



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/08.01.13.27-TDI

ESTUDO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DE SATÉLITES DISPOSTOS EM UMA FORMAÇÃO DE VOO POLIÉDRICA

Wagner Frederico César Mahler

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Evandro Marconi Rocco, e Denilson Paulo Souza dos Santos, aprovada em 02 de junho de 2017.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3PCH48B>

INPE
São José dos Campos
2017

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

E-mail: pubtc@inpe.br

**COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO
DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):****Presidente:**

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

Membros:

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas
(CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial
(ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos
Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Duca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/08.01.13.27-TDI

ESTUDO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DE SATÉLITES DISPOSTOS EM UMA FORMAÇÃO DE VOO POLIÉDRICA

Wagner Frederico César Mahler

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Evandro Marconi Rocco, e Denilson Paulo Souza dos Santos, aprovada em 02 de junho de 2017.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3PCH48B>

INPE
São José dos Campos
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Mahler, Wagner Frederico César.

M278e Estudo do posicionamento relativo de satélites dispostos em uma formação de voo poliédrica / Wagner Frederico César Mahler. – São José dos Campos : INPE, 2017.
 xxiv + 105 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/08.01.13.27-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.

Orientadores : Drs. Evandro Marconi Rocco, e Denilson Paulo Souza dos Santos.

1. Constelação de satélites. 2. Formação de voo tetraédrica. 3. Movimento relativo. 4. Controle. 5. Formação orbital de satélites. I.Título.

CDU 629.783:629.7.05



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Wagner Frederico César Mahler**

Título: "ESTUDO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DE SATÉLITES DISPOSTOS EM
UMA FORMAÇÃO DE VOO POLIÉDRICA"

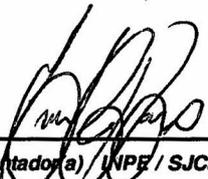
Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Hans-Ulrich Pilchowski



Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Evandro Marconi Rocco



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Denilson Paulo Souza dos Santos



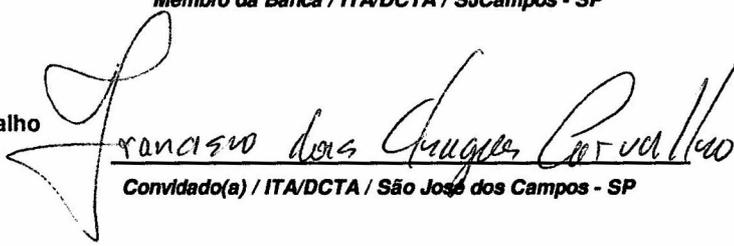
Orientador(a) / UNESP / São João da Boa Vista - SP

Dr. Ijar Milagre da Fonseca



Membro da Banca / ITA/DCTA / SJCampos - SP

Dr. Francisco das Chagas Carvalho



Convidado(a) / ITA/DCTA / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

(X) unanimidade

São José dos Campos, 02 de junho de 2017

Compreender as coisas que nos rodeiam é a melhor preparação para compreender o que há mais além.

HIPÁTIA

O pensamento é apenas um lampejo entre duas longas noites, mas este lampejo é tudo.

HENRI POINCARÉ

Que os vossos esforços desafiem as impossibilidades, lembrai-vos de que as grandes coisas do homem foram conquistadas do que parecia impossível.

CHARLES CHAPLIN

Se algo parece ser simples demais para ser verdade, lembre-se de que a verdade costuma ser simples, complicadas são as mentiras.

ZOHAR

*Especialmente à minha mãe **Heloisa**, ao meu pai
William e à minha irmã **Anelise***

AGRADECIMENTOS

BS"D

À minha família por todo apoio prestado durante todos esses anos de estudo. Agradeço à minha mãe por me aconselhar durante todos os momentos difíceis, pelo incentivo de seguir adiante com minha busca pelo conhecimento e pelos meus sonhos.

Aos meus professores e orientadores pelo conhecimento transmitido e por terem trazido um sentido mais abrangente a palavra orientador, sentido que extrapola os limites de simples tecnicidades.

Ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais e as instituições de fomento do programa espacial brasileiro, ao CNPq pelo financiamento deste projeto de estudo.

A todos que contribuíram direta e indiretamente, principalmente a comissão avaliadora que por meio de suas sugestões contribuíram para com o enriquecimento deste trabalho.

Para que injustiças não sejam cometidas, de maneira geral, aos meus amigos e colegas por todo incentivo e cooperação.

RESUMO

Este trabalho consiste no estudo da variação do posicionamento relativo de quatro satélites que se agrupam sob a geometria de um tetraedro durante o movimento orbital. Os satélites são posicionados sobre a configuração admitida, considerando o instante em que eles estarão em formação. A partir de então, o problema é analisado com base na geometria da disposição das espaçonaves e os parâmetros orbitais são calculados e inseridos em um simulador de trajetórias espaciais, o *Spacecraft Trajectory Simulator* (STRS), para testar e avaliar o movimento relativo dos corpos e os instantes da formação do poliedro regular. A detecção da configuração no instante em que os satélites estão na formação tetraédrica regular é feita através de três *flags* detectores: i) baseado no módulo da diferença com relação a aresta nominal do tetraedro; ii) baseado no volume nominal para um tetraedro regular com as propriedades geométricas consideradas; e iii) baseado na diferença do posicionamento relativo dos satélites no instante da formação. Os *flags* possuem uma tolerância, δ , estipulada conforme a necessidade e a precisão da missão, para cada um dos três *flags*. O movimento dos satélites é propagado por meio das equações não lineares fornecidas pela mecânica celeste, já que as equações linearizadas de Hill, muito utilizadas em trabalhos relacionados às formações de satélites, não consideram os efeitos perturbadores em sua constituição. Para o estudo da variação do movimento relativo dos satélites em órbita, é considerado um erro na posição inicial do satélite que se encontra sobre a órbita elíptica, então o posicionamento dos quatro corpos é novamente propagado. O problema também é generalizado, dentro das especificações admitidas para que a formação ocorra sobre qualquer região da superfície da Terra, e um programa, o *Spacecraft Parameters Calculator* (SPC), capaz de calcular todos os parâmetros orbitais dos quatro satélites é implementado. O problema deixa de ser tratado como um caso ideal e a modelagem desta nova etapa admite quatro perturbações orbitais sendo elas: i) potencial gravitacional terrestre; ii) atrações gravitacionais do Sol e da Lua; iii) pressão de radiação e iv) arrasto atmosférico. É admitido um sistema de controle em malha fechada que visa minimizar os efeitos causados pelas perturbações. Os resultados obtidos são analisados, comparados e discutidos.

Palavras-chave: Constelação de satélites. Formação de voo tetraédrica. Movimento relativo. Controle. Formação orbital de satélites.

A STUDY OF SATELLITES' RELATIVE POSITIONING WHILE IN A TETRAHEDRAL FLIGHT FORMATION

ABSTRACT

This work consists of a study of the relative position variation of four satellites grouped in a tetrahedral geometry during orbital movement. The satellites' arrangement is calculated analyzing the problem through a geometric perspective, precisely adjusting each satellites' orbital parameters. Those parameters are inserted into a spatial trajectory simulator, the Spacecraft Trajectory Simulator (STRS), to evaluate the bodies' relative movement and the moments of a regular tetrahedron formation. It is proposed a detection algorithm based on three flags, to enhance the precision of a regular tetrahedron's detection. These flags are based on the difference in relation to the tetrahedron's nominal edge, the detection of the tetrahedral formation volume and the difference between the tetrahedron's edges. In addition, a tolerance value is considered for each flag. The satellites' movement is propagated through nonlinear equations provided by celestial mechanics, once Hill's equations, commonly used in work related to satellites formations, do not consider disturbance effects. For the study of the satellites' relative movement variation, an initial position error is assumed for the satellite in elliptical orbit, and then the movement is simulated again. The problem is also generalized, according to the assumed specifications for the formation to occur over any region of Earth's surface, and a software, Spacecraft Parameters Calculator (SPC), able to determine each satellites' orbital parameters is implemented. Then, in the next phase of the study, the problem is no longer considered an ideal case once four kinds of orbital disturbance are assumed to affect the satellite's movement, these disturbances are: i) Earth gravitational potential; ii) Sun and Moon's gravitational attraction; iii) radiation pressure e iv) atmospheric drag. A control system is considered to minimize these disturbances effects. The results are analyzed compared and discussed.

Keywords: Satellite constellation. Tetrahedral formation flight. Relative motion. Control. Satellite orbital formation.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1.1 Organização das etapas da Fase A.	3
1.2 Organização das etapas da Fase B.	4
1.3 Organização das etapas da Fase C.	5
2.1 Sistema de coordenadas equatorial ou inercial.	8
2.2 Sistema de coordenadas local e inercial.	8
2.3 Sistema de coordenadas local e equatorial (inercial).	9
2.4 Vetores que definem a posição dos satélites relativo ao sistema de coordenadas centrado na Terra.	10
2.5 Primeira lei de Kepler, órbitas são elipses e o sol está em um dos focos.	12
2.6 Segunda lei de Kepler, áreas iguais em tempos iguais.	12
2.7 Campo de ação da força central e de característica gravitacional atuando sobre um satélite artificial de massa puntual m	14
2.8 Representação do vetor quantidade de movimento angular de um satélite em órbita terrestre.	15
2.9 Trajetórias orbitais descritas por cônicas.	16
2.10 Características de uma órbita elíptica, onde são mostrados os dois focos em que um posiciona-se no centro da Terra, o semi-eixo maior e a excentricidade (elementos orbitais) e demais variáveis da órbita.	17
2.11 Parâmetros orbitais e características da trajetória do satélite.	18
2.12 Harmônicos esféricos: (a) zonais; (b) tesserais e (c) setoriais.	20
2.13 Órbita do satélite exposto a intensidade da radiação solar.	23
2.14 (a) A superfície absorve completamente os raios incidentes; (b) os raios incidentes sofrem reflexão especular; (c) os raios incidentes sofrem reflexão difusa.	24
2.15 Trajetória orbital sendo afetada pelo arrasto atmosférico.	26
2.16 Trajetórias das espaçonaves relativas ao referencial inercial centrado na Terra.	28
2.17 <i>Spacecraft Trajectory Simulator</i> (STRS).	30
2.18 O erro é gerado pela diferença entre os estados de estimação e entrada no comparador de estados.	30
2.19 O sinal de controle é gerado e com base neste o atuador age.	31
2.20 O novo estado do corpo após a perturbação.	31
2.21 O estado estimador é definido.	32

4.1	Casca esférica fictícia que contém a seção circular formada pelos satélites S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 no instante em que o tetraedro regular se forma.	37
4.2	Posicionamento relativo entre dois satélites S_1 e S_2 numa órbita circular.	38
4.3	Triângulo formado entre o centro da Terra e os dois satélites S_1 e S_2	39
4.4	Posicionamento de S_3 na órbita dos satélites S_1 e S_2 por meio da anomalia média.	40
4.5	Plano formado pelos satélites S_1 , S_2 e S_3 sobre a casca esférica.	41
4.6	Geometria tetraédrica formada por quatro satélites S_1 , S_2 , S_3 e S_4	42
4.7	Apresentação do arranjo orbital da configuração geométrica dos quatro satélites.	44
4.8	Representação das disposições das arestas que compõem o tetraedro.	45
4.9	Algoritmo de detecção da formação tetraédrica regular relativo as arestas do poliedro.	47
4.10	Algoritmo de detecção da formação tetraédrica regular baseado no volume nominal do poliedro.	48
4.11	Algoritmo de detecção da formação tetraédrica regular baseado na diferença do posicionamento relativo dos satélites.	50
4.12	Fluxograma do <i>Spacecraft Parameters Calculator</i>	52
4.13	Estrutura do <i>Spacecraft Parameters Calculator</i>	52
5.1	(a) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.	59
5.2	(b) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.	60
5.3	<i>Flag</i> de detecção do volume da formação tetraédrica.	61
5.4	<i>Flags</i> sinalizadores da formação tetraédrica de satélites.	62
5.5	Área do triângulo da base e volume do tetraedro.	63
5.6	Movimento relativo de S_2 , S_3 e S_4 relativo a S_1	65
5.7	Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3	65
5.8	Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_3 relativo a S_4	66
5.9	Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_1 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_3 e S_4 relativos a S_1	67
5.10	Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_3 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_1 , S_2 e S_4 relativos a S_3	67
5.11	Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_4 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_1 , S_2 e S_3 relativos a S_4	68

5.12	Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_3	69
5.13	Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_4	69
5.14	Posicionamento relativo entre os satélites S_3 e S_4	70
5.15	Constelação tetraédrica se formando no apogeu e perigeu da órbita de S_4	71
5.16	(a) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.	73
5.17	(b) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.	74
5.18	<i>Flag</i> de detecção do volume da formação tetraédrica.	75
5.19	<i>Flags</i> sinalizadores da formação tetraédrica de satélites.	76
5.20	Movimento relativo de S_2 , S_3 e S_4 relativo a S_1	77
5.21	Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3	78
5.22	Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_3 relativo a S_4	78
5.23	Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_1 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_3 e S_4 relativos a S_1	79
5.24	Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_3 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_1 , S_2 e S_4 relativos a S_3	80
5.25	Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_3	80
5.26	Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_4	81
5.27	Posicionamento relativo entre os satélites S_3 e S_4	81
5.28	(a) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.	83
5.29	(b) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.	84
5.30	<i>Flag</i> de detecção do volume da formação tetraédrica.	85
5.31	<i>Flags</i> sinalizadores da formação tetraédrica de satélites.	86
5.32	Movimento relativo de S_2 , S_3 e S_4 relativo a S_1	87
5.33	Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3	88
5.34	Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3	88
5.35	Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_2	89
5.36	Incrementos de velocidade (ΔV) aplicados pelos propulsores para os satélites S_1 e S_2	90
5.37	Incremento de velocidade total devido as perturbações orbitais aplicadas nos satélites S_1 e S_2	92
5.38	Diferença entre o semi-eixo maior da órbita de referência e a órbita estimada dos satélites S_1 e S_2	93

5.39	Diferença entre a excentricidade da órbita de referência e a órbita estimada dos satélites S_1 e S_2	94
5.40	Diferença entre a inclinação da órbita de referência e a órbita estimada dos satélites S_1 e S_2	95
5.41	Comparação entre os consumos de combustível de S_1 e S_2	96

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Valores de baixa ordem dos harmônicos do potencial gravitacional terrestre (WGS 84 model).	21
5.1 Parâmetros de entrada da simulação: Fase A.	57
5.2 Parâmetros de entrada da simulação: Fase B.	72
5.3 Parâmetros de entrada da simulação: Fase C.	82

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

INPE	–	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
STRS	–	<i>Spacecraft Trajectory Simulator</i>
SPC	–	<i>Spacecraft Parameters Calculator</i>
NASA	–	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
MMS	–	<i>Magnetospheric Multiscale</i>
ECI	–	<i>Earth-Centered Inertial</i>
RSW	–	<i>Radial-Transverse-Normal</i>
GPS	–	<i>Global Positioning System</i>
GEO	–	<i>Geosynchronous Equatorial Orbit</i>
G	–	Baricentro
PID	–	Proporcional Integral Derivativo
VNC	–	Vetores Não Concorrentes
DV	–	Valor Absoluto

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVO	1
1.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DA FORMAÇÃO DE VOO	2
1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO	5
1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO	6
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	7
2.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA	7
2.2 MECÂNICA CELESTE	11
2.3 CAMPO CENTRAL	14
2.4 QUANTIDADE DE MOVIMENTO ANGULAR	15
2.5 ÓRBITAS E PARÂMETROS ORBITAIS	16
2.6 PERTURBAÇÃO ORBITAL	18
2.6.1 POTENCIAL GRAVITACIONAL	18
2.6.2 ATRAÇÃO GRAVITACIONAL DO SOL E DA LUA	21
2.6.3 PRESSÃO DE RADIAÇÃO	22
2.6.4 ARRASTO ATMOSFÉRICO	25
2.7 SATÉLITES ARTIFICIAIS, ATITUDE E ÓRBITA	26
2.8 MOVIMENTO RELATIVO	27
2.9 <i>SPACECRAFT TRAJECTORY SIMULATOR</i> (STRS)	29
3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DO PROBLEMA DE FORMAÇÃO DE VOO DE SATÉLITES	33
3.1 TRABALHOS CORRELATOS A FORMAÇÃO DE VOO	33
3.2 TRABALHOS CORRELATOS AO AMBIENTE DE SIMULAÇÃO DO STRS	35
4 METODOLOGIA UTILIZADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO	37
4.1 FASE A - MODELAGEM DO POSICIONAMENTO RELATIVO DOS SATÉLITES DISPOSTOS EM UMA GEOMETRIA TETRAEDRICA REGULAR E CÁLCULO DOS PARÂMETROS ORBITAIS	37

4.2	FASE B - INSERÇÃO DE UM ERRO NO SEMI-EIXO MAIOR DA ÓRBITA DO SATÉLITE S_4 MANTENDO INALTERADO AS CONDIÇÕES INICIAIS DOS DEMAIS CORPOS	50
4.3	FASE C - MODELAGEM DOS PARÂMETROS FÍSICOS DOS SATÉLITES E DAS PERTURBAÇÕES ORBITAIS	53
4.4	APRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE DO MOVIMENTO ORBITAL UTILIZADO NO STRS	54
5	SIMULAÇÕES E RESULTADOS	57
5.1	SIMULAÇÃO REFERENTE A FASE A - DINÂMICA DO MOVIMENTO ORBITAL DOS QUATRO SATÉLITES, LIVRES DE PERTURBAÇÕES, E COMPORTAMENTO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DOS SATÉLITES	57
5.2	SIMULAÇÃO REFERENTE A FASE B - DINÂMICA DO MOVIMENTO ORBITAL DOS QUATRO SATÉLITES, LIVRES DE PERTURBAÇÕES, E COMPORTAMENTO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DOS SATÉLITES DADO UM ERRO NO POSICIONAMENTO INICIAL DO QUARTO SATÉLITE	71
5.3	SIMULAÇÃO REFERENTE A FASE C - DINÂMICA DO MOVIMENTO ORBITAL DOS QUATRO SATÉLITES, CONSIDERANDO AS PERTURBAÇÕES ORBITAIS E MEDIDAS CORRETIVAS DE CONTROLE POR MEIO DE PROPULSÃO DE BAIXO EMPUXO	82
6	CONSIDERAÇÕES FINAIS DO TRABALHO	97
6.1	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	99
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	101

1 INTRODUÇÃO

Uma constelação de satélites é um grupo de satélites artificiais trabalhando em conjunto podendo estar em formação de voo ou não. O conceito de formação de voo dá-se pelo fato de um conjunto de satélites, dois ou mais, disporem-se de tal modo que o posicionamento relativo entre eles seja mantido ou que os mesmos obedeçam à determinada configuração de voo ao longo da trajetória. Entretanto, principalmente para uma configuração tetraédrica regular, esta não é uma tarefa fácil e, portanto, para que seja implementada, uma malha de controle deve ser projetada a fim de garantir que o movimento coordenado entre os elementos em formação e a geometria da constelação ao longo da trajetória seja mantida. Todavia, dentro dos conceitos da mecânica clássica e dos limites de engenharia da atualidade, uma configuração geométrica de satélites em formação de voo mostra-se improvável se a manutenção do posicionamento relativo dos satélites for almejada durante toda a trajetória dos mesmos.

O conjunto de satélites é tratado *a priori* como um conjunto de pontos de massa sob a ação de um campo central, sem a ação das perturbações orbitais, dispostos numa configuração geométrica voando em formação. Essa simplificação possibilita um estudo mais detalhado da ocorrência desta formação em lugares distintos, bastando que uma análise geométrica, do posicionamento preciso dos satélites, seja realizada. *A posteriori*, os satélites deixam de ser pontos de massa e passam a ser tratados como satélites, que possuem atuadores, que manobram, sob a ação de um campo gravitacional e demais efeitos perturbadores. A pesquisa a ser desenvolvida está relacionada com a configuração da formação poliédrica regular dos satélites.

1.1 OBJETIVO

Este trabalho objetiva desenvolver um algoritmo capaz de posicionar uma constelação de satélites em formação de voo tetraédrica, com o intuito de avaliar a evolução do posicionamento relativo entre eles. Para atender este objetivo, o trabalho será subdividido em três fases de desenvolvimento:

- A formação de voo dos satélites é calculada com base na análise geométrica do posicionamento dos satélites em órbita da Terra, considerando os corpos como pontos de massa, livres dos efeitos das perturbações orbitais, com o intuito de se estudar e analisar a evolução do movimento relativo entre os corpos em função das órbitas adotadas e o desenvolvimento de *flags* capazes de detectar a formação do tetraedro regular nos instantes de apogeu e

perigeu da órbita elíptica;

- Os dados obtidos e as condições iniciais da fase anterior serão reaproveitados. Porém, será inserido um erro no posicionamento inicial do satélite S_4 , cuja trajetória é uma elipse de excentricidade muito pequena. O problema é generalizado de modo que a configuração tetraédrica possa ser posicionada sobre qualquer região da Terra. Nesta etapa, também será desenvolvido um *software* capaz de calcular os parâmetros orbitais dos satélites, dentro de condições pré-estabelecidas. Esse *software* foi denominado de *Spacecraft Parameters Calculator* (SPC);
- A terceira fase os satélites deixarão de ser considerados pontos de massa e passam a possuir propriedades físicas. Serão implementadas perturbações orbitais e um sistema de controle, já existente no STRS, passará a comandar os atuadores responsáveis pela minimização dos efeitos perturbativos, que deterioram a formação do conjunto de satélites.

1.2 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA DA FORMAÇÃO DE VOO

Formação de voo se mostra um assunto complexo, pois os conceitos fundamentais da física válidos para um conjunto de aeronaves em voo não se aplicam de forma trivial à permanência constante de uma configuração de satélites em formação de voo. De acordo com a mecânica orbital a força gravitacional é central e, por isso não basta dispor os corpos num arranjo, cujo o movimento entre eles se dá ao redor do centro de massa destes, pois cada corpo individualmente estará sobre um plano que contém o centro da Terra, por exemplo.

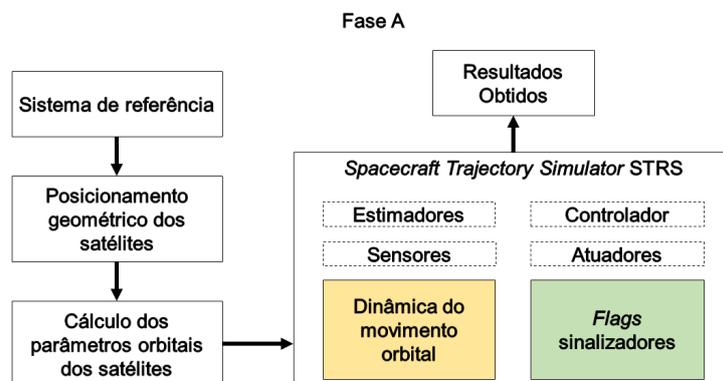
As perturbações orbitais dificultam, ainda mais, o posicionamento dos satélites, já que a trajetória real se desvia da trajetória nominal. Outro fato, é que cada satélite se encontra em uma órbita diferente e isso pode desfavorecer a conjunção dos corpos de forma periódica, pois os satélites estarão sujeitos a magnitudes diferentes de perturbações. Isso ocorre porque altitudes distintas favorecem, diferentemente, certas perturbações. Por exemplo, um satélite que possui uma órbita mais baixa, relativo a Terra, estará mais sujeito a ação do arrasto atmosférico e do potencial gravitacional do que um satélite que se encontra em uma órbita mais elevada, considerando que ambos possuam as mesmas características físicas.

As perturbações orbitais são oriundas de muitas fontes, como, por exemplo, gravitacionais, devido a não homogeneidade de distribuição de massa da Terra e a influência

de outros corpos (Sol, Lua, Júpiter etc.), devido à pressão de radiação solar, o albedo e o arrasto atmosférico. As interações destas perturbações levam à deterioração da trajetória do veículo e podem ser responsáveis pela perda de uma missão espacial.

A Fase A trata da concepção geométrica e das condições iniciais necessárias para dispor os quatro satélites, inicialmente tratados como pontos de massa e livres de efeitos perturbativos. Os satélites são posicionados em uma geometria tetraédrica de formação de voo de modo que essa se repita periodicamente. Essa formação ocorre ao redor da Terra e a dinâmica do movimento está referenciada em um sistema centrado na Terra. Os elementos orbitais dos quatro satélites são calculados e são inseridos em um simulador dentro de um ambiente computacional. Este ambiente de simulação é conhecido por *Spacecraft Trajectory Simulator* (STRS) (ROCCO, 2008a) cuja versão *Constellation* é responsável pela simulação da dinâmica do movimento orbital dos quatro satélites da formação. A versão *Constellation* do STRS, que é usada neste trabalho, foi elaborada em 2008 e é um aprimoramento do programa *Constellation* desenvolvido por ROCCO (2002) e utilizada por ROCCO (2003) e ROCCO (2013). O posicionamento relativo dos corpos, durante a formação do poliedro regular, é analisado por um detector, o qual foi proposto com o intuito de indicar todas as vezes em que a geometria tetraédrica regular for formada, dentro de tolerâncias admitidas de forma arbitrária, por meio de três algoritmos de detecção, todos baseados no instante, em que há ocorrência de um tetraedro regular, isto é: i) diferença com relação a aresta nominal; ii) do volume nominal; iii) da diferença entre as arestas. A Fase A é organizada conforme ilustra a Figura 1.1.

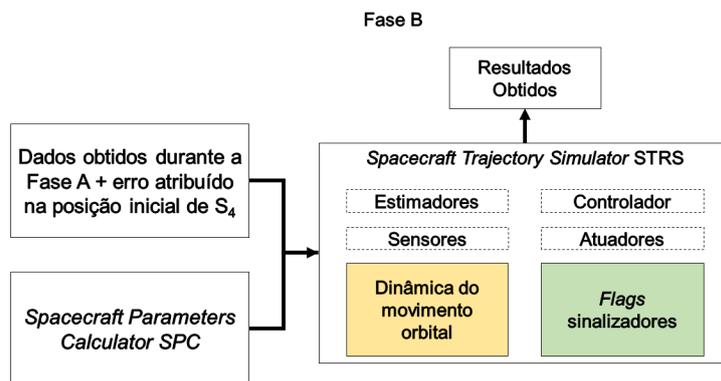
Figura 1.1 - Organização das etapas da Fase A.



Fonte: Produção do autor.

A fase B aproveita todas as condições e dados calculados e obtidos durante a Fase A, porém atribui-se um erro na posição inicial do satélite S_4 . O erro consiste de um valor de 100 m somado ao semi-eixo maior da órbita desse satélite. Esse erro foi inserido para avaliar se a formação tetraédrica regular ocorreria periodicamente, considerando as tolerâncias atribuídas para a formação, mesmo com a existência deste erro. Os parâmetros orbitais são novamente inseridos no simulador e a dinâmica do movimento orbital dos satélites é propagada. O SPC é desenvolvido com o objetivo de calcular os elementos keplerianos de todos os corpos dentro de uma condição inicial estabelecida. Os parâmetros calculados são inseridos no STRS. Isso possibilitará que a formação geométrica dos satélites seja posicionada sobre qualquer região do globo terrestre. A ilustração da Fase B é observada na Figura 1.2.

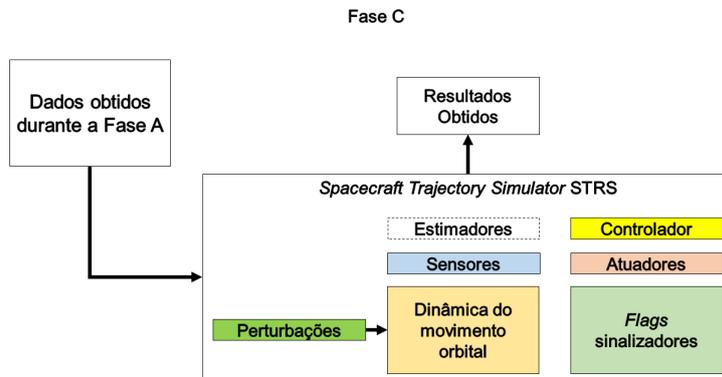
Figura 1.2 - Organização das etapas da Fase B.



Fonte: Produção do autor.

Diferentemente das fases anteriores, a Fase C aborda o problema de maneira mais ampla. Os satélites deixam de ser tratados como pontos de massa e passam a ser corpos dotados de dimensão e massa. São implementadas quatro perturbações no sistema: i) Geopotencial; ii) atração Luni-Solar; iii) pressão de radiação; e iv) arrasto atmosférico, consideradas simultaneamente para os quatro satélites. Essas perturbações serão responsáveis pelas alterações das trajetórias dos satélites. Buscando monitorar essas perturbações, um sistema de controle deverá comandar os dispositivos que atuarão sobre esses efeitos, atenuando os desvios causados nas trajetórias dos satélites (Figura 1.3).

Figura 1.3 - Organização das etapas da Fase C.



Fonte: Produção do autor.

1.3 CONTRIBUIÇÕES DO TRABALHO

Este trabalho possibilita uma análise do comportamento relativo entre satélites que se encontram sob uma geometria de formação de voo. As simulações realizadas para cada fase proposta neste trabalho mostram que o posicionamento preciso dos corpos é relevante para a formação do tetraedro e sua manutenção periódica. Na simulação da Fase A os satélites se agrupam a cada meio período orbital, primeiramente no apogeu e em seguida no perigeu. Apesar de estarem a maior parte do tempo em geometria tetraédrica durante o movimento orbital, o tetraedro regular ocorre em dois únicos instantes, apogeu e perigeu da órbita elíptica, escolhidos de forma arbitrária. Na simulação da Fase B, quando o erro é inserido, a formação deixa de ser periódica e o tetraedro regular ocorre em um único instante, e não mais. O *Spacecraft Parameters Calculator* possibilita que o cálculo dos parâmetros orbitais seja realizado com maior agilidade no posicionamento da formação geométrica dos satélites, já que a mesma pode ser modificada para qualquer posição, em relação a Terra, da órbita, dentro de condições inicialmente estabelecidas. Sendo assim, na simulação da Fase C os satélites são perturbados por quatro perturbações diferentes: i) Geopotencial; ii) atração Luni-Solar; iii) pressão de radiação; e iv) arrasto atmosférico. Como os satélites possuem posições orbitais diferentes entre si, cada perturbação age de forma diferente, em cada satélite, afetando de forma distinta suas trajetórias. A deterioração da trajetória e a manutenção da geometria tetraédrica regular, em dois instantes, é obtida por meio de ações de controle, que corrigem o posicionamento de cada corpo, relativo à sua órbita de referência.

Atualmente, a NASA possui uma missão chamada *Magnetospheric Multiscale* (MMS), lançada em 2015, dispondo de uma formação de quatro satélites em geometria tetraédrica (GARNER, 2016). Este fato, evidencia que a proposta desenvolvida por este trabalho trata de um problema atual e que possui aplicação prática, já que a MMS se encontra em curso (SMITH, 2016). No Brasil, o desenvolvimento do trabalho possibilita que o país se aproxime cada vez mais das pesquisas propostas e desenvolvidas pelos centros de pesquisa em países que possuem maior desenvolvimento na área espacial.

1.4 ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Este trabalho encontra-se disposto da seguinte forma:

O capítulo 2 apresenta uma revisão dos trabalhos que já foram desenvolvidos e que estão relacionados com o assunto proposto nesse trabalho. Também são abordados os conceitos relativos a: i) sistemas de referência e dinâmica orbital, ii) satélites artificiais, atitude e mecânica celeste, iii) perturbações orbitais e iv) movimento relativo.

O capítulo 3 apresenta a ideia de formação de voo de satélites e é feita uma revisão bibliográfica referente aos trabalhos apresentados correlatos a concepção de movimento relativo e disposição geométrica durante o movimento orbital de satélites e os trabalhos desenvolvidos por meio da utilização do STRS.

O capítulo 4 apresenta o desenvolvimento da Fase A, Fase B e Fase C, expondo todos os passos admitidos durante a construção destas fases.

O capítulo 5 apresenta os dados utilizados para a realização da simulação do problema no *Spacecraft Trajectory Simulator* e os resultados obtidos são discutidos e comparados.

O capítulo 6 apresenta as considerações finais do trabalho, com base nos resultados obtidos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

Este capítulo apresenta os trabalhos relacionados com a linha de pesquisa apresentada nesse trabalho, as teorias envolvidas durante a formulação do problema e a ferramenta computacional utilizada durante as simulações realizadas. São apresentados os conceitos de formação de voo e constelações de satélites, tal como os trabalhos correlatos já desenvolvidos por outros autores.

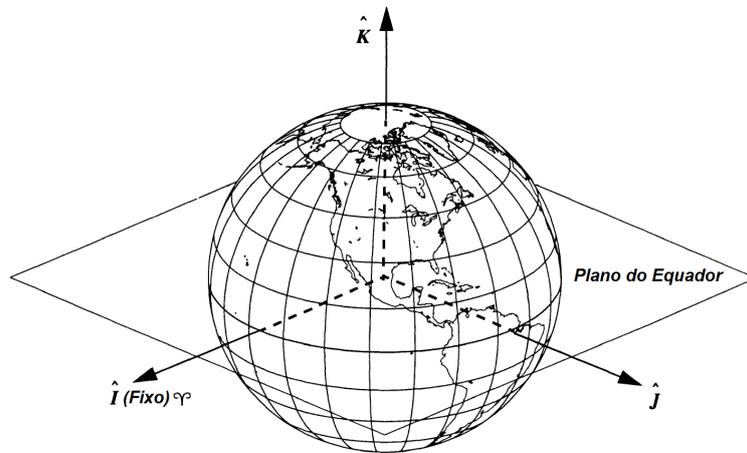
2.1 SISTEMA DE REFERÊNCIA

Um referencial é representado por um sistema de coordenadas, com eixos dispostos sobre direções pré-definidas, com origem em um ponto do corpo, com o intuito de medir os estados cinemáticos de movimento. Genericamente, um sistema de coordenadas é definido sobre uma base ortonormal F_i , centrada sobre uma origem O_i e por três versores ortogonais entre si $(\hat{i}; \hat{j}; \hat{k})$. Este sistema é dito genérico porque pode ser descrito sobre qualquer situação ou qualquer corpo. A particularização deste sistema de coordenadas dentro do cenário espacial subdivide-se em, pelo menos, dez sistemas de referência conforme MCCLAIN e VALLADO (2001), mas para o desenvolvimento desse trabalho serão admitidos apenas dois:

- ECI - (*Earth-Centered Inertial*) sistema de coordenadas inercial centrado na Terra;
- RSW - (*Radial-Transverse-Normal*) sistema de coordenadas do satélite;

O sistema de referência inercial (ECI) ou simplesmente sistema equatorial está centrado na Terra, com dois eixos localizados sobre o plano do Equador e o terceiro eixo perpendicular a este plano. O sistema de coordenadas ECI é dito inercial porque o apontamento dos versores encontram-se estabelecidos sobre direções inercialmente fixadas. A direção de \hat{K} é perpendicular ao plano do Equador. A direção de \hat{I} está contida no plano do equador terrestre, aponta para o equinócio vernal γ e é perpendicular ao eixo \hat{K} . Para completar o triedro do sistema de coordenadas inerciais se posiciona o eixo \hat{J} perpendicular a \hat{K} e \hat{I} , como é possível observar na Figura 2.1.

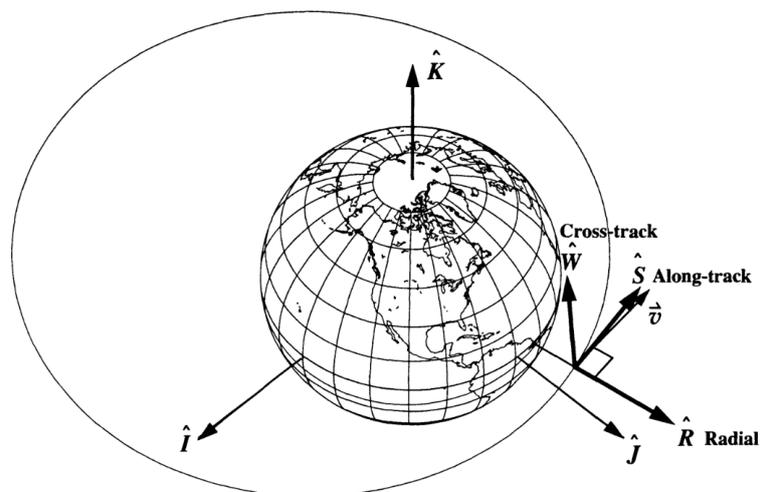
Figura 2.1 - Sistema de coordenadas equatorial ou inercial.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

O sistema de coordenadas local (RSW) é posicionado no centro de massa do satélite. O referencial local está em movimento junto com o satélite. O eixo \hat{W} é perpendicular ao plano da órbita. O eixo \hat{R} está alinhado com o raio da Terra e para completar o triedro do sistema de coordenadas local se posiciona \hat{S} perpendicular a \hat{W} e \hat{R} , como ilustra a Figura 2.2.

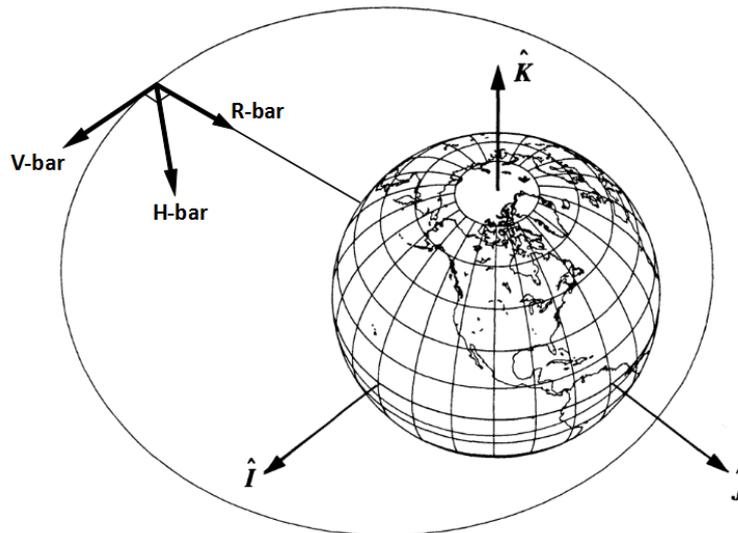
Figura 2.2 - Sistema de coordenadas local e inercial.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

O sistema RSW adota, para os eixos de RSW, a seguinte nomenclatura: **H-bar** localizado sobre o vetor quantidade de movimento angular do satélite, mas com sentido oposto a ele; **R-bar** localizado sobre o raio vetor que liga os centros de massa da Terra e do satélite; **V-bar** localizado sobre o vetor velocidade transversal do satélite, como ilustra a Figura 2.3.

Figura 2.3 - Sistema de coordenadas local e equatorial (inercial).

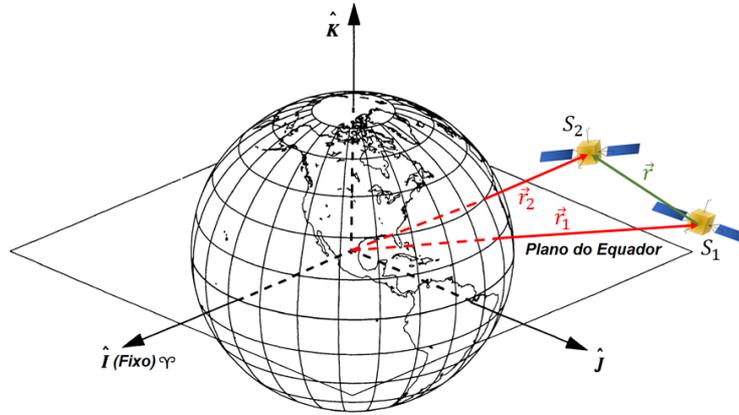


Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

Este sistema de coordenadas é usado para mostrar as posições e velocidades relativas entre os satélites por meio da transformação das coordenadas do ECI para o RSW. A posição de dois satélites S_1 e S_2 é conforme a Figura 2.4. O vetor posição relativa \vec{r} entre os satélites é calculado por:

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (2.1)$$

Figura 2.4 - Vetores que definem a posição dos satélites relativo ao sistema de coordenadas centrado na Terra.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

A direção do vetor quantidade de movimento angular \vec{H} é dada pelo vetor unitário \vec{H}_v :

$$\vec{H}_v = \frac{H_x}{H} \hat{i} + \frac{H_y}{H} \hat{j} + \frac{H_z}{H} \hat{k} \quad (2.2)$$

A direção do vetor velocidade transversal \vec{v}_t do corpo é dada pelo vetor unitário \vec{v}_{tv} :

$$\vec{v}_{tv} = \frac{v_{tvx}}{v_t} \hat{i} + \frac{v_{tvy}}{v_t} \hat{j} + \frac{v_{tvz}}{v_t} \hat{k} \quad (2.3)$$

A direção do vetor velocidade radial \vec{v}_r do corpo é dada pelo vetor unitário \vec{v}_{rv} :

$$\vec{v}_{rv} = \frac{v_{rvx}}{v_r} \hat{i} + \frac{v_{rvy}}{v_r} \hat{j} + \frac{v_{rvz}}{v_r} \hat{k} \quad (2.4)$$

As equações que representam as transformações das coordenadas do referencial inercial para as coordenadas do referencial não inercial são:

$$\begin{aligned}
\text{H-bar} &= \vec{H}_v |\vec{r}| \\
\text{V-bar} &= \vec{v}_{tv} |\vec{r}| \\
\text{R-bar} &= \vec{v}_{rv} |\vec{r}|
\end{aligned}
\tag{2.5}$$

A mecânica celeste é responsável por estudar o movimento de estrelas, planetas e outros corpos celestes, aplicando conceitos da física clássica para analisar o comportamento astronômico desses astros. Os dados obtidos dessa análise são responsáveis pela criação de efemérides, por exemplo. A mecânica orbital utiliza os conceitos desenvolvidos na mecânica celeste para órbitas de satélites.

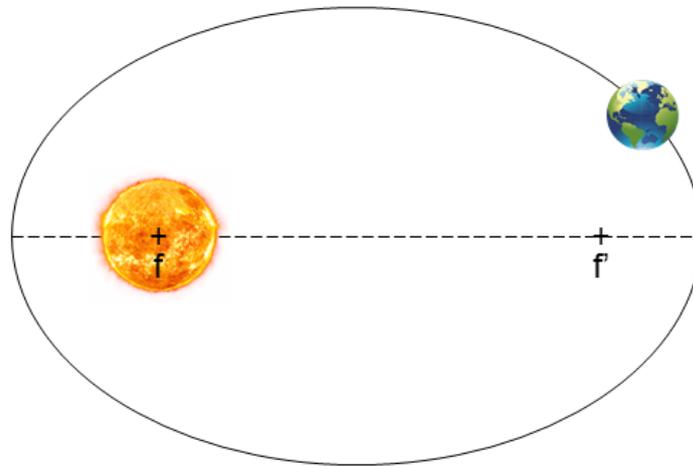
2.2 MECÂNICA CELESTE

Desde os tempos antigos, o homem tem observado o céu e proposto teorias que explicassem o movimento dos corpos celestes. Muitos foram os cientistas que contribuíram para com o avanço científico, porém a consolidação se dá por meio de três leis propostas por Kepler e três leis propostas por Newton e que hoje em dia são utilizadas na aplicação do movimento orbital de satélites. As leis propostas por Johannes Kepler foram publicadas em um livro chamado *Mysterium Cosmographicum* (O Mistério Cosmográfico) que dizem:

- 1ª Lei das órbitas - os planetas descrevem órbitas elípticas em torno do Sol, sendo este um dos focos da elipse (Figura 2.5).
- 2ª Lei das Áreas - o segmento que une o Sol a um planeta varre áreas iguais em intervalos de tempo iguais (Figura 2.6).
- 3ª Lei dos Períodos - o quociente entre os cubos dos semi-eixos maiores de dois planetas é igual ao quociente dos quadrados dos períodos de suas órbitas.

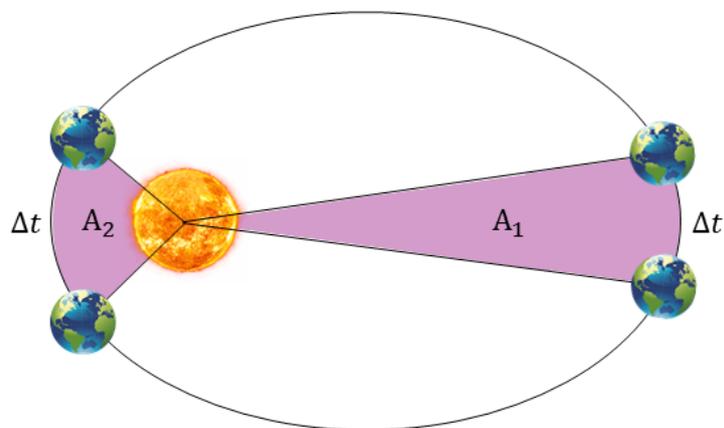
$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{T_1^2}{T_2^2}
\tag{2.6}$$

Figura 2.5 - Primeira lei de Kepler, órbitas são elipses e o sol está em um dos focos.



Fonte: Produção do autor.

Figura 2.6 - Segunda lei de Kepler, áreas iguais em tempos iguais.



Fonte: Produção do autor.

Entende-se por trajetória kepleriana, o movimento que satisfaz unicamente as três leis de Kepler, sem considerar possíveis perturbações que a espaçonave estaria submetida.

Foi percebendo a interação entre os corpos que Isaac Newton definiu o conceito de força e propôs três princípios do movimento e uma Lei da Gravitação Universal que foram apresentadas em seu livro *Philosophiae Naturalis Principia Mathematica* (Princípios Matemáticos da Filosofia Natural). As leis propostas por Newton são:

- 1ª Princípio da inércia - se o somatório de forças que atuam sobre um corpo é igual a zero este corpo está em equilíbrio estático e se o corpo estiver movendo-se com velocidade constante ele estará em equilíbrio dinâmico.

$$\sum \vec{F} = \vec{0} \quad (2.7)$$

$$\sum \vec{F} = m \frac{d}{dt} \vec{v} = \vec{0} \quad (2.8)$$

A massa é uma grandeza primitiva que mede a inércia de um corpo, quantidade de matéria que este possui. Esse conceito está profundamente relacionado com o primeiro princípio de Newton, pois quanto maior for a massa de um corpo, maior será a sua inércia.

- 2ª Princípio Fundamental da Dinâmica - a resultante das forças aplicadas é sempre proporcional a variação temporal da quantidade de movimento de um corpo.

$$\sum \vec{F} = \frac{d}{dt} \vec{p} = \frac{d}{dt} m \vec{v} + m \frac{d}{dt} \vec{v} \quad (2.9)$$

Se a massa do sistema for invariante no tempo.

$$\sum \vec{F} = m \vec{a} \quad (2.10)$$

- 3ª Princípio da Ação e Reação - dois corpos que interagem entre si produzem uma força de interação que possui mesmo módulo e sentido, mas direção oposta.

$$\vec{F}_a = -\vec{F}_b \quad (2.11)$$

Existem duas classificações para força: forças de contato e forças de campo. A força gravitacional é um tipo de força de campo, atrativa, e ela acontece devido a interação de duas massas m_i e m_j , que estão afastadas entre si por uma distância r_{ij} , por meio

da relação do produto dessas massas pelo inverso do quadrado de sua distância na direção do raio vetor \vec{r}_{ij} que une o centro das massas.

$$\vec{F}_{ij} = -G \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{ij} \quad (2.12)$$

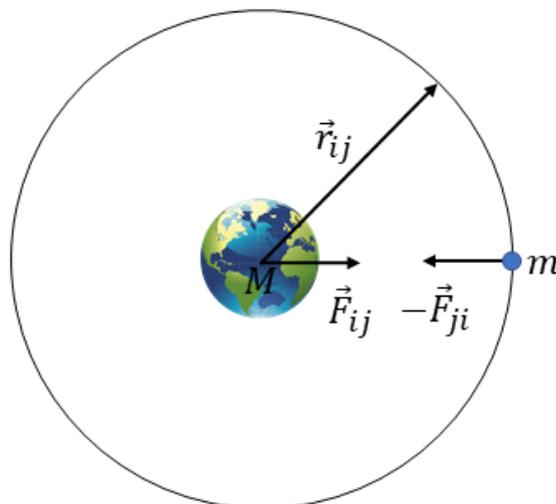
2.3 CAMPO CENTRAL

O campo central é definido quando todo o movimento orbital de um satélite é oriundo de uma única fonte de força e esta força é atrativa. Considera-se que os corpos em interação possuem toda sua massa concentrada em um único ponto, sendo este o centro de massa dos corpos e a linha de atuação desta força passa pelos centros de massa destes corpos. A Figura 2.7 ilustra o movimento de um satélite artificial, de massa pontual, sob a ação de uma força central.

A força central é expressa como:

$$\vec{F} = F(\vec{r}) \frac{\vec{r}}{r} \quad (2.13)$$

Figura 2.7 - Campo de ação da força central e de característica gravitacional atuando sobre um satélite artificial de massa pontual m .

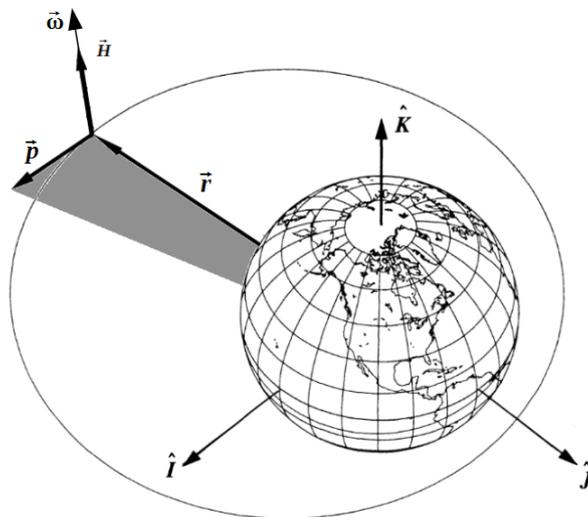


Fonte: Produção do autor.

2.4 QUANTIDADE DE MOVIMENTO ANGULAR

A grandeza física que associa a rotação de um corpo ao seu momento linear é chamada de quantidade de movimento angular. A Figura 2.8 exprimi a relação existente entre o momento linear e o raio orbital de um corpo que se encontra em órbita elíptica ao redor da Terra. O produto vetorial do raio vetor pelo momento linear produz o vetor quantidade de movimento angular orbital deste um corpo.

Figura 2.8 - Representação do vetor quantidade de movimento angular de um satélite em órbita terrestre.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

O vetor quantidade de movimento angular é calculado como sendo:

$$\vec{H} = \vec{r} \times \vec{p} \quad (2.14)$$

Derivando no tempo o vetor quantidade de movimento angular:

$$\frac{d}{dt} \vec{H} = \vec{v} \times m\vec{v} + \vec{r} \times F(\vec{r}) \frac{\vec{r}}{r} = \vec{0} \quad (2.15)$$

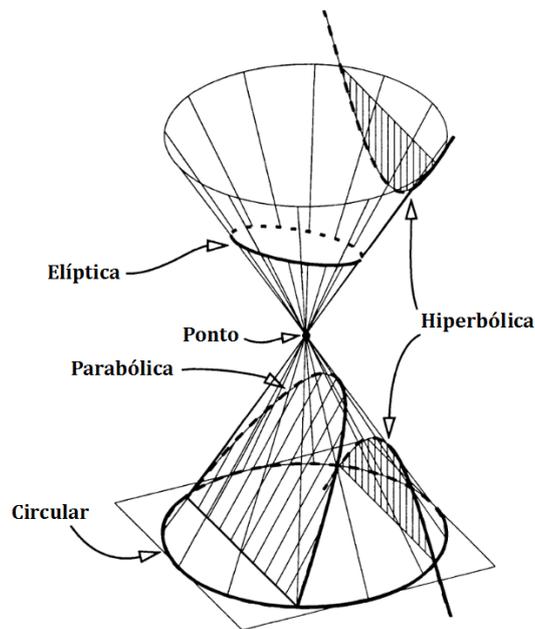
Este resultado implica que o vetor quantidade de movimento angular de um sistema conservativo de forças é constante e o produto vetorial entre o raio e o momento

linear de um corpo em órbita se dá em um plano e o vetor quantidade de movimento angular é perpendicular a este plano.

2.5 ÓRBITAS E PARÂMETROS ORBITAIS

Em mecânica orbital, órbita é definida como sendo a trajetória de um satélite em torno de um astro. Este astro pode ser um planeta, um asteroide ou uma estrela. A representatividade destas trajetórias se dá por meio de curvas e estas curvas são denominadas por cônicas. A Figura 2.9 apresenta quatro regiões geométricas distintas obtidas por meio da intersecção de planos em um cone duplo. Estas regiões são denominadas cônicas e representam as órbitas de uma espaçonave. Este cone seccionado foi apresentado pela primeira vez nos trabalhos de geometria de Apolônio de Perga (262 a.C. - 194 a.C.) e ficou conhecido por cone de Apolônio.

Figura 2.9 - Trajetórias orbitais descritas por cônicas.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

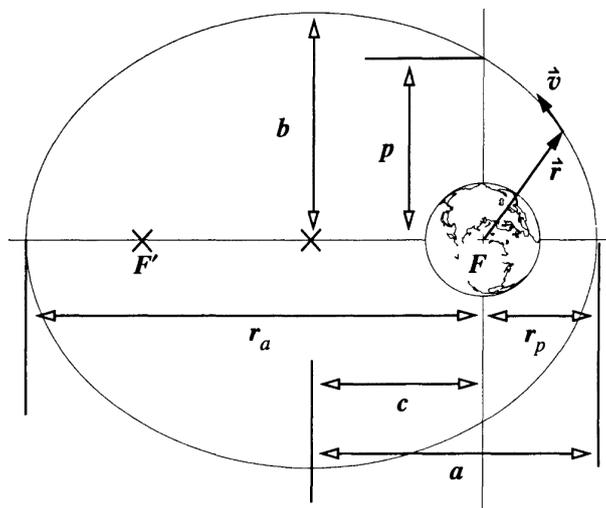
O movimento dos corpos celestes foi modelado de diversas formas durante milhares de anos. Nos tempos atuais, adotamos o modelo descrito por Johannes Kepler que demonstrou matematicamente que os corpos celestes descreviam algumas órbitas cônicas e desta surgiram suas três leis. A *posteriori* Isaac Newton completou o

trabalho introduzindo o conceito da variação da quantidade de movimento e que alguns corpos celestes descreviam trajetórias hiperbólicas e parabólicas. Apesar de não fazer parte do escopo deste trabalho, vale ressaltar que existem modelos mais precisos da teoria orbital e esta foi proposta por Albert Einstein.

Órbitas podem ser descritas por meio de coordenadas cartesianas de posição e velocidade, porém são mais comumente utilizados os parâmetros orbitais ou elementos keplerianos. Estes elementos foram introduzidos por Kepler para descrever a posição de um corpo em órbita e são eles: i) Semi-eixo maior (a), ii) Excentricidade (e), iii) Inclinação (i), iv) Ascensão reta do nodo ascendente (Ω), v) Argumento do periapside (ω) e vi) Anomalia média (M).

Cada um destes seis parâmetros caracteriza a órbita de um corpo celeste ou uma espaçonave. A Figura 2.10 apresenta dois parâmetros orbitais, o semi-eixo maior e a excentricidade que é obtida por meio da razão de c/a . Algumas outras variáveis da órbita, por exemplo r_a raio do apoapside, são ilustradas nessa imagem, todavia não são classificadas como elementos keplerianos.

Figura 2.10 - Características de uma órbita elíptica, onde são mostrados os dois focos em que um posiciona-se no centro da Terra, o semi-eixo maior e a excentricidade (elementos orbitais) e demais variáveis da órbita.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

A Figura 2.11 apresenta três elementos keplerianos a longitude do nodo ascendente,

O potencial gravitacional de um ponto exterior ao corpo, logo $\rho(\vec{r}) = 0$, satisfaz a equação de Laplace

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = 0 \quad (2.17)$$

Sendo ∇^2 o operador Laplaciano descrito pelas derivadas parciais $\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}; \frac{\partial^2}{\partial y^2}; \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)$ e $\rho(\vec{r})$ a representação da densidade de massa do corpo em função da distância. O Laplaciano do potencial gravitacional é escrito por:

$$\nabla^2 U(\vec{r}) = \frac{\partial^2}{\partial x^2} U(\vec{r}) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} U(\vec{r}) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} U(\vec{r}) = 0 \quad (2.18)$$

mas:

$$U(\vec{r}) = \frac{GMm}{r} \quad (2.19)$$

e

$$r = (x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.20)$$

Derivando (2.20) em função das coordenadas cartesianas:

$$\nabla^2 U(x; y; z) = \mu \left[\frac{3(x^2 + y^2 + z^2)}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{5}{2}}} - \frac{3}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} \right] \quad (2.21)$$

Sendo μ o parâmetro gravitacional e $(x; y; z)$ coordenadas de posição expressas no sistema cartesiano.

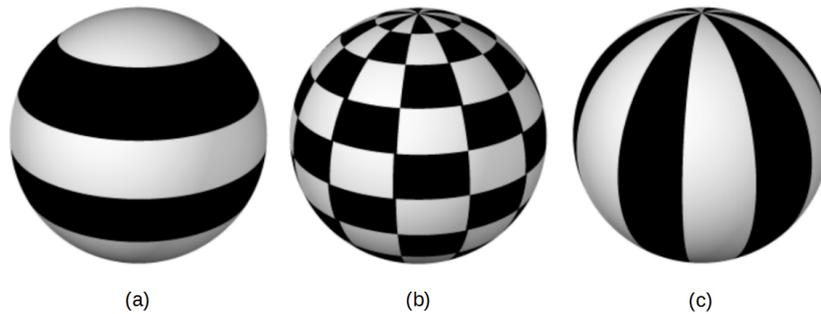
Admitindo condições de contorno esfericamente simétricas chega-se a expressão que determina o potencial gravitacional de um corpo a partir da forma que o mesmo possui.

$$U(r; \lambda; \varsigma) = \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{r} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n [C_{mn} \cos(m\lambda) + S_{mn} \sin(m\lambda)] P_{mn} \sin(\varsigma) \quad (2.22)$$

Sendo m e n o grau e ordem dos harmônicos esféricos, a_e o semi-eixo equatorial do elipsoide do corpo, r é a distância que relaciona o potencial gerado por uma região do corpo relativa a um ponto externo a ele, C_{mn} e S_{nm} são os coeficientes harmônicos esféricos e P_{nm} são os polinômios associados de Legendre.

Os harmônicos esféricos são funções harmônicas baseadas em coordenadas esféricas que expressam, dentre outras coisas, a forma de um objeto dada a medição do potencial gravitacional deste corpo. O cálculo do potencial pode ser expandido em harmônicos esféricos. Para o caso particular de um corpo que possua distribuição homogênea de massa e seja esfericamente simétrico, o potencial gravitacional deste corpo sinalizará um potencial esfericamente simétrico. Os harmônicos podem ser zonais, tesserais ou setoriais como ilustra a Figura 2.12.

Figura 2.12 - Harmônicos esféricos: (a) zonais; (b) tesserais e (c) setoriais.



Fonte: Adaptado de KUGA et al. (2011)

Estes harmônicos resultam em constantes numéricas utilizadas para definir o formato de um corpo. No caso da Terra, alguns destes harmônicos são representados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores de baixa ordem dos harmônicos do potencial gravitacional terrestre (WGS 84 model).

Harmônico zonal	Harmônico Tesseral	Harmônico setorial
$J_2 = 1082,6300.10^{-6}$	$C_{22} = 1,5747419.10^{-6}$	$S_{22} = -9,023759.10^{-7}$
	$C_{31} = 29,146736.10^{-6}$	$S_{31} = 2,7095717.10^{-7}$
$J_3 = -2,5321531.10^{-6}$	$C_{32} = 3,0968373.10^{-7}$	$S_{32} = -2,1212017.10^{-7}$
	$C_{33} = 1,0007897.10^{-6}$	$S_{33} = 1,9734562.10^{-7}$
$J_4 = -1,6109876.10^{-6}$	$C_{42} = 7,7809618.10^{-8}$	$S_{32} = -2,1212017.10^{-7}$
	$C_{44} = -3,9481643.10^{-9}$	$S_{44} = 6,540039.10^{-9}$

A trajetória dos corpos sujeitos ao potencial gravitacional terão seus parâmetros orbitais perturbados. A perturbação gerada nos parâmetros orbitais de um corpo em movimento orbital ao redor da Terra, devido a não homogeneidade de massa da Terra e a assimetria esférica, considerando apenas o termo secular de primeira ordem, é dada por [CHOBOTOV \(1996\)](#):

$$\frac{d}{dt}\omega = \frac{3}{2}\bar{n} \left\{ \frac{J_2 R_T^2}{p^2} \left[2 - \frac{5}{2} \text{sen}^2(i) \right] - \right. \\ \left. \left\{ -\frac{J_3 R_T^3}{p^3} \frac{\text{sen}(\omega)}{e \text{sen}(i)} \left[\frac{5}{2} \text{sen}^2(i) + \dots + e^2 \left(2 - \frac{35}{2} \text{sen}^2(i) \right) \right] \right\} \right\} \quad (2.23)$$

$$\frac{d}{dt}\Omega = -\frac{3}{2} \frac{J_2 R_T^2}{p^2} \bar{n} \cos(i) \quad (2.24)$$

$$\frac{d}{dt}e = \frac{3}{2} \frac{J_3 R_T^3}{p^3} \bar{n} (1 - e^2) \text{sen}(i) \cos(\omega) \left[\frac{5}{2} \text{sen}^2(i) - 2 \right] \quad (2.25)$$

$$\bar{n} = \sqrt{\frac{\mu}{a_0^3}} \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{J_2 R_T^2}{p^2} \left[1 - \frac{3}{2} \text{sen}^2(i) \right] (1 - e^2)^{\frac{1}{2}} \right\} \quad (2.26)$$

2.6.2 ATRAÇÃO GRAVITACIONAL DO SOL E DA LUA

A presença de outros corpos aplicada ao problema de dois corpos afeta a trajetória de objetos espaciais em estudo devido ao potencial gravitacional gerado pelo terceiro corpo. A magnitude deste potencial é função da geometria e da distribuição massa do terceiro corpo e da distância que o mesmo possui da trajetória do ob-

jeto estudado. Entretanto, os efeitos devido a presença do terceiro corpo podem ser tratados pelo problema de três corpos, onde as acelerações perturbadoras devido à atração gravitacional dos corpos são obtidas a partir da lei de gravitação de Newton (ROCCO, 2015). No caso de os objetos de estudo serem espaçonaves com órbitas próximas da Terra, os corpos responsáveis por essa perturbação gravitacional são o Sol e a Lua. As perturbações causadas pelo terceiro corpo são calculadas de acordo com as equações fornecidas pelo problema de três corpos conforme SZEBEHELY e GREBENIKOV (1967).

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_1 = -Gm_2 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} + Gm_3 \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_3 - \vec{r}_1|^3} \quad (2.27)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_2 = -Gm_3 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} + Gm_1 \frac{\vec{r}_1 - \vec{r}_2}{|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|^3} \quad (2.28)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_3 = -Gm_1 \frac{\vec{r}_3 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} + Gm_2 \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_3}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_3|^3} \quad (2.29)$$

Sendo G a constante gravitacional, m_1 , m_2 e m_3 a massa dos corpos e r_1 , r_2 e r_3 são as posições dos corpos.

2.6.3 PRESSÃO DE RADIAÇÃO

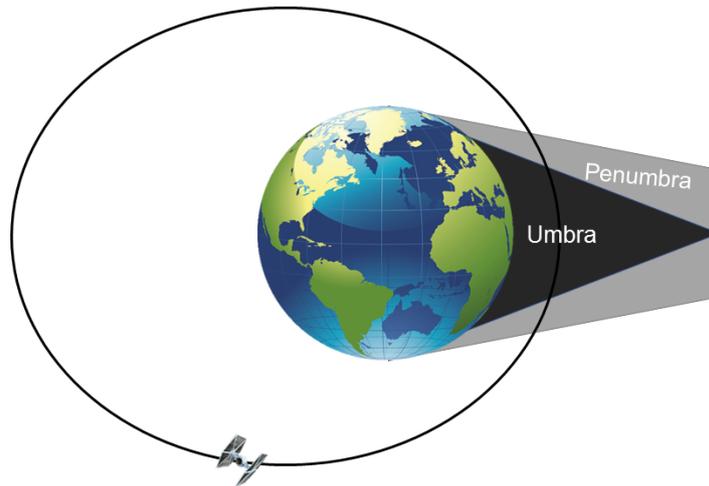
A pressão de radiação é o efeito causado nos satélites devido a incidência das partículas de luz em sua superfície. Quando a partícula da luz parte de sua fonte emissora, o Sol, ela carrega consigo uma quantidade de energia que está associada ao momento linear de cada partícula, que ao incidir sobre a superfície do satélite efetua a troca de quantidade de movimento por meio dessa colisão. Se p é a quantidade de movimento de cada partícula e c a velocidade da luz, a energia E associada de cada partícula da luz é:

$$E = pc \quad (2.30)$$

A influência da pressão de radiação em um satélite depende da razão entre a área e a massa do satélite e da posição em que o satélite se encontra na órbita. Um satélite completamente exposto a intensidade da radiação solar está sob maior influência

da pressão de radiação que se ele estivesse posicionamento na região de sombra da Terra (Figura 2.13).

Figura 2.13 - Órbita do satélite exposto a intensidade da radiação solar.



Fonte: Produção do autor.

A pressão de radiação solar exercida sobre o satélite é (MAHLER; SANTOS, 2011):

$$P_{rad} = \left(\frac{d E}{dt c} \right) \frac{1}{dA} \quad (2.31)$$

Sendo dA um elemento de área da superfície do satélite.

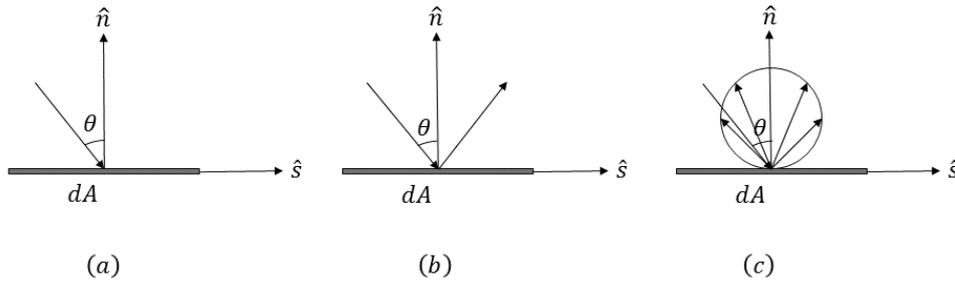
A intensidade do fluxo de energia solar por unidade de tempo e por unidade de área é:

$$I = \left(\frac{d E}{dt} \right) \frac{1}{dA} \quad (2.32)$$

A força de pressão de radiação é função de muitos fatores como os ângulos de incidência, as propriedades do material e o tipo de reflexão sofrida, atributos que não são conhecidos detalhadamente. Sendo assim, a NASA (HARRIS; LYLE, 1969) desenvolveu uma abordagem em seus modelos que admite que a radiação pode ser

absorvida, refletida especularmente, refletida difusamente, ou a combinação de absorção e reflexão, como mostra a Figura 2.14.

Figura 2.14 - (a) A superfície absorve completamente os raios incidentes; (b) os raios incidentes sofrem reflexão especular; (c) os raios incidentes sofrem reflexão difusa.



Fonte: Adaptado de HARRIS e LYLE (1969)

Para o cálculo da força de radiação solar no satélite, considera-se um elemento de força de radiação solar df para cada elemento de área dA , em cada uma das três condições, nas direções dos versores \hat{n} e \hat{s} , com ângulo de incidência θ (HARRIS; LYLE, 1969).

Para a condição onde toda a incidência dos raios é absorvida.

$$d\vec{f}_a = \frac{I}{c} \{C_a [-\cos(\theta) \hat{n} + \text{sen}(\theta) \hat{s}]\} \cos(\theta) dA \quad (2.33)$$

Onde C_a é o coeficiente de absorção completa da superfície.

Para a condição onde a incidência é especularmente refletida.

$$d\vec{f}_{re} = \frac{I}{c} \{-[1 + C_{re}] \cos(\theta) \hat{n} + [1 - C_{re}] \text{sen}(\theta) \hat{s}\} \cos(\theta) dA \quad (2.34)$$

Onde C_{re} é o coeficiente de reflexão especular da superfície.

Para a condição onde a incidência luminosa é difusamente refletida.

$$d\vec{f}_{rd} = \frac{I}{c} \left\{ - \left[\cos(\theta) + \frac{2}{3}C_{rd} \right] \hat{n} + \sin(\theta) \hat{s} \right\} \cos(\theta) dA \quad (2.35)$$

A razão entre a área e a massa também influencia no efeito da pressão de radiação sobre o satélite. Se essa razão for grande, então o efeito ocasionado pela pressão de radiação poderá ser significativo no satélite (KUGA et al., 2011).

2.6.4 ARRASTO ATMOSFÉRICO

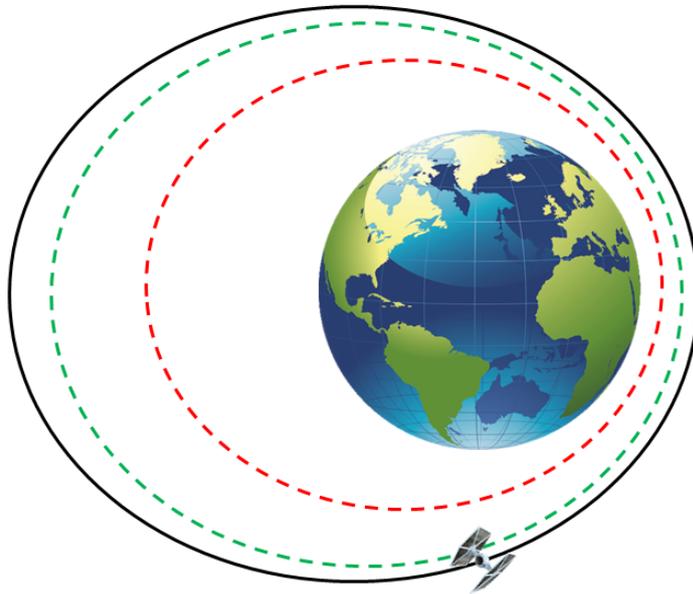
A força aerodinâmica é o efeito causado pela interação do formato geométrico que um corpo possui com o meio em que ele está submetido, o ar. Essa força, quando decomposta no triedro do corpo, gera componentes de sustentação e arrasto. Essa força é função de muitos parâmetros, sendo um deles a densidade do meio, ou seja, quanto mais denso for o meio maior influência essa força exercerá sobre o corpo. No caso de satélites, cujo formato aerodinâmico não é o fator de maior importância durante sua construção e seu movimento ocorre em altitudes em que a dispersão de partículas é muito baixa, o que afeta diretamente a densidade do meio, a componente de arrasto da força aerodinâmica passa a ser considerável apenas em alguns casos. De acordo com (CHOBOTOV, 1996) órbitas com um perigeu menor que 1000 km são afetadas pelo efeito do arrasto atmosférico e sua consideração passa a ser de extrema importância. Neste caso, ações efetivas de controle atuam para minimizar os efeitos causados por essa perturbação. Um satélite com velocidade relativa atmosférica v_r movendo-se em um meio de densidade local ρ , sendo C_D seu coeficiente de arrasto e A sua área efetiva, a componente de arrasto que atua sobre ele é:

$$\vec{D}(A; \vec{v}_r) = \frac{1}{2} C_D A v_r^2 \hat{v} \quad (2.36)$$

Sendo \hat{v} o versor na direção do movimento.

O arrasto atmosférico é uma força de frenagem que atua no sentido oposto ao deslocamento do satélite ao longo de sua trajetória orbital. Por se tratar de uma força dissipadora, um satélite cujo o perigeu de sua órbita se encontra abaixo 1000 km passa a sofrer a influência dessa força perturbadora Figura 2.15.

Figura 2.15 - Trajetória orbital sendo afetada pelo arrasto atmosférico.



Fonte: Produção do autor.

2.7 SATÉLITES ARTIFICIAIS, ATITUDE E ÓRBITA

Satélites artificiais são espaçonaves desenvolvidas para atender alguma necessidade humana (GPS, telefonia, monitoramento) ou para realização de estudos e experimentos que colaborem com o desenvolvimento científico. Essas necessidades começam a cumprir seus objetivos assim que os satélites são colocados em órbita por meio de um veículo lançador.

Os satélites possuem seis graus de liberdade sendo três referentes a translação e três referentes a rotação. Os graus de liberdade de rotação estão relacionados com a atitude de um satélite. Atitude é a orientação necessária que os sistemas de coordenadas fixos no corpo do satélite deverão possuir de maneira que estes se orientem a um referencial definido, ou seja, é a orientação de um sistema de coordenadas não inercial a um outro sistema de coordenadas, por exemplo o referencial inercial. Esta orientação ocorre por meio do controle de atitude ocasionando o movimento de atitude que por sua vez é o movimento dos eixos coordenados do corpo em torno do seu centro de massa. Este movimento pode ser definido por meio de três ações de rotação (*roll*, *pitch* e *yaw*). Durante todo o período de atividade, um satélite está sujeito a

perturbações externas e internas que poderão alterar sua estabilidade afetando sua órbita e seu apontamento (atitude). Os três graus de liberdade restantes tratam da mobilidade translacional de um satélite em sua órbita ou quando executam qualquer tipo de manobra orbital. A manobra orbital é o movimento que um satélite realiza para migrar de sua órbita original para uma outra órbita qualquer e isto acontece por meio de arcos de empuxo que acarretam em uma aceleração.

2.8 MOVIMENTO RELATIVO

Entendem-se por movimento a variação da posição de um ou mais corpos com relação a um referencial dado. Para determinar essa variação, define-se um sistema de orientação considerado invariante, condições iniciais de posição para o corpo e estuda-se o comportamento cinemático destes corpos relativo a esse sistema de orientação. Se todos os corpos permanecerem invariantes no espaço relativo ao tempo, dizemos que este corpo se encontra em repouso em relação ao referencial adotado. Todavia, se o posicionamento dos corpos varia com o tempo é possível dizer que o corpo se encontra em movimento com relação a este sistema de orientação. O movimento relativo é utilizado para medir os estados de um corpo com relação a um referencial não inercial.

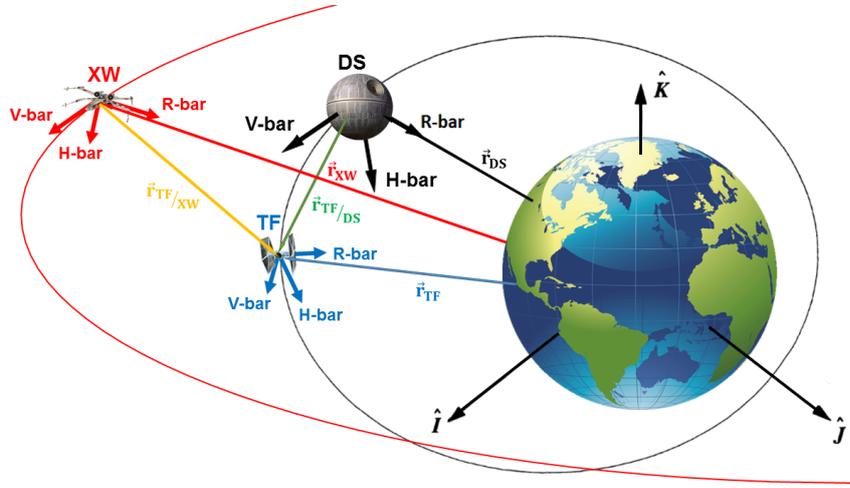
Um referencial inercial é posicionado no centro da Terra e três espaçonaves DS, TF e XW, referenciadas a esse referencial, são posicionadas para orbitar a Terra, como ilustra a Figura 2.16. Em cada uma das espaçonaves é posicionado um referencial não inercial. Os vetores \vec{r}_{DS} , \vec{r}_{XW} e \vec{r}_{TF} definem a posição relativa das espaçonaves com relação ao referencial inercial e os vetores $\vec{r}_{TF/DS}$ e $\vec{r}_{XW/TF}$ medem a variação do posicionamento das espaçonaves com relação ao referencial localizado no centro de massa das mesmas.

A aceleração relativa dos satélites é:

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{TF/DS} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{TF} - \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{DS} \quad (2.37)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{TF/XW} = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{TF} - \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}_{XW} \quad (2.38)$$

Figura 2.16 - Trajetórias das espaçonaves relativas ao referencial inercial centrado na Terra.



Fonte: Produção do autor.

As equações que descrevem a dinâmica do movimento dos satélites são descritas pelas acelerações de cada um dos satélites.

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_{DS} = -\mu \frac{\vec{r}_{DS}}{r_{DS}^3} \quad (2.39)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_{TF} = -\mu \frac{\vec{r}_{TF}}{r_{TF}^3} \quad (2.40)$$

$$\frac{d^2}{dt^2} \vec{r}_{XW} = -\mu \frac{\vec{r}_{XW}}{r_{XW}^3} \quad (2.41)$$

Sendo μ o parâmetro gravitacional terrestre, isto é, $\mu = GM$.

Para descrever a dinâmica do movimento relativo dos corpos, (HILL, 1887) e (CLOHESSY; WILTSHIRE, 1960) propuseram um conjunto de equações linearizadas e que são apresentadas em (FEHSE, 2003).

$$\frac{d^2}{dt^2} x - 2\omega \frac{d}{dt} z = \frac{1}{m} F_x \quad (2.42)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}y + \omega^2 y = \frac{1}{m}F_y \quad (2.43)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}z + 2\omega \frac{d}{dt}x - 3\omega^2 z = \frac{1}{m}F_z \quad (2.44)$$

Onde m é a massa do satélite, ω é a velocidade angular orbital, isto é $\omega = \mu r^2$, e $(F_x; F_y; F_z)$ são as componentes da força de controle.

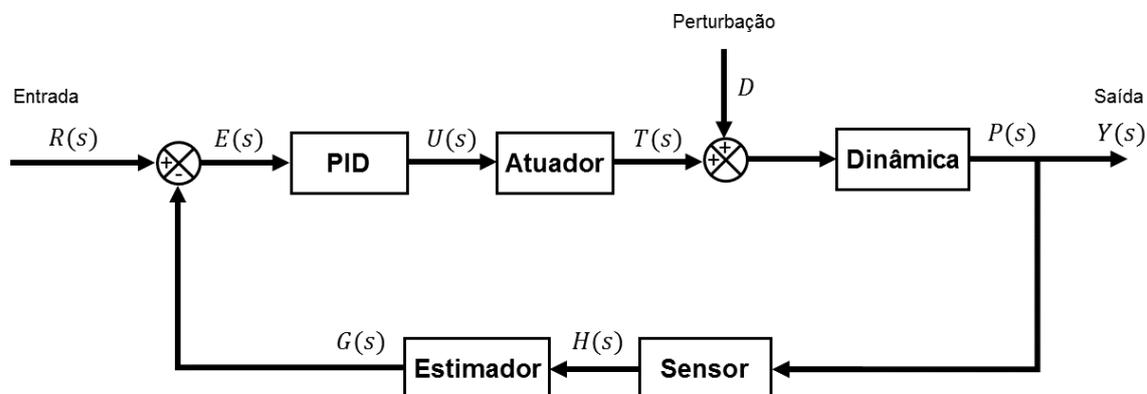
As equações linearizadas de Hill são comumente utilizadas em operações de *rendezvous* e *docking* quando as espaçonaves se encontram próximas. Existe um erro associado a posição das espaçonaves e para isso é recomendável que haja uma comparação entre o modelo linear e o modelo não linear para determinar a magnitude deste erro. Em seu trabalho [SANTOS e ROCCO \(2013\)](#) comparou ambos os modelos, linear e não-linear, e constatou que a divergência entre os modelos atingia um erro da ordem de 1 m quando o *chaser* encontrava-se a 1500 m do *target*, porém quando a aproximação dos corpos era menor o erro associado a posição era muito pequeno. Em outras palavras, constata-se que as equações de Hill perdem completamente a sua acurácia a distâncias relativas maiores que 1500 m.

2.9 SPACECRAFT TRAJECTORY SIMULATOR (STRS)

O *Spacecraft Trajectory Simulator* (STRS) é um simulador utilizado para a simulação de modelos de trajetórias de espaçonaves, tal como a execução de manobras efetuadas por essas em meio ao ambiente espacial ([ROCCO, 2008b](#)). O STRS tem a capacidade de simular ambientes espaciais do mais alto grau de complexidade, considerando diversos efeitos dissipadores capazes de perturbar a cinemática e a dinâmica de um corpo no espaço, erros inseridos no modelo, não linearidades etc. O diagrama de blocos do sistema de controle do STRS encontra-se ilustrado na [Figura 2.17](#).

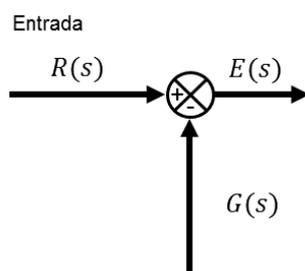
O sinal de entrada do simulador é obtido a partir dos parâmetros orbitais da espaçonave e esses alimentam o simulador num instante inicial de simulação. Esses parâmetros orbitais são transformados em coordenadas cartesianas, pois o simulador trabalha com os estados dos corpos. Considerando um estado de referência e um estado atual estimado obtém-se o sinal de erro por meio da diferença entre estes estados ([Figura 2.18](#)).

Figura 2.17 - *Spacecraft Trajectory Simulator (STRS)*.



Fonte: Produção do autor.

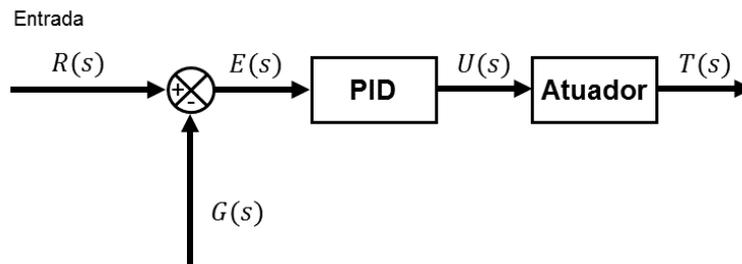
Figura 2.18 - O erro é gerado pela diferença entre os estados de estimação e entrada no comparador de estados.



Fonte: Produção do autor.

O estado referência é comparado com o estado estimado e a diferença entre eles gera o sinal de erro. O sinal de erro alimenta a malha. O PID atua sobre este erro considerando os ganhos proporcional, integral e derivativo, gerando assim o sinal de controle. O atuador recebe o sinal de controle e age conforme as suas especificações de projeto (Figura 2.19).

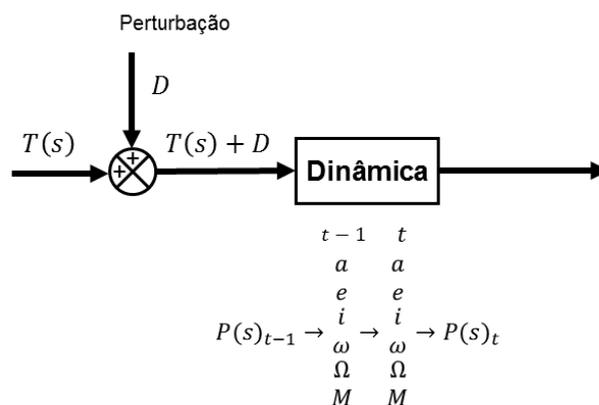
Figura 2.19 - O sinal de controle é gerado e com base neste o atuador age.



Fonte: Produção do autor.

Um sinal perturbador, definido pelos modelos de perturbação, é somado ao sinal de atuação para ser enviado ao modelo da dinâmica do movimento orbital (Figura 2.18). No modelo da dinâmica as coordenadas cartesianas são transformadas em elementos keplerianos dados pela solução do problema direto, a órbita perturbada é calculada e os elementos keplerianos são novamente transformados em coordenadas cartesianas pelo problema inverso, definindo assim o novo estado do corpo chamado de estado da dinâmica (Figura 2.20).

Figura 2.20 - O novo estado do corpo após a perturbação.

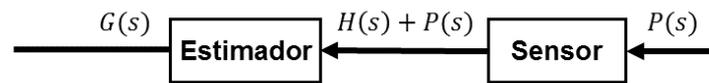


Fonte: Produção do autor.

O novo estado é medido, mas devido as não linearidades e ao fato do sensor não

ser ideal, o estado emitido para o estimador é acrescido de um erro do sensor. O estimador atenua o erro gerado pelo sensor devido as incertezas nas medidas que foram efetuadas, gerando o estado estimado (Figura 2.21). O novo estado estimado realimenta a malha do sistema.

Figura 2.21 - O estado estimador é definido.



Fonte: Produção do autor.

3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA DO PROBLEMA DE FORMAÇÃO DE VOO DE SATÉLITES

O conceito de formação de voo aplicado a aviões não é similar ao conceito utilizado em formação de voo de satélites. Para que os satélites permaneçam numa formação, cujo posicionamento relativo entre os corpos seja mantido constante em meio ao movimento orbital, é necessário que um sistema de controle atue de forma a manter este posicionamento relativo invariante durante um período máximo de tempo. Em contrapartida, o consumo de combustível para a manutenção do posicionamento relativo entre os satélites pode ser elevado e, portanto, tal ação pode ser inviável. Desta forma, pode-se definir formação de voo de satélites como sendo o movimento de um conjunto de espaçonaves de tal forma que o posicionamento relativo, desejado, entre elas seja obtido num certo instante de tempo.

3.1 TRABALHOS CORRELATOS A FORMAÇÃO DE VOO

Por se tratar de um assunto com ampla abordagem, temas diferentes, sobre a formação de voo de satélites pode ser estudada por diversas frentes. O trabalho de [SABOL et al. \(2001\)](#) estuda a constituição de múltiplos *designs* de formação de voo de satélites, tal como a evolução destas configurações ao longo do tempo. No seu problema ele utiliza as equações linearizadas de Hill para tratar a dinâmica do movimento relativo entre dois corpos, com o intuito de determinar a estabilidade dos conjuntos de configurações de voo em meio a perturbação do meio e quantificar o custo de manobras de manutenção da formação. Por outro lado, [SCHWEIGHART e SEDWICK \(2002\)](#) apresenta uma abordagem diferente na tratativa do estudo do movimento relativo. Ele utiliza um novo conjunto de equações diferenciais linearizadas que consideram as perturbações do geopotencial inerente a J_2 . Este conjunto de equações é semelhante as equações de Hill, mas captam os efeitos oriundos de J_2 , o que não é possível com o equacionamento utilizado por Hill. Ainda avaliando os efeitos causados pelo termo do J_2 , [LI et al. \(2005\)](#) mostra que para uma formação na presença da perturbação causada pelo J_2 , os semi-eixos das órbitas dos satélites não podem ser exatamente iguais, caso a configuração de voo possua o mesmo plano orbital, já que a desigualdade de semi-eixo reduz o efeito causado por J_2 na formação. Para sua análise, ele considera modelos não perturbados e perturbados pela influência do J_2 e analisa os efeitos por meio de diversas configurações. Já o trabalho de [WNUK e GOLEBIEWSKA \(2005\)](#) estuda o movimento relativo de uma formação de satélite considerando os efeitos da perturbação, nos parâmetros orbitais das espaçonaves, do geopotencial e a atração gravitacional do Sol e da Lua. Ele

apresenta em seus resultados que a não consideração dos efeitos citados desqualifica a precisão do movimento relativo da formação a nível de metros ou centímetros.

As perturbações orbitais deterioram as trajetórias dos satélites como visto em WNUK e GOLEBIEWSKA (2005). Na tentativa de minimizar os efeitos dessa deterioração do movimento orbital dos satélites, algumas técnicas de controle são adotadas. BAMFORD JR. (2004) apresenta uma proposta de controle aplicada a diferentes regimes de formação autônoma de satélites em voo. Inicialmente, ele considera um par de satélites na modelagem como forma de validar o ambiente de simulação com dados encontrados na literatura. São abordados os conceitos de tempo real, controle em malha fechada e *hardware-in-the-loop* na tratativa do problema. CLEMENTE e ATKINS (2005) propõem duas maneiras de obtenção de formação de voo de satélites por meio de controle ativo ou de maneira natural. A primeira, visa estabelecer a formação por meio de propulsores que são acionados com o intuito de forçar que os corpos permaneçam sobre uma geometria constante ou por um tempo máximo. A segunda, propõe que órbitas sejam projetadas de maneira que os satélites se agrupem na forma geométrica admitida de maneira natural em um período orbital calculado. Com base no projeto que define as órbitas que proporcionam uma formação natural e por meio da atuação de multi-impulso, o trabalho dele apresenta um método de otimização que proporcione um voo em formação tetraédrica aplicável à proposta da missão *Magnetospheric Multi-Scale*. Em concordância com CLEMENTE e ATKINS (2005), o trabalho de MAZAL e GURFIL (2014) utiliza também pequenas quantidades de propulsão visando controlar o voo de um *cluster* de satélites em formação. Para isso ele propõe um algoritmo que visa, dentro de distâncias mínimas e máximas especificadas, a utilização de propulsão, maximizando o tempo de formação do conjunto que se dispõe em voo. Para isso o algoritmo é simulado dentro de uma condição realista com magnitudes constantes de impulso, implementado na forma de *feedback*, orientando os elementos médios para valores selecionados criteriosamente como valores de referência. Já o trabalho de LIM e BANG (2009) utiliza a técnica de controle adaptativo combinada com a técnica de *backstepping* aproximando o *design* de controle de Lyapunov no problema do rastreamento para a manutenção do posicionamento relativo dos corpos voando em formação em meio a distúrbios e incertezas de desalinhamento. Utilizando-se de uma das condições oriundas do ambiente espacial, HOU et al. (2016) propõe a utilização da pressão de radiação solar como força de controle de uma formação tetraédrica de satélites em órbitas geoestacionárias. Para atenuar os efeitos perturbadores de longo prazo causados pelos harmônicos zonais e tesserais J_2 e C_{22} os elementos orbitais são ajustados inicialmente para a órbita GEO. Já o trabalho de SMITH et al. (2016) estuda os efeitos aerodinâmicos

em uma formação de voo de satélites de pequeno porte dentro de um simulador que expõe a formação a um clima espacial real, com o intuito de avaliar até que ponto a sustentação e o arrasto aerodinâmicos podem ser utilizados para o estabelecimento e manutenção de uma formação de voo em condições de operação em órbitas próximas a Terra, podendo ajudar missões futuras de formações de satélites miniaturizados.

O Trabalho de [YOO e PARK \(2011\)](#) propõem um algoritmo que forneça as condições iniciais na definição de uma região de interesse para maximizar as metas da missão científica para o caso de uma formação tetraédrica de satélites em voo. O problema de otimização é resolvido numericamente utilizando um método de transcrição direta. Os resultados apresentados indicam que existe uma configuração ideal para uma formação tetraédrica de satélites.

[MAIOLINO \(2011\)](#) propõe um conjunto de microsatélites em formação de voo com o intuito de obter coleta de dados ambientais provenientes de plataformas terrestres. As análises de viabilidade de missão levantam dados das características orbitais necessárias, buscando otimizar a quantidade de microsatélites a serem utilizados numa futura missão. Já o trabalho de [HOGAN et al. \(2011\)](#) propõem uma formação de voo composta por três satélites dispostos em órbita baixa da Terra dotados de um interferômetro atômico distantes 30 km com o intuito de detectar ondas gravitacionais. A configuração de três satélites permite o aumento da supressão de ruído e para a detecção de sinais de ondas gravitacionais estocásticas. A missão proposta por este trabalho oferece sensibilidade na faixa de frequência de 500 MHz-10 Hz para esta detecção.

3.2 TRABALHOS CORRELATOS AO AMBIENTE DE SIMULAÇÃO DO STRS

O STRS se iniciou com [ROCCO \(2008a\)](#) que desenvolveu esse simulador para estudar as degradações orbitais que uma espaçonave pode sofrer devido a perturbação do albedo terrestre em algumas missões específicas. Uma versão mais avançada foi apresentada [ROCCO \(2009\)](#), que implementou o conjunto completo e a arquitetura utilizada na construção do simulador, que foi utilizado em diversos trabalhos nos anos seguintes:

[MARCELINO \(2009\)](#) estudou a aplicação de um sistema de controle em malha fechada capaz de controlar um propulsor de empuxo contínuo que atuará na trajetória de um veículo espacial durante manobras orbitais. São testadas diversas situações em sua análise, dentre elas o momento de saturação da malha de controle.

SANTOS et al. (2011) adicionou o modelo do arrasto atmosférico ao *software* STRS com o objetivo de criar uma sustentação e efetuar manobras aeroassistidas. O controlador encontra a solução ótima com os melhores ângulos de ataque para realizar manobras.

OLIVEIRA et al. (2013) estudaram os contornos dos cinturões de Van Allen afim de determinar o tempo de passagem através destas regiões, com um propulsor de plasma desenvolvido no trabalho de FERREIRA et al. (2015).

GONÇALVES (2013) apresentaram o estudo referente a manobras orbitais de satélites em órbita lunar considerando perturbações de natureza gravitacional e do albedo lunar. Esse trabalho utiliza a modelagem do potencial gravitacional conforme proposto por KONOPLIV et al. (2001) e o modelo do albedo lunar é adaptado a partir do que já fora proposto por ROCCO (2008a) e ROCCO (2009).

VENDITTI et al. (2013) apresentaram a modelagem do potencial gravitacional de um corpo não esférico e o efeito na órbita de uma espaçonave.

SANTOS e ROCCO (2013) estudaram a atuação de empuxo contínuo para controlar a trajetória de espaçonaves durante manobras de *Rendezvous*. O trabalho aborda o estudo de otimização multi-objetivo buscando minimizar o combustível, o tempo e maximizar a precisão das manobras.

GONÇALVES et al. (2015) complementaram o trabalho já realizado por GONÇALVES (2013), pois novas perturbações são inseridas durante a execução de manobras orbitais ao redor da Lua. São inseridas as perturbações de atração gravitacional Terra-Sol e a pressão de radiação para o estudo que visa obter a manobra ótima com o mínimo consumo de combustível, baseando-se, para isso, na solução do problema de Lambert.

GONÇALVES et al. (2016) estudaram o potencial gravitacional gerado pela não homogeneidade de massa do planeta Marte com base no modelo apresentando por Lemoine. A análise é realizada comparando os resultados das acelerações obtidas nas coordenadas $(x; y; z)$ do modelo do potencial gravitacional de Marte com os dados das acelerações referentes ao modelo gravitacional devido ao campo central.

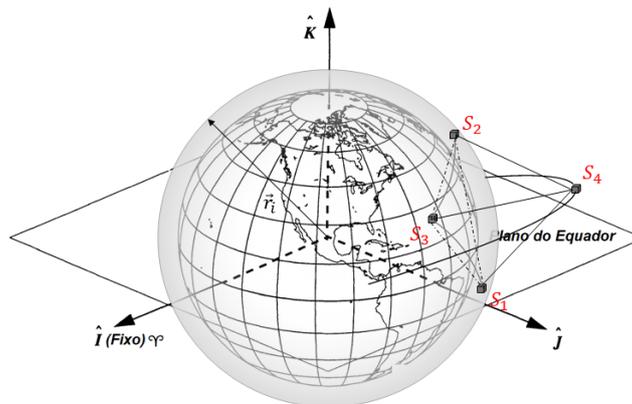
4 METODOLOGIA UTILIZADA PARA O DESENVOLVIMENTO DO TRABALHO

Este capítulo tem-se por objetivo apresentar os métodos utilizados na formulação do problema. Na Fase A, é modelada a geometria tetraédrica regular admitindo que a conjunção dos quatro satélites aconteça nos apsides da órbita de S_4 . Na Fase B, o erro é inserido na órbita do satélite S_4 e o *Spacecraft Parameters Calculator* é desenvolvido. Na Fase C são modeladas as propriedades físicas dos satélites e as perturbações responsáveis pela deterioração de suas trajetórias.

4.1 FASE A - MODELAGEM DO POSICIONAMENTO RELATIVO DOS SATÉLITES DISPOSTOS EM UMA GEOMETRIA TETRAÉDRICA REGULAR E CÁLCULO DOS PARÂMETROS ORBITAIS

Uma casca esférica imaginária de raio constante r_i circunscrita à Terra representará o domínio que contém todas as soluções de órbitas circulares para que se estabeleça um plano de voo entre três satélites não colineares. A quarta órbita é elíptica e contém o quarto satélite, não coplanar ao plano dos três satélites, entretanto o período orbital do quarto satélite é o mesmo que dos três satélites contidos na superfície da esfera fictícia. Para escrever as equações da dinâmica orbital, considera-se que os satélites estão referenciados no sistema ECI.

Figura 4.1 - Casca esférica fictícia que contém a seção circular formada pelos satélites S_1 , S_2 , S_3 , e S_4 no instante em que o tetraedro regular se forma.

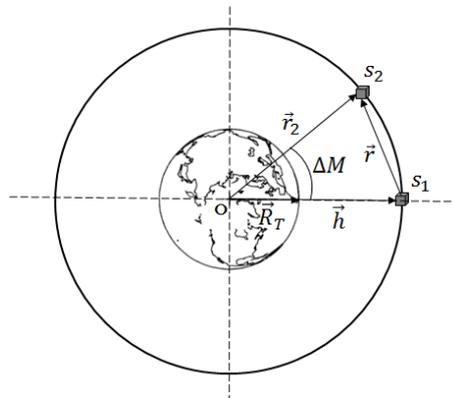


Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

A figura 4.1 ilustra a esfera fictícia onde se dispõem as órbitas dos satélites S_1 , S_2 e S_3 e a órbita do satélite S_4 .

Dois satélites S_1 e S_2 estão dispostos sobre uma órbita circular de forma que a distância relativa entre eles seja relacionada pela diferença entre as anomalias médias de S_1 e S_2 e o vetor \vec{r} é a distância relativa entre os satélites, como ilustra a Figura 4.2.

Figura 4.2 - Posicionamento relativo entre dois satélites S_1 e S_2 numa órbita circular.



Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

Por se tratar de uma órbita circular os raios vetores que ligam os centros de massa dos satélites e o centro de massa da Terra são os mesmos.

$$|\vec{r}_1| = |\vec{r}_2| = |\vec{R}_T| + |\vec{h}| \quad (4.1)$$

Onde $|\vec{r}_1|$ e $|\vec{r}_2|$ representam os valores absolutos dos vetores que unem os centros de massa de S_1 e S_2 , respectivamente, $|\vec{R}_T|$ é o valor absoluto do vetor do raio terrestre, $|\vec{h}|$ é o valor absoluto do vetor altitude dos satélites e ΔM é a variação entre as anomalias médias de S_1 e S_2 .

O vetor \vec{r} está relacionado com ΔM . Para determinar a posição relativa entre S_1 e S_2 , primeiramente calcula-se o valor de ΔM .

$$\Delta M = M_2 - M_1 \quad (4.2)$$

$$M_1 = \left(\frac{\mu}{r_1^3} \right)^{\frac{1}{2}} (t_1 - T) \quad (4.3)$$

$$M_2 = \left(\frac{\mu}{r_2^3} \right)^{\frac{1}{2}} (t_2 - T) \quad (4.4)$$

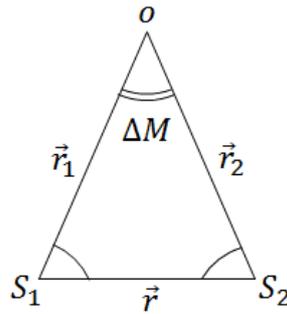
Substituindo (4.4) e (4.3) em (4.2).

$$\Delta M = \left(\frac{\mu}{r_2^3} \right)^{\frac{1}{2}} (t_2 - T) - \left(\frac{\mu}{r_1^3} \right)^{\frac{1}{2}} (t_1 - T) \quad (4.5)$$

$$\Delta M = \left(\frac{\mu}{r_1^3} \right)^{\frac{1}{2}} (t_2 - t_1) \quad (4.6)$$

Os instantes t_2 e t_1 são conhecidos e desta forma pode-se calcular a posição relativa entre os satélites e ao mesmo tempo ir definindo os parâmetros orbitais de cada corpo. É possível observar que o triângulo $\triangle OS_1S_2$ é isóscele como mostra a Figura 4.3.

Figura 4.3 - Triângulo formado entre o centro da Terra e os dois satélites S1 e S2.



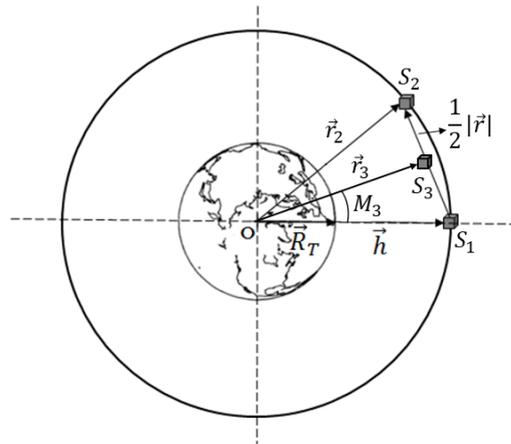
Fonte: Produção do autor.

Desta forma pode calcular-se o valor de $|\vec{r}|$.

$$|\vec{r}|^2 = |\vec{r}_1|^2 + |\vec{r}_2|^2 - 2|\vec{r}_1||\vec{r}_2|\cos(\Delta M) \quad (4.7)$$

Inserindo um terceiro satélite, S_3 , não colinear a S_1 e a S_2 , irá se formar um plano triangular. Este plano triangular move-se livremente sobre a casca da esfera fictícia de modo que a distância entre cada corpo e o centro da Terra seja conhecida. Deseja-se formar um triângulo $\Delta S_1 S_2 S_3$ de lado r sobre esta casca esférica, ou seja, o triângulo formado pelos satélites sobre o plano será equilátero. Para determinar a posição do satélite S_3 , fixa-se que sua anomalia média seja a bissetriz do ângulo do triângulo $\Delta O S_1 S_2$. A Figura 4.4 apresenta o posicionamento de S_3 relativo à órbita de S_1 e S_2 , por meio da anomalia média M_3 e o raio vetor \vec{r}_3 .

Figura 4.4 - Posicionamento de S_3 na órbita dos satélites S_1 e S_2 por meio da anomalia média.



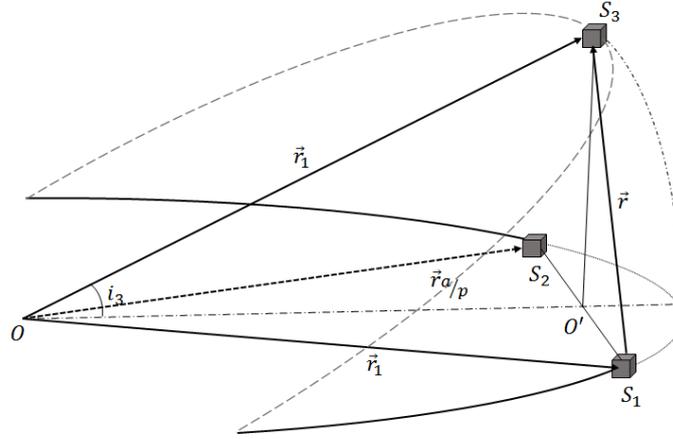
Fonte: Adaptado de MCCLAIN e VALLADO (2001)

A anomalia média M_3 é fixada como sendo metade de ΔM .

$$M_3 = \frac{1}{2} (M_2 - M_1) \quad (4.8)$$

Para que o terceiro satélite forme um triângulo de lado r , sobre o plano que intercepta a casca esférica, inclina-se a órbita de S_3 da órbita de S_2 e S_1 como mostra a Figura 4.5.

Figura 4.5 - Plano formado pelos satélites S_1 , S_2 e S_3 sobre a casca esférica.



Fonte: Produção do autor.

O ângulo de inclinação da órbita de S_3 é calculado a partir de posições geométricas pré-estabelecidas.

$$|\vec{r}^*| = r = \left(\Delta r_x^2 + \Delta r_y^2 + \Delta r_z^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

$$|\vec{b}^*| = b = \left(\Delta b_x^2 + \Delta b_y^2 + \Delta b_z^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

Aplicando Pitágoras e rearranjando os termos define-se o valor da altura, b , do triângulo $\Delta O'S_1S_3$.

$$b = r \left(\frac{3}{4} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

Como os satélites possuem órbitas congruentes, o padrão formado por S_1 , S_2 e S_3 se repetirá a cada meio período orbital.

$$T_i = 2\pi \left(\frac{r_i^3}{\mu} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.12)$$

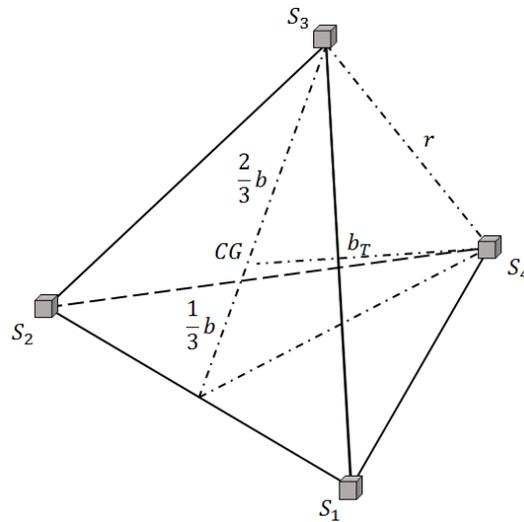
Como $r_1 = r_2 = r_3 \rightarrow T_1 = T_2 = T_3$.

Onde T_i é o período orbital de cada um dos corpos.

As órbitas dos três corpos foram definidas propositalmente circulares, pois essa consideração acarreta em simplificações iniciais de um problema extremamente complexo, já que todos os parâmetros orbitais dos quatro satélites podem variar em função da cônica que descreverá sua trajetória. As ascensões retas foram arbitrariamente definidas, $\Omega = 0^\circ$, ou seja, $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3$. Para que o triângulo equilátero entre os satélites S_1 , S_2 e S_3 ocorra, as anomalias médias dos três satélites deverão ser iguais a $M_3 = 90^\circ$ ou $M_3 = 270^\circ$, $M_1 = 90^\circ - \frac{\Delta M}{2}$ ou $M_1 = 270^\circ - \frac{\Delta M}{2}$ e $M_2 = 90^\circ + \frac{\Delta M}{2}$ ou $M_2 = 270^\circ + \frac{\Delta M}{2}$. Esses valores foram calculados com base na disposição geométrica dos satélites em órbita.

Com o plano estabelecido, se um quarto satélite não coplanar ao triângulo $\triangle S_1 S_2 S_3$ for inserido ao sistema, então o poliedro será formado. Este poliedro é um tetraedro e para que ele seja regular, as arestas deste tetraedro deverão ser iguais. A Figura 4.6 apresenta a disposição dos quatro satélites em geometria tetraédrica.

Figura 4.6 - Geometria tetraédrica formada por quatro satélites S_1 , S_2 , S_3 e S_4 .



Fonte: Produção do autor.

A altura do tetraedro, b_T , é o segmento $\overline{S_4 G}$, onde G é o baricentro da base formada pelo triângulo $\triangle S_1 S_2 S_3$. O baricentro está posicionado a um terço da altura do triângulo $\triangle S_1 S_2 S_3$ relativo a $\overline{S_1 S_2}$ e dois terços da altura do triângulo $\triangle S_1 S_2 S_3$

relativo ao vértice S_3 . O cálculo da altura do tetraedro é apresentado na equação abaixo.

$$b_T = r \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

O arranjo de satélites precisa ser periódico para que se estabeleça a formação tetraédrica de voo. Porém, se o quarto satélite estiver se movendo sobre uma órbita contida na superfície da casca esférica, o tetraedro formado não será regular, pois $b_T \neq r \left(\frac{2}{3} \right)^{\frac{1}{2}}$. Para que esta formação ocorra de maneira que o período orbital dos quatro satélites seja o mesmo, admite-se que S_4 estará em uma órbita elíptica, cujo $a = r_1$.

$$r_{a/p} = r_1 [1 - e \cos(u)] \quad (4.14)$$

Portanto:

$$r_{a/p} = r_1 [1 \pm e] \quad (4.15)$$

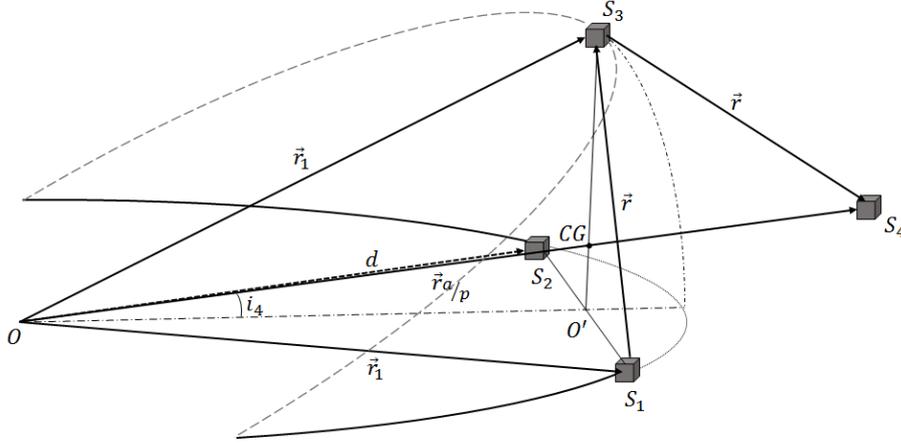
Sendo $r_{a/p}$ o valor absoluto do raio vetor no perigeu e apogeu e e é a excentricidade da órbita de S_4 .

Os raios do perigeu e apogeu podem ser calculados como sendo a distância do centro da Terra até o baricentro da base triangular somado à altura do tetraedro. A disposição geométrica de satélites em órbita terrestre pode ser visualizada na Figura 4.7.

$$r_{a/p} = d + b_T \quad (4.16)$$

Sendo d é a distância do ponto O , localizado no centro da Terra, até o baricentro (G) da base do tetraedro e i_4 é a inclinação orbital de S_4 .

Figura 4.7 - Apresentação do arranjo orbital da configuração geométrica dos quatro satélites.



Fonte: Produção do autor.

Para determinar se $r_{a/p}$ é o raio do perigeu ou apogeu, supôs-se inicialmente que $r_{a/p} = r_p$, logo $k = 0$ e $\cos(k\pi) = 1$. Então, $r_p = r_1 [1 - e]$. Se $r_p > r_1 \rightarrow e < 0$ o que é inverossímil. Desta forma, $r_{a/p} = r_a$, $k=1$ e $\cos(k\pi) = -1$. Com isso, $r_a = r_1 [1 + e]$ e $e > 0$, ou seja, a configuração geométrica proposta, inicialmente irá se formar no apogeu da órbita de S_4 . A determinação do instante inicial da configuração de satélites ainda não é suficiente, pois também é preciso verificar o raio do perigeu relativo a S_4 de modo que não ocorra a colisão com a Terra.

$$e = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} \rightarrow r_p > R_T \quad (4.17)$$

Sendo e é a excentricidade orbital.

Se r_p for menor que o raio da Terra deve-se modificar a configuração da formação, aumentando ou diminuindo a aresta do tetraedro, até que r_p seja maior que R_T mais uma altitude mínima ~ 350 km.

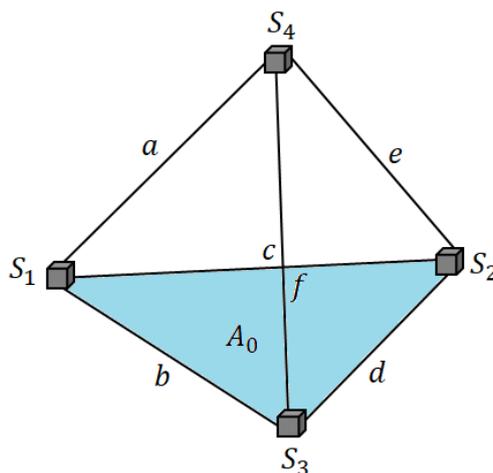
A formação tetraédrica ocorre no apogeu da órbita elíptica descrita pelo satélite S_4 , ou seja, quando $M_4 = 180^\circ$. Neste instante $r_a = d + b_T$. No instante que o tetraedro regular se forma $M_4 = 180^\circ$, $M_3 = 90^\circ$ ou $M_3 = 270^\circ$, $M_1 = 90^\circ - \frac{\Delta M}{2}$ ou $M_1 = 270^\circ - \frac{\Delta M}{2}$ e $M_2 = 90^\circ + \frac{\Delta M}{2}$ ou $M_2 = 270^\circ + \frac{\Delta M}{2}$ considerando que $\Omega_1 = \Omega_2 = \Omega_3 = \Omega_4$ e $\omega_4 = 270^\circ$. Se todos os parâmetros orbitais envolvidos no

problema não forem corretamente ajustados o tetraedro regular não será formado no apogeu da órbita elíptica, podendo até mesmo não se formar.

O problema será simulado em um ambiente computacional denominado *Spacecraft Trajectory Simulator* (STRS). Para verificar a formação geométrica de um poliedro regular são propostos três algoritmos de detecção baseado em três *flags* detectores, aumentando a precisão da detecção do formato geométrico regular entre os quatro satélites. Estes *flags* baseiam-se na diferença com relação a aresta nominal do tetraedro, na detecção do volume da formação tetraédrica e na diferença entre as arestas do tetraedro. Como existe um erro associado a posição dos satélites, são consideradas três tolerâncias relativas a cada um dos três *flags*. Essas tolerâncias foram escolhidas de forma arbitrária e *a priori* não foram efetuados estudos quanto a forma de se definir estas tolerâncias. Para que os *flags* indiquem o instante da formação dos satélites, considera-se que no momento da detecção os quatro corpos estejam arranjados sobre a geometria de um tetraedro regular.

Um tetraedro regular é formado por seis arestas congruentes. Essas arestas são representadas por vetores que determinam o posicionamento relativo entre os satélites como mostra a Figura 4.8.

Figura 4.8 - Representação das disposições das arestas que compõem o tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

As arestas do tetraedro são definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
a &= \overline{S_4 S_1} \\
b &= \overline{S_3 S_1} \\
c &= \overline{S_2 S_1} \\
d &= \overline{S_2 S_3} \\
e &= \overline{S_4 S_2} \\
f &= \overline{S_3 S_4}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Calculando o módulo da diferença de cada aresta do tetraedro, considerando uma tolerância δ , chega-se a região que compõem a vizinhança de cada vértice.

$$S_1 \begin{cases} |a - b| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |a - c| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |c - b| \leq \delta(\mathbf{m}) \end{cases} \tag{4.19}$$

$$S_2 \begin{cases} |c - e| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |e - d| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |d - e| \leq \delta(\mathbf{m}) \end{cases} \tag{4.20}$$

$$S_3 \begin{cases} |b - d| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |b - f| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |d - f| \leq \delta(\mathbf{m}) \end{cases} \tag{4.21}$$

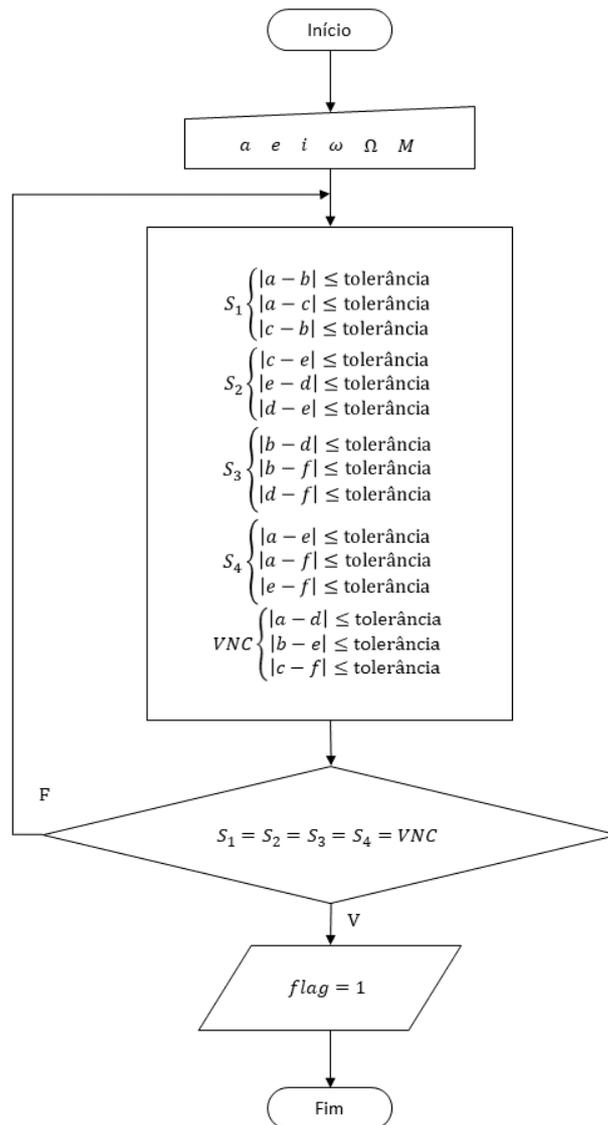
$$S_1 \begin{cases} |a - e| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |a - f| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |e - f| \leq \delta(\mathbf{m}) \end{cases} \tag{4.22}$$

Se as arestas não são concorrentes (VNC):

$$VNC \begin{cases} |a - d| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |b - e| \leq \delta(\mathbf{m}) \\ |c - f| \leq \delta(\mathbf{m}) \end{cases} \tag{4.23}$$

As arestas são calculadas e seus valores são comparados durante todo instante da simulação. Quando a diferença entre todas as arestas do tetraedro for nula, o *flag* sinaliza 1 mostrando que o tetraedro regular se formou dentro de uma tolerância admissível. O algoritmo responsável por este flag é representado na Figura 4.9.

Figura 4.9 - Algoritmo de detecção da formação tetraédrica regular relativo as arestas do poliedro.



Fonte: Produção do autor.

O volume nominal do tetraedro vale:

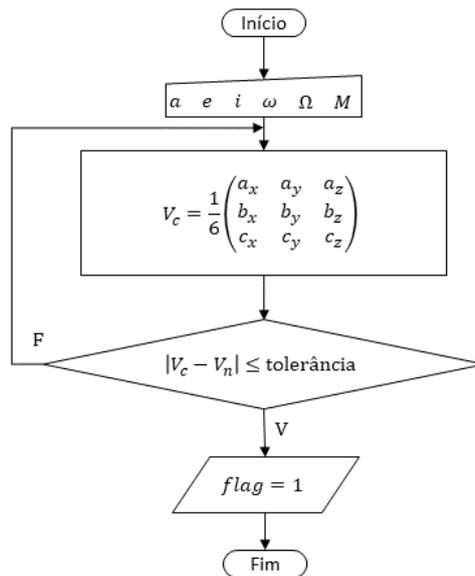
$$V_n = 14,73 \text{ (km}^3\text{)} \quad (4.24)$$

O volume do tetraedro é calculado conforme a equação:

$$V_c = \left| \frac{1}{6} \begin{pmatrix} a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \\ c_x & c_y & c_z \end{pmatrix} \right| \quad (4.25)$$

O algoritmo responsável pelo flag baseado no volume é representado na Figura 4.10.

Figura 4.10 - Algoritmo de detecção da formação tetraédrica regular baseado no volume nominal do poliedro.



Fonte: Produção do autor.

O volume do tetraedro varia de acordo com o movimento dos satélites. Entretanto, esse volume é conhecido no momento em que o tetraedro regular se forma. Durante toda a simulação o valor do volume calculado é comparado com o volume nominal do tetraedro regular. Quando os volumes são iguais, o *flag* sinaliza 1 mostrando que

o tetraedro regular se formou dentro de uma tolerância admissível.

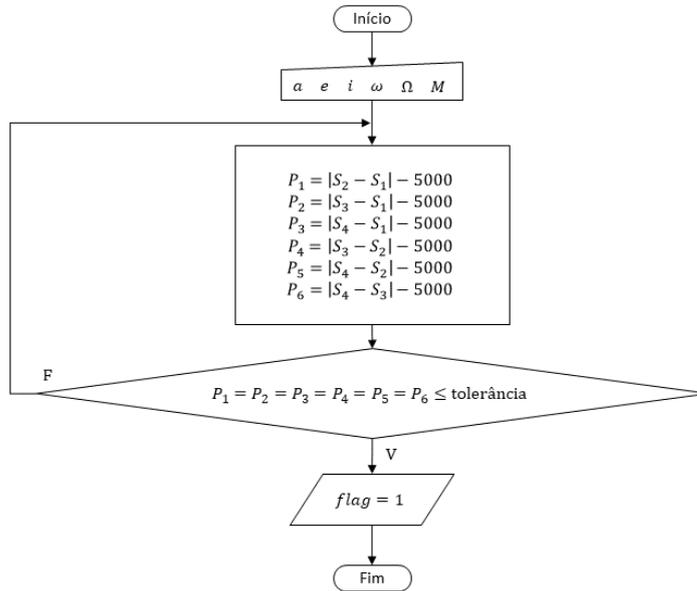
$$|V_c - V_n| \leq \delta \text{ (m)} \quad (4.26)$$

O posicionamento relativo é calculado por meio da diferença entre a posição atual de cada satélite. No instante em que o tetraedro regular se forma, a posição relativa dos quatro corpos é conhecida e limitada pela aresta nominal do poliedro. Sendo assim, o posicionamento dos satélites é calculado durante toda a simulação e quando a diferença entre o posicionamento relativo, entre os satélites, for igual a 5000 m, o *flag* sinaliza 1, mostrando, também, que o tetraedro regular se formou dentro de uma tolerância admissível.

$$\begin{aligned} |S_2 - S_1| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\ |S_3 - S_1| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\ |S_4 - S_1| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\ |S_3 - S_2| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\ |S_4 - S_2| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \\ |S_4 - S_3| - 5000 &\leq \delta \text{ (m)} \end{aligned} \quad (4.27)$$

O algoritmo responsável pelo flag da distância relativa é representado na Figura 4.11.

Figura 4.11 - Algoritmo de detecção da formação tetraédrica regular baseado na diferença do posicionamento relativo dos satélites.



Fonte: Produção do autor.

4.2 FASE B - INSERÇÃO DE UM ERRO NO SEMI-EIXO MAIOR DA ÓRBITA DO SATÉLITE S_4 MANTENDO INALTERADO AS CONDIÇÕES INICIAIS DOS DEMAIS CORPOS

O período de uma órbita é função do semi-eixo maior, caso essa seja elíptica. Os satélites S_1 , S_2 e S_3 , que formam a base do tetraedro regular permanecem sobre suas posições sobre suas orbitas circulares. A área da base do tetraedro formada pelos satélites S_1 , S_2 e S_3 é calculada conforme a equação.

$$A = \frac{1}{2} |\vec{b} \times \vec{d}| \quad (4.28)$$

$$\begin{aligned} \vec{b} &= S_3 - S_1 \\ \vec{d} &= S_2 - S_3 \end{aligned} \quad (4.29)$$

Como órbitas circulares possuem o mesmo raio orbital, a área da base será sempre periódica. Para que o tetraedro seja regular, a órbita do satélite S_4 possui baixa

excentricidade. Somando um erro (ε) no semi-eixo maior da órbita de S_4 , seu período é calculado:

$$T_4 = 2\pi \left[\frac{(a + \varepsilon)^3}{\mu} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.30)$$

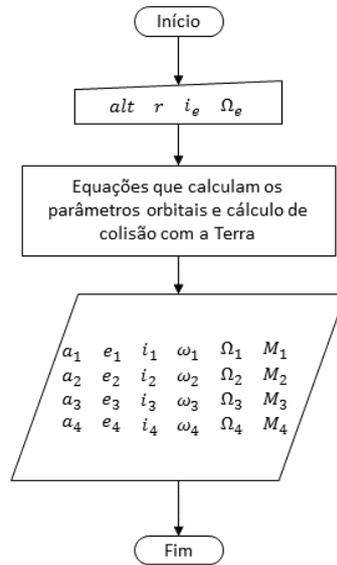
Esse erro poderia ser, por exemplo, uma falha de posicionamento durante o afastamento relativo dos corpos durante suas manobras de alocação orbital. Esse erro pode ser corrigido por meio de uma ação de controle.

A generalidade do problema é de extrema importância, pois ela possibilita que os satélites sejam posicionados em qualquer região do planeta Terra. A generalização do problema foi obtida por meio dos cálculos realizados com base na análise geométrica do posicionamento dos satélites, dentro das condições já apresentadas, e para que as órbitas fossem calculadas para qualquer dado de entrada referente à altitude orbital, distância relativa entre os satélites, inclinação orbital e ascensão reta de nodo, as equações que calculam os parâmetros orbitais de todos os satélites foram deixadas em função destas variáveis de entrada, acima apresentadas.

Um *software* foi criado e chamado por *Spacecraft Parameters Calculator* (SPC), com o intuito de calcular automaticamente os elementos orbitais dos quatro satélites, tendo como entrada as variáveis: i) altitude orbital; ii) distância relativa entre os satélites; iii) inclinação do plano da órbita de S_1 e S_2 ; e iv) ascensão reta do nodo ascendente de S_1 e S_2 . Os dados de entrada são inseridos no SPC e todos os parâmetros orbitais dos quatro satélites são calculados e disponibilizados em quatro vetores, dados de saída, usados para a simulação do movimento no *Spacecraft Trajectory Simulator*, STRS (Figura 4.12).

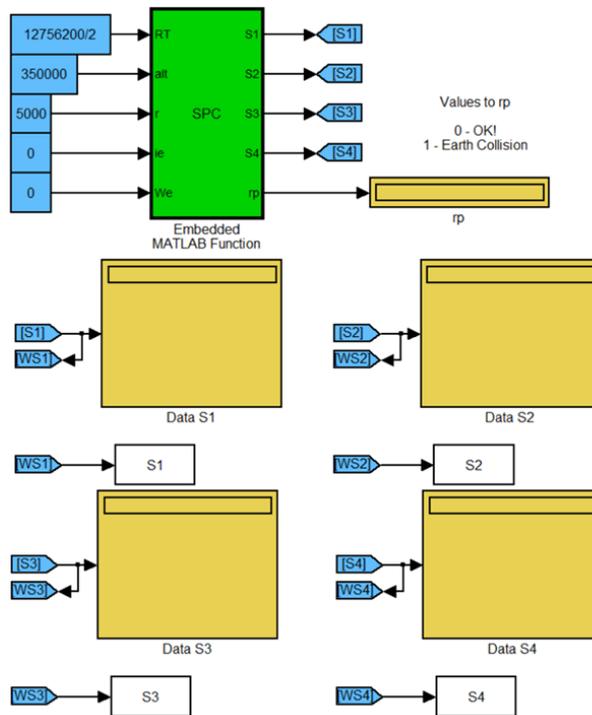
Os dados de saída são mostrados em displays, possibilitando uma análise prévia dos valores antes que os mesmos sejam inseridos no STRS e, ao mesmo tempo, os vetores dos parâmetros orbitais dos quatro satélites são armazenados na memória de trabalho do computador. (Figura 4.13).

Figura 4.12 - Fluxograma do *Spacecraft Parameters Calculator*.



Fonte: Produção do autor.

Figura 4.13 - Estrutura do *Spacecraft Parameters Calculator*.



Fonte: Produção do autor.

4.3 FASE C - MODELAGEM DOS PARÂMETROS FÍSICOS DOS SATÉLITES E DAS PERTURBAÇÕES ORBITAIS

Considerando um modelo mais realista para o problema, dentro do ambiente de simulação, são consideradas as propriedades físicas do satélite, já que são essas propriedades do corpo as responsáveis pela interatividade do satélite com os efeitos das perturbações do movimento orbital.

As condições atribuídas a modelagem do problema considerando perturbações orbitais são:

- Para a propagação da dinâmica do movimento orbital dos satélites considera-se o sistema de coordenadas inercialmente centrado na Terra com os eixos inercialmente dispostos: X apontando na direção do ponto vernal, Z apontando na direção do polo médio de rotação terrestre e o eixo Y sobre o plano do equador, perpendicular, dois a dois, com os outros eixos, completando o triedro inercial;
- Para a avaliação do movimento aparente das espaçonaves considera-se um sistema de coordenadas não inercial centrado no centro de massa de cada satélite com os eixos: H -bar localizado em sentido oposto ao vetor quantidade de movimento angular do satélite, R -bar localizado sobre o raio vetor que liga os centros de massa da Terra e do satélite, V -bar localizado sobre o vetor velocidade transversal do satélite;
- Os satélites possuem geometria esférica;
- A área projetada é perpendicular ao movimento do veículo;
- Devido a geometria esférica do corpo, os coeficientes aerodinâmicos são invariantes em função dos ângulos de ataque e rolamento;
- A geometria no instante de formação é um tetraedro regular com aproximação máxima de 5000 m entre os satélites;
- O campo gravitacional terrestre não é central devido as assimetrias geométricas e de massa da Terra conforme o modelo EGM2008 (KENYON et al., 2006) (PAVLIS et al., 2008)(GRUEBER; KÖHL, 2008);
- A velocidade de deslocamento da atmosfera e a velocidade de rotação da Terra são iguais;

- O modelo atmosférico utilizado permite o cálculo dos parâmetros da atmosfera em uma altitude de 0 a 2000 km;
- As ações corretivas de controle ocorrem por meio de propulsão de baixo empuxo;
- O satélite é modelado como sendo uma esfera com diâmetro de 3,57 m com massa de 1000 kg; Os harmônicos zonais e setoriais possuem grau e ordem 1000.

Como é atribuído ao satélite a forma esférica, tanto a área projetada de radiação solar como a área projetada do arrasto atmosférico é de 10 m^2 em $(x; y; z)$. O coeficiente de absorção é $C_a = 0,3$, o coeficiente de reflexão especular é $C_{re} = 0,3$ e o coeficiente de reflexão difusa é $C_{rd} = 0,4$. Considera-se para o modelo do arrasto atmosférico que o coeficiente de arrasto é $C_D = 2$. Conhecendo as forças devido à pressão de radiação solar e ao arrasto atmosférico são calculadas e os ΔV_{PR} e o ΔV_D .

A diferença entre o potencial gravitacional do corpo e o campo central fornece a força perturbadora devido ao Geopotencial. Com essa força e a massa do satélite calcula-se o ΔV_{GP} causado por essa perturbação. O mesmo conceito é aplicado a atração gravitacional da Lua e do Sol para a obtenção do ΔV_{LSP} . O Sol e a Lua estão atraindo, constantemente, o satélite, fazendo com que sua trajetória se desvie da trajetória orbital de referência. A diferença entre as forças gravitacionais do Sol ou da Lua e a força central, gera a força perturbadora. Conhecendo-se a massa do satélite, calcula-se o incremento de velocidade a partir dessa força perturbadora.

4.4 APRESENTAÇÃO DO SISTEMA DE CONTROLE DO MOVIMENTO ORBITAL UTILIZADO NO STRS

O sistema de controle utilizado para atenuar os efeitos causados pelas perturbações orbitais é o já utilizado pelo *Spacecraft Trajectory Simulator*.

A órbita nominal define o estado de referência do satélite a cada passo da simulação. Esses são os estados de referência utilizados como parâmetro de comparação para qualquer outro comportamento que o satélite descreva em sua trajetória. As perturbações acarretam variações no estado atual do satélite, que quando comparado com o estado de referência é obtido um sinal de erro por meio da diferença entre os estados de referência e o atual. Esse sinal de erro é enviado ao controlador PID, que por meio de ganhos proporcionais, integrativos e derivativos é gerado o sinal de controle. O atuador recebe o sinal de controle e executa o comando por meio de correções

de baixo empuxo, cujo os incrementos de velocidades são inseridos na dinâmica do movimento, juntamente com os incrementos de velocidades perturbadores gerados pelos modelos das perturbações orbitais.

5 SIMULAÇÕES E RESULTADOS

Este capítulo apresenta as simulações realizadas com base na modelagem e nas considerações admitidas no problema nas Fases A, B e C e os resultados obtidos são apresentados, discutidos e comparados.

5.1 SIMULAÇÃO REFERENTE A FASE A - DINÂMICA DO MOVIMENTO ORBITAL DOS QUATRO SATÉLITES, LIVRES DE PERTURBAÇÕES, E COMPORTAMENTO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DOS SATÉLITES

Inicialmente a modelagem da formação de voo tetraédrica considera que os satélites são pontos de massa livres de qualquer efeito perturbativo externo e é analisada a evolução do movimento relativo entre os corpos dado como entrada os parâmetros orbitais calculados.

Para a primeira simulação é considerado tempo de simulação de 6055 s, a tolerância relativa à aresta nominal, 5000 m, é $\delta = 50$ m, a tolerância relativa às diferenças entre as posições é $\delta = 100$ m e a tolerância relativa ao volume nominal do tetraedro regular é $\delta = 0,05$ km³. Os dados da simulação são apresentados na Tabela 5.1.

Tabela 5.1 - Parâmetros de entrada da simulação: Fase A.

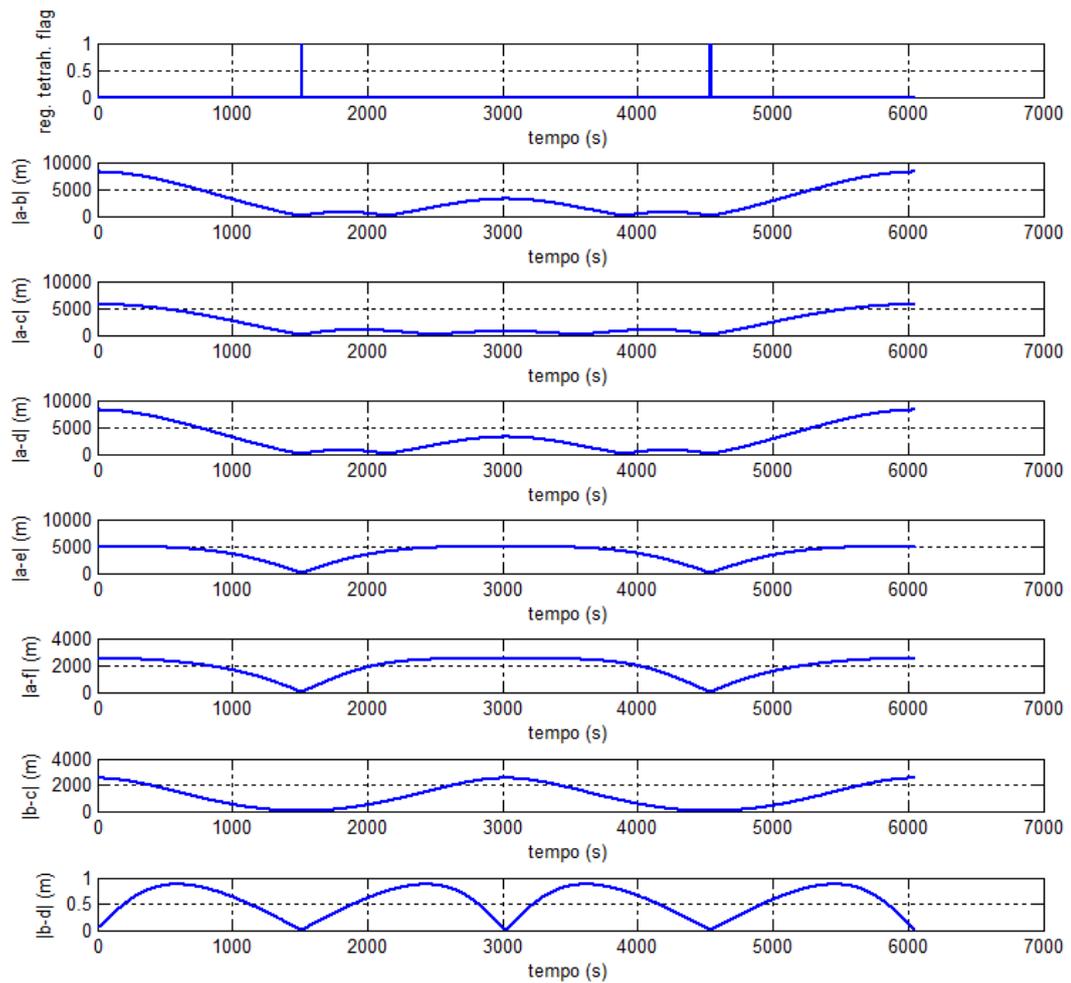
	Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
h (m)	800000	800000	800000	800000
r (m)	5000	5000	5000	5000
a (m)	7178138	7178138	7178138	7178138
e	0	0	0	0,0005687383463373053
i (°)	0	0	0,034562999271458	0,011520999757153
Ω (°)	0	0	0	0
ω (°)	0	0	0	270
M (°)	0	0,0399099558281	0,01995497791405	90,01995497791405

As distâncias relativas entre os satélites durante seus respectivos movimentos orbitais são calculadas durante toda a simulação. As Figuras 5.1 e 5.2 mostram o valor da diferença entre cada uma das arestas do tetraedro e a sinalização dos instantes em que o tetraedro regular se forma.

A imagem, quadro a quadro, apresenta o comportamento das aproximações relativas

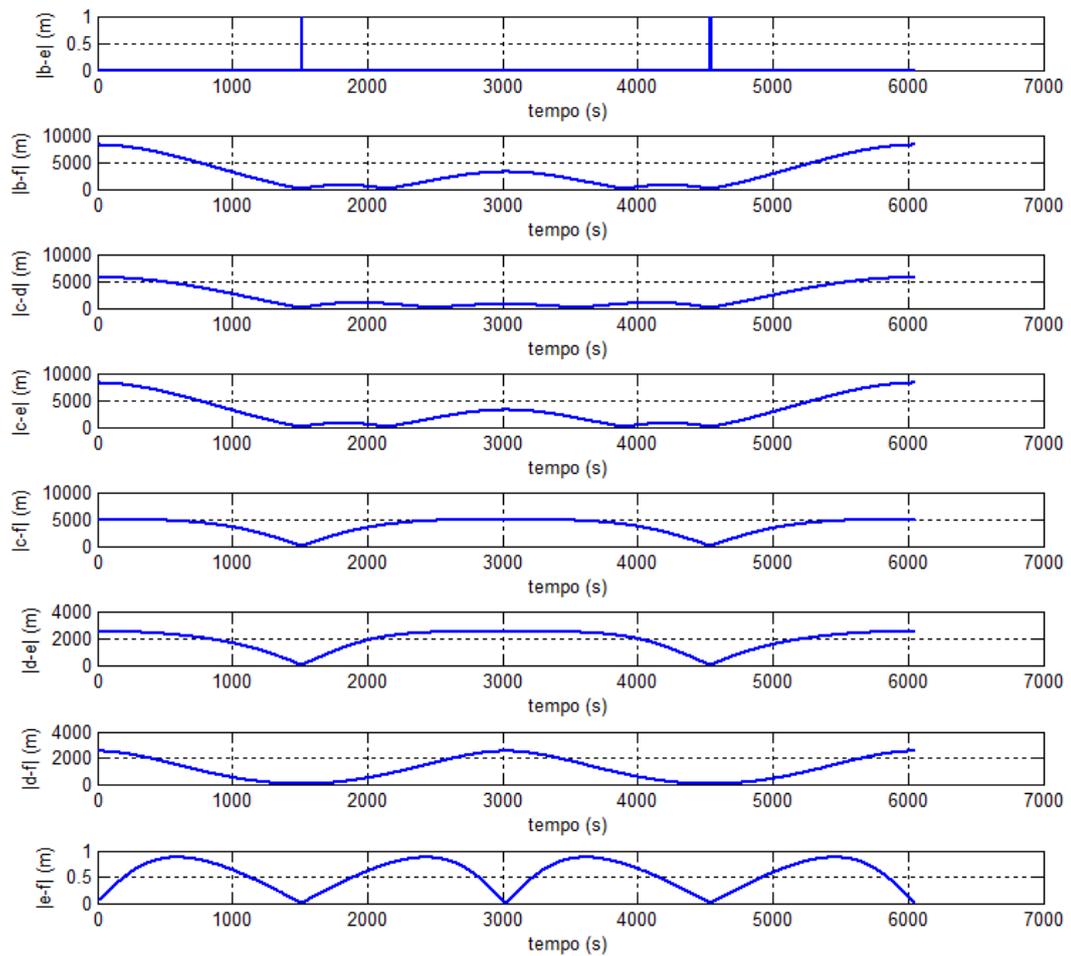
dos satélites e o momento em que os satélites atingem o valor máximo de aproximação imposto para esta formação. Cada quadro esboça os valores obtidos pela diferença dos módulos das distâncias de três satélites, que representam as arestas do tetraedro como apresentado na Figura 4.8, e quando essas distâncias se igualam sua diferença será nula. A coincidência de todos os zeros sinaliza o momento exato, dentro dos limites dos erros considerados na simulação, em que todos os satélites se encontram dispostos numa formação de voo tetraédrica e é possível observar que este evento ocorre em 1500 s e em 4500 s. Estes tempos sinalizam o momento exato da formação de um poliedro regular.

Figura 5.1 - (a) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

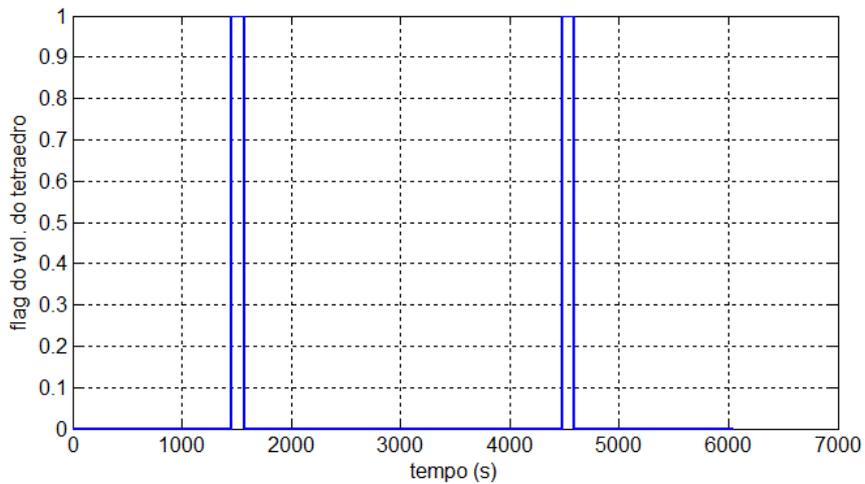
Figura 5.2 - (b) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

O *flag* que alerta que o volume do tetraedro regular, $+\delta$, foi atingido é apresentado na Figura 5.3. São sinalizados os dois intervalos de tempo em que o movimento orbital das espaçonaves converge para a situação em que os satélites se encontram dispostos na geometria de um tetraedro regular em formação de voo, satisfazendo a tolerância admitida para o volume.

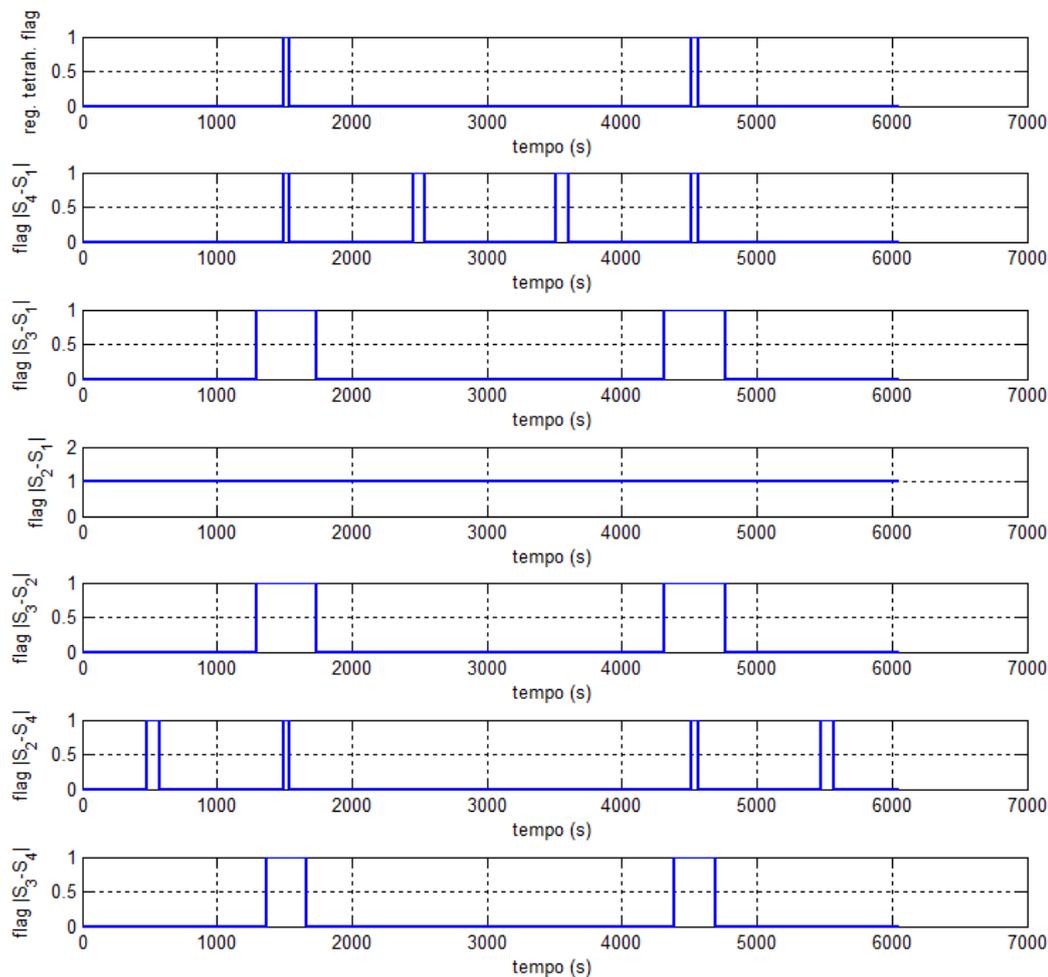
Figura 5.3 - *Flag* de detecção do volume da formação tetraédrica.



Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.4 mostra mais um critério de detecção do tetraedro regular. Neste critério considera-se a dimensão de 5000 m de cada aresta do tetraedro $+\delta$. Os quadros ilustram o posicionamento relativo entre as espaçonaves durante a propagação do movimento orbital e o *flag*=1 quando as distâncias relativas entre os satélites atingem o valor máximo de aproximação relativa de 5000 $+\delta$ m. Foi possível observar que em alguns momentos da propagação do movimento orbital, alguns satélites se aproximam da distância relativa imposta na simulação, mas não necessariamente se encontram na formação tetraédrica regular. Pode-se também observar que o tempo particular de cada conjunto de satélites que se coloca em formação é distinto. Alguns corpos apenas se aproximam e se afastam, enquanto que alguns corpos permanecem por mais tempo voando em formação. Ou seja, o momento de formação de voo ocorre de duas formas: i) quando os quatro satélites se colocam em formação ou; ii) quando seus pares se posicionam em formação de voo.

Figura 5.4 - *Flags* sinalizadores da formação tetraédrica de satélites.

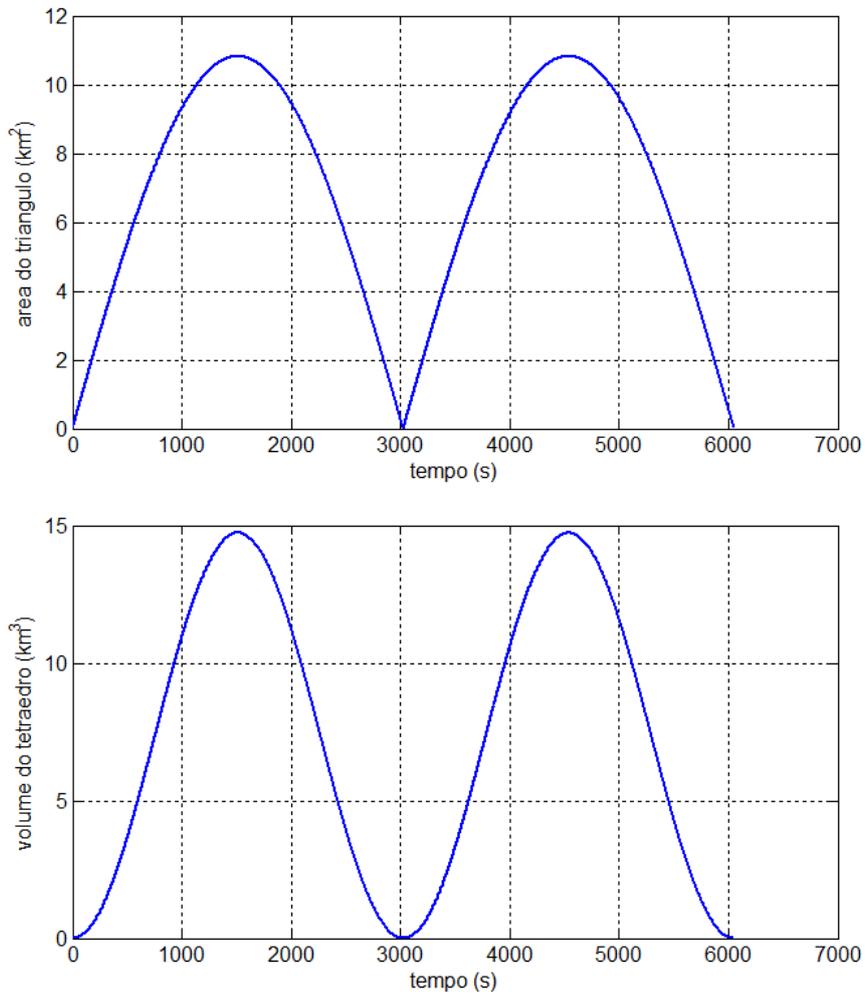


Fonte: Produção do autor.

A evolução do volume e a evolução da área, formados durante toda a trajetória das espaçonaves, são apresentadas nas Figuras 5.5. Observa-se que a área cresce até os 1500 s onde atinge seu valor máximo. Juntamente com a área o volume também cresce e atinge seu valor máximo no mesmo tempo indicando, mais uma vez, que há a ocorrência do tetraedro regular. Em seguida a área e volume decaem até 3000 s. Neste momento a área é mínima porque os satélites S_1 , S_2 e S_3 encontram-se alinhados, com S_3 localizado sobre o ponto médio de $\overline{S_1S_2}$. O plano orbital do satélite S_3 é inclinado em relação ao plano orbital dos satélites S_1 e S_2 . A partir do ponto

médio S_3 inicia seu movimento de ascensão até que a área atinge seu valor máximo novamente em 4500 s. No momento em que o volume atinge seu valor mínimo, o satélite S_4 encontra-se alinhado com o satélite S_3 até que inicia seu movimento de ascensão onde, em conjunção com os demais satélites, atinge volume máximo e, outra vez, a formação tetraédrica ocorre.

Figura 5.5 - Área do triângulo da base e volume do tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

O movimento aparente dos satélites pode ser observado na Figura 5.6 por meio do referencial centrado no satélite S_1 . Observa-se que os satélites S_3 e S_4 encontram-se em movimento, enquanto S_2 encontra-se parado relativo a S_1 . Esta ocorrência é

explicada considerando que S_1 e S_2 são complanares e distam 5000 m constantemente. Já a órbita de S_3 e S_4 são inclinadas com relação ao plano orbital de S_1 . O movimento de S_3 percebido por S_1 é de ascensão e declínio, mesmo que sua órbita seja circular. Isto pode ser explicado pela cinemática do movimento relativo, onde o movimento percebido de um referencial em movimento é aquilo que ele observa independente do movimento real, ou seja, o satélite S_3 passa pelo ponto médio de $\overline{S_1S_2}$ e se eleva, ocorrendo o mesmo processo meio período orbital depois, porém S_3 declina do ponto médio de $\overline{S_1S_2}$. Em ambos os instantes, observado do referencial de S_1 , a trajetória assumida por S_3 é uma reta ascendente e descendente já que essa é a percepção aparente de S_1 . O mesmo ocorre com a observação do movimento de S_4 relativo a S_1 . A órbita de S_4 é minimamente inclinada com relação ao plano orbital de S_1 e sua excentricidade é muito baixa. O período orbital dos quatro corpos é o mesmo. O movimento de S_4 é acelerado devido a excentricidade da órbita desse satélite, porém por possuir excentricidade muito baixa, a observação de S_1 relativo a percepção do movimento orbital de S_4 é de que S_4 o acompanha todo instante e, portanto, a integral do movimento resulta em uma elipse.

Alterando o referencial para o centro de massa do satélite S_3 , observa-se o movimento similar ao da figura anterior, porém agora com a percepção de ascensão e declínio de S_1 e S_2 relativos a S_3 . O mesmo raciocínio aplica-se a trajetória do satélite S_4 relativo ao referencial de S_3 (Figura 5.7).

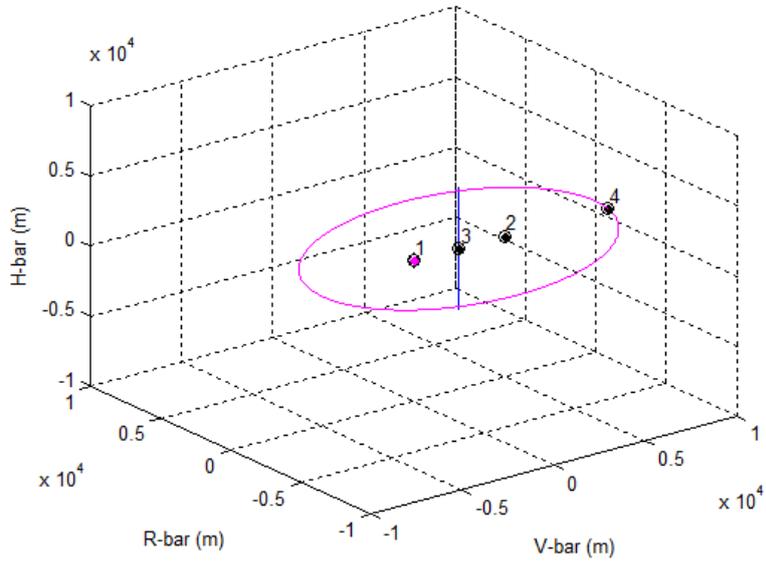
Do referencial centrado no centro de massa de S_4 o movimento aparente é visualizado na Figura 5.8.

Os posicionamentos dos satélites percebidos do referencial do satélite S_1 , como foi apresentado anteriormente na Figura 5.6, pode ser avaliado tridimensionalmente na Figura 5.9 (SUBSTITUIR A IMAGEM, POIS O REFERENCIAL ESTÁ CENTRADO EM S_2). O movimento individual de cada corpo em suas respectivas órbitas fica melhor exposto e por ser mais visual fica fácil perceber que o movimento aparente das espaçonaves é como de fato explicado anteriormente na Figura 5.6.

Da ótica de S_3 é apresentado agora na Figura 5.10 o movimento aparente das espaçonaves no momento da ocorrência da formação tetraédrica e a trajetória dos satélites S_1 , S_2 e S_4 relativa ao referencial do satélite S_3 .

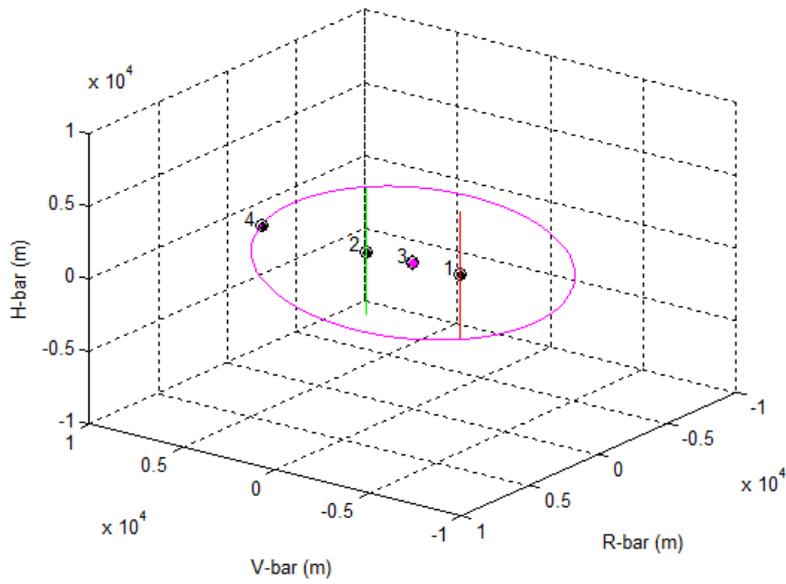
A Figura 5.11 apresenta o momento da ocorrência da formação tetraédrica e a trajetória dos satélites S_1 , S_2 e S_3 relativa ao referencial do satélite S_4 .

Figura 5.6 - Movimento relativo de S_2 , S_3 e S_4 relativo a S_1 .



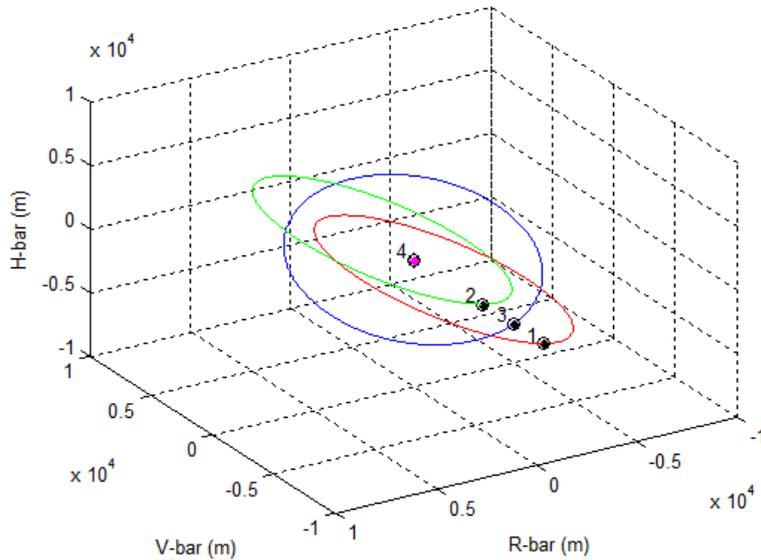
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.7 - Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3 .



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.8 - Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_3 relativo a S_4 .

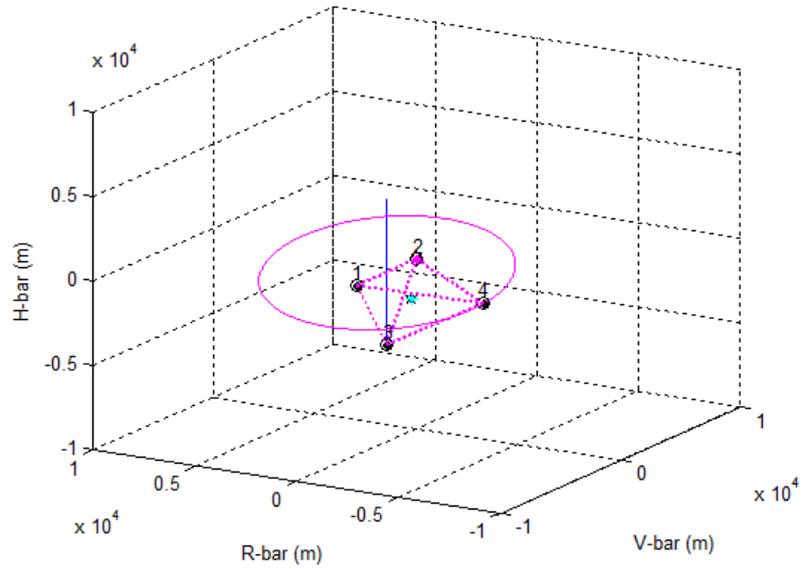


Fonte: Produção do autor.

O posicionamento relativo entre S_1 e S_3 é observado na Figura 5.12. No início da simulação o satélite S_3 encontra-se no ponto médio da distância entre S_1 e S_2 , logo em seguida S_3 começa a se afastar e se elevar do plano orbital de S_1 e no tempo de 1500 s, o segmento $\overline{S_1 S_3} = 5000$ m e o triângulo $\triangle S_1 S_2 S_3$ forma-se. Após a formação, o movimento se degrada e por ser periódico ele acontece novamente, nesta configuração, em 4500 s.

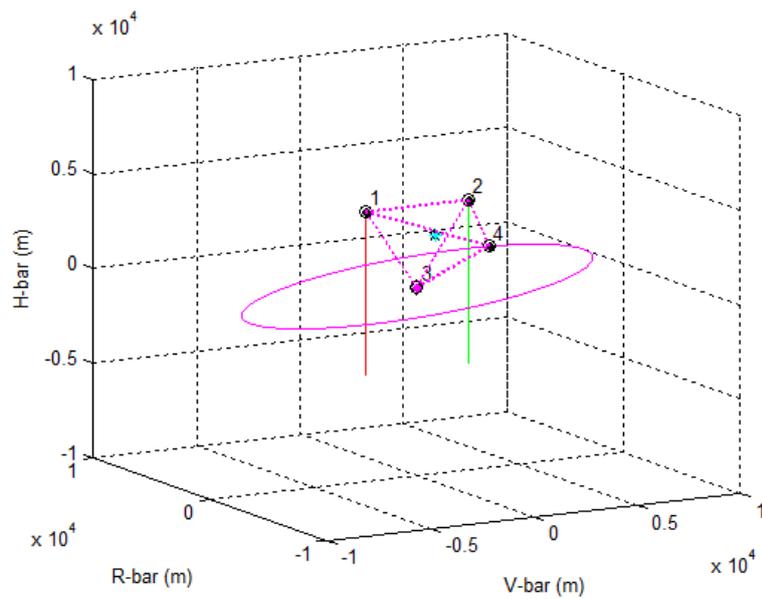
A Figura 5.13 ilustra a aproximação entre os satélites S_1 e S_4 até o primeiro instante, 1500 s, em que atingem a distância de 5000 m. Este, inclusive, é o instante em que os quatro satélites encontram-se em formação numa constelação tetraédrica regular. A posição das espaçonaves varia com o tempo e, conseqüentemente, a distância relativa entre os satélites S_1 e S_4 diminui até que atingem a aproximação de 4000 m. Então a distância entre os dois satélites começa a aumentar novamente até que atingem os 5000 m no tempo de 2500 s. Neste momento, o tetraedro regular deixa de existir e como a formação de voo está caracterizada pelo momento em que os corpos encontram-se posicionados sobre a condição imposta pela missão, o conjunto dos quatro satélites também não está sobre uma formação de voo. A formação tetraédrica regular acontece novamente em 4500 s.

Figura 5.9 - Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_1 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_3 e S_4 relativos a S_1 .



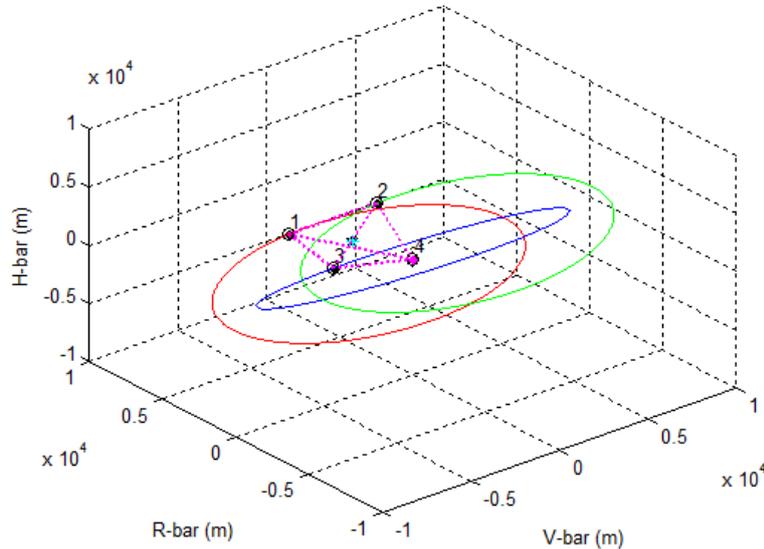
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.10 - Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_3 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_1 , S_2 e S_4 relativos a S_3 .



Fonte: Produção do autor.

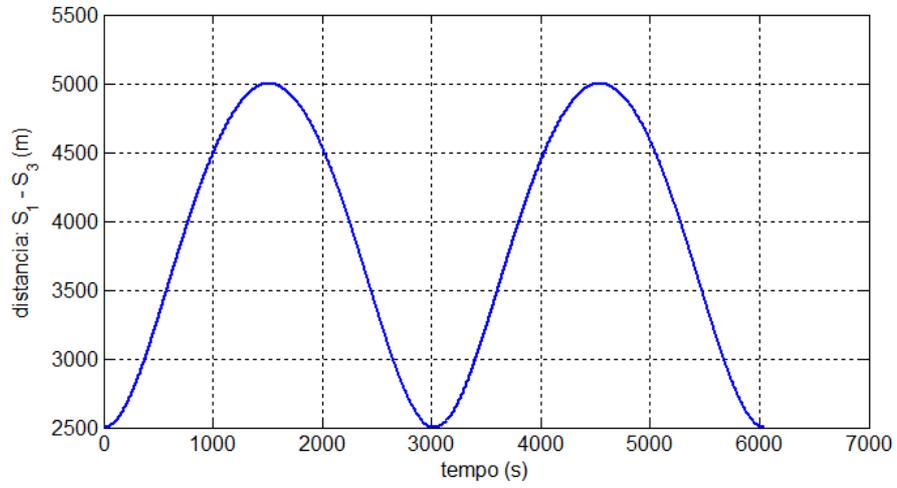
Figura 5.11 - Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_4 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_1 , S_2 e S_3 relativos a S_4 .



Fonte: Produção do autor.

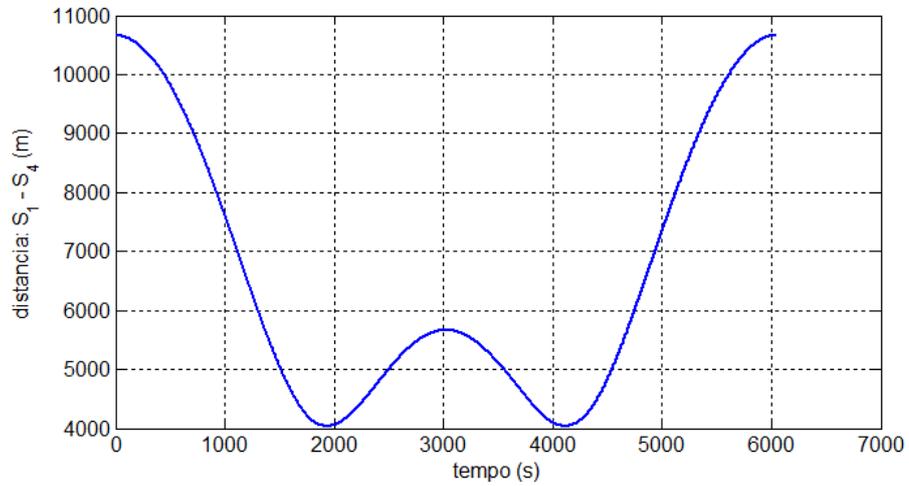
O gráfico da Figura 5.14 apresenta o afastamento e a aproximação relativa dos satélites S_3 e S_4 . Quando a simulação se inicia, os satélites encontram-se alinhados e com afastamento aproximado de 8200 m. O movimento das espaçonaves evolui e a distância relativa entre elas diminui até atingir o valor de 5000 m em 1500 s, quando o tetraedro regular se forma. Os satélites passam a se afastar até o momento de seu alinhamento e, adiante, a aproximação com distância relativa de 5000 m em 4500 s com a formação agrupada outra vez. O gráfico da Figura 5.14 apresenta o afastamento e a aproximação relativa dos satélites S_3 e S_4 . Quando a simulação se inicia, os satélites encontram-se alinhados e com afastamento aproximado de 8200 m. O movimento das espaçonaves evolui e a distância relativa entre elas diminui até atingir o valor de 5000 m em 1500 s, quando o tetraedro regular se forma. Os satélites passam a se afastar até o momento de seu alinhamento e, adiante, a aproximação com distância relativa de 5000 m em 4500 s com a formação agrupada outra vez.

Figura 5.12 - Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_3 .



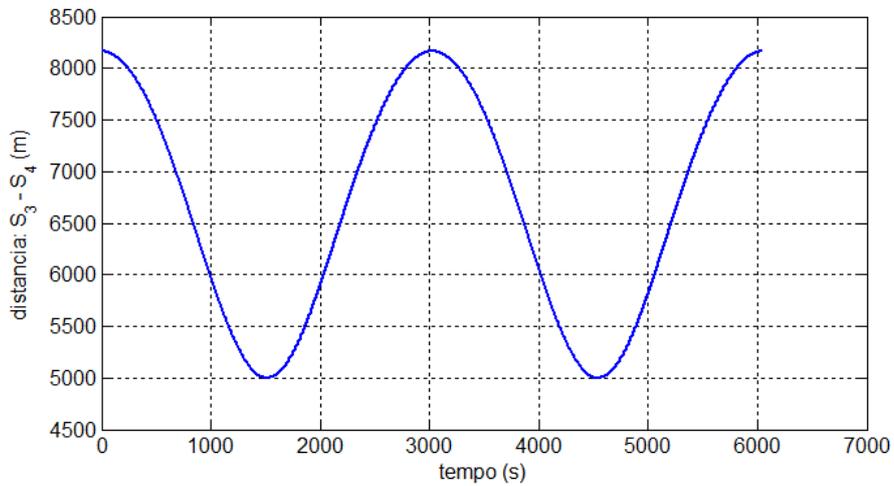
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.13 - Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_4 .



Fonte: Produção do autor.

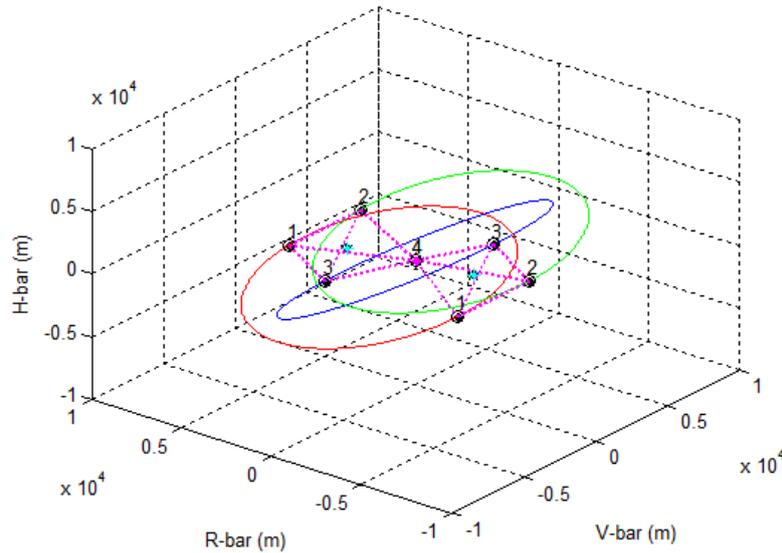
Figura 5.14 - Posicionamento relativo entre os satélites S_3 e S_4 .



Fonte: Produção do autor.

A periodicidade da formação da constelação no apogeu e perigeu da órbita de S_4 pode ser observada na Figura 5.15. O referencial encontra-se disposto sobre o centro de massa do satélite S_4 e é possível perceber deste referencial o movimento relativo de todos os satélites. Com o início da simulação, as espaçonaves se posicionam em formação e formam a constelação tetraédrica primeiramente no apogeu. A configuração de um tetraedro regular é obtida em um único instante sendo degradada no instante seguinte. As espaçonaves ainda continuam em formação e dispostos sobre uma constelação tetraédrica, porém de um tetraedro não regular. O satélite S_3 inicia seu movimento de descida até que se posiciona outra vez em conjunção com S_1 e S_2 formando um plano triangular. Neste exato momento o satélite S_4 encontrar-se-á de maneira a formar outra vez o tetraedro regular, porém no perigeu da órbita de S_4 .

Figura 5.15 - Constelação tetraédrica se formando no apogeu e perigeu da órbita de S_4 .



Fonte: Produção do autor.

5.2 SIMULAÇÃO REFERENTE A FASE B - DINÂMICA DO MOVIMENTO ORBITAL DOS QUATRO SATÉLITES, LIVRES DE PERTURBAÇÕES, E COMPORTAMENTO DO POSICIONAMENTO RELATIVO DOS SATÉLITES DADO UM ERRO NO POSICIONAMENTO INICIAL DO QUARTO SATÉLITE

A modelagem da formação de voo tetraédrica ainda considera que os satélites são pontos de massa livres de qualquer efeito perturbativo externo, porém é inserido um erro ($\varepsilon = 100$) m no semi-eixo do satélite S_4 para realizar análises da trajetória assumida pelo mesmo e avaliar a variação do posicionamento relativo entre as espaçonaves. O tempo de simulação é de 6055 s, a tolerância relativa à aresta nominal, 5000 m, é $\delta = 50$ m, a tolerância relativa às diferenças entre as posições é $\delta = 100$ m e a tolerância relativa ao volume nominal do tetraedro regular é $\delta = 0,05$ km³.

Para esta segunda análise foram considerados os seguintes dados conforme mostra a Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Parâmetros de entrada da simulação: Fase B.

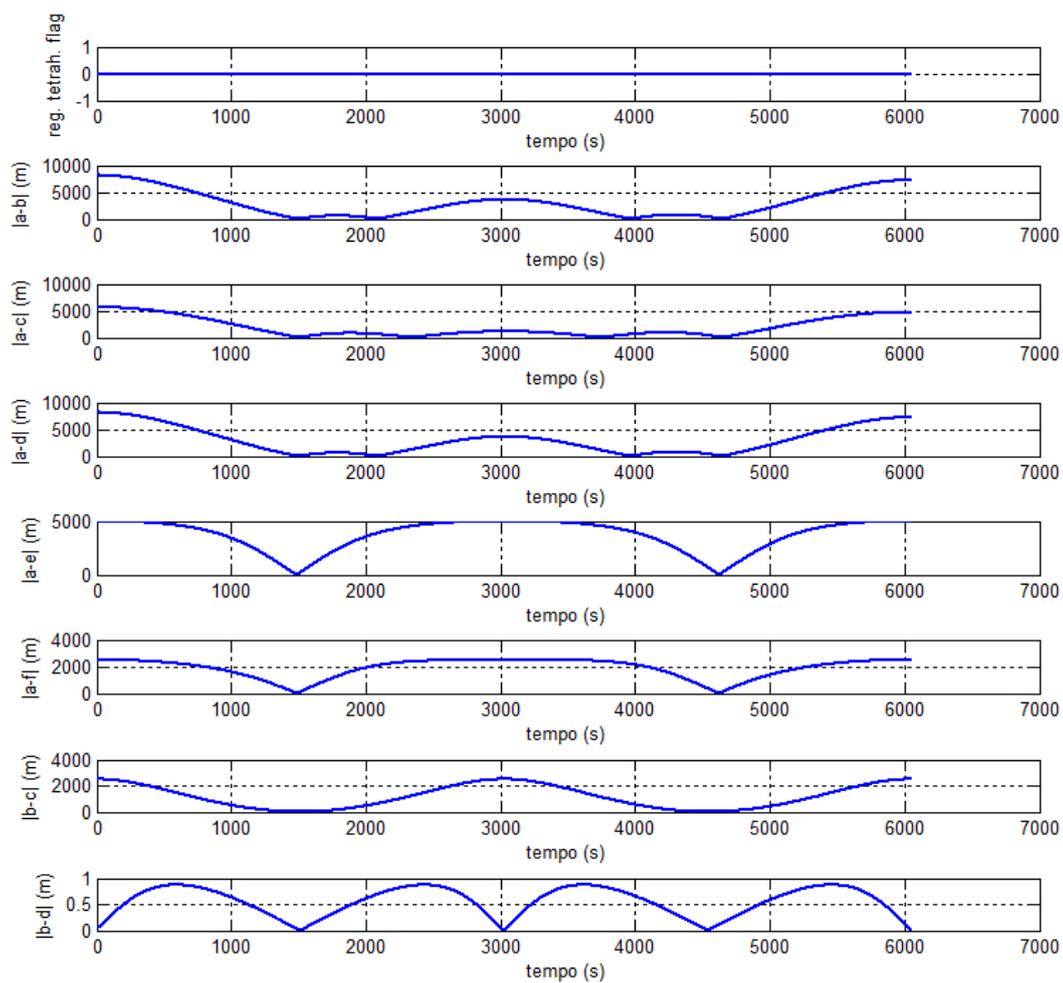
	Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
h (m)	800000	800000	800000	800000
r (m)	5000	5000	5000	5000
a (m)	7178138	7178138	7178138	7178138+100
e	0	0	0	0,0005687383463373053
i (°)	0	0	0,034562999271458	0,011520999757153
Ω (°)	0	0	0	0
ω (°)	0	0	0	270
M (°)	0	0,0399099558281	0,01995497791405	90,01995497791405

As Figuras 5.16 e 5.17 mostram as diferenças entre as arestas após a inserção do erro no semi-eixo do satélite S_4 . Como já explicado anteriormente, a imagem, de forma individual, apresenta o comportamento das aproximações relativas dos satélites e o momento em que os satélites atingem o valor máximo de aproximação imposto para esta formação dentro dos limites da tolerância imposta para este *flag*. O primeiro quadro, da Figura 5.16, apresenta o *flag* de detecção do tetraedro regular e é possível perceber que para $\epsilon = 100$ m no posicionamento inicial de S_4 , esse *flag* sinaliza que o tetraedro regular não se forma mais.

O *flag* de detecção do volume apresenta na Figura 5.18 a sinalização da ocorrência do tetraedro em dois instantes próximos, o que pode ser entendido que não necessariamente esses instantes sejam formações de um tetraedro regular, já que o volume é função das medidas das arestas e essas poderiam se ajustar de tal forma que o volume nominal, para a tolerância admitida, seja o mesmo que o calculado para um tetraedro regular.

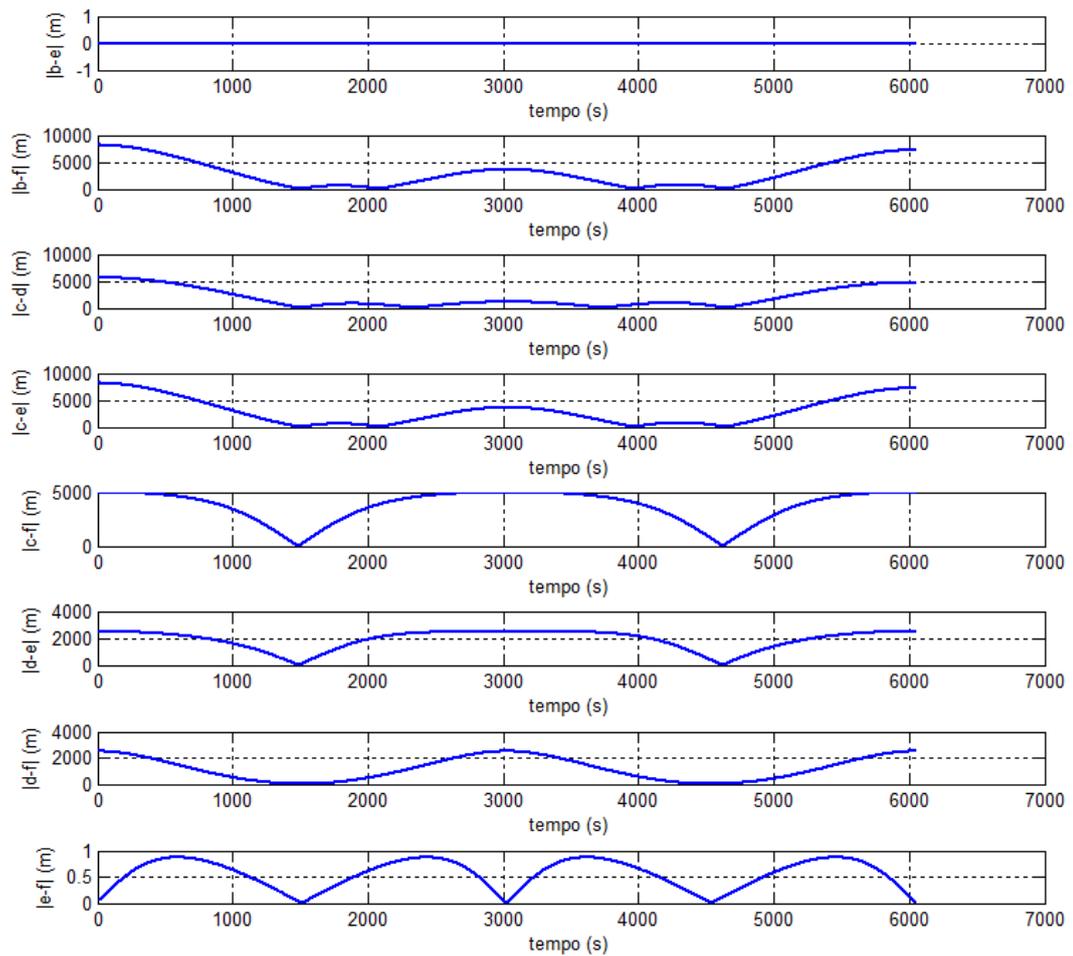
Considerando a tolerância em cima da dimensão de cada uma das arestas é possível perceber na Figura 5.19 que o tetraedro regular se forma uma única vez e não se forma mais.

Figura 5.16 - (a) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.



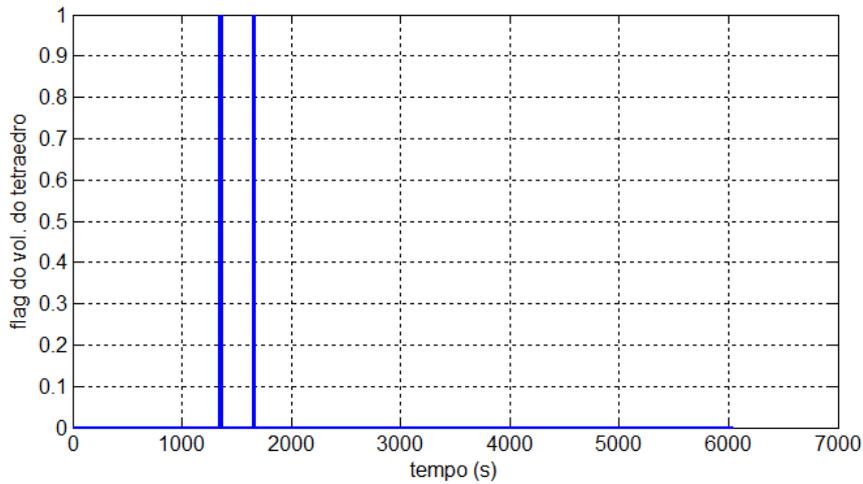
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.17 - (b) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.18 - *Flag* de detecção do volume da formação tetraédrica.



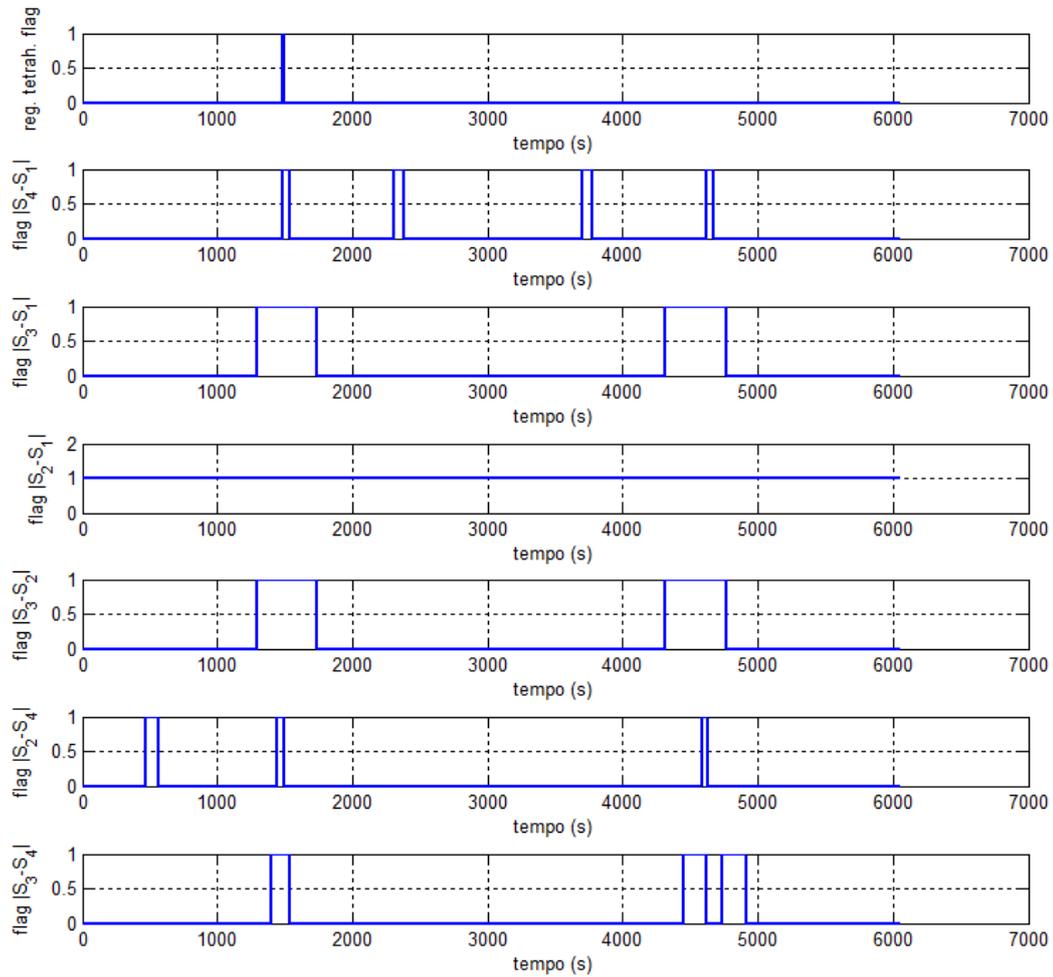
Fonte: Produção do autor.

A trajetória degenerada do satélite S_4 pode ser observada na Figura 5.20. O erro inserido na posição inicial de S_4 , mesmo que pequeno, foi suficiente para destruir a formação do tetraedro regular e alterar todo o posicionamento relativo entre ele e os demais corpos. Do referencial do satélite S_1 observa-se que os satélites S_2 e S_3 não tiveram seu comportamento alterado, porém o satélite S_4 teve sua trajetória alterada o que impossibilitou a formação da constelação de um tetraedro regular. Pode-se perceber o afastamento do satélite S_4 relativo aos outros satélites com o passar do tempo.

A Figura 5.21 ilustra que do referencial de S_3 é possível perceber que o satélite S_4 afasta-se dos demais satélites e o movimento relativo de S_1 e S_2 permanecem inalterados se comparados com os resultados obtidos na simulação I.

A análise do movimento aparente quando observada do referencial de S_4 cria a impressão de que o afastamento provém dos satélites S_1 , S_2 e S_3 , como ilustra a Figura 5.22, todavia os satélites S_1 , S_2 e S_3 continuam em suas órbitas nominais como apresentado na simulação na Fase A.

Figura 5.19 - *Flags* sinalizadores da formação tetraédrica de satélites.



Fonte: Produção do autor.

É possível observar na Figura 5.23 que o erro no semi-eixo de S_4 ocasionou o afastamento gradual deste satélite relativo ao referencial disposto no centro de massa do satélite S_1 e que tetraedros não regulares e, conseqüentemente, com volumes variantes no tempo, devido ao aumento do semi-eixo, tornaram-se possíveis. O movimento aparente de S_3 relativo ao referencial de S_1 permaneceram inalterados.

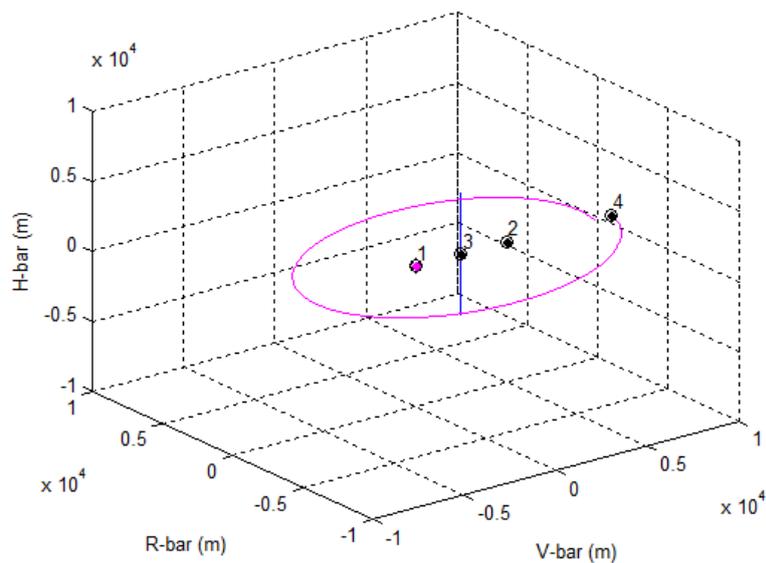
A percepção do afastamento S_4 relativo ao referencial de S_3 é também observada na Figura 5.24. O movimento aparente dos satélites S_1 e S_2 permaneceram inalterados

e coincidentes já que ambos se encontram sobre uma trajetória descrita num mesmo plano orbital.

O movimento aparente entre S_1 e S_3 mostra-se inalterado durante a simulação como ilustra a Figura 5.25.

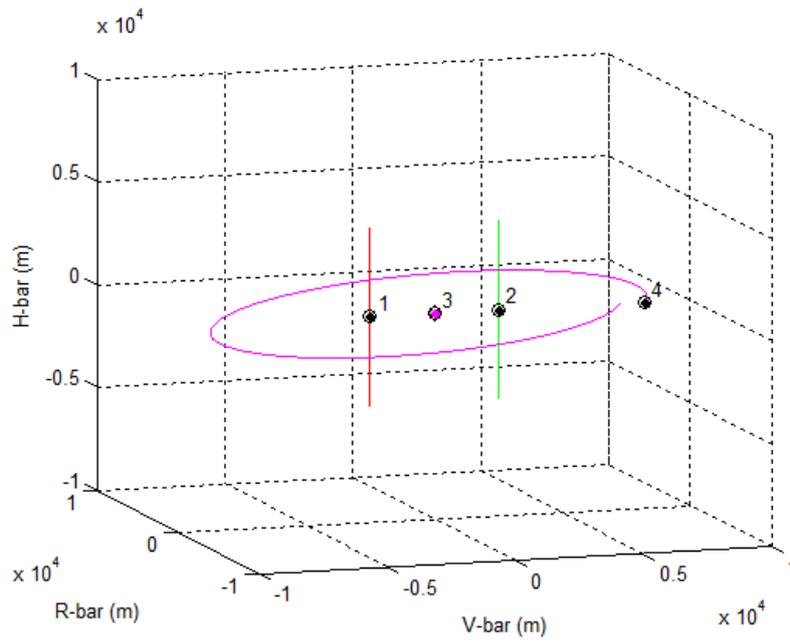
Após o início da simulação, no tempo de 1500 s o satélite S_4 se aproxima e se posiciona a distância de 5000 m de S_1 . Neste momento, considerando o *flag* do posicionamento relativo dos satélites, um tetraedro regular se forma e se degrada instantes depois. De acordo com a simulação na Fase A e em consonância com os resultados de aproximação coletados na Figura 5.23, o outro instante de tempo em que essa formação ocorreria seria em 4500 s, todavia não é isso que se observa. Para esse tempo, a posição entre S_1 e S_4 é um pouco menor que a distância de 5000 m e quando essa é a distância entre os satélites, o tempo é maior do que 4500 s, e conseqüentemente, a distância entre S_1 e S_3 é diferente de 5000 m. Com isso, é possível perceber que está ocorrendo uma evolução da posição de S_4 relativa a S_1 , ou seja, o tetraedro regular não se forma mais devido ao erro na posição de S_4 (Figura 5.26).

Figura 5.20 - Movimento relativo de S_2 , S_3 e S_4 relativo a S_1 .



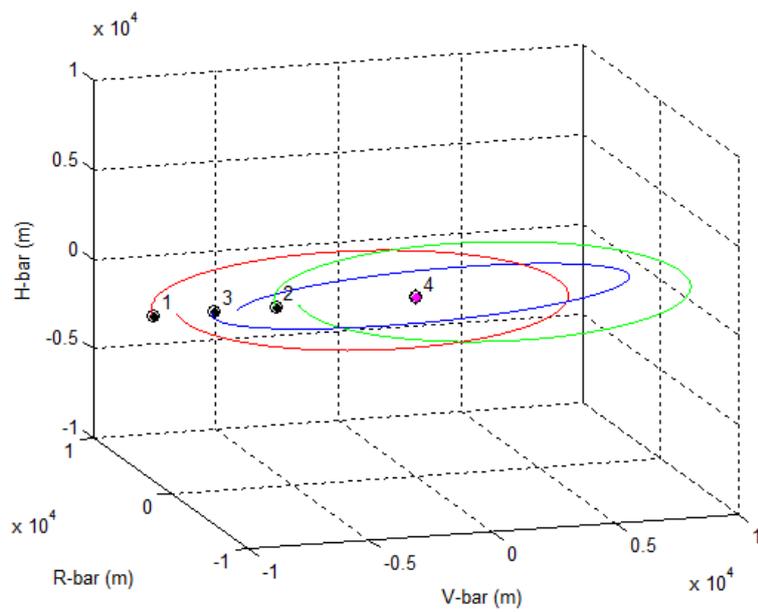
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.21 - Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3 .



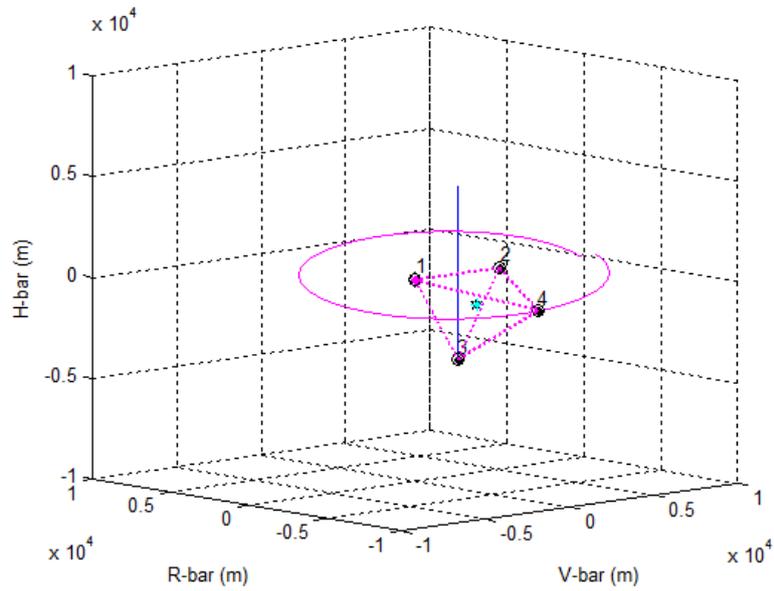
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.22 - Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_3 relativo a S_4 .



Fonte: Produção do autor.

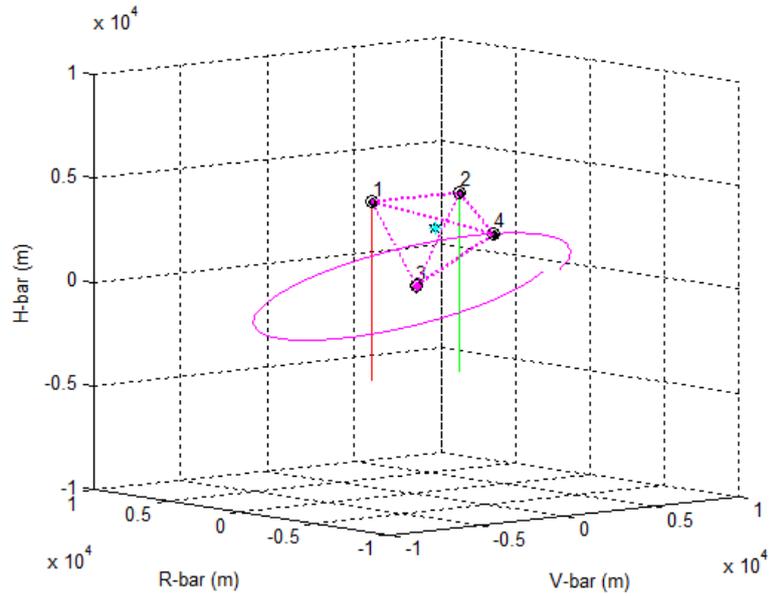
Figura 5.23 - Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_1 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_3 e S_4 relativos a S_1 .



Fonte: Produção do autor.

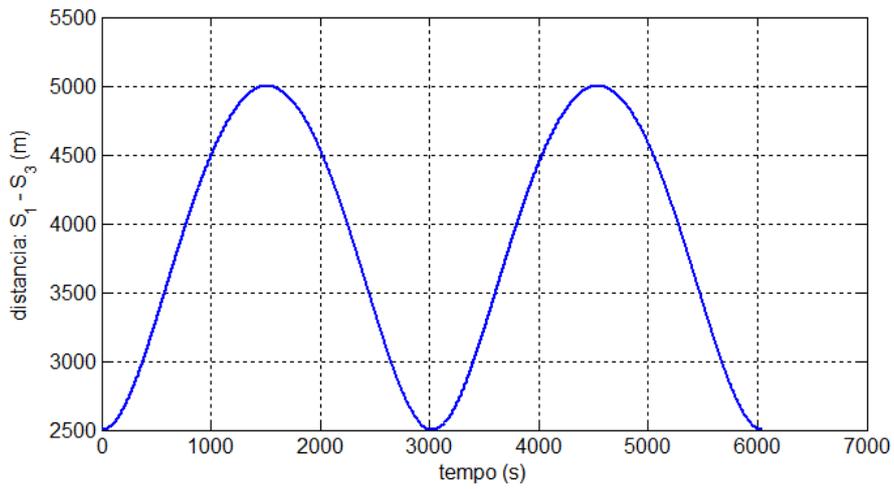
A deterioração da trajetória de S_4 é também percebida conforme mostra a Figura 5.27, onde fica evidente que há uma dissonância entre a posição de S_4 relativo a S_3 . Nos instantes de 1500 s e 4500 s a distância relativa entre esses satélites deveria ser de 5000 m, porém isso não acontece.

Figura 5.24 - Formação de voo tetraédrica observada do sistema de coordenadas centrado em S_3 e as trajetórias assumidas pelos satélites S_1 , S_2 e S_4 relativos a S_3 .



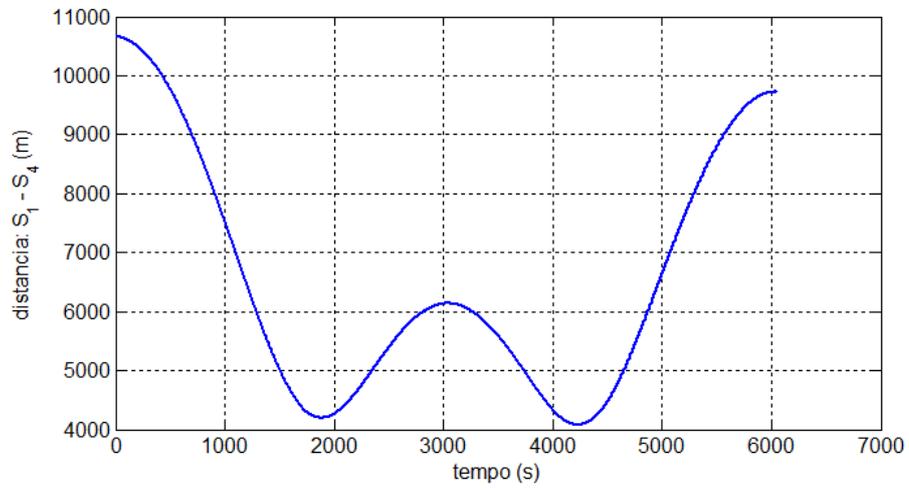
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.25 - Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_3 .



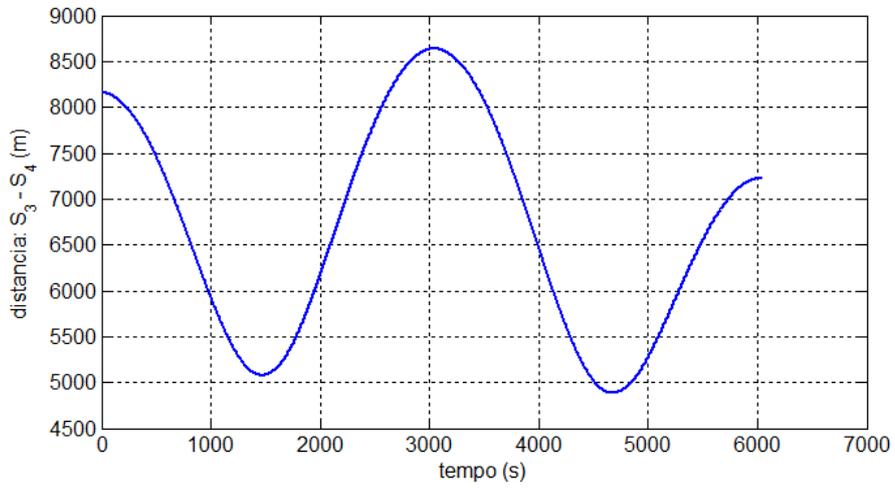
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.26 - Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_4 .



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.27 - Posicionamento relativo entre os satélites S_3 e S_4 .



Fonte: Produção do autor.

5.3 SIMULAÇÃO REFERENTE A FASE C - DINÂMICA DO MOVIMENTO ORBITAL DOS QUATRO SATÉLITES, CONSIDERANDO AS PERTURBAÇÕES ORBITAIS E MEDIDAS CORRETIVAS DE CONTROLE POR MEIO DE PROPULSÃO DE BAIXO EMPUXO

A simulação III considera que as trajetórias dos satélites serão alteradas pelo efeito do Geopotencial, da atração gravitacional do Sol e da Lua, arrasto atmosférico e pressão de radiação solar. Um sistema de controle em malha fechada é responsável por atenuar os efeitos dessas perturbações orbitais nas trajetórias dos satélites. Essa simulação avalia a deterioração da posição dos satélites e a efetividade das ações de controle que inibem os efeitos dessas perturbações.

O tempo total de simulação é de 24220 s dividido em duas partes, período de atuação do controlador tempo = 12110 s e período em que os atuadores deixam de agir sobre o satélite tempo = 12110 s, a tolerância relativa à aresta nominal, 5000 m, é $\delta = 50$ m, a tolerância relativa às diferenças entre as posições é $\delta = 100$ m e a tolerância relativa ao volume nominal do tetraedro regular é $\delta = 0,05$ km³. Para esta terceira análise foram considerados os seguintes dados conforme mostra a Tabela 5.3.

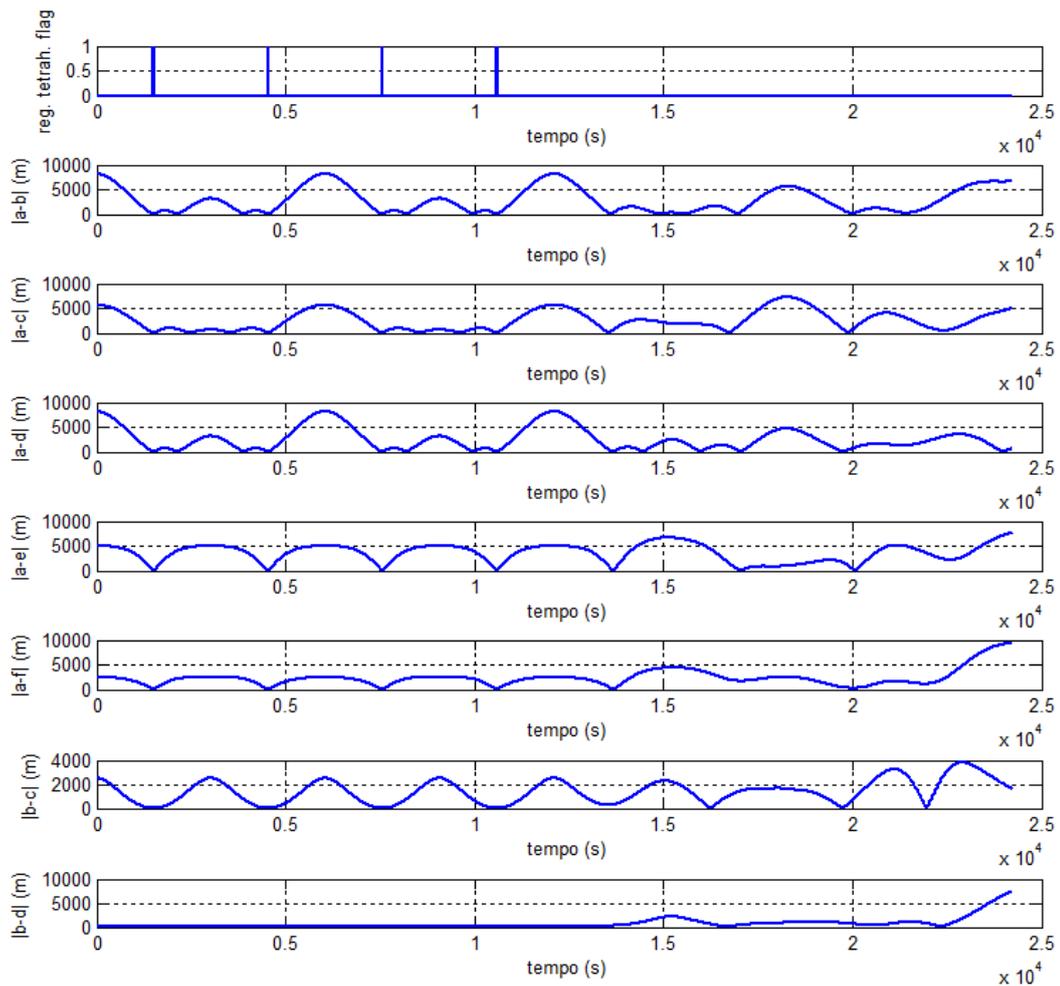
Tabela 5.3 - Parâmetros de entrada da simulação: Fase C.

	Satélite 1	Satélite 2	Satélite 3	Satélite 4
h (m)	800000	800000	800000	800000
r (m)	5000	5000	5000	5000
a (m)	7178138	7178138	7178138	7178138
e	0	0	0	0,0005687383463373053
i (°)	0	0	0,034562999271458	0,011520999757153
Ω (°)	0	0	0	0
ω (°)	0	0	0	270
M (°)	0	0,0399099558281	0,01995497791405	90,01995497791405

A simulação considera que os atuadores são acionados desde o início da simulação para que as posições orbitais dos satélites sejam corrigidas a todo instante. A trajetória dos satélites permanece inalterada durante a ação dos atuadores e a periodicidade da formação da geometria de um tetraedro regular é garantida como pode-se observar na Figuras 5.28 e 5.29. Até o tempo de 12110 s os atuadores estão ligados de maneira a atenuar os efeitos das perturbações orbitais. No momento em que os

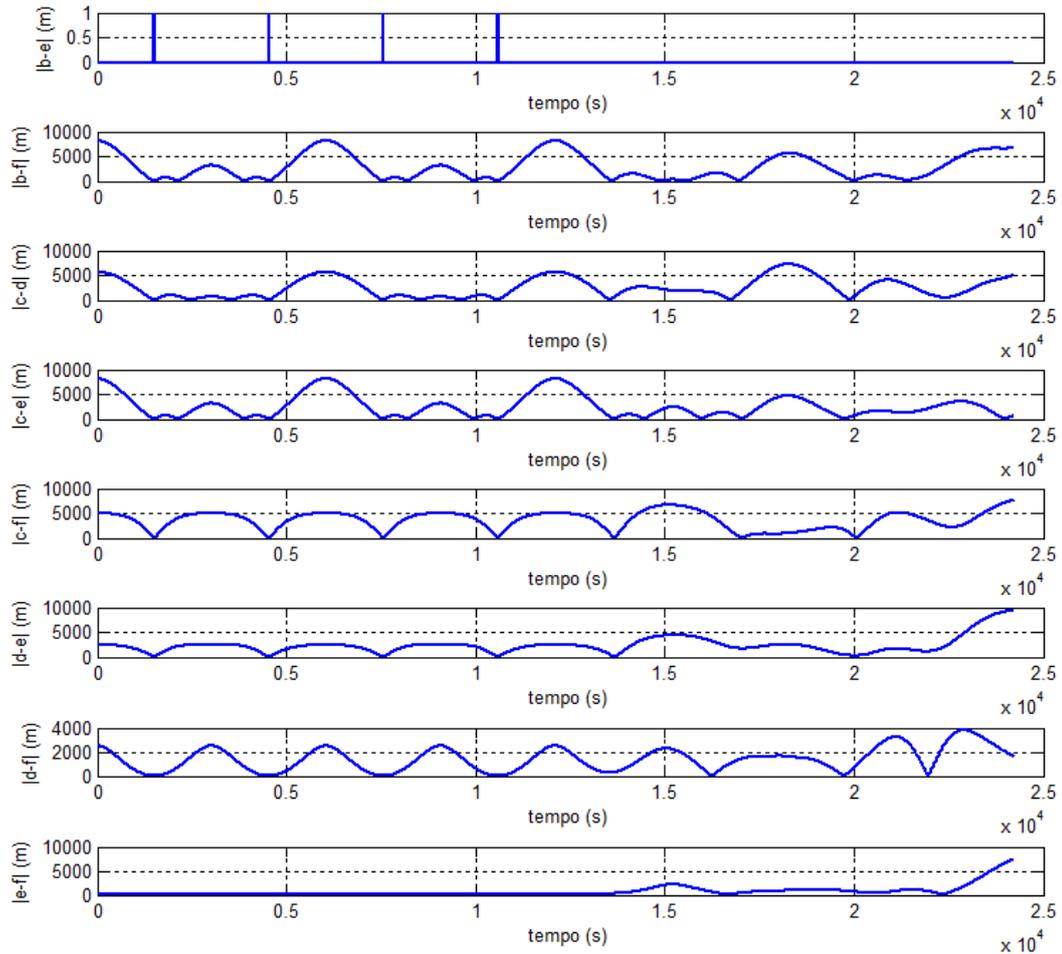
atuadores são desligados os satélites deixam de corrigir suas posições, por meio da atuação, e a periodicidade da conjunção dos satélites se torna comprometida e o flag deixa de sinalizar a ocorrência do tetraedro regular.

Figura 5.28 - (a) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.29 - (b) Diferenças modulares dos vetores que definem todas as arestas do tetraedro.



Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.30 apresenta os instantes em que este *flag* detecta o volume formado pelos satélites. Mais uma vez percebe-se que este sinalizador não se mostra confiável na detecção de um tetraedro regular, já que após o desligamento dos atuadores, ele detectou a formação de dois prováveis volumes semelhantes ao de um tetraedro regular, porém isso não significa que os satélites se dispuseram sob a geometria de um tetraedro regular.

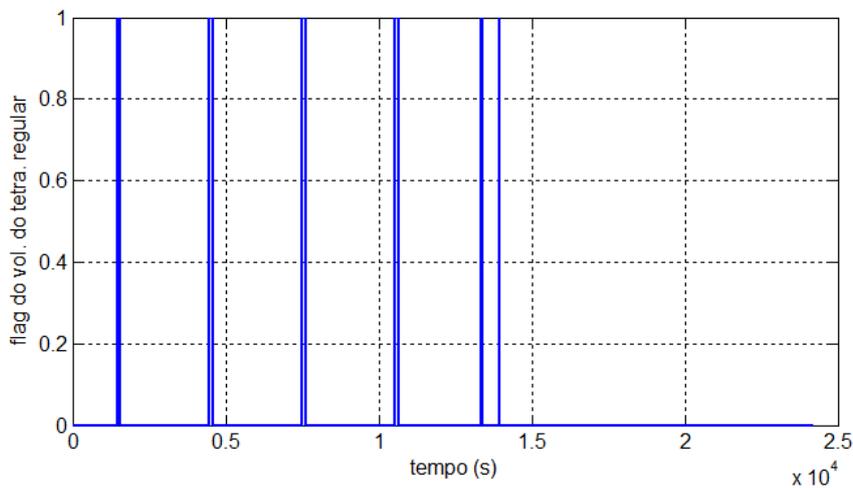
Este *flag* sinaliza os instantes em que a posição entre os satélites mede 5000 m mais a tolerância admitida para esse sinalizador. Mais uma vez é possível perceber que assim que os atuadores deixam de corrigir a posição dos satélites, a formação de um tetraedro regular se torna inexistente, ou seja, se não houver um sistema de controle capaz de agir na trajetória perturbada dos satélites o agrupamento dos satélites em um tetraedro regular torna-se impossível como mostra a Figura 5.31.

A Figura 5.32 apresenta a trajetória perturbada dos satélites S_2 , S_3 e S_4 observadas do referencial de S_1 .

O movimento relativo e o comportamento das trajetórias dos satélites S_1 , S_2 e S_4 pode ser observado do referencial de S_3 , conforme apresenta a Figura 5.33.

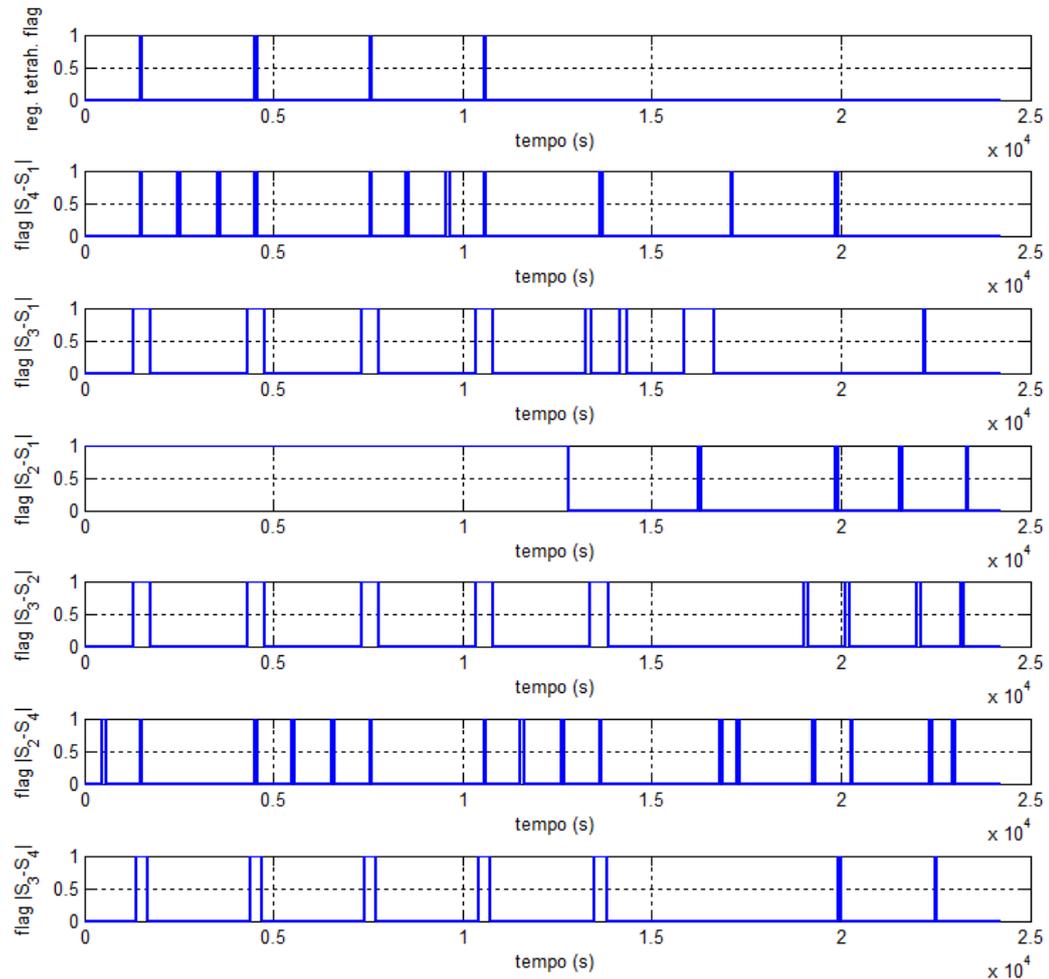
O posicionamento do referencial no G do tetraedro ajuda a perceber como a posição dos satélites S_1 , S_2 e S_3 e S_4 se degrada assim que os atuadores deixam agir na correção da posição das espaçonaves (Figura 5.34).

Figura 5.30 - *Flag* de detecção do volume da formação tetraédrica.



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.31 - *Flags* sinalizadores da formação tetraédrica de satélites.



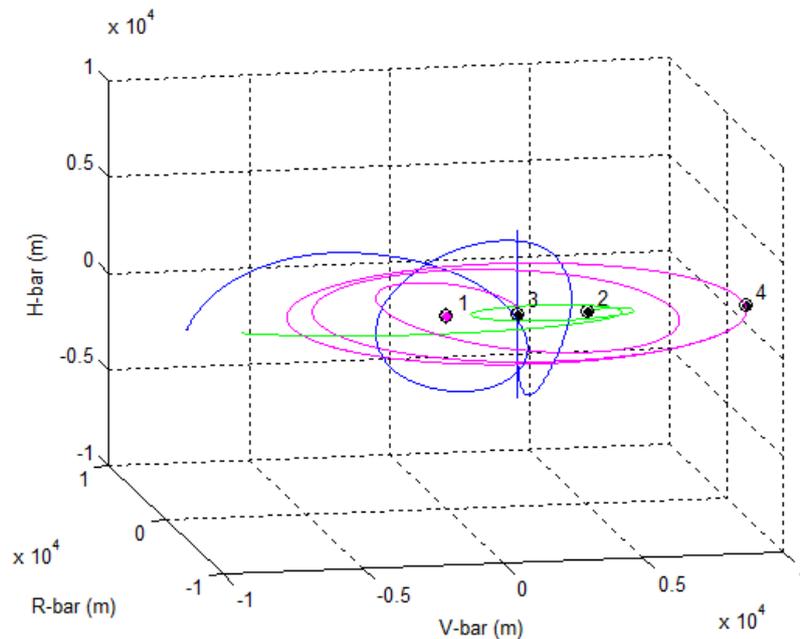
Fonte: Produção do autor.

A Figura 5.35 mostra a evolução da posição e da velocidade relativa entre os satélites S_1 e S_2 devido a ação das perturbações orbitais. Durante os dois períodos orbitais iniciais a posição relativa entre eles é mantida por causa da ação dos atuadores, mas assim que os mesmos deixam de atuar a posição e a velocidade entre os satélites evoluem. A velocidade apresenta pequenas oscilações durante os instantes em que o atuador se encontra ligado e isso ocorre devido a própria variação da velocidade devido aos incrementos de velocidade na correção da posição. O estado das espaçonaves, posição e velocidade, é função dos elementos keplerianos. Se os elementos

keplerianos variam em função do tempo e variam de maneira distinta para os satélites, a tendência é que suas trajetórias assumam comportamentos diferentes. Mesmo os satélites S_1 e S_2 que possuem o mesmo plano orbital estarão sujeitos a magnitudes perturbativas diferentes e por este motivo a distância e a velocidade relativa entre eles varia.

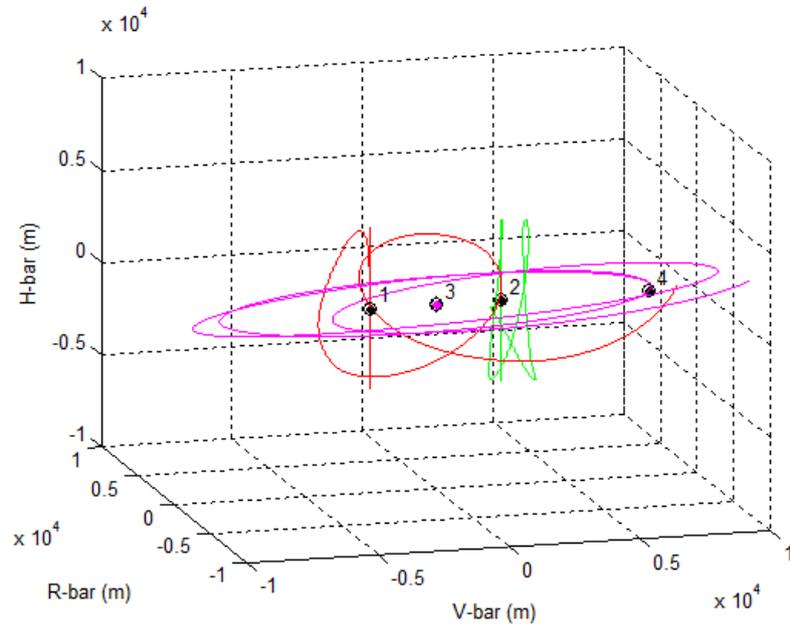
Os satélites sofrem perturbações e os atuadores agem sobre os efeitos das perturbações orbitais, corrigindo, a cada instante, a posição dos satélites para a órbita de referência. A Figura 5.36 apresenta os incrementos de velocidade aplicados pelos propulsores aos satélites S_1 e S_2 nos eixos (x, y, z) e DV é o valor absoluto do incremento de velocidade aplicado pelos propulsores. Pode-se perceber que apesar das curvas de incremento de velocidade serem similares elas não são exatamente iguais. Isso é compreendido e corrobora com o que já fora explicado na figura anterior, as magnitudes das perturbações são variantes entre os satélites e por isso os incrementos de velocidade aplicados pelos propulsores de modo a atenuar o efeito das perturbações também o são.

Figura 5.32 - Movimento relativo de S_2 , S_3 e S_4 relativo a S_1 .



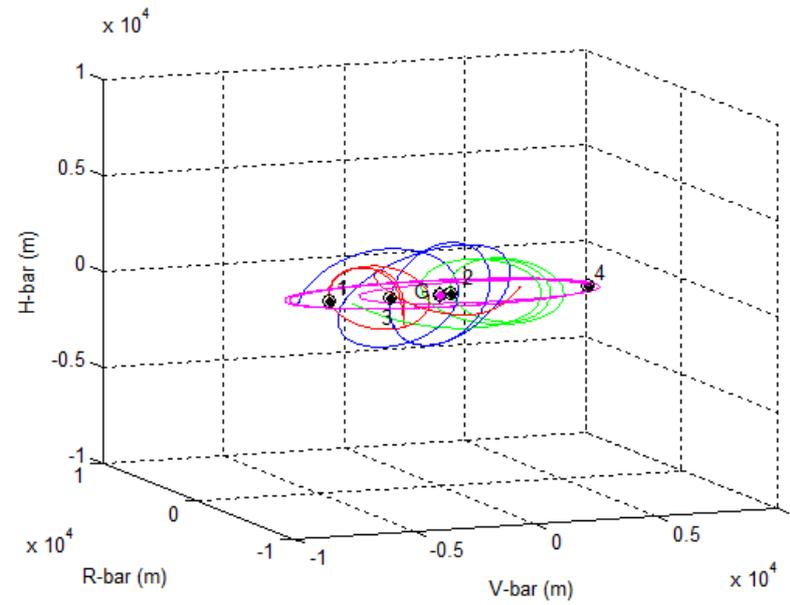
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.33 - Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3 .



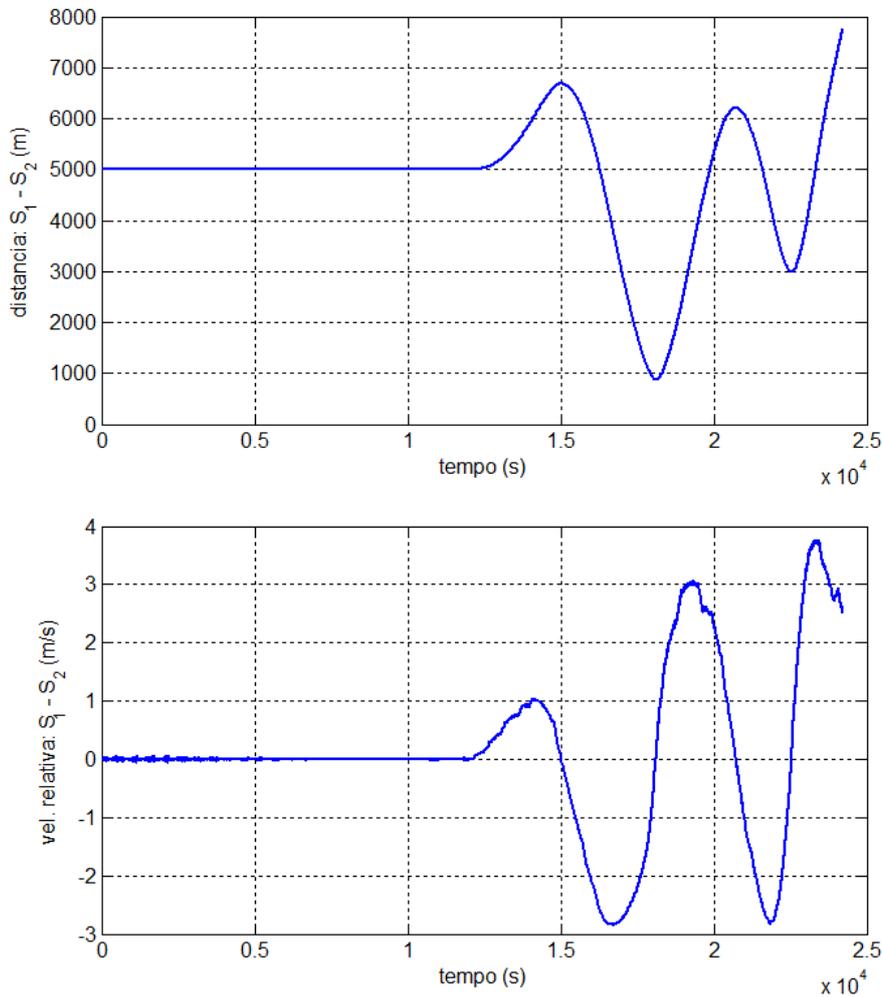
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.34 - Movimento relativo de S_1 , S_2 e S_4 relativo a S_3 .



Fonte: Produção do autor.

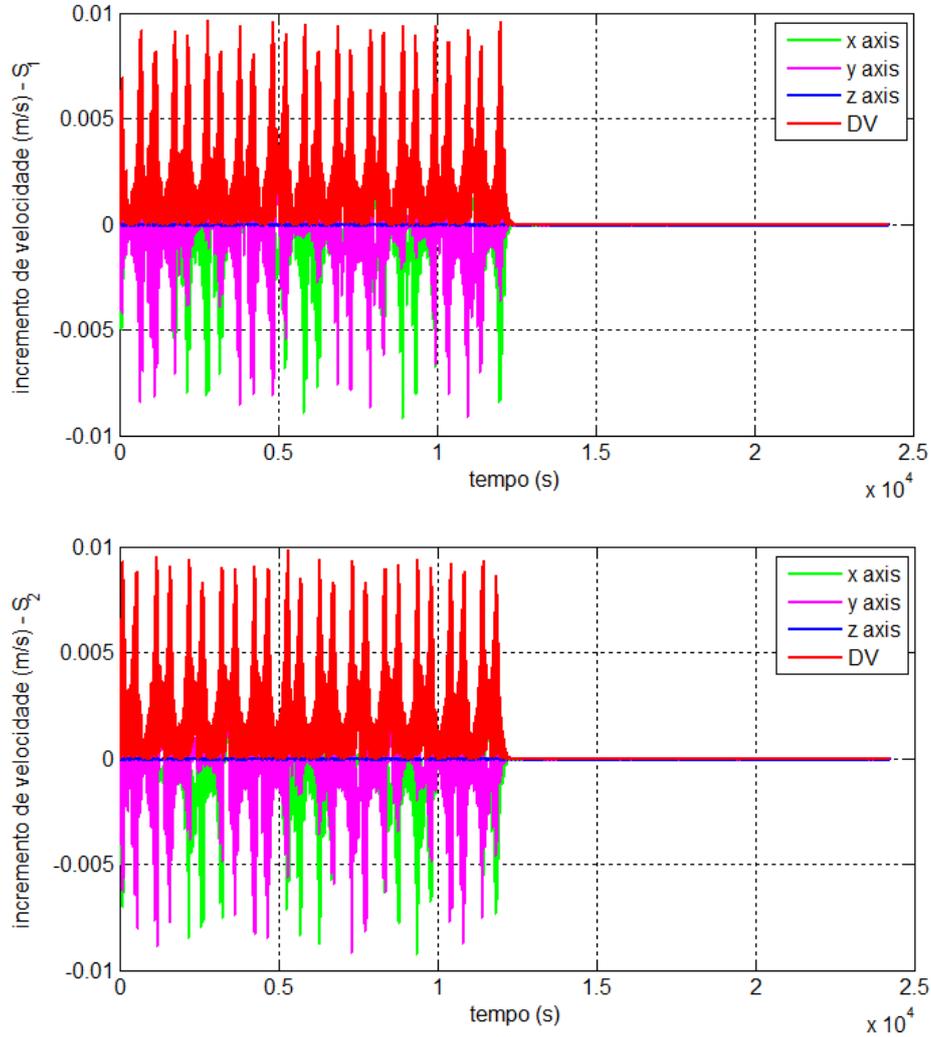
Figura 5.35 - Posicionamento relativo entre os satélites S_1 e S_2 .



Fonte: Produção do autor.

A magnitude das perturbações orbitais é representada pela Figura 5.37. Essa imagem mostra a variação da velocidade dos satélites nos eixos (x, y, z) devido a ação da perturbação orbital e a magnitude total das perturbações em cada satélite. Percebe-se que mesmo para satélites que possuem uma mesma órbita, apesar de aparentarem semelhantes, as perturbações agem de maneira distinta para cada satélite, entretanto o incremento de velocidade aplicado pelo atuador e o incremento de velocidade devido às perturbações orbitais possuem a mesma magnitude, o que comprova o êxito do sistema de controle em mitigar os efeitos das perturbações orbitais.

Figura 5.36 - Incrementos de velocidade (ΔV) aplicados pelos propulsores para os satélites S_1 e S_2 .



Fonte: Produção do autor.

A perturbação do arrasto atmosférico e da pressão de radiação provocam uma variação no semi-eixo maior dos satélites S_1 e S_2 . A perturbação do potencial gravitacional terrestre gera uma variação da excentricidade da órbita dos satélites, que por sua vez afeta o semi-eixo da órbita. A variação do semi-eixo maior da órbita para os satélites S_1 e S_2 pode ser vista na Figura 5.38. O modelo do Geopotencial está considerando ordem e grau 1000 para os coeficientes dos harmônicos esféricos da expressão do potencial gravitacional terrestre. Num determinado instante, os satélites S_1 e S_2 possuem uma determinada posição em relação a Terra p_1 e p_2 durante a atuação da

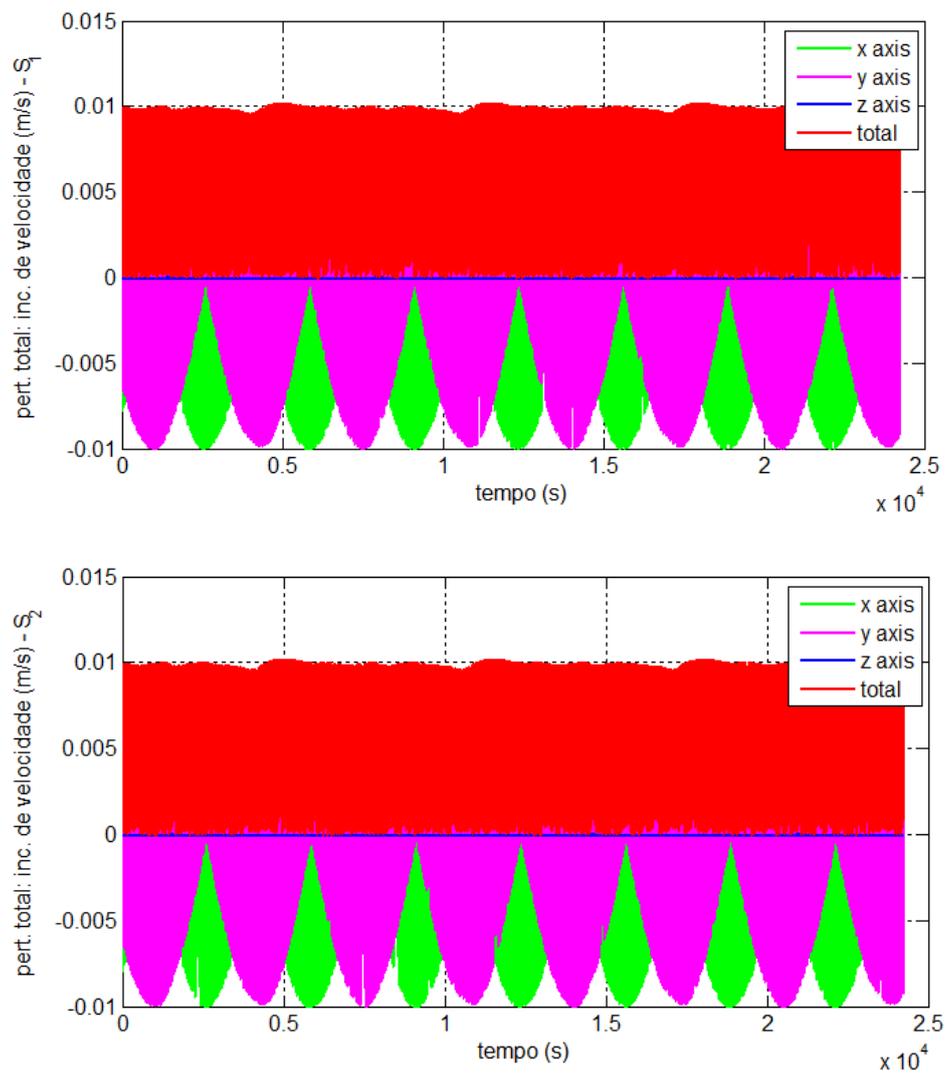
perturbação do Geopotencial naquele instante. Com exceção da anomalia média, os parâmetros orbitais destes satélites são o mesmo. No instante seguinte, quando S_1 atinge p_2 , espera-se que a perturbação sofrida por esse satélite seja a mesma que S_2 sofrera naquela posição, entretanto não é o que ocorre. Para cada instante há um potencial agindo sobre o satélite e as posições dessa perturbação não são constantes porque a Terra está girando, ou seja, quando S_1 atingir a posição em que S_2 se encontrava a um dado potencial gravitacional, a Terra se movimentou e a magnitude do potencial que agirá sobre S_1 será distinta da que agia sobre S_2 . Isso explica por que os desvios do semi-eixo de S_1 e S_2 não são os mesmos.

A perturbação do Geopotencial varia a excentricidade, porém como já explicado anteriormente o comportamento desigual da perturbação para os satélites com parâmetros orbitais similares se dá porque a perturbação age de forma distinta para cada satélite (Figura 5.39).

Devido às perturbações, o plano orbital de S_1 e S_2 que antes possuía inclinação zero passou a ser perturbado de tal forma que ambos adquiriram órbitas inclinadas. Essa detecção é feita por meio da diferença entre a órbita de referência, órbita não perturbada, com a órbita atual, que se encontra inserida em meio as perturbações orbitais (Figura 5.40). As perturbações orbitais deterioraram a posição de todos os satélites.

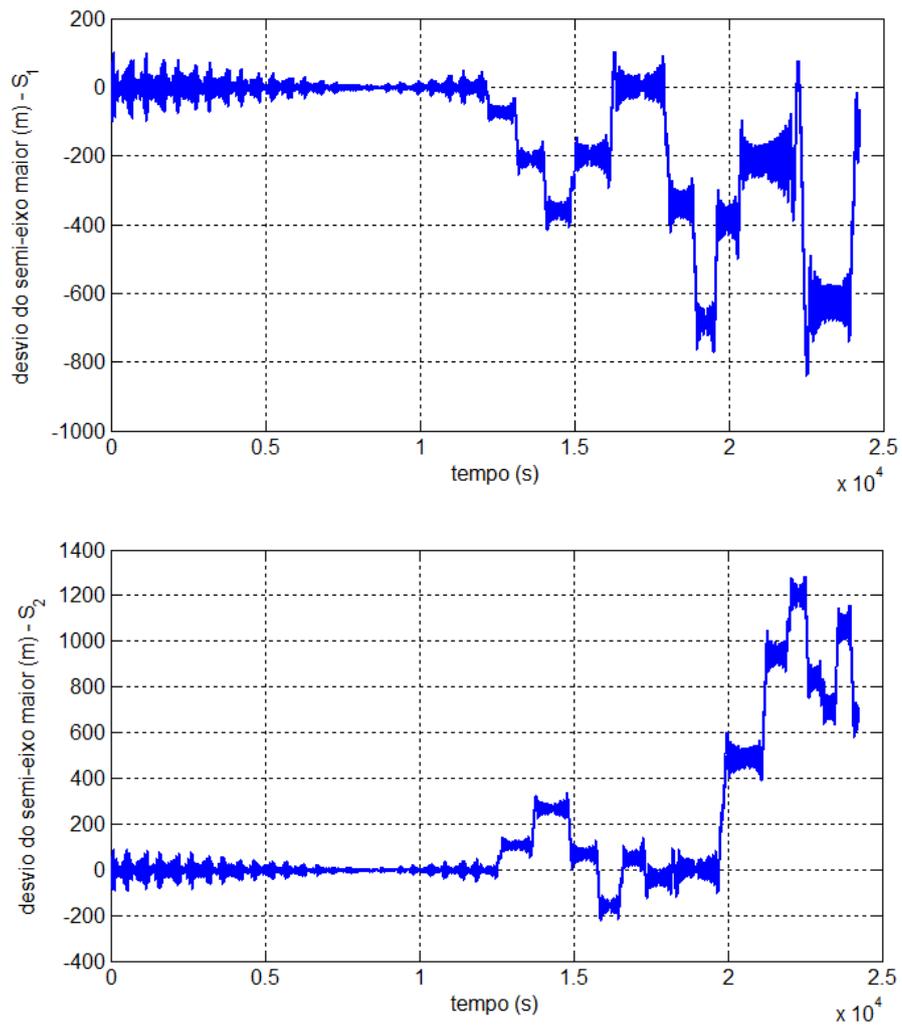
A Figura 5.41 apresenta o consumo de massa dos satélites S_1 e S_2 e é possível perceber que a massa expelida é levemente distinta entre eles, mostrando que de fato os satélites estão submetidos a perturbações orbitais distintas, já que S_2 possui um consumo de propelente maior que S_1 .

Figura 5.37 - Incremento de velocidade total devido as perturbações orbitais aplicadas nos satélites S_1 e S_2 .



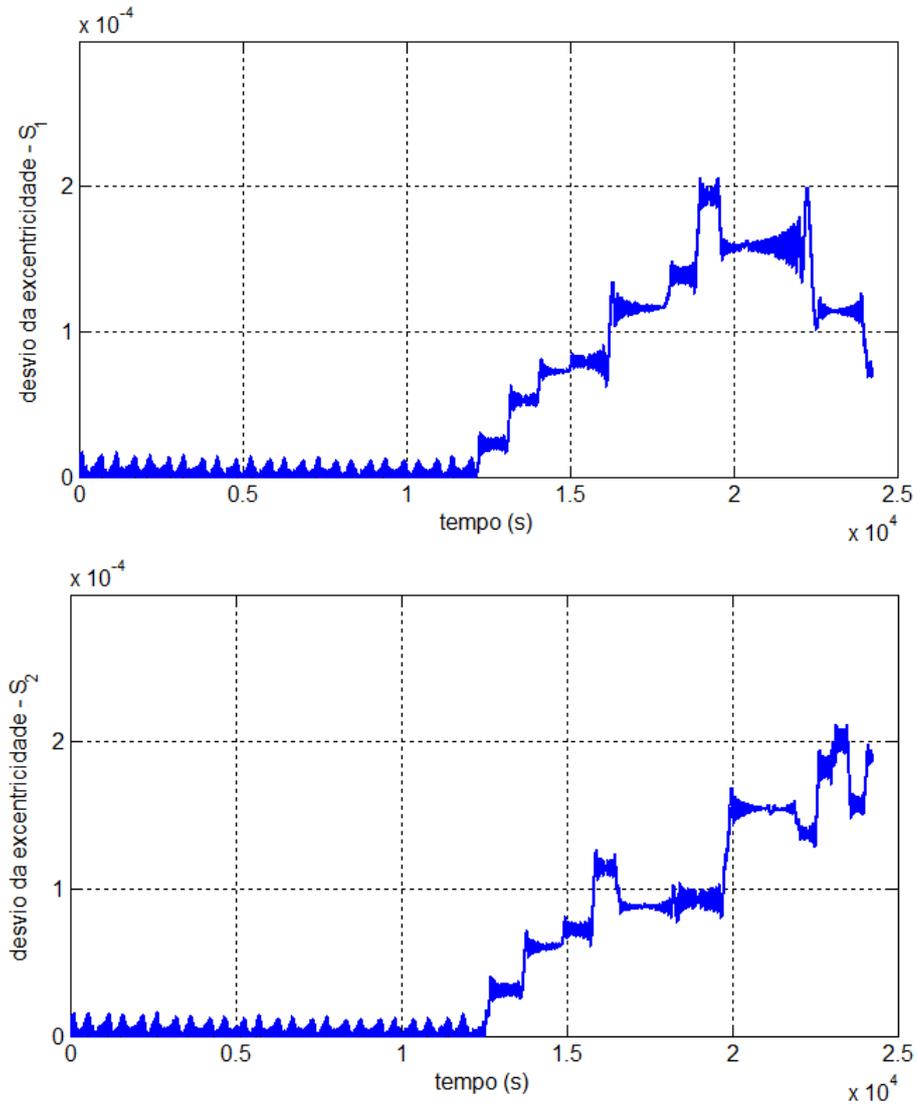
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.38 - Diferença entre o semi-eixo maior da órbita de referência e a órbita estimada dos satélites S_1 e S_2 .



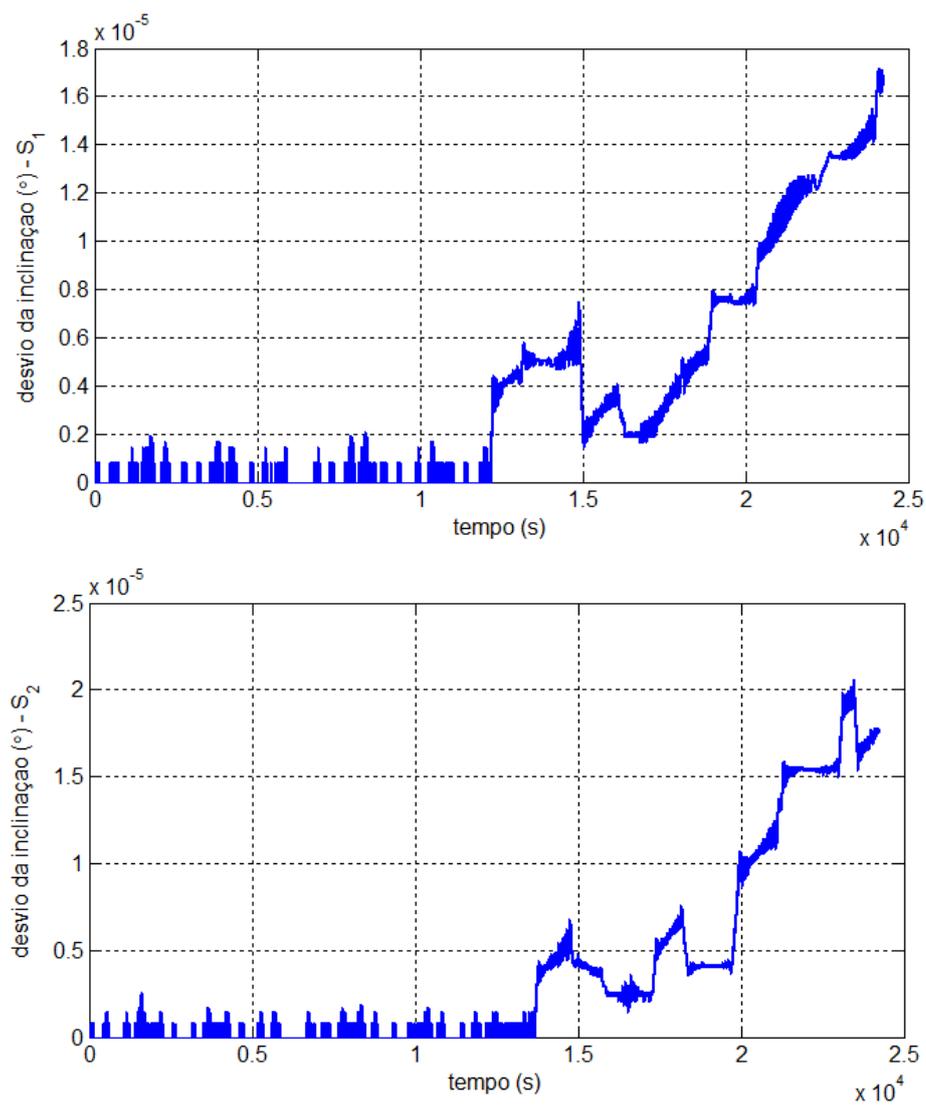
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.39 - Diferença entre a excentricidade da órbita de referência e a órbita estimada dos satélites S_1 e S_2 .



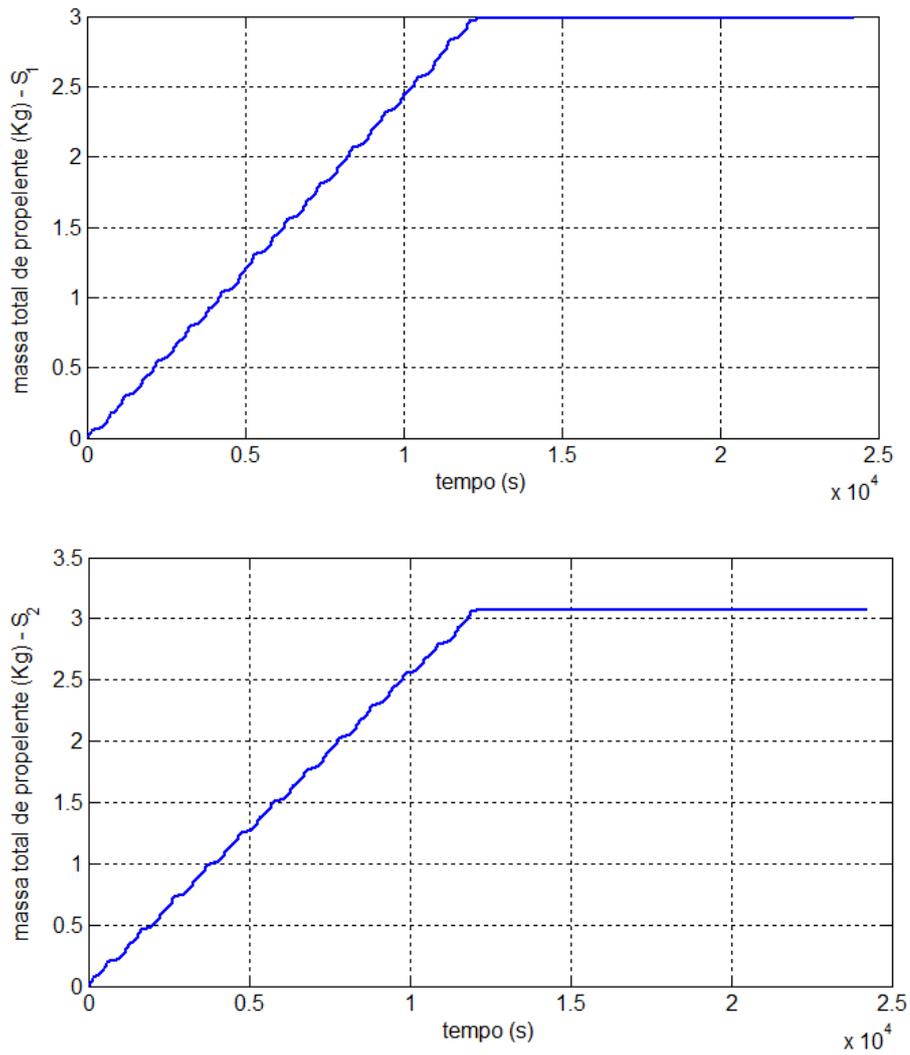
Fonte: Produção do autor.

Figura 5.40 - Diferença entre a inclinação da órbita de referência e a órbita estimada dos satélites S_1 e S_2 .



Fonte: Produção do autor.

Figura 5.41 - Comparação entre os consumos de combustível de S_1 e S_2 .



Fonte: Produção do autor.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS DO TRABALHO

O estudo mostrou-se bastante desafiador e cheio de minuciosas análises. Desde os métodos de detecção do poliedro regular dentro das tolerâncias (taxa permitida de erro) definidas no algoritmo aos conceitos trigonométricos mais fundamentais utilizados para calcular os parâmetros orbitais das espaçonaves.

Como método de detecção da formação de voo tetraédrica regular foi proposto um algoritmo com três redundâncias que visam sinalizar com certa precisão a posição dos satélites dispostos na formação almejada. Quando as espaçonaves se agrupam de tal forma a atingir um volume dentro da tolerância admitida, o *flag* sinaliza a ocorrência da formação tetraédrica, porém esta informação única não garante que o sólido formado seja um tetraedro regular. O poliedro pode ter se formado com um volume próximo ao esperado, mas não ser de fato regular devido à margem de erro. Para isso são avaliados os *flags* de redundância, um *flag* inerente as diferenças entre as posições relativas das espaçonaves dentro do erro permitido e o *flag* que considera o valor da aproximação máxima admitida entre as espaçonaves e o erro permitido. A avaliação, se de fato o poliedro esperado formou um tetraedro regular, fez-se possível com a análise mútua de todos os critérios adotados.

Na Fase A, a posição das espaçonaves é muito bem conhecida e não há fatores perturbativos que deterioram a trajetória dos satélites, o que explica a formação periódica do tetraedro regular nos apsides da órbita elíptica.

Na Fase B, a posição dos satélites S_1 , S_2 e S_3 permanece inalterada, enquanto que um erro atribuído a posição inicial do satélite S_4 é o suficiente para que a periodicidade da formação seja destruída. Também foi possível perceber que dentro das tolerâncias atribuídas a cada detector de formação, os *flags* indicaram coisas distintas entre si. O *flag* que sinaliza a formação por meio da diferença entre as arestas não detecta a formação de um tetraedro regular em nenhum instante. O *flag* do volume sinaliza a formação do tetraedro em dois instantes próximos, todavia por ser função das arestas do tetraedro, o valor detectado aponta para uma formação que possui o mesmo valor calculado para um tetraedro regular, porém este não indica, necessariamente, que se trata de um tetraedro regular. O *flag* das distâncias relativas aponta que há uma única formação de um tetraedro regular próxima do tempo de 1500 s. Os *flags* possuem tolerâncias distintas quanto ao momento exato da detecção do tetraedro regular e como não foi efetuado, neste momento, um estudo específico na forma de se definir estas tolerâncias e a determinação destas é de extrema importância para um estudo de viabilidade de missão, pois essas refinam os dados que ilustram a

formação precisa de um tetraedro regular. Admite-se que a formação do tetraedro regular ocorre por volta dos 1500 s, com uma tolerância associada a este tempo, já que não há uma conformidade entre os tempos dos *flags* que detectaram a formação de um tetraedro regular.

Na Fase C, percebe-se que o sistema de controle minimiza os efeitos das perturbações orbitais enquanto ativo por dois períodos orbitais. Propositadamente, nos dois períodos orbitais seguintes ele deixa de atuar, mostrando que as medidas de controle são fundamentais para que haja a formação periódica do tetraedro regular. Com base no comportamento de S_1 e S_2 que se encontram no mesmo plano orbital, apenas defasados entre si por um ΔM , suas trajetórias mostraram ser diferentes entre si. Em um determinado instante ambos os satélites se encontram submetidos a perturbações orbitais. Passado o tempo quando o satélite S_1 se encontra sobre uma posição idêntica à do do satélite S_2 como a Terra girou e o potencial atuante sobre S_1 é distinto ao potencial que atuava sobre S_2 , ou seja, a perturbação aplicada aos satélites devido o potencial terrestre é única para cada satélite naquele instante. Isso ocorre porque as perturbações orbitais atuam em cada um dos satélites de forma diferente em instantes diferentes. Conclui-se que o principal responsável pelo efeito da perturbação seja o modelo do Geopotencial, já que as demais perturbações não variam com a mesma magnitude do potencial terrestre. O intuito de focar apenas nos satélites S_1 e S_2 dá-se pelo fato de ambos possuírem parâmetros orbitais semelhantes, similaridades entre si, e mesmo assim suas trajetórias foram completamente perturbadas e, conseqüentemente degradadas. A análise com base nestes dois satélites, por si só, já se mostra suficiente para afirmar que se mostra impossível a formação de um tetraedro regular sem a utilização de medidas corretivas orbitais. Os satélites S_3 e S_4 apresentaram comportamento similares aos satélites S_1 e S_2 quanto a deterioração das suas órbitas devido as perturbações, por este motivos optou-se por omitir seus resultados.

Este trabalho constatou que todo o comportamento do movimento orbital durante todas as Fases A, B e C e da disposição de uma constelação de satélites voando em formação mostrou-se de fato não trivial e contra intuitivo. Esta percepção mostrou-se aparente na simulação referente a Fase C, já que se os parâmetros das órbitas das espaçonaves não forem ajustados precisamente, as posições das espaçonaves evoluem de maneira significativa e mostra-se não ser trivial a ideia de imaginar que o posicionamento das espaçonaves pode ser obtido na tentativa e erro ou de forma aleatória. Se não houver um sistema de controle capaz de corrigir a posição dos satélites se torna impossível garantir a periodicidade da ocorrência do tetraedro

regular.

Com base nos dados, é possível afirmar que qualquer analogia entre os conceitos que definem uma formação de voo de aeronaves e uma formação de satélites, em uma configuração orbital em um dado momento, se mostra não similar e, portanto, se trata de uma falha conceitual trata-las com igualdade. Assim, o termo formação de voo, ou *formation flying*, utilizado para satélites é equivocado. O termo formação orbital de satélites, *satellite orbital formation*, é mais adequado.

6.1 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

- Apresentar uma modelagem que considere a formação do tetraedro para órbitas completamente distintas entre si e cada órbita contém um único satélite;
- Abordar a formação do tetraedro regular em uma posição distinta dos apsides, ou seja, considerar que a formação ocorra sobre qualquer ponto da órbita;
- Estudar o comportamento das trajetórias dos satélites que estão sobre outras formações de outras geometrias poliédricas regulares;
- Apesar de ser uma característica específica de cada missão, seria interessante fazer um estudo minucioso sobre a determinação das tolerâncias dos *flags* de detecção do tetraedro regular;
- Manobrar os satélites tirando-os de sua órbita de referência para um outro conjunto de órbitas distintas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- BAMFORD JR., W. A. **Navigation and control of large satellite formations**. Tese (Doutorado) — The University of Texas at Austin, 2004. 34
- CHOBOTOV, V. **Orbital mechanics**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1996. (AIAA education series). ISBN 9781563471797. 21, 25
- CLEMENTE, D. C.; ATKINS, E. M. Optimization of a Tetrahedral Satellite Formation. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 42, p. 699–710, jul. 2005. 34
- CLOHESSY, W. H.; WILTSHIRE, R. S. Terminal Guidance System for Satellite Rendezvous. **Journal of the Aerospace Sciences**, v. 27, p. 653–658, set. 1960. 28
- FEHSE, W. **Automated Rendezvous and Docking of Spacecraft**. [S.l.]: Cambridge University Press, 2003. (Cambridge Aerospace Series). ISBN 9781139440684. 28
- FERREIRA, J. L.; MARTINS, A. A.; MIRANDA, R.; SCHELLING, A.; ALVES, L. S.; COSTA, E. G.; COELHO, H. O. J.; BRANCO, A. C.; LOPES, F. N. O. Permanent magnet hall thrusters development and applications on future brazilian space missions. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 641, n. 1, p. 012016, 2015. 36
- GARNER, R. **Magnetospheric Multiscale**. 2016. Online. Acesso em: 2016-04-12. 6
- GONÇALVES, L. D. **Manobras orbitais de satélites artificiais lunares com aplicação de propulsão contínua**. 301 p. Dissertação (Dissertação de mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP, 2013. 36
- GONÇALVES, L. D.; ROCCO, E. M.; MORAES, R. V. Orbital maneuvers of a lunar artificial satellite, under the action of gravitational and non-gravitational perturbation forces. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 2015, Munich, Germany. **Proceedings...** Munich, 2015. 36
- _____. Estudo do campo gravitacional de marte considerando a expansão dos harmônicos esféricos até grau e ordem 80. In: CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2016, Fortaleza, Brasil. **Proceedings...** Fortaleza, CE, 2016. 36

GRUEBER, T.; KÖHL, A. Validation of the egm2008 gravity field with gps-leveling and oceanographic analyses. In: IAG INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON "GRAVITY, GEOID AND EARTH OBSERVATION, 2008, Chania, Greece. **Proceedings...** Chania, 2008. 53

HARRIS, M.; LYLE, R. **Spacecraft Radiation Torques**. Washington, United States: NASA SPACE VEHICLE DESIGN CRITERIA (Guidance and Control), October 1969. 1-41 p. 23, 24

HILL, G. W. On differential equations with periodic integrals. **Annals of Mathematics**, Annals of Mathematics, v. 3, n. 5, p. 145–153, 1887. ISSN 0003486X. 28

HOGAN, J. M.; JOHNSON, D. M. S.; DICKERSON, S.; KOVACHY, T.; SUGARBAKER, A.; CHIOW, S.-W.; GRAHAM, P. W.; KASEVICH, M. A.; SAIF, B.; RAJENDRAN, S.; BOUYER, P.; SEERY, B. D.; FEINBERG, L.; KESKI-KUHA, R. An atomic gravitational wave interferometric sensor in low earth orbit (AGIS-LEO). **General Relativity and Gravitation**, v. 43, p. 1953–2009, jul. 2011. 35

HOU, Y.-G.; ZHANG, M.-J.; ZHAO, C.-Y.; SUN, R.-Y. Control of tetrahedron satellite formation flying in the geosynchronous orbit using solar radiation pressure. **Astrophysics and Space Science**, v. 361, p. 144, abr. 2016. 34

KENYON, S.; FACTOR, J.; PAVLIS, N.; HOLMES, S. Towards the Next Earth Gravitational Model to Degree 2160: Status and Progress. **AGU Spring Meeting Abstracts**, maio 2006. 53

KONOPLIV, A. S.; ASMAR, S. W.; CARRANZA, E.; SJOGREN, W. L.; YUAN, D. N. Recent Gravity Models as a Result of the Lunar Prospector Mission. **Icarus**, v. 150, p. 1–18, mar. 2001. 36

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; KONDAPALLI, R. R. **Satélites artificiais - movimento orbital**. São José dos Campos, SP: INPE, 2011. 103 p. 20, 25

LI, J.; MENG, X.; GAO, Y.; LI, X. Study on relative orbital configuration in satellite formation flying. **Acta Mechanica Sinica**, v. 21, p. 87–94, fev. 2005. 33

LIM, H.-C.; BANG, H. Adaptive control for satellite formation flying under thrust misalignment. **Acta Astronautica**, v. 65, p. 112–122, jul. 2009. 34

- MAHLER, W. F. C.; SANTOS, D. P. S. **Estudo de manobras orbitais utilizando algoritmo genético**. São José dos Campos, SP: INPE, jul 2011. 1-35 p. 23
- MAIOLINO, J. V. **Uma proposta para a atualização do segmento espacial do sistema brasileiro de coleta de dados orientada pela engenharia de sistemas**. 222 p. Dissertação (Dissertação de mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP, 2011. 35
- MARCELINO, E. W. **Controle de trajetória orbital em manobras de empuxo contínuo de longo prazo**. 186 p. Dissertação (Dissertação de mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP, 2009. 35
- MAZAL, L.; GURFIL, P. Closed-loop distance-keeping for long-term satellite cluster flight. **Acta Astronautica**, v. 94, p. 73–82, jan. 2014. 34
- MCCLAIN, W.; VALLADO, D. **Fundamentals of Astrodynamics and Applications**. [S.l.]: Springer Netherlands, 2001. (Space Technology Library). ISBN 9780792369035. 7, 8, 9, 10, 15, 16, 17, 18, 37, 38, 40
- OLIVEIRA, T. C.; ROCCO, E. M.; PRADO, A. F. B. A.; FERREIRA, J. L. A study of the duration of the passage through the van allen belts for a spacecraft going to the moon. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, n. 1, p. 012019, 2013. 36
- PAVLIS, N. K.; HOLMES, S. A.; KENYON, S. C.; FACTOR, J. K. An earth gravitational model to degree 2160:egm2008. In: GENERAL ASSEMBLY OF THE EUROPEAN GEOSCIENCES UNION, 2008, Vienna, Austria. **Proceedings...** Vienna: General Assembly of the European Geosciences Union, 2008. 53
- ROCCO, E. M. **Manutenção orbital de constelações simétricas de satélites utilizando manobras impulsivas ótimas com vínculo de tempo**. Tese (Tese de doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, INPE, São José dos Campos, SP, 2002. 3
- ROCCO, E. M. Multi-objective optimization applied to satellite constellation i: Formulation of the smallest loss criterion. In: 54TH INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS OF THE INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION, THE INTERNATIONAL ACADEMY OF ASTRONAUTICS, AND THE INTERNATIONAL INSTITUTE OF SPACE

LAW, 2003, Bremen, Germany. **Proceedings...** Bremen: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003. 3

_____. Analisis of the trajectory due to the terrestrial albedo applied to some scientific missions. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON MATHEMATICAL PROBLEMS IN ENGINEERING, 2008, Genoa, Italy. **Proceedings...** Genoa, 2008. 3, 35, 36

_____. Perturbed orbital motion with a pid control-system for the trajectory. In: XIV COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 2008, Águas de Lindóia, Brasil. **Anais...** Águas de Lindóia, SP, 2008. p. 12. 29

_____. Earth albedo evaluation and analysis of the trajectory deviation for some drag-free missions. In: 8TH BRAZILIAN CONFERENCE ON DYNAMICS, CONTROL AND APPLICATIONS, 2009, Bauru, Brasil. **Anais...** Bauru, SP, 2009. 35, 36

_____. Automatic correction of orbital elements using continuous thrust controlled in closed loop. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, n. 1, p. 012007, 2013. 3

_____. Gravitational disturbances generated by the sun, phobos and deimos in orbital maneuvers around mars with automatic correction of the semi-major axis. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 641, n. 1, p. 012027, 2015. 22

SABOL, C.; BURNS, R.; MCLAUGHLIN, C. A. Satellite Formation Flying Design and Evolution. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 38, p. 270–278, mar. 2001. 33

SANTOS, W. G.; ROCCO, E. M. Trajectory control with continuous thrust applied to a rendezvous maneuver. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, n. 1, p. 012021, 2013. 29, 36

SANTOS, W. G.; ROCCO, E. M.; CARRARA, V. Aeroassisted coplanar transfer from geostationary orbit to low earth orbit. In: WORKSHOP EM ENGENHARIA E TECNOLOGIA ESPACIAIS, 2, 2011, São José dos Campos, Brasil. **Anais...** São José dos Campos, SP: INPE, 2011. p. 1–9. ISSN 2236-2606. 36

SCHWEIGHART, S. A.; SEDWICK, R. J. High-Fidelity Linearized J Model for Satellite Formation Flight. **Journal of Guidance Control Dynamics**, v. 25, p. 1073–1080, nov. 2002. 33

SMITH, B.; BOYCE, R.; BROWN, M. The impact of lift and drag on 6dof motion of leo objects : formation control and debris behaviour. In: 41ST COSPAR SCIENTIFIC ASSEMBLY, 2016, Istanbul, Turkey. **Proceedings...** Istanbul, 2016. 34

SMITH, D. **Magnetospheric Multiscale**. 2016. Online. Acesso em: 2016-04-12. 6

SZEBEHELY, V.; GREBENIKOV, E. **Theory of Orbits - The Restricted Problem of Three Bodies**. [S.l.]: Academic Pr, 1967. 668 p. ISBN 0126806500. 22

VENDITTI, F. C. F.; ROCCO, E. M.; PRADO, A. F. B. A. Trajectory control around non-spherical bodies modelled by parallelepipeds. **Journal of Physics: Conference Series**, v. 465, n. 1, p. 012008, 2013. 36

WNUK, E.; GOLEBIEWSKA, J. The Relative Motion of Earth Orbiting Satellites. **Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy**, v. 91, p. 373–389, mar. 2005. 33, 34

YOO, S.-M.; PARK, S.-Y. Determination of Initial Conditions for Tetrahedral Satellite Formation. **Journal of Astronomy and Space Sciences**, v. 28, dez. 2011. 35