_2^2}{2} \right) - \frac{1}{2} \mu_1 \mu_2 \quad (3.39)$$

A forma com que U está escrita na eq. 3.39, remove a dependência explícita de x e y , deixando-a apenas em função de r_1 e de r_2 , que, são quantidades sempre positivas.

Considerando que, para o movimento no plano xy , existam coordenadas nas quais uma partícula possa ser colocada com velocidade e aceleração nulas em relação à origem desse sistema de coordenadas e, neles, permaneça indefinidamente em repouso, então $\dot{x} = \dot{y} = 0$ e $\ddot{x} = \ddot{y} = 0$. Estes pontos são chamados pontos Lagrangianos de equilíbrio, e foram inicialmente descobertos pelos matemáticos Leonard Euler (EULER, 1767) e Joseph-Louis de Lagrange (LAGRANGE, 1772).

A localização de cada uma dessas coordenadas é obtida através da resolução simultânea das equações

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial x} = 0 \quad (3.40)$$

$$\frac{\partial U}{\partial y} = \frac{\partial U}{\partial r_1} \frac{\partial r_1}{\partial y} + \frac{\partial U}{\partial r_2} \frac{\partial r_2}{\partial y} = 0 \quad (3.41)$$

onde $U(r_1, r_2)$ é dado pela eq. 3.39. A solução das equações 3.40 e 3.41 fornece

$$\mu_1 \left(-\frac{1}{r_1^2} + r_1 \right) \frac{x + \mu_2}{r_1} + \mu_2 \left(-\frac{1}{r_2^2} + r_2 \right) \frac{x - \mu_1}{r_2} = 0 \quad (3.42)$$

$$\mu_1 \left(-\frac{1}{r_1^2} + r_1 \right) \frac{y}{r_1} + \mu_2 \left(-\frac{1}{r_2^2} + r_2 \right) \frac{y}{r_2} = 0 \quad (3.43)$$

A solução destas equações fornecem as cordenadas dos pontos Lagrangianos de equilíbrio, representados na Figura 3.6. A Tabela 3.3 mostra as coordenadas de cada um dos pontos de lagrangianos para este sistema.

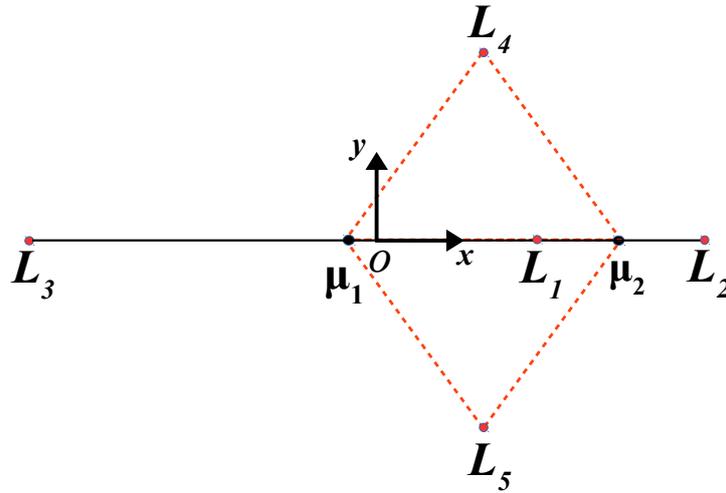


Figura 3.6 - Representação da localização dos pontos Lagrangianos de equilíbrio L_1 , L_2 , L_3 , L_4 e L_5 .

3.3 Órbitas Periódicas e Quase-Periódicas

De uma maneira geral, a trajetória de um objeto sujeito a ação da força gravitacional pode ser modelada por meio da equação

$$\ddot{\vec{r}} = f(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t) \quad (3.44)$$

Tabela 3.3 - Coordenadas dos pontos Lagrangianos de equilíbrio no sistema Terra-Lua (MURRAY; DERMOTT, 1999)

Ponto Lagrangiano de Equilíbrio	Coordenada x ($\times 384400km$)	Coordenada y ($\times 384400km$)
L1	0.836893	0.0
L2	1.155699	0.0
L3	-1.005064	0.0
L4	0.487845	0.866025
L5	0.487845	-0.866025

Fonte: (MURRAY; DERMOTT, 1999)

onde \vec{r} e $\dot{\vec{r}}$ são respectivamente a posição e a velocidade, μ é um parâmetro que depende das massas e t é o tempo. A solução $s(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t)$, da equação 3.44 será considerada **periódica** (ALLIGOOD et al., 1996) se existir um intervalo finito de tempo τ , denominado período, e um número inteiro n , para o qual

$$s(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t) = s(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t + n\tau) \quad (3.45)$$

Consequentemente, é possível definir uma frequência fundamental ω para esta órbita periódica, de modo que

$$\omega = \frac{2\pi}{\tau} \quad (3.46)$$

Uma órbita **quase-periódica** pode ser entendida como a composição de órbitas periódicas cujas frequências fundamentais são incomensuráveis⁴. Desta forma, a solução $s(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t)$ da equação do movimento assume a forma.

$$s(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t) = S(\vec{r}, \dot{\vec{r}}, \mu, t_1 + \tau_1, t_2 + \tau_2, \dots, t_N + \tau_N) \quad (3.47)$$

onde S é uma função periódica em cada uma das N variáveis independentes t_i , cada uma delas possuindo um período τ_i e, consequentemente, uma frequência $\omega_i = \frac{2\pi}{\tau_i}$.

⁴Duas frequências são ditas comensuráveis se a razão entre eles for um número racional. Frequências incomensuráveis definem um conjunto linearmente independente, tal que nenhuma frequência ω_i pode ser expressa como a combinação linear das demais $N - 1$ frequências.

Os conceitos de órbitas periódicas e quase-periódicas serão utilizados nas próximas seções e ao longo de todo este trabalho.

3.3.1 Família G

No relatório técnico *Periodic Orbits in the Restricted Three-Body Problem with Earth-Moon Masses* de R. R. Broucke (BROUCKE, 1968), foram analisadas numericamente 1811 órbitas, e classificadas em 10 diferentes famílias e 6 classes, basicamente de acordo com os seus centros (Terra, Lua e pontos de Lagrangianos de equilíbrio).

Dentre estas órbitas, 84 retrógradas ao redor de L1 foram agrupadas em um conjunto chamado Família G. Em um sistema de coordenadas cartesianas geocêntrico, as condições iniciais que produzem essas órbitas são do tipo

$$(X, Y, Z, V_x, V_y, V_z) = (X_0, 0, 0, 0, \dot{Y}_0, 0) \quad (3.48)$$

Em geral, as órbitas da Família G são sensíveis a pequenas variações nas condições iniciais, principalmente em relação à velocidade \dot{Y}_0 . Esta característica é explorada na maior parte deste trabalho e será discutida com maiores detalhes nos próximos capítulos. Essas órbitas estabelecem um caminho de ida-e-volta entre a Terra e a Lua, de modo que algumas delas passam centenas de quilômetros acima da superfície da Terra e entre 13 e 16 dias depois estas trajetórias passam próximo da superfície lunar (de MELO et al., 2007; de MELO et al., 2009).

As 84 órbitas agrupadas na Família G apresentam-se em diferentes tipos de evoluções básicas. As 69 primeiras são consideradas órbitas simples, as 15 últimas mostradas no trabalho possuem um *loop*. Na Figura 3.7, pode-se visualizar, quatro exemplos de órbita G, com suas respectivas condições iniciais.

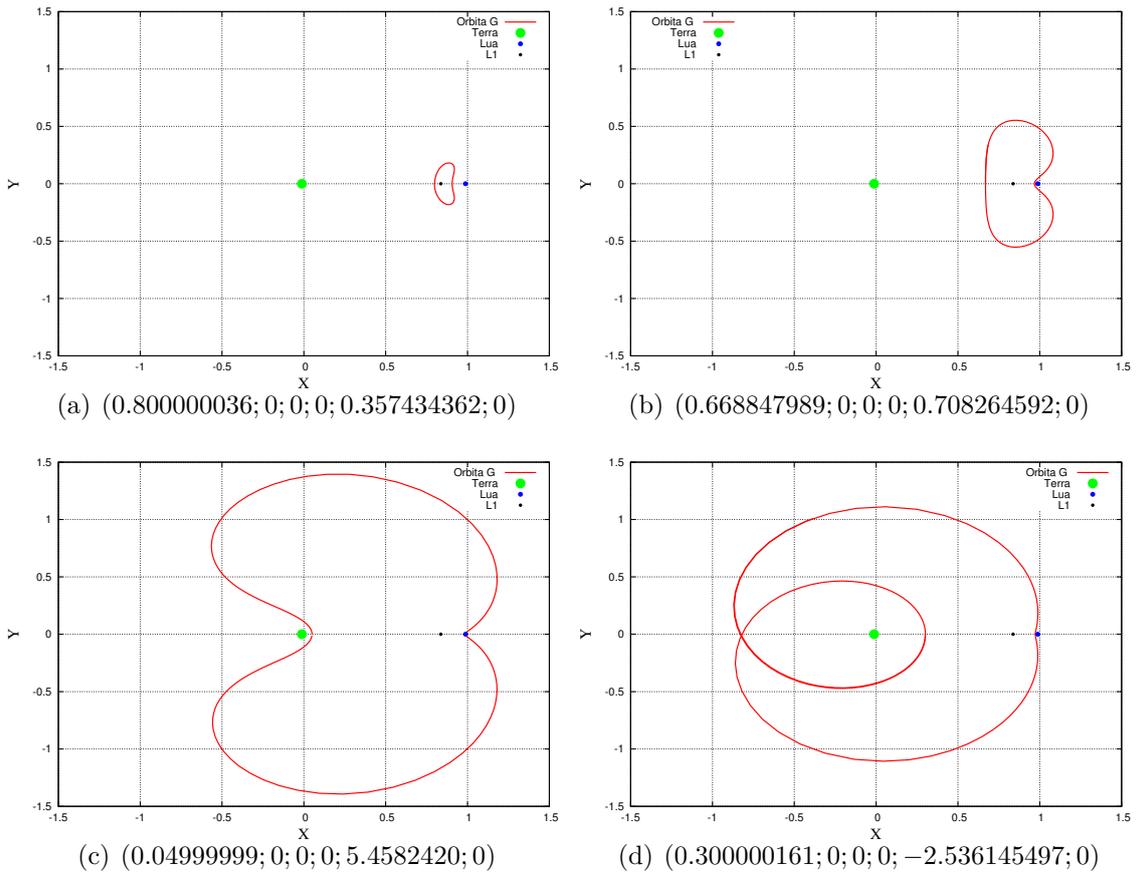


Figura 3.7 - Órbitas periódicas da Família G vistas no sistema de referência girante. Os eixos estão escalados em unidades de distância entre a Terra e a Lua (384400km) as condições iniciais de cada órbita estão expressas no formato $(X_0; Y_0; Z_0; \dot{X}_0; \dot{Y}_0; \dot{Z}_0)$

3.4 Manobra Assistida por Gravidade

Em astronáutica, uma manobra assistida por gravidade (também conhecida como manobra de *swing-by*) consiste no uso do campo gravitacional de um corpo celeste (planeta ou lua) para transferir energia para uma sonda, mudando sua velocidade e, conseqüentemente, sua trajetória. Os ganhos de energia promovidos pelo uso adequado desta técnica permitem uma economia de combustível considerável, o que torna viável a concepção de inúmeras missões de espaço profundo.

O conhecimento da dinâmica de encontros próximos (*swing-by*) teve seu início no século XIX com os estudos realizados por Laplace (LAPLACE, 1805). Estudos com aplicações em astronáutica, foram realizados posteriormente por diversos pesquisadores, com destaque para Lawden (1954), Minovitch (1961), Broucke (1988), Downling et al. (1990), Downling et al. (1991), que obtiveram resultados analíticos e

numéricos para os diversos efeitos do *swing-by* na trajetória de um objeto. Outros trabalhos, como Kaplan (1976) e Battin (1965) e Prado (2001) descrevem de modo mais didático os aspectos mais relevantes da dinâmica do *swing-by*.

Segundo a hipótese proposta por Broucke (1988), para um estudo preliminar, uma missão espacial pode ser dividida em várias etapas nas quais o modelo simples de dois corpos pode ser usado para modelagem. Considera-se um sistema composto por três corpos: M_1 , um corpo massivo no centro de um sistema de coordenadas cartesianas; M_2 ($M_2 < M_1$) em órbita kepleriana ao redor de M_1 e M_3 ($M_3 \ll M_1$ e $M_3 \ll M_2$) um veículo espacial com massa negligenciável ou uma partícula em órbita kepleriana ao redor de M_1 , no momento em que faz um encontro com M_2 .

A mudança na órbita de M_3 , após um encontro com M_2 , é comumente referenciada como manobra de *swing-by*, e por hipótese, as órbitas de M_1 e M_2 não se alteram. Na figura 3.8, é mostrada uma representação da manobra e algumas das variáveis envolvidas. \vec{V}_2 é a velocidade de M_2 em relação a M_1 , \vec{V}_∞^- e \vec{V}_∞^+ são os vetores velocidade de M_3 em relação a M_2 antes e depois do encontro, respectivamente. A menor distância alcançada por M_3 em relação a M_2 durante o encontro é chamada de r_p . Os ângulos envolvidos na manobra são: o ângulo de curvatura δ e o ângulo entre a linha do periapse e a linha que une M_1 a M_2 é chamado de Ψ .

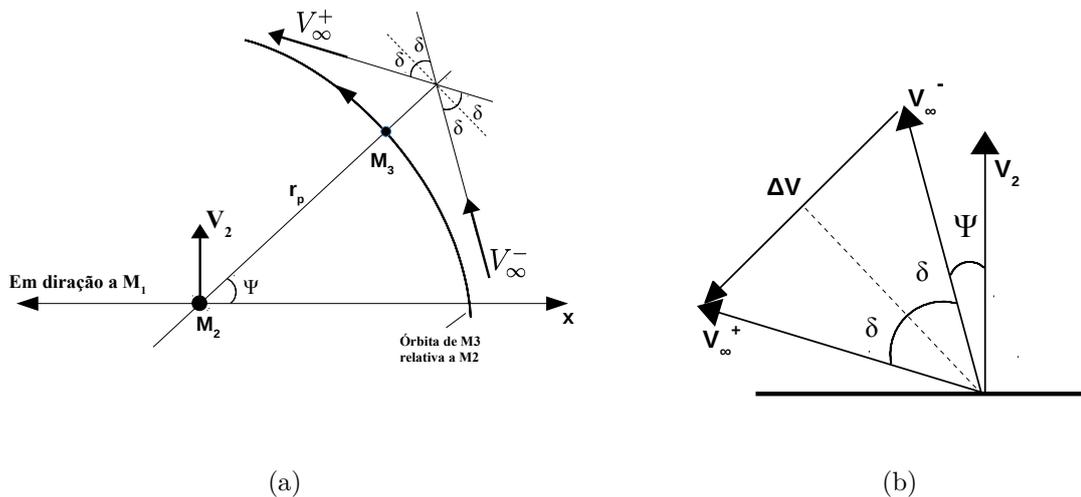


Figura 3.8 - Representação de uma manobra de *swing-by* entre M_3 e M_2 . (b) Diagrama de velocidades e variáveis angulares envolvidas na manobra. Adaptado de (PRADO, 2001)

Esta abordagem é dividida nas seguintes partes:

- Na primeira etapa, o efeito gravitacional de M_2 é desconsiderado, de modo que o movimento de M_3 ao redor de M_1 é considerado como uma órbita kepleriana.
- Na segunda etapa, quando M_3 entra na esfera de influência (EI) de M_2 com velocidade \vec{V}_∞^- . A EI (PERRET, 1981) de um dado corpo de massa M_2 , que está em órbita ao redor de outro corpo de massa maior M_1 , é a região interior a uma esfera de raio r_{EI} definida por

$$r_{EI} = a_1 \left[\frac{M_2}{M_1} \right]^{2/5} \quad (3.49)$$

O movimento de M_3 ao redor de M_2 é, em geral, hiperbólico no caso desta manobra. Nesta órbita M_3 é desviado por M_2 e sua velocidade (relativa a M_2 gira de um ângulo 2δ (ângulo de curvatura), mas mantém sua magnitude constante.

- Na terceira etapa, após ter cruzado a esfera de influência de M_2 , saindo com velocidade \vec{V}_∞^+ , M_3 estará novamente em órbita kepleriana ao redor de M_1 , e a manobra completa.

Este tipo de manobra tem aplicações diversas, tais como: o uso do planeta Vênus para construção de uma trajetória entre a Terra e Marte (SZEBEHELY, 1965), (HOLISTER W. M. PRUSSING, 1966), uso da Lua para gerar uma trajetória hiperbólica de escape da Terra (NOCK; UPHOFF, 1979). Ou mesmo a realização de sucessivos encontros com a Lua a fim de alcançar configurações espaciais apropriadas para naves ao redor da Terra para a realização de estudos geomagnéticos (FARQUHAR; DUNHAM, 1981).

A relevância das manobras assistidas pela gravidade pode ser notada no número de missões espaciais que foram lançadas, ou que estão programadas para voar, fazendo uso desta técnica. Missões multiplo-planetária também são consideradas derivadas da manobra assistida por gravidade e suas aplicações são bem conhecidas, por exemplo:

- A sonda **Marine-10** foi lançada pela NASA em 3 de novembro de 1973 com destino aos planetas Vênus e Mercúrio (DUNNE; BURGESS, 1978). Aloçada no programa espacial Marine, a sonda Marine-10 é considerada o

primeiro veículo a fazer uso do *swing-by* (com Vênus em 5 de fevereiro de 1974) para chegar até Mercúrio. A sonda realizou também encontros próximos com Mercúrio em 29/03/1974, 21/09/1974 e 16/03/1975. Os objetivos principais desta missão eram estudar as características atmosféricas e da superfície de Mercúrio (FONTE: <http://www.jpl.nasa.gov/>).

- **Pioneer 10 e 11** foram as primeiras sondas a visitar Júpiter (Pioneer 10 e 11) e Saturno (Pioneer 11). Atuaram como observadoras para as missões Voyager. Esses veículos foram capazes de colher informações que foram utilizadas posteriormente por outras missões. Os objetivos principais eram estudar as atmosferas dos dois planetas, seus campos magnéticos, luas e anéis. a Pioneer 10 realizou um encontro com Júpiter em dezembro de 1973 e, posteriormente, tornou-se o primeiro engenho humano a sair do Sistema Solar. As operações foram descontinuadas em 31 de março de 1997 devido a limitações de energia. A Pioneer 11 realizou encontros com Júpiter em dezembro de 1974 e com Saturno em setembro de 1979 (FONTE: <http://space.jpl.nasa.gov/msl/Programs/pioneer.html>).
- A **Voyager 1 e 2** foram uma sonda lançada pela NASA em 5 de setembro de 1977 e em 20 de Agosto de 1977, respectivamente, com o objetivo principal de estudar o Sistema Solar exterior. A missão se beneficiou do alinhamento favorável de Júpiter, Saturno e Urano e Netuno. Embora estivessem designadas para estudar principalmente Júpiter e Saturno, as sondas obtiveram imagens de Urano, de Netuno, bem como uma caracterização do Sistema Solar exterior, aumentando assim os conhecimento sobre o campo magnético do Sol e o fluxo de ventos solares nas bordas do Sistema Solar (KHOLHASE; PENZO, 1977).
- A sonda **Galileo** foi levada para uma órbita terrestre pelo ônibus espacial Atlantis e lançada ao espaço em 18 de outubro de 1989. Com o objetivo de estudar Júpiter e suas luas, a missão fez uso de manobras assistidas por gravidade com Terra e Vênus para ganhar energia suficiente e alcançar Júpiter.
- A sonda **Ulisses** (CARVELL, 1985) é uma missão gerenciada pela NASA e pela ESA para observar os pólos do Sol. A missão fez uso da influência gravitacional de Júpiter para alterar a inclinação da órbita inicial de modo a ter um plano orbital perpendicular ao plano da eclíptica.
- Em 24 de janeiro de 1990, a antiga Agência Espacial Japonesa (ISAS)

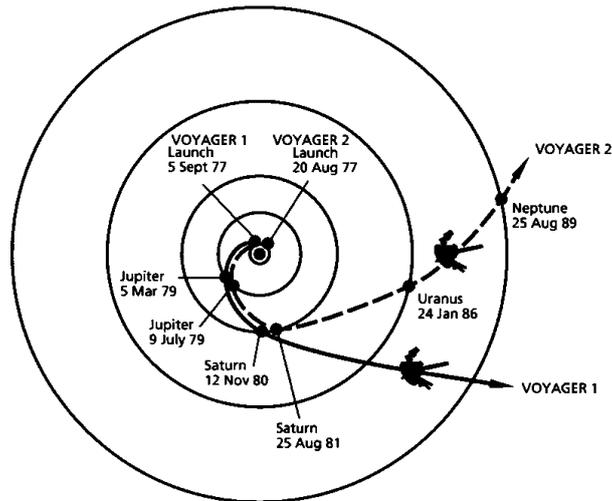


Figura 3.9 - Trajetórias das sondas Voyager 1 e 2. (D'ALMARIO et al., 1979)

lançou a sonda **Hiten** (inicialmente nomeada MUSES-A) cujos principais objetivos eram de testar técnicas de navegação e lançar o micro-satélite Harogomo para que em órbita lunar, coletasse e enviase dados térmicos de volta para a sonda por meio de uma antena. Em 5 de agosto de 1990 a sonda realizou um encontro com a Lua e uma posterior captura lunar em 19 de dezembro de 1990 (BELBRUNO,) (BELBRUNO, 1990) (UESUGI, 2003).

- **New Horizons** é uma missão espacial da NASA cujo o propósito era estudar o cinturão de Kuiper, Plutão e as suas luas (STERN, 2008). Lançada em 19 de janeiro de 2006, a atingiu seu ponto mais próximo de Júpiter em 28 de Fevereiro de 2007, quando a influência gravitacional do planeta produziu um aumento de velocidade de aproximadamente 4 km/s, em relação ao Sol (FONTE: http://www.nasa.gov/mission_pages/newhorizons/news/jupiter_flyby).

4 ALTERAÇÃO DA ÓRBITA DEVIDO A UM ENCONTRO COM A LUA

Neste capítulo, apresenta-se um estudo semianalítico sobre as variações nos elementos orbitais geocêntricos (semieixo maior e excentricidade) de sondas devido a encontros com a Lua. Esse estudo servirá como uma análise preliminar dos ganhos de energia possíveis com uma única passagem pela vizinhança da Lua, e de quais condições iniciais, em termos de elementos orbitais relativos à Terra, que promovem um escape do sistema Terra-Lua. O conhecimento adquirido nesta etapa será utilizado para as implementações feitas nos capítulos posteriores. A metodologia adotada para este estudo é semelhante a que foi descrita em [Broucke \(1968\)](#), [Prado \(2001\)](#) e [Araujo \(2011\)](#).

Conforme mencionado na seção 3.4, a passagem pela esfera de influência de um corpo M_2 , provoca alterações na trajetória inicial de M_3 , em relação ao corpo central M_1 . De acordo com a Figura 3.8, é possível perceber que a variação provocada na velocidade, em relação à M_1 , é dada por:

$$\Delta V = 2V_\infty \sin \delta \quad (4.1)$$

As variações na magnitude do momento angular, \mathbf{C} , e na energia específica de dois corpos $E = \frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r}$, da sonda, ambas em relação à Terra, são dadas, respectivamente, por:

$$\Delta C = -\frac{2V_2V_\infty \sin \delta \sin \Psi}{\omega} \quad (4.2)$$

$$\Delta E = -2V_2V_\infty \sin \delta \sin \Psi = \omega \Delta C \quad (4.3)$$

Uma vez que, na equação (4.3), V_2 é a velocidades da Lua relativa à Terra e V_∞ representa o módulo fda velocidade da sonda em relação à Lua, e estas são quantidades positivas. O valor de $\sin \delta$ também é positivo, posto que $0^\circ < \delta < 90^\circ$, portanto, o único parametro responsável pela mudança no sinal da energia é o termo $\sin \Psi$, de tal modo que:

- Para $0^\circ < \Psi < 180^\circ$, o swing-by ocorre na frente de M_2 , na direção da

velocidade \vec{V}_2 , (ou seja, no primeiro ou segundo quadrante do sistema de coordenadas cartesianas centrado em M_2) e a energia de M_3 é reduzida. A máxima perda de energia ocorre em $\Psi = 90^\circ$.

- Para $180^\circ < \Psi < 360^\circ$, o *swing-by* ocorre atrás de M_2 (ou seja, no terceiro ou quarto quadrante do sistema de coordenadas cartesianas centrado em M_2) e a energia de M_3 aumenta. O ganho máximo de energia ocorre para $\Psi = 270^\circ$.

Nossa análise consiste em calcular a variação na energia de dois corpos (Terra-sonda), quando a sonda (M_3), inicialmente em órbita kepleriana ao redor da Terra (M_1), entra na esfera de influência da Lua (M_2), realizando assim uma manobra de *swing-by*. De maneira mais específica, a passagem adequada pela esfera de influência lunar pode provocar um aumento na energia da sonda em relação à Terra, de modo a torná-la positiva, e assim, gerar uma trajetória de escape do sistema Terra-Lua.

4.1 Cálculo das Variáveis Envolvidas no Swing-by

Nesta seção, são mostrados os cálculos dos principais parâmetros relacionados à manobra de *swing-by* entre uma sonda e a Lua. Seguindo o mesmo procedimento adotado por Broucke (1968), Prado (2001) e Araujo (2011). O aumento da energia específica, relativa à Terra, que pode ser estimado através da Eq. 4.3, é também observado em situações nas quais a dinâmica é descrita pelo Problema Restrito dos Três corpos Terra-Lua-sonda, por exemplo. A Figura 4.1 mostra um exemplo de trajetória de escape neste cenário.

A trajetória da Figura 4.1 é derivada de uma órbita periódica da família G, e a variação de energia em relação à Terra devida ao *swing-by* pode ser estimada considerando-se as equações 4.1 e 4.3. Neste exemplo, a sonda parte da vizinhança da Terra, e aproximadamente 14 dias depois, realiza uma passagem pela Lua, aumentando sua energia de dois corpos relativa à Terra o suficiente para que esta torne-se positiva, caracterizando, portanto, um escape do sistema Terra-Lua.

Conforme mencionado anteriormente, o objetivo desta etapa é procurar por condições iniciais do tipo $(a_0, e_0, i_0, \omega_0, \Omega_0, \tau_0)$, onde a_0 e e_0 são o semieixo maior inicial e a excentricidade inicial, relativos à Terra, que promovem uma passagem pela vizinhança da Lua. Os demais elementos orbitais geocêntricos considerados aqui são: inclinação $i_0 = 0^\circ$, longitude do nodo ascendente $\Omega_0 = 0^\circ$, argumento do pericentro $\omega_0 = 180^\circ$ e tempo de passagem pelo pericentro $\tau_0 = 0$ s. Por simplicidade, como

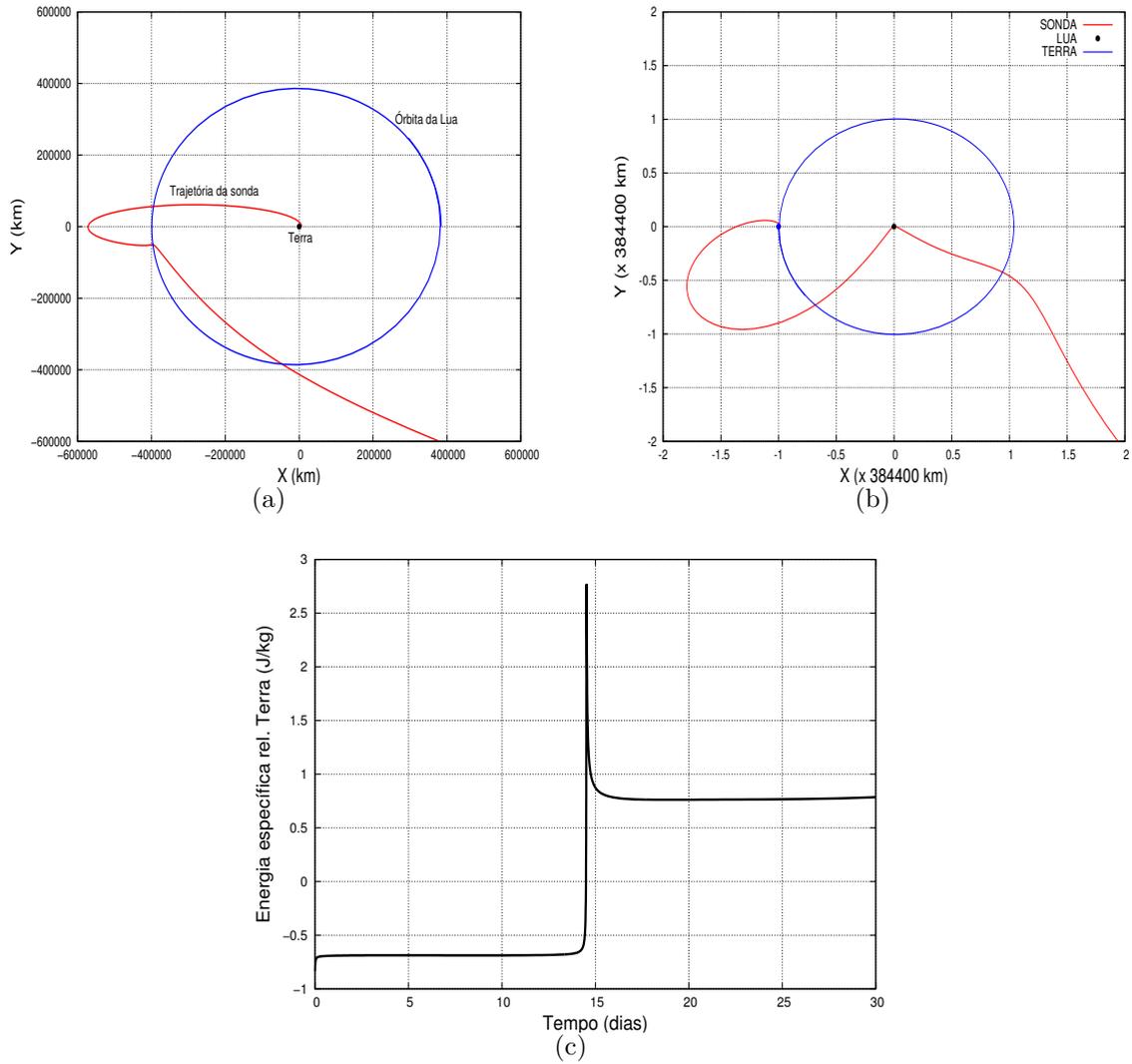


Figura 4.1 - Trajetória de escape após um *swing-by* com a Lua, vista no referencial geocêntrico em (a), em (b) no referencial lunicêntrico. Em (c) é mostrada a variação temporal da energia de dois corpos da sonda em relação à Terra.

$i_0, \omega_0, \Omega_0, \tau_0$ por hipótese, não variam, escreveremos apenas, (a_0, e_0) como referência às condições iniciais.

A Figura 4.2 mostra a representação de uma órbita inicial geocêntrica, tangente a uma órbita inicial circular ao redor da Terra. No momento do lançamento, é necessária a aplicação de um incremento de velocidade $\Delta \vec{V}$ para inserir a sonda numa trajetória que promova, transcorrido um dado intervalo de tempo, um encontro próximo com a Lua.

No sistema considerado aqui, $\mu_1 = GM_1 = 398479.14 \text{ km}^3\text{s}^{-2}$ e $\mu_2 = GM_2 =$

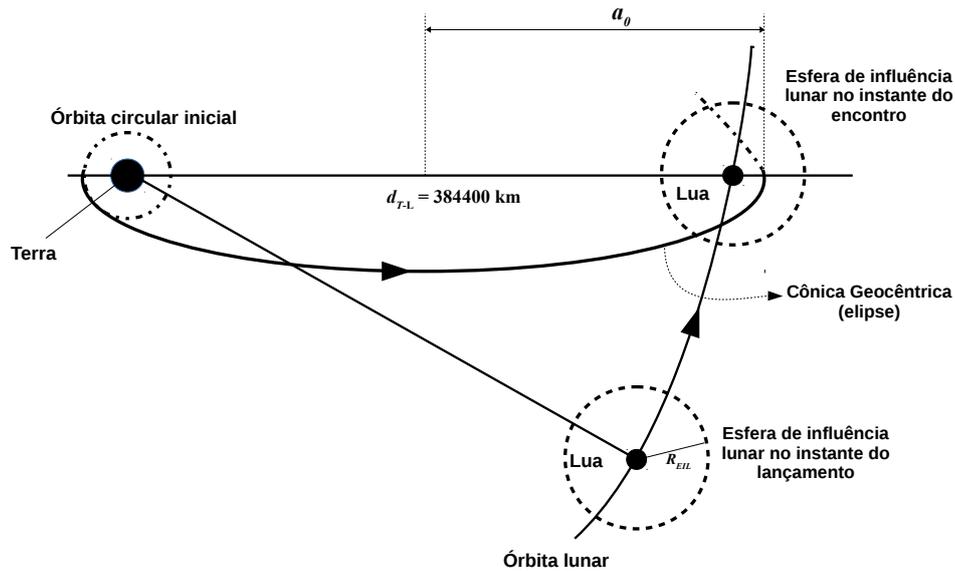


Figura 4.2 - Representação de uma órbita geocêntrica com semi-eixo maior a_0 passando através da esfera de influência lunar

44888.44 km³s⁻² sendo $G = 6.67 \times 10^{-20}$ kg km³s⁻².

Da geometria mostrada na Figura 3.8(b) o ângulo de curvatura pode ser dado por:

$$\text{sen } \delta = \left[1 + \frac{r_p V_\infty^2}{\mu_2} \right]^{-1} \quad (4.4)$$

Conseqüentemente, a variação na magnitude da velocidade é dada por

$$\Delta V = \frac{2V_\infty}{1 + \frac{r_p V_\infty^2}{Gm_2}} \quad (4.5)$$

Assim, o máximo valor para ΔV é obtido quando

$$\frac{\partial}{\partial (V_\infty)} \Delta V = 0 \quad (4.6)$$

para um determinado valor constante de r_p .

Aplicando esta condição, é possível encontrar um valor máximo para V_∞ , correspon-

dente à velocidade de um objeto em órbita circular, de raio r_p , ao redor da Lua, isto é,

$$V_{\infty}|_{MAX} = \sqrt{\frac{\mu_2}{r_p}} \quad (4.7)$$

Nosso objetivo aqui é também procurar pela máxima variação de energia específica possível, portanto, o resultado (4.7) deve ser considerado em (4.4) e em (4.5). Desta forma, a eq. (4.3) pode ser re-escrita como

$$\Delta E|_{MAX} = -V_2 \left(V_{\infty}|_{MAX} \right) \text{sen } \Psi = -V_2 \left(\sqrt{\frac{\mu_2}{r_p}} \right) \text{sen } \Psi \quad (4.8)$$

Com base na eq. 4.8, é possível notar que o valor máximo para ΔE ($\Delta E|_{MAX} = 5199$ J/kg) será obtido para o menor valor de r_p ($r_p|_{MIN} = 1738$ km), o que corresponde ao raio equatorial médio da Lua.

Para aplicações em missões espaciais, o conjunto de condições iniciais que promove o escape, deve levar em consideração uma altitude de segurança h_S , em relação à superfície lunar, por conseguinte devemos considerar $r_p = 1738 \text{ km} + h_S$. Nesse estudo, consideramos $V_2 = 1.023$ km/s (assumindo órbita circular da Lua ao redor da Terra), $w = 2.663811 \times 10^{-6}$ como a velocidade angular da Lua ao redor do centro de massa do sistema Terra-Lua e diferentes altitudes de segurança: $h_S = 100$ km, 500km, 1000 km, 3000 km, 5000 km e 10000 km, a fim de mostrar ΔE varia em função de $V_{\infty}|_{MAX}$ na Figura 4.3.

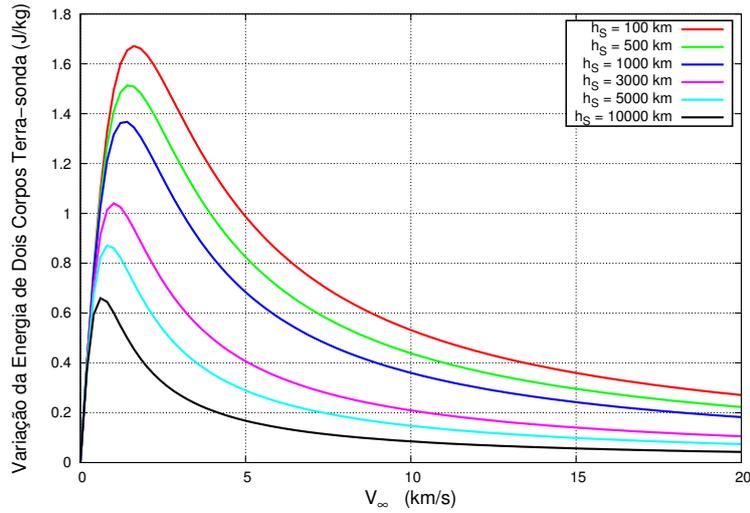


Figura 4.3 - Variação da energia, para diferentes altitudes de aproximação, como função da velocidade de entrada na esfera de influência da Lua

Na Figura 4.3 é possível verificar que os menores valores de r_p (h_S) estão relacionados às maiores variações na velocidade, e, conseqüentemente, aos maiores ganhos de energia.

Considerando que a energia específica de dois corpos e o momento angular final da sonda, após o *swing-by*, relativas à Terra são, respectivamente, $E_f = E_0 + \Delta E$ e $C = C_0 + \Delta C$, onde $E_0 = -\mu_1/2a_0$ é o valor da energia de dois corpos inicial e $C_0 = \sqrt{\mu_1 a_0 (1 - e_0^2)}$ é o momento angular inicial, ambos antes da passagem pela esfera de influência da Lua. As variações na energia, ΔE , e na magnitude do momento angular, ΔC , são dadas pelas eq. (4.3) e (4.2), respectivamente. Desta maneira, os valores finais de semieixo maior e de excentricidade após o *swing-by* são calculados por

$$a_f = -\frac{\mu_1}{2\Delta E - \frac{\mu_1}{a_0}} \quad (4.9)$$

e

$$e_f = \sqrt{1 + \frac{2(C_0 + \Delta C)^2 \left[\Delta E - \frac{\mu_1}{a_0} \right]}{\mu_1^2}} \quad (4.10)$$

4.2 Efeito de um Encontro com a Lua

Conforme mencionado anteriormente, esta seção analisa os efeitos de um único encontro de um veículo espacial com a Lua. Para isto, foi definido um conjunto de condições iniciais $(a, e, i, \omega, \Omega, \tau) = (a_0, e_0, 0, 180^\circ, 0, 0)$, definidos em termos dos elementos orbitais relativos à Terra, tomados no instante de partida da órbita circular inicial ao redor da Terra. Estes elementos orbitais são considerados constantes até o instante em que a sonda entra na esfera de influência lunar.

Estes elementos orbitais formam uma grade de condições iniciais em termos de (a_0, e_0) . Para cada um destes conjuntos de elementos orbitais foi calculada a configuração orbital osculadora final após o *swing-by* com a Lua (i. e. após a saída da esfera de influência da Lua), tal que

- Foram tomados 300 valores de semieixo maior a_0 dentro do intervalo $d_{TL} - 1.5R_{EIL} \leq a_0 \leq d_{TL} + 1.5R_{EIL}$ ¹.
- Para cada valor de a_0 foram considerados 100 valores de excentricidade inicial e_0 igualmente distribuídos no intervalo compreendido entre $e_i = 0.0$ e $e_f = 0.99$.

Nas Figuras (4.4), (4.5) e (4.6), mostram-se, respectivamente, os diagramas de variação da energia de dois corpos relativa à Terra, de semieixo maior final, de excentricidade final obtido para cada par de condições iniciais (a_0, e_0) . Os diagramas mostrados a seguir referem-se a seis diferentes valores de altitude de segurança: $h_s = 100$ km, $h_s = 500$ km, $h_s = 1000$ km, $h_s = 3000$ km, $h_s = 5000$ km e $h_s = 10000$ km.

¹ $d_{TL} = 384400$ km corresponde à distância média entre a Terra e a Lua. $R_{EIL} = 66181$ km é o raio da esfera de influência lunar.

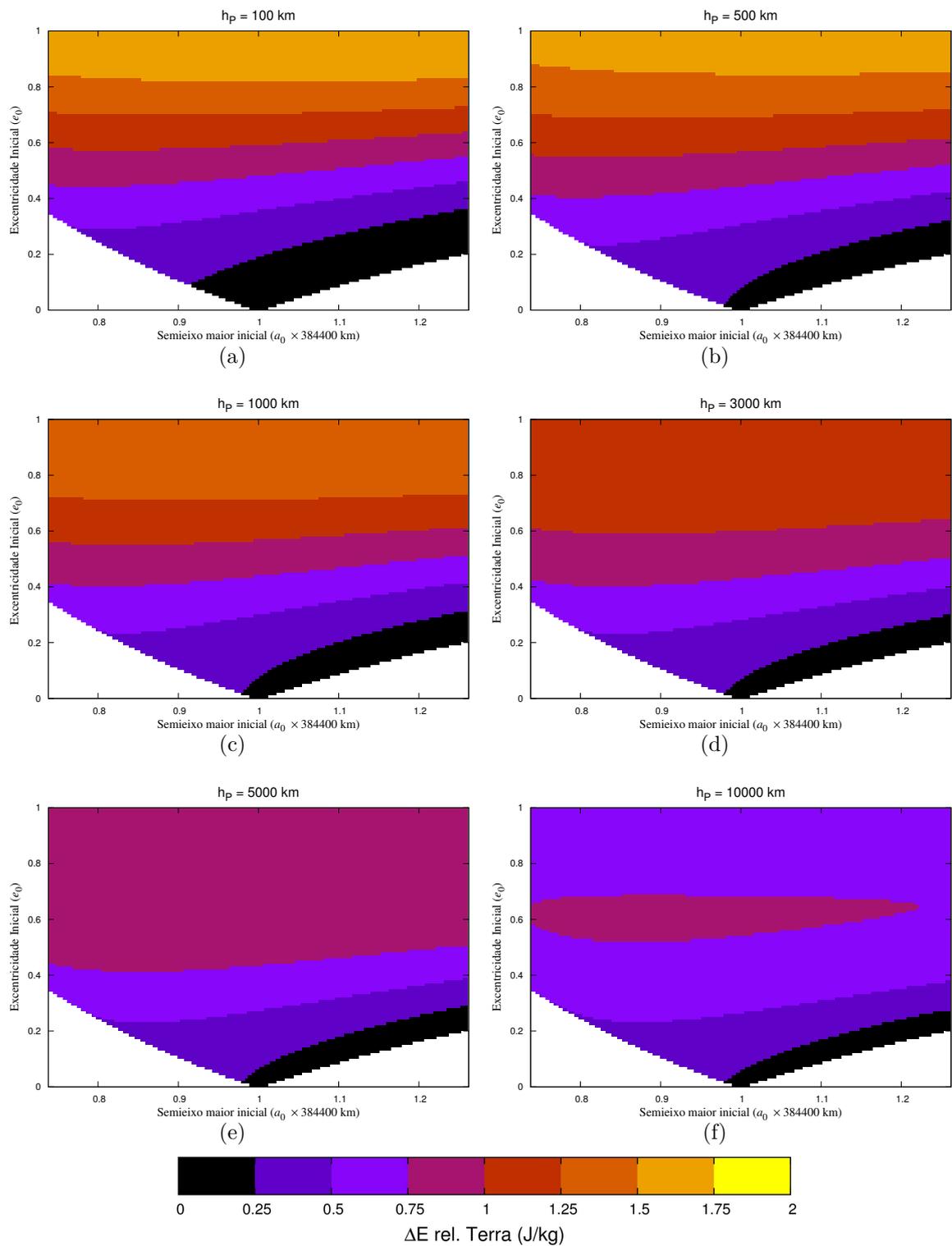


Figura 4.4 - Diagrama de variação na energia de dois corpos ΔE , relativa à Terra, devido a um *swing-by* com a Lua, em função de (a_0, e_0) relativos à Terra, para diferentes altitudes h_S . A escala de cor, em (g), mostra o valor de ΔE correspondente.

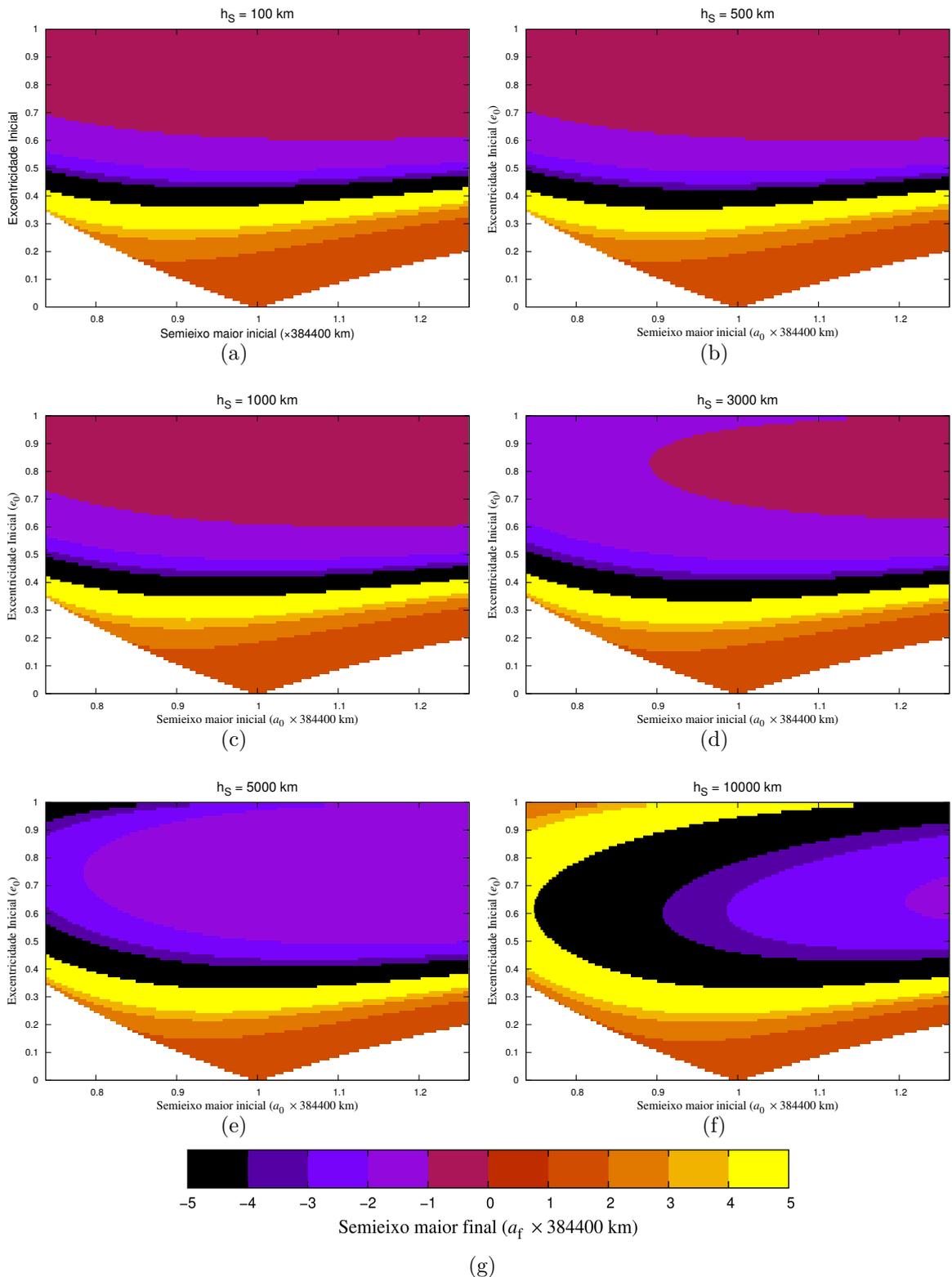


Figura 4.5 - Diagrama de semieixo maior final, relativo à terra, devido a um *swing-by* com a Lua, em função de (a_0, e_0) relativos à Terra, para diferentes altitudes h_S . A escala de cor, em (g), mostra o valor de a_f correspondente.

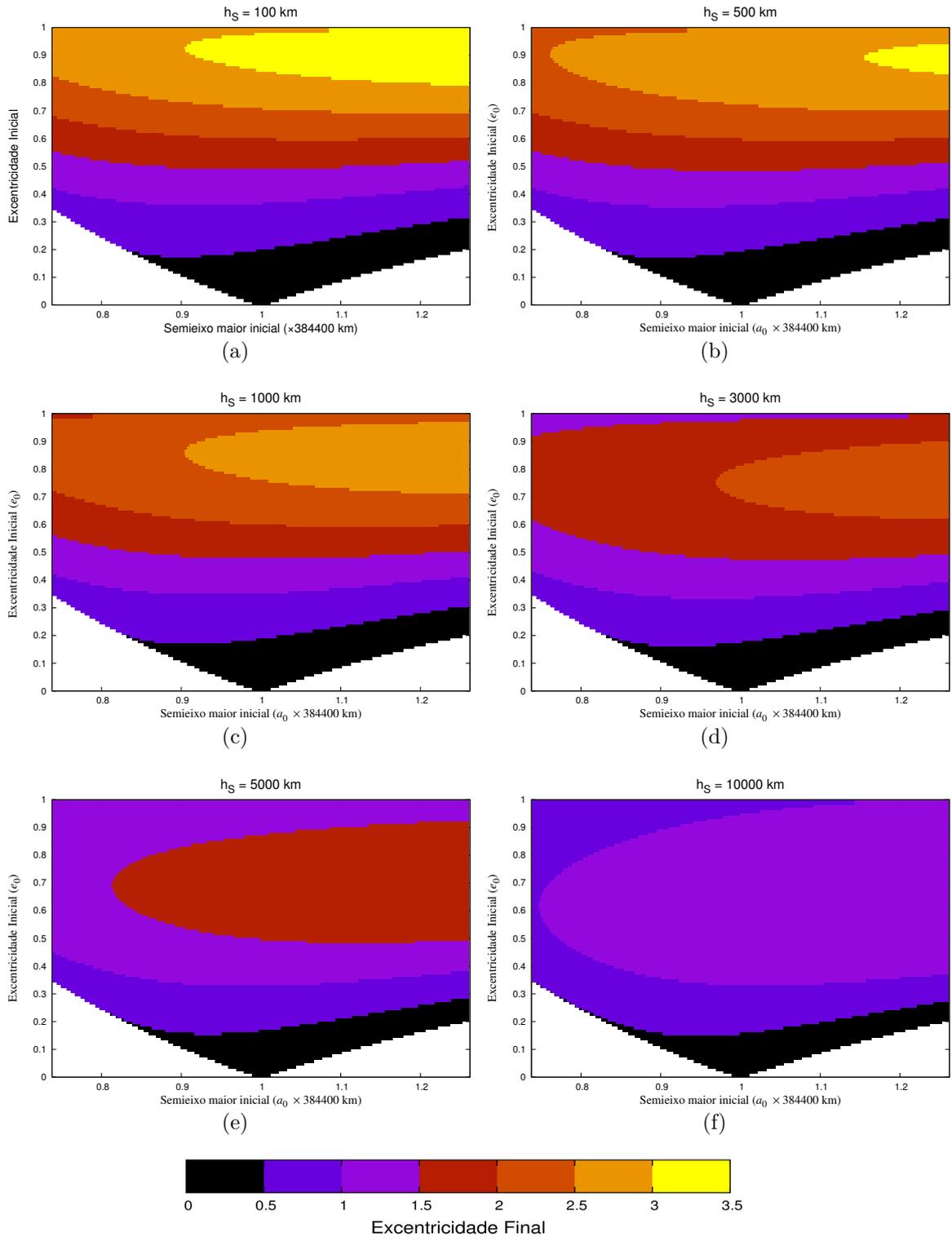


Figura 4.6 - Excentricidade final e_f relativa à Terra, devido a um *swing-by* com a Lua, em função de (a_0, e_0) relativos à Terra, para diferentes altitudes de aproximação h_s . A escala de cor, em (g), mostra o valor de excentricidade final e_f , relativa à Terra, correspondente.

4.3 Análise dos Resultados

Os resultados obtidos neste estudo analítico evidenciam a viabilidade do uso da influência gravitacional da Lua para produzir trajetórias de escape. Nos diagramas 4.5 existe uma região bem definida de condições iniciais, acima da linha que divide as faixas amarelas e pretas, que produzem trajetórias de escape do sistema Terra-Lua. Assim, escapes pode ocorrer para qualquer valor de a_0 no intervalo considerado, mas apenas para valores de e_0 acima desta linha. A Figura 4.7 mostra novamente este diagrama para a altitude $h_S = 100$ km.

Em geral, também é possível concluir que quanto mais acima desta linha, maior é o ganho de energia em relação à Terra, ΔE . Estas características podem ser observadas em todos os diagramas.

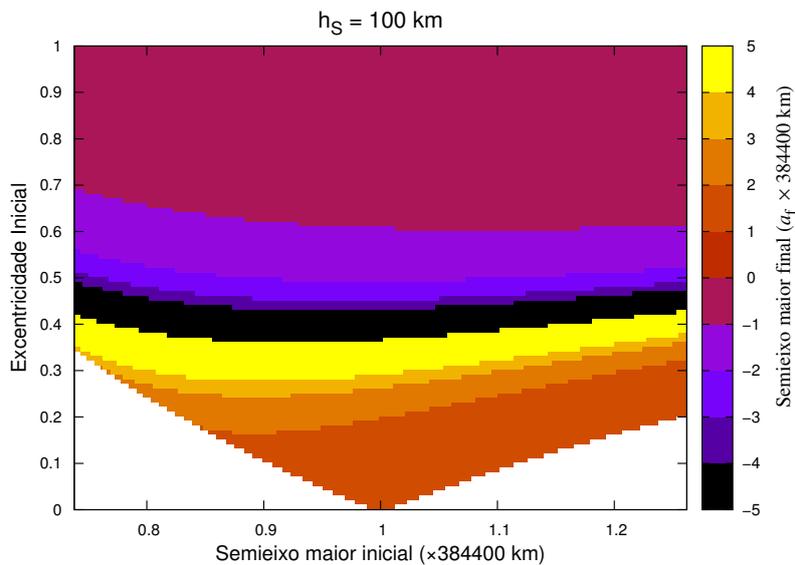


Figura 4.7 - Diagrama de semieixo maior final a_f devido a um *swing-by* com a Lua, em função de (a_0, e_0) relativos à Terra, para uma altitude de aproximação $h_s = 100$ km.

Todavia, como previsto na seção anterior, observa-se também que as maiores variações de energia em relação à Terra ocorrem para o menores valores de h_S (ou r_p).

Assim como nos diagramas mostrados na Figura 4.5, nas Figuras 4.6 é possível notar uma gama de condições iniciais que produzem órbitas osculadoras hiberbólicas em relação à Terra, isto é, com valor de excentricidade final $e_f > 1$. Aqui também, os

escapes com maior valor de excentricidade final em relação à Terra ocorrem para os casos nos quais a altitude h_S é menor.

Uma análise combinada dos diagramas 4.5 e 4.6 sugere quais são as condições iniciais que promovem o escape mais adequado para cada tipo de missão. A combinação dos diagramas 4.5(a) e 4.6(a), por exemplo, indica que as condições de escape após o *swing-by* obtidas para $a_0 = 1.25d_{E-M}$ (ou 480500 km) e $e_0 = 0.98$, correspondem a uma órbita final hipérbólica com excentricidade final $e_f \approx 3.5$.

As regiões em branco nestas figuras representam o conjunto de condições iniciais $(a_0, e_0, 0, \omega_0 = 180^\circ, 0, 0)$ para as quais o encontro entre o veículo e a Lua não foi possível. A região no canto inferior esquerdo representa os casos em que a distância de apogeo, r_{A0} , é interna à órbita lunar ($r_{A0} < d_{E-M} - R_{EIL}$). A região no canto inferior direito representa as condições iniciais para as quais a trajetória da sonda não intercepta a esfera de influência da Lua.

Uma vez que boa parte das condições iniciais estudadas aqui promove escape, a passagem adequada pela vizinhança da Lua é um meio viável de economia de combustível para trajetórias que visam superar a velocidade de escape. Embora exista um conjunto de condições iniciais (regiões mais escuras nas Figuras 4.6) que não promovem escape direto após um único encontro com a Lua, estas condições podem ser aproveitadas para transferências orbitais entre órbitas elípticas diferentes, mesmo que ainda ligadas à Terra.

5 TRAJETÓRIAS DE ESCAPE

Em 2 de janeiro de 1959, a antiga URSS lançou a Lunik-1 (Figura 5.1), considerada a primeira sonda lunar. A sonda, que foi lançada pelo foguete Semiorka, não tinha motores, e o impulso necessário para colocá-la em órbita lunar foi dado pelo terceiro estágio do foguete. Ainda no mesmo dia de lançamento, a Lunik-1 tornou-se o primeiro engenho humano a atingir a velocidade de escape da Terra.

O objetivo da missão era promover uma colisão com a Lua, porém, devido a atrasos na ignição dos propulsores, a sonda passou a 5995 km da superfície lunar. Todavia, no intercurso, ela forneceu informações valiosas sobre o meio entre a Terra e a Lua. Atualmente, a sonda está em órbita ao redor do Sol, entre as órbitas de Terra e Marte.

Embora não tivesse sido planejada para produzir um escape, a missão Lunik-1 pode ser considerada como um caso real de trajetória de escape produzida a partir de um *swing-by* com a Lua. Trajetórias produzidas após uma passagem pela Lua serão estudadas nesta seção.

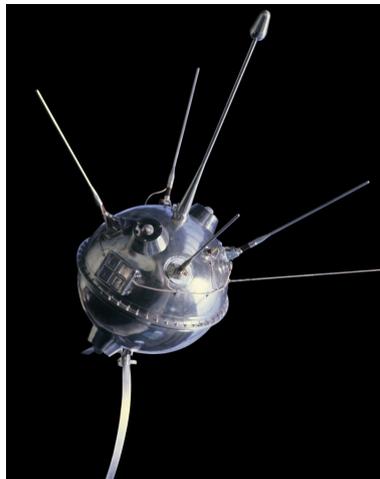


Figura 5.1 - Sonda espacial Lunik-1

5.1 Órbitas G e trajetórias de escape

Conforme mencionado na seção 3.3, as órbitas periódicas da família G partem de órbitas ao redor da Terra e passam próximas à Lua após um determinado intervalo de tempo. A existência desse tipo de trajetória viabiliza a busca de condições iniciais (\vec{r}_0 e $\dot{\vec{r}}_0$) que, partindo de uma órbita circular ao redor da Terra, promovam um encontro

próximo adequado com a Lua e ganho de energia suficiente para a ocorrência de escape.

Conforme explorado em de MELO et al. (2007), de MELO et al. (2009) é possível, partindo de uma órbita circular inicial ao redor da Terra, inserir, através de um incremento de velocidade ($\Delta\vec{V}_1$) adequado, a sonda em uma trajetória que realize uma passagem próxima da Lua. Por serem órbitas sensíveis a pequenas perturbações, uma órbita periódica da Família G pode apresentar grande sensibilidade à pequenas variações nas condições iniciais. Esta característica, quando vista sob o cenário do problema dos quatro corpos (Sol, Terra, Lua e veículo espacial), será explorada de maneira adequada para produzir trajetórias de escape do sistema Terra-Lua.

As condições iniciais $(X_0, Y_0, Z_0, \dot{X}_0, \dot{Y}_0, \dot{Z}_0)$, estimados a partir das órbitas da Família G e definidas em um sistema de coordenadas cartesianas geocêntrico (X, Y, Z) , que promovem um encontro próximo com a Lua são dadas por

$$\begin{aligned}
 X_0 &= R_T + h_0 \\
 Y_0 &= 0 \\
 Z_0 &= 0 \\
 \dot{X}_0 &= 0 \\
 \dot{Y}_0 &= V_0 + \Delta V_1 \\
 \dot{Z}_0 &= 0
 \end{aligned} \tag{5.1}$$

onde $R_T = 6370$ km é o raio equatorial médio da Terra, V_0 and h_0 são respectivamente a velocidade e a altitude inicial na órbita circular ao redor da Terra, ΔV é o incremento de velocidade necessário para inserir o veículo espacial numa trajetória derivada de uma órbita da Família G que realizará um *swing-by* com a Lua.

As trajetórias G requerem que Terra, Sonda e Lua estão alinhados, necessariamente nesta ordem. O número de vezes em que esse alinhamento ocorre em cada dia define o número de janelas de lançamento possíveis, N_J .

A Figura 5.2 mostra a representação deste tipo de situação. Essa trajetória será nomeada ao longo do texto de **Trajatória G**, ou simplesmente **TG**. Ela corresponde a uma trajetória de escape iniciada em uma órbita circular ao redor da Terra, derivada de uma órbita periódica da Família G, e que promove um escape após um

encontro próximo com a Lua. As trajetórias desse tipo que promovem escape do sistema Terra-Lua, após um único *swing-by*, serão chamadas de **Trajétória G de Escape Direto (TGE)**

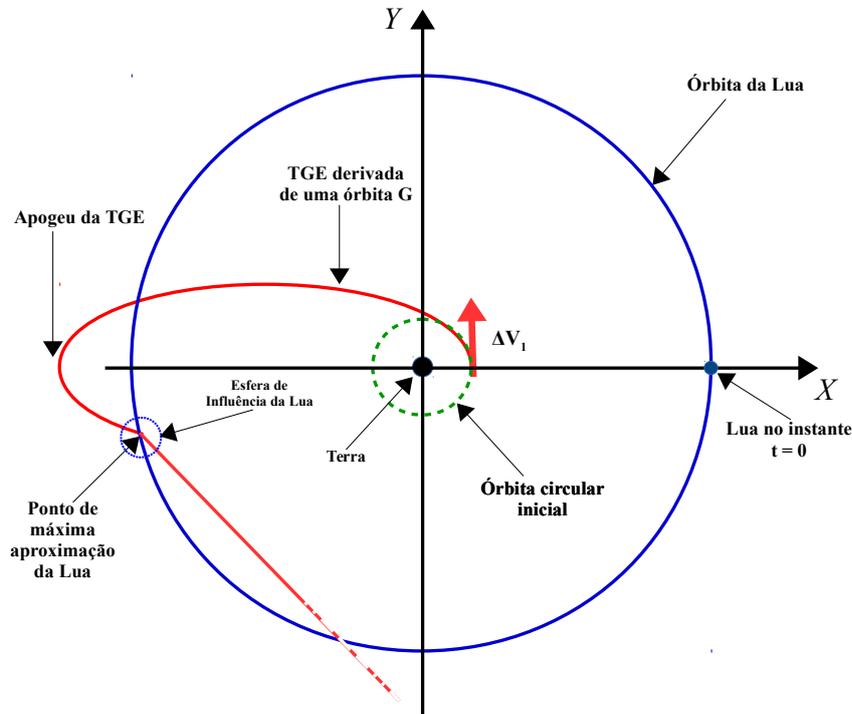


Figura 5.2 - Trajetória G de Escape (TGE) em um sistema de coordenadas cartesianas geocêntrico.

5.2 Trajetórias de Escape e Dependência Sensível com as Condições Iniciais

Considerando um sistema de 4 corpos composto pelo Sol (corpo central), Terra, Lua e Sonda, os estudos realizados mostraram que a evolução das Trajetória G depende de diversos fatores, dentre eles, o valor do incremento inicial de velocidade $\Delta\vec{V}_1$. A variação deste parâmetro afetará a distância do apogeu da TGE, conseqüentemente, as passagens pela vizinhança da Lua acarretarão em diferentes ganhos de energia, bem como, em órbitas finais distintas.

A configuração inicial deste sistema, vista a partir de um referencial cartesiano (X_H, Y_H, Z_H) , com origem no Sol, é representada na Figura 5.3. As direções das velocidades de cada um dos corpos, no instante inicial da trajetoria, está representado pelas setas na figura.

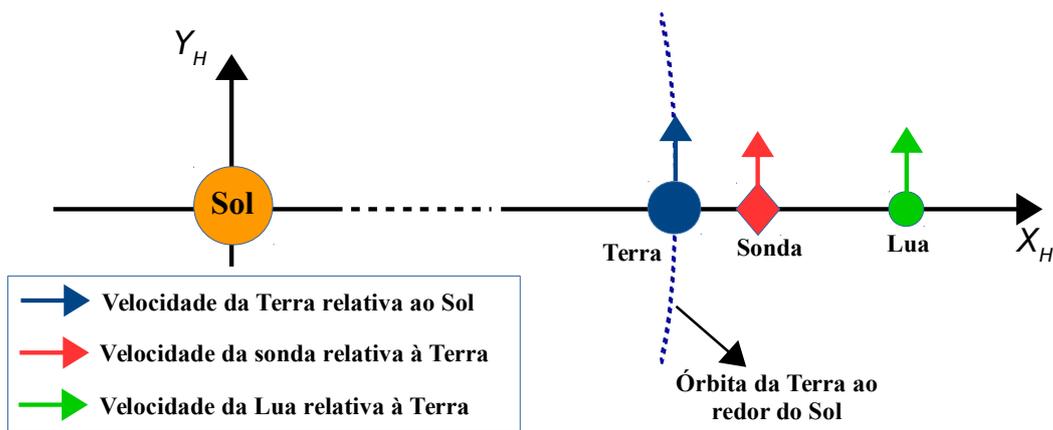


Figura 5.3 - Configuração inicial do sistema de quatro corpos em um sistema de coordenadas cartesianas heliocêntrico.

Nas Figuras (5.4), (5.5), (5.7) e (5.9), são mostradas quatro trajetórias obtidas para diferentes valores de ΔV_1 . Partindo de uma órbita circular inicial ao redor da Terra com altitude $h_0 = 200$ km e cuja velocidade é $V_0 = 7.787895$ km/s, obtiveram-se os resultados apresentados nas seções que se seguem.

5.2.1 Caso 01: Colisão com a Lua

Neste primeiro caso, um incremento $\Delta V_1 = 3.146104$ km/s produz uma trajetória G que colide com a Lua 14,28 dias após a saída da órbita circular inicial terrestre.

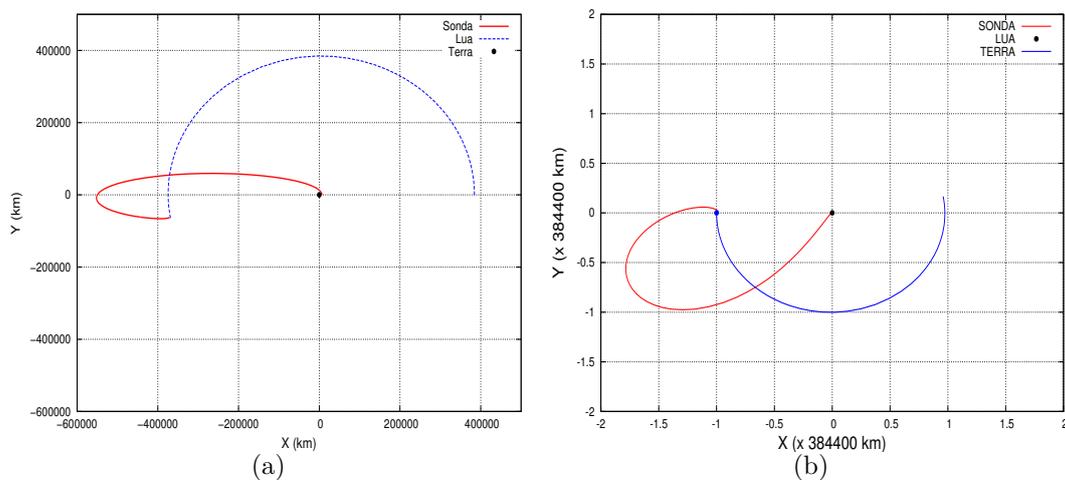


Figura 5.4 - Trajetória G de **colisão com a Lua** obtida com $\Delta V_1 = 3.146104$ km/s. Em (a) no referencial geocêntrico, em (b) no referencial lunicêntrico

5.2.2 Caso 02: Escape Interno

Para um $\Delta V_1 = 3.146152\text{km/s}$ a trajetória G obtida realiza um *swing-by* com a Lua (14,30 dias após a saída da órbita circular terrestre) e ganha energia suficiente para escapar, conforme pode ser observado na Figura 5.6(a).

A órbita final possui uma energia de dois corpos relativa ao Sol menor que a energia de dois corpos heliocêntrica da Terra (Figura 5.6(a)). Este tipo de escape será nomeado aqui **escape interno**. A órbita final se estabiliza entre as órbitas da Terra e de Vênus (Figura 5.5(c)).

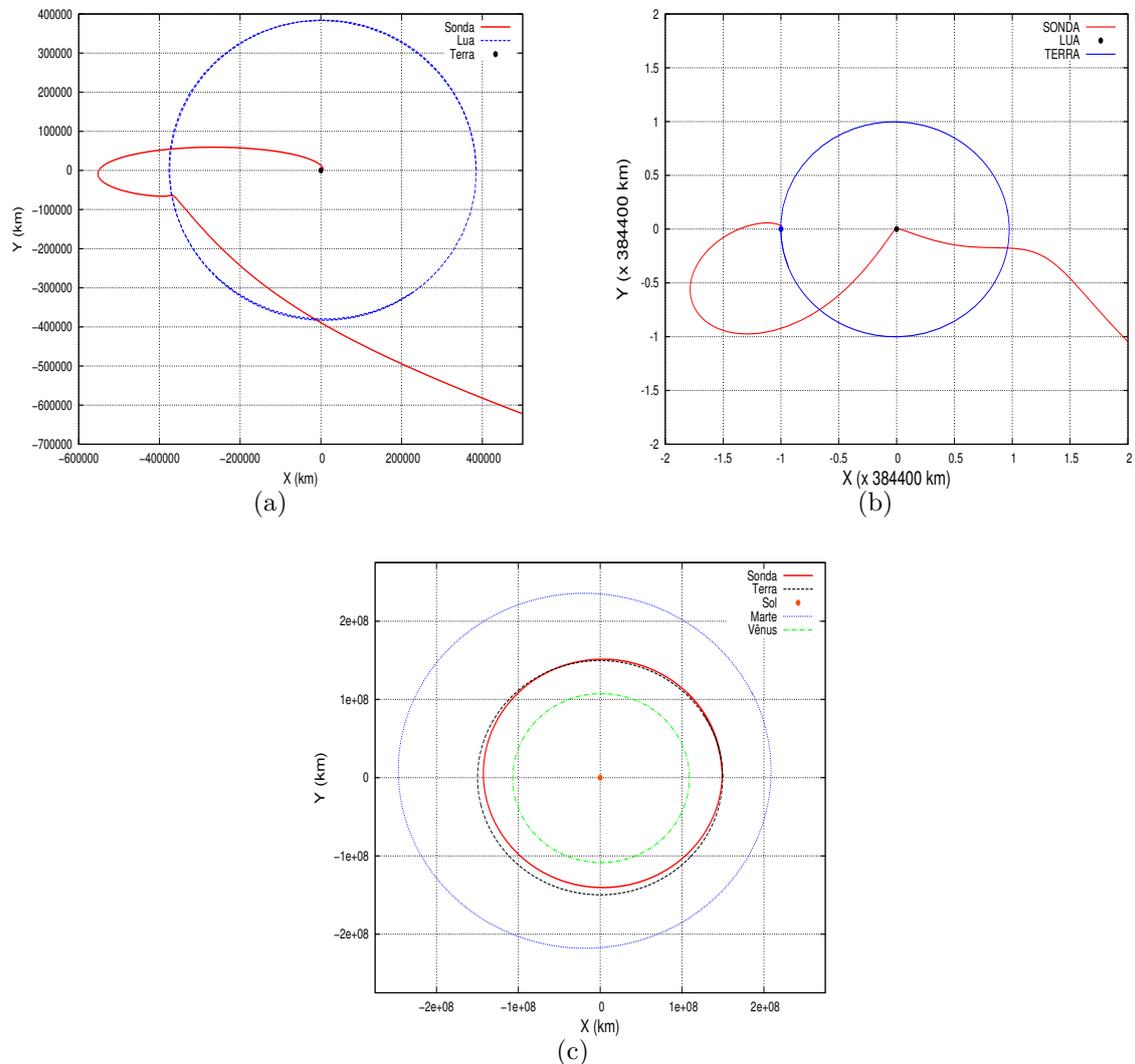


Figura 5.5 - Trajetória G de **Escape Interno** obtida com $\Delta V_1 = 3.146152\text{km/s}$.(a) Trajetória geocêntrica e o *swing-by* realizado com a Lua. (b) A trajetória lunicêntrica. (c) A trajetória heliocêntrica final, com a órbita estabilizando-se entre as órbitas de Vênus (em verde) e de Marte (em azul).

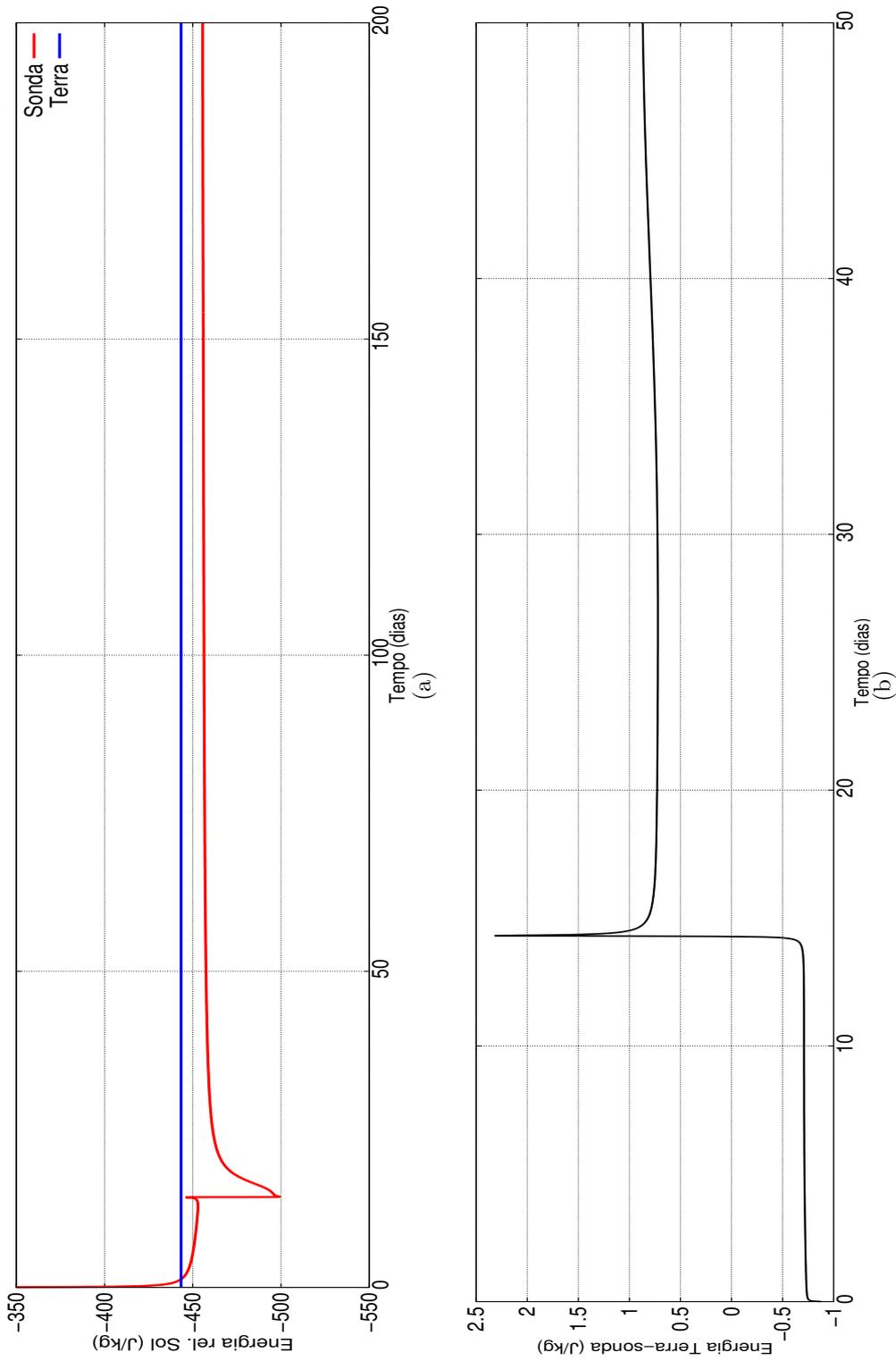


Figura 5.6 - Trajetória G de **Escape Interno** obtida com $\Delta V_1 = 3.146152 \text{ km/s}$. (a) Variação temporal energia específica de dois corpos em relação ao Sol, a linha horizontal em azul representa a energia orbital heliocêntrica média da Terra. (b) Variação temporal da energia específica de dois corpos relativa à Terra.

5.2.3 Caso 03: Escape Externo

Aumentando o valor de incremento de velocidade para $\Delta V_1 = 3.146344\text{km/s}$. A trajetória G obtida produz uma órbita final que possui energia relativa ao Sol maior que a energia heliocêntrica da Terra (Figura 5.8(a)). Este tipo de escape será referido como **escape externo** e a órbita final permanece entre as órbitas da Terra e de Marte (Figura 5.7(c)). .

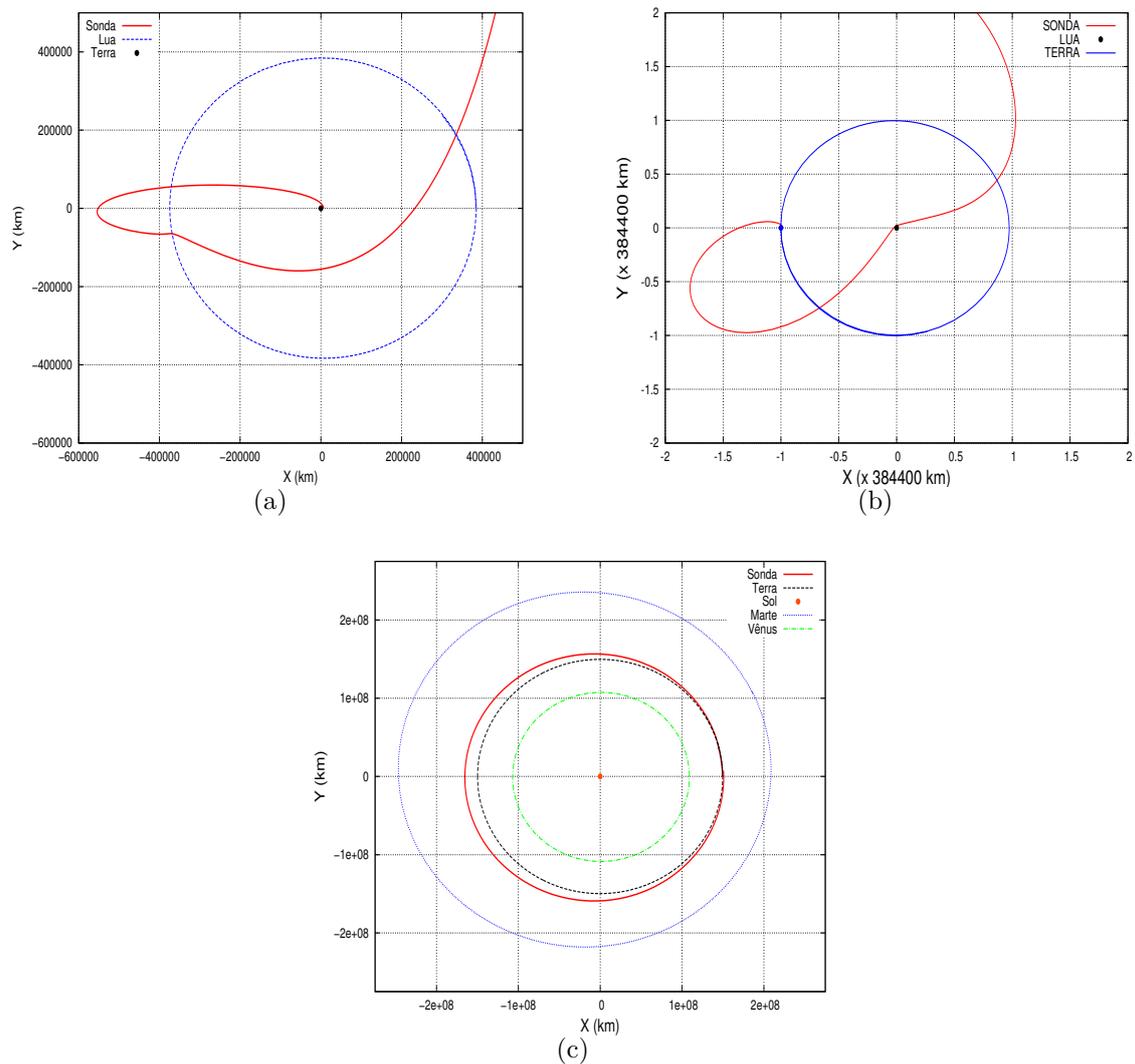


Figura 5.7 - Trajetória G de **Escape Externo** obtida com $\Delta V_1 = 3.146344\text{km/s}$. (a) Trajetória geocêntrica e o *swing-by* realizado com a Lua. (b) A trajetória lunicêntrica. (c) A trajetória heliocêntrica final com a órbita estabilizando-se entre as órbitas de Vênus (em verde) e de Marte (em azul).

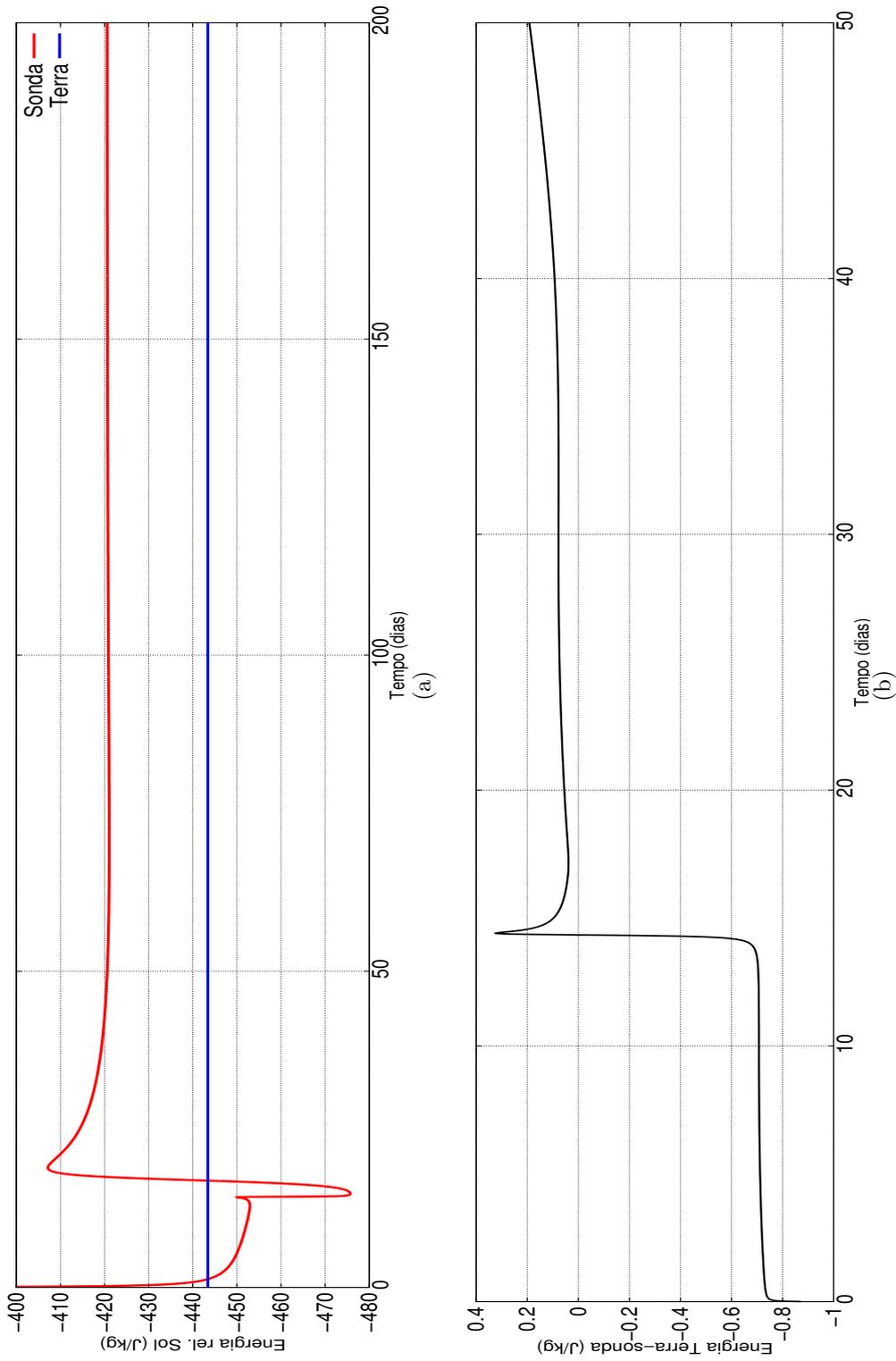


Figura 5.8 - Trajetória G de **Escape Externo** obtida com $\Delta V_1 = 3.14634\text{km/s}$. (a) Variação temporal energia específica de dois corpos em relação ao Sol, a linha horizontal em azul representa a energia orbital heliocêntrica média da Terra. (b) Variação temporal da energia específica de dois corpos relativa à Terra.

5.2.4 Caso 04: Escape via WSB

Com base nos estudos mostrados no Capítulo 4, a variação de energia obtida no **swing-by** é inversamente proporcional à distância de aproximação em relação à Lua. Portanto, à medida em que o valor de incremento de velocidade aumenta, a trajetória G adquire um apogeo maior, conseqüentemente, a distância de aproximação r_P em relação à Lua também aumenta.

Para um valor maior de $\Delta\vec{V}_1$, a energia adquirida com o *swing-by* é menor e não é suficiente para escapar diretamente como nos casos mostrados nas seções 5.2.2 e 5.2.3. Estas trajetórias passam por uma região conhecida como Fronteira de Estabilidade Fraca, do inglês *Weak Stability Boundary* (WSB) (BELBRUNO,), que, de uma maneira simplificada, corresponde à transição entre o escape e a captura gravitacional. Missões como a sonda japonesa Hitten em 1993 (BELBRUNO, 1990) (BELBRUNO; MILLER, 1993), fizeram uso da dinâmica inerente a esta região.

A figura 5.9 mostra uma trajetória de escape obtida para um $\Delta V_1 = 3.146471\text{km/s}$. Diferentemente dos outros casos de escape mostrados, aqui, após o *swing-by* com a Lua, a sonda viaja até uma região entre 1,5 e 2,0 milhões de km distante da Terra e retorna, e realiza uma passagem próxima da Terra, escapando em seguida. Este tipo de escape, que não ocorre de maneira direta como os escapes interno e externo, será referido aqui como **Trajetoária G de Escape via WSB (TGEWSB)**.

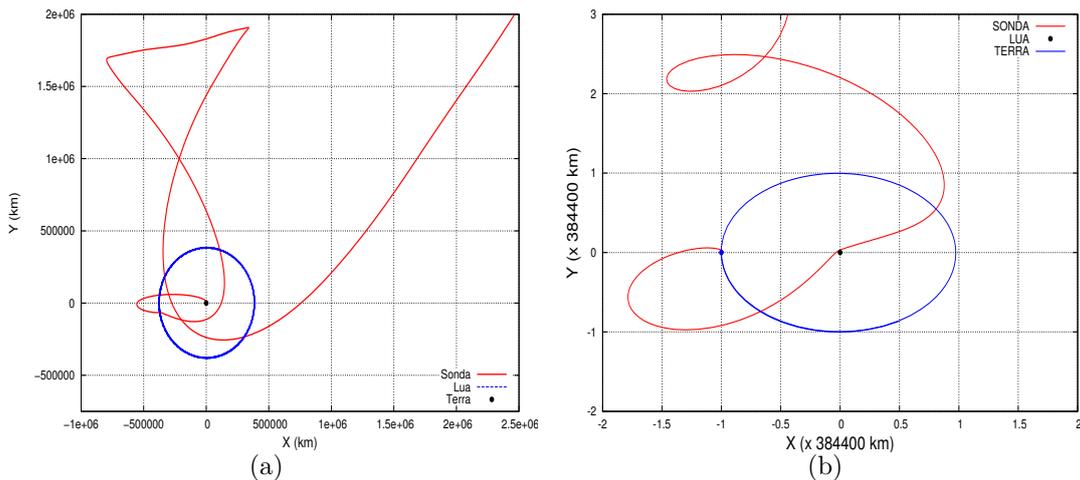


Figura 5.9 - Trajetória G de escape que passa através da WSB obtida com $\Delta V_1 = 3.146471\text{km/s}$. (a) é mostrada a trajetória geocêntrica e o *swing-by* realizado com a Lua. (b) Variação temporal da energia específica de dois corpos em relação ao Sol, a linha horizontal em azul representa a energia orbital heliocêntrica média da Terra.

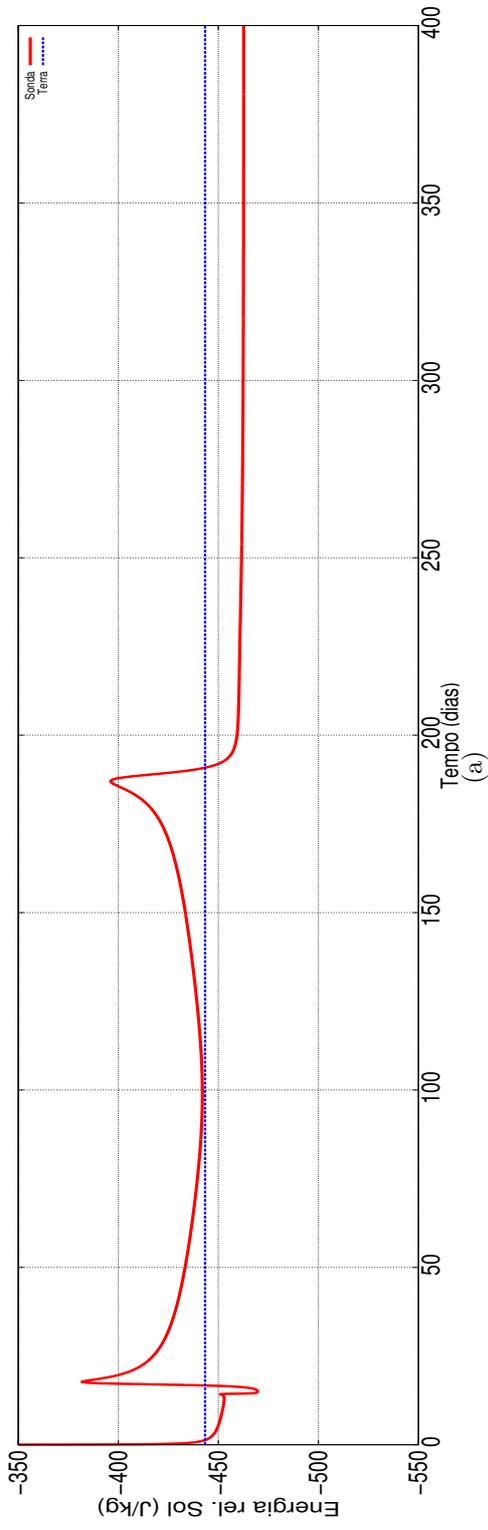


Figura 5.10 - Trajetória G de escape que passa através da WSB obtida com $\Delta V_1 = 3.146471 \text{ km/s}$. (a) é mostrada a trajetória geocêntrica e o *swing-by* realizado com a Lua. (b) Variação temporal da energia específica de dois corpos em relação ao Sol, a linha horizontal em azul representa a energia orbital heliocêntrica média da Terra.

A Figura 5.11 mostra, em um referencial geocêntrico, uma sequência de trajetórias de escape, cujas condições iniciais diferem apenas no valor de ΔV aplicado na saída da órbita circular inicial ao redor da Terra. As trajetórias de escape interno, externo e via WSB são representadas em diferentes cores.

Nos casos mostrados nesta figura, a diferença de ΔV entre o primeiro escape interno e o escape via WSB é de 3.42×10^{-4} km/s.

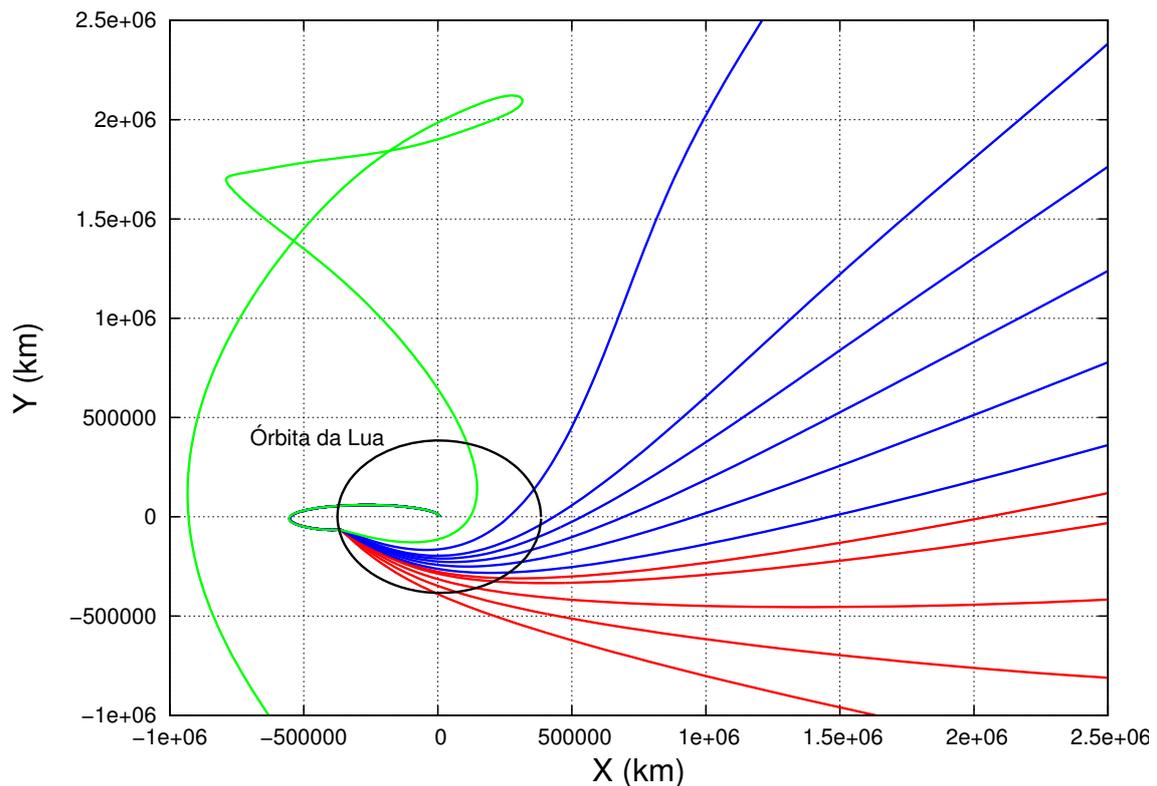


Figura 5.11 - Sequência de Trajetórias de Escape Derivadas de uma Órbita G vistas a partir de um referencial centrado na Terra. As linhas em vermelho representam os casos de escape interno, as linhas em azul representam os casos de escape externo e a trajetória em verde representa um caso de escape via WSB.

Para os casos apresentados, verifica-se que variações no incremento, ΔV , da ordem de 10^{-3} km/s são capazes de produzir órbitas finais bem diferentes.

Este fato evidencia nas TGE a dependência sensível com as condições iniciais, característica típica dos sistemas que apresentam comportamento caótico. Esse aspecto será discutido de modo mais detalhado no Capítulo 7 sob a perspectiva da evolução temporal do semieixo maior e da excentricidade da TGE em cada um desses tipos de escape.

6 INFLUÊNCIA DA POSIÇÃO DA TERRA E DA ALTITUDE INICIAL DA SONDA NAS TRAJETÓRIAS DE ESCAPE

Uma vez que o estado inicial do sistema exerce influência sobre a configuração final de escape, a fim de compreender melhor a dependência com as condições iniciais apresentada pelas TGE, um estudo mais detalhado, similar ao apresentado no capítulo 5, foi realizado para diferentes configurações iniciais. A Figura 6.1 mostra a representação de quatro casos de configuração inicial da TGE. O sistema é visto sob um referencial heliocêntrico, as direções das velocidades iniciais de cada um dos corpos é mostrada na figura.

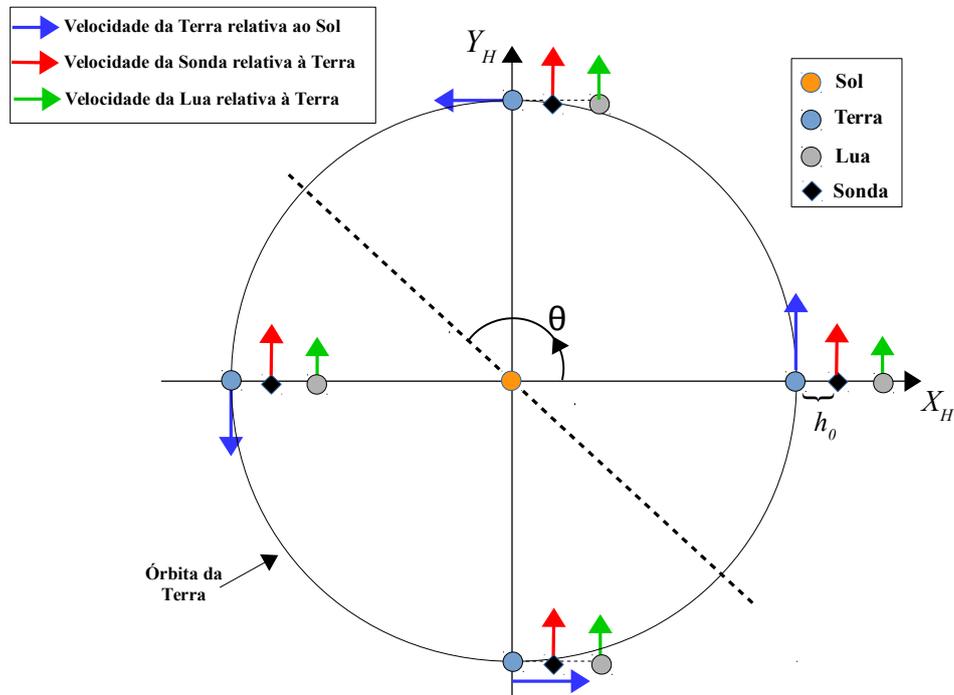


Figura 6.1 - Representação (fora de escala) de 4 casos de configuração inicial do Sol, da Terra, da Lua e da sonda. As setas em azul indicam a velocidade da Terra (direção e sentido) em relação ao Sol. As setas em vermelho e verde representam, respectivamente, as velocidades da sonda e da Lua em relação à Terra. h_0 é a altitude da órbita circular inicial de partida, θ é a anomalia verdadeira da Terra, medida a partir do semi-eixo positivo x no sentido anti-horário.

Nesta seção, apresentam-se os resultados das integrações numéricas realizadas para as TGE, considerando o problema de 4 corpos (Sol, Terra, Lua e Sonda), para diferentes altitudes iniciais da órbita circular inicial, e para diferentes valores de anomalia verdadeira heliocêntrica da Terra. O objetivo dessa etapa é compreender

melhor a influência da configuração inicial do sistema (posição e velocidades) na órbita de escape final obtida.

Foram analisadas 3 diferentes altitudes para a órbita circular inicial: $h_{0_1} = 200$ km, $h_{0_2} = 700$ km e $h_{0_3} = 1500$ km e para cada uma dessas altitudes consideram-se 6 diferentes anomalias verdadeiras da Terra: $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 90^\circ$, $\theta_3 = 135^\circ$, $\theta_4 = 180^\circ$, $\theta_5 = 270^\circ$ e $\theta_6 = 315^\circ$.

Em cada uma dessas situações (h_{0_m}, θ_n) com $m = 1, 2, 3$ e $n = 1, \dots, 6$ destacam-se os seguintes instantes da trajetória de escape.

- **Instante Inicial:** corresponde ao tempo no qual é aplicado o incremento ΔV_1 , necessário para inserir a sonda na Trajetória G que promoverá um swing-by com a Lua.
- **Instante de passagem pelo apogeu da Trajetória G:** que corresponde de passagem pelo ponto de máxima distância da Terra antes do *swing-by* com a Lua;
- **Instante de passagem pelo periluna da Trajetória G:** definido como o tempo no qual acontece a máxima aproximação, r_P , entre a Sonda e a Lua. Neste ponto, o ângulo entre a reta Terra-Lua e \vec{r}_P definem o valor de Ψ , conforme mostrado no Capítulo 3.
- **Instante da passagem pela esfera de influência da Terra da Trajetória G.:** que equivale ao tempo no qual a sonda supera a esfera de influência da Terra.

onde a_1 é o semieixo maior da órbita de m_2 ao redor de m_1 . No sistema estudado nesse trabalho, $m_1 = m_{Terra}$, $m_2 = m_{Sol}$ o raio da esfera de influência da Terra (considerando $a_{Terra} = 1UA = 149597871$ km) é $r_{EI} \approx 924514$ km.

Os resultados apresentados nas seções a seguir mostram as principais características das TGE integradas. Em cada um dos diagramas, o primeiro valor de incremento de velocidade correspondente à magnitude de $\Delta \vec{V}_1$ para o qual a Trajetória G que promove um escape, este valor, por sua vez possui módulo 10^{-6} km/s maior que o último ΔV que promove colisão com a Lua.

6.1 Órbitas de Partida

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos para as TGE que partem de órbitas circulares terrestres com altitudes: $h_0 = 200$ km, $h_0 = 700$ km e $h_0 = 1500$ km, cujas principais características são apresentadas na Tabela 6.1, para o instante inicial $t = 0$.

Tabela 6.1 - Características das órbitas circulares de partida

Altitude inicial h_0 (km)	Velocidade rel. Terra (km/s)	Período Orbital (min)	Número máximo (N_J) de janelas de lançamento por dia ($N_J \in \mathbb{N}$)
200	7.787895	88.3	17
700	7.507461	98.6	14
1500	7.115663	115.8	12

6.2 Resultados

Os resultados obtidos neste estudo das TGE aparecem em diagramas com as seguintes informações:

- Energia de dois corpos da sonda em relação à Terra, no apogeu da TGE, no periluna e imediatamente após superar a esfera de influência.
- Energia da sonda, relativa ao Sol, no apogeu da TGE, no periluna e imediatamente após superar a esfera de influência da Terra.
- Intervalos de tempo transcorridos até o apogeu da TGE, até o periluna e imediatamente após superar a esfera de influência da Terra.
- Distância de maior aproximação, r_p , entre a sonda e a Lua.
- Ângulo de Aproximação Ψ .

Os estudos realizados para as altitudes $h_{0_1} = 200$ km, $h_{0_2} = 700$ km e $h_{0_3} = 1500$ km aparecem, respectivamente, nas subseções 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3, a seguir.

Nos diagramas de Energia e dos tempos, as grandezas são apresentadas em três diferentes instantes de acordo com a Tabela 6.2:

Tabela 6.2 - Correspondência entre os símbolos adotados e os tempos de ocorrências dos eventos

Símbolo	Instante
□	Tempo do apogeu da TGE.
△	Tempo de passagem pelo periluna.
○	Tempo imediatamente após a sonda superar a esfera de influência da Terra

A escala de cor mostra o tipo de escape obtido. Em todos os diagramas, as posições angulares da Terra estão organizadas conforme indicado na Tabela 6.3

Tabela 6.3 - Correspondência entre as posições angulares da Terra e a numeração das Figuras

Posição Angular Da Terra relativa ao Sol	Figura
$\theta = 0^\circ$	(a)
$\theta = 90^\circ$	(b)
$\theta = 135^\circ$	(c)
$\theta = 180^\circ$	(d)
$\theta = 270^\circ$	(e)
$\theta = 315^\circ$	(f)

6.2.1 Altitude Inicial $h_0 = 200\text{km}$

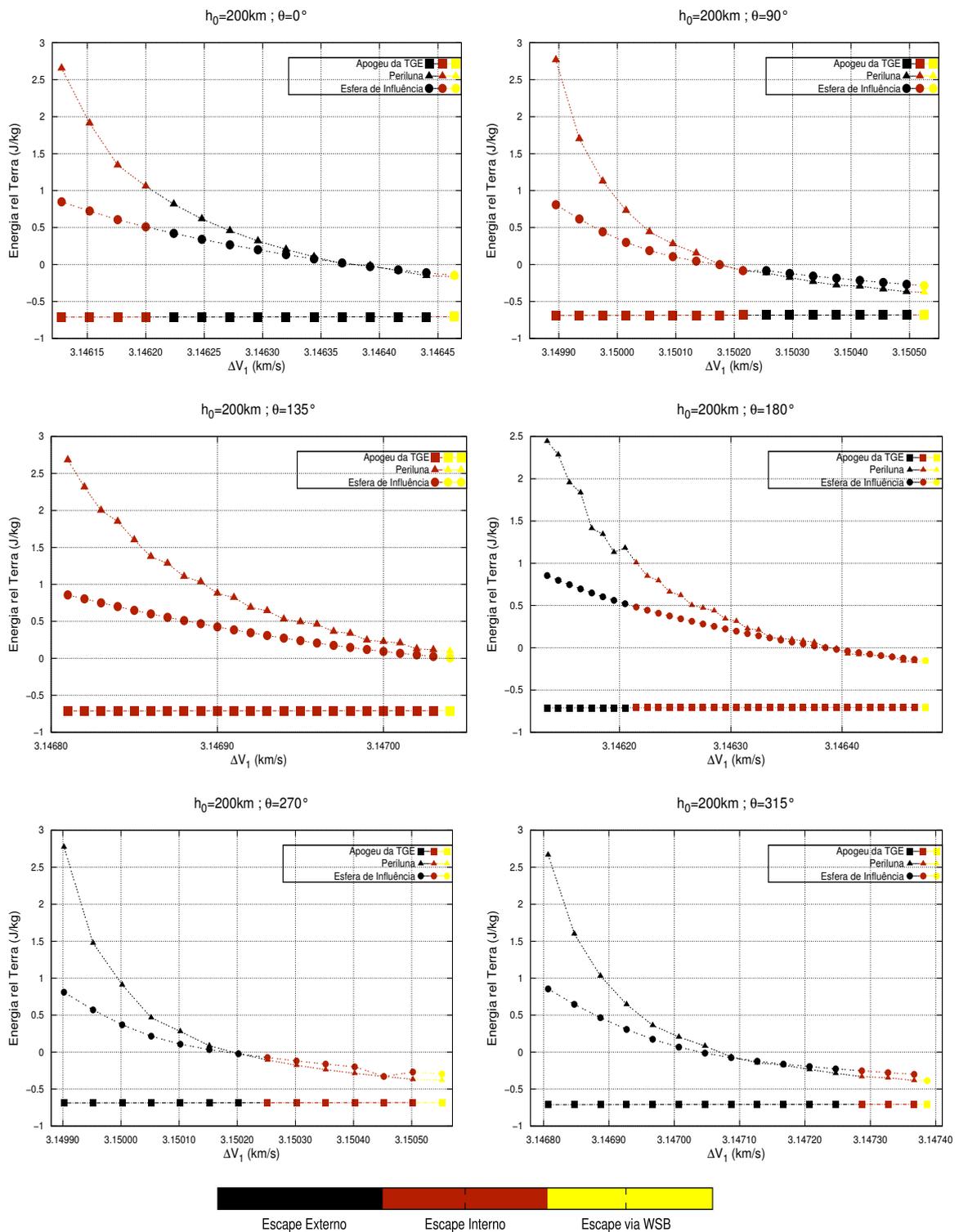


Figura 6.2 - Diagrama de energia relativa à Terra em função de ΔV_1 para $h_0 = 200\text{km}$.

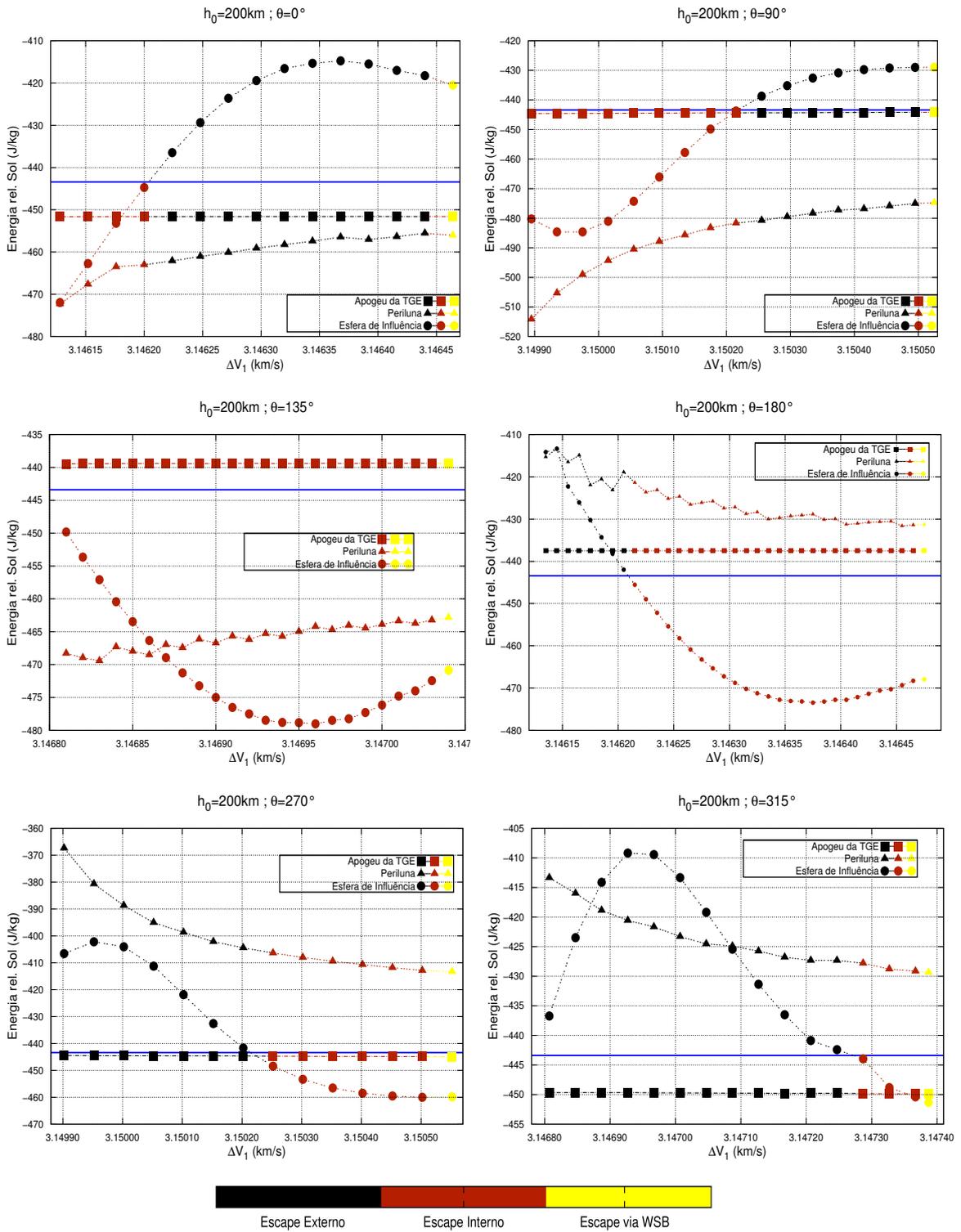


Figura 6.3 - Diagrama de energia de dois corpos específica relativa Sol em função de ΔV_1 para $h_0 = 200 km$. A linha horizontal azul representa o valor da energia da Terra relativa ao Sol.

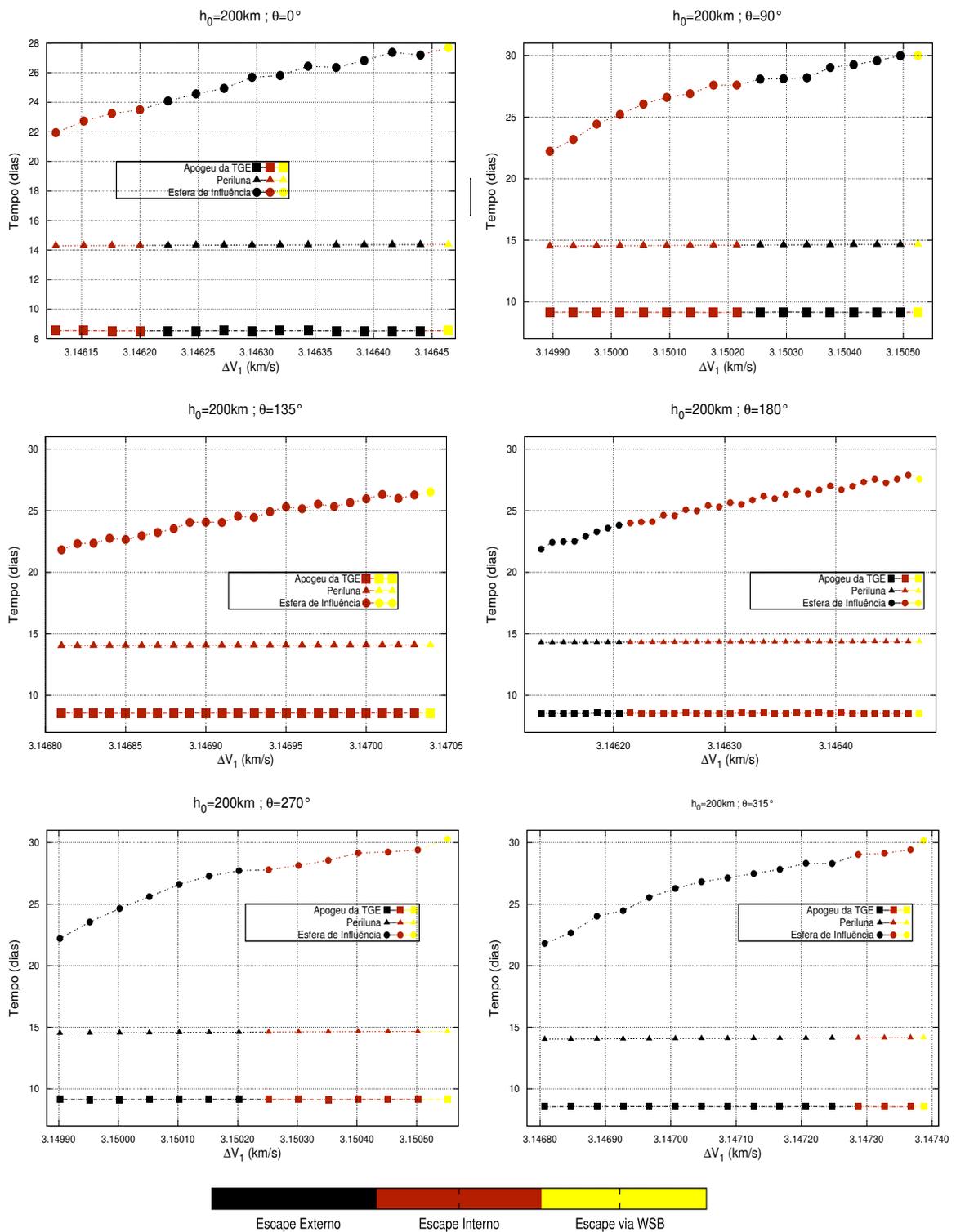


Figura 6.4 - Diagrama de tempos até o Apogeu, até o periluna e até superar a esfera de influência da Terra em função de ΔV_1 para $h_0 = 200$ km.

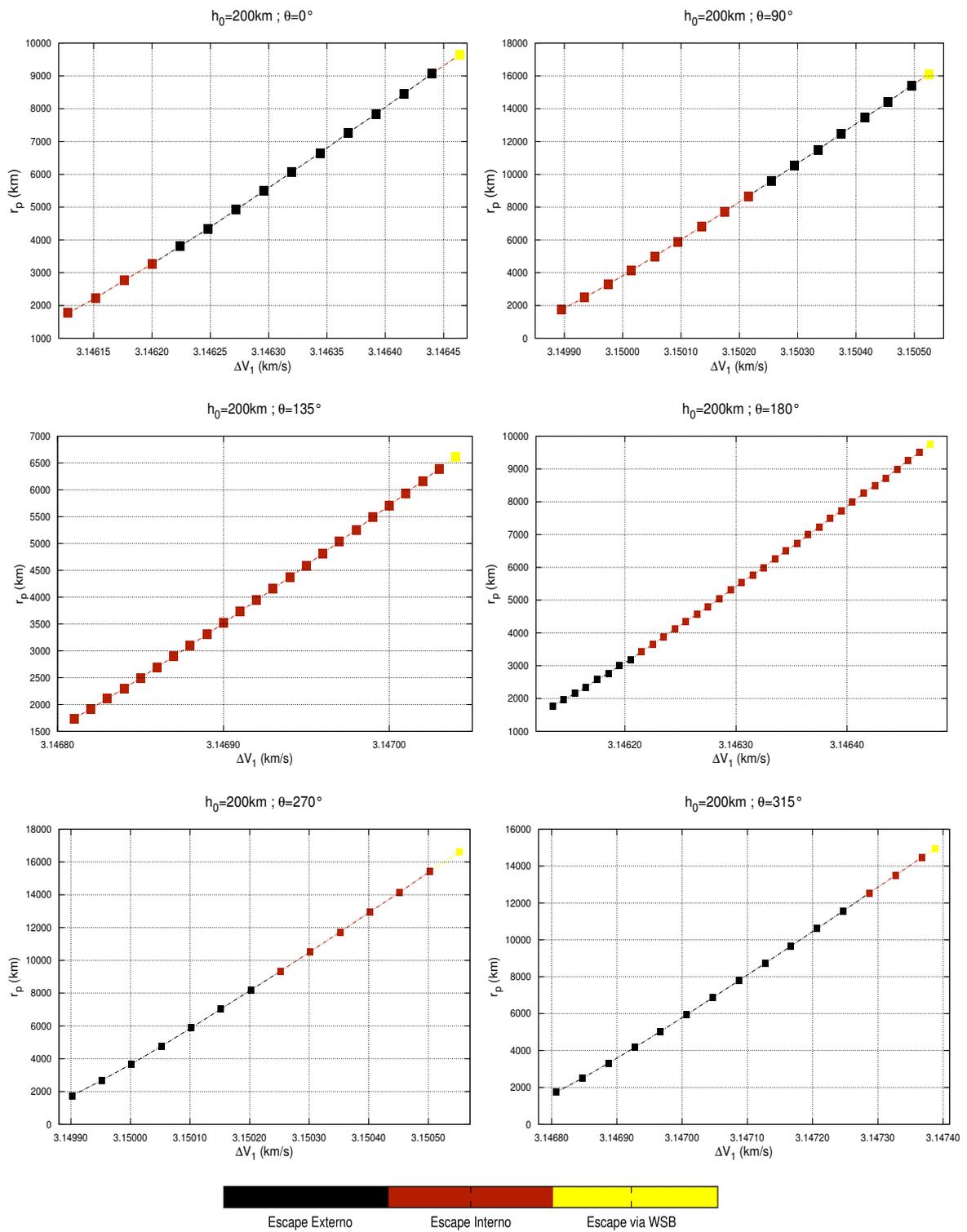


Figura 6.5 - Diagrama de distância de máxima aproximação r_p entre a sonda e a Lua em função de ΔV_1 para $h_0 = 200$ km.

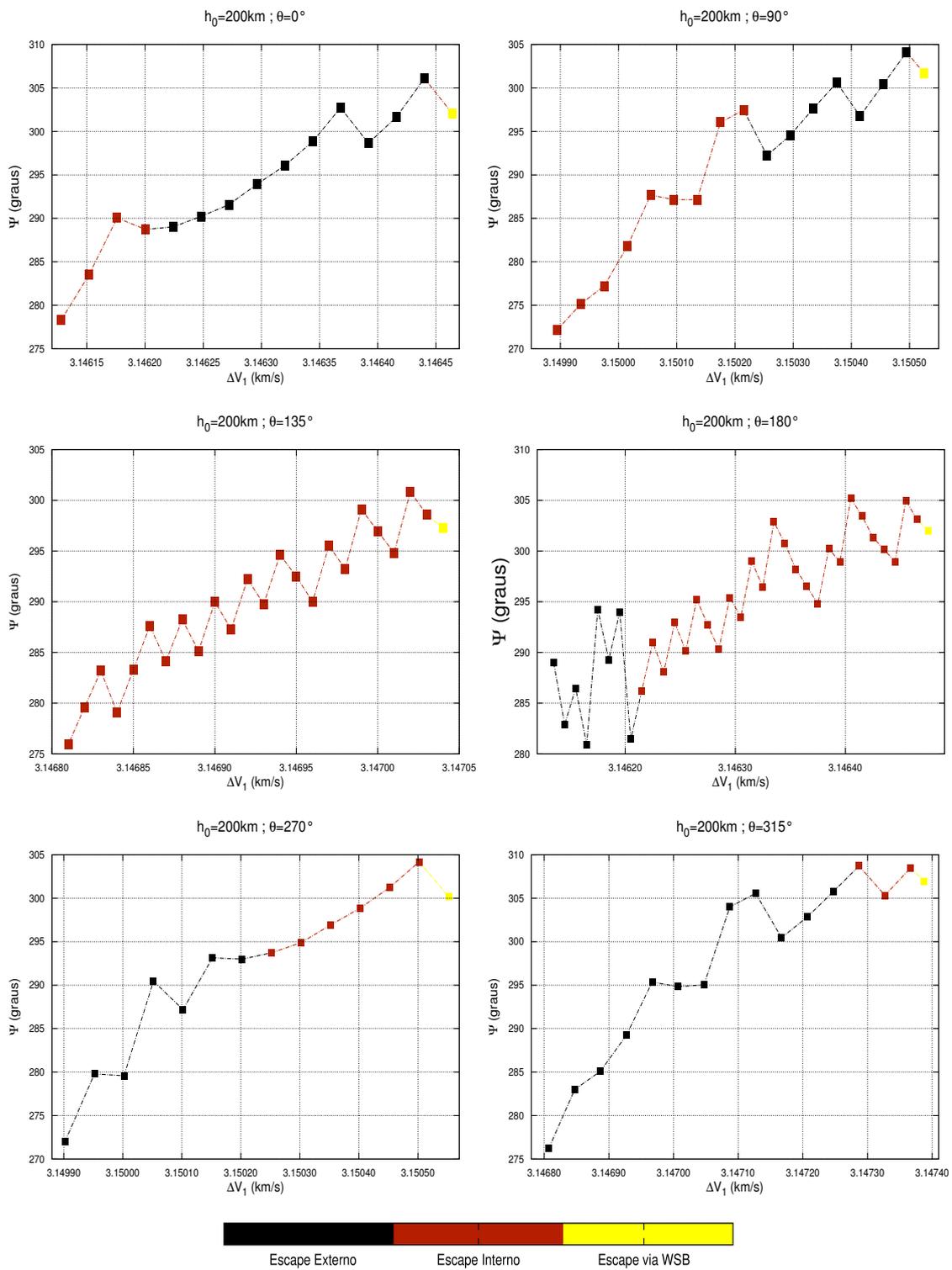


Figura 6.6 - Diagrama de ângulo de aproximação Ψ em função de ΔV_1

6.2.2 Altitude Inicial $h_0 = 700\text{km}$

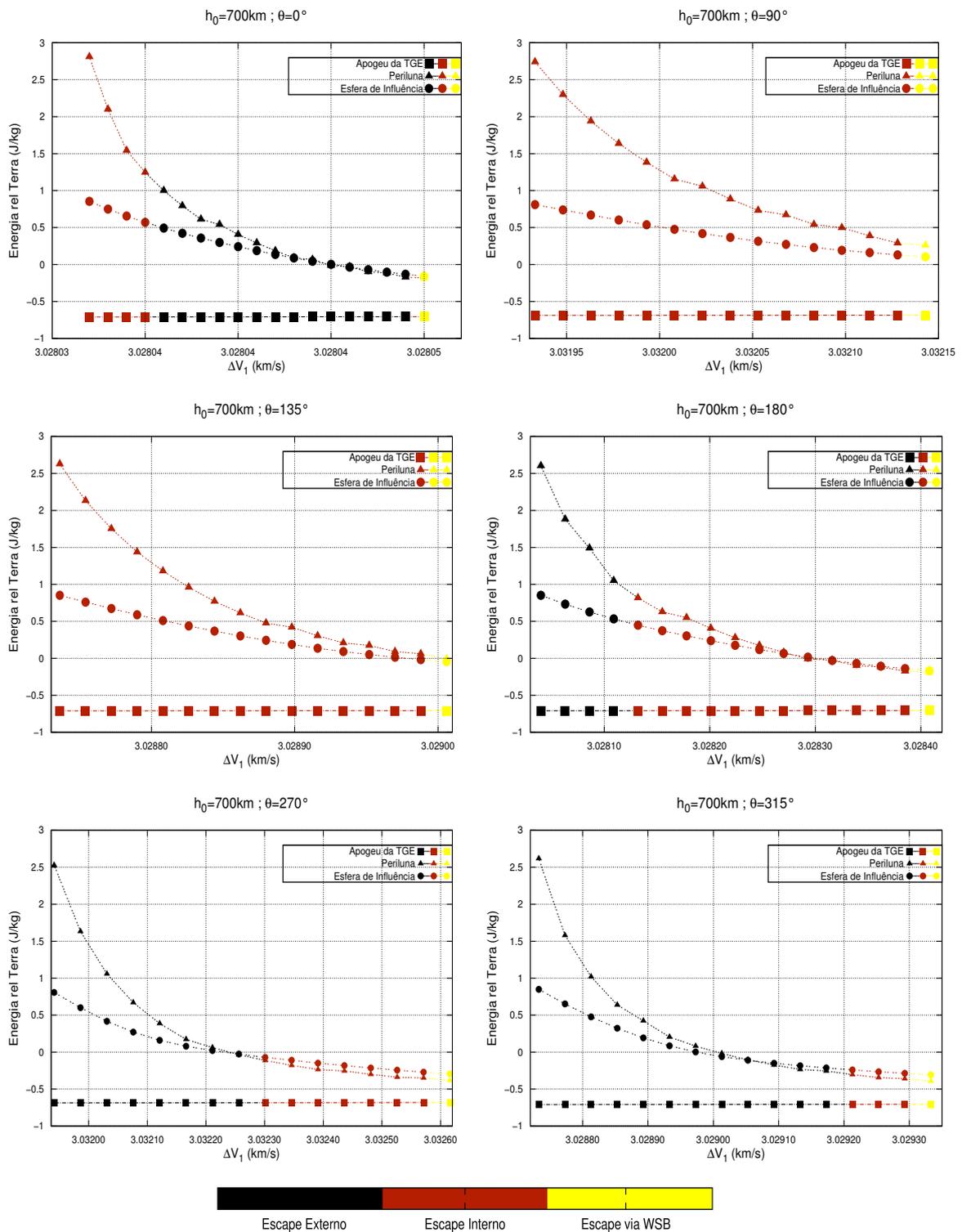


Figura 6.7 - Diagrama de energia relativa à Terra em função de ΔV_1 para $h_0 = 700\text{km}$.

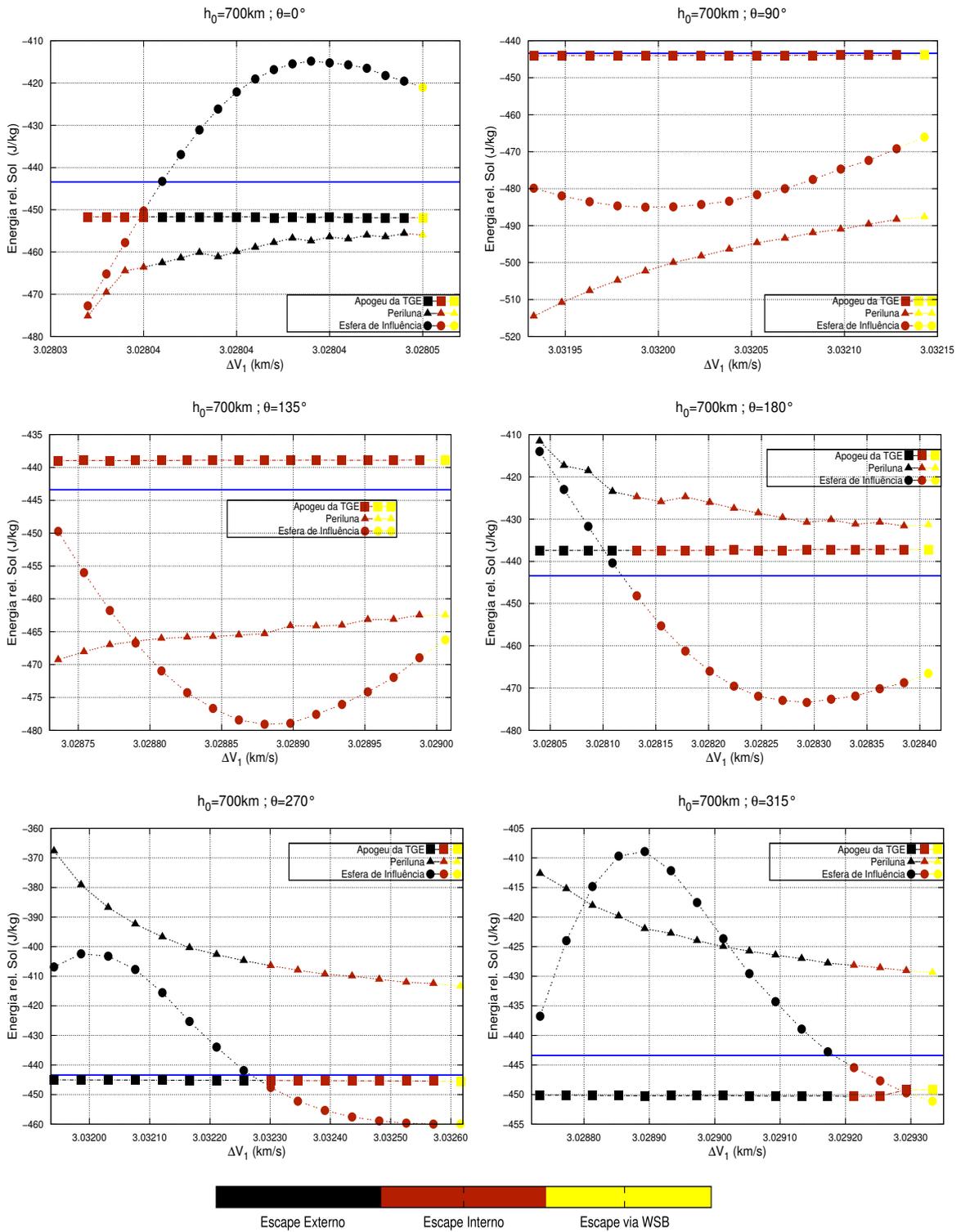


Figura 6.8 - Diagrama de energia de dois corpos específica relativa ao Sol em função de ΔV_1 para $h_0 = 700 \text{ km}$. A linha horizontal azul representa o valor da energia da Terra relativa ao Sol.

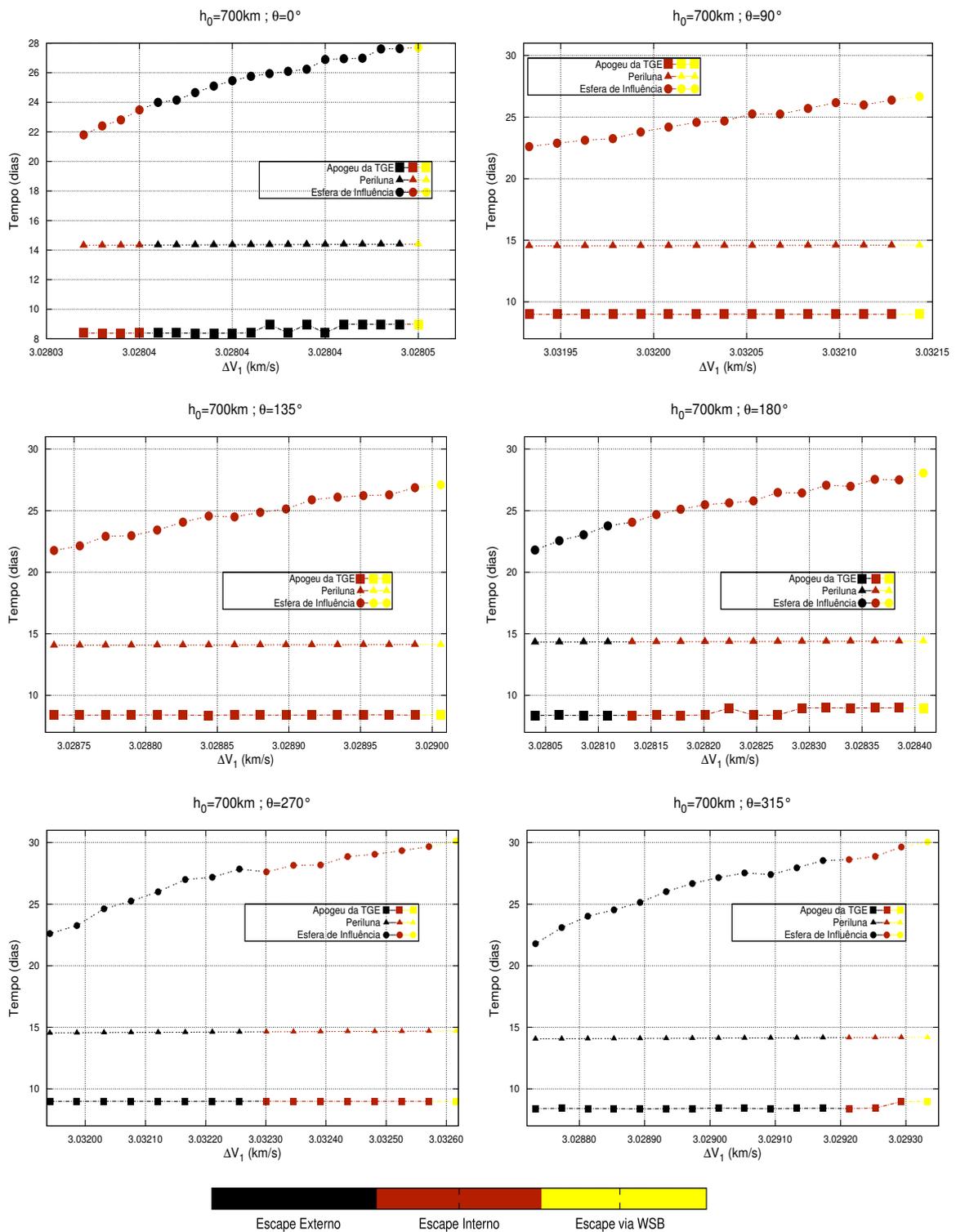


Figura 6.9 - Diagrama de tempos até o Apogeu, até o periluna e até superar a esfera de influência da Terra em função de ΔV_1 para $h_0 = 700$ km.

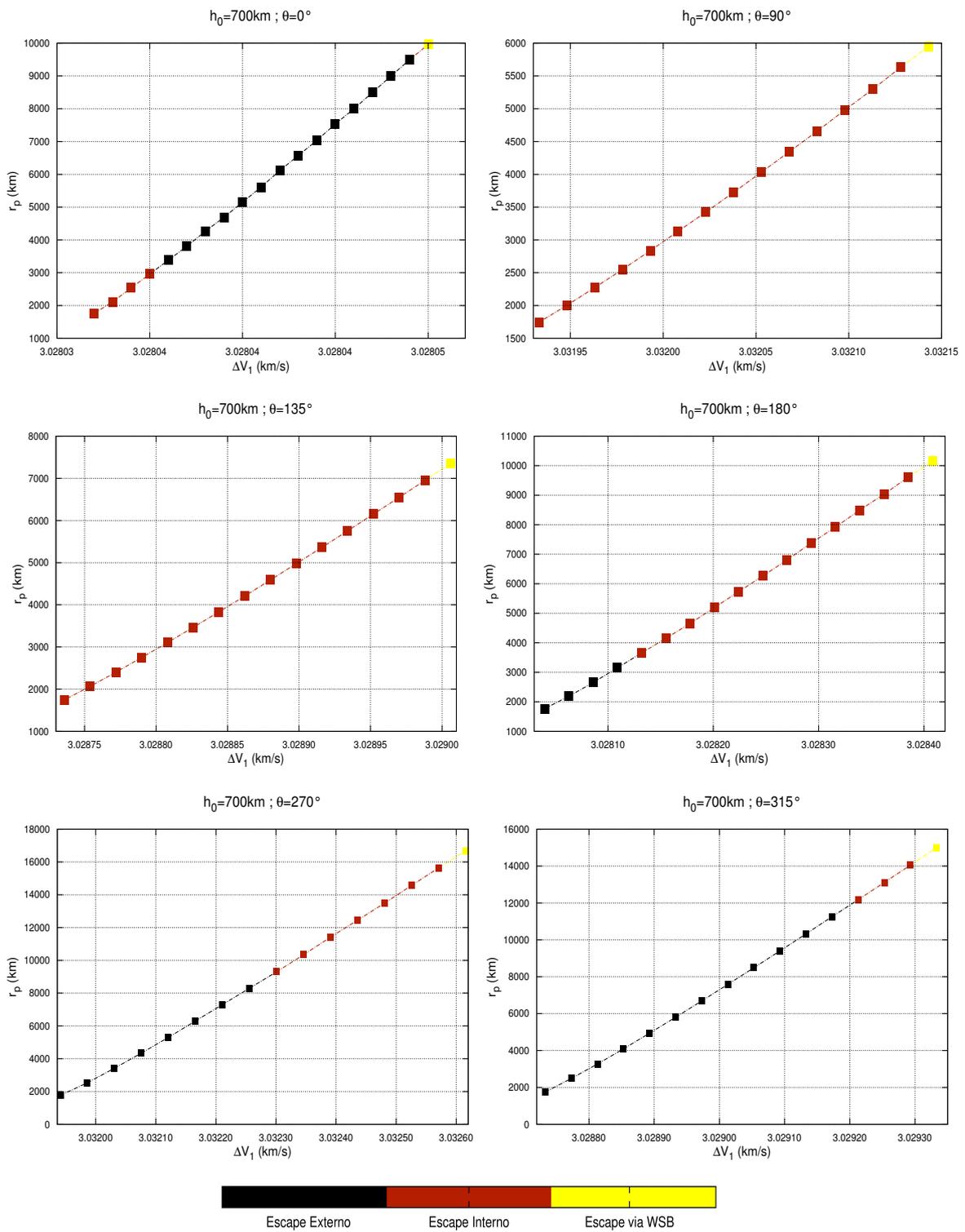


Figura 6.10 - Diagrama de distância de máxima aproximação r_p entre a sonda e a Lua em função de ΔV_1 para $h_0 = 700$ km.

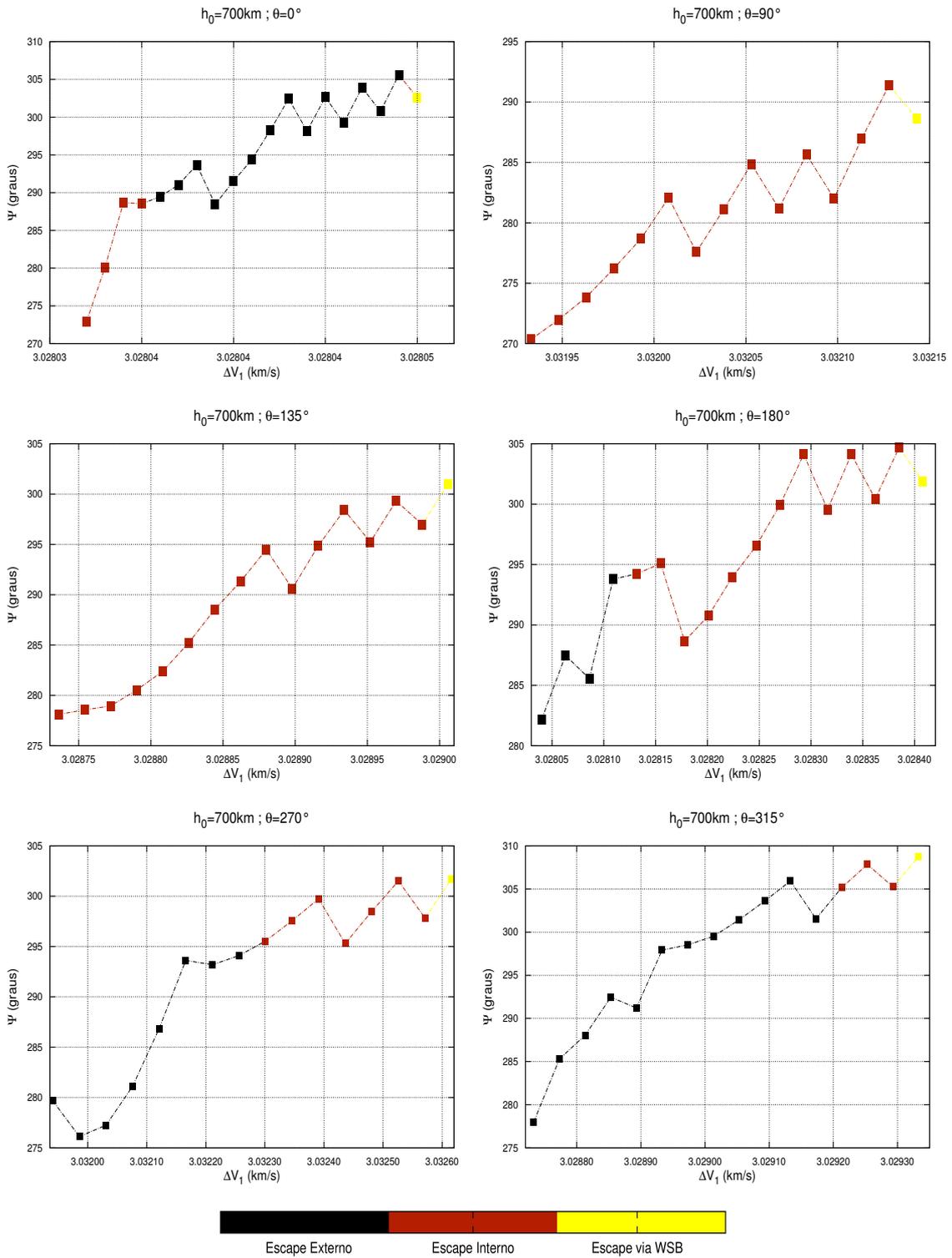


Figura 6.11 - Diagrama de ângulo de aproximação Ψ em função de ΔV_1

6.2.3 Altitude Inicial $h_0 = 1500\text{km}$

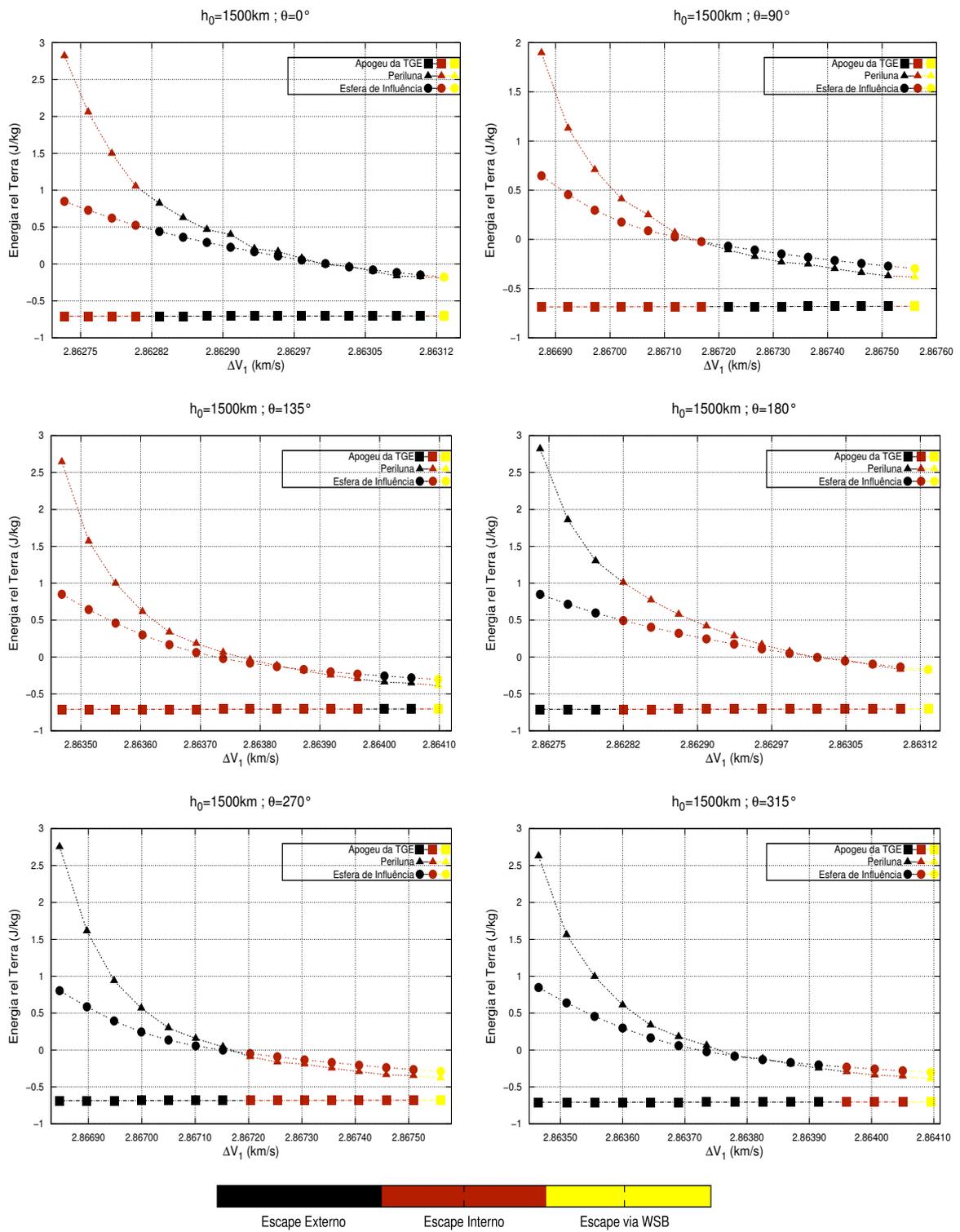


Figura 6.12 - Diagrama de energia relativa à Terra em função de ΔV_1 para $h_0 = 1500\text{km}$.

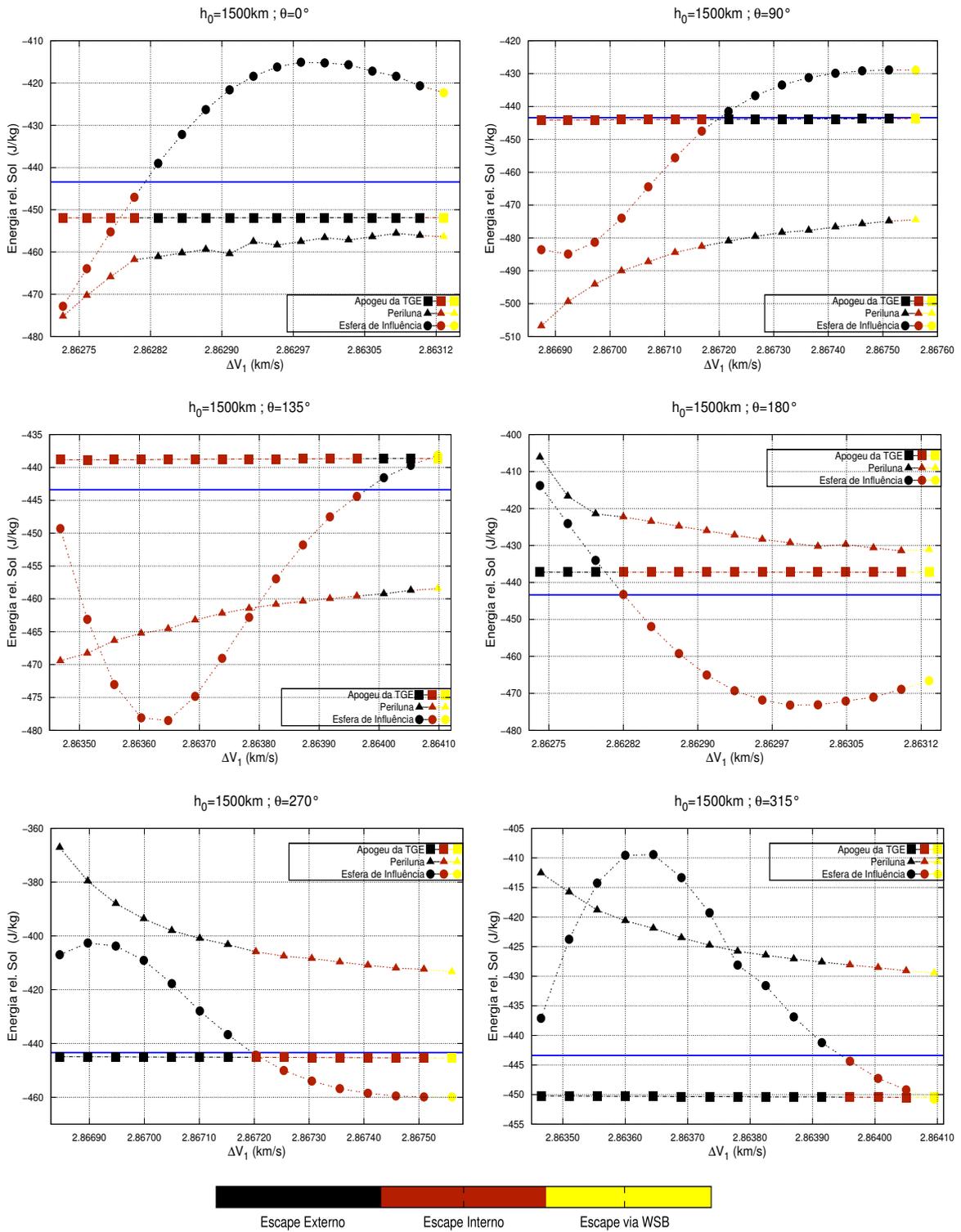


Figura 6.13 - Diagrama de energia de dois corpos específica relativa ao Sol em função de ΔV_1 para $h_0 = 1500$ km. A linha horizontal azul representa o valor da energia da Terra relativa ao Sol.

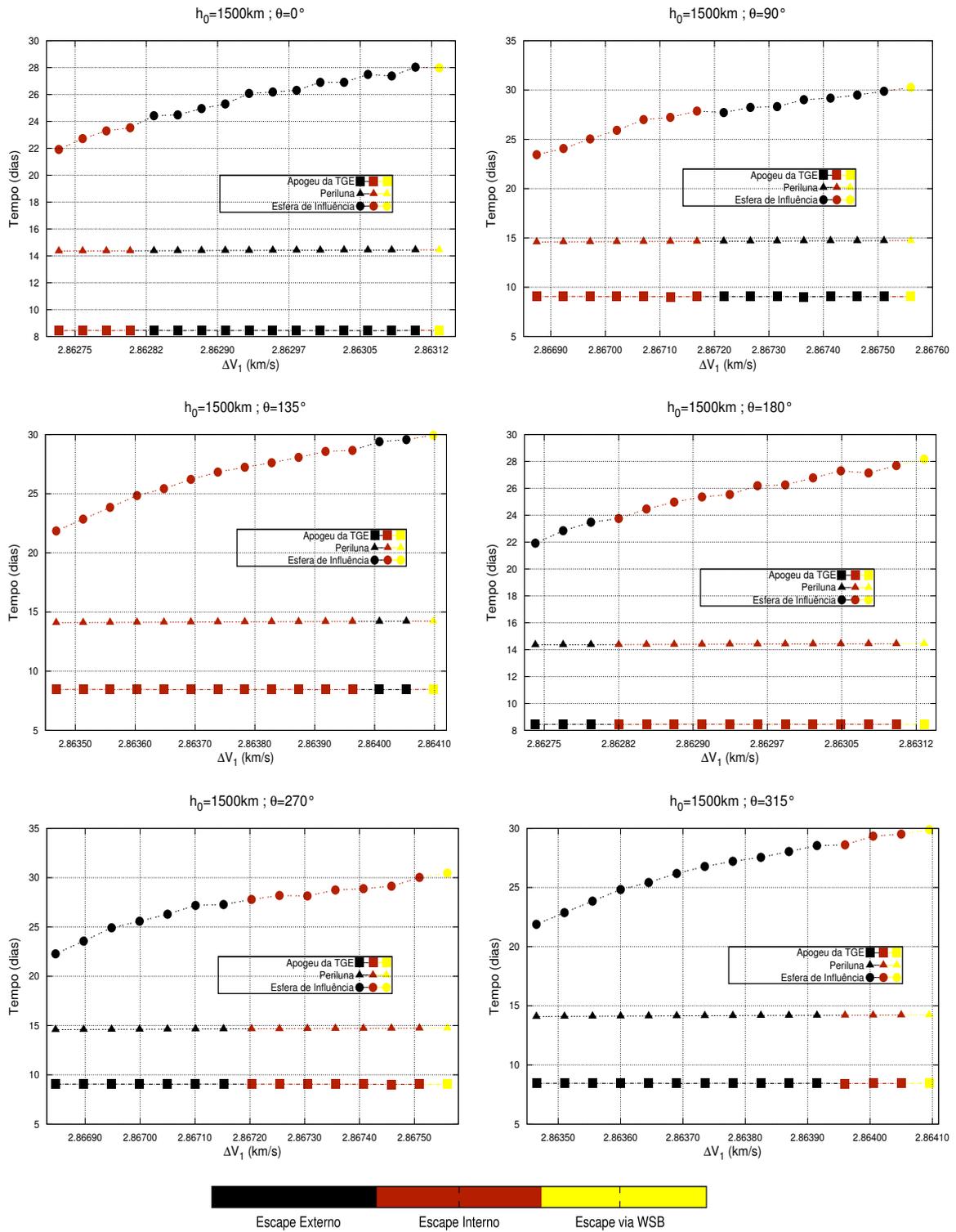


Figura 6.14 - Diagrama de tempos até o Apogeu, até o periluna e até superar a esfera de influência da Terra em função de ΔV_1 para $h_0 = 1500 \text{ km}$.

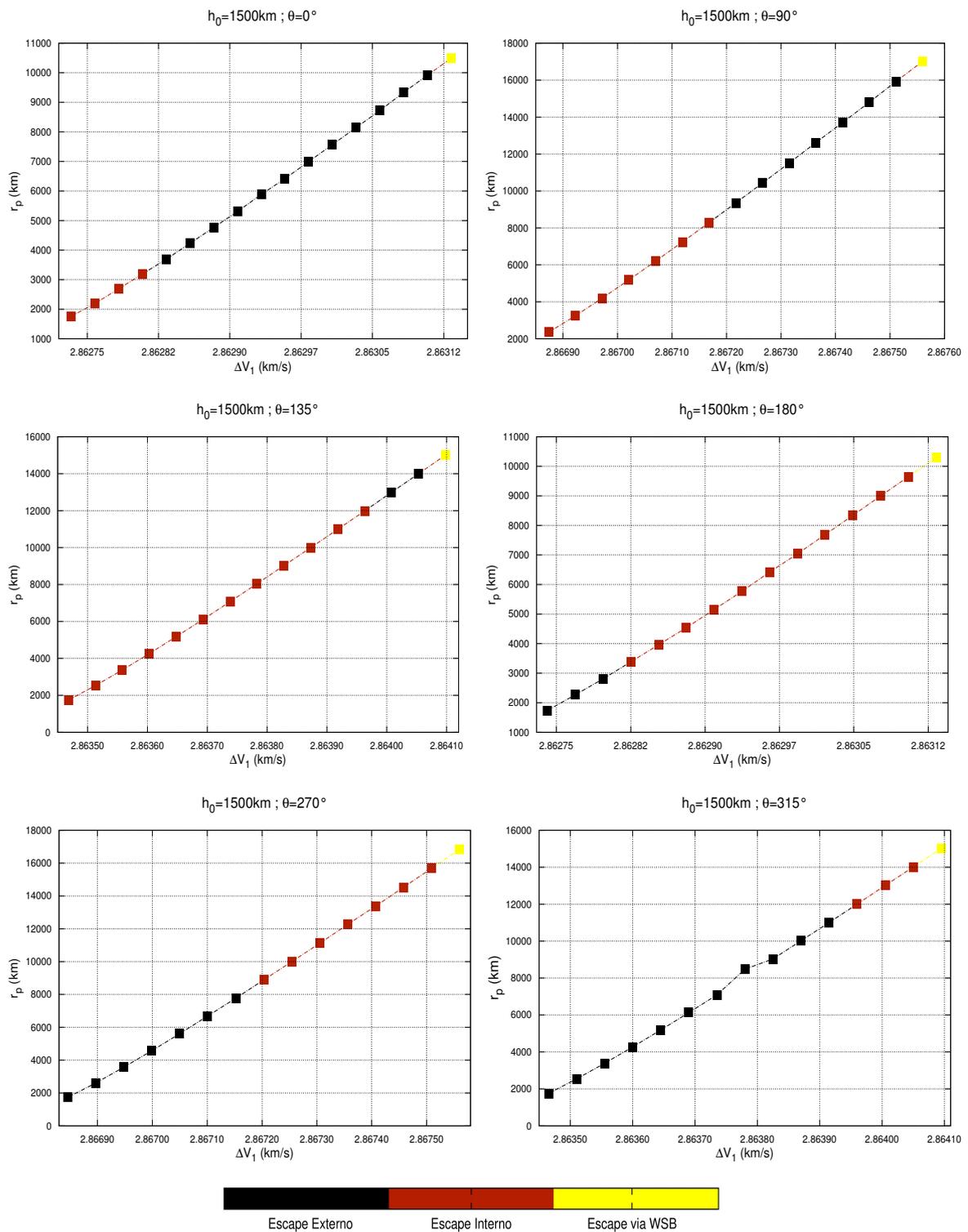


Figura 6.15 - Diagrama de distância de máxima aproximação r_p entre a sonda e a Lua em função de ΔV_1 para $h_0 = 1500$ km.

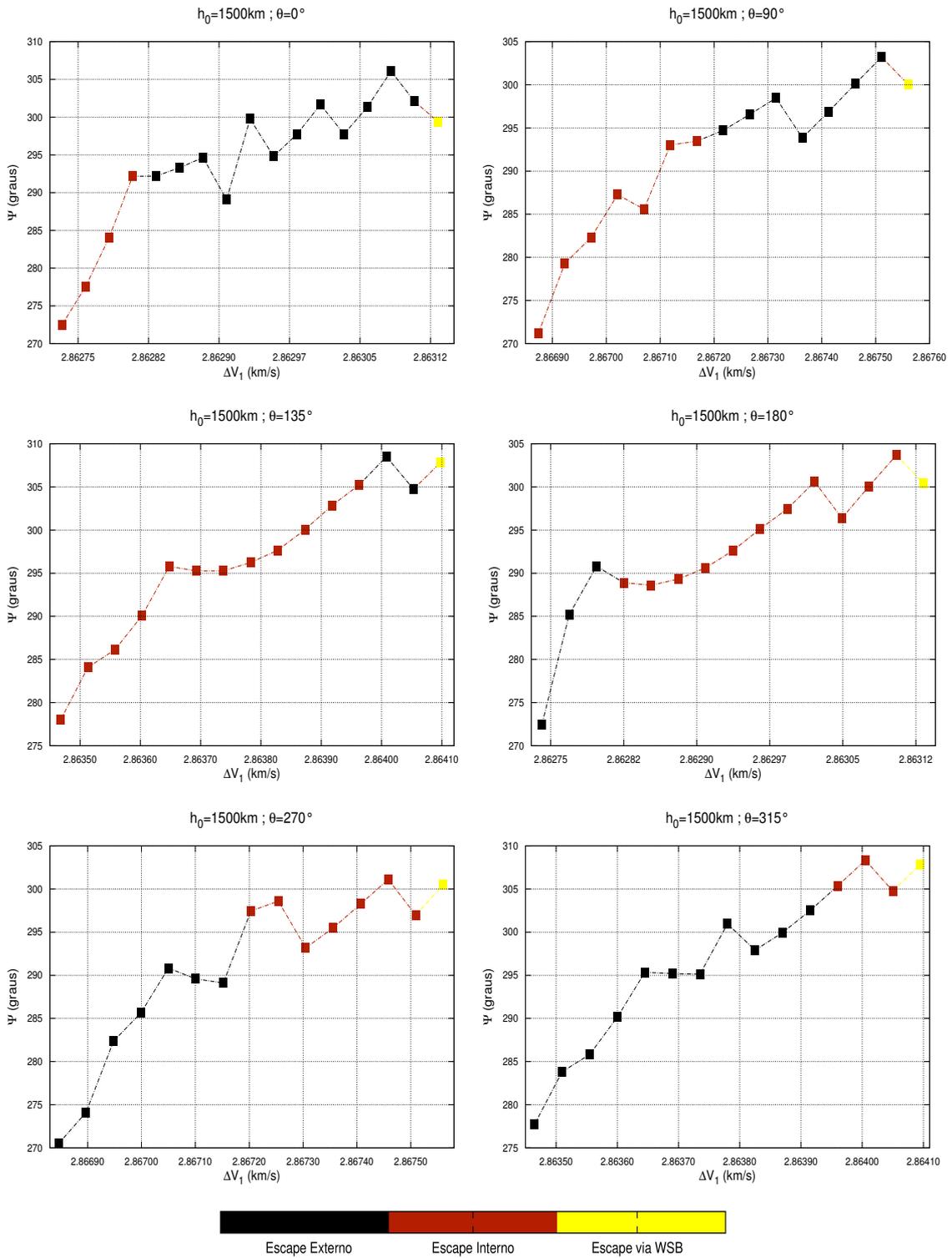


Figura 6.16 - Diagrama de ângulo de aproximação Ψ em função de ΔV_1

6.3 Análise dos Resultados

Nesta seção, são discutidas as principais implicações dos resultados obtidos neste estudo. A análise está dividida em tópicos, de acordo com as grandezas calculadas em cada uma das seções 6.2.1, 6.2.2 e 6.2.3.

6.3.1 Sequências de escapes

Os resultados obtidos evidenciam a influência do Sol (ou da posição e velocidade relativa da Terra) na sequência com que ocorrem os escapes. As integrações realizadas para $h_0 = 200\text{km}$, na seção (6.2.1), mostram que para $\theta = 0^\circ$ e $\theta = 90^\circ$ as primeiras TGE produzem escapes internos, seguidos dos escapes externos e por fim ocorrem os casos que passam pela WSB antes de escapar. Quando $\theta = 180^\circ$ e $\theta = 270^\circ$ percebe-se uma inversão na sequência dos escapes, de modo que primeiro ocorrem os escapes externos e em seguida os internos.

Esse resultado sugere a existência de um valor intermediário de anomalia verdadeira da Terra (entre 90° e 180°), para a qual a mudança na sequência de escapes passa a ocorrer. Esta afirmação é ratificada, com base no fato de que, para $\theta = 135^\circ$, correspondente ao valor médio de posição angular entre $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 180^\circ$, ocorrem apenas escapes internos. Essa lógica da ordem dos escapes também é notada também para as altitudes $h_0 = 700\text{ km}$ e $h_0 = 1500\text{ km}$, nas seções (6.2.2) e (6.2.3), respectivamente. A Tabela 6.4 representa, de maneira mais resumida, a sequência de escapes que ocorreu para cada combinação altitude e posição angular (h_0, θ).

Tabela 6.4 - Ordem das sequências de escape nas TGE para diferentes valores h_0 e θ .
I = Escape Interno; E = Escape Externo; W = Escape via WSB

h_0	$\theta = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$	$\theta = 135^\circ$	$\theta = 180^\circ$	$\theta = 270^\circ$	$\theta = 315^\circ$
200 km	I-E-W	I-E-W	I-W	E-I-W	E-I-W	E-I-W
700 km	I-E-W	I-W	I-W	E-I-W	E-I-W	E-I-W
1500 km	I-E-W	I-E-W	I-E-W	E-I-W	E-I-W	E-I-W

Essa regularidade na ordem dos escapes, sugerida pelos resultados, pode ser utilizada no planejamento preliminar de missões para NEAs. Uma vez que cada classe de asteroide é limitada por uma dada altitude de periélio e de afélio, uma configuração adequada para uma TGE cuja órbita final (interna ou externa) cruze a órbita do NEA pode ser fornecida pela Tabela 6.4.

6.3.2 Energia relativa à Terra

Os valores de energia específica de dois corpos da sonda, relativa à Terra, são mostrados nas Figuras (6.2), (6.7) e (6.12). Em todos os casos estudados, o valor desta energia no apogeo da TGE, foi praticamente constante, $\approx 0,71$ (J/kg). Todavia para os instantes de passagem pelo periluna e da passagem pela esfera de influência da Terra, percebe-se que à medida em que o valor de ΔV_1 aumenta, o valor observado na energia diminui, e em alguns casos, ainda é negativa, mesmo após a sonda ter ultrapassado a esfera de influência da Terra.

A Figura 6.17 mostra a variação temporal desta energia para diferentes valores de ΔV_1 , e em uma mesma configuração inicial: $h_0 = 200km$ e $\theta = 90^\circ$.

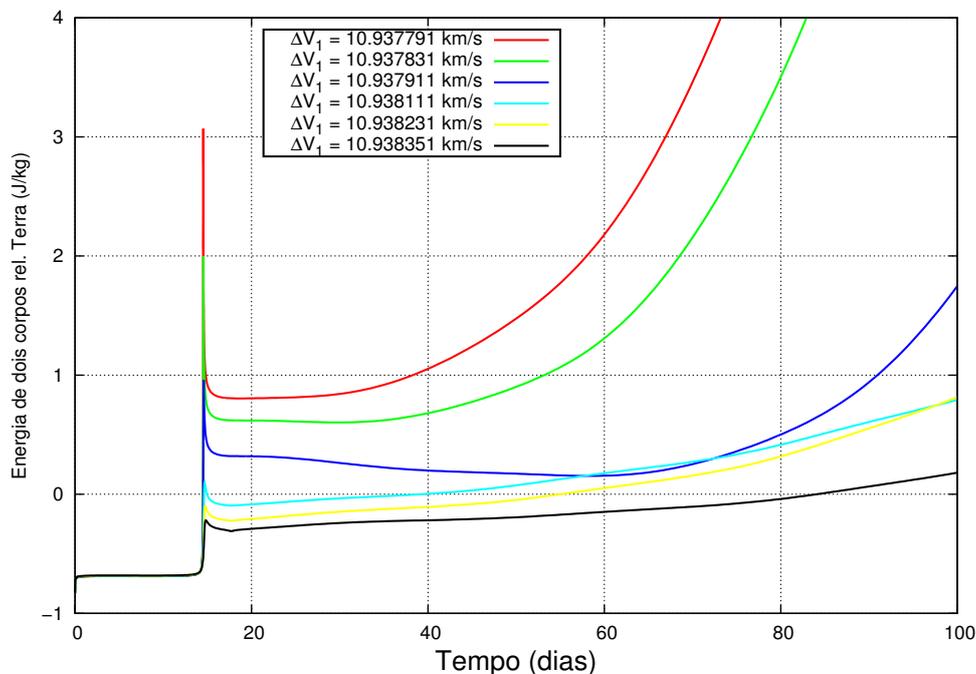


Figura 6.17 - Variação temporal da energia de dois corpos relativa à terra, para diferentes valores de ΔV_1

Esse resultado sugere que os maiores valores de incrementos de velocidade correspondem aos casos que levam mais tempo para que a energia relativa à Terra se torne positiva. Nestes casos a sonda continua com energia de dois corpos, relativa à Terra, negativa mesmo após ter superado a esfera de influência terrestre.

6.3.3 Energia relativa ao Sol

Analisando o comportamento das curvas mostradas nas Figuras 6.3 para a energia de dois corpos relativa ao Sol, é possível perceber que, a energia de dois corpos da sonda relativa ao Sol no momento em que a sonda atinge o apogeu da TGE é praticamente constante para todos os valores de ΔV_1 .

Nos instantes de passagem pelo periluna, à medida em que o valor de ΔV_1 torna-se mais elevado, a energia da sonda aumenta, para $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$ e $\theta = 135^\circ$, e diminui para $\theta = 180^\circ$, $\theta = 270^\circ$ e $\theta = 315^\circ$.

Para o tempo no qual a sonda supera a esfera de influência da Terra, a curva de energia em função de ΔV_1 apresenta um valor de pico (máximo) para os casos $\theta = 0^\circ$, $\theta = 270^\circ$ e $\theta = 315^\circ$. Este comportamento é observado em todas as altitudes iniciais h_0 estudadas. Em contrapartida, quando $\theta = 90^\circ$, $\theta = 135^\circ$ e $\theta = 180^\circ$ a curva apresenta um poço (mínimo). Estes valores extremos, indicam quais valores de ΔV_1 promovem os escapes mais externos - picos de energia relativa ao Sol; e quais valores estão relacionados aos escapes mais internos - poços de energia relativa ao Sol.

Para o resultado obtido com $h_0 = 1500$ km e $\theta = 315^\circ$ (reproduzido novamente na Figura 6.18a), por exemplo, existe um ponto máximo quando $\Delta V_1 = 2,863645$ km/s, correspondente ao valor de energia $-409,438379$ J/kg, esta trajetória corresponde ao escape com órbita final mais externa, para esta configuração (h_0, θ) .

Por outro lado, quando $\theta = 135^\circ$ (Figura 6.18b), a curva apresenta um mínimo em $\Delta V_1 = 2,863648$ km/s correspondente a $-478,499118$ J/kg de energia da sonda relativa ao Sol. Esta trajetória de escape produziu, para esta configuração, o escape com órbita final mais interna.

Nas trajetórias de escape estudadas, os menores valores de ΔV_1 estão relacionados às passagens mais próximas da Lua, e conseqüente, às maiores variações de energia relativa à Terra.

Todavia, as trajetórias de escape com maior variação de energia relativa ao Sol, no momento de passagem pela esfera de influência da Terra, normalmente são observadas para valores de ΔV_1 superiores a estes primeiros, conforme também mostra a Figura 6.18.

Este resultado sugere que as órbitas de escape mais internas (ou mais externas) não estão necessariamente relacionados com os *swing-bys* com passagem mais próxima

da superfície lunar.

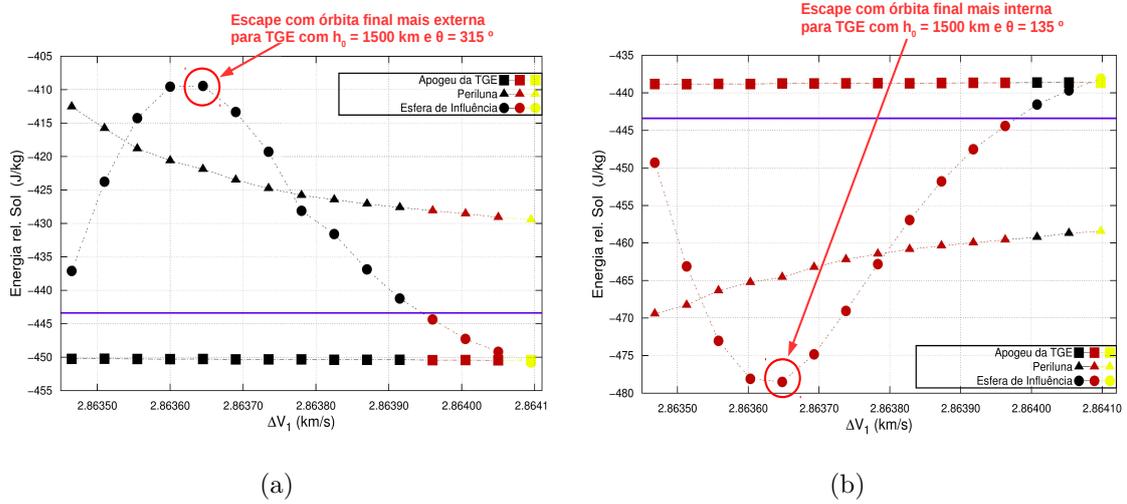


Figura 6.18 - Energia específica de dois corpos da sonda relativa ao Sol, em (a) para a TGE com $h_0 = 1500 km$ e $\theta = 315^\circ$. Em (b) para a TGE com $h_0 = 1500 km$ e $\theta = 135^\circ$. A linha horizontal azul representa o valor médio da energia específica de dois corpos Sol-Terra.

6.3.4 Intervalos de Tempo

Com base nos diagramas de intervalos de tempos; mostrados nas (6.4), (6.9) e (6.14), as trajetórias de escape apresentaram um comportamento semelhante em todos as combinações (h_{0_m}, θ_n) estudados. Em todos estes casos o tempo transcorridos até a sonda atingir o apogeu da TGE foi de aproximadamente 8,5 dias, e cerca de 14,3 dias após a saída da órbita circular inicial, a sonda encontrava-se no ponto de maior aproximação da Lua.

O tempo gasto para superar a esfera de influência da Terra cresce à medida em que ΔV_1 aumenta. Para o primeiro valor de ΔV_1 , o tempo para superar a esfera de influência terrestre é de aproximadamente 21 dias. Uma análise combinada destes valores, com os diagramas de distância de maior aproximação (r_p Figuras 6.5, 6.10 e 6.15), indica que estes casos estão relacionados aos *swing-bys* mais próximos da Lua, o que, conforme previsto no capítulo 4, corresponde às maiores variações de velocidade em relação à Terra. Os maiores valores de ΔV , que correspondem aos *swing-bys* mais distantes de Lua, acarretam nos menores ganhos de velocidade. Este fato pode ser percebido nos valores de tempo, de aproximadamente 30 dias, para os casos em que a trajetória passa pela WSB antes de escapar.

6.3.5 Distância de Aproximação r_p

Em todos os casos estudados, a distância de aproximação r_p apresentou uma dependência linear crescente, com o valor do incremento de velocidade. Estes valores mais elevados de ΔV_1 são responsáveis pelas trajetórias de escape com os maiores valores de apogeu. Conseqüentemente, a distância a ser percorrida pela sonda, e o tempo gasto até atingir o periluna, tornam-se maiores à medida em que a altitude de apogeu aumenta. Uma vez que a Lua encontra-se em deslocamento no espaço, existe uma tendência em que a distância de aproximação r_p também aumente com o valor de ΔV_1 ,

6.3.6 Ângulo de Aproximação Ψ

Os resultados apresentados nas Figuras 6.6, 6.11 6.16, mostram que o ângulo de aproximação Ψ apresenta, em todos os casos analisados, uma variação diretamente proporcional ao valor de ΔV_1 .

A análise combinada dos resultados obtidos para o ângulo ($\Psi \times \Delta V_1$), para a distância de aproximação ($r_p \times \Delta V_1$) e para a energia relativa à Terra, evidenciam que, mesmo para o sistema de 4 corpos (Sol-Terra-Lua-Sonda) estudado aqui, que os maiores

ganhos de energia estão associados aos *swing-bys* mais próximos da Lua (i.e. menores r_p) e aos valores de Ψ mais próximos de 270° .

6.3.7 Escapes via WSB

As integrações realizadas nesta etapa também indicam que escapes via WSB podem ocorrer para qualquer configuração (h_0, θ) . Conforme previsto no estudo analítico feito no capítulo 4, estas trajetórias estão relacionadas aos casos de ΔV_1 mais elevados, que conseqüentemente, produzem *swing-bys* com passagens mais distantes da Lua, e menores ganhos de energia em relação à Terra. Nestes casos, a variação provocada na energia não é suficiente para que a energia da sonda em relação à Terra torne-se imediatamente positiva e seja caracterizado uma trajetória de escape.

Todavia, assim como nos casos de captura balística que foram estudados por Belbruno (1990), Belbruno (), a passagem pela WSB permite que uma missão faça uso das características intrínsecas da região, e por meio de uma pequena perturbação seja direcionada para uma outra região do sistema ou mesmo seja direcionada para um novo *swing-by* com a Lua ou com a Terra.

7 EVOLUÇÃO TEMPORAL DE SEMIEIXO MAIOR E DE EXCENTRICIDADE DAS TGE

Neste capítulo, são discutidos alguns aspectos importantes referentes à evolução temporal das TGE. Conforme mostrado nos Capítulos 5 e 6 uma pequena diferença no valor do incremento inicial, ΔV_1 é reponsável pelos diferentes tipos de escape após a passagem pela Lua.

Nesta perspectiva, analisamos a variação temporal do semieixo maior e da excentricidade de um conjunto de TGE iniciadas de uma mesma órbita circular terrestre com altitude inicial $h_0 = 200$ km. As trajetórias analisadas foram integradas a partir de condições iniciais reais extraídas das efemérides de 01 de janeiro de 2015 e 15 de julho de 2015. Uma vez que o período orbital da Terra ao redor do Sol é de aproximadamente 365 dias, a escolha destas datas garante que as condições iniciais consideradas para a Terra estão defasadas de uma distância angular $\theta \approx 180^\circ$ em relação ao Sol. Consequentemente, com base nos resultados obtidos no capítulo 6, corresponderá a uma inversão na ordem dos escapes.

Nas figuras 7.1, 7.2, 7.3 e 7.4, mostram-se diagramas de variação de semieixo maior e de excentricidade em relação à Terra. Em cada um dos diagramas, destacam-se os instantes de passagem pelo apogeu da TGE e de entrada e saída da esfera de influência da Lua.

Nos casos apresentados a seguir os escapes foram classificados em quatro diferentes tipos; basicamente em função da energia de dois corpos relativa ao Sol após o escape e em relação ao valor da energia de dois corpos E_{Terra} da Terra também relativa ao Sol:

- Escapes Internos nos quais $E < E_{Terra}$
- Escape Coorbital onde $E \approx E_{Terra}$ ¹
- Escapes Externos nos quais $E > E_{Terra}$
- Escape via WSB - semelhantes ao exemplo mostrado na subseção 5.2.4 do Capítulo 5.

Em cada uma das datas as trajetórias diferem entre si apenas de um valor de aproximadamente 10^{-5} km/s, de modo que a primeira TGE é produzida com um valor de

¹Considerando uma flutuação de ± 3 J/kg em torno do valor da energia de dois corpos da órbita da Terra em relação ao Sol

$\Delta V = 10^{-6}$ km/s maior que o último incremento de velocidade que promove colisão com a Lua.

Nas Figuras 7.1 e 7.2 mostram as variações temporais de semieixo maior e de excentricidade para à TGE com Lançamento em 01 de janeiro de 2015.

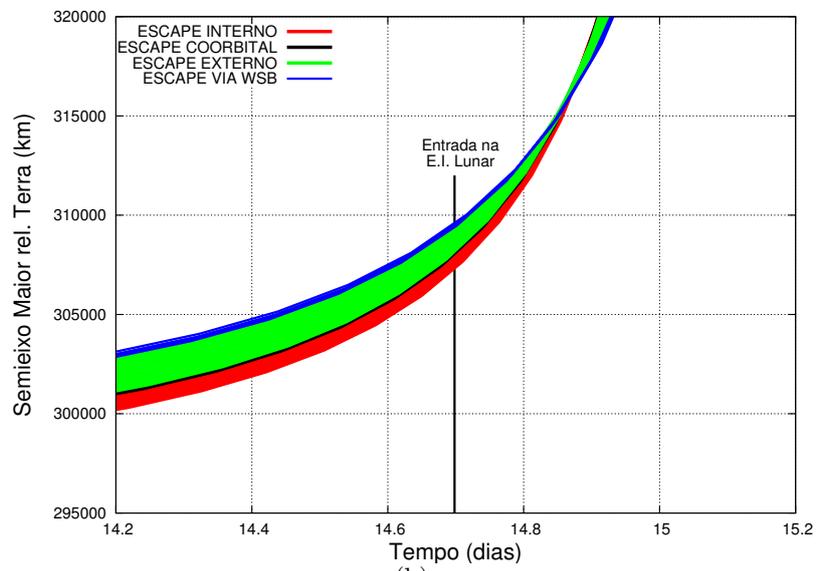
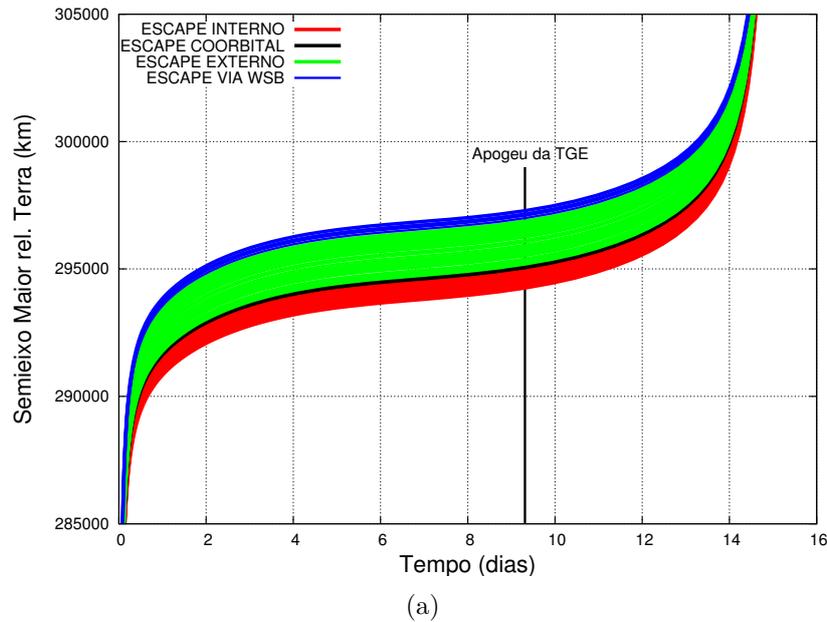


Figura 7.1 - (a) Variação temporal do semieixo maior de um conjunto de trajetórias de escape iniciadas a partir de uma mesma órbita inicial em 01 de janeiro de 2015. A região vermelha corresponde ao conjunto de TGE de escape interno, em preto os escapes coorbitais, em verde estão os casos de escape externo, a linha azul mostra os casos de escape via WSB. (b) Uma ampliação da região correspondente aos tempos próximos ao *swing-by*. As linhas sólidas verticais indicam o tempo médio de ocorrência de cada um dos eventos destacados.

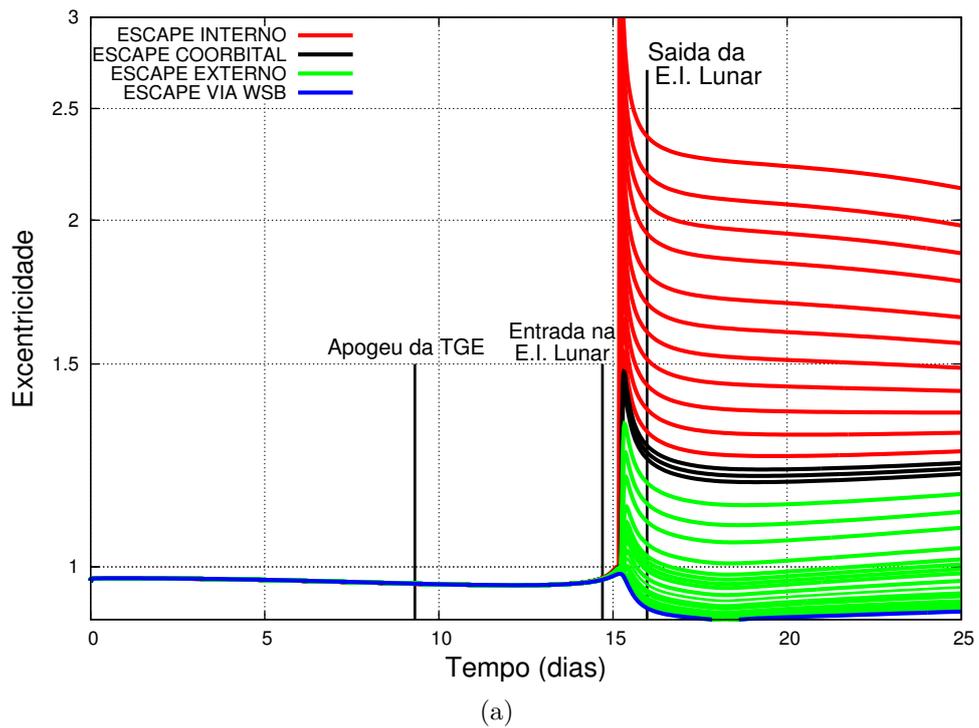


Figura 7.2 - Variação temporal da excentricidade, relativa à Terra, de um conjunto de trajetórias de escape iniciadas a partir de uma mesma órbita inicial em 01 de janeiro de 2015. A região vermelha corresponde ao conjunto de TGE de escape interno, em preto os escapes coorbitais, em verde estão os casos de escape externo, a linha azul mostra os casos de escape via WSB. As linhas sólidas verticais indicam o tempo médio de ocorrência de cada um dos eventos destacados.

Nas Figuras 7.3 e 7.4 mostram as variações temporais de semieixo maior e de excentricidade para à TGE com Lançamento em 15 de julho de 2015.

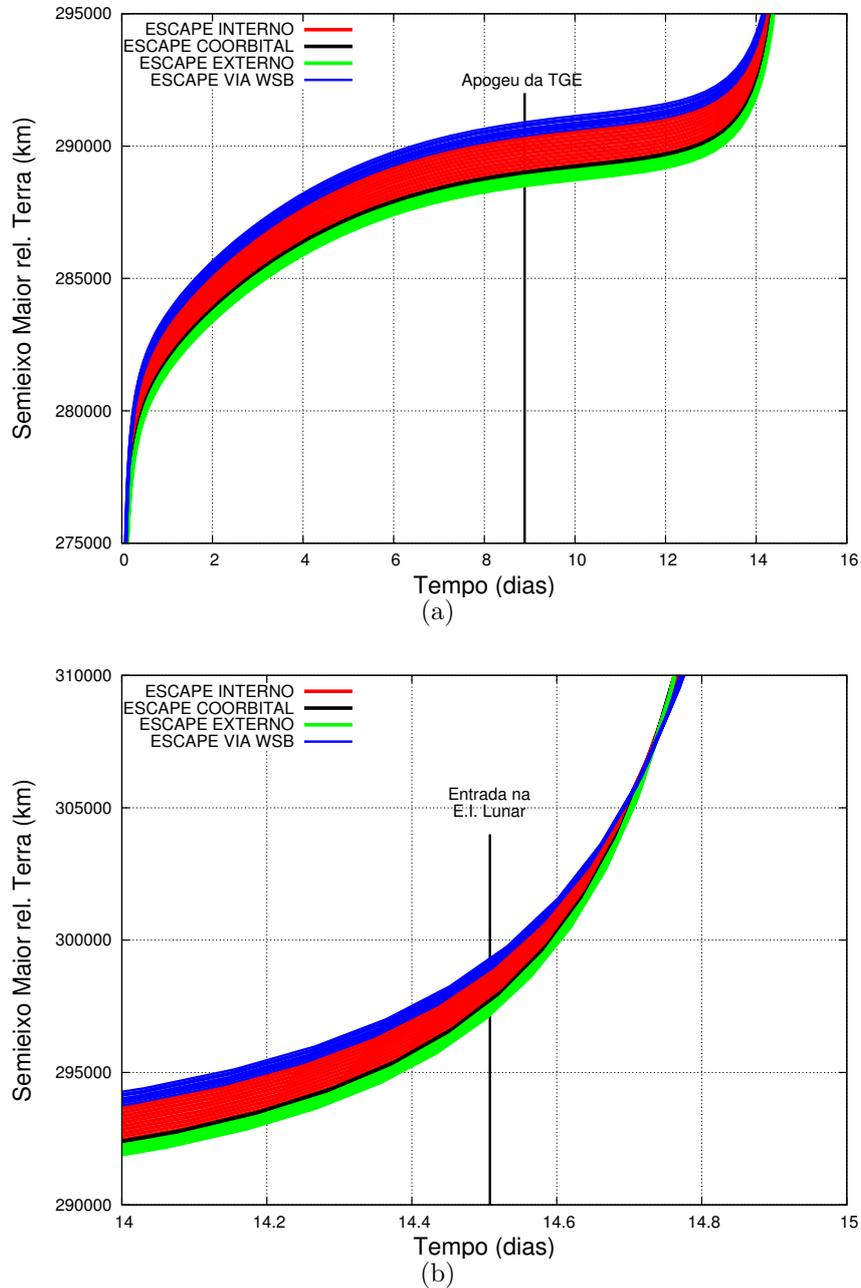


Figura 7.3 - Variação temporal do semieixo maior de um conjunto de trajetórias de escape iniciadas a partir de uma mesma órbita inicial em 15 de julho de 2015. A região vermelha corresponde ao conjunto de TGE de escape interno, em preto os escapes coorbitais, em verde estão os casos de escape externo, a linha azul mostra os casos de escape via WSB. Uma ampliação da região correspondente aos tempos próximos ao *swing-by* é mostrada em (b). As linhas sólidas verticais indicam o tempo médio de ocorrência de cada um dos eventos destacados.

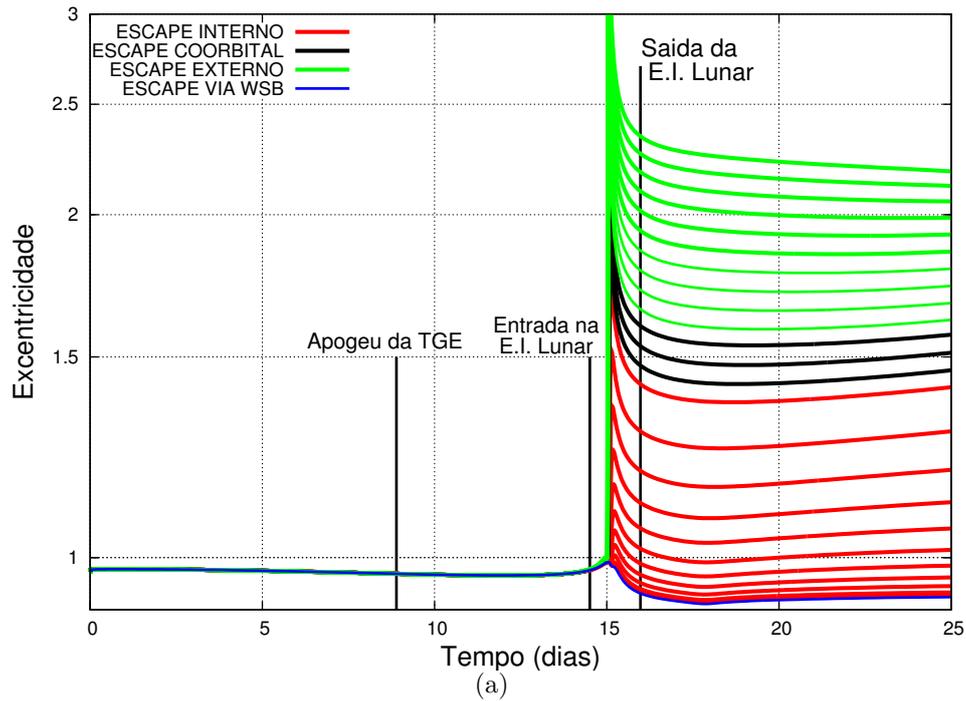


Figura 7.4 - Variação temporal da excentricidade, relativa à Terra, de um conjunto de trajetórias de escape iniciadas a partir de uma mesma órbita inicial em 15 de julho de 2015. A região vermelha corresponde ao conjunto de TGE de escape interno, em preto os escapes coorbitais, em verde estão os casos de escape externo, a linha azul mostra os casos de escape via WSB. As linhas sólidas verticais indicam o tempo médio de ocorrência de cada um dos eventos destacados.

O estudo realizado no capítulo 4 mostrou quais condições iniciais, em termos de semieixo maior e excentricidade geocêntricos, no momento da entrada na esfera de influência lunar, promovem os *swing-by*. As Trajetória G de Escape estudadas aqui compõem um subconjunto dessas condições iniciais.

Na Figura 7.5, o semieixo maior e a excentricidade das TGE de 15/01/2015 e 15/07/2015, no momento da entrada na esfera de influência lunar, estão identificados em um diagrama $(a_0 \times e_0)$ semelhante aos que foram apresentados no Capítulo 4.

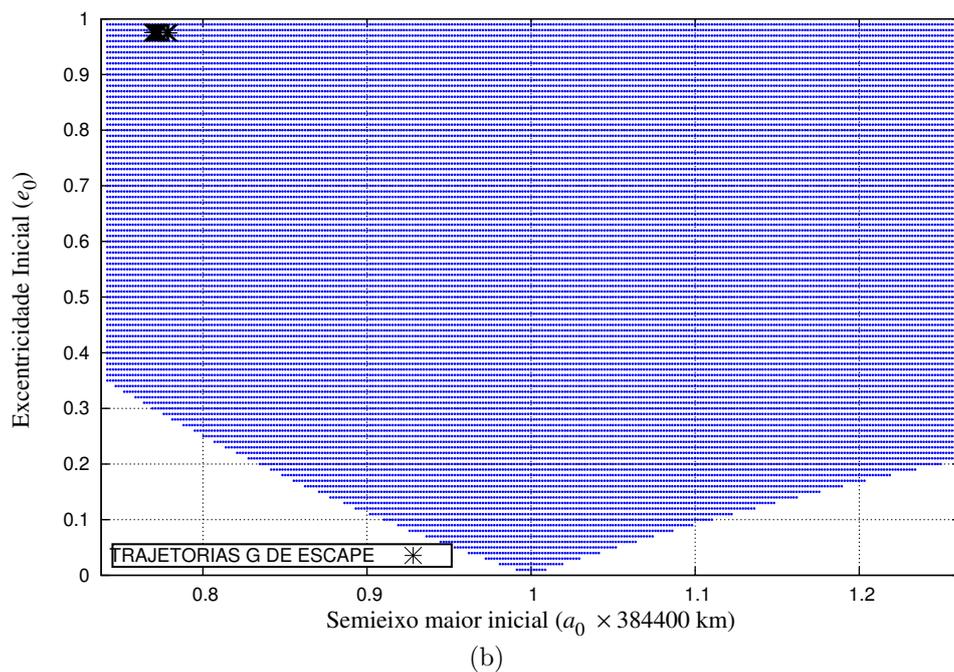
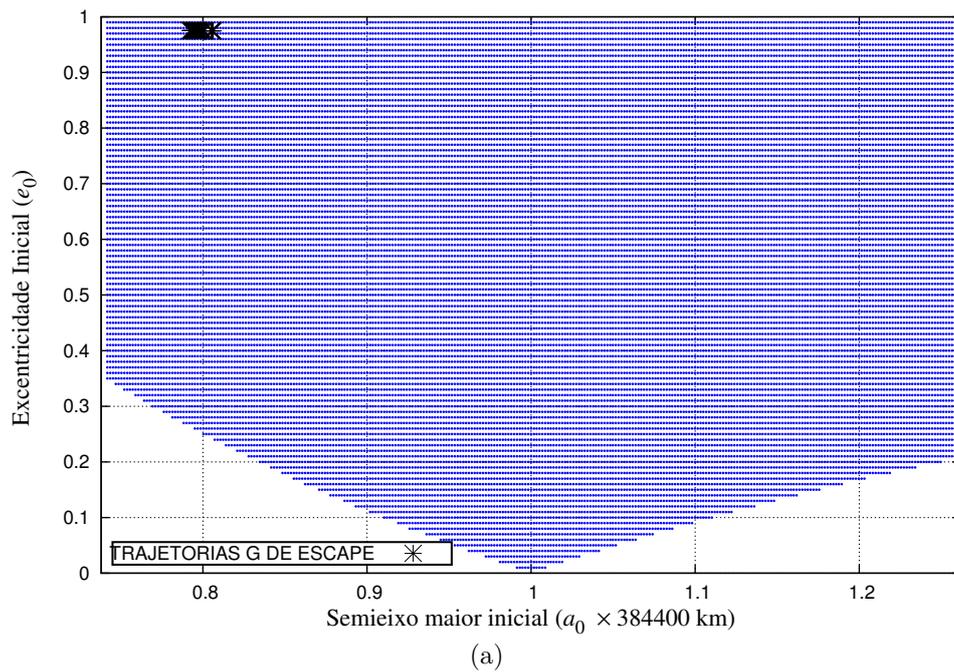


Figura 7.5 - Semieixo maior e excentricidade das TGEs no momento da entrada na esfera de influência lunar. A região em azul representa as condições iniciais para as manobras de *swing-by* estudadas no Capítulo 4. (a) TGEs lançadas em 15 de janeiro de 2015. (b) TGEs lançadas em 15 de julho de 2015

7.1 Conclusões do Capítulo

O fato de serem derivadas de órbitas periódicas instáveis é um dos fatores que conferem à TGE a característica de dependência sensível com as condições iniciais. Os resultados mostrados nos Capítulos 5 e 6 evidenciam que o uso das TGE em missões espaciais requer uma precisão em ΔV_1 , e conseqüentemente, no sistema de propulsão, da ordem de $10^3 km/s$, o que pode ser impraticável sob o ponto de vista das limitações tecnológicas atuais.

Todavia, a variação na escala de semieixo maior (e conseqüentemente de energia) observado nas figuras 7.1(a) e 7.3(a), revela intervalos bem definidos para cada tipo de escape. Embora apresentem dependência sensível com o valor de incremento de velocidade na saída da órbita circular terrestre, as trajetórias de escape de um mesmo tipo permanecem confinadas em um conjunto coerente até o instante da passagem pela vizinhança da Lua.

A regularidade dessas regiões para tempos anteriores ao *swing-by* sugere um intervalo de tempo de aproximadamente 14 dias nos quais a sonda pode ser controlada e mantida na trajetória adequada para cada tipo de escape.

8 TRANSFERÊNCIA ATÉ UM ASTEROIDE PROXIMO À TERRA

8.1 Tempo de Voo

O problema de dois corpos prevê um conjunto de cônicas como as possíveis trajetórias de um objeto que interage gravitacionalmente com um outro corpo. Neste cenário, o intervalo de tempo em que o vetor posição de um dado corpo m_2 , em relação ao corpo central m_1 , varre a área total de uma órbita elíptica, i.e πab , corresponde a um período orbital \mathbb{P} . Considerando um movimento iniciado no pericentro até um ponto dado ponto P da órbita, no qual a anomalia verdadeira é ν , tem-se que a área varrida pelo vetor posição é A_1 , conforme mostra a figura 8.1

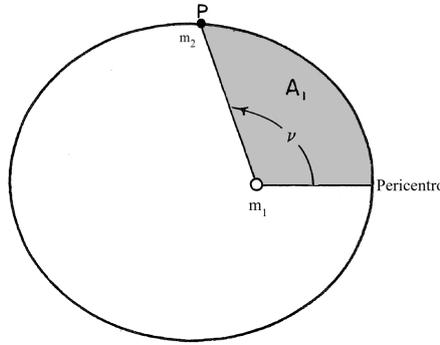


Figura 8.1 - Área varrida pelo vetor posição. Adaptado de Bate et al. (1971)

Como a taxa com a qual o vetor posição varre uma dada área da elipse é constante, então o tempo de voo do pericentro até o ponto P é $t - T_P$, onde T_P é o tempo de passagem pelo pericentro. De acordo com a 2ª lei de Kepler

$$\frac{t - T_P}{A_1} = \frac{\mathbb{P}}{\pi ab} \quad (8.1)$$

A área A_1 varrida nesse intervalo de tempo pode ser rescrita em função da anomalia excêntrica, mostrada na Figura 8.2, de modo que

$$A_1 = \frac{ab}{2} [E - e \sin E] \quad (8.2)$$

Como o período orbital $\mathbb{P} = 2\pi\sqrt{\frac{a^3}{\mu}}$, onde $\mu = Gm_{Sol}$, a equação 8.1 fica

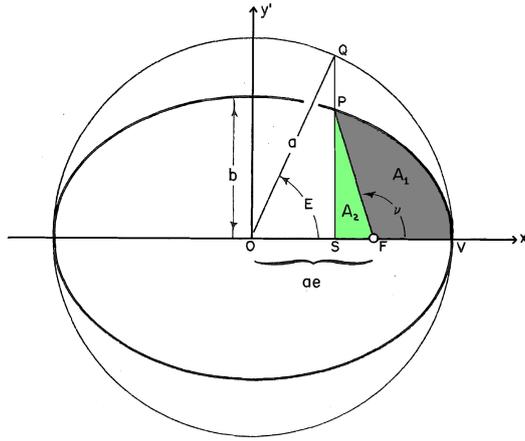


Figura 8.2 - Anomalia Excêntrica. Adaptado de Bate et al. (1971)

$$t - T_P = \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} (E - e \sin E) \quad (8.3)$$

Portanto, o tempo de voo entre um ponto genérico P_0 na órbita, localizado pela anomalia verdadeira ν_0 e um ponto P de anomalia ν é dado Portanto

$$t - t_0 = (t - T_P) - (t_0 - T_P) \quad (8.4)$$

E num caso geral, quando o objeto passar k vezes pelo pericentro no caminho entre P_0 e P

$$\begin{aligned} t - t_0 &= kP + (t - T_P) - (t_0 - T_P) \\ &= \sqrt{\frac{a^3}{\mu}} [2k\pi + (E - e \sin E) - (E_0 - e \sin E_0)] \end{aligned} \quad (8.5)$$

Como pode se vê nas figuras 5.7 e 5.5, aproximadamente após superar a esfera de influência da Terra, a sonda passa a descrever uma órbita heliocêntrica kepleriana, assim como o asteroide.

Sejam \vec{r}_{0A} e \vec{r}_{0S} as posições da sonda e do asteroide no instante t_0 em que a energia da sonda em relação ao Sol se estabiliza e a órbita heliocêntrica pode ser considerada como uma elipse. Seja um instante t , para o qual a distância entre a sonda e o

asteroide atinge um valor mínimo R_E .

Aqui, esta distância R_E é tal que, em comparação à ordem de grandeza do semieixo maior destes corpos, possa ser considerada como um encontro. Neste instante, as posições da sonda e do asteroide podem ser aproximadas pelo vetor \vec{r} , conforme mostra a Figura 8.3.

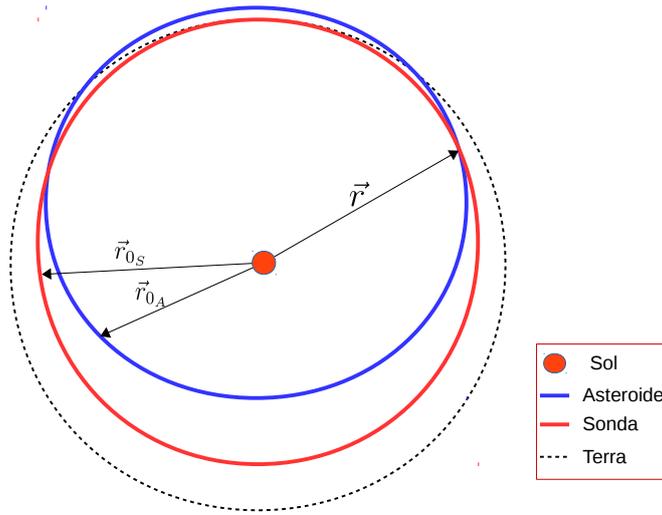


Figura 8.3 - Projeção planar das posições da sonda e do asteroide após o escape e no instante do encontro a uma distância R_E .

Para o tempo de voo da sonda, desde o instante em que sua órbita pode ser considerada elíptica em relação ao Sol, até o momento do encontro, a equação 8.5 fica

$$\Delta t_S = \sqrt{\frac{a_S^3}{\mu}} [2k_S\pi + (E_S - e_S \sin E_S) - (E_{0S} - e_S \sin E_{0S})] \quad (8.6)$$

e para o asteroide

$$\Delta t_A = \sqrt{\frac{a_A^3}{\mu}} [2k_A\pi + (E_A - e_A \sin E_A) - (E_{0A} - e_A \sin E_{0A})] \quad (8.7)$$

Como o intervalo de tempo decorrido desde o momento em que a trajetória heliocêntrica da sonda pode ser considerada como uma elipse até o instante do encontro

é o mesmo tanto para a sonda quanto para o asteroide, então

$$\Delta t_S = \Delta t_A \quad (8.8)$$

Utilizando o conceito de anomalia média introduzido por Kepler

$$M = E - e \sin E \quad (8.9)$$

E portanto, a equação (8.8) fica

$$\sqrt{\frac{a_S^3}{\mu}} [2k_S\pi + M_S - M_{0S}] = \sqrt{\frac{a_A^3}{\mu}} [2k_A\pi + M_A - M_{0A}] \quad (8.10)$$

Onde M_{0S} e M_{0A} são, respectivamente, as anomalias médias da sonda e do asteroide no instante t_0 e M_S e M_A no instante do encontro.

A fração k_S/k_A fornece, para uma dada configuração inicial pós-escape, uma razão entre o número de revoluções ao redor do Sol realizadas pela sonda e pelo asteroide até o momento do encontro. Uma vez que neste momento as órbitas podem ser aproximadas por elipses heliocêntricas, o tempo decorrido até o encontro, pode ser estimado usando a equação 8.10.

Todavia, por tratar-se de uma equação transcendental, não há como expressar uma solução exata na qual o termo k_S/k_A seja escrito apenas como função das condições iniciais pós-escape. Nas próximas seções, são apresentados os resultados da aplicação das TGE, introduzidas no Capítulo 5, para um conjunto de condições iniciais reais, e com o objetivo de realizar uma transferência de uma órbita circular baixa ao redor da Terra até um asteroide próximo à Terra.

O NEA escolhido para a aplicação foi o Aten 2006 XP4. Este objeto possui parâmetros físicos, como massa e diâmetro equatorial médio, bem determinados. Aliado a isto, existe um conjunto considerável de datas nos próximos anos, para os quais este NEA estará no seu ponto de máxima aproximação da Terra (CPA - *Closest point of approach*).

Tabela 8.1 - Principais características físicas do NEA 2006XP4

GRANDEZA	VALOR
Massa	$2,3 \times 10^8$ kg
Diâmetro equatorial médio	0,055km
Número de Satélites	0
Distância mínima de interseção Orbital rel. Terra	$4,16264 \times 10^{-3}$ U.A ($\approx 622722,08$ km)
Magnitude Absoluta	23,9

Tabela 8.2 - Elementos orbitais osculadores do NEA 2006XP4

ELEMENTO ORBITAL	VALOR
Semieixo maior	0.8731 U.A.
Excentricidade	0.2141
Inclinação	0.5340°
Distância de Periélio	0.6860 U.A.
Longitude do Nodo Ascendente	296.4048°
Argumento do Periélio	343.7174°
Anomalia Média	86.5788°
Período Orbital	297.9878 dias (≈ 0.82 anos)
Movimento Médio	1.2081 °/dia
Distância de Afélio	1.0601 U.A.

8.2 Aten 2006 XP4

As principais características físicas e orbitais¹ do NEA 2006 XP4 são mostradas nas Tabelas 8.1 e 8.2, respectivamente. As Figuras 8.4(a) e (b) mostram, respectivamente, as representações espacial e planar da órbita desse NEA juntamente com as órbitas de Vênus, Terra e Marte.

A Tabela 8.3 mostra uma listagem das ocorrências de encontros próximos (CPA) entre o NEA 2006 XP4 e a Terra ou Vênus para o intervalo de tempo compreendido entre os anos de 2015 e 2091, juntamente com as informações de distância e velocidade relativa ao planeta.

¹Elementos orbitais osculadores obtidos em <http://ssd.jpl.nasa.gov> para a data: 09-Dez-2014)

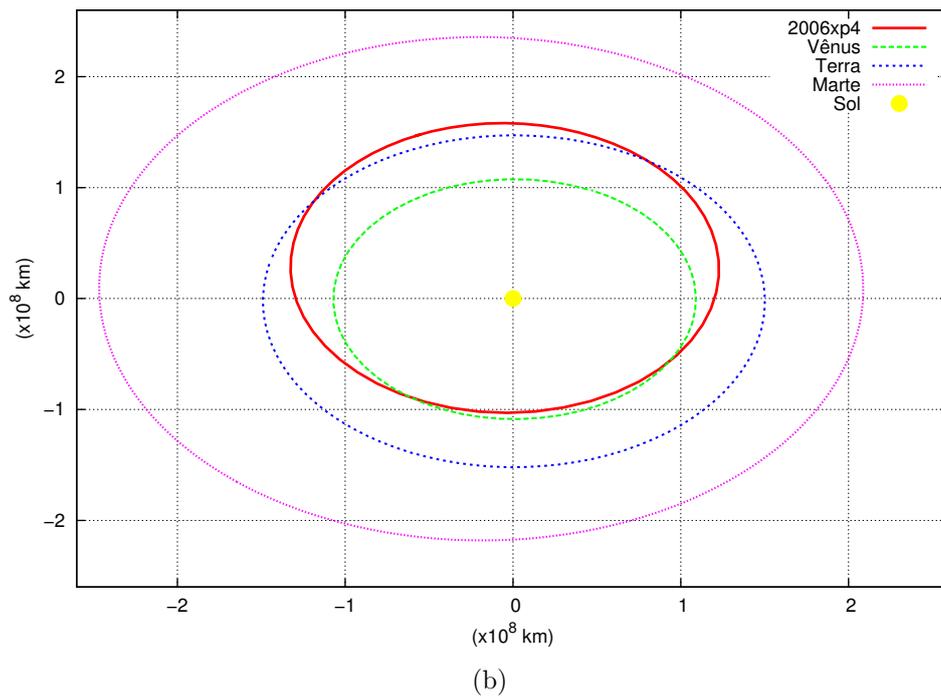
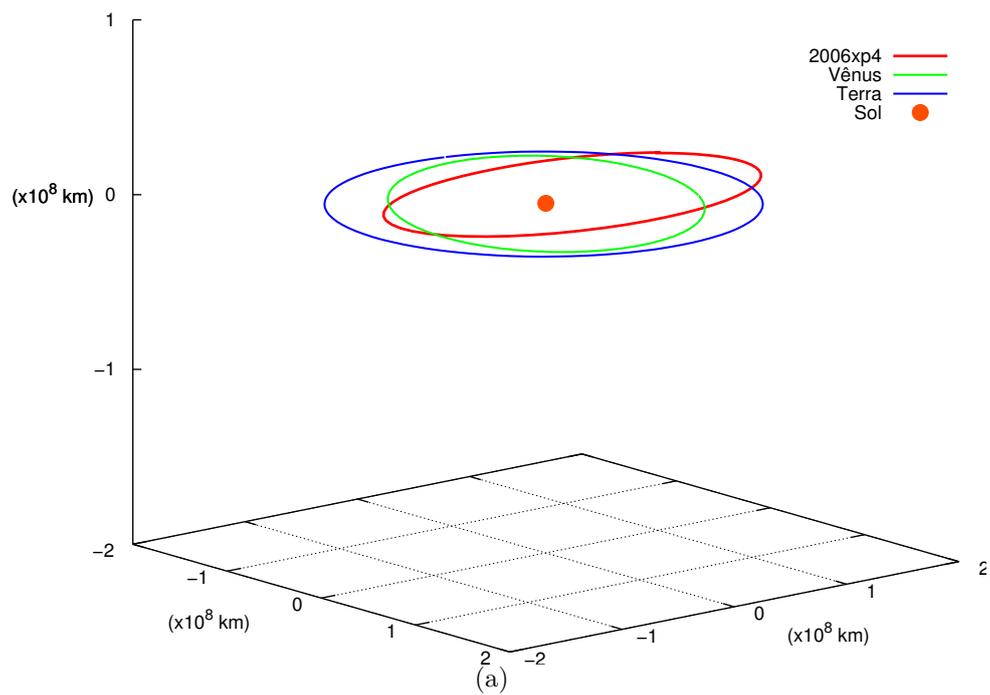


Figura 8.4 - Representações espacial em (a) e planar em (b) da órbita osculadora desse NEA em um referencial heliocêntrico juntamente com as órbitas de Vênus, Terra e Marte

Tabela 8.3 - CPA do NEA 2006 XP4 com Vênus ou Terra entre 2015 e 2091. FONTE: <http://ssd.jpl.nasa.gov>

Data	Hora	Planeta	Distância mínima (UA)	Velocidade relativa (km/s)
11/08/2015	12:35	Vênus	0.04235	5.50509
22/08/2015	19:13	Terra	0.28336	7.89516
15/02/2016	00:59	Terra	0.05695	7.75396
19/12/2017	00:40	Vênus	0.02851	5.40592
18/11/2019	00:12	Terra	0.09963	9.16767
18/05/2020	00:30	Vênus	0.05157	8.70595
19/05/2020	11:05	Terra	0.29539	8.54002
25/07/2024	01:48	Terra	0.32110	9.82723
09/02/2025	20:44	Terra	0.24815	13.6663
13/12/2028	04:12	Terra	0.06450	4.57472
06/04/2029	03:40	Terra	0.21039	4.11535
24/11/2032	19:40	Terra	0.33423	16.6998
22/06/2033	07:53	Terra	0.32952	10.2591
31/01/2034	23:40	Terra	0.47234	21.2042
13/02/2038	22:25	Terra	0.02794	7.10619
17/11/2041	21:49	Terra	0.05857	7.66537
11/05/2042	05:40	Terra	0.28164	7.80644
04/05/2043	10:31	Vênus	0.10451	10.5686
01/10/2045	17:57	Vênus	0.04399	5.44360
15/07/2046	16:34	Terra	0.32696	10.2175
08/02/2047	02:02	Terra	0.30291	15.9404
05/02/2048	19:02	Vênus	0.02173	5.57114
08/07/2050	10:22	Vênus	0.03624	9.71764
23/11/2054	10:42	Terra	0.24979	15.1737
14/02/2060	13:09	Terra	0.03017	8.45908
18/11/2063	09:14	Terra	0.00714	7.01709
08/02/2069	02:02	Terra	0.27179	15.5753
13/02/2091	02:37	Terra	0.00602	6.23950

8.3 Metodologia Adotada

Conforme citado anteriormente, para esta aplicação, considera-se um conjunto de condições iniciais reais formado a partir das efemérides de cada um dos objetos. O sistema estudado nessa aplicação é composto por 5 corpos: Sol, Terra, Lua, NEA (2006XP4) e sonda. As efemérides foram extraídas do banco de dados do Jet Propulsion Laboratory da NASA, disponível em <http://ssd.jpl.nasa.gov/>.

Neste estudo, tomamos o intervalo de tempo de 10 anos compreendido entre 2014 e 2023. Em cada mês desta década usamos 4 datas de lançamento da sonda: dias 08, 15, 22 e 29² de cada mês, e às 00h00min. Para cada data tomou-se as posições e velocidades de cada um dos primários com base nas efemérides do dia.

Dados os vetores de estado de todos os corpos para uma referida data, o passo seguinte é encontrar qual o primeiro valor de ΔV^* que promove um escape direto. E assim como no Capítulo 5, este primeiro valor de incremento de velocidade testado é tal que $\Delta V^* = \Delta V_{col} + 10^{-6}\text{km/s}$, onde ΔV_{col} é o último valor para o qual a trajetória colide com a Lua. A partir desse valor, são testados 10^3 diferentes incrementos de velocidade, do tipo

$$\Delta \vec{V} = \Delta V_x \hat{i} + \Delta V_y \hat{j} + \Delta V_z \hat{k} \quad (8.11)$$

cada um com módulo dado por:

$$\Delta V_n = \left[(\Delta V_x^* + n \times 10^{-3})^2 + (\Delta V_y^* + n \times 10^{-3})^2 + (\Delta V_z^* + n \times 10^{-3})^2 \right]^{1/2} \quad (8.12)$$

com $n = 0, 1, \dots, 999$.

Em cada TGE testada, mede-se a distância $|R|$ entre a sonda e o NEA em cada passo de integração, durante um intervalo de tempo de 5 anos. O momento em que $|R| \leq 2 \times 10^5$ km assumiu-se como um encontro. Embora 2×10^5 km seja uma distância maior que as dimensões da sonda e do asteroide, trata-se de um valor que pode ser reduzido mediante pequenas correções durante o percurso Terra-asteroide.

Devido à diferenças nas inclinações, é possível que nunca haja interseção entre trajetória de escape e a órbita do asteroide. Mas esta condição de encontro sugere que sonda e asteroide passarão numa região limitada do espaço, de modo que manobras extras podem ser consideradas para reduzir a distância Sonda-asteroide..

As figuras 8.5 e 8.6 mostram exemplos nas quais a TGE promoveu um encontro entre a sonda e o asteroide.

²28 de fevereiro para anos não-bissextos.

- **Caso 01**

- Lançamento em 29 de setembro de 2017 às 00:00 hs
- Aproximação entre a Sonda e o asteroide $|R| = 65985.75$ km.
- Tempo de transferência: 882.58 dias
- Data de encontro: 29 de fevereiro de 2020
- $\Delta V_1 = 3,149716$ km/s

- **Caso 02**

- Lançamento em 22 de abril de 2019 às 00:00 hs
- Aproximação entre a Sonda e o asteroide $|R| = 198862.64$ km.
- Tempo de transferência: 298.72 dias.
- 15 de fevereiro de 2020
- $\Delta V_1 = 3,149150$ km/s

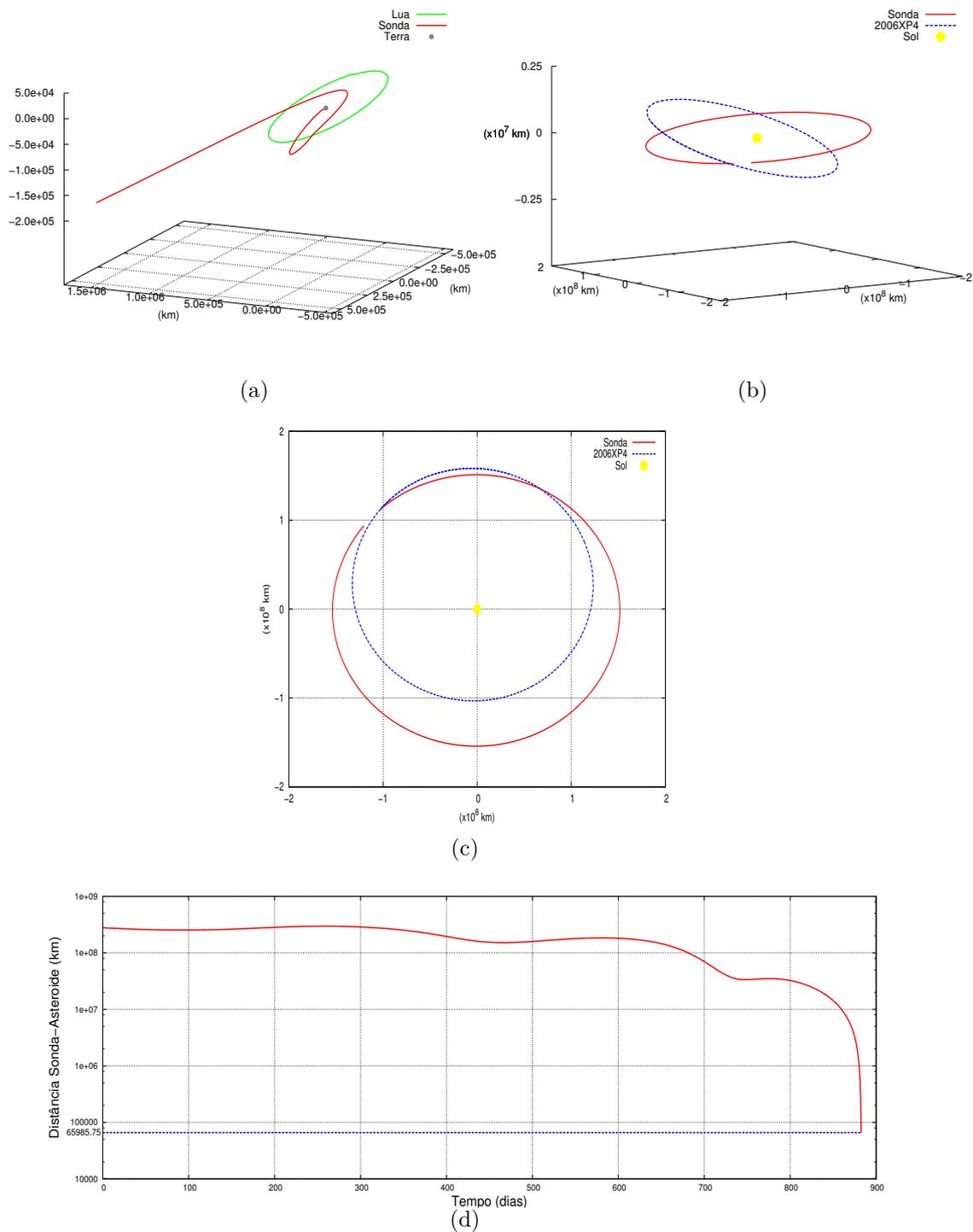


Figura 8.5 - **Caso 01**: TGE e encontro com o asteroide em $t = 882.58$ dias para lançamento em 29 de setembro de 2017. (a) Início da trajetória e o swing-by realizado com a Lua. (b) Trajetória heliocêntrica da sonda e do NEA 2006XP4 para os últimos 365 dias de integração. (c) Projeção planar da mesma trajetória. (d) Variação temporal da distância entre a sonda e o asteroide.

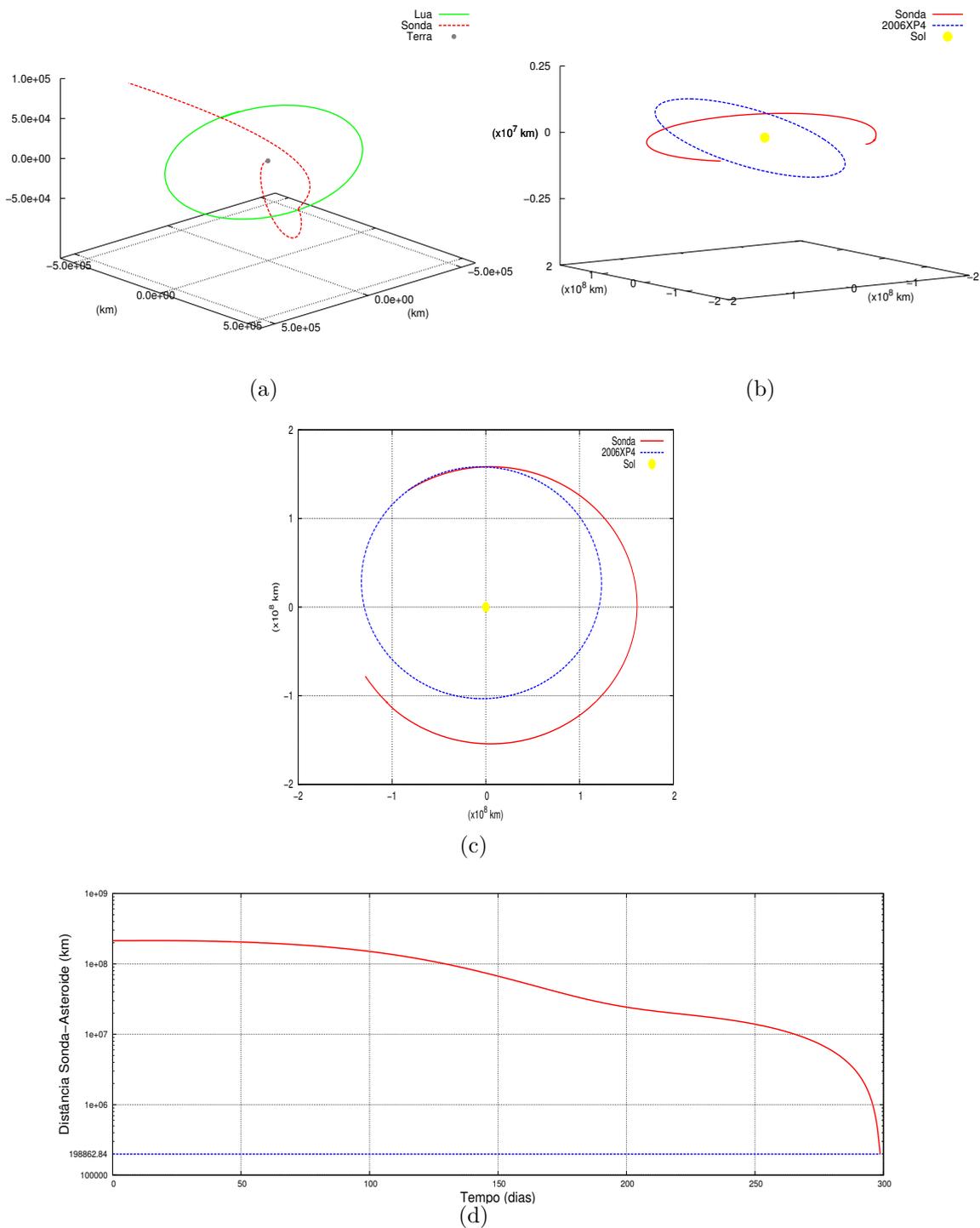


Figura 8.6 - **Caso 02**: TGE e encontro com o asteroide em $t = 298.72$ para lançamento em 22 de abril de 2019. (a) Início da trajetória e o swing-by realizado com a Lua. (b) Trajetória heliocêntrica da Sonda e do NEA 2006XP4. (c) Projeção planar da mesma trajetória. (d) Variação temporal da distância entre a sonda e o asteroide.

8.4 Encontros entre a sonda e o asteroide

Nesta seção, são apresentados os principais resultados obtidos para os lançamentos realizados com condições iniciais reais em um cenário de 5 corpos. Conforme citado anteriormente, para cada condição inicial, referente à efemérides do dia, testa-se 10^3 valores diferentes de ΔV_1 . Considerando o conjunto total de condições iniciais, foi integrado um total de $4,8 \times 10^5$ trajetórias de escape. Deste total, 73 condições iniciais resultaram em um encontro entre a sonda e o NEA, com $|R| < 200000\text{km}$.

Nas Figuras 8.7, 8.8 e 8.9, a seguir, aparecem as informações referentes às distâncias entre a sonda e o asteroide no momento do encontro, às velocidades relativas e aos tempo de trajetória decorrido desde a saída da órbita circular inicial até o momento do encontro.

Cada uma destas informações foi classificada em grupos, a fim de facilitar a identificação dos encontros mais (e menos) próximos, dos tempos de transferência mais curtos (e mais longos) bem como as velocidades relativas mais altas (baixas) no momento do encontro.

Na Figura 8.7 mostram-se os casos de encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4 com as respectivas distâncias de aproximação, as cores representam três diferentes intervalos de distância de aproximação entre a sonda e o NEA.

As velocidades relativas entre a sonda e asteroide no momento do encontro são apresentados na Figura 8.8. Aqui, os casos de encontro foram divididos em 4 conjuntos de acordo com o valor da velocidade: $v_{rel} \leq 3.5\text{km/s}$, $3.5 < v_{rel} \leq 4.5\text{km/s}$, $4.5 < v_{rel} \leq 5.5\text{km/s}$ e $v_{rel} > 5.5\text{km/s}$.

Os intervalos de tempo transcorridos desde a saída da órbita circular inicial terrestres, até o encontro com o asteroide são apresentados nas figuras 8.9 e classificados em em três grupos distintos: $t \leq 1$ ano, $1 < t \leq 3$ anos e $3 < t \leq 5$ anos.

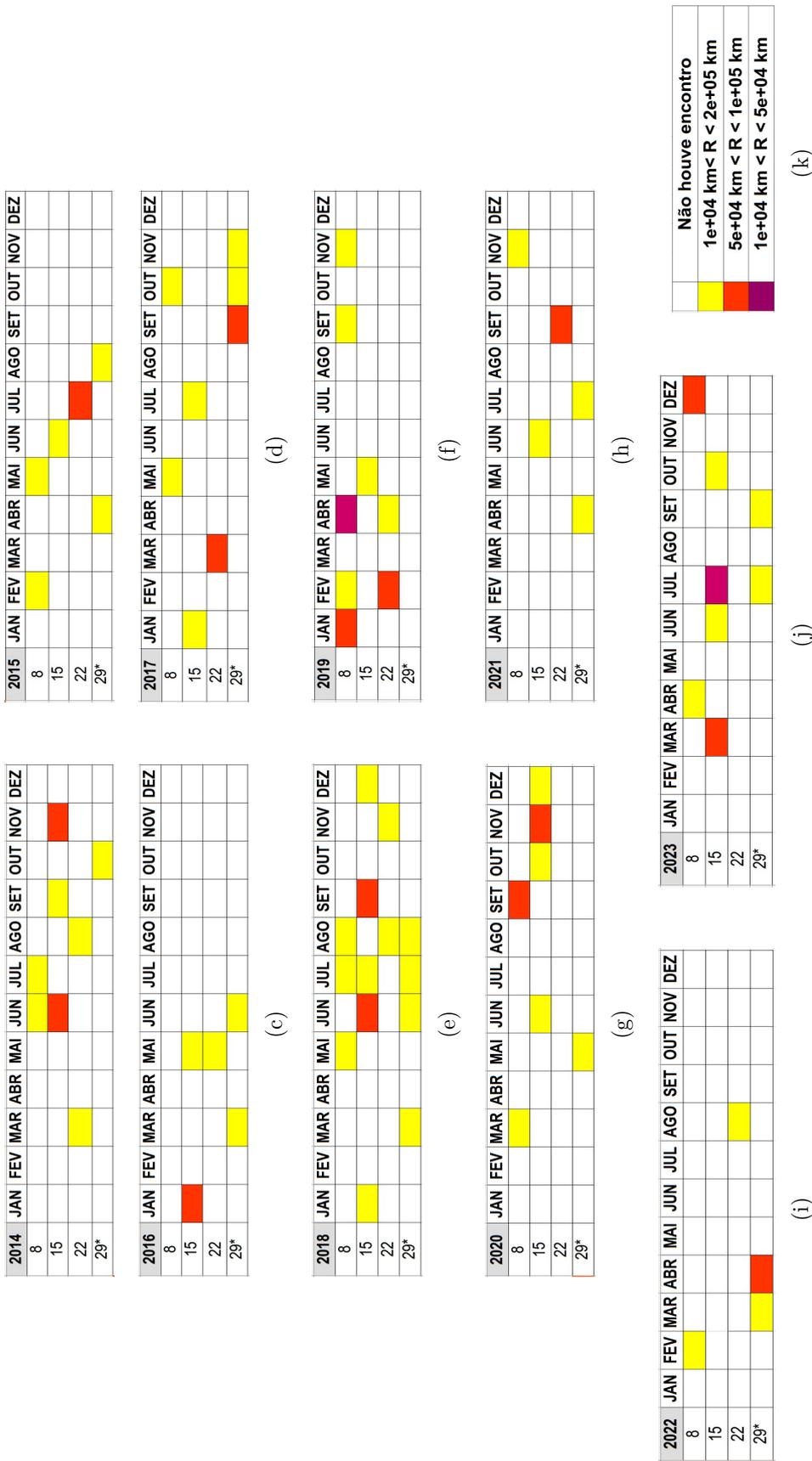


Figura 8.7 - Encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4 entre 2014 e 2023. As datas em amarelo representam as condições iniciais para as quais houve um encontro com uma distância $1 \times 10^5 \text{ km} < |R| < 2 \times 10^5 \text{ km}$, as datas em vermelho representam os encontros com $5 \times 10^4 \text{ km} < |R| < 1 \times 10^5 \text{ km}$ e as datas em roxo representam os casos em que $|R| < 5 \times 10^4 \text{ km}$. Para as datas em branco não houve encontro entre a sonda e o asteroide com $|R| < 2 \times 10^5 \text{ km}$.

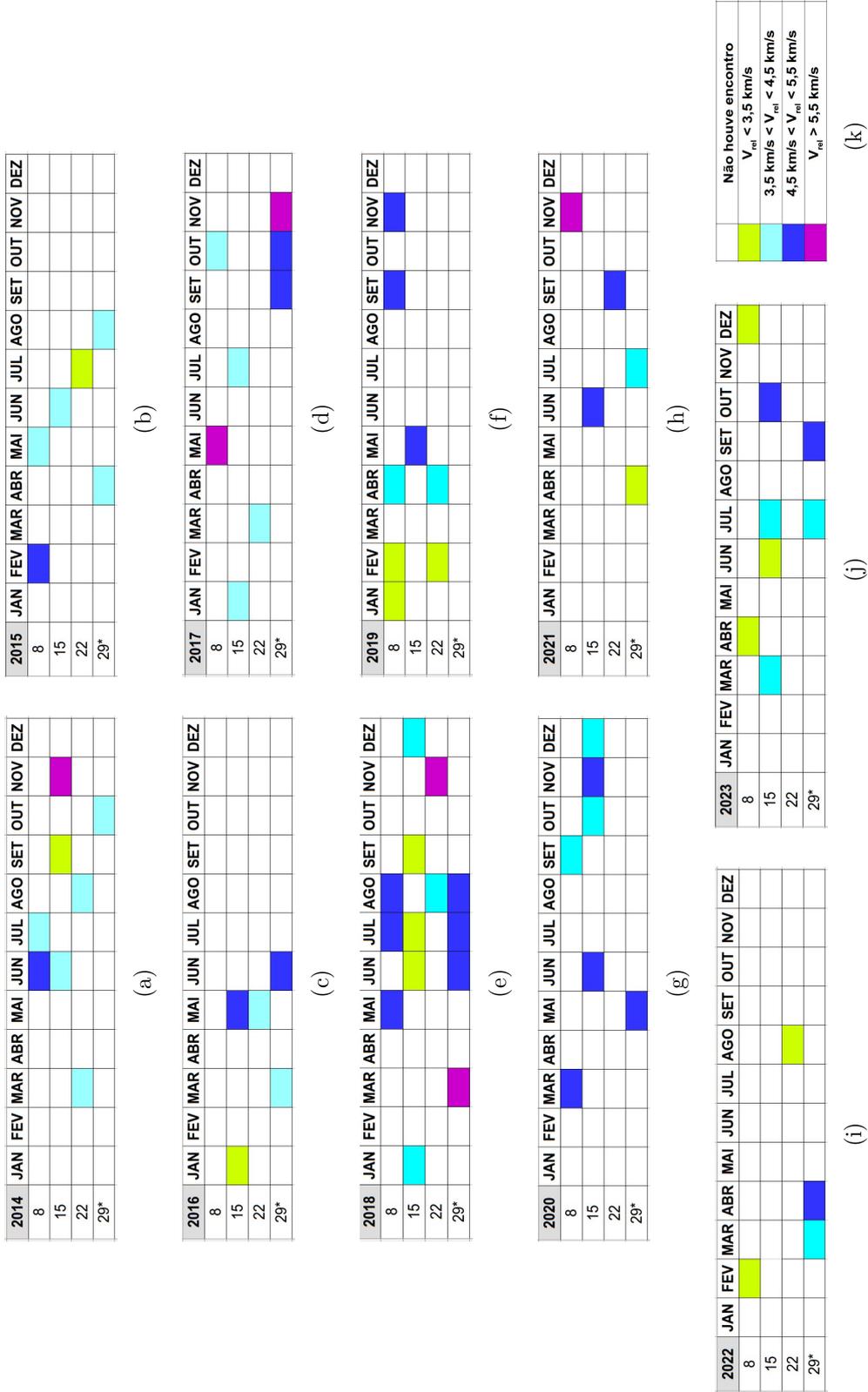


Figura 8.8 - Encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4 entre 2014 e 2023. As datas em verde representam as condições iniciais para as quais houve um encontro com velocidade relativa entre $v_{rel} \leq 3.5 \text{ km/s}$, as datas em azul claro representam os encontros com $3.5 < v_{rel} \leq 4.5 \text{ km/s}$, em azul escuro para $4.5 < v_{rel} \leq 5.5 \text{ km/s}$ e as datas em roxo representam os casos em que $v_{rel} > 5.5 \text{ km/s}$. Para as datas em branco não houve encontro entre a sonda e o asteroide com $|R| < 2 \times 10^5 \text{ km}$.

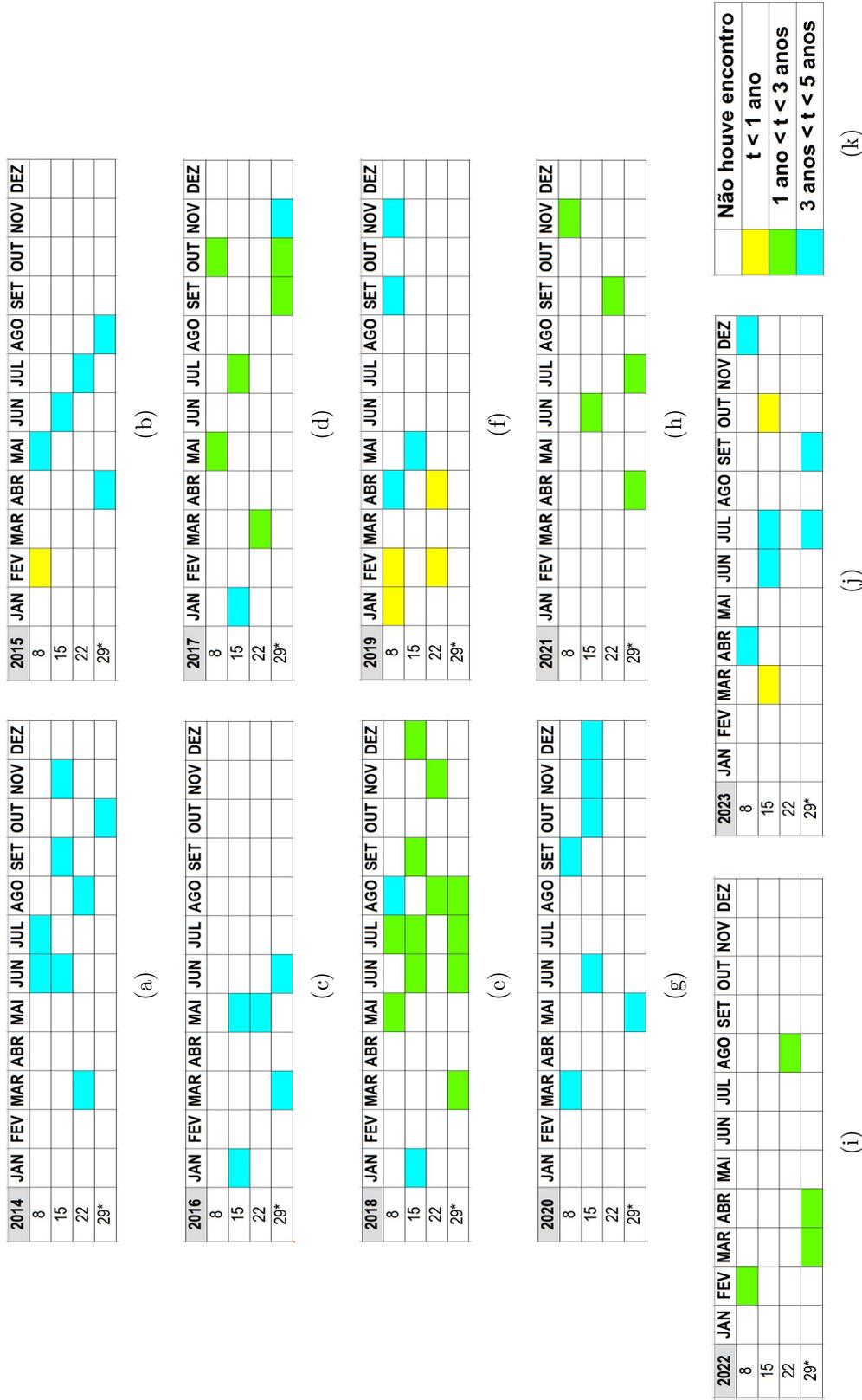


Figura 8.9 - Encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4 entre 2014 e 2023. As datas em amarelo representam as condições iniciais para as quais houve um encontro em um tempo $t \leq 1$ ano, as datas em verde representam os encontros com $1 < \text{ano} < t \leq 3$ anos e as datas em azul representam os casos o encontro ocorreu em $3 \text{ anos} < t \leq 5$ anos. Para as datas em branco não houve encontro entre a sonda e o asteroide com $|R| < 2 \times 10^5 \text{ km}$.

8.5 Análise Estatística das Simulações

A seguir é apresentada uma análise estatística das integrações realizadas

- Intervalo de tempo de 10 anos (de 2014 a 2023)
- 48 datas em cada ano (4 dias por mês)
- Para cada data foram testados 1000 diferentes casos de ΔV

Total de Lançamentos entre 2014 e 2023	4.8×10^5	
Total de Encontros com o Aten 2006 XP4	73	0,015% do total de lançamentos
		% dos total de encontros
Encontros com $v_{rel} \leq 3.5$ km/s	15	20,55%
Encontros com 3.5 km/s $< v_{rel} \leq 4.5$ km/s	28	38,35%
Encontros com 4.5 km/s $< v_{rel} \leq 5.5$ km/s	24	32,88%
Encontros com $v_{rel} > 5.5$ km/s	6	8,22%
Encontros com 100000 km $\leq R < 200000$ km	56	76,71%
Encontros com 50000 km $\leq R < 100000$ km	15	20,55%
Encontros com $ R < 50000$ km	2	2,74%
Encontros em $t < 365$ dias	7	9,59%
Encontros em $1 \leq t < 3$ anos	27	36,99%
Encontros em $t > 3$ anos	39	53,42%

As Figuras 8.10(a,b,c) mostram, respectivamente, os histogramas com as distâncias de aproximação no momento do encontro, as velocidades relativas e os tempos de voo para os casos de encontro obtidos.

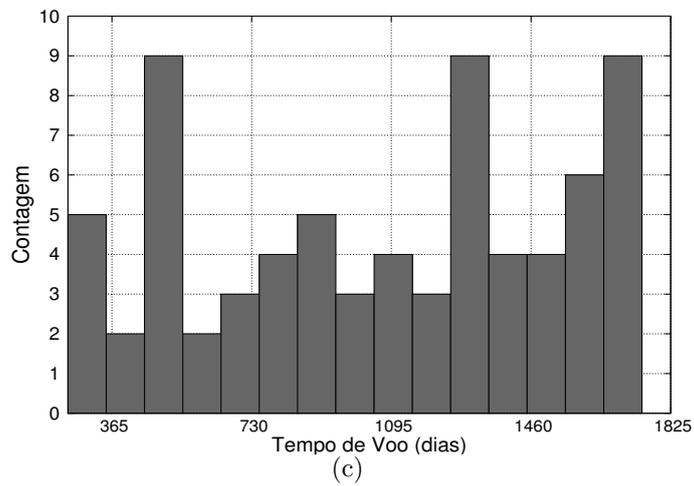
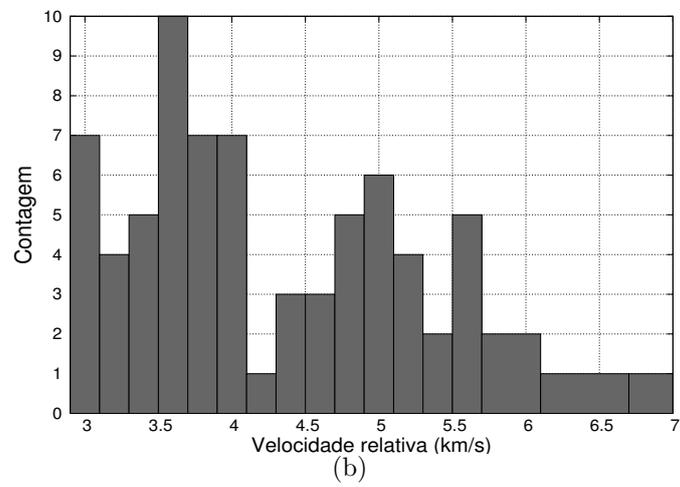
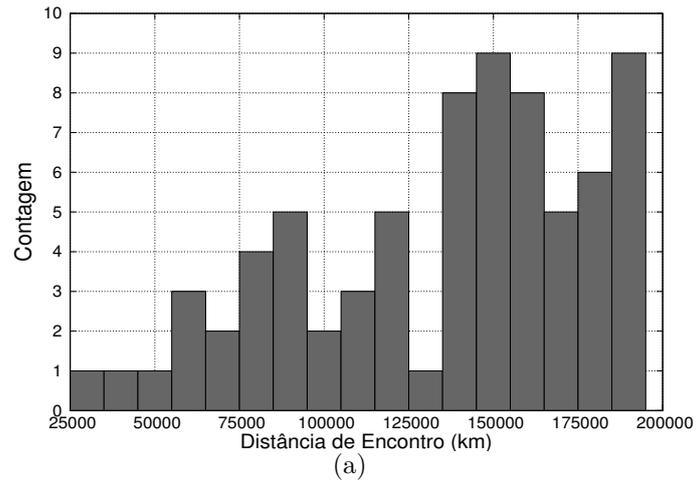


Figura 8.10 - (a) Histogramas de distância de encontro, (b) de velocidade relativa e de tempo de voo em (c) para as integrações realizadas para o NEA 2006XP4.

8.6 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, o conceito das TGE, desenvolvida nos capítulos 5 e 6, foi aplicado no estudo de uma transferência orbital até o NEA 2006 XP4, considerando um conjunto de condições iniciais reais, provenientes das efemérides dos objetos na década compreendida entre 2014 e 2023. Para o conjunto de condições iniciais em questão, este estudo mostrou que as TGE são capazes de produzir diversos encontros com um NEA

A Figura 8.7 mostra os casos de encontros obtidos entre a sonda e o NEA 2006XP4 com as respectivas distâncias de aproximação. As cores representam três diferentes intervalos de distância de aproximação entre a sonda e o NEA. Nos resultados para 08 de abril de 2019, por exemplo, a sonda realiza um encontro com o NEA com $|R| = 30098,57$ km, passados 1500 dias da saída da órbita circular inicial. No instante do encontro a velocidade relativa entre a sonda e o NEA é de 4,495171 km/s. Para o lançamento em 15 de julho de 2023, após 1730 dias a sonda encontra o asteroide, a uma distância de 45984,14 km, e com uma velocidade relativa de 3,684032 km/s.

Em 6 dos casos de encontro obtidos, a velocidade relativa entre a sonda e o NEA no momento do encontro é superior a 5,5 km/s. Casos como estes, nos quais a velocidade relativa no momento do encontro é elevada, podem ser considerados em missões de desvio de um asteroide através de um impacto direto. Todavia, manobras para forçar uma colisão, isto é, $R = 0$, devem ser consideradas. O lançamento de 15 de novembro de 2014, por exemplo, promove, após 1335 dias, um encontro com $|R| = 97216,27$ km e com velocidade relativa 6,586853 km/s.

Em missões nas quais o objetivo é o acompanhamento orbital do asteroide, as transferências mais adequadas são aquelas nas quais a velocidade relativa no momento do encontro é a menor possível. Dentre os resultados obtidos, a TGE de 08 de fevereiro de 2022 promoveu o encontro com a menor velocidade relativa, com $v_{rel} = 3,074384$ km/s, com $|R| = 156864,13$ km, transcorridos 746 dias do lançamento.

O tempo médio de transferência foi de aproximadamente 1107,5 dias, porém, dentre as trajetórias analisadas, 7 casos produziram um encontro com o NEA em um intervalo de tempo menor que 1 ano, em nenhum destes casos $|R| < 5 \times 10^4$ km. A maior parte das TGE estudadas para o 2006 XP4, entre 2014 e 2023, levou um tempo superior a 3 anos até encontrar o asteroide.

9 ALCANCE DAS TGE

9.1 Alcance das TGE

A evolução em semieixo maior e em excentricidade destas trajetórias de escape também foi estudada sob o ponto de vista do referencial heliocêntrico. Esta análise permite estimar quais NEAs possuem configuração orbital, em semieixo maior e excentricidade, próxima de cada um dos tipos de escape. Desta forma, é possível estabelecer uma espécie de alcance no espaço ($a \times e$) para as TGE.

As figuras 9.1 e 9.2 mostram, respectivamente, o semieixo maior e a excentricidade das TGE para o instante $t > 25$ dias, para as mesmas TGE de 01/11/2015 e 15/07/2015 apresentadas no Capítulo 7. Nestes diagramas também são mostrados também as configurações orbitais dos NEAs classificados nas classes Amors, Atens e Apollos.

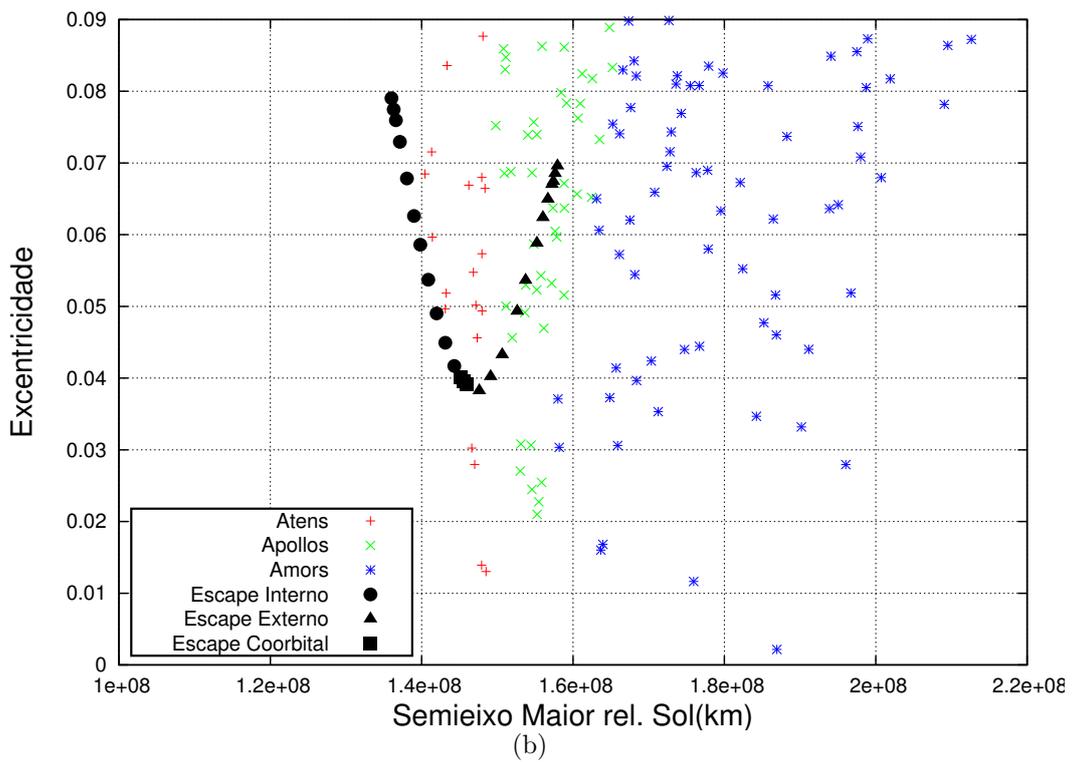
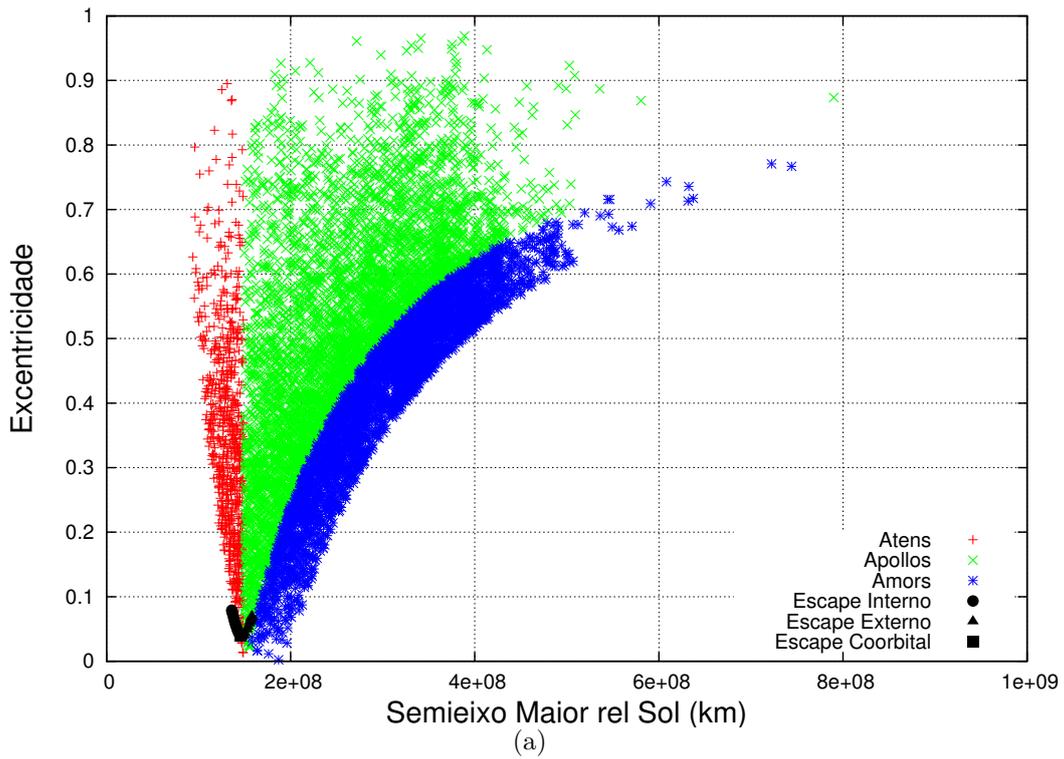


Figura 9.1 - (a) Diagrama heliocêntrico de semieixo maior por excentricidade para as TGE lançadas em 01 de janeiro de 2015. Em (b) é mostrada uma ampliação da região correspondente às TGE

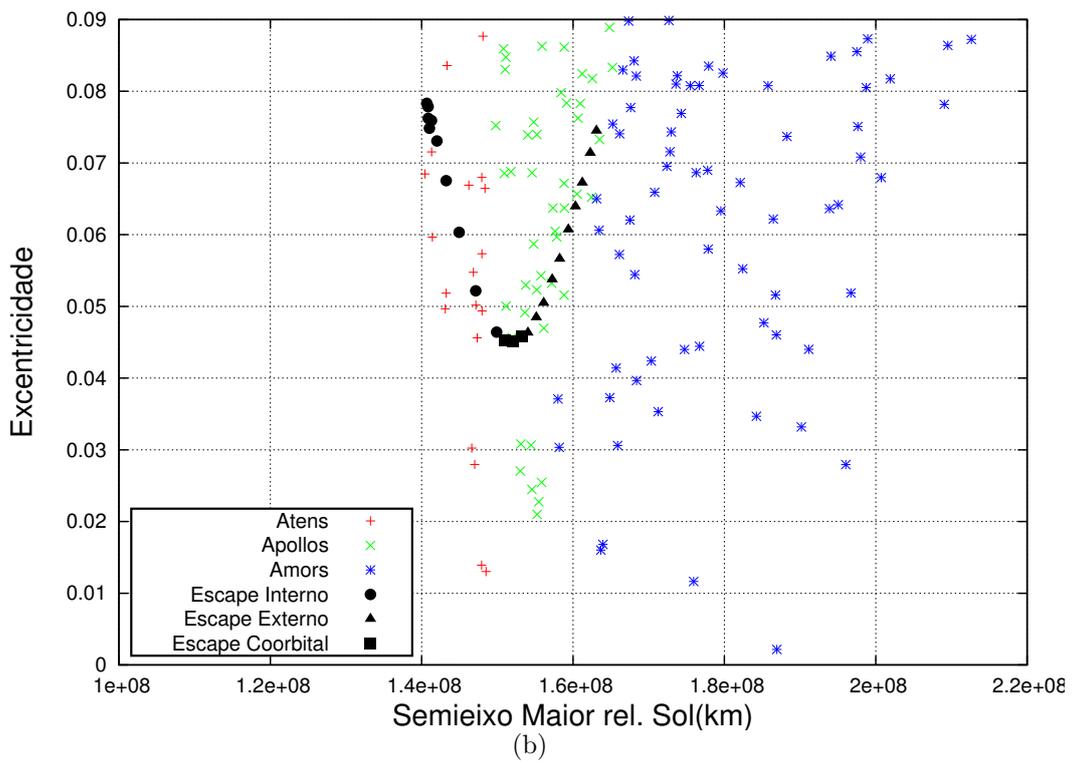
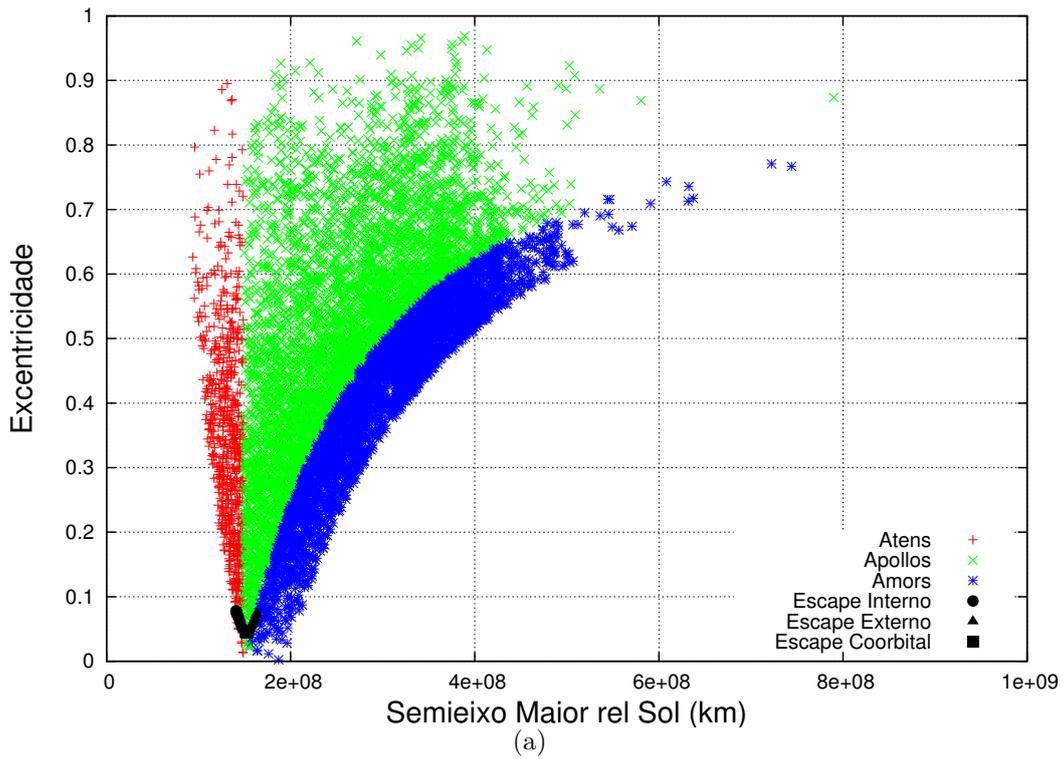


Figura 9.2 - (a) Diagrama heliocêntrico de semieixo maior por excentricidade para as TGE lançadas em 15 de julho de 2015. Em (b) é mostrada uma ampliação da região correspondente às TGE

9.2 Asteroides com configuração orbital próxima das TGE

As trajetórias de escape, mostradas nas Figuras 9.1 e 9.2, possuem configurações orbitais, em termos de semieixo e em excentricidade, próxima de diversos asteroides das classes Aten e Apolo. Alguns exemplos em destaque, mostrados nas figura 9.3. As principais características dos destes asteroides são mostradas na Tabela 9.1.

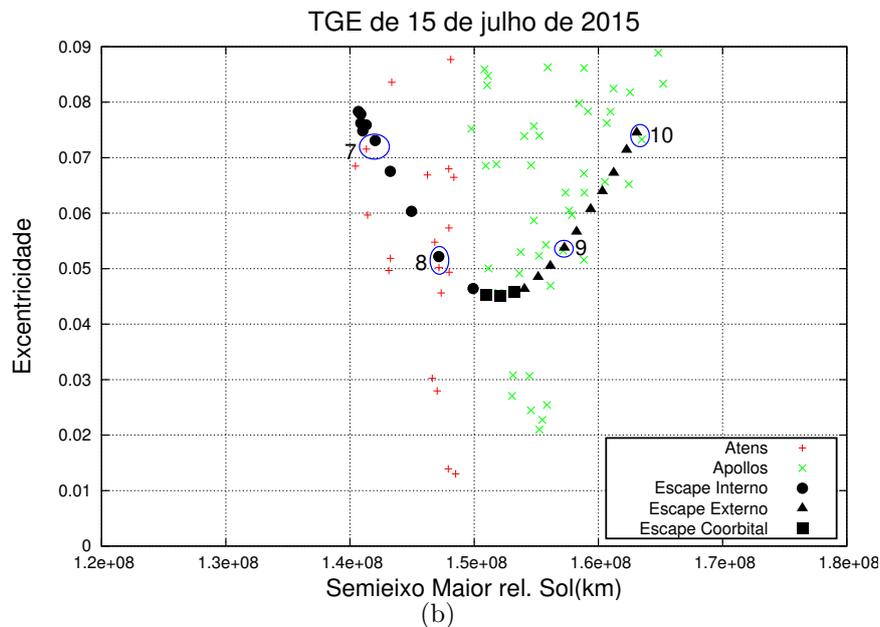
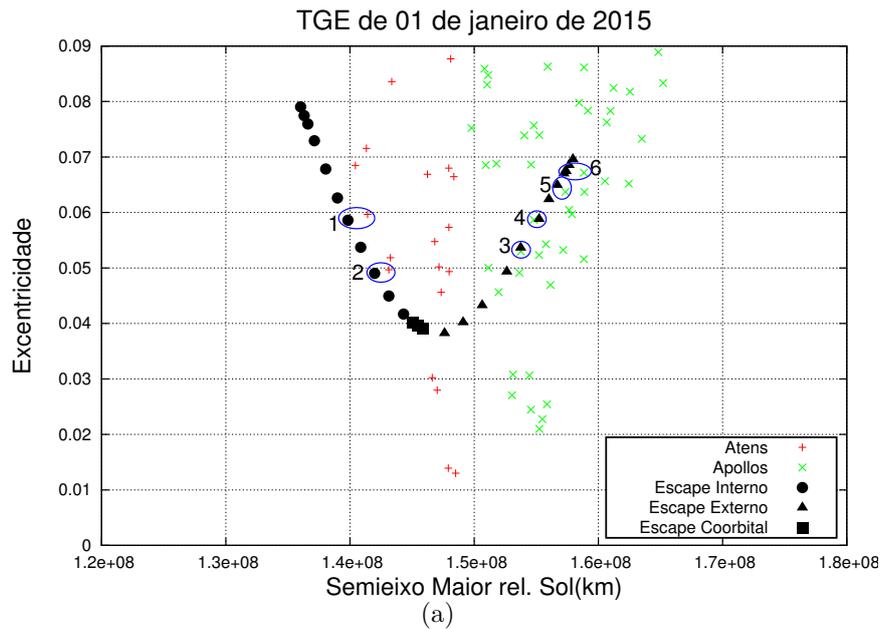


Figura 9.3 - Asteroides com semieixo e excentricidade próximos das TGE obtidas. (a) TGE de 01 de janeiro de 2015, (b) TGE de 15 de julho de 2015.

Tabela 9.1 - Asteroides com configuração orbital próxima das TGE de 01/01/2015 e de 15/07/2015

Número na figura	Asteroide	Classe	PHA	Semieixo Maior (UA)	Excentricidade	Inclinação (graus)	Período Orbital (anos)	Magnitude Absoluta	MOID (UA)
1	2010 UC	Aten	Não	0.94	0.069	4.8	0.91	27.40	0.006256
2	2011-DV	Aten	Sim	0.95	0.049	10.5	0.94	24.8	0.001119
3	2013 HO	Apolo	Não	1.02	0.031	9.8	1.04	25.90	0.021139
4	2006 DQ14	Apolo	Não	1.03	0.053	6.3	1.04	27.10	0.014592
5	2009 FS32	Apolo	Não	1.05	0.064	14.4	1.08	25.80	0.032058
6	2010 TK55	Apolo	Não	1.06	0.067	23.7	1.09	23.80	0.053244
7	2008 EE5	Aten	Sim	0.94	0.072	44.8	0.98	19.70	0.021118
8	2007 MF	Aten	Não	0.98	0.050	17.5	0.98	26.20	0.017351
9	2004 LB	Apolo	Sim	1.05	0.053	37.3	1.08	21.80	0.018553
10	2008 HU4	Apolo	Não	1.09	0.073	1.3	1.14	28.20	0.009930

9.3 Transferências Orbitais para 2011 DV, 2008 EES e 2004 LB

Nesta seção, apresentam-se alguns exemplos do uso das TGE para Transferências orbitais para NEAs, os alvos escolhidos foram os objetos 2, 7 e 9 da Tabela 9.1, que correspondem aos asteroides potencialmente perigosos 2011 DV, 2008 EES e 2004 LB.

Assim como nos casos do Aten 2006 XP4, mostrados no Capítulo 8, as transferências mostradas aqui partem de uma órbita circular inicial ao redor da Terra, com altitude $h_0 = 200$ km. As informações das transferências para cada um destes objetos estão mostradas nas Tabelas 9.2, 9.3 e 9.4. Nas Figuras 9.4, 9.6 e 9.6, são mostradas as trajetórias finais e a variação temporal da distância sonda-asteroide em cada caso.

Tabela 9.2 - Transferência orbital para o Aten 2011 DV

Data de Lançamento	08 de maio de 2015
Data de encontro	02 de outubro de 2019
Tempo de Transferência	1607,00 dias
Incremento de velocidade (ΔV_1)	3,147839 km/s
Distância de encontro	140579,10 km

Tabela 9.3 - Transferência orbital para o Aten 2008 EES

Data de Lançamento	15 de janeiro de 2016
Data de encontro	28 de março de 2019
Tempo de Transferência	1168,56 dias
Incremento de velocidade (ΔV_1)	3,150701 km/s
Distância de encontro	157241,28 km

Tabela 9.4 - Transferência orbital para o Apolo 2004 LB

Data de Lançamento	08 de outubro de 2016
Data de encontro	18 de janeiro de 2020
Tempo de Transferência	1197,23 dias
Incremento de velocidade (ΔV_1)	3,148560 km/s
Distância de encontro	157583,13 km

9.3.1 Transferência para o Aten 2011 DV

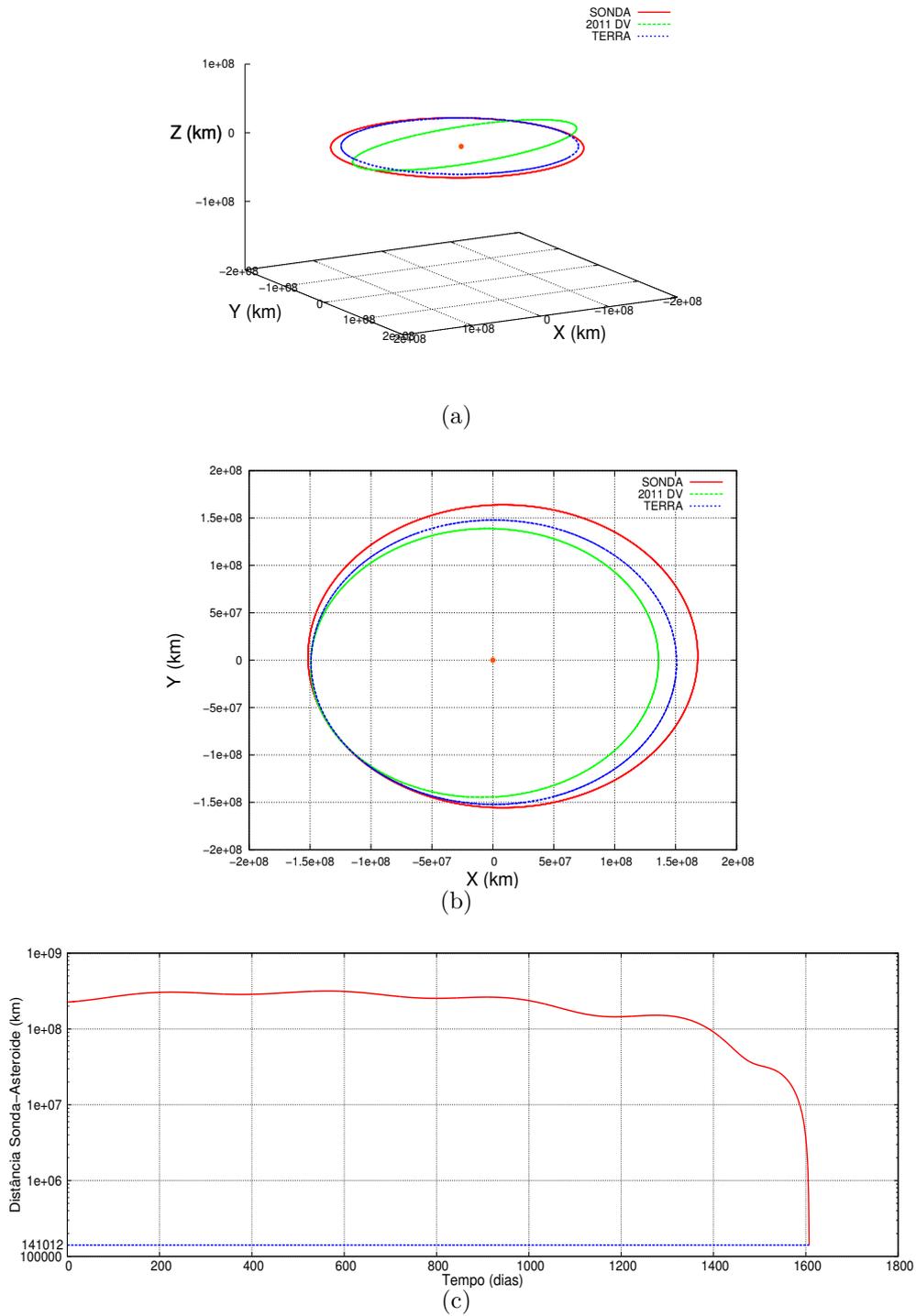


Figura 9.4 - Em (a) são mostradas as órbitas da Terra, e do NEA 2011DV, e TGE de encontro lançada em 08/01/2015. Em (b) é mostrada uma projeção planar das órbitas mostradas em (a). Em (c) mostra-se a variação temporal da distância sonda-asteroide.

9.3.2 Transferência para o Aten 2008 EES

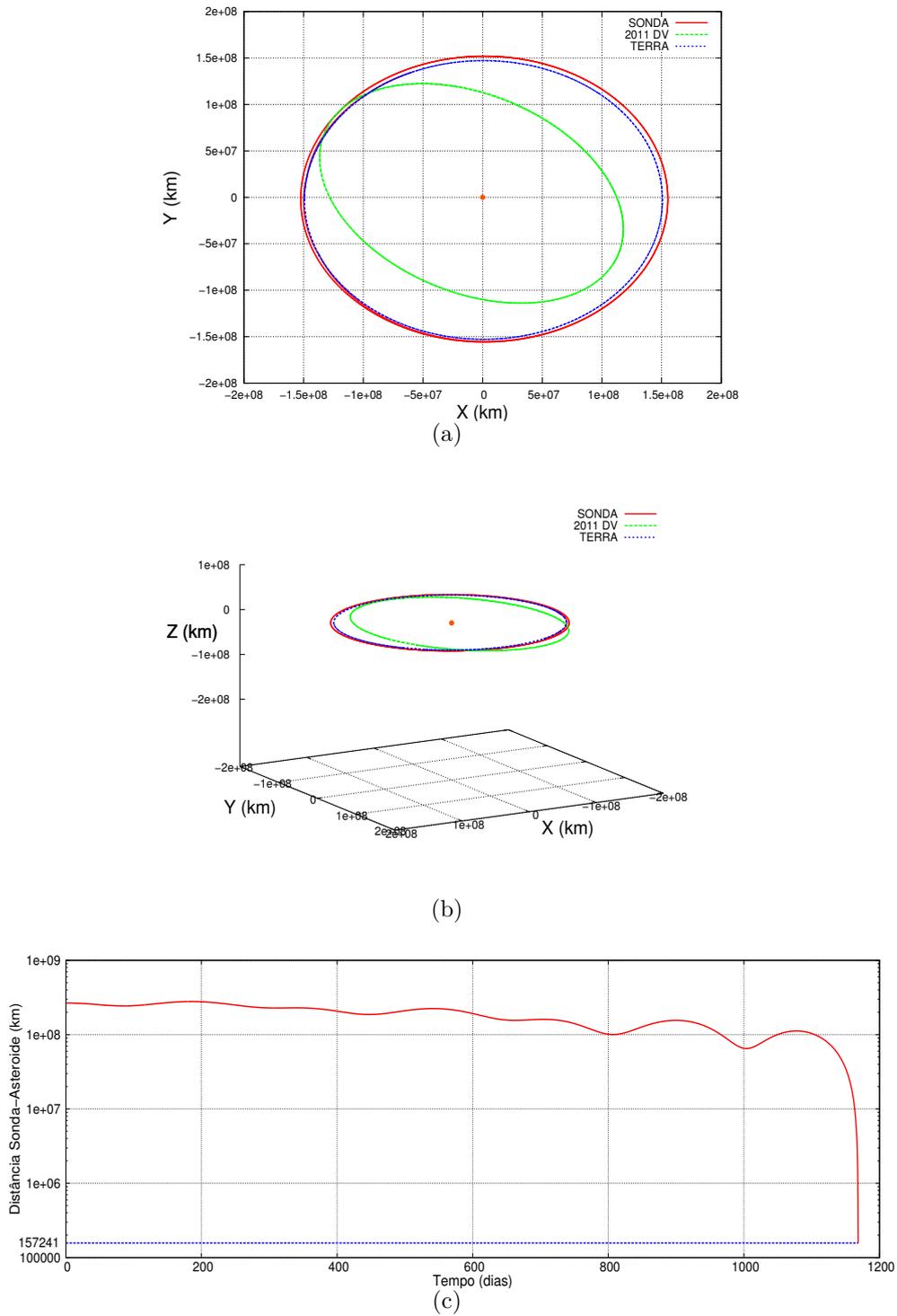


Figura 9.5 - Em (a) são mostradas as órbitas da Terra, e do NEA 2008 EES, e TGE de encontro lançada em 15/01/2016. Em (b) é mostrada uma projeção planar das órbitas mostradas em (a). Em (c) mostra-se a variação temporal da distância sonda-asteroide.

9.3.3 Transferência para o Apolo 2004 LB

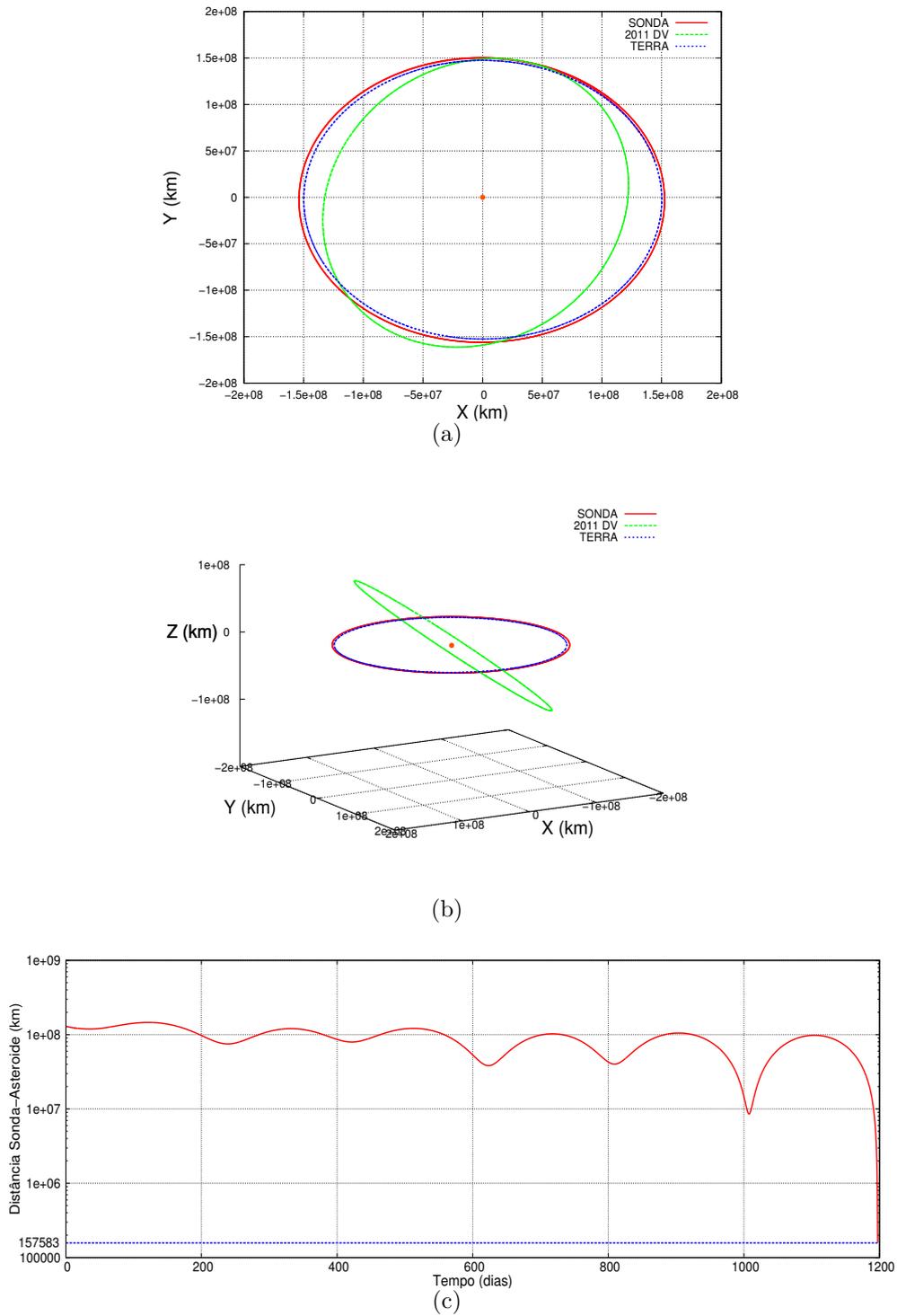


Figura 9.6 - Em (a) são mostradas as órbitas da Terra, e do NEA 2004 LB, e TGE de encontro lançada em 08/10/2016. Em (b) é mostrada uma projeção planar das órbitas mostradas em (a). Em (c) mostra-se a variação temporal da distância sonda-asteroide.

9.4 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, estudou-se os elementos orbitais (semieixo maior e excentricidade) das TGE sob um referencial heliocêntrico. Este estudo permitiu estimar quais asteroides possuem configuração orbital mais próxima das trajetórias de escape propostas neste trabalho.

Os resultados mostrados nas Figuras 9.1 e 9.2, indicam que a maior parte das TGE obtidas possui semieixo maior e excentricidade mais próximos dos asteroides das classes Aten, cuja distância de afélio é menor que 0,983 U.A., e Apolo, cuja distância de periélio é menor que 1,017 U.A.. Alguns casos de destaque foram identificados na Tabela 9.1 e nas seções 9.3.1, 9.3.2 e 9.3.3 foram mostrados exemplos de transferências para os asteroides Aten 2011 DV, Aten 2008 EES e Apolo 2004 LB, todos considerados potencialmente perigosos (PHA).

Embora as TGE estejam compreendidas num intervalo de semieixo inferior a $1,65 \times 10^8$ U.A. e com excentricidade menor que 0,08, é factível considerar o uso das trajetórias de escape estudadas aqui, em missões para outros objetos com valores de semieixo maior e de excentricidade fora deste intervalo. Os possíveis pontos de aproximação das TGE com as órbitas desses objetos mais excêntricos são ilustrados na Figura 9.7, a seguir.

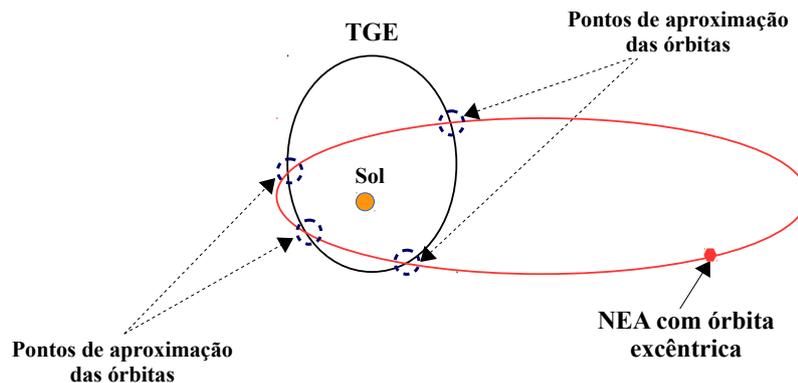


Figura 9.7 - Ilustração da aproximação das órbitas das TGE e de NEAs com excentricidade elevada.

Apenas alguns objetos da classe Amor, cuja órbita é completamente externa à órbita da Terra (Figura 2.3), possuem semieixo e excentricidade próximo das TGE. Estes casos correspondem às trajetórias de escape externo associadas aos maiores ganhos

de energia durante o *swing-by* com a Lua. O acesso aos objetos mais externos, ou mesmo os mais internos como os Atiras, pressupõe variações de energia maiores do que as obtidos com uma única passagem pela Lua. Uma vez que a variação de energia obtida é proporcional à massa do corpo celeste com o qual a sonda realiza o *swing-by* (ver eq. 4.8), o uso controlado de uma trajetória de escape via WSB, mostrada na subseção 5.2.4, pode permitir uma segunda passagem, desta vez pela Terra. Conseqüentemente, o maior ganho de energia poderia promover órbitas finais de escape mais externas, ou mais internas, do que as mostradas nas Figuras 9.1 e 9.2.

10 ACOMPANHAMENTO ORBITAL E DESVIO ATRAVÉS DA COLISÃO

10.1 Acompanhamento Orbital do Asteroide

Os resultados apresentados no Capítulo 8, mostraram a viabilidade do uso das TGE para transferir uma sonda da Terra até vários NEAs. Entretanto, quando o objetivo da missão é o acompanhamento orbital do asteroide ou mesmo realização um pouso sobre sua superfície, a distância de encontro $|R| \leq 2 \times 10^5$ km considerada, pode não ser desejável sob o ponto de vista prático.

Nestes casos, faz-se necessária a busca por novas datas (condições iniciais) de lançamento, ou, é preciso corrigir a trajetória, de modo que, no momento do encontro, tanto a distância quanto a velocidade da sonda, relativas ao asteroide, sejam as menores possíveis.

A estratégia adotada nesse trabalho consiste em, uma vez conhecida a TGE de encontro, aplicar um segundo incremento de velocidade $\Delta\vec{V}_2$, durante a passagem pelo último afélio, a fim de reduzir a distância final entre a sonda e o NEA. Posteriormente, aplica-se um terceiro incremento $\Delta\vec{V}_3$, no momento do encontro, este último visando reduzir a velocidade relativa entre os dois corpos. Este tipo de manobra está representado na Figura 10.1, a seguir.

A metodologia utilizada para o cálculo de $\Delta\vec{V}_2$ e $\Delta\vec{V}_3$ é baseada no algoritmo de solução do Problema de Gauss, descrito em Bate et al. (1971). A figura 10.2 ilustra a situação referida. O problema consiste basicamente em encontrar as velocidades \vec{v}_1 e \vec{v}_2 , conhecidas as duas posições, \vec{r}_1 e \vec{r}_2 , e o tempo de voo t entre elas.

No nosso problema, \vec{r}_1 é a posição da sonda no último afélio e \vec{r}_2 a sua posição após um tempo de voo t , que, para que configure um encontro, deve ser a mesma do asteroide. Os incrementos de velocidade são calculados como sendo

$$\Delta\vec{V}_2 = \vec{v}_1 - \vec{v}_{afl} \quad (10.1)$$

$$\Delta\vec{V}_3 = \vec{v}_{ast} - \vec{v}_2 \quad (10.2)$$

Onde \vec{v}_{afl} é a velocidade original da sonda na passagem pelo último afélio e \vec{v}_{ast} é a

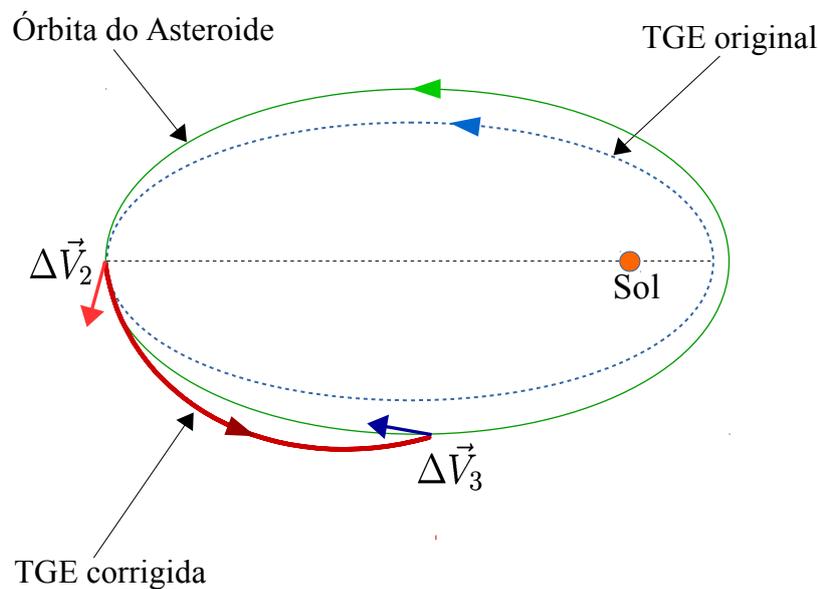


Figura 10.1 - Projeção planar da Trajetória G de Escape com os incrementos corretivos de velocidade $\Delta\vec{V}_2$ e $\Delta\vec{V}_3$.

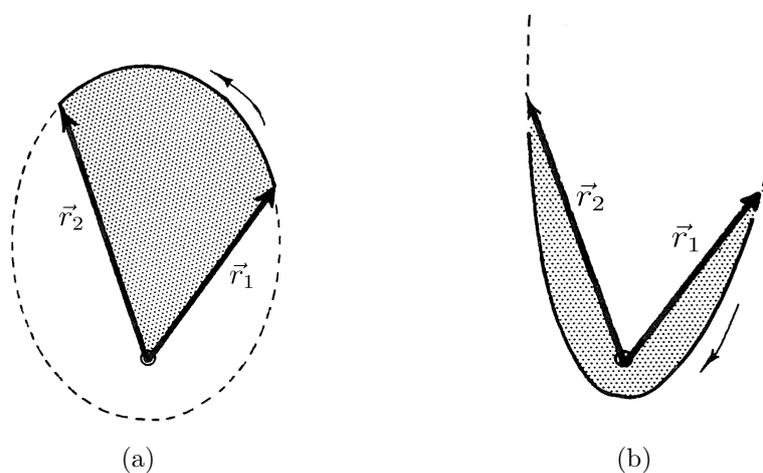


Figura 10.2 - Duas trajetórias possíveis, para um dado tempo de voo t , entre dois pontos \vec{r}_1 e \vec{r}_2 . Adaptado de Bate et al. (1971).

velocidade do asteroide no momento do encontro.

Neste trabalho, foram escolhidos os menores valores de ΔV_2 e de ΔV_3 capazes de realizar a manobra e, este, como era de se esperar, é próximo do tempo entre o afélio

e o encontro considerado sem a aplicação do Método de Gauss.

Nas próximas subseções são apresentados com mais detalhes alguns exemplos onde este procedimento foi aplicado.

10.1.1 TGE de 15 de janeiro de 2016

A TGE de 15 de janeiro de 2016 foi obtida inicialmente com um $\Delta V_1 = 3,148035$ km/s, o que promovia inicialmente, um encontro com $|R| = 67947,96$ km, em 14 de julho de 2019 (após 1187,83 dias). A passagem pelo último afélio antes do encontro, ocorre em 23 de dezembro de 2018, 1073,56 após o lançamento.

Considerando um sistema de coordenadas cartesianas centrado no Sol, a aplicação de um segundo incremento de velocidade $\Delta \vec{V}_2 = 0,422\hat{i} + 0,574\hat{j} + 0,004\hat{k}$, cujo módulo é 0,712 km/s, promove um encontro com $R = 0$ km, passados 46,56 dias. Neste momento, um terceiro incremento de velocidade $\Delta \vec{V}_3 = -3,446\hat{i} - 1,169\hat{j} + 0,236\hat{k}$, cujo módulo é 3,646 km/s, é necessário para que a velocidade relativa entre a sonda e o NEA seja igual a zero.

O incremento total de velocidade nessa transferência é portanto

$$\Delta V_1 + \Delta V_3 + \Delta V_2 = 7,506 \text{ km/s} \quad (10.3)$$

10.1.2 TGE de 08 de janeiro de 2019

A TGE de 08 de janeiro de 2019 foi obtida inicialmente com um $\Delta V_1 = 3,147398$ km/s. Para esta configuração, o encontro ocorria 1590,29 dias, em 19 de maio de 2023, com uma distância de encontro de 75729,88 km. O segundo incremento de velocidade é $\Delta \vec{V}_2 = 0,352\hat{i} + 0,591\hat{j} - 0,002\hat{k}$, cujo módulo é 0,473 km/s, e ocorre em 1485,47 dias.

Após o terceiro incremento de velocidade $\Delta \vec{V}_3 = 3,302\hat{i} + 1,845\hat{j} - 0,238\hat{k}$, com módulo 3,389 km/s e necessário para reduzir a velocidade relativa entre a sonda e o NEA. conseqüentemente, o custo total dessa manobra é

$$\Delta V_1 + \Delta V_3 + \Delta V_2 = 7,409 \text{ km/s} \quad (10.4)$$

10.2 Desvio do Asteroide

Um outro desdobramento das aplicações das TGE analisado neste trabalho foi a possibilidade de desvio de um asteroide através da colisão de uma sonda. Para este tipo de aplicação, as TGE com maiores valores de velocidade relativa, entre a sonda e o NEA, no momento do encontro, são as mais propícias. A abordagem desse problema é semelhante à apresentada para o estudo do acompanhamento orbital, na seção anterior.

Um incremento de velocidade $\Delta\vec{V}_2$ da ordem de 0,600 km/s é aplicado no momento em que a sonda passa pelo último afélio, a fim de que a distância entre a sonda e o NEA no momento do encontro seja nula. Neste instante, a sonda colide com o asteroide e permanece unida a ele, configurando portanto, uma colisão inelástica. Desta forma, considerando a conservação do momento linear do sistema sonda-asteroide durante a colisão, temos

$$m_{sonda}\vec{v}_{sonda} + m_{ast}\vec{v}_{ast} = (m_{son} + m_{ast})\vec{v}_{sa} \quad (10.5)$$

onde $m_{sonda} = 10^3$ kg é a massa da sonda, m_{ast} é a massa do asteroide, \vec{v}_{sonda} e \vec{v}_{ast} são, respectivamente, as velocidades da sonda e do asteroide antes da colisão e \vec{v}_{sa} a velocidade do conjunto sonda-asteroide após a colisão.

No caso da aplicação da TGE para desvio de um corpo em rota de colisão com a Terra, por exemplo, é importante saber o quanto a órbita do objeto se afastará de seu trajeto original após a colisão da sonda. Considerando como instante inicial o momento da colisão, definimos $r_{1T}(t)$ como sendo a distância do asteroide até a Terra, em sua trajetória original, isto é, sem a colisão, e $r_{2T}(t)$ como a distância Terra-asteroide, porém, para a órbita desviada.

As Figuras 10.3 e 10.4 mostram, para TGE lançadas em 15 de novembro de 2014 e em 08 de maio de 2017, o módulo da variação provocada na distância relativa à Terra, $|r_{2T}(t) - r_{1T}(t)|$, à medida em que o tempo passa, após a colisão.

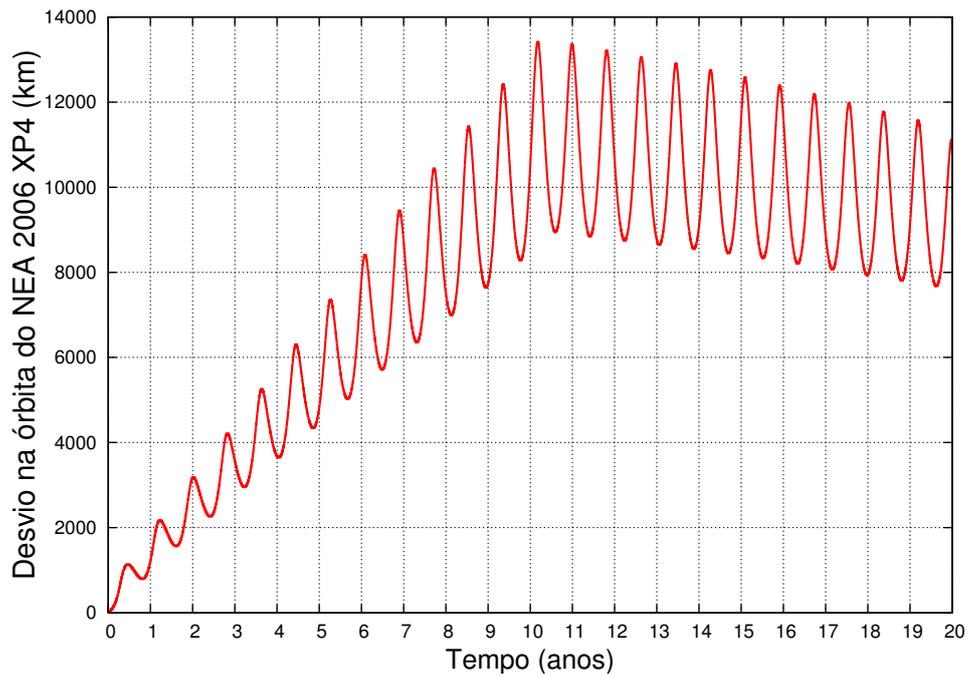


Figura 10.3 - Desvio na órbita do NEA 2006 XP4, devido da colisão, para a TGE de 15 de novembro de 2014

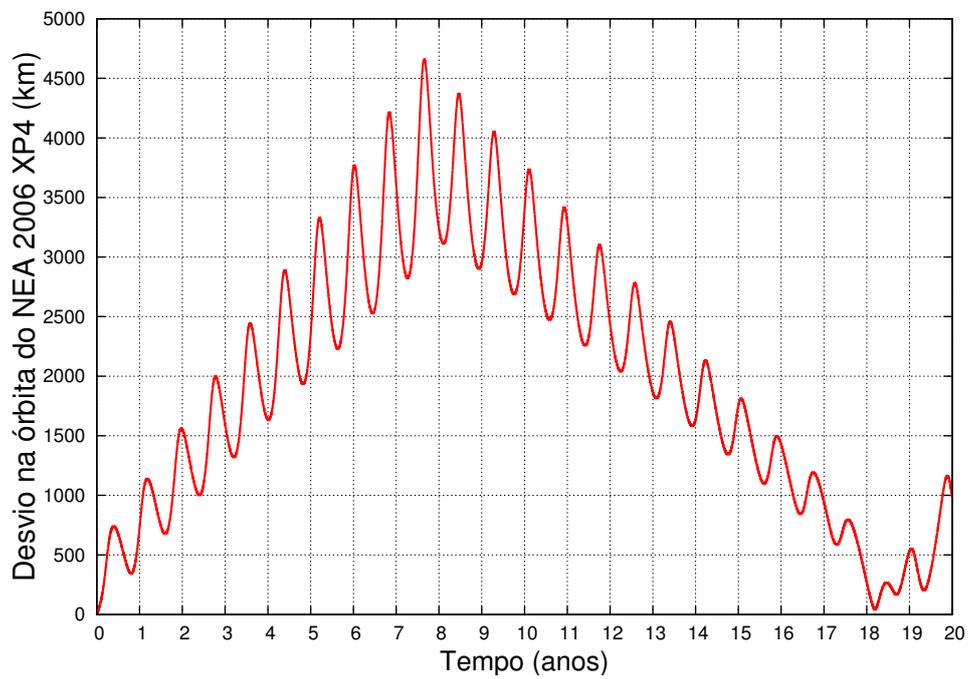


Figura 10.4 - Desvio na órbita do NEA 2006 XP4, devido da colisão, para a TGE de 08 de maio de 2017

10.3 Conclusões do Capítulo

Neste capítulo, estudamos, a implementação de incrementos de velocidade corretivos, com o objetivo de reduzir a distância final entre a sonda e o asteroide. Para isto, utilizamos um algoritmo baseado na solução do Problema de Gauss, descrito em detalhes em (BATE et al., 1971).

Para o caso do acompanhamento orbital, no caso específico do 2006 XP4, não foi possível encontrar, entre 2014 e 2023 nenhuma transferência com $\Delta V_T = \Delta V_1 + \Delta V_2$ inferior a 6,000 km/s. o melhor caso, corresponde a um $\Delta V_T = 6.224$ km/s com lançamento em 08 de fevereiro de 2022 e tempo de transferência de 746,61 dias.

Nos resultados obtidos por Cabette (2011), num estudo realizado para transferências via Patched-conic, é possível encontrar transferências com $\Delta V_T = 5,168$ km/s e tempo de transferência de 52,97 dias, para encontros no CPA do NEA. Conseqüentemente, para o asteroide 2006 XP4, as TGE não oferecem vantagem aparente para missões de acompanhamento orbital, já que requerem incremento de velocidade e tempo de transferência superiores.

Embora o incremento de velocidade total nas TGE necessário para o acompanhamento orbital seja superior ao Patched-Conics, a sua aplicação mostra-se circunstancialmente vantajosa quando aplicadas em manobras de colisão, visto que nesta aplicação $\Delta V_T \approx 3,740$ km/s promove encontros com velocidade relativa capaz de produzir desvios significativos na órbita de um asteroide.

No estudo de desvio, foi mostrada a deflexão provocada na trajetória de um asteroide devida à colisão inelástica de uma sonda. Os resultados mostrados nas Figuras 10.3 e 10.4 indicam que a colisão, para TGEs com velocidade relativa alta no momento do encontro, é capaz de produzir desvios da ordem de centenas de quilômetros na trajetória original do objeto.

Considerando um caso hipotético, onde um objeto com as mesmas características do 2006XP4, encontra-se em rota de colisão com a Terra, a Figura 10.3 sugere que, uma colisão de uma sonda de massa 10^3 kg, ocorrendo cerca de 200 dias antes do impacto com a Terra, seria capaz de provocar uma deflexão de cerca de 1135 km na trajetória do asteroide.

Conforme citado no Capítulo 2, a técnica de desvio adequada depende das características físicas do objeto. Na colisão considerada aqui, o sistema sonda-asteroide tem seu momento linear conservado durante o impacto, o que num caso real não

ocorreria devido à rotação do asteroide em torno de algum eixo. Desta forma, o efeito translacional do desvio será menor do que o estimado na colisão inelástica representado nas Figuras 10.4 e 10.3.

Para estimar o efeito do caráter dissipativo da colisão, consideramos que a variação em cada uma das componentes da velocidade é menor do que a obtida na colisão inelástica, de modo que a variação nas componentes seja a apresentada na terceira coluna das Tabelas 10.1 e 10.2.

Tabela 10.1 - Variação provocada na velocidade do Asteroide - TGE de 15 de novembro de 2014

Componente	Variação provocada pela colisão inelástica	Valor considerado para estimativa de dissipação
ΔV_x	$-2,861023 \times 10^{-5}$ km/s	$-1,00 \times 10^{-5}$ km/s
ΔV_y	$+7,629394 \times 10^{-6}$ km/s	$+1,00 \times 10^{-6}$ km/s
ΔV_z	$+9,089708 \times 10^{-7}$ km/s	$+1,00 \times 10^{-7}$ km/s

Tabela 10.2 - Variação provocada na velocidade do Asteroide - TGE de 08 de maio de 2014

Componente	Variação provocada pela colisão inelástica	Valor considerado para estimativa de dissipação
ΔV_x	$-3,099441 \times 10^{-5}$ km/s	$-1,00 \times 10^{-5}$ km/s
ΔV_y	$+1,907348 \times 10^{-6}$ km/s	$+1,00 \times 10^{-6}$ km/s
ΔV_z	$+6,705522 \times 10^{-7}$ km/s	$+1,00 \times 10^{-7}$ km/s

O efeito desta perda no momento linear é mostrado na Figura 10.5, onde são comparados os desvios provocados na órbita do 2006 XP4 para a colisão inelástica e para a colisão com a dissipação de energia.

A redução na variação da velocidade, devido à dissipação de momento linear, provoca um desvio na trajetória do NEA seja menor do que a obtida na colisão inelástica. Na TGE de 15/11/2014, por exemplo, o desvio citado anteriormente de cerca de 1135 km passa a ser de apenas 394 km, para o mesmo intervalo de tempo de $t \approx 200$ dias.

Numa missão real, na qual o objetivo seria desviar a trajetória de um objeto em rota de colisão com a Terra, é necessário que a órbita do corpo seja defletida, por

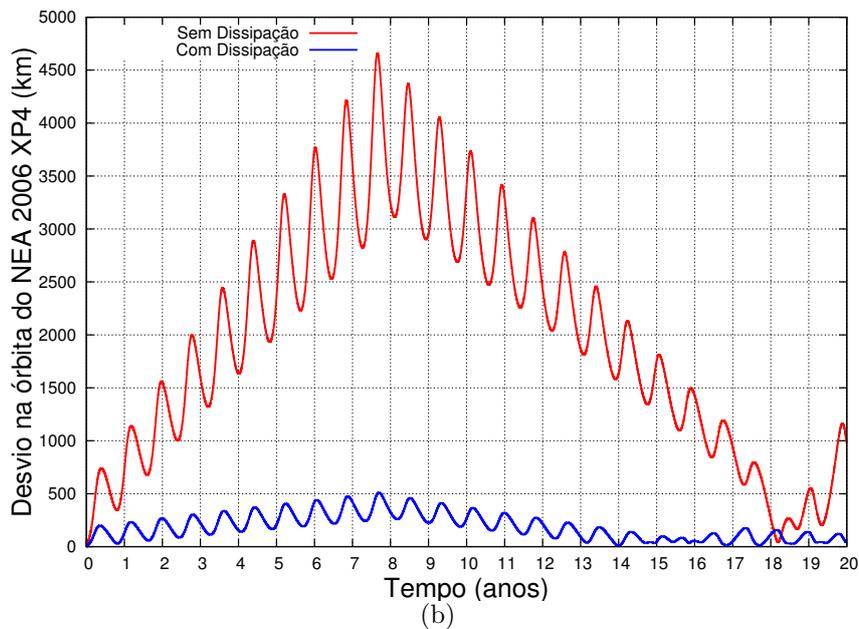
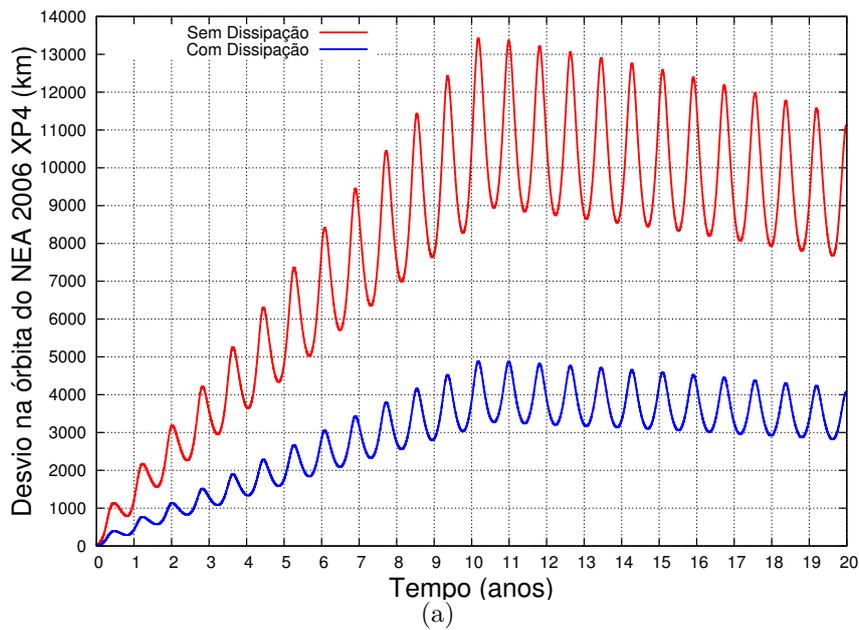


Figura 10.5 - Comparação entre os desvios provocados na órbita do 2006 XP4 com a colisão elástica (linha vermelha) e com a dissipação de momento linear (linha azul). Em (a) TGE lançada em 15 de novembro de 2014 e em (b) para a TGE lançada em 08 de maio de 2017.

segurança, em pelo menos alguns diâmetros da Terra. Nestes casos, o caráter dissipativo da colisão pode ser compensado através de colisões consecutivas de várias sondas, ou mesmo por meio da detonação de explosivos no momento do impacto.

11 CONCLUSÕES E CONSIDERAÇÕES FINAIS

Este trabalho versou sobre a dinâmica da manobra de swing-by e sobre o estudo transferências orbitais, partindo de uma órbita terrestre baixa, até asteroides próximos da Terra. A técnica de transferência orbital implementada aqui faz uso de uma trajetória derivada de uma órbita periódica da Família G ao redor de L1 e do ganho de energia promovido por um *swing-by* com a Lua, a fim de promover o ganho de energia necessário para que uma sonda escape do sistema Terra-Lua.

Dispuseram-se separadamente as conclusões de cada um dos estudos realizados no final de cada um dos capítulos, de 4 a 10. Neste último, será apresentada de maneira sucinta uma recapitulação dessas conclusões ressaltando as principais contribuições deste trabalho.

- O estudo semi-analítico no Capítulo 4 mostrou para quais condições iniciais, em termos de semieixo maior e de excentricidade relativos à Terra antes da passagem pela Lua, ocorrem os maiores ganhos de energia e consequentemente as melhores trajetórias de escape direto do sistema Terra-Lua.
- Nos capítulos 5 e 6, foram mostrados os conceitos de Trajetórias G de Escape e suas principais dependências com as condições iniciais. Nesse estudo, foi possível perceber a existência de tipos (e de sequências) coerentes nos escape experimentados por uma sonda, e que, este fenômeno está intimamente relacionado com a posição espacial da Terra e relação ao Sol no momento do lançamento, bem como, com o valor de incremento de velocidade necessário para a sonda sair da órbita circular inicial e entrar na TGE.
- O valor de incremento de velocidade ΔV_1 necessário para inserir a sonda na TGE, partindo de uma órbita circular baixa com $h_0 = 200$, km tem um valor médio de 3.146 km/s, o que corresponde a uma redução de aproximadamente 4% em relação ao método Patched-Conics implementado em Cabette (2011).
- Os resultados obtidos com a aplicação das TGE em condições iniciais reais, mostrados no Capítulo 8, juntamente com os estudos realizados no Capítulo 7, confirmam a viabilidade do uso dessas manobras para se interceptar a órbita de alguns NEAs. Para o asteroide estudado nesse trabalho, o Aten 2006 XP4, foram obtidas diversas condições iniciais, para lançamentos entre 2014 e 2023, nas quais a TGE promove um encontro entre a sonda e

o asteroide. Em cada um dos encontros foram analisados o tempo de vôo até o encontro, a distância de aproximação e a velocidade relativa entre a sonda e o NEA no momento do encontro.

- No capítulo 9, aparece um estudo sobre o alcance, no espaço $a \times e$ heliocêntrico, das TGE. Esta análise mostrou que as trajetórias de escape estudadas neste trabalho possuem configuração orbital (a, e) próxima de diversos asteroides, principalmente os das classes Aten e Apollo. Transferências orbitais para outros asteroides dessas classes também foram implementadas.
- Outros desdobramentos das trajetórias de escape, apresentados no Capítulo 10, mostraram que a distância final entre a sonda e o asteroide pode ser reduzida através da aplicação de um incremento de velocidade corretivos, aplicados na passagem pelo afélio que antecede o encontro.
 - Através da aplicação de um terceiro incremento de velocidade, é possível reduzir a velocidade relativa entre a sonda e o NEA, tornando portanda a trajetória final, favorável para uma missão de acompanhamento orbital do asteroide.
 - O estudo do desvio através da colisão inelástica com a sonda, indica que para as TGE com relativa ao NEA elevada no momento do encontro, a colisão é capaz de promover uma deflexão da ordem de centenas de quilômetros na órbita original do asteroide.

11.1 Trabalhos Futuros

Os resultados encontrados nesse trabalho elucidaram um horizonte de novos estudos que podem ser implementados, por exemplo:

- Aplicação das TGE estudadas aqui para transferências para outros asteroides próximos à Terra.
- Estudo numérico de soluções da equação 8.10 para diferentes condições iniciais da sonda após o escape. Com esse estudo seria possível determinar um número mínimo de revoluções que a sonda realizará, e consequentemente, um tempo mínimo transcorrido desde o escape até o momento do encontro com o asteroide.
- Utilização de técnicas de *targeting* (BOLLT; MEISS, 1994; BOLLT; MEISS, 1995; MACAU; GREBOGI, 2006; BELBRUNO et al., 2008; VAQUERO; HOWELL,

2012; MINGOTTI et al., 2012; SANTANA et al., 2013) nas trajetórias de escape via WSB para promover um novo *swing-by*, com a Terra ou com a Lua, e consequentemente maior ganho de energia. Em princípio, esta nova variação na energia, possibilitaria às trajetórias de escape, alcançar de objetos com órbitas mais distantes da Terra.

- Estudo da estabilização da sonda ao redor do NEA para missões nas quais o objetivo seja orbitar o asteroide.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AHRENS, T. J.; HARRIS, A. W. Deflection and fragmentation of near-earth asteroids. **Nature**, v. 360, n. 6403, p. 429–433, 1992. 10, 11
- ALLIGOOD, K. T.; SAUER, T. D.; YORKE, J. A. **Chaos: an introduction to dynamical systems**. [S.l.]: Springer, 1996. 30
- ALVAREZ, L. W.; ; ASARO, F.; MICHEL, H. V. Extraterrestrial cause for the cretaceous tertiary extinction. **Science**, v. 208, p. 1095–1099, 1980. 6
- ANDERS, E.; ARNOLD, J. R. Age of craters on mars. **Science**, v. 149, p. 1494–1496, 1965. 7
- ARAUJO, R. A. N. d. **O sistema triplo de asteróides 2001 SN263: dinâmica orbital e estabilidade**. 130 p. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011-11-07 2011. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.13.16.15>>. Acesso em: 28 set. 2015. 7, 37, 38
- BATE, R. R.; MUELLER, D.; WHITE, J. E. **Fundamentals of Astrodynamics**. [S.l.]: New York: Dover Publications, 1971. xvii, 17, 95, 96, 125, 126, 130
- BATTIN, R. **Astronautical Guidance**. New York: McGraw-Hill, 1965. 33
- BELBRUNO, E.; TOPPUTO, F.; GIDEA, M. Resonance transitions associated to weak capture in restricted three-body problem. **Advances in Space Research**, v. 42, n. 8, p. 1330–1351, 2008. 134, 135
- BELBRUNO, E. A. Lunar capture orbits: a method of constructing earth-moon trajectories and the lunar gas mission. In: INTERNATIONAL ELECTRIC PROPULSION CONFERENCE. **Proceedings...** [S.l.]: Colorado Springs. 36, 57, 85
- _____. Examples of the nonlinear dynamics of ballistic capture and escape in the earth-moon system. In: **Proceedings of anual AIAA Astrodynamics Conference**. Portland: [s.n.], 1990. 36, 57, 85
- BELBRUNO, E. A.; MILLER, J. Sun-perturbed earth-to-moon transfers with ballistic capture. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 16, n. 4, p. 770–775, 1993. 57

- BOLLT, E. M.; MEISS, J. D. Controlling chaotic transport through recurrence. **Physica D**, v. 81, p. 280–294, 1994. [134](#), [135](#)
- _____. Targeting chaotic orbits to the moon through recurrence. **Physics Letters a**, v. 204, p. 373–378, 1995. [134](#), [135](#)
- BROUCKE, R. A. **Periodic orbits in the restricted three-body problem with Earth-Moon masses**. Pasadena, California, 1968. v. 32, 92 p. [31](#), [37](#), [38](#)
- _____. The celestial mechanics os gravity assist. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS CONFERENCE, WASHINGTON, DC, AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS. **Proceedings...** Minneapolis, MN, 1988. (A88-50352 21-13, v. 32), p. 69–78. [32](#), [33](#)
- BROUWER, D.; CLEMENCE, G. M. **Methods of celestial mechanics**. [S.l.]: New York: Academic Press, 1961, 1961. [17](#), [23](#)
- CABETTE, R. E. S. SEMINÁRIOS DO CURSO DE PÓS-GRADUAÇÃO EM COMPUTAÇÃO APLICADA, **Sistemas de asteroides múltiplos próximos à Terra: planejamento de missões e estudos da dinâmica orbital**. [S.l.]: INPE, São José dos Campos, 2011. [130](#), [133](#)
- CARUSI, A.; VALSECCHI, G. B.; D'ABRAMO, G.; BOATTINI, A. Deflecting neos in route of collision with the earth. **Icarus**, v. 159, p. 417–422, 2002. [10](#), [11](#)
- CARVELL, R. The sun from above and below. **Space**, v. 1, p. 18–55, 1985. [35](#)
- CHAPMAN, C. R. The hazard of near-earth asteroid impacts on earth. **Earth and Planetary Science Letters**, Elsevier, v. 222, p. 1–15, 2004. [10](#)
- D'ALMARIO, L. A.; BYRNES, D. V.; SACKETT, L. L.; STANFORD, R. H. Optimization of multiple flyby trajectories. In: AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALISTS CONFERENCE. **Proceedings...** Provincentown, MA, 1979. p. 79–162. [36](#)
- de MELO, C. F.; MACAU, E. E. N.; WINTER, O. C.; Vieira Neto, E. Alternative paths for insertion of probes into high inclination lunar orbits. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 40, n. 1, p. 58–68, 2007. [31](#), [50](#)
- de MELO, C. F.; N., M. E. E.; WINTER, O. C. Strategies for plane change of earth orbits using moon gravity and derived trajectories of the family g. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 104, p. 281–299, 2009. [31](#), [50](#)

DOWNLING, R. L.; KOSMANN, W. J.; MINOVITCH, M. A.; RINDENOURE, R. A. The origin of gravity-propelled interplanetary space travel. In: CONGRESS OF INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION. **Proceedings...** Dresden, GDR, 1990. v. 41. 32

_____. Gravity propulsion research at UCLA and JPL. In: CONGRESS OF INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION. **Proceedings...** Montreal, Canada, 1991. v. 42. 32

DUNNE, J. A.; BURGESS, E. The voyage of mariner 10 : mission to venus and mercury. **NASA Special Publication**, v. 424, p. 44–53, 1978. 34

EULER, L. De motu rectilineo trium corporum se mutuo attrahentium. **Novi Comm. Acad. Sci. Imp. Petrop**, v. 11, p. 144–151, 1767. 28

EVERHART, E. An efficient integrator that uses gauss-radau spacings. In: PROCEEDINGS OF IAU COLLOQUIUM 83. **Proceedings...** Denver, CO, 1985. v. 115, p. 185. 4

FARQUHAR, R. W.; DUNHAM, D. A new trajectory concept for exploring the earth's geomagnetic tail. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 4, n. 2, p. 192–196, 1981. 34

GLADMAN, B.; MICHEL, P.; FREOSCHLÉ. The near-earth object population. **Icarus**, v. 146, p. 176–189, 2000. 6

GRITZNER, C.; KAHLE, R.; FASOULAS, S. Solar concentrators for neo deflection. In: ASTEROIDS, COMETS, METEORS - ACM INTERNATIONAL CONFERENCE. **Proceedings...** Noordwijk, Netherlands, 2002. (ESA Special Publication, v. 500), p. 67–70. 10, 11

HOLISTER W. M. PRUSSING, J. E. Optimum transfer to mars via venus. **ACTA Astronautica**, v. 12, n. 02, p. 169–179, 1966. 34

KAHLE, R.; HAHN, G.; KÜHRT, E. Optimal deflection of neos en route of collision with the earth. **Icarus**, v. 182, p. 482–488, 2006. 10, 11

KAPLAN, M. H. **Modern spacecraft dynamics and control**. New York: John Willey & Sons, 1976. 33

KHOLHASE, C. E.; PENZO, P. A. Voyager mission description. **Space Science Reviews**, v. 21, n. 2, p. 77–101, 1977. 35

- LAGRANGE, J. L. Essai sur le probleme des trois corps. **Œuvres**, v. 6, p. 229–324, 1772. 28
- LAPLACE, P. S. **Traité de mécanique céleste/par PS Laplace; tome premier [-quatrieme]**. [S.l.]: de l’Imprimerie de Crapelet, 1805. 32
- LAWDEN, D. F. Pertubation maneuvers. **Journal of the British Interplanetary Society**, v. 13(5), p. 329–334, 1954. 32
- LU, E. T.; LOVE, S. G. Gravitational tractor for towing asteroids. **Nature**, Nature Publishing Group, v. 438, n. 7065, p. 177–178, 2005. 10, 11
- MACAU, E. E. N.; GREBOGI, C. Control of chaos and its relevance to spacecraft steering. **Philosophical Transactions of the Royal Society**, v. 364, p. 2463–2581, 2006. 134, 135
- MARCHAL, C. **The three body problem**. Amsterdam: Elsevier, 1990. 17
- MCCORD, T. B.; CASTILLO-ROGEZ, J.; RIVKIN, A. Ceres: Its origin, evolution and structure and dawn’s potential contribution. In: RUSSELL, C.; RAYMOND, C. (Ed.). **The dawn mission to minor planets 4 Vesta and 1 Ceres**. Springer New York, 2012. p. 63–76. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-4903-4_5>. 5
- MCCORD, T. B.; SOTIN, C. Ceres: evolution and current state. **Journal of Geophysical Research: Planets (1991–2012)**, Wiley Online Library, v. 110, n. E5, 2005. 6
- MCINNIS, C. R. Deflection of near-earth asteroids by kinetic energy impacts from retrograde orbits. **Planetary and Space Science**, Elsevier, v. 52, n. 7, p. 587–590, 2004. 10, 11
- MINGOTTI, G.; TOPPUTO, F.; BERNELLI-ZAZZERA, F. Transfers to distant periodic orbits around the moon via their invariant manifolds. **Acta Astronautica**, v. 79, p. 20–32, 2012. 134, 135
- MINOVITCH, M. A. **A method for determining interplanetary free-fall reconnaissance trajectories**. Pasadena, CA: Jet Propulsion Laboratory: [s.n.], 1961. TM-312-130, n. 47, 38–44 p. 32
- MORBIDELLI, A.; JR, W. F. B.; FROESCHLÉ CH. AND, M. P. Origin and evolution of near earth asteroids. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 73, p. 29–50, 1999. 7

- MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. New York: Cambridge University Press, 1999. xv, xix, 17, 21, 23, 24, 28, 30
- NOCK, K. T.; UPHOFF, C. Satellite aided orbit capture. In: AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS CONFERENCE. **Proceedings...** Provincetown, MA, 1979. v. 1. 34
- O'BRIEN, D. P.; MORBIDELLI, A.; BOTTKE, W. F. The primordial excitation and clearing of the asteroid belt - revisited. **Icarus**, v. 191, n. 2, p. 434–452, 2007. 6
- OPIK, E. J. The survival of comets and cometary material. **The Astronomical Journal**, v. 66, n. 8, p. 381–382, 1961. 7
- PERRET, A. Mission techniques and orbital mechanics for interplanetary spacecraft. In: BURKE, W. R. (Ed.). **Solar System and its Exploration. Proceedings of Alpach Summer School Conference**. Alpach, Austria: [s.n.], 1981. v. 164, p. 13. 34
- PLESKO, C. S.; GUZIK, J. A.; COKER, R. F.; HUEBNER, W. F.; KEADY, J. J.; WEAVER, R. P.; PRITCHETT-SHEATS, L. A. Exploring the deflection of potentially hazardous objects by stand-off bursts. In: LUNAR AND PLANETARY SCIENCE CONFERENCE. **Proceedings...** League City, Texas, 2008. v. 39, p. 2311. 10, 11
- POINCARÉ, H. **Les méthodes nouvelles de la mécanique céleste**. Paris: Gauthier-Villars, 1889. 23
- PRADO, A. F. B. d. A. **Trajatórias espaciais e manobras assistidas por gravidade**. São José dos Campos, Brasil: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2001. xv, 33, 37, 38
- RAYMAN, M. D.; CHADBOURNE, P. A.; CULWELL, J. S.; WILLIAMS, S. N. Mission design for deep space 1: A low-thrust technology validation mission. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 45, n. 4, p. 381–388, 1999. 12
- RAYMAN, M. D.; VARGHESE, P. The deep space 1 extended mission. **Acta Astronautica**, Elsevier, v. 48, n. 5, p. 693–705, 2001. 12
- SANTANA, S. H. S.; MACAU, E. E. N.; WINTER, O. C.; FRANÇA, L. F. A. Exploring sensitive dependence and transitivity to optimize travel time in chaotic systems. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, p. 1–6, 2013. 134, 135

SEARS, D. W. G.; ALLEN, C. C.; BRITT, D. T.; BROWNLEE, D. E.; CHENG, A. F.; CHAPMAN, C. R.; CLARK, B. C.; DRAKE, B. G.; FEVIG, R. A.; FRANCHI, I. A.; FUJIWARA, A.; GOREVAN, S. P.; KOCHAN, H.; LEWIS, J. S.; LINDSTROM, M. M.; NISHIIZUMI, K.; RACE, M. S.; SCHEERES, D. J.; SCOTT, E. R. D.; TAYLOR, G. J.; YANO, H. Near-earth asteroid sample return. In: SYKES, M. V. (Ed.). **Proceedings**. San Francisco, 2002. v. 272, p. 111–139. 2

SEARS, D. W. G.; BROWNLEE, D. D.; PIETERS, C.; LINDSTROM, M.; BRITT, D.; CLARK, B. C.; GEFERT, L.; GOREVAN, S.; PREBLE, J. C. A multiple near-earth asteroid sample return mission called hercules. **Meteoritics and Planetary Science Supplement**, v. 35, p. 145, 2000. 2

STERN, S. A. The new horizons pluto kuiper belt mission: An overview with historical context. **Space Science Reviews**, v. 140, p. 3–21, 2008. 36

SUKHANOV, A. A.; VELHO, H. F. D. C.; MACAU, E. E. N.; WINTER, O. C. The aster project: Flight to a near-earth asteroid. **Cosmic Research**, v. 48, p. 443–450, 2010. 14

SZEBEHELY, V. **The theory of orbits**. New York: Academic Press, 1967. 17

SZEBEHELY, V. G. Special orbits for the exploration of mars and venus. In: AFCRL-NASA-VPI, CONFERENCE ON THE EXPLORATION OF MARS AND VENUS. **Proceedings...** Blacksburg, VA, 1965. 34

THOMAS, P. C.; PARKER, J. W.; MCFADDEN, L. A.; RUSSELL, C. T.; STERN, S. A.; SYKES, M. V.; YOUNG, E. F. Differentiation of the asteroid ceres as revealed by its shape. **Nature**, v. 437, p. 224–226, 2005. 5

UESUGI, K. T. Space engineering spacecraft (muses) program in isas featuring its latest mission "hayabusa". In: PROCEEDINGS OF CONFERENCE ON RECENT ADVANCES IN SPACE TECHNOLOGIES. **Proceedings...** Istanbul, Turkey, 2003. p. 464–471. 36

VAQUERO, M.; HOWELL, K. Design of transfer trajectories between resonant orbits in the restricted three-body problem with application to the earth-moon system. In: 1ST IAA/AAS CONFERENCE ON THE DYNAMICS AND CONTROL OF SPACE SYSTEMS. **Proceedings...** Porto, Portugal, 2012. 134, 135

WESTPHAL, A. J.; STROUD, R. M.; BECHTEL, H. A.; BRENKER, F. E.; BUTTERWORTH, A. L.; FLYNN, G. J.; FRANK, D. R.; GAINSFORTH, Z.;

HILLIER, J. K.; POSTBERG, F. et al. Evidence for interstellar origin of seven dust particles collected by the stardust spacecraft. **Science**, American Association for the Advancement of Science, v. 345, n. 6198, p. 786–791, 2014. 12

WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A. **A conquista do espaço: do Sputnik à missão Centenário**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2007. 1

WOLFF, S. **Near Earth Objects**. Tese (Doutorado) — Department of Mathematics - Technical University of Denmark, 2006. 7

ZIYUAN, O.; CHUNLAI, L.; YONGLIAO, Z.; HONGBO, Z.; CHANG, L.; JIANZHONG, L.; JIANJUN, L.; WEI, Z.; YAN, S.; WEIBIN, W. et al. Chang'e-1 lunar mission: an overview and primary science results. **Science China: Earth Sciences**, v. 30, n. 5, p. 392–403, 2010. 13

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.