



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/03.25.13.48-TDI

ESTUDO DE ÓRBITAS RESSONANTES NO SISTEMA TRIPLO 2001SN₂₆₃

Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Ana Paula Marins Chiaradia, aprovada em 27 de fevereiro de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3G2CSP2>>

INPE
São José dos Campos
2014

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/03.25.13.48-TDI

ESTUDO DE ÓRBITAS RESSONANTES NO SISTEMA TRIPLO 2001SN₂₆₃

Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Ana Paula Marins Chiaradia, aprovada em 27 de fevereiro de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3G2CSP2>>

INPE
São José dos Campos
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Masago, Bruna Yukiko Pinheiro Lopes.

M37e Estudo de órbitas ressonantes no sistema triplo 2001SN₂₆₃ / Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago. – São José dos Campos : INPE, 2014.

xviii + 75 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/03.25.13.48-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Ana Paula Marins Chiaradia.

1. Asteroide triplo 2001SN263. 2. Sonda espacial. 3. Ressonantes. 4. Problema bi-liptico inclinado precessando. 5. Achatamento J2. I.Título.

CDU 629.785:523.44



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Othon Cabo Winter



Presidente / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



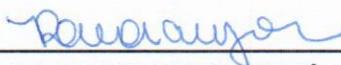
Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dra. Ana Paula Marins Chiaradia



Orientador(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dra. Rosana Aparecida Nogueira de
Araújo



Convidado(a) / UNESP/GUARÁ / São Paulo - SP

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Bruna Yukiko Pinheiro Lopes Masago**

São José dos Campos, 27 de Fevereiro de 2014

AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço à minha mãe, já falecida, que lá de cima me deu sabedoria para concluir o meu trabalho. Ela teria orgulho em me ver concluindo o meu mestrado. Agradeço ao meu pai, à minha irmã e ao meu noivo pelo apoio e compreensão.

Agradeço ao orientador Dr. Antônio F. Bertachini de A. Prado pelas horas de ensinamentos, não importando o dia ou a hora. Perdi a conta de quantos e-mails foram trocados! Sem palavras para agradecer a atenção e o comprometimento. Agradeço também à orientadora Dra. Ana Paula Marins Chiaradia pela ajuda e dedicação. Agradeço a Deus por tê-los colocado em meu caminho.

Agradeço aos professores Dr. Othon Cabo Winter e Dra. Rosana Aparecida Nogueira de Araújo que foram mais que integrantes da minha banca, foram como orientadores. Agradeço pelos conselhos e pela ajuda.

Enfim, agradeço à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) pelo apoio financeiro.

RESUMO

O asteroide triplo 2001SN₂₆₃ é um *Near-Earth Asteroid* (NEA). Em 2008, os cientistas do Observatório de Arecibo (Porto Rico) fizeram várias observações desse asteroide e descobriram que não se tratava apenas de um corpo único, mas sim de um sistema triplo. Os dois corpos menores orbitam o objeto central. O sistema consiste de um corpo central (Alfa) de 2,6 km de diâmetro e dois corpos menores (Beta e Gama) de 0,78 km e 0,58 km de diâmetro, respectivamente. No que diz respeito ao corpo central, Beta tem semieixo maior de 16,63 km e um período de 6,23 dias, e Gama tem semieixo maior de 3,80 km e um período de 0,69 dias. As órbitas da sonda espacial que são ressonantes com o período dos corpos menores possuem a vantagem de gerarem vários encontros sucessivos com esses corpos, dentro da dinâmica kepleriana, sem a necessidade de manobras orbitais. Apesar da dinâmica utilizada ser mais complexa, as órbitas ressonantes foram mantidas, por serem consideradas como um bom ponto inicial para a busca de órbitas com passagens múltiplas pelos corpos menores. A proximidade da sonda com os corpos é de fundamental importância para a observação dos mesmos. Este trabalho aborda diversas órbitas para a sonda espacial em torno do corpo principal (Alfa), com o objetivo de encontrar as órbitas que mais se aproximam dos corpos menores. No primeiro cenário, o corpo secundário estudado será Beta. Isso implica que serão buscadas órbitas ressonantes com a órbita desse corpo secundário. Esse cenário será chamado de Alfa-Beta-Sonda. O segundo cenário será testado usando Alfa-Gama-Sonda. Como sistema dinâmico será assumido que Beta e Gama descrevem órbitas keplerianas elípticas e não coplanares em torno de Alfa, e que a sonda espacial é perturbada pela força gravitacional dos três corpos que compõem o sistema triplo mais o achatamento do corpo principal. Estes cenários são analisados usando o Problema Bi-Elíptico Inclinado Precessando. É assumido um sistema de referência centrado no corpo principal e com o plano de referência sendo aquele que contém a órbita do segundo corpo em massa, aqui denominado de Beta. Os corpos Beta e Gama são assumidos estarem em órbitas elípticas, sendo que a órbita de Gama está inclinada em relação ao plano de referência. Além disso, essas órbitas são assumidas estarem precessando devido à presença do achatamento do corpo principal (J_2). Sendo assim, o argumento do periapsis (ω), a longitude do nodo ascendente (Ω) e a longitude do periapsis (ϖ) são funções do tempo. Este trabalho analisou órbitas para a sonda com passagens próximas à Beta e depois próximas à Gama. A melhor solução, com base nos resultados aqui obtidos, é montar a missão como uma série de trechos ligados por manobras orbitais. Isso implicaria na escolha de trechos excelentes para a observação de um ou dois dos três corpos que compõem o sistema e utilizar propulsão para mudar a sonda de um trecho para outro, assim podendo observar com qualidade todos os corpos pertencentes ao sistema.

STUDIES OF RESONANT ORBITS AROUND 2001SN₂₆₃ ASTEROID

ABSTRACT

The triple asteroid 2001SN₂₆₃ is a Near-Earth Asteroid (NEA). In 2008, scientists at the Arecibo Observatory (Puerto Rico) made several observations of the asteroid and found that it was not just one body, but a triple system. Two smaller bodies orbit the central object. The complete system consists of a central body (Alpha) with 2.6 km in diameter and two smaller bodies (Beta and Gamma) with 0.78 km and 0.58 km in diameter, respectively. The smaller bodies describe orbits around the more massive body. With respect to the central body, the second body has semimajor axis of 16.63 km and a period of 6.23 days, and the third body has semimajor axis of 3.80 km and a period of 0.69 days. The orbits of the spacecraft that are resonant with the period of the smaller bodies are useful because they generate several successive encounters with those bodies, under a keplerian dynamics, without the need for orbital maneuvers. Even using a better dynamics, the resonant orbits were used, because they generates good starting trajectories. The proximity of the probe with the bodies is of fundamental importance for the observation of the them. This work studies various orbits that the spacecraft would make around the main body and even around the smaller bodies. In the first study, it is considered that the main body of the triple asteroid is Alpha, Beta is the secondary body and the third one is the spacecraft, whose mass is considered negligible. This scenario is called by the "Alpha-Beta-Probe Scenario". As a second study, it is considered that Alpha is the main body of the system, Gama is the secondary and the probe is the third body, again with negligible mass. This scenario is called "Alpha-Gama-Probe Scenario". For the dynamical system it is assumed that Beta and Gamma describe Keplerian elliptical orbits. Their orbits are not coplanar. It is considered that the gravitational forces of the three bodies and the flatness of the main body perturb the orbit of the spacecraft. These scenarios are analyzed using the Precessing Inclined Bi-Elliptical problem. It is assumed a reference system centered on the main body and that the reference plane is the one that contains the orbit of the second body Beta. The bodies Beta and Gamma are assumed to be in elliptical orbits, with the orbit of Gamma inclined with respect to the reference plane. Moreover, these orbits are assumed to precess due to the flattening of the main body (J_2). Therefore, the argument of periapsis (ω), the longitude of the ascending node (Ω) and the longitude of periapsis (ϖ) are functions of time. For the spacecraft, its motion is governed by the gravitational pull of the three bodies and the flattening of the central body Alpha. This work analyzed orbits with close approaches with Beta and then with Gama. The best solution, based on the results obtained here, is to build the mission as a series of segments connected by orbital maneuvers. This would imply in choosing some of the excellent orbits for observing one or two of the three bodies that exist in the system and then to use propulsion to change the probe from one orbit to another, thus being able to observe with quality all bodies belonging to the system.

LISTA DE FIGURAS

3.1	Cinturão principal de asteroides entre as órbitas dos planetas Marte e Júpiter.....	8
3.2	Classificação dos NEAs.....	9
3.3	Observações do sistema 2001SN ₂₆₃	12
3.4	Representação do sistema triplo.....	12
4.1	Trajetória da sonda.....	15
5.1	Ilustração do sistema.....	17
7.1	Órbita interna.....	30
7.2	Órbita externa.....	30
8.1	Órbita externa á órbita de Beta. Caso da ressonância 5:2.....	47
8.2	Órbita interna á órbita de Gama. Caso da ressonância 3:4.....	49
8.3	Órbita interna á órbita de Gama. Caso da ressonância 4:5.....	50
8.4	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 3:1.....	51
8.5	Órbita interna á órbita de Beta. Caso da ressonância 1:2.....	52
8.6	Órbita interna á órbita de Beta. Caso da ressonância 2:3.....	53
8.7	Órbita interna á órbita de Beta. Caso da ressonância 3:5.....	54
8.8	Órbita interna á órbita de Beta. Caso da ressonância 4:7.....	55
8.9	Órbita interna á órbita de Beta. Caso da ressonância 5:9.....	56
8.10	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 2:1.....	57
8.11	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 7:2.....	58
8.12	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 4:3.....	59
8.13	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 7:3.....	60
8.14	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 9:4.....	61
8.15	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 7:5.....	62
8.16	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 8:5.....	63
8.17	Órbita interna á órbita de Gama. Caso da ressonância 4:5.....	64
8.18	Órbita interna á órbita de Gama. Caso da ressonância 5:6.....	65
8.19	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 2:1.....	66
8.20	Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 6:5.....	67

LISTA DE TABELAS

3.1	Asteroides múltiplos detectados até o momento (continua).....	10
3.1	Asteroides múltiplos detectados até o momento (conclusão).....	11
3.2	Componentes físicos e orbitais do sistema 2001SN ₂₆₃	12
6.1	Elementos Keplerianos de Beta.....	23
6.2	Elementos Keplerianos de Gama.....	25
7.1	Dados da sonda espacial para órbitas internas à órbita de Beta	32
7.2	Dados da sonda espacial para órbitas externas à órbita de Beta.....	32
7.3	Dados da sonda espacial para órbitas internas à órbita de Gama	33
7.4	Dados da sonda espacial para órbitas externas à órbita de Gama.....	33
7.5	Órbitas internas à órbita de Beta.....	34
7.6	Órbitas internas à órbita de Gama.....	35
7.7	Órbitas externas à órbita de Beta.....	35
7.8	Órbitas externas à órbita de Gama.....	36
7.9	Condições para análise de órbitas que ofereçam baixo risco de colisão.....	36
7.10	Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Beta.....	37
7.11	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Beta.....	38
7.12	Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Gama.....	38
7.13	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	39
7.14	Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Beta.....	40
7.15	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Beta.....	40
7.16	Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Gama.....	40
7.17	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	41
7.18	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	42
7.19	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	42
7.20	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	42
7.21	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	43
7.22	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	44
7.23	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	44
7.24	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	44
7.25	Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama.....	45
8.1	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 5:2.....	48

8.2	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 3:4.....	49
8.3	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 4:5.....	50
8.4	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 3:1.....	51
8.5	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 1:2.....	52
8.6	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 2:3.....	53
8.7	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 3:5.....	54
8.8	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 4:7.....	55
8.9	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 5:9.....	56
8.10	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 2:1.....	57
8.11	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 7:2.....	58
8.12	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 4:3.....	59
8.13	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 7:3.....	60
8.14	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 9:4.....	61
8.15	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 7:5.....	62
8.16	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 8:5.....	63
8.17	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 4:5.....	64
8.18	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 5:6.....	65

8.19	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 2:1.....	66
8.20	Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos. Caso da ressonância 6:5.....	67

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	1
2 REVISÃO BILIOGRÁFICA	3
3 ASTEROIDES PRÓXIMOS DA TERRA.....	7
3.1 Introdução	7
3.2 Near-Earth Objects (NEOs)	7
3.3 NEAs.....	7
3.3.1 Classificação dos NEAs.....	8
3.3.2 Sistemas múltiplos	9
3.4 O Sistema 2001SN ₂₆₃	11
4 MISSÃO ASTER.....	13
4.1 Escolha do alvo.....	13
4.2 A missão.....	14
4.3 A sonda	15
5 METODOLOGIA	17
5.1 Problema Bi-Elíptico Inclinado Precessando.....	19
6 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS	21
6.1 Transformação de coordenadas de Beta	22
6.2 Transformação de coordenadas de Gama	25
6.3 Comentários	27
7 RESULTADOS.....	29
7.1 Obtenção das Órbitas Iniciais	29
7.2 Órbitas com baixo risco de colisão	33
8 ANÁLISE DAS ÓRBITAS INTERNAS E EXTERNAS DA SONDA ESPACIAL	47
8.1 Órbitas com a sonda saindo do periapsis.....	47
8.1.1 Órbitas externas à órbita de Beta	47
8.1.1.1 Ressonância 5:2	47
8.1.2 Órbitas internas à órbita de Gama.....	48
8.1.2.1 Ressonância 3:4	48
8.1.2.2 Ressonância 4:5	49
8.1.3 Órbitas externas à órbita de Gama.....	50
8.1.3.1 Ressonância 3:1	51
8.2 Órbitas com a sonda saindo do apoapsis.....	52
8.2.1 Órbitas internas à órbita de Beta.....	52
8.2.1.1 Ressonância 1:2	52

8.2.1.2 Ressonância 2:3	53
8.2.1.3 Ressonância 3:5	54
8.2.1.4 Ressonância 4:7	55
8.2.1.5 Ressonância 5:9	56
8.2.2 Órbitas externas à órbita de Gama	57
8.2.2.1 Ressonância 2:1	57
8.2.2.2 Ressonância 7:2	58
8.2.2.3 Ressonância 4:3	59
8.2.2.4 Ressonância 7:3	60
8.2.2.5 Ressonância 9:4	61
8.2.2.6 Ressonância 7:5	62
8.2.2.7 Ressonância 8:5	63
8.3 Órbitas com a sonda saindo do periapsis	64
8.3.1 Órbitas internas à órbita de Gama	64
8.3.1.1 Ressonância 4:5	64
8.3.1.2 Ressonância 5:6	65
8.3.2 Órbitas externas à órbita de Gama	66
8.3.2.1 Ressonância 2:1	66
8.4 Órbitas com a sonda saindo do apoapsis	67
8.4.1 Órbitas externas à órbita de Gama	67
8.4.1.1 Ressonância 6:5	67
9 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS	69
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	73

1 INTRODUÇÃO

De acordo com Araújo (2011), asteroides são corpos que orbitam o Sol, mas que são pequenos demais para serem considerados planetas. Eles podem receber diferentes classificações de acordo com suas características orbitais, físicas, químicas e mineralógicas. A maioria dos asteroides do Sistema Solar está localizada entre as órbitas dos planetas Marte e Júpiter. Essa região é designada como cinturão principal de asteroides. Asteroides originários do cinturão principal e que cruzam as órbitas dos planetas terrestres são chamados de *Near-Earth Asteroids* (NEAs).

Acredita-se que a maioria dos NEAs conserva informações que explicariam a formação do Sistema Solar. Segundo Winter et al. (2011), essa população continua em evolução. Acredita-se que esses objetos guardam informações sobre a mistura química que teria formado os planetas, bem como registros da evolução geológica de corpos menores nas regiões interplanetárias. Em função disso, muitas missões têm como objetivo a exploração desses corpos.

Pensando nisto, foi idealizada por pesquisadores brasileiros a primeira missão de Espaço Profundo, batizada de ASTER, que tem como principal objetivo o desenvolvimento e a qualificação em tecnologias espaciais, e pesquisa no campo científico. Esta missão se constitui no desenvolvimento, lançamento e operação de uma sonda espacial destinada à exploração do asteroide triplo 2001SN₂₆₃. Este asteroide triplo é um NEA e, portanto, uma missão a esse sistema seria muito importante, pois, acredita-se que ele contenha informações sobre a composição original do Sistema Solar.

De forma a contribuir com a missão ASTER, o objetivo deste trabalho é estudar órbitas de uma sonda espacial orbitando o asteroide triplo 2001SN₂₆₃ com a finalidade de estudar este sistema. O sistema dinâmico é formado por um corpo central (Alfa) de 2,6 km de diâmetro e outros dois menores (Beta e Gama) de 0,78 km e 0,58 km, respectivamente.

No Capítulo 2 é feita uma revisão bibliográfica. Os NEAs, o sistema 2001SN₂₆₃ e a missão ASTER são descritos no Capítulo 3. O Capítulo 4 é dedicado à descrição da missão ASTER. Essa missão será muito importante para o meio científico, já que se trata de um projeto de pesquisa do espaço profundo. O cenário abordado no presente estudo é apresentado no Capítulo 5. No Capítulo 6 é apresentada a metodologia do modelo utilizado para o

desenvolvimento deste trabalho. Os resultados são expostos nos Capítulos 7 e 8. As conclusões e os trabalhos futuros podem ser vistas no Capítulo 9. A seguir estão as referências bibliográficas.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Muitas missões espaciais tiveram como alvo um *Near-Earth Asteroid* (NEA). Algumas serão lembradas no texto abaixo.

Em 1991 e 1993, a sonda Galileo visitou dois asteroides, 951 Gaspar e 243 Ida, respectivamente, obtendo suas dimensões, semieixos maiores, excentricidades, inclinações e períodos orbitais. (BELTON et al., 1992 e 1996).

Já em 1996, a sonda Near-Shoemaker foi lançada e, em 2000, entrou em órbita em torno de Eros. A sonda foi projetada pela NASA para estudar o NEA 433 Eros. Durante sua viagem, a sonda fez um sobrevôo no asteroide 253 Mathilde, um asteroide tipo C. A missão foi a primeira a orbitar um asteroide e a primeira a pousar na superfície de um asteroide. A sonda fez a sua última chamada para a Terra em 2001. A sonda era estabilizada em três eixos e carregava seis instrumentos. Esta missão obteve as dimensões, semieixos maiores, excentricidades, inclinações, densidades e os períodos orbitais dos dois asteroides (VEVERKA et al., 2001).

Outra missão a um asteroide foi desenvolvida pela *Japan Aerospace Exploration Agency* (JAXA). Chamada de Hayabusa, a sonda foi projetada com a finalidade de coletar material de um pequeno asteroide que orbita próximo à Terra, denominado 25143 Itokawa. A Hayabusa foi lançada em 2003 e chegou ao asteroide Itokawa em 2005. Imagens feitas pela nave mostraram que a superfície de Itokawa era coberta por inúmeras pedras e algumas crateras. Não há certeza sobre a coleta de alguns materiais da superfície (YOSHIKAWA et al., 2007).

Em 2006, foi a vez da sonda Dawn. Seu objetivo era aumentar a compreensão não apenas do estado atual dos asteroides Vesta e Ceres, mas também das condições durante o período de suas formações. Em 2011, coletou imagens de Vesta. As informações sobre Ceres serão obtidas apenas em 2015 (RUSSELL et al., 2006).

A missão ASTER e os *Near-Earth Objects* (NEOs) foram abordados em muitas pesquisas e algumas delas colaboraram com o atual estudo.

Há dúvidas quanto à origem dos NEOs, que pode ser derivada de um asteroide ou cometa. A população se mantém estabilizada e isso ocorre devido às constantes colisões de asteroides no

cinturão principal. Essas colisões inseriram material novo na região dos NEOs (MORBIDELLI et al., 2002).

Em 1994, foi descoberto o asteroide 1994 CC. Mas foi apenas em 2009, através de observações espectroscópicas, que o sistema foi considerado um asteroide triplo. Imagens de radar especificaram os diâmetros e densidades dos corpos (BROZOVIC et al., 2011).

Dois sistemas candidatos a alvo para a missão ASTER foram encontrados: 2001SN₂₆₃ e 1994 CC. Estudos mostraram que uma missão para o sistema 2001SN₂₆₃ gastaria mais combustível e a duração seria mais longa. Porém, os corpos desse asteroide possuem diâmetros maiores se comparados ao objeto principal e as luas do sistema 1994 CC. Devido a isso, o asteroide triplo 2001SN₂₆₃ foi escolhido como alvo da missão ASTER (SUKHANOV et al., 2010).

Em relação ao sistema triplo 2001SN₂₆₃ já foram feitos alguns estudos bem interessantes e que contribuiriam muito para o presente trabalho.

O sistema 2001SN₂₆₃ foi descoberto em 2001, mas foi apenas em 2008, através de observações astronômicas feitas pelo Observatório de Arecibo, que se concluiu que era um sistema triplo. Este asteroide foi escolhido como alvo para a missão ASTER. A missão irá chamar a atenção de toda a sociedade. Espera-se que os jovens fiquem interessados em seguirem carreiras em ciência e tecnologia. (MACAU et al.; 2010).

A dinâmica do sistema triplo 2001SN₂₆₃ foi caracterizada e as regiões estáveis e instáveis foram determinadas em torno dos três corpos e de todo o sistema através de integrações numéricas do problema de N-corpos. As órbitas dos asteroides foram analisadas num ambiente em que há apenas perturbação gravitacional mútua e depois onde há perturbação externa do Sol e dos planetas Terra, Marte e Júpiter. Quatro regiões foram delimitadas na parte interna do sistema. Os sete corpos (sistema triplo 2001SN₂₆₃, Sol, Terra, Marte e Júpiter) e milhares de partículas foram simulados no integrador Gauss-Radau para os casos plano, prógrado e retrógrado. Observou-se que, na parte interna, as regiões são estáveis se 100% das partículas sobreviverem, e são instáveis se menos de 10% sobreviverem. A região externa é predominantemente estável, deixando de ser apenas nas proximidades dos limites da região (ARAÚJO, 2011 e ARAÚJO et al., 2012).

O corpo Gama é o perturbador principal da sonda espacial, seguido por Beta, devido ao termo indireto da função perturbadora de terceiro corpo ser grande devido à proximidade entre Alfa e Gama. O Sol tem uma pequena contribuição, assim como os demais planetas do Sistema Solar e a Lua. Marte possui uma componente maior, em termos de valor médio, devido ao fato de sua órbita cruzar com a órbita do asteroide. A Terra, considerada em órbita elíptica em torno do Sol, vem logo depois (PRADO, 2014).

3 ASTEROIDES PRÓXIMOS DA TERRA

Este capítulo descreve os conceitos relacionados aos *Near-Earth Asteroids*(NEAs) e, em especial, do asteroide triplo 2001SN₂₆₃, que é o alvo da missão ASTER. Uma perspectiva dessa missão será apresentada neste capítulo.

3.1 Introdução

Os asteroides são corpos rochosos, que orbitam o Sol entre as órbitas de Marte e Júpiter. Esses objetos não são classificados como planetas, pois apresentam tamanho bem pequeno. Muitas missões já foram destinadas à asteroides, pois acredita-se que podem conter informações sobre a formação do Sistema Solar.

3.2 Near-Earth Objects (NEOs)

Near-Earth Objects (NEOs) são asteroides ou cometas que orbitam o Sol e, como o nome já diz, são objetos que em sua evolução orbital se aproximam da órbita da Terra. Podem apresentar tamanhos que variam de metros a dezenas de quilômetros.

Os NEOs são divididos em três subgrupos: os *Near-Earth Meteoroids*, os *Near-Earth Asteroids* (NEAs) e os *Near-Earth Comets* (NECs).

3.3 NEAs

A maioria dos asteroides do Sistema Solar está localizada entre as órbitas dos planetas Marte e Júpiter (Figura 3.1). Essa região é designada como cinturão principal de asteroides. Os NEAs fazem parte dessa região e cruzam as órbitas dos planetas Mercúrio, Vênus, Terra e Marte, chamados de planetas terrestres.

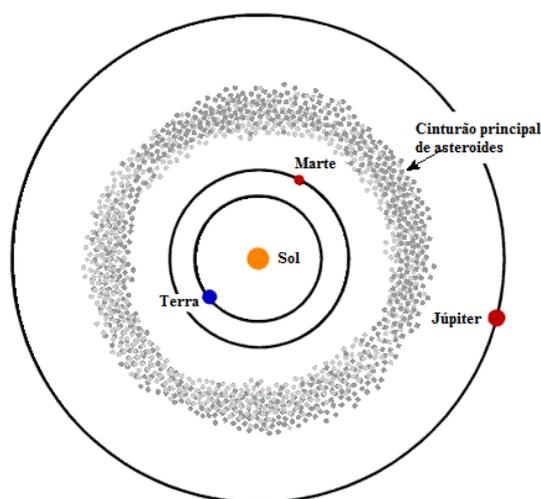


Figura 3.1: Cinturão principal de asteroides entre as órbitas dos planetas Marte (vermelho) e Júpiter (verde)
Fonte: Adaptada de NASA(2000)

De acordo com Morbidelli (2002), a população NEA se mantém estabilizada em função de ser alimentada por asteroides provenientes de regiões ressonantes do cinturão principal. Eles são representativos da população de asteroides. Portanto eles fornecem informações sobre a mistura química a partir da qual os planetas teriam se formado há 4,6 bilhões de anos. Eles também carregam registros da evolução geológica de pequenos corpos nas regiões interplanetárias.

Por isso, compreender a superfície, composição e estrutura interna de um NEA ajudará a entender a origem e evolução do Sistema Solar e, possivelmente, até a origem da vida na Terra, e a desenvolver estratégias de mitigação de riscos para proteger a Terra de impactos. Além destes pontos, que destacam a importância de se estudar um asteroide da população NEA, pode se ampliar significativamente os benefícios ao considerar um sistema triplo, como é o caso do asteroide 2001SN₂₆₃. Num sistema triplo, haverá informações sobre três corpos em uma única missão.

3.3.1 Classificação dos NEAs

Os NEAs podem ser classificados em quatro grupos: Atenas, Apolo, Amor e Atira (ou IEO – *Interior to Earth Orbit*). Suas órbitas podem ser observadas na Figura 3.2.

De acordo com a NASA (2013), NEAs da família Apolo cruzam a órbita terrestre com semieixo maior do que o da Terra e 62% da população conhecida são desta família. Já os NEAs da família Atenas cruzam a órbita terrestre com semieixo maior menor do que o da Terra e apenas 6% pertencem a essa categoria. Os NEAs da família Amor se aproximam da órbita terrestre com órbitas exteriores à da Terra, mas interiores a de Marte. 32% dos corpos conhecidos correspondem a essa família. No caso dos IEOS, suas órbitas estão contidas inteiramente no interior da órbita da Terra.

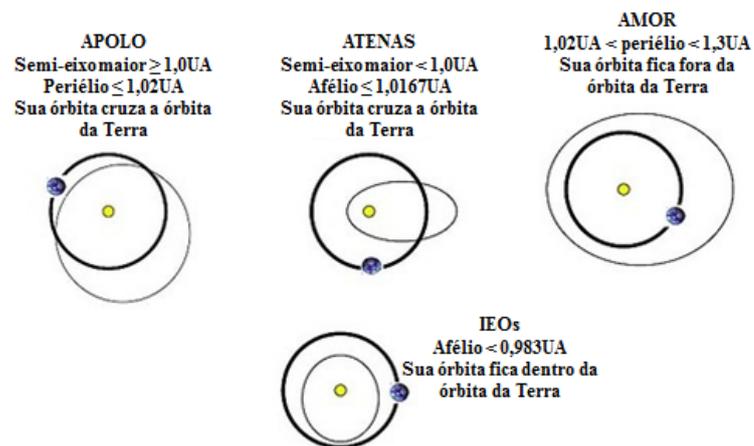


Figura 3.2: Classificação dos NEAs
 Fonte: Adaptada de NASA (2013)

3.3.2 Sistemas múltiplos

Dentre os NEAs destacam-se os sistemas binários e triplos. Atualmente, existem 47 sistemas múltiplos, sendo 45 sistemas binários e 2 sistemas triplos. A Tabela 3.1 apresenta todos os asteroides múltiplos conhecidos até o momento (JPL-NASA, 2013).

Tabela 3.1: Asteroides múltiplos detectados até o momento
(continua)

Asteroide	Tipo de sistema múltiplo
1862 Apollo	Binário
1866 Sisyphus	Binário
3671 Dionysus	Binário
5143 Heracles	Binário
5381 Sekhmet	Binário
5646 1990 TR	Binário
7088 Ishtar	Binário
7888 1993 UC	Binário
31345 1998 PG	Binário
35107 1991 VH	Binário
65803 Didymos	Binário
66063 1998 RO1	Binário
66391 1999 KW4	Binário
69230 Hermes	Binário
85938 1999 DJ4	Binário
88710 2001 SL9	Binário
136617 1994 CC	Triplo
136993 1998 ST49	Binário
137170 1999 HF1	Binário
138095 2000 DK79	Binário
153591 2001SN263	Triplo
153958 2002 AM31	Binário
162000 1990 OS	Binário
164121 2003 YT1	Binário
175706 1996 FG3	Binário
185851 2000 DP107	Binário
276049 2002 CE26	Binário
285263 1998 QE2	Binário
311066 2004 DC	Binário
363027 1998 ST27	Binário
363067 2000 CO101	Binário
363599 2004 FG11	Binário
374851 2006 VV2	Binário
385186 1994 AW1	Binário
1994 XD	Binário
2000 UG11	Binário

Tabela 3.1: Asteroides múltiplos detectados até o momento (conclusão)

2002 BM26	Binário
2002 KK8	Binário
2003 SS84	Binário
2005 AB	Binário
2005 NB7	Binário
2006 GY2	Binário
2007 DT103	Binário
2007 LE	Binário
2008 BT18	Binário
2008 DG17	Binário
2013 WT44	Binário

Fonte: JPL-NASA(2013)

Em 2008, o sistema 2001SN₂₆₃, o primeiro asteroide triplo dentro da população dos NEAs, foi descoberto através de observações feitas pela estação de radioastronomia de Arecibo, em Porto Rico (NOLAN et al.,2008). Segundo Becker et al. (2009), o sistema é composto por um objeto central de 2,6 km de diâmetro orbitado por dois corpos menores de 0,78 km e 0,58 km. Um ano depois, outro sistema triplo foi descoberto: o 1994 CC (BROZOVIC et al., 2011). O sistema é composto por um corpo primário de aproximadamente 0,3 km e por dois corpos secundários de 0,025 km e 0,05 km de raio.

3.4 O Sistema 2001SN₂₆₃

De acordo com Araújo (2011), o NEA 2001SN₂₆₃ foi descoberto em setembro de 2001 pelo projeto *Lincoln Near-Earth Asteroid Research*(LINEAR) desenvolvido em parceria com a *National Aeronautic sand Space Administration* (NASA), a Força Aérea dos Estados Unidos (USAF) e o laboratório do MIT, chegaram à conclusão que se tratava de um objeto único.

Em 2008, os cientistas do Observatório de Arecibo (Porto Rico) fizeram várias observações do asteroide e descobriram que não se tratava apenas de um corpo e sim de um sistema triplo. O objeto central é orbitado por dois corpos menores. A Figura 3.3 mostra a evolução das observações ao longo dos dias.

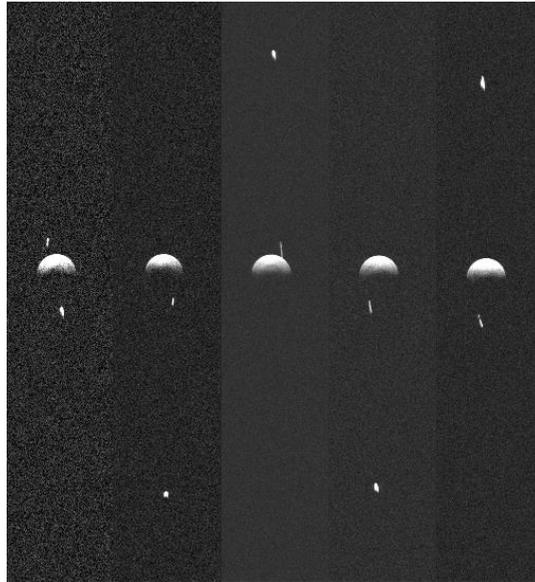


Figura 3.3: Observações do sistema 2001SN₂₆₃
 Fonte: NOLAN et al.(2008)

O sistema possui três corpos: um objeto central de 2,6 km de diâmetro e outros dois menores de 0,78 km e 0,58 km de diâmetro. Os corpos menores descrevem órbitas ao redor do corpo mais massivo (BECKER et al., 2009).

Os componentes físicos e orbitais de cada corpo do sistema 2001SN₂₆₃ podem ser observados na Tabela 3.2 de acordo com Araújo (2011). O semieixo maior, excentricidade e inclinação são representados, respectivamente, por a , e , i .

Tabela 3.2: Componentes físicos e orbitais do sistema 2001SN₂₆₃

Asteroide	Órbita	a	e	i	Período	Raio	Massa
Alfa	Sol	1,99UA	0,48	6,7°	2,80 anos	1,3 Km	917,47 x 10 ¹⁰ Kg
Beta	Alfa	16,633 Km	0,015	0,0°	6,23 dias	0,39 Km	24,04 x 10 ¹⁰ Kg
Gama	Alfa	3,804 Km	0,016	13,87°	0,69 dias	0,29 Km	9,77 x 10 ¹⁰ Kg

Fonte: ARAÚJO (2011)

Araújo (2011) fez uma representação em escala do sistema triplo de asteroides com base na Tabela 3.2, como mostra a Figura 3.4.

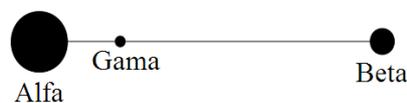


Figura 3.4: Representação do sistema triplo
 Fonte: ARAÚJO (2011)

4 MISSÃO ASTER

ASTER será o primeiro projeto brasileiro a mandar uma sonda espacial para o espaço profundo. Atuará como pioneiro na exploração do sistema triplo de asteroides 2001SN₂₆₃.

Destaca-se o interesse do Brasil em participar da comunidade internacional de missões de espaço profundo, bem como a expectativa da obtenção de dados físicos e dinâmicos dos três corpos do sistema.

O projeto conta com a colaboração direta de pesquisadores e engenheiros do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), Universidade Estadual Paulista - Campus Guaratinguetá (UNESP), Universidade de Brasília (UnB), Observatório Nacional do Rio de Janeiro (ON), Universidade Federal do ABC (UFABC), Universidade Federal do Rio de Janeiro (UFRJ), Universidade de São Paulo (USP), Universidade do Paraná (UFPr), Universidade Estadual de Feira de Santana (UEFS), Instituto Tecnológico Aeronáutico (ITA), Instituto Mauá de Tecnologia (IMT), Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), Universidade Federal Fluminense (UFF), e Museu de Astronomia e Ciências Afins (MAST). A missão também contará com ajuda dos Institutos Nacionais de Ciência e Tecnologia, INCT-ESPAÇO e INCT-ASTROFÍSICA.

Três propulsores iônicos serão adaptados para a sonda. No Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) estão sendo atualmente desenvolvidos, já em fase avançada, o *Ion Thruster Project* (PION) e o *Pulsed Plasma Thruster* (PPT). A Universidade de Brasília (UnB) é responsável pelo outro propulsor, o *Phall* (UFRB, 2012).

4.1 Escolha do alvo

Após vários estudos analisando as trajetórias para alguns asteroides com dois impulsos e baixa propulsão no período 2013-2020, Sukhanov et al. (2010) encontraram dois sistemas candidatos a alvo da missão: 2001SN₂₆₃ do grupo *Amore* 1994 CC, do grupo *Apolo*. Seus estudos mostraram que uma missão para o sistema 2001SN₂₆₃ gastaria mais combustível e a duração da missão seria mais longa que para outro. Porém, o asteroide 2001SN₂₆₃ e seus satélites são maiores do que do sistema 1994 CC. Esta foi a razão da escolha deste sistema 2001SN₂₆₃ como alvo da missão.

4.2 A missão

A missão fará uma investigação de espaço profundo e é baseada na construção de uma sonda espacial brasileira de pequena dimensão. Segundo Winter et al. (2011), é esperada uma configuração de 150 kg de massa e 2.100 W de potência elétrica, onde 30 kg e 110 W estarão reservados para as cargas úteis. Essa carga útil será composta por subsistemas necessários à realização da exploração do asteroide triplo 2001SN₂₆₃.

Segundo Winter et al. (2011), os objetivos científicos da missão são a obtenção de dados físicos e dinâmicos dos três corpos do sistema 2001SN₂₆₃, isto é, determinar o tamanho, a massa, o volume, o campo gravitacional e a velocidade de rotação dos corpos integrantes do sistema; identificar a composição mineral, a morfologia e a textura da superfície de cada um dos corpos; estimar a distribuição de massa dos corpos; entender as propriedades dinâmicas e orbitais dos componentes do sistema; aferir os parâmetros orbitais do sistema; e obter indícios que possam apontar para os caminhos que levaram à formação do sistema em estudo.

Já os objetivos tecnológicos são: validar estratégias de condução de sondas espaciais da Terra ao seu destino, baseadas nos princípios de consumo mínimo de energia; testar os subsistemas de propulsão por plasma, sensoriamento remoto (câmeras), controle de atitude e manipulação de dados em desenvolvimento; e desenvolver estratégias de integração e testes de sondas espaciais (WINTER et al., 2011).

E os objetivos estratégicos da missão são formar mão de obra capacitada ao trabalho de integração e testes de sonda espaciais; desenvolver áreas estratégicas de cunho tecnológico relacionado a sensores de precisão, controle de atitude de satélites, propulsão, comunicação, entre outros; e especializar pesquisadores e técnicos em relação aos trabalhos envolvendo sensoriamento remoto de precisão. (WINTER et al., 2011).

A sonda será lançada futuramente e levará dois anos para entrar em órbita do sistema. Informações serão coletadas e transmitidas durante um ano. A Figura 4.1 ilustra a trajetória da sonda.

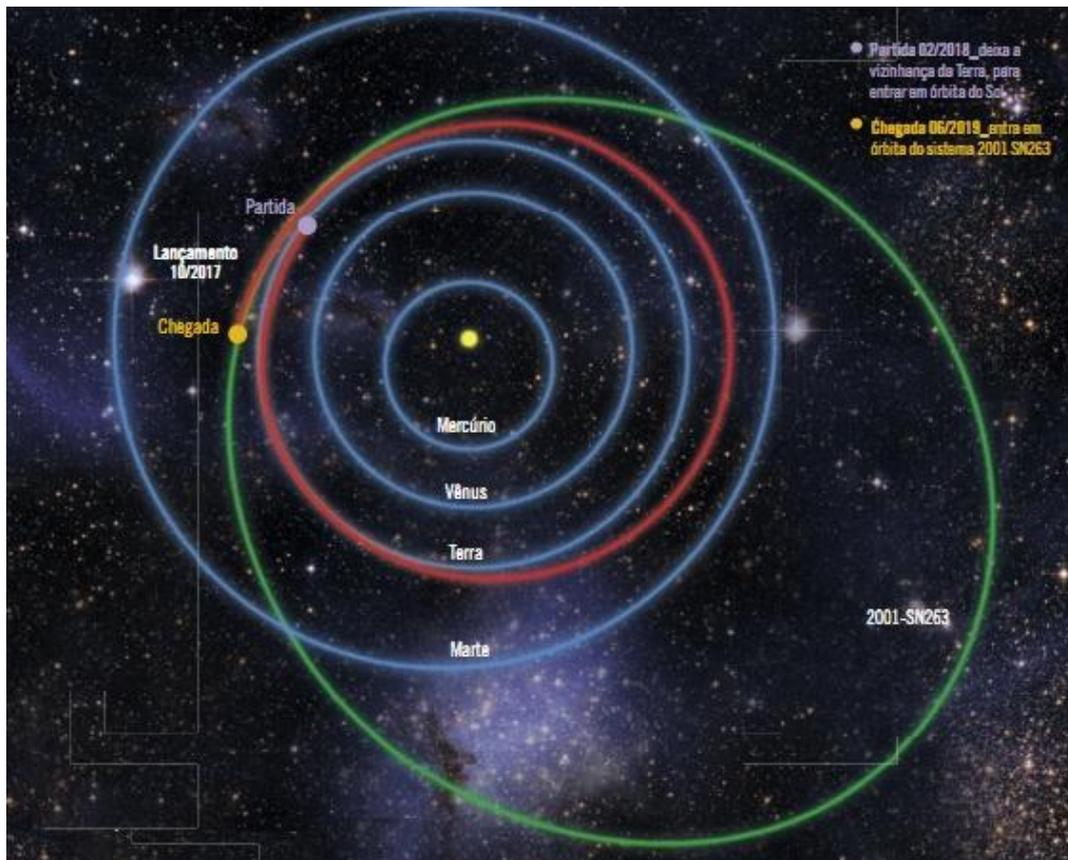


Figura 4.1: Trajetória da sonda. A órbita em verde é do sistema 2001SN₂₆₃ e em vermelho da sonda ASTER
 Fonte: REVISTA CIÊNCIA HOJE (2012)

Após entrar em órbita com o sistema 2001SN₂₆₃, a sonda começará a coletar dados sobre estrutura, superfície, composição, forma e campo gravitacional. Essas informações serão enviadas à UNESP de Guaratinguetá e, após serem analisadas. Serão compartilhadas com os meios científicos do Brasil e do mundo.

4.3 A sonda

O projeto da estrutura principal da nave não é de concepção brasileira, mas uma adaptação de uma sonda espacial desenvolvida pelo IKI (Instituto de Pesquisas Espaciais da Rússia). Para o seu lançamento, ainda em estudo, trabalha-se com a possibilidade do uso de um foguete russo lançado a partir de um submarino (Shtil LV, designação OTAN SS-N-23), ou mesmo na categoria *piggyback*, como carona num lançador maior, como o ucraniano Cyclone4, operado pela *Alcântara Cyclone Space* a partir de Alcântara (MA) (WINTER et al., 2011).

De acordo com Winter et al. (2011), alguns instrumentos e experimentos já foram definidos como necessários para a realização da exploração do sistema triplo 2001SN₂₆₃. Dentre eles já estão definidos quatro itens:

- 1- a câmera imageadora multi-banda, que é uma câmera ótica é composta por filtros com no mínimo quatro bandas. Tem como objetivo mapear a superfície dos corpos do sistema;
- 2- o altímetro laser, que é o responsável pela estimação da massa de cada componente do asteroide triplo;
- 3- o espectrógrafo de infravermelho: que produzirá, junto com outro espectrógrafo, dados que irão dizer quais os tipos de materiais e em qual proporção se encontram nas superfícies de cada objeto;
- 4- dois conjuntos de experimentos, sendo um conjunto relacionado com a astrobiologia associada à exposição da bactéria *Deinococcus Radiodurans* ao ambiente espacial e o outro relacionado com o diagnóstico de plasma espacial.

5 METODOLOGIA

O objetivo deste trabalho é estudar órbitas de uma sonda espacial orbitando o asteroide triplo 2001SN₂₆₃, que permita o estudo desse sistema. O sistema é formado por um corpo central (Alfa) de 2,6 km de diâmetro e outros dois menores (Beta e Gama) de 0,78 km e 0,58 km, respectivamente.

É assumido um sistema de referência centrado no corpo principal e com o plano de referência sendo aquele que contém a órbita do segundo corpo em massa, aqui denominado de Beta. Os corpos Beta e Gama são assumidos estarem em órbitas elípticas, sendo que a órbita de Gama está inclinada em relação ao plano de referência. Para a sonda espacial, seu movimento é governado pela força gravitacional dos três corpos e do achatamento do corpo central Alfa.

A Figura 5.1 ilustra o problema.

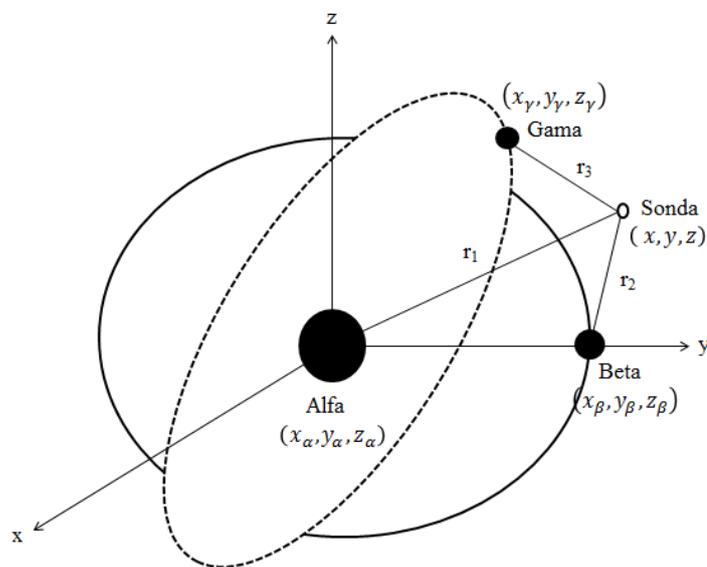


Figura 5.1: Ilustração do problema

onde $(x_\alpha, y_\alpha, z_\alpha)$ são as coordenadas do corpo Alfa, $(x_\beta, y_\beta, z_\beta)$ as coordenadas do corpo Beta, $(x_\gamma, y_\gamma, z_\gamma)$ as coordenadas do corpo Gama e (x, y, z) para as coordenadas da sonda espacial. Assim, r_1 é a distância entre a sonda espacial e o corpo central Alfa, r_2 é a distância entre a sonda espacial e Beta e r_3 a distância da sonda até Gama, dadas pelas Eqs (5.1) a (5.3):

$$r_1 = \sqrt{(x - x_\alpha)^2 + (y - y_\alpha)^2 + (z - z_\alpha)^2} \quad (5.1)$$

$$r_2 = \sqrt{(x - x_\beta)^2 + (y - y_\beta)^2 + (z - z_\beta)^2} \quad (5.2)$$

$$r_3 = \sqrt{(x - x_\gamma)^2 + (y - y_\gamma)^2 + (z - z_\gamma)^2} \quad (5.3)$$

Essas distâncias formaram os parâmetros mais importantes no momento de escolher as melhores trajetórias para a sonda, pois sempre serão buscadas órbitas que permaneçam um longo tempo com valores baixos para esses parâmetros.

As equações de movimento da sonda no sistema inercial são dadas por:

$$\ddot{x} = -\mu_\beta \frac{(x-x_\beta)}{r_1^3} - \mu_\gamma \frac{(x-x_\gamma)}{r_2^3} - \mu_\alpha \frac{(x-x_\alpha)}{r_3^3} - m_\alpha G J_2 r_\alpha^2 \left(\frac{3}{2} \frac{x}{r^5} - \frac{15}{2} \frac{z^2 x}{r^7} \right) \quad (5.4)$$

$$\ddot{y} = -\mu_\beta \frac{(y-y_\beta)}{r_1^3} - \mu_\gamma \frac{(y-y_\gamma)}{r_2^3} - \mu_\alpha \frac{(y-y_\alpha)}{r_3^3} - m_\alpha G J_2 r_\alpha^2 \left(\frac{3}{2} \frac{y}{r^5} - \frac{15}{2} \frac{z^2 y}{r^7} \right) \quad (5.5)$$

$$\ddot{z} = -\mu_\beta \frac{(z-z_\beta)}{r_1^3} - \mu_\gamma \frac{(z-z_\gamma)}{r_2^3} - \mu_\alpha \frac{(z-z_\alpha)}{r_3^3} - m_\alpha G J_2 r_\alpha^2 \left(\frac{9}{2} \frac{z}{r^5} - \frac{15}{2} \frac{z^3}{r^7} \right) \quad (5.6)$$

em que $J_2 = 0,013 \pm 0,008$ (FANG et al., 2011) é a constante de achatamento de Alfa e $r = 1,3$ km é o raio do corpo principal.

Os parâmetros gravitacionais dos corpos Alfa, Beta e Gama são dados pelas Eqs. (5.7) a (5.9):

$$\mu_\alpha = m_\alpha G = 6,123458 \times 10^{-7} \text{ km}^3 \text{ s}^{-2} \quad (5.7)$$

$$\mu_\beta = m_\beta G = 1,604499 \times 10^{-8} \text{ km}^3 \text{ s}^{-2} \quad (5.8)$$

$$\mu_\gamma = m_\gamma G = 6,520778 \times 10^{-9} \text{ km}^3 \text{ s}^{-2} \quad (5.9)$$

em que G é a constante gravitacional universal e vale $G = 6,674287 \times 10^{-20} \text{ km}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$.

Além disso, essas órbitas são assumidas estarem precessando devido à presença do achatamento do corpo principal (J_2). Sendo assim, o argumento do periapsis (ω), a longitude do nodo ascendente (Ω) e a longitude do periapsis (ϖ) são funções do tempo. Para a sonda espacial, seu movimento é governado pela força gravitacional dos três corpos e do achatamento do corpo central Alfa.

5.1 Problema Bi-Elíptico Inclinado Precessando

Para levar em conta algumas peculiaridades importantes do sistema e, ao mesmo tempo, utilizar um modelo que não seja muito complexo, foi criado um modelo que leva em conta as forças gravitacionais dos três corpos do sistema triplo e o achatamento do corpo central. Esse achatamento atua tanto diretamente na sonda espacial como indiretamente, ao causar uma precessão nas órbitas dos dois corpos menores do sistema. Para tornar o sistema o mais realista possível, foi também considerada a inclinação entre as órbitas dos dois corpos. Sendo assim, esse sistema passará a ser denominado de “Problema Bi-Elíptico Inclinado Precessando”, e terá a sigla PBEIP associada a ele. Nota-se que esse problema é um caso particular do problema restrito de 4 corpos.

Conforme informado anteriormente, o PBEIP procura abordar de forma relativamente simples as principais características do sistema dinâmico representado. É assumido um sistema de referência centrado no corpo principal e com o plano de referência sendo aquele que contém a órbita do segundo corpo em massa, aqui denominado de Beta.

As órbitas da sonda espacial que são ressonantes com o período dos corpos menores são bastante úteis, pois, dentro da dinâmica kepleriana, geram vários encontros sucessivos com esses corpos sem a necessidade de manobras orbitais. A proximidade da sonda com os corpos é de fundamental importância para a observação dos mesmos.

Será feito um estudo abordando diversas órbitas para a sonda espacial em torno do corpo principal (Alfa), com o objetivo de encontrar as órbitas que mais tempo mantém a sonda próxima dos três corpos envolvidos no sistema triplo. Com isso pretende-se oferecer uma ampla variedade de opções aos analistas de missão.

Dois cenários serão testados. Ambos os cenários irão considerar como corpo principal o asteroide Alfa, de maior massa. Órbitas em torno dos corpos menores não serão consideradas

no presente estudo. Essas órbitas são mais perturbadas que as órbitas equivalentes em torno do corpo Alfa e requerem manutenção orbital de maior consumo.

No primeiro cenário, o corpo secundário estudado será Beta. Isso implica que serão buscadas órbitas que serão ressonantes com a órbita desse corpo secundário. Esse cenário será chamado de Alfa-Beta-Sonda. Porém, a dinâmica será sempre completa, com a presença de todos os corpos envolvidos.

O segundo cenário será testado usando Alfa-Gama-Sonda. Isso apenas implica que serão buscadas órbitas ressonantes com o corpo Gama, mas sempre considerando a dinâmica completa.

Um planejamento inicial do presente trabalho previa o estudo de órbitas ressonantes com ambos os corpos menores, porém essa ideia se mostrou desnecessária, dado que várias das órbitas ressonantes com Beta passam próximas de Gama e vice-versa. Além disso, órbitas ressonantes com ambos os corpos menores tem períodos muito longos, o que iria requerer uma dinâmica mais complexa para o seu estudo. Sendo assim, essa tarefa ficará como estudo futuro.

Como sistema dinâmico será assumido que Beta e Gama descrevem órbitas elípticas e não coplanares em torno de Alfa, e que a sonda espacial é perturbada pela força gravitacional dos três corpos que compõem o sistema triplo mais o achatamento do corpo principal.

Dados da sonda espacial para órbitas internas e externas tanto à órbita de Beta quanto à órbita de Gama serão analisados. Após essa análise será confirmado quais serão as melhores órbitas candidatas à exploração dos corpos do sistema triplo.

6 TRANSFORMAÇÃO DE COORDENADAS

Uma transformação de coordenadas é feita para transformar os elementos Keplerianos de Beta e Gama. O objetivo é encontrar as coordenadas cartesianas X, Y e Z desses corpos. Essa transformação necessita ser feita para efetuar as integrações numéricas necessárias na obtenção das órbitas da sonda espacial. Durante essa integração, as forças gravitacionais que os dois corpos menores exercem sobre a sonda espacial dependem dessas coordenadas.

Inicialmente devem-se calcular as coordenadas desses corpos no plano de sua própria órbita, Oxy, com $z = 0$. Para isso serão utilizadas as equações mostradas abaixo (KUGA et al., 2008)

$$\begin{cases} x = a(\cos(u) - e) \\ y = a \sin(u)(1 - e^2)^{1/2} \\ z = 0 \end{cases} \quad (6.1)$$

onde u é a anomalia excêntrica, e é a excentricidade e a é o semieixo maior, todos em relação ao corpo cujas coordenadas estão sendo transformadas. A anomalia excêntrica é calculada a partir da anomalia média M , de acordo com a expansão em série de Taylor da equação de Kepler até a terceira ordem. Essa expansão pode ser utilizada, pois com excentricidades da ordem de 0,015 essa expressão tem precisão suficiente para os nossos cálculos. Sendo assim temos:

$$u = M + \left(e - \frac{1}{8}e^3\right) \sin M + \frac{1}{2}e^2 \sin 2M + \frac{3}{8}e^3 \sin 3M \quad (6.2)$$

A partir da obtenção das coordenadas no plano orbital, é preciso efetuar uma rotação de coordenadas para obter esses valores em um sistema de referência inercial. Para isso foram utilizados os três elementos orbitais, i , ω e Ω , que geram uma matriz de rotação \vec{R} em função desses ângulos. Sendo assim, temos:

$$\vec{X} = R(i, \Omega, \omega)\vec{x} \quad (6.3)$$

em que

$$\vec{X} = \begin{pmatrix} X \\ Y \\ Z \end{pmatrix} \quad (6.4)$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \quad (6.5)$$

representam as coordenadas cartesianas no sistema inercial (Eq. 6.4) num referencial único para todos os corpos (plano de referência na órbita de Beta) e em um referencial colocado no plano orbital do corpo em estudo (Eq. 6.5), respectivamente.

A transformação completa é dada por:

$$\vec{R}(i, \Omega, \omega) = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \quad (6.6)$$

em que

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \cos(\Omega) \cos(\omega) - \sin(\Omega) \cos(i) \sin(\omega) \\ B = -\cos(\Omega) \sin(\omega) - \sin(\Omega) \cos(i) \cos(\omega) \\ C = \sin(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_{\beta} t) \sin(i) \\ D = \sin(\Omega) \cos(\omega) + \cos(\Omega) \cos(i) \sin(\omega) \\ E = -\sin(\Omega) \sin(\omega) + \cos(\Omega) \cos(i_{\beta}) \cos(\omega) \\ F = -\cos(\Omega) \sin(i) \\ G = \sin(i) \sin(\omega) \\ H = \sin(i) \cos(\omega) \\ I = \cos(i) \end{array} \right. \quad (6.7)$$

6.1 Transformação de coordenadas de Beta

Assume-se que o corpo Beta está no plano de referência. Os elementos Keplerianos são descritos na Tabela 6.1.

Tabela 6.1: Elementos Keplerianos de Beta

Semieixo maior (a_β)	16,633 Km
Excentricidade (e_β)	0,015
Inclinação (i_β)	0°
Nodo Ascendente (Ω_β)	$\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t$ Onde $\Omega_{0\beta} = 0$, $\dot{\Omega}_\beta = -0,087^\circ/\text{dia} = -1,757449 \times 10^{-8} \text{rad/s}$
Argumento do Periapsis (ω_β)	$\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t$ Onde $\omega_{0\beta} = 0$, $\dot{\omega}_\beta = 0,124^\circ/\text{dia} = 2,504870 \times 10^{-8} \text{rad/s}$
Longitude do Periapsis (ϖ_β)	$\dot{\varpi}_\beta = 0,037^\circ/\text{dia} = 7,474211 \times 10^{-9} \text{rad/s}$
Anomalia Média (M)	$M_\beta = n_\beta t$

A velocidade angular média é dada por:

$$n_\beta = \left(\frac{\mu_\alpha}{a_\beta^3} \right)^{1/2} = 1,153566 \times 10^{-5} \quad (6.8)$$

A partir da Tabela 6.1, têm-se a matriz de rotação:

$$\vec{R}_\beta(i_\beta, \Omega_\beta, \omega_\beta) = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \quad (6.9)$$

em que

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) - \text{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \text{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \\ B = -\cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \text{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) - \text{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \\ C = \text{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \text{sen}(i_\beta) \\ D = \text{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) + \cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \text{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \\ E = -\text{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \text{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) + \cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \\ F = -\cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \text{sen}(i_\beta) \\ G = \text{sen}(i_\beta) \text{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \\ H = \text{sen}(i_\beta) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \\ I = \cos(i_\beta) \end{array} \right. \quad (6.10)$$

Substituindo as Eqs (6.1) na Eq (6.5), temos:

$$\vec{x}_\beta = \begin{pmatrix} a_\beta(\cos u_\beta - e_\beta) \\ a_\beta \operatorname{sen} u_\beta \sqrt{(1-e_\beta^2)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

Assim:

$$\vec{X}_\beta = \vec{R}_\beta(i_\beta, \Omega_\beta, \omega_\beta) \vec{x}_\beta \quad (6.12)$$

$$\vec{X}_\beta = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_\beta(\cos u_\beta - e_\beta) \\ a_\beta \operatorname{sen} u_\beta \sqrt{(1-e_\beta^2)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

Logo:

$$\begin{aligned} X_\beta = & a_\beta (\cos(u_\beta) - e_\beta) \cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) - a_\beta (\cos(u_\beta) - \\ & e_\beta) \operatorname{sen}(\Omega_{0\beta} + \\ & \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \operatorname{sen}(\omega_{0\beta} + \\ & \dot{\omega}_\beta t) - a_\beta \operatorname{sen}(u_\beta) \sqrt{(1 - e_\beta^2)} \cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \operatorname{sen}(\omega_{0\beta} + \\ & \dot{\omega}_\beta t) - a_\beta \operatorname{sen}(u_\beta) \sqrt{(1 - e_\beta^2)} \operatorname{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \end{aligned} \quad (6.14)$$

$$\begin{aligned} Y_\beta = & a_\beta (\cos(u_\beta) - e_\beta) \operatorname{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) + a_\beta (\cos(u_\beta) - \\ & e_\beta) \cos(\Omega_{0\beta} + \\ & \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \operatorname{sen}(\omega_{0\beta} + \\ & \dot{\omega}_\beta t) - a_\beta \operatorname{sen}(u_\beta) \sqrt{(1 - e_\beta^2)} \operatorname{sen}(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \operatorname{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) + \\ & a_\beta \operatorname{sen}(u_\beta) \sqrt{(1 - e_\beta^2)} \cos(\Omega_{0\beta} + \dot{\Omega}_\beta t) \cos(i_\beta) \cos(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) \end{aligned} \quad (6.15)$$

$$\begin{aligned} Z_\beta = & \\ & a_\beta (\cos(u_\beta) - \\ & e_\beta) \operatorname{sen}(i_\beta) \operatorname{sen}(\omega_{0\beta} + \dot{\omega}_\beta t) + a_\beta \operatorname{sen}(u_\beta) \sqrt{(1 - e_\beta^2)} \operatorname{sen}(i_\beta) \cos(\omega_{0\beta} + \\ & \dot{\omega}_\beta t) \end{aligned} \quad (6.16)$$

com

$$u_\beta = n_\beta t + \left(e_\beta - \frac{1}{8} e_\beta^3 \right) \text{sen}(n_\beta t) + \frac{1}{2} e_\beta^2 \text{sen}(2n_\beta t) + \frac{3}{8} e_\beta^3 \text{sen}(3n_\beta t) \quad (6.17)$$

6.2 Transformação de coordenadas de Gama

Assume-se que a órbita do corpo Gama está num plano inclinado em relação ao plano da órbita de Beta, escolhido como plano de referência. Os elementos Keplerianos são descritos na Tabela 6.2.

Tabela 6.2: Elementos Keplerianos de Gama

Semieixo maior (a)	3,804 Km
Excentricidade (e)	0,016
Inclinação (i)	$13,87^\circ = 0,24 \text{ rad}$
Nodo Ascendente (Ω)	$\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_\gamma t$ Onde $\Omega_{0\gamma} = 0$, $\dot{\Omega}_\gamma = -1,338^\circ/\text{dia} = -2,702837 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$
Argumento do Periapsis (ω)	$\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_\gamma t$ Onde $\omega_{0\gamma} = 0$, $\dot{\omega}_\gamma = 2,552^\circ/\text{dia} = 5,155185 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$
Longitude do Periapsis (ϖ_γ)	$\dot{\varpi}_\gamma = 1,214^\circ/\text{dia} = 2,452349 \times 10^{-7} \text{ rad/s}$
Anomalia Média (M)	$M_\gamma = n_\gamma t$

A velocidade angular média é dada por:

$$n_\gamma = \left(\frac{\mu_\alpha}{a_\gamma^3} \right)^{1/2} = 1,054721 \times 10^{-4} \quad (6.18)$$

A partir da Tabela 6.2, têm-se a matriz de rotação:

$$\vec{R}_\gamma(i_\gamma, \Omega_\gamma, \omega_\gamma) = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \quad (6.19)$$

em que

$$\left\{ \begin{array}{l} A = \cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) - \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(i_{\gamma}) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \\ B = -\cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) - \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(i_{\gamma}) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \\ C = \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \text{sen}(i_{\gamma}) \\ D = \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) + \cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(i_{\gamma}) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \\ E = -\text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) + \cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(i_{\gamma}) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \\ F = -\cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \text{sen}(i_{\gamma}) \\ G = \text{sen}(i_{\gamma}) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \\ H = \text{sen}(i_{\gamma}) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \\ I = \cos(i_{\gamma}) \end{array} \right. \quad (6.20)$$

Substituindo as Eqs (6.1) na Eq (6.5), temos:

$$\vec{x}_{\gamma} = \begin{pmatrix} a_{\gamma}(\cos u_{\gamma} - e_{\gamma}) \\ a_{\gamma} \text{sen} u_{\gamma} \sqrt{(1 - e_{\gamma}^2)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.21)$$

Assim, tem-se:

$$\vec{X}_{\gamma} = \vec{R}_{\gamma}(i_{\gamma}, \Omega_{\gamma}, \omega_{\gamma}) \vec{x}_{\gamma} \quad (6.22)$$

$$\vec{X}_{\gamma} = \begin{pmatrix} A & B & C \\ D & E & F \\ G & H & I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_{\gamma}(\cos u_{\gamma} - e_{\gamma}) \\ a_{\gamma} \text{sen} u_{\gamma} \sqrt{(1 - e_{\gamma}^2)} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (6.23)$$

Logo:

$$\begin{aligned} X_{\gamma} = & a_{\gamma} (\cos(u_{\gamma}) - e_{\gamma}) \cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) - a_{\gamma} (\cos(u_{\gamma}) - \\ & e_{\gamma}) \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \\ & \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(i_{\gamma}) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) - a_{\gamma} \text{sen}(u_{\gamma}) \sqrt{(1 - e_{\gamma}^2)} \cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \\ & \dot{\omega}_{\gamma}t) - a_{\gamma} \text{sen}(u_{\gamma}) \sqrt{(1 - e_{\gamma}^2)} \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_{\gamma}t) \cos(i_{\gamma}) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_{\gamma}t) \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$\begin{aligned}
Y_\gamma = & a_\gamma (\cos(u_\gamma) - e_\gamma) \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_\gamma t) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_\gamma t) + \\
& a_\gamma (\cos(u_\gamma) - e_\gamma) \cos(\Omega_{0\gamma} + \\
& \dot{\Omega}_\gamma t) \cos(i_\gamma) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \\
& \dot{\omega}_\gamma t) - a_\gamma \text{sen}(u_\gamma) \sqrt{(1 - e_\gamma^2)} \text{sen}(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_\gamma t) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_\gamma t) + \\
& a_\gamma \text{sen}(u_\gamma) \sqrt{(1 - e_\gamma^2)} \cos(\Omega_{0\gamma} + \dot{\Omega}_\gamma t) \cos(i_\gamma) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_\gamma t)
\end{aligned}
\tag{6.25}$$

$$\begin{aligned}
Z_\gamma = & \\
& a_\gamma (\cos(u_\gamma) - \\
& e_\gamma) \text{sen}(i_\gamma) \text{sen}(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_\gamma t) + a_\gamma \text{sen}(u_\gamma) \sqrt{(1 - e_\gamma^2)} \text{sen}(i_\gamma) \cos(\omega_{0\gamma} + \dot{\omega}_\gamma t)
\end{aligned}
\tag{6.26}$$

com

$$u_\gamma = n_\gamma t + \left(e_\gamma - \frac{1}{8} e_\gamma^3 \right) \text{sen}(n_\gamma t) + \frac{1}{2} e_\gamma^2 \text{sen}(2n_\gamma t) + \frac{3}{8} e_\gamma^3 \text{sen}(3n_\gamma t)
\tag{6.27}$$

6.3 Comentários

Os cálculos acima permitiram a obtenção de equações analíticas para a transformação de elementos Keplerianos em cartesianos. O uso de uma expansão em série de Taylor da Equação de Kepler permitiu evitar a necessidade da aplicação de métodos numéricos para a solução do problema, e isso gerou soluções analíticas rápidas de serem programadas. O erro dessa aproximação pode ser negligenciado, pois se trabalha com excentricidades da ordem de 0.015, que são pequenas. Essas transformações são necessárias para a integração numérica das órbitas da sonda espacial, pois as forças gravitacionais dos corpos Beta e Gama dependem da posição dos mesmos.

7 RESULTADOS

O presente capítulo é dedicado à obtenção de órbitas para a sonda espacial que permitam uma sequência de passagens próximas aos corpos do asteroide triplo. As órbitas tem como pontos iniciais para a sonda primeiramente o periapsis e depois o apoapsis. Inicialmente serão buscadas condições iniciais para a sonda espacial baseadas no problema de dois corpos Sonda-Alfa, que gerem órbitas ressonantes com um dos corpos de menor massa do sistema. A seguir, essas órbitas serão integradas numericamente com o modelo dado pelo PBEIP e gráficos mostrarão a evolução das distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema.

Com isso, será possível gerar uma grande variedade de opções para a missão, o que fará com que o analista possa escolher a melhor analisando o tempo que a sonda permanecesse próxima aos corpos. Os efeitos das passagens próximas são levados em conta no cálculo das órbitas da sonda, dado que a dinâmica completa é sempre considerada na evolução da trajetória.

7.1 Obtenção das Órbitas Iniciais

Conforme explicado acima, a primeira etapa será a obtenção das órbitas de referência obtidas dentro do modelo de dois corpos (corpo principal - sonda espacial). Procura-se obter órbitas que tenham períodos que sejam múltiplos dos períodos das órbitas dos corpos Beta e Gama. Essas órbitas permitiriam repetidos encontros com esses corpos em um número ilimitado de vezes, caso eles não tivessem massa para alterar essas órbitas. Devido ao efeito gravitacional dos corpos menores, essas aproximações alteram a órbita da sonda espacial e a sucessão de órbitas com passagens próximas passa a ser limitada. Essa é a razão da importância do presente estudo.

Para a obtenção da condição de ressonância, é preciso dividir o problema em dois casos: órbitas iniciais internas (Figura 7.1), isto é, semieixo maior da sonda menor que o semieixo maior de Beta ou Gama; e órbitas iniciais externas (Figura 7.2), isto é, semieixo maior da sonda maior que o do corpo considerado.

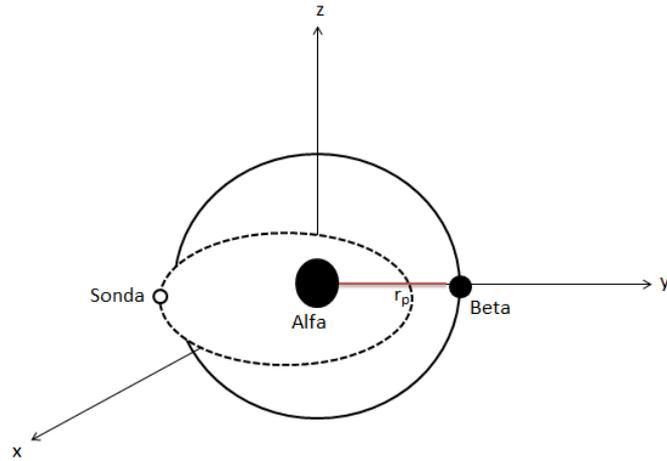


Figura 7.1: Órbita interna. Note que o semieixo maior do corpo considerado é maior que o semieixo maior da sonda.

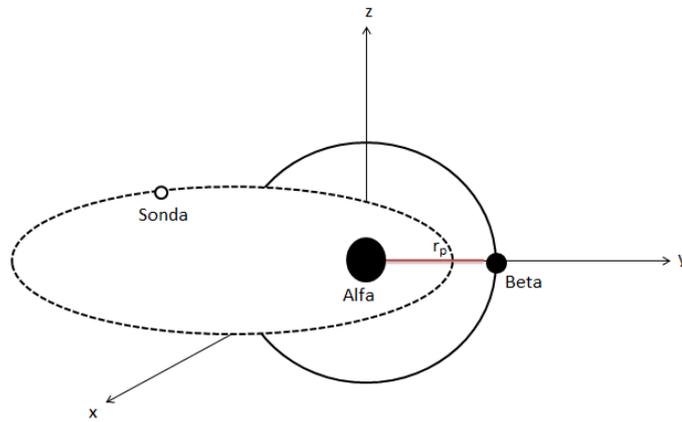


Figura 7.2: Órbitas externas. Note que o semieixo maior da sonda é maior que o semieixo maior do corpo considerado.

Essa divisão é necessária para a correta colocação dos termos no numerador e no denominador da equação que expressa a condição de ressonância. Para as órbitas internas temos (MURRAY e DERMOTT, 1999):

$$\frac{n' - \dot{\omega}'}{n - \dot{\omega}'} = \frac{p}{p+q} = \frac{n'}{n} \quad (7.1)$$

em que n é o valor do movimento médio da sonda, n' é o movimento médio de Beta ou Gama, $\dot{\omega}'$ é a longitude do periapsis de Beta ou Gama. A ordem de ressonância é dada por p e q , onde p é o número de voltas do corpo considerado (Beta ou Gama) e $(p + q)$ é o número de voltas da sonda.

Já o cálculo das órbitas iniciais externas foi baseado na definição (MURRAY e DERMOTT, 1999):

$$\frac{n' - \dot{\omega}'}{n - \dot{\omega}'} = \frac{p+q}{p} = \frac{n'}{n} \quad (7.2)$$

onde n é o valor do movimento médio de Beta ou Gama, n' é o movimento médio da sonda, $\dot{\omega}'$ é a longitude do periapsis de Beta ou Gama. A ordem de ressonância é dada por p e q , em que p é o número de voltas da sonda e $(p + q)$ é o número de voltas do corpo considerado (Beta ou Gama).

Escolhemos valores de p e q entre 1 a 5. Valores maiores gerariam órbitas com períodos muito elevados, de pouco interesse prático, já que a duração da missão seria muito grande para se obter um bom número de encontros com os corpos Beta e Gama. Além disso, esse tempo excessivo exigiria um modelo de dinâmica mais preciso.

Abaixo se têm as órbitas internas e externas às órbitas de Beta e Gama, mostradas nas Tabelas 7.1 a 7.4. Nessas tabelas a primeira coluna mostra o valor de p , a segunda coluna o valor de q , a terceira coluna a ordem da ressonância $\frac{p}{p+q}$, a quarta coluna o valor do movimento médio n da órbita (em 10^{-5} s^{-1}), a quinta coluna o semieixo maior em quilômetros e a sexta coluna o limite para a excentricidade. Esse limite é obtido levando-se em conta que a órbita da sonda espacial deve cruzar com a órbita do corpo considerado (Beta ou Gama).

Impõe-se a condição de que as órbitas se encontrem em pelo menos um ponto e essa condição dá o valor limite para a excentricidade. A Tabela 7.1 mostra os dados da sonda espacial para órbitas ressonantes e internas à órbita de Beta. A Tabela 7.2 mostra os dados da sonda espacial para órbitas ressonantes e externas à órbita de Beta. A Tabela 7.3 mostra os dados da sonda espacial para órbitas ressonantes e internas à órbita de Gama. E finalmente a Tabela 7.4 mostra os dados da sonda espacial para órbitas ressonantes e externas à órbita de Gama.

Tabela 7.1: Dados da sonda espacial para órbitas internas à órbita de Beta

p	q	Ressonância	$n (x 10^{-5})s^{-1}$	Semieixo maior (Km)	Excentricidade
1	1	1:2	2,306385	10,480396	$e \geq 0,587$
1	2	1:3	3,459203	7,998617	$e \geq 1,079$
1	3	1:4	4,612022	6,602950	$e \geq 0,519$
1	4	1:5	5,764840	5,690373	$e \geq 1,923$
1	5	1:6	6,917659	5,039175	$e \geq 2,301$
2	1	2:3	1,729975	12,695185	$e \geq 0,310$
2	3	2:5	2,882794	9,032123	$e \geq 0,842$
2	5	2:7	4,035612	7,217597	$e \geq 1,305$
3	1	3:4	1,537839	13,731722	$e \geq 0,211$
3	2	3:5	1,922112	11,834406	$e \geq 0,405$
3	4	3:7	2,690657	9,457144	$e \geq 0,759$
3	5	3:8	3,074930	8,651846	$e \geq 0,922$
4	1	4:5	1,441771	14,335122	$e \geq 0,161$
4	3	4:7	2,018180	11,455806	$e \geq 0,452$
4	5	4:9	2,594589	9,689169	$e \geq 0,717$
5	1	5:6	1,384130	14,730393	$e \geq 0,129$
5	2	5:7	1,614693	13,292467	$e \geq 0,251$
5	3	5:8	1,845257	12,160768	$e \geq 0,368$
5	4	5:9	2,075821	11,242744	$e \geq 0,479$

Tabela 7.2: Dados da sonda espacial para órbitas externas à órbita de Beta

p	q	Ressonância	$n (x 10^{-6})s^{-1}$	Semieixo maior (Km)	Excentricidade
1	1	2:1	5,771567	26,391845	$e \geq 0,370$
2	1	3:1	3,850203	34,568178	$e \geq 0,519$
3	1	4:1	2,889521	41,858309	$e \geq 0,603$
4	1	5:1	2,313111	48,551345	$e \geq 0,657$
5	1	6:1	1,928839	54,802655	$e \geq 0,696$
1	2	3:2	7,692931	21,790692	$e \geq 0,237$
3	2	5:2	4,618749	30,618413	$e \geq 0,457$
5	2	7:2	3,301242	38,301343	$e \geq 0,566$
1	3	4:3	8,653614	20,146545	$e \geq 0,174$
2	3	5:3	6,924386	23,374629	$e \geq 0,288$
4	3	7:3	4,948126	29,244110	$e \geq 0,431$
5	3	8:3	4,330544	31,962245	$e \geq 0,480$
1	4	5:4	9,230023	19,298804	$e \geq 0,138$
3	4	7:4	6,595009	24,146563	$e \geq 0,311$
5	4	9:4	5,131112	28,544641	$e \geq 0,418$
1	5	6:5	9,614296	18,781081	$e \geq 0,114$
2	5	7:5	8,241893	20,812022	$e \geq 0,201$
3	5	8:5	7,212590	22,747731	$e \geq 0,269$
4	5	9:5	6,412022	24,603803	$e \geq 0,324$

Tabela 7.3: Dados da sonda espacial para órbitas internas à órbita de Gama

p	q	Ressonância	$n \text{ (x } 10^{-4})s^{-1}$	Semieixo maior (Km)	Excentricidade
1	1	1:2	2,106990	2,398229	$e \geq 0,586$
1	2	1:3	3,159258	1,830665	$e \geq 1,078$
1	3	1:4	4,211527	1,511376	$e \geq 1,517$
1	4	1:5	5,263796	1,302565	$e \geq 1,920$
1	5	1:6	6,316064	1,153545	$e \geq 2,298$
2	1	2:3	1,580855	2,904497	$e \geq 0,310$
2	3	2:5	2,633124	2,067052	$e \geq 0,840$
2	5	2:7	3,685393	1,651999	$e \geq 1,303$
3	1	3:4	1,405477	3,141351	$e \geq 0,211$
3	2	3:5	1,756233	2,707764	$e \geq 0,405$
3	4	3:7	2,457746	2,164251	$e \geq 0,758$
3	5	3:8	2,808502	1,980079	$e \geq 0,921$
4	1	4:5	1,317788	3,279205	$e \geq 0,160$
4	3	4:7	1,843922	2,621222	$e \geq 0,451$
4	5	4:9	2,370057	2,217310	$e \geq 0,716$
5	1	5:6	1,265175	3,369498	$e \geq 0,129$
5	2	5:7	1,475628	3,040985	$e \geq 0,251$
5	3	5:8	1,686082	2,782359	$e \geq 0,367$
5	4	5:9	1,896536	2,572517	$e \geq 0,479$

Tabela 7.4: Dados da sonda espacial para órbitas externas à órbita de Gama

p	q	Ressonância	$n \text{ (x } 10^{-5})s^{-1}$	Semieixo maior (Km)	Excentricidade
1	1	2:1	5,285867	6,029132	$e \geq 0,369$
2	1	3:1	3,532086	7,888203	$e \geq 0,518$
3	1	4:1	2,655195	9,541163	$e \geq 0,601$
4	1	5:1	2,129061	11,054527	$e \geq 0,656$
5	1	6:1	1,778305	12,464114	$e \geq 0,695$
1	2	3:2	7,039648	4,980791	$e \geq 0,236$
3	2	5:2	4,233598	6,990783	$e \geq 0,456$
5	2	7:2	3,031005	8,735233	$e \geq 0,565$
1	3	4:3	7,916538	4,605839	$e \geq 0,174$
2	3	5:3	6,338135	5,341845	$e \geq 0,288$
4	3	7:3	4,534246	6,678243	$e \geq 0,430$
5	3	8:3	3,970531	7,296252	$e \geq 0,479$
1	4	5:4	8,442673	4,412441	$e \geq 0,138$
3	4	7:4	6,037487	5,517743	$e \geq 0,311$
5	4	9:4	4,701273	6,519114	$e \geq 0,416$
1	5	6:5	8,793429	4,294310	$e \geq 0,114$
2	5	7:5	7,540728	4,757623	$e \geq 0,200$
3	5	8:5	6,601203	5,198965	$e \geq 0,268$
4	5	9:5	5,870460	5,621913	$e \geq 0,323$

7.2 Órbitas com baixo risco de colisão

Uma primeira análise foi feita sobre a faixa de excentricidade de todas as órbitas obtidas acima. As que possuíam excentricidade maior do que 1 foram descartadas por serem hiperbólicas e com isso não permitiriam repetidos encontros entre a sonda espacial e os

corpos secundários. Uma segunda análise foi feita através do cálculo do raio do periapsis r_p , onde

$$r_p = a(1 - e) \quad (7.3)$$

Se $r_p < 2km$, a órbita será eliminada, devido ao elevado risco de colisão com o corpo central.

As Tabelas 7.5, 7.6, 7.7 e 7.8 fornecem as órbitas que restaram após o uso da condição de risco de colisão dada acima. Essas órbitas possuem os mesmos elementos das tabelas anteriormente mostradas e tem adicionado o valor do raio do periapsis da órbita kepleriana correspondente. Ao fazer esse descarte, a possibilidade de uma órbita ter o seu periapsis elevado pela dinâmica não-kepleriana, evitando assim a colisão e mantendo essa órbita como possível candidata, foi eliminada. Isso se deve ao curto período de integração para a primeira órbita, que dificilmente permite essa possibilidade. Nota-se que as órbitas internas sofreram uma redução em quantidade devido a esses vínculos, de 19 para 13 órbitas no caso de Beta e de 19 para cinco órbitas no caso de Gama. As órbitas externas não sofreram nenhuma alteração e todas permanecem válidas.

Tabela 7.5: Órbitas internas à órbita de Beta

p	q	Ressonância	$n (x 10^{-5})s^{-1}$	Semieixo maior (Km)	Raio do Periapsis (Km)	Excentricidade
1	1	1:2	2,306385	10,480396	4,328404	$e \geq 0,587$
1	3	1:4	4,612022	6,602950	3,176019	$e \geq 0,519$
2	1	2:3	1,729975	12,695185	8,759678	$e \geq 0,310$
3	1	3:4	1,537839	13,731722	10,834329	$e \geq 0,211$
3	2	3:5	1,922112	11,834406	7,041472	$e \geq 0,405$
3	4	3:7	2,690657	9,457144	2,279172	$e \geq 0,759$
4	1	4:5	1,441771	14,335122	12,027167	$e \geq 0,161$
4	3	4:7	2,018180	11,455806	6,277782	$e \geq 0,452$
4	5	4:9	2,594589	9,689169	2,742035	$e \geq 0,717$
5	1	5:6	1,384130	14,730393	12,830172	$e \geq 0,129$
5	2	5:7	1,614693	13,292467	9,956058	$e \geq 0,251$
5	3	5:8	1,845257	12,160768	7,685605	$e \geq 0,368$
5	4	5:9	2,075821	11,242744	5,857470	$e \geq 0,479$

Tabela 7.6: Órbitas internas à órbita de Gama

p	q	Ressonância	n (x 10⁻⁴)s⁻¹	Semieixo maior (Km)	Raio do Periapsis (Km)	Excentricidade
2	1	2:3	1,580855	2,904497	2,004103	$e \geq 0,310$
3	1	3:4	1,405477	3,141351	2,478526	$e \geq 0,211$
4	1	4:5	1,317788	3,279205	2,754532	$e \geq 0,160$
5	1	5:6	1,265175	3,369498	2,934833	$e \geq 0,129$
5	2	5:7	1,475628	3,040985	2,277698	$e \geq 0,251$

Tabela 7.7: Órbitas externas à órbita de Beta

p	q	Ressonância	n (x 10⁻⁶)s⁻¹	Semieixo maior (Km)	Raio do Periapsis (Km)	Excentricidade
1	1	2:1	5,771567	26,391845	16,626862	$e \geq 0,370$
2	1	3:1	3,850203	34,568178	16,627294	$e \geq 0,519$
3	1	4:1	2,889521	41,858309	16,617749	$e \geq 0,603$
4	1	5:1	2,313111	48,551345	16,653111	$e \geq 0,657$
5	1	6:1	1,928839	54,802655	10,580007	$e \geq 0,696$
1	2	3:2	7,692931	21,790692	16,626298	$e \geq 0,237$
3	2	5:2	4,618749	30,618413	16,625798	$e \geq 0,457$
5	2	7:2	3,301242	38,301343	16,622783	$e \geq 0,566$
1	3	4:3	8,653614	20,146545	16,641046	$e \geq 0,174$
2	3	5:3	6,924386	23,374629	16,642736	$e \geq 0,288$
4	3	7:3	4,948126	29,244110	16,639899	$e \geq 0,431$
5	3	8:3	4,330544	31,962245	16,620367	$e \geq 0,480$
1	4	5:4	9,230023	19,298804	16,635569	$e \geq 0,138$
3	4	7:4	6,595009	24,146563	16,636982	$e \geq 0,311$
5	4	9:4	5,131112	28,544641	16,612981	$e \geq 0,418$
1	5	6:5	9,614296	18,781081	16,640038	$e \geq 0,114$
2	5	7:5	8,241893	20,812022	16,628806	$e \geq 0,201$
3	5	8:5	7,212590	22,747731	16,628591	$e \geq 0,269$
4	5	9:5	6,412022	24,603803	16,632171	$e \geq 0,324$

Tabela 7.8: Órbitas externas à órbita de Gama

p	q	Ressonância	$n (x 10^{-5})s^{-1}$	Semieixo maior (Km)	Raio do Periapsis (Km)	Excentricidade
1	1	2:1	5,285867	6,029132	3,804382	$e \geq 0,369$
2	1	3:1	3,532086	7,888203	3,802114	$e \geq 0,518$
3	1	4:1	2,655195	9,541163	3,806924	$e \geq 0,601$
4	1	5:1	2,129061	11,054527	3,802757	$e \geq 0,656$
5	1	6:1	1,778305	12,464114	3,801555	$e \geq 0,695$
1	2	3:2	7,039648	4,980791	3,805324	$e \geq 0,236$
3	2	5:2	4,233598	6,990783	3,802986	$e \geq 0,456$
5	2	7:2	3,031005	8,735233	3,799826	$e \geq 0,565$
1	3	4:3	7,916538	4,605839	3,804423	$e \geq 0,174$
2	3	5:3	6,338135	5,341845	3,803394	$e \geq 0,288$
4	3	7:3	4,534246	6,678243	3,806599	$e \geq 0,430$
5	3	8:3	3,970531	7,296252	3,801347	$e \geq 0,479$
1	4	5:4	8,442673	4,412441	3,803524	$e \geq 0,138$
3	4	7:4	6,037487	5,517743	3,801725	$e \geq 0,311$
5	4	9:4	4,701273	6,519114	3,807163	$e \geq 0,416$
1	5	6:5	8,793429	4,294310	3,804759	$e \geq 0,114$
2	5	7:5	7,540728	4,757623	3,806098	$e \geq 0,200$
3	5	8:5	6,601203	5,198965	3,805642	$e \geq 0,268$
4	5	9:5	5,870460	5,621913	3,806035	$e \geq 0,323$

A partir dos dados fornecidos pelas Tabelas 7.5, 7.6, 7.7 e 7.8, foram feitas análises de cada uma das órbitas quanto ao risco de colisão da sonda com os corpos do sistema 2001SN₂₆₃. Na Tabela 7.9 são definidas duas condições, ambas com base nos raios de cada corpo do asteroide triplo e na menor distância da sonda com relação a esses corpos. Foram definidas duas condições para excluir órbitas que passam muito próximas de um dos corpos. A condição 1 é a menos restritiva e aceita aproximações maiores. A condição 2 é mais restritiva e elimina um número maior de órbitas, para uma maior segurança.

Tabela 7.9: Condições para análise de órbitas que ofereçam baixo risco de colisão

Condição 1	Condição 2
<i>menor distância até Alfa < 1,5 km</i>	<i>menor distância até Alfa < 2 km</i>
<i>menor distância até Beta < 0,5 km</i>	<i>menor distância até Beta < 1 km</i>
<i>menor distância até Gama < 0,4 km</i>	<i>menor distância até Gama < 1 km</i>

Os resultados da análise podem ser observados a seguir. As Tabelas 7.10 a 7.13 fornecem os dados das órbitas onde a sonda inicia o movimento no periapsis. A Tabela 7.10 mostra os resultados da verificação das condições 1e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Beta. A primeira coluna mostra a ordem da ressonância, a segunda coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Alfa em quilômetros, a terceira coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Beta em quilômetros, a quarta coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação

ao corpo Gama em quilômetros, a quinta coluna mostra se houve ou não colisão (de acordo com a condição 1) e a sexta coluna mostra o mesmo resultado para a condição 2. A Tabela 7.11 mostra os mesmos resultados para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Beta. A Tabela 7.12 mostra os mesmos resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Gama. Para complementar esse estudo a Tabela 7.13 mostra a verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Gama. Nota-se que existem apenas 13 órbitas sem o risco de colisão para a condição 1 e apenas oito para a condição 2.

Tabela 7.10: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
1:2	2,77	8,41	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Gama
1:4	1,32	8,92	0,33	Sim, com Alfa e Gama	Sim, com Alfa e Gama
2:3	5,21	0,41	2,60	Sim, com Beta	Sim, com Beta
3:4	6,20	0,42	4,50	Sim, com Beta	Sim, com Beta
3:5	1,35	5,34	0,45	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
4:5	1,32	0,59	4,25	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Beta
4:7	4,13	6,42	0,84	Não	Sim, com Gama
5:6	6,37	0,41	3,69	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:7	6,28	0,40	4,23	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:8	5,18	0,42	2,34	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:9	4,46	0,41	0,75	Sim, com Beta	Sim, com Beta e Gama

Tabela 7.11: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	13,15	0,41	9,45	Sim, com Beta	Sim, com Beta
3:1	6,35	6,01	2,69	Não	Não
4:1	6,16	1,08	4,63	Não	Não
5:1	1,32	0,41	4,96	Sim, com Alfa e Beta	Sim, com Alfa e Beta
6:1	1,37	0,77	2,93	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Beta
3:2	13,07	0,41	9,33	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:2	12,25	4,09	8,50	Não	Não
7:2	9,81	0,41	6,63	Sim, com Beta	Sim, com Beta
4:3	14,10	0,40	10,36	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:3	14,02	0,39	10,28	Sim, com Beta	Sim, com Beta
7:3	4,35	0,49	1,14	Sim, com Beta	Sim, com Beta
8:3	12,63	1,34	9,04	Não	Não
5:4	13,51	0,41	9,77	Sim, com Beta	Sim, com Beta
7:4	12,07	1,38	8,33	Não	Não
9:4	10,58	1,37	7,56	Não	Não
6:5	13,15	0,42	9,40	Sim, com Beta	Sim, com Beta
7:5	12,49	0,40	8,74	Sim, com Beta	Sim, com Beta
8:5	13,65	0,40	9,91	Sim, com Beta	Sim, com Beta
9:5	12,30	1,11	8,56	Não	Não

Tabela 7.12: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:3	1,33	14,91	0,29	Sim, com Alfa e Gama	Sim, com Alfa e Gama
3:4	1,31	11,00	0,64	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
4:5	1,35	12,76	1,40	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa
5:6	1,32	11,15	0,56	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
5:7	1,62	10,89	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama

Tabela 7.13: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	1,96	10,57	0,30	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
3:1	1,71	5,80	0,41	Não	Sim, com Alfa e Gama
4:1	1,32	5,88	0,87	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
5:1	2,05	0,76	1,41	Não	Sim, com Beta
6:1	2,29	2,48	1,25	Não	Não
3:2	2,99	13,40	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:2	1,89	9,22	0,30	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
7:2	1,33	4,04	1,12	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa
4:3	3,22	11,23	0,33	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:3	3,21	7,14	0,41	Não	Sim, com Gama
7:3	2,15	8,81	0,30	Sim, com Gama	Sim, com Gama
8:3	1,30	10,31	0,41	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
5:4	3,09	13,30	0,30	Sim, com Gama	Sim, com Gama
7:4	2,44	6,97	0,71	Não	Sim, com Gama
9:4	1,31	9,32	0,66	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
6:5	3,01	13,38	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Gama
7:5	2,01	12,42	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Gama
8:5	3,12	13,26	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Gama
9:5	1,69	9,67	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama

A seguir, as Tabelas 7.14 a 7.17 fornecem os dados das órbitas onde a sonda inicia o movimento no apoapsis. A Tabela 7.14 mostra os resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Beta. A primeira coluna mostra a ordem da ressonância, a segunda coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Alfa em quilômetros, a terceira coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Beta em quilômetros, a quarta coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Gama em quilômetros, a quinta coluna mostra se houve ou não colisão de acordo com a condição 1 e a sexta coluna mostra o mesmo para a condição 2. A Tabela 7.15 mostra os mesmos resultados para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Beta. A Tabela 7.16 mostra os mesmos resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Gama. Para complementar esse estudo a Tabela 7.17 mostra a verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Gama. Nota-se que existem 33 órbitas sem o risco de colisão para a condição 1 e 21 órbitas para a condição 2.

Tabela 7.14: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
1:2	15,14	0,8	11,53	Não	Sim, com Beta
1:4	1,8	2,88	0,39	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
2:3	14,04	0,88	10,39	Não	Sim, com Beta
3:4	13,87	0,39	10,39	Sim, com Beta	Sim, com Beta
3:5	18,93	2,8	10,33	Não	Não
4:5	16,15	0,4	14,89	Sim, com Beta	Sim, com Beta
4:7	14,74	0,89	11,2	Não	Sim, com Beta
5:6	16	0,4	14,74	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:7	15,92	0,4	14,46	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:8	15,05	0,39	11,19	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:9	14,98	0,54	11,3	Não	Sim, com Beta

Tabela 7.15: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	13,32	23,2	9,7	Não	Não
3:1	10,65	5,51	7,04	Não	Não
4:1	4,03	2,79	2,53	Não	Não
5:1	10,71	5,56	8,92	Não	Não
6:1	10,8	5,03	7,85	Não	Não
3:2	13,92	4,9	10,06	Não	Não
5:2	10,98	8,72	7,23	Não	Não
7:2	10,17	6,31	6,72	Não	Não
4:3	15,87	9,81	12,07	Não	Não
5:3	14,63	11,29	10,92	Não	Não
7:3	10,82	13,32	7,41	Não	Não
8:3	11,32	12,31	7,67	Não	Não
5:4	5,5	0,55	2,89	Não	Sim, com Beta
7:4	12,18	15,71	8,88	Não	Não
9:4	10,73	21,68	7,51	Não	Não
6:5	15,57	7,6	11,79	Não	Não
7:5	13,53	0,39	10,47	Sim, com Beta	Sim, com Beta
8:5	14,33	6,91	11,01	Não	Não
9:5	12,28	14,9	8,69	Não	Não

Tabela 7.16: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:3	2,02	4,32	0,34	Sim, com Gama	Sim, com Gama
3:4	2,87	11,99	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Gama
4:5	3,29	12,12	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:6	3,08	12	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:7	1,98	11,41	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama

Tabela 7.17: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	2,67	7,34	4,24	Não	Não
3:1	3,69	0,89	5,17	Não	Sim, com Beta
4:1	16,16	0,39	13,43	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:1	5,08	0,4	1,83	Sim, com Beta	Sim, com Beta
6:1	3,11	6,05	0,82	Não	Sim, com Gama
3:2	2,32	1,49	0,6	Não	Sim, com Gama
5:2	2,47	5,2	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
7:2	14,85	0,65	11,11	Não	Sim, com Beta
4:3	3,36	9,98	2,24	Não	Não
5:3	1,55	7,14	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
7:3	2,09	5,7	0,37	Sim, com Gama	Sim, com Gama
8:3	2,57	4,71	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:4	1,89	10,04	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
7:4	2,72	0,74	1,54	Não	Sim, com Beta
9:4	1,52	5,95	0,55	Não	Sim, com Alfa e Gama
6:5	3,22	10,76	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
7:5	2,86	9,28	2,6	Não	Não
8:5	2,59	9,11	0,56	Não	Sim, com Gama
9:5	2,42	0,43	1,16	Sim, com Beta	Sim, com Beta

Abaixo, as Tabelas 7.18 a 7.21 fornecem os dados das órbitas onde a sonda inicia seu movimento no periapsis. A Tabela 7.18 mostra os resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Beta. A primeira coluna mostra a ordem da ressonância, a segunda coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Alfa em quilômetros, a terceira coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Beta em quilômetros, a quarta coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Gama em quilômetros, a quinta coluna mostra se houve ou não colisão de acordo com a condição 1 e a sexta coluna mostra o mesmo para a condição 2. A Tabela 7.19 mostra os mesmos resultados para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Beta. A Tabela 7.20 mostra os mesmos resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Gama. Para complementar esse estudo a Tabela 7.21 mostra a verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Gama. Nota-se que existem 32 órbitas sem o risco de colisão para a condição 1 e 24 órbitas para a condição 2.

Tabela 7.18: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
1:2	1,3	4,25	0,58	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
1:4	1,7	6,26	2,26	Não	Sim, com Alfa
2:3	3,16	0,91	2,43	Não	Sim, com Beta
3:4	8,24	3,26	4,75	Não	Não
3:5	3,44	6,3	3,43	Não	Não
4:5	10,03	12,65	6,72	Não	Não
4:7	3,74	10,57	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:6	8,88	2,01	5,44	Não	Não
5:7	7,98	0,4	5,76	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:8	4,08	0,97	2,62	Não	Sim, com Beta
5:9	1,33	4,84	1,21	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa

Tabela 7.19: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	13,19	19,66	9,78	Não	Não
3:1	10,01	5,7	6,89	Não	Não
4:1	8,25	2,07	5,18	Não	Não
5:1	9,71	16,69	6,46	Não	Não
6:1	10,96	5,15	7,92	Não	Não
3:2	4,02	3,03	1,87	Não	Não
5:2	11,67	21,9	7,96	Não	Não
7:2	11,49	25,05	7,87	Não	Não
4:3	1,32	0,45	3,24	Sim, com Alfa e Beta	Sim, com Alfa e Beta
5:3	6,81	0,39	4,39	Sim, com Beta	Sim, com Beta
7:3	11,52	25,18	7,85	Não	Não
8:3	4,07	1	3,61	Não	Não
5:4	10,55	16,27	6,98	Não	Não
7:4	12,07	0,42	9,54	Sim, com Beta	Sim, com Beta
9:4	11,42	25,2	8,02	Não	Não
6:5	10,92	20,43	7,75	Não	Não
7:5	5,84	0,42	2,35	Sim, com Beta	Sim, com Beta
8:5	13,11	1,47	9,48	Não	Não
9:5	12,3	4,42	8,75	Não	Não

Tabela 7.20: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:3	1,35	12,2	0,31	Sim, com Alfa e Gama	Sim, com Alfa e Gama
3:4	1,89	4,92	0,69	Não	Sim, com Alfa e Gama
4:5	1,57	9,97	0,34	Sim, Gama	Sim, com Alfa e Gama
5:6	2,36	11,16	1,87	Não	Não
5:7	1,33	3,56	0,61	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama

Tabela 7.21: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	3,01	7,17	3,85	Não	Não
3:1	2,37	10,4	3,99	Não	Não
4:1	1,35	1,74	2,57	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa
5:1	2,21	0,41	2,65	Sim, com Beta	Sim, com Beta
6:1	1,53	5,67	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
3:2	2,57	9,97	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:2	2,8	1,45	0,5	Não	Sim, com Gama
7:2	2,49	6,89	0,41	Não	Sim, com Gama
4:3	1,31	10,74	0,73	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
5:3	3,21	0,46	1,38	Sim, com Beta	Sim, com Beta
7:3	2,14	6,25	2,6	Não	Não
8:3	2,26	4,94	0,93	Não	Sim, com Gama
5:4	2,16	10,13	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
7:4	2,76	6,47	0,39	Sim, com Gama	Sim, com Gama
9:4	2,03	5,93	1,24	Não	Não
6:5	2,18	11,05	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
7:5	2,08	8,39	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Gama
8:5	2,8	2,76	0,91	Não	Sim, com Gama
9:5	2,71	6,63	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Gama

Abaixo, as Tabelas 7.22 a 7.25 fornecem os dados das órbitas onde a sonda inicia seu movimento no apoapsis. A Tabela 7.22 mostra os resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Beta. A primeira coluna mostra a ordem da ressonância, a segunda coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Alfa em quilômetros, a terceira coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Beta em quilômetros, a quarta coluna mostra a menor distância que a sonda espacial passa em relação ao corpo Gama em quilômetros, a quinta coluna mostra se houve ou não colisão de acordo com a condição 1 e a sexta coluna mostra o mesmo para a condição 2. A Tabela 7.23 mostra os mesmos resultados para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Beta. A Tabela 7.24 mostra os mesmos resultados da verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e internas a órbita de Gama. Para complementar esse estudo a Tabela 7.25 mostra a verificação das condições 1 e 2 para as órbitas ressonantes e externas a órbita de Gama. Nota-se que existem 32 órbitas sem o risco de colisão para a condição 1 e 21 órbitas para a condição 2.

Tabela 7.22: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
1:2	2,57	1,04	1,09	Não	Não
1:4	1,73	1,91	0,86	Não	Sim, com Alfa e Gama
2:3	6,13	1,87	2,4	Não	Não
3:4	7,98	2,52	5,76	Não	Não
3:5	4,65	0,67	5,71	Não	Sim, com Beta
4:5	6,34	0,48	3,49	Sim, com Beta	Sim, com Beta
4:7	4,51	2,05	7,34	Não	Não
5:6	10,01	12,84	6,6	Não	Não
5:7	7,72	0,39	4,75	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:8	5,96	2,6	3,83	Não	Não
5:9	4,43	1,12	8,12	Não	Não

Tabela 7.23: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Beta

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	10,17	1,46	6,63	Não	Não
3:1	10	24,96	7,52	Não	Não
4:1	8,68	7,13	4,95	Não	Não
5:1	9,52	5,06	7,28	Não	Não
6:1	13,87	1,7	10,58	Não	Não
3:2	9,34	0,46	7,73	Sim, com Beta	Sim, com Beta
5:2	8,64	2,8	5,38	Não	Não
7:2	10,79	15,82	7,61	Não	Não
4:3	8,68	7,01	5,49	Não	Não
5:3	5,65	0,4	5,01	Sim, com Beta	Sim, com Beta
7:3	11,65	5,25	8,33	Não	Não
8:3	12,57	17,81	9,01	Não	Não
5:4	9,78	14,33	6,51	Não	Não
7:4	7,26	0,78	4,61	Não	Sim, com Beta
9:4	11,46	0,71	8,02	Não	Sim, com Beta
6:5	10,14	17,92	6,53	Não	Não
7:5	11,65	0,39	8,28	Sim, com Beta	Sim, com Beta
8:5	6,95	0,41	4,14	Sim, com Beta	Sim, com Beta
9:5	5,85	3,96	3,16	Não	Não

Tabela 7.24: Análise das condições 1 e 2 para órbitas internas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:3	1,34	14,63	0,77	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
3:4	1,54	12,49	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
4:5	1,3	11,06	0,74	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
5:6	1,33	10,94	0,55	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
5:7	1,81	11,77	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama

Tabela 7.25: Análise das condições 1 e 2 para órbitas externas à órbita de Gama

Ressonância	Menor distância até Alfa (km)	Menor distância até Beta (km)	Menor distância até Gama (km)	Condição 1	Condição 2
2:1	1,3	8,26	0,48	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa e Gama
3:1	1,95	9,68	0,95	Não	Sim, com Alfa e Gama
4:1	1,93	0,42	1,79	Sim, com Beta	Sim, com Alfa e Beta
5:1	1,38	1,96	1,21	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa
6:1	2,52	4,55	0,99	Não	Sim, com Gama
3:2	2,85	8,14	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:2	2,6	1,76	1,1	Não	Não
7:2	1,7	2,38	1,19	Não	Sim, com Alfa
4:3	2,15	12,58	0,32	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:3	1,61	1,67	0,83	Não	Sim, com Alfa e Gama
7:3	2,49	7,52	0,44	Não	Sim, com Gama
8:3	2,61	12,16	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Gama
5:4	1,99	4,07	0,4	Não	Sim, com Alfa e Gama
7:4	1,48	5,78	0,31	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
9:4	1,3	5,71	1,07	Sim, com Alfa	Sim, com Alfa
6:5	2,08	3,22	0,44	Não	Sim, com Gama
7:5	1,82	10,54	0,3	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama
8:5	2,69	8,79	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Gama
9:5	1,9	10,59	0,29	Sim, com Gama	Sim, com Alfa e Gama

As tabelas acima mostram que a condição mais restritiva descartou um número maior de trajetórias, como esperado. Porém, várias dessas colisões ocorrem depois de algum tempo, logo essas trajetórias não podem ser descartadas de início. Sendo assim, todas as opções são integradas numericamente, e os resultados mostram o momento da colisão. Com isso um analista de missão pode decidir entre a utilidade ou não da órbita, e mesmo considerar a possibilidade de uma manobra orbital com o objetivo de evitar a colisão e manter a órbita encontrada como útil à missão.

A seguir foram feitos gráficos que mostram a distância em função do tempo entre o corpo Alfa e a sonda (r_1), entre Beta e a sonda (r_2), e entre Gama e a sonda (r_3), para verificar o efeito das massas de Beta e Gama na trajetória da sonda espacial, em particular na evolução dessas distâncias. No próximo capítulo são mostrados os gráficos das órbitas consideradas excelentes para a missão. As órbitas excelentes foram aquelas em que a sonda espacial permaneceu mais que 15 dias abaixo de 5 km de distância dos corpos.

8 ANÁLISE DAS ÓRBITAS INTERNAS E EXTERNAS DA SONDA ESPACIAL

Uma vez escolhidas as órbitas ressonantes que cruzam com pelo menos uma das órbitas dos corpos menores e que não colidam com nenhum dos corpos, essas trajetórias serão integradas numericamente utilizando o modelo de dinâmica dado pelo PBEIP. O tempo de integração não será sempre o mesmo, pois a maioria das órbitas apresenta um risco de colisão com um dos corpos do sistema. Essas órbitas não foram descartadas, pois as passagens próximas podem ser evitadas com manobras de consumo muito baixo.

Está além do limite do presente trabalho estudar essas manobras, mas as órbitas serão estudadas até um tempo próximo da passagem próxima, dado que, após esse ponto, mesmo que a órbita seja utilizada pela missão, a manobra orbital que será efetuada combinada com o efeito gravitacional da passagem próxima irá alterar a órbita da sonda. Existe, porém, um número reduzido de órbitas que não necessitam de manobras orbitais durante os tempos simulados no presente trabalho.

8.1 Órbitas com a sonda saindo do periapsis

8.1.1 Órbitas externas à órbita de Beta

Inicialmente, as órbitas ressonantes com o corpo Beta e que são externas à órbita de Beta serão estudadas, para conhecer os detalhes de cada uma.

8.1.1.1 Ressonância 5:2

A Figura 8.1 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 5:2.

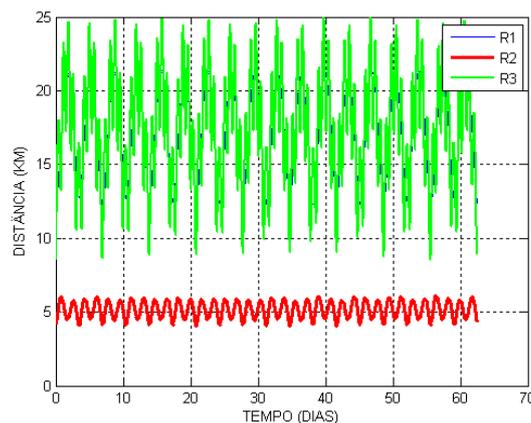


Figura 8.1: Órbita externa à órbita de Beta. Caso da ressonância 5:2.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 12,25 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 21,35 km. A menor distância até Beta é de 4,09 km e seu maior afastamento é de 6,11 km. A menor distância até Gama é de 8,50 km e a maior distância é de 24,99 km. Na Tabela 8.1 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.1: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 5:2.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	25,86 dias
5 – 10 km	36,64 dias
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	1,75 dias

De acordo com a Tabela 7.11, não houve risco de colisão. Na verdade, essa órbita resultou em uma captura por Beta. Sendo assim, ela é interessante apenas para a exploração desse corpo.

8.1.2 Órbitas internas à órbita de Gama

Agora, as órbitas ressonantes com o corpo Gama e que são internas à órbita de Gama serão estudadas, para conhecer os detalhes de cada uma.

8.1.2.1 Ressonância 3:4

A Figura 8.2 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 3:4.

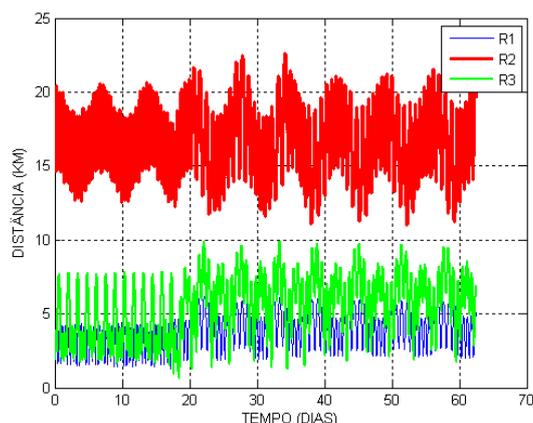


Figura 8.2: Órbita interna á órbita de Gama. Caso da ressonância 3:4.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 1,31 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 6,15 km. A menor distância até Beta é de 11 km e seu maior afastamento é de 22,65 km. A menor distância até Gama é de 0,64 km e a maior distância é de 9,92 km. Na Tabela 8.2 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.2: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 3:4.

R1	
0 – 5 km	51,65 dias
5 – 10 km	10,85 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	23,61 dias
5 – 10 km	38,89 dias

De acordo com a Tabela 7.12, houve risco de colisão da sonda com o corpo Alfa em relação à condição 1. Em relação à condição 2 houve risco de colisão com os corpos Alfa e Gama. Analisando a Tabela 8.2 observa-se que é uma excelente órbita para observar Alfa e Gama.

8.1.2.2 Ressonância 4:5

A Figura 8.3 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 4:5.

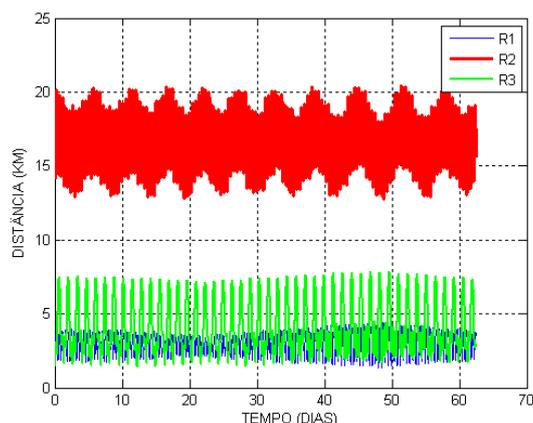


Figura 8.3: Órbita interna à órbita de Gama. Caso da ressonância 4:5.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 1,35 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 4,39 km. A menor distância até Beta é de 12,76 km e seu maior afastamento é de 20,44 km. A menor distância até Gama é de 1,40 km e a maior distância é de 7,87 km. Na Tabela 8.3 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.3: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.

Caso da ressonância 4:5.

R1	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	43,06 dias
5 – 10 km	19,44 dias

De acordo com a Tabela 7.12, houve risco de colisão da sonda com o corpo Alfa. A Tabela 8.3 mostra que essa órbita é excelente para observar os corpos Alfa e Gama.

8.1.3 Órbitas externas à órbita de Gama

A seguir, as órbitas ressonantes com o corpo Gama e que são externas à órbita de Gama serão estudadas, para conhecer os detalhes de cada uma.

8.1.3.1 Ressonância 3:1

A Figura 8.4 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 3:1.

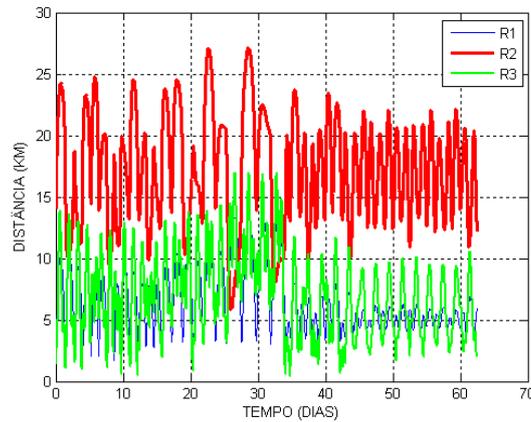


Figura 8.4: Órbita externa à órbita de Gama. Caso da ressonância 3:1.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 1,71 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 13,42 km. A menor distância até Beta é de 5,80 km e seu maior afastamento é de 27,15 km. A menor distância até Gama é de 0,41 km e a maior distância é de 17 km. Na Tabela 8.4 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.4: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.

Caso da ressonância 3:1.

R1	
0 – 5 km	19,74 dias
5 – 10 km	35,69 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	3,43 dias
R3	
0 – 5 km	21,26 dias
5 – 10 km	28,32 dias

De acordo com a Tabela 7.13, não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão da sonda com os corpos Alfa e Gama. É considerada uma órbita excelente para observar Alfa e Gama.

8.2 Órbitas com a sonda saindo do apoapsis

8.2.1 Órbitas internas à órbita de Beta

Inicialmente, as órbitas ressonantes com o corpo Beta e que são internas à órbita de Beta serão estudadas, para conhecer os detalhes de cada uma.

8.2.1.1 Ressonância 1:2

A Figura 8.5 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 1:2.

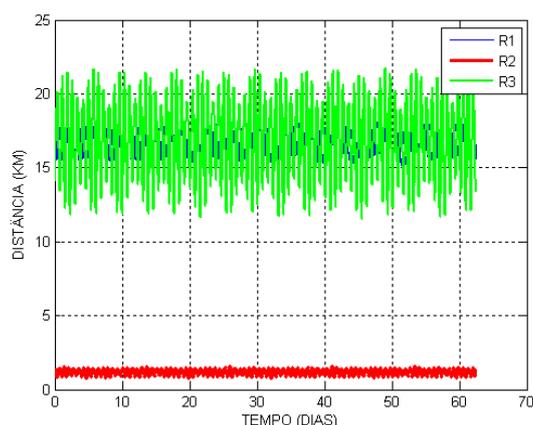


Figura 8.5: Órbita interna à órbita de Beta. Caso da ressonância 1:2.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 15,14 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 18,2 km. A menor distância até Beta é de 0,8 km e seu maior afastamento é de 1,54 km. A menor distância até Gama é de 11,53 km e a maior distância é de 21,83 km. Na Tabela 8.5 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.5: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 1:2.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0

De acordo com a Tabela 7.14 não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com Beta. Na verdade, essa órbita resultou em uma captura por Beta. Sendo assim, ela é interessante apenas para a exploração desse corpo.

8.2.1.2 Ressonância 2:3

A Figura 8.6 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 2:3.

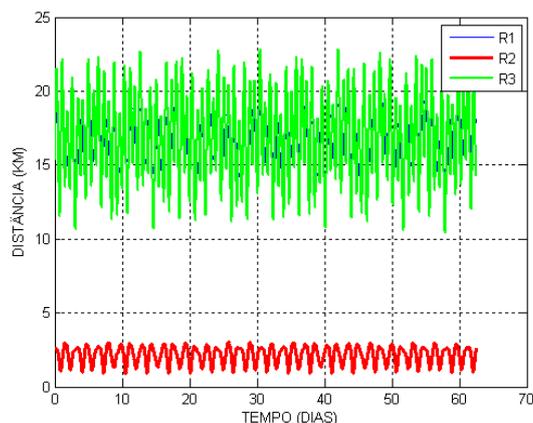


Figura 8.6: Órbita interna à órbita de Beta. Caso da ressonância 2:3.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 14,04 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 19,36 km. A menor distância até Beta é de 0,88 km e seu maior afastamento é de 3,01 km. A menor distância até Gama é de 10,39 km e a maior distância é de 22,82 km. Na Tabela 8.6 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.6: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 2:3.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0

De acordo com a Tabela 7.14, não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão apenas com Beta. Essa órbita resultou também

em uma captura por Beta. Sendo assim, ela é interessante apenas para a exploração desse corpo.

8.2.1.3 Ressonância 3:5

A Figura 8.7 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 3:5.

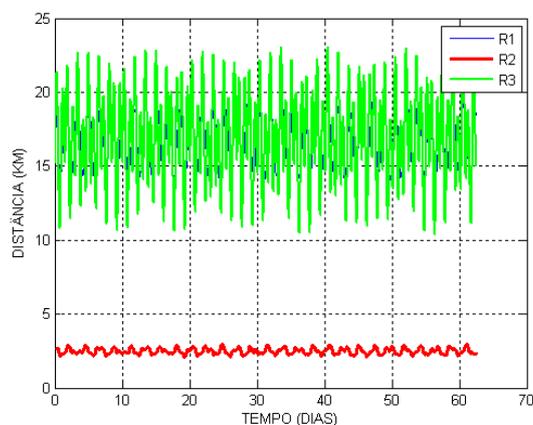


Figura 8.7: Órbita interna à órbita de Beta. Caso da ressonância 3:5.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 13,97 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 19,04 km. A menor distância até Beta é de 2,08 km e seu maior afastamento é de 2,95 km. A menor distância até Gama é de 10,33 km e a maior distância é de 23,11 km. Na Tabela 8.7 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.7: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 3:5.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0

De acordo com a Tabela 7.14, não houve risco de colisão. Essa órbita resultou também em uma captura por Beta. Sendo assim, ela é excelente para explorar desse corpo.

8.2.1.4 Ressonância 4:7

A Figura 8.8 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 4:7.

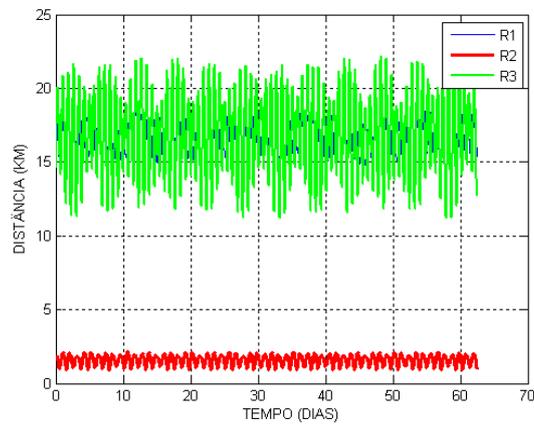


Figura 8.8: Órbita interna à órbita de Beta. Caso da ressonância 4:7.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 14,74 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 18,64 km. A menor distância até Beta é de 0,89 km e seu maior afastamento é de 2,13 km. A menor distância até Gama é de 11,2 km e a maior distância é de 22,16 km. Na Tabela 8.8 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.8: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 4:7.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0

De acordo com a Tabela 7.14, não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com Beta. Essa órbita resultou em uma captura por Beta. Sendo assim, ela também é interessante apenas para a exploração desse corpo.

8.2.1.5 Ressonância 5:9

A Figura 8.9 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 5:9.

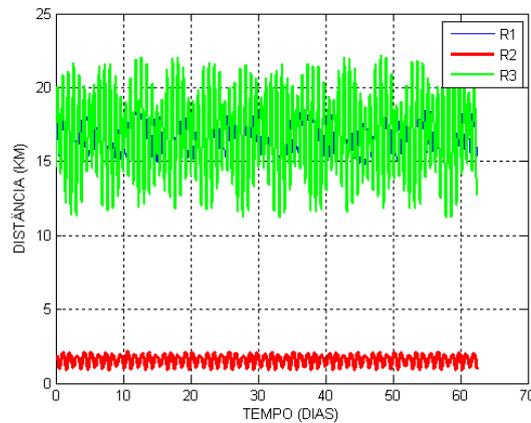


Figura 8.9: Órbita interna à órbita de Beta. Caso da ressonância 5:9.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 14,98 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 18,39 km. A menor distância até Beta é de 0,54 km e seu maior afastamento é de 1,75 km. A menor distância até Gama é de 11,3 km e a maior distância é de 22 km. Na Tabela 8.9 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.9: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 5:9.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0

De acordo com a Tabela 7.14, não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com Beta. Nota-se que essa órbita resultou em uma captura por Beta. Sendo assim, ela também é excelente para explorar esse corpo.

8.2.2 Órbitas externas à órbita de Gama

Agora, as órbitas ressonantes com o corpo Gama e que são externas à órbita de Gama serão estudadas, para ver os detalhes de cada uma.

8.2.2.1 Ressonância 2:1

A Figura 8.10 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 2:1.

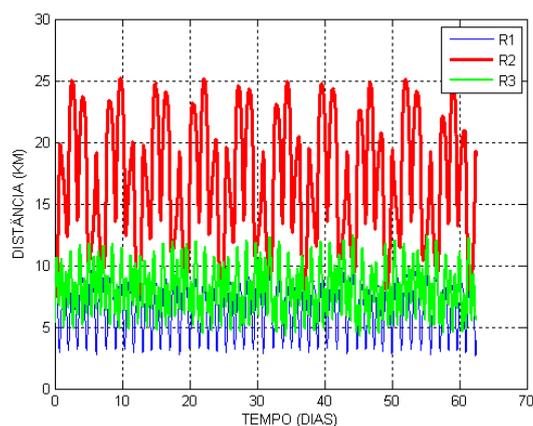


Figura 8.10: Órbita externa à órbita de Gama. Caso da ressonância 2:1.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 2,67 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 9,79 km. A menor distância até Beta é de 7,34 km e seu maior afastamento é de 25,23 km. A menor distância até Gama é de 4,24 km e a maior distância é de 12,48 km. Na Tabela 8.10 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.10: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 2:1.

R1	
0 – 5 km	15,11 dias
5 – 10 km	47,39 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	5,69 dias
R3	
0 – 5 km	2,15 dias
5 – 10 km	46,33 dias

De acordo com a Tabela 7.17, não houve risco de colisão da sonda com os corpos. Analisando a Tabela 8.10 observa-se que é uma excelente órbita para observar Alfa.

8.2.2.2 Ressonância 7:2

A Figura 8.11 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 7:2.

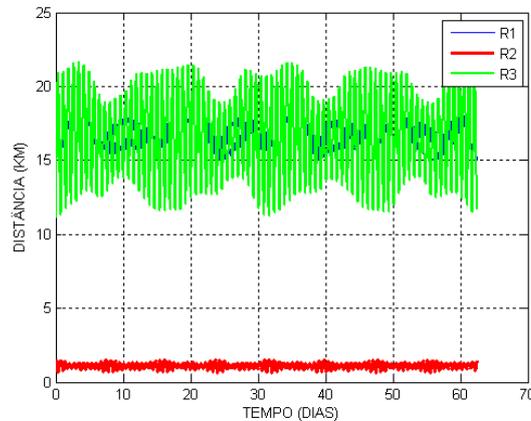


Figura 8.11: Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 7:2.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 14,85 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 18,2 km. A menor distância até Beta é de 0,65 km e seu maior afastamento é de 1,53 km. A menor distância até Gama é de 11,11 km e a maior distância é de 21,75 km. Na Tabela 8.11 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.11: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 7:2.

R1	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R2	
0 – 5 km	62,5 dias
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0

De acordo com a Tabela 7.17, não houve risco de colisão da sonda em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com Beta. Analisando a Tabela 8.11 observa-se que é uma excelente órbita para observar Beta.

8.2.2.3 Ressonância 4:3

A Figura 8.12 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 4:3.

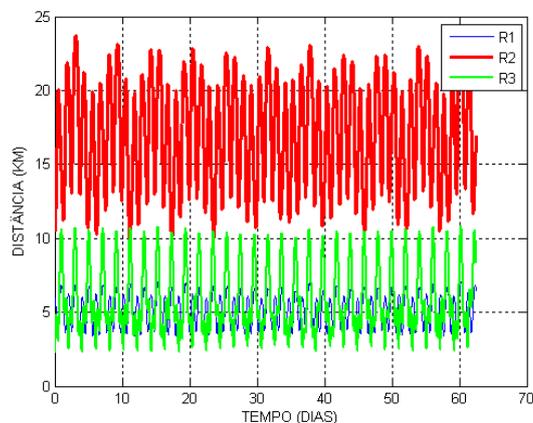


Figura 8.12: Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 4:3.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 3,36 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 7,04 km. A menor distância até Beta é de 9,98 km e seu maior afastamento é de 23,72 km. A menor distância até Gama é de 2,24 km e a maior distância é de 10,89 km. Na Tabela 8.12 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.12: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 4:3.

R1	
0 – 5 km	25,79 dias
5 – 10 km	36,71 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0,08 dias
R3	
0 – 5 km	30,4 dias
5 – 10 km	26,3 dias

De acordo com a Tabela 7.17, não houve risco de colisão. Analisando a Tabela 8.12 observa-se que é uma excelente órbita para observar os corpos Alfa e Gama.

8.2.2.4 Ressonância 7:3

A Figura 8.13 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 7:3.

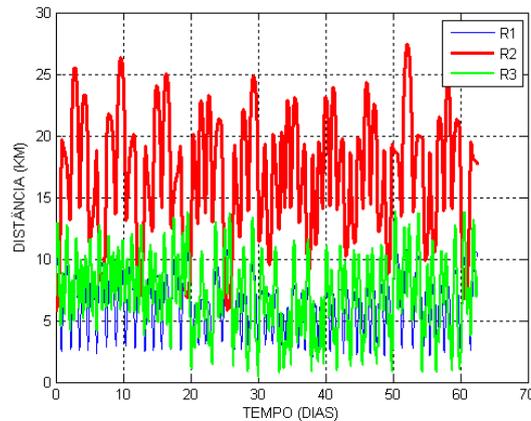


Figura 8.13: Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 7:3.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 2,09 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 10,86 km. A menor distância até Beta é de 5,7 km e seu maior afastamento é de 27,39 km. A menor distância até Gama é de 0,37 km e a maior distância é de 13,86 km. Na Tabela 8.13 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.13: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 7:3.

R1	
0 – 5 km	17,55 dias
5 – 10 km	41,36 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	6,48 dias
R3	
0 – 5 km	15,4 dias
5 – 10 km	33,44 dias

De acordo com a Tabela 7.17, houve risco de colisão com o corpo Gama. Analisando a Tabela 8.13 observa-se que também é uma excelente órbita para observar os corpos Alfa e Gama.

8.2.2.5 Ressonância 9:4

A Figura 8.14 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 9:4.

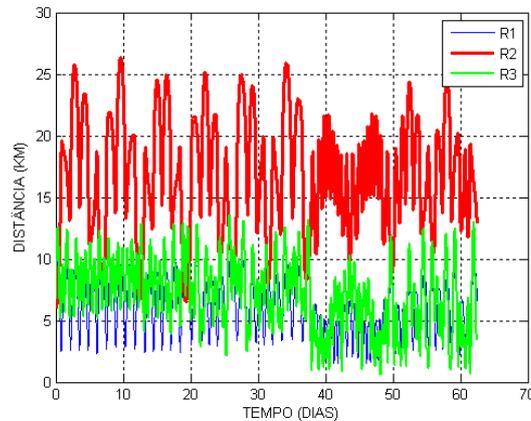


Figura 8.14: Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 9:4.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 1,52 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 10,64 km. A menor distância até Beta é de 5,95 km e seu maior afastamento é de 26,34km. A menor distância até Gama é de 0,55 km e a maior distância é de 13,53 km. Na Tabela 8.14 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.14: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 9:4.

R1	
0 – 5 km	20,88 dias
5 – 10 km	40,56 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	5,42 dias
R3	
0 – 5 km	14,61 dias
5 – 10 km	35,38 dias

De acordo com a Tabela 7.17, não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com os corpos Alfa e Gama. Analisando a Tabela 8.14 observa-se que também é uma excelente órbita para observar os corpos Alfa e Gama.

8.2.2.6 Ressonância 7:5

A Figura 8.15 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 7:5.

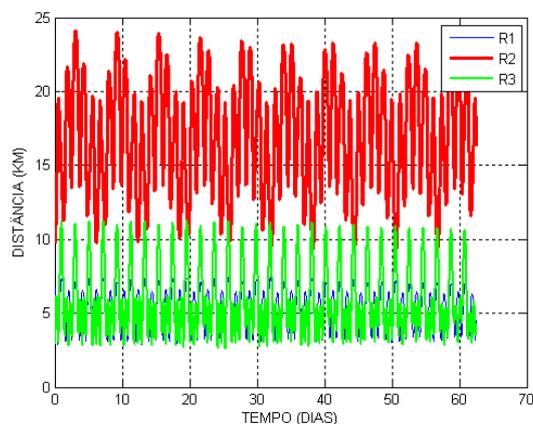


Figura 8.15: Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 7:5.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 2,86 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 7,45 km. A menor distância até Beta é de 9,28 km e seu maior afastamento é de 24,06km. A menor distância até Gama é de 2,6 km e a maior distância é de 11,26 km. Na Tabela 8.15 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.15: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 7:5.

R1	
0 – 5 km	24,25 dias
5 – 10 km	38,25 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	1,77 dias
R3	
0 – 5 km	27,13 dias
5 – 10 km	27,81 dias

De acordo com a Tabela 7.17, não houve risco de colisão. Analisando a Tabela 8.15 observa-se que é uma excelente órbita para explorar os corpos Alfa e Gama.

8.2.2.7 Ressonância 8:5

A Figura 8.16 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 8:5.

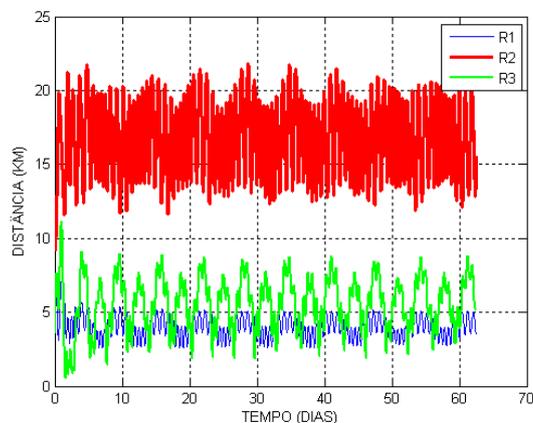


Figura 8.16: Órbita externa á órbita de Gama. Caso da ressonância 8:5.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 2,59 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 7,47 km. A menor distância até Beta é de 9,11 km e seu maior afastamento é de 21,6km. A menor distância até Gama é de 0,56 km e a maior distância é de 11,16 km. Na Tabela 8.16 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.16: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 8:5.

R1	
0 – 5 km	56,75 dias
5 – 10 km	5,75 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0,16 dias
R3	
0 – 5 km	22,36 dias
5 – 10 km	39,88 dias

De acordo com a Tabela 7.17, não houve risco de colisão em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com Gama. Analisando a Tabela 8.16 observa-se que também é uma excelente órbita para explorar os corpos Alfa e Gama.

8.3 Órbitas com a sonda saindo do periapsis

8.3.1 Órbitas internas à órbita de Gama

Inicialmente, as órbitas ressonantes com o corpo Gama e que são internas à órbita de Gama serão estudadas, para ver os detalhes de cada uma.

8.3.1.1 Ressonância 4:5

A Figura 8.17 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 4:5.

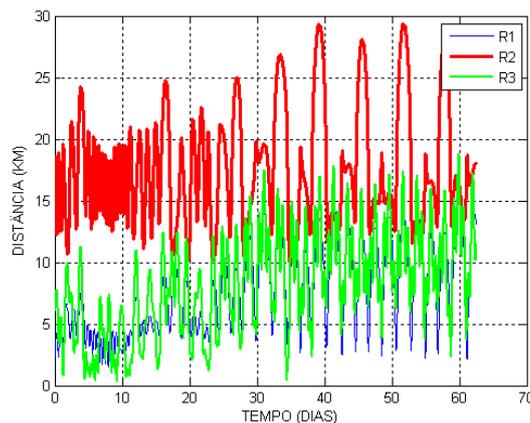


Figura 8.17: Órbita interna à órbita de Gama. Caso da ressonância 4:5.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 1,57 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 15,26 km. A menor distância até Beta é de 9,97 km e seu maior afastamento é de 29,37 km. A menor distância até Gama é de 0,34 km e a maior distância é de 18,83 km. Na Tabela 8.17 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.17: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 4:5.

R1	
0 – 5 km	19,02 dias
5 – 10 km	23,66 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0,09 dias
R3	
0 – 5 km	15,67 dias
5 – 10 km	25,28 dias

De acordo com a Tabela 7.20, houve risco de colisão com Gama em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com os corpos Alfa e Gama. Nota-se na Tabela 8.17 que é uma órbita interessante para observar Alfa e Gama.

8.3.1.2 Ressonância 5:6

A Figura 8.18 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 5:6.

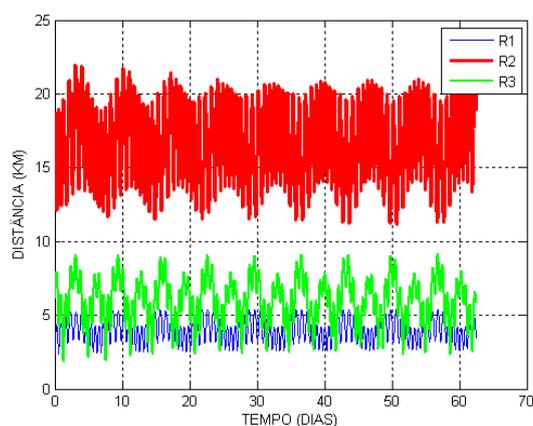


Figura 8.18: Órbita interna à órbita de Gama. Caso da ressonância 5:6.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 2,36 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 5,4 km. A menor distância até Beta é de 11,16 km e seu maior afastamento é de 21,98 km. A menor distância até Gama é de 1,87 km e a maior distância é de 9,15 km. Na Tabela 8.18 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.18: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 5:6.

R1	
0 – 5 km	55 dias
5 – 10 km	7,5 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	0
R3	
0 – 5 km	16,26 dias
5 – 10 km	46,24 dias

De acordo com a Tabela 7.20, não houve risco de colisão. Nota-se na Tabela 8.18 que é uma órbita excelente para explorar Alfa e Gama.

8.3.2 Órbitas externas à órbita de Gama

A seguir, as órbitas ressonantes com o corpo Gama e que são externas à órbita de Gama serão estudadas, para ver os detalhes de cada uma.

8.3.2.1 Ressonância 2:1

A Figura 8.19 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 2:1.

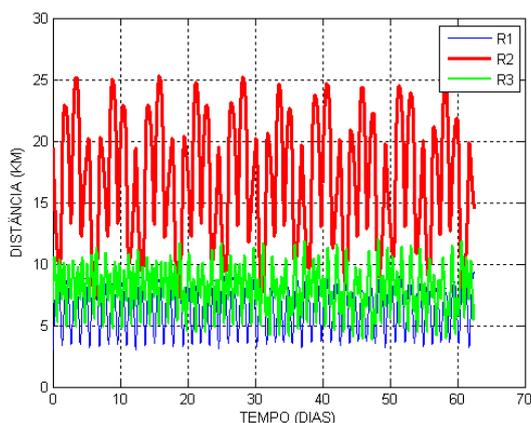


Figura 8.19: Órbita externa à órbita de Gama. Caso da ressonância 2:1.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 3,01 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 9,51km. A menor distância até Beta é de 7,17 km e seu maior afastamento é de 25,29 km. A menor distância até Gama é de 3,85 km e a maior distância é de 12,02 km. Na Tabela 8.19 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.19: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.
Caso da ressonância 2:1.

R1	
0 – 5 km	15,15 dias
5 – 10 km	47,35 dias
R2	
0 – 5 km	0
5 – 10 km	5,76 dias
R3	
0 – 5 km	3,09 dias
5 – 10 km	48,79 dias

De acordo com a Tabela 7.21, não houve risco de colisão. Nota-se na Tabela 8.19 que é uma órbita excelente para explorar Alfa.

8.4 Órbitas com a sonda saindo do apoapsis

8.4.1 Órbitas externas à órbita de Gama

Inicialmente, as órbitas ressonantes com o corpo Gama e que são externas à órbita de Gama serão estudadas, para ver os detalhes de cada uma.

8.4.1.1 Ressonância 6:5

A Figura 8.20 mostra as distâncias entre a sonda espacial e os três corpos do sistema como função do tempo para a ressonância 6:5.

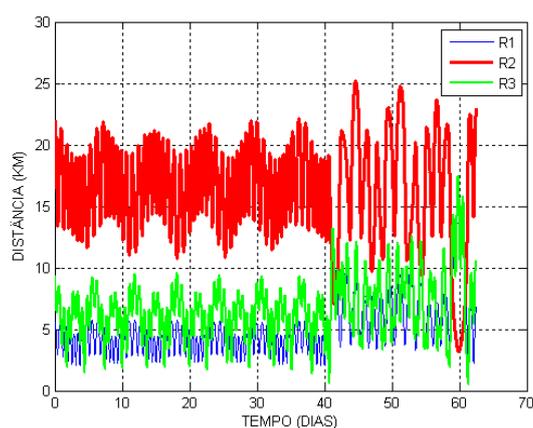


Figura 8.20: Órbita interna à órbita de Gama. Caso da ressonância 6:5.

Observa-se que a menor distância da sonda à Alfa é de 2,08 km, enquanto que o seu maior afastamento é de 13,83 km. A menor distância até Beta é de 3,22 km e seu maior afastamento é de 25,18 km. A menor distância até Gama é de 0,44 km e a maior distância é de 17,5 km. Na Tabela 8.20 observa-se o número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos, num período de 63 dias.

Tabela 8.20: Número de dias que a sonda permanece próxima aos corpos.

Caso da ressonância 6:5.

R1	
0 – 5 km	37,42 dias
5 – 10 km	23,29 dias
R2	
0 – 5 km	1,19 dias
5 – 10 km	2,48 dias
R3	
0 – 5 km	15,53 dias
5 – 10 km	41,71 dias

De acordo com a Tabela 7.25, não houve risco de colisão com em relação à condição 1 e em relação à condição 2 houve risco de colisão com o corpo Gama. Nota-se na Tabela 8.20 que é uma órbita interessante para observar Alfa e Gama.

9 CONCLUSÕES E TRABALHOS FUTUROS

O presente trabalho teve por objetivo a busca de órbitas para uma sonda espacial em órbita do corpo principal do sistema triplo de asteroides 2001SN₂₆₃ que passem próximas a pelo menos um dos dois corpos secundários do sistema.

Para efetuar essa tarefa, as condições iniciais foram obtidas para órbitas ressonantes com um dos corpos menores baseados, quando utilizada a dinâmica de dois corpos. Após essas condições terem sido obtidas, foi adicionado a precessão das órbitas devido ao achatamento do corpo principal. Um número máximo foi especificado para a razão de proporcionalidade para evitar períodos muito longos, que seriam inviáveis para uma missão real e que demandariam modelos de dinâmica mais complexos. Foi encontrado um grande número de órbitas e estas foram catalogadas em tabelas. Foram definidos dois critérios de colisão baseados na distância mínima entre a sonda espacial e os três corpos do sistema, para que essa informação ficasse disponível para uma análise detalhada no momento da escolha de uma órbita específica.

Após esse estudo inicial, foi definida e implementada uma nova versão de modelo dinâmico, não encontrada na literatura, e que foi aqui denominada de "Problema Bi-Elíptico Inclinado Precessando" (PBEIP). Esse modelo leva em conta as forças gravitacionais dos três corpos do sistema triplo e o achatamento do corpo central, tanto diretamente na sonda espacial como indiretamente, ao causar uma precessão nas órbitas dos dois corpos menores do sistema. Também foi considerada a inclinação entre as órbitas dos dois corpos. Com esse modelo, um grande número de órbitas foram analisadas.

Para deixar os resultados mais genéricos, foi evitado definir valores exatos para a aproximação necessária entre a sonda e os três corpos envolvidos. Sendo assim, as análises mostraram a evolução dessas distâncias, deixando a cargo do usuário a decisão sobre a adequação ou não das distâncias encontradas.

Os resultados mostraram que órbitas ideais, sem correção orbital, que permitam a exploração dos três corpos são difíceis de serem encontradas. Existem algumas soluções que fornecem opções de encontros próximos com os três corpos, mas é sempre necessário certo cuidado com passagens muito próximas, devido ao risco de colisão.

Foram encontradas órbitas muito boas para a exploração de dois dos três corpos e também órbitas em torno dos dois corpos menores. Esses resultados são interessantes, pois uma combinação das soluções aqui encontradas pode ser de utilidade para a missão. A sonda pode ser colocada em uma das órbitas excelentes para a exploração de Alfa e Gama, por exemplo, e depois ser transferida para uma órbita ideal para a exploração de Beta. Existem diversas opções para combinações desse tipo e uma decisão final depende de detalhes técnicos ainda não disponíveis em detalhes, tais como a disponibilidade de combustível existente e o valor das distâncias desejadas para a observação de cada corpo.

Outro ponto a ser considerado é a questão do risco de colisão. Nenhuma órbita estudada aqui terminou em uma colisão real, pelo menos nos tempos estudados. Todas tiveram passagens muito próximas, até tangentes a um dos corpos, mas nunca uma colisão real. Sendo assim, a utilidade dessas órbitas depende de dois fatores: i) qual o limite real de distância mínima aceitável; ii) qual a possibilidade da realização de pequenas manobras que reduzam esse risco, possivelmente baseadas em pressão de radiação solar ou outro tipo de motor de baixo consumo de combustível.

Várias órbitas encontradas foram órbitas fechadas em torno de um dos corpos menores. Essas órbitas são excelentes para a observação desses corpos, porém não são ideais para a exploração dos demais corpos. Órbitas desse tipo só podem ser utilizadas quando combinadas entre si através de manobras orbitais.

O tempo de estudo dessas órbitas foi variável, dependendo dos resultados. Foi tentado buscar órbitas com cerca de 15 a 63 dias. Períodos mais longos não foram considerados, pois ficou claro que o melhor enfoque para a missão é utilizar uma sequência de soluções. Sendo assim, trechos de durações variadas são interessantes por permitir flexibilidade nas combinações. Em alguns casos trechos mais curtos foram também analisados, com a ideia de facilitar um encaixe de sequências de soluções que possam se adequar a vínculos de tempo. Quando a solução encontrada se mostrou ser uma órbita fechada em torno de um dos corpos menores esse tempo foi reduzido.

Existem diversas tarefas importantes para serem desenvolvidas no futuro ligadas ao presente estudo. Uma das mais importantes delas é a busca de órbitas similares as aqui estudadas em

torno dos dois corpos menores do sistema triplo. Essas órbitas podem ter encontros com os três corpos do sistema e serem boas candidatas à missão. Algumas foram encontradas no presente trabalho, mas um estudo detalhado dessas órbitas e de sua evolução no tempo precisa ser efetuado.

Além disso, é necessário considerar a questão das manobras orbitais, já citadas acima. Eles podem ser muito úteis, tanto para a manutenção das órbitas aqui encontradas, como para efetuar mudanças entre as referidas órbitas, fazendo com que a sonda espacial mude de uma órbita para outra, podendo assim utilizar os trechos mais interessantes de cada uma.

Também é interessante estudar o problema com uma dinâmica mais precisa, levando em conta mais forças perturbativas. Para efetuar esse avanço na dinâmica é necessário efetuar um mapeamento prévio, para que sejam determinadas as forças que devem fazer parte do sistema dinâmico. A literatura já possui alguns trabalhos nessa linha e um estudo detalhado dessa questão merece ser efetuado.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ARAÚJO, R. A. N. **O sistema triplo de asteroides 2001 SN263: dinâmica orbital e estabilidade.** 2011. 130 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.13.16.15-TDI). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3AK44AL>>. Acesso em: 10 abr. 2014. .

ARAÚJO, R. A. N.; WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A.; SUKHANOV, A. Stability regions around the components of the triple system 2001SN₂₆₃. **Montly Notices of the Royal Astronomical Soc.**, v. 423, n. 4, p. 3058-3073, July 2012. doi: <[10.1111/j.1365-2966.2012.21101.x](https://doi.org/10.1111/j.1365-2966.2012.21101.x)>.

BECKER, T. M.; NOLAN, M.; HOWELL, E.; MAGRI, C. Physical modeling of triple Near-Earth Asteroid 153591 (2001SN₂₆₃). **Bulletin of the American Astronomical Society**, v. 41, p. 190, 2009.10.

BELTON, M. J. S., VEVERKA, J., THOMAS, P., HELFENSTEIN, P., SIMONELLI, D., CHAPMAN, C., DAVIES, M. E., GRELEY, R., GREENBERG, R., HEAD, R., MURCHIE, S., KLAASEN, K., JOHNSON, T. V., MCEWEN, A., MORRISON, D., NEUKUM, G., FANALE, F., ANGER, C., CARR, M., PILCHER, C. Galileo Encounter with 951 Gaspra: First pictures of an asteroid. **Science**, New Series, v. 257, n. 5077, p. 1647-1652, 1992.

BELTON, M. J. S.; CHAPMAN, C.; KLAASEN, K.; HARCH, A. P.; THOMAS, P.; VEVERKA, J.; MCEWEN, A.; PAPPALARDO, R. T. Galileo's Encounter with 243 Ida: Overview of the imaging experiment. **Icarus**, v. 120, n. 0032, 1996.

BROZOVIC, M.; BENNER, L. A. M.; TAYLOR, P. A.; NOLAN, M. C.; HOWELL, E. S.; MAGRI, C.; SCHEERES, D. J.; GIORDINI, J. D.; PALLOCK, J. T.; PRAVEC, P.; GALAD, A.; FANG, J.; MARGOT, J.; BUSCH, M. W.; SHEPARD, M. K.; REICHAERT, D. E.; IVARSEN, K. M.; HAISLIP, J. B.; LACLUYZE, A. P.; JAO, J.; SLADE, M. A.; LAWRENCE, K. J.; HICKS, M. D. Radar and optical observations and physical modeling of triple Near-Earth Asteroid (136617) 1994 CC. **Icarus**, v. 216, p. 241-256, 2011.

FANG, J.; MARGOT, J. L.; BROZOVIC, M.; NOLAN, M. C.; BENNER, L. A. M.; TAYLOR, P. A. Orbits of near-earth asteroid triple 2001SN₂₆₃ and 1994 CC: properties, origin, and evolution. **The Astronomical Journal**, v.141, n.5, p.141-154, 2011. Xxi, 6, 10, 13, 20.

KUGA, H. K.; KONDAPALLI, R. R., CARRARA, V. **Introdução à mecânica orbital.** 2. ed. São José dos Campos: INPE, 2012. 67 p. (sid.inpe.br/mtc-m05/2012/06.28.14.21.24-PUD). Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGPAW/3C76K98>>. Acesso em: 10 abr. 2014. p.59-62.

MACAU, E. E. N.; WINTER, O. C.; VELHO, H. F. C.; SUKHANOV, A. A.; DE BRUM, A. G. V.; FERREIRA, J. L.; HETEM, A.; SANDONATO, G. M.; SFAIR, R. The ASTER mission: Exploring for the first time a triple system asteroid. **International Astronautical Congress** 11. B4-2-7. 2010.

MORBIDELLI, M.; BOTTKE, W. F. Jr.; FROESCHLE, Ch.; MICHEL, P. Origin and evolution of near-earth objects. **Asteroids III**, p. 409-422, 2002.

MURRAY, D. C.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. New York: Cambridge University Press, 1999. 591p.

NASA. **Near earth object program**. Disponível em <neo.jpl.nasa.gov/neo/groups.html>. Acesso em: 25 abr. 2014.

NASA SCIENCE. **Near-shoemaker**. Disponível em <<http://science1.nasa.gov/missions/near>>. Acesso em: 25abr. 2014.

NASA SCIENCE. **Cassini survives the asteroid belt**. Disponível em <science.nasa.gov/science-news/science-at-nasa/2000/ast17apr_3/>. Acesso em: 25 abr. 2014.

ASTEROID RADAR RESEARCH. **Binary and ternary near-earth asteroids detected by radar**. Disponível em <<http://echo.jpl.nasa.gov/~lance/binary.neas.html>>. Acesso em:25 abr.2014.

NOLAN, M.C.; HOWELL, E.S.; BENNER, L. A. M.; OSTRO, S. J; GIORGINI, J. D.; BUSCH, M. W.; CARTER, L. M.; ANDERSON, R. F.; MAGRI, C.; CAMPBELL, D. B.; MARGOT, J. L.; VERVACK, R. J.; SHEPARD, M. K. Arecibo Radar Imaging of 2001SN₂₆₃: a near-Earth triple asteroid system. In: ASTEROID, COMETS AND METEORS CONFERENCE, 2008, Baltimore. **Abstract #8258**. Baltimore: ACM, 2008.

PRADO, A. F. B. A. Searching for orbits with minimum fuel consumption for station-keeping maneuvers: an application to lunisolar perturbations. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, n. ID 415015, p. 1-11, 2013.doi: <[10.1155/2013/415015](https://doi.org/10.1155/2013/415015)>.

PRADO, A. F. B. A. **Mapeamento de órbita sem torno do Asteroide 2001SN₂₆₃**. São José dos Campos: INPE, 2013.

PRADO, A. F.B.A. **Mapping orbits around the Asteroid 2001SN₂₆₃**. Advances in Space Research, v. 53, p. 877-889, 2014.

REVISTA CIÊNCIA HOJE. Volume 50. No.298, p 20-25. Novembro, 2012.

RUSSELL, C. T.; CAPACCIONI, F.; CORADINI, A.; CHRISTENSEN, U.; DE SANCTIS, M. C.; FELDMAN, W. C.; JAUMANN, R.; KELLER, H. U.; KONOPLIV, A.; MCCORD, T. B.; MCFADDEN, L. A.; MCSWEEN, H. Y.; MOTTOLA, S.; NEUKUM, G.; PIETERS, C. M.; PRETTYMAN, T. H.; RAYMOND, C. A.; SMITH, D. E.; SYKES, M. V.; WILLIAMS, B.; ZUBER, M. T. Dawn discovery mission to Vesta and Ceres: Present status. **Advances in Space Research** 38, p. 2043-2048, 2006.

SUKHANOV, A. A.; VELHO, H. F. C.; MACAU, E. E.; WINTER, O. C. The ASTER project: flight to a near-earth asteroid. **Cosmic Research**, v. 48, n. 5 p. 443–450, 2010.

VEVERKA, J.; FARQUHAR, B.; ROBINSON, M.; THOMAS, P.; MURCHIE, S.; HARCH, A.; ANTREASIAN, P. G.; CHESLEY, S. R.; MILLER, J. K.; OWEN, W. M.; WILLIAMS, B. G.; YEOMANS, D.; DUNHAM, D.; HEYLER, G.; HOLDRIDGE, M.; NELSON, R. L.; WHITTENBURG, K. E.; RAY, J. C.; CARCICH, B.; CHENG, A.; CHAPMAN, C.; BELL, J. F.; BELL, M.; BUSSEY, B.; CLARK, B.; DOMINGUE, D.; GAFFEY, M. J.; HAWKINS, E.; IZENBERG, N.; JOSEPH, J.; KIRK, R.; LUCEY, P.; MALIN, M.; MCFADDEN, L.; MERLINE, W. J.; PETERSON, C.; PROCKTER, L.; WARREN, J.; WELLNITZ, D. The landing of the near-shoemaker spacecraft on asteroid 433 Eros. **Nature**, v. 413, n. 6854, p. 390-393, 2001.

WINTER, O. C.; MACAU, E. E. N.; VELHO, H. F. C. **ASTER** - a primeira missão brasileira de espaço profundo. Disponível em <<http://brazilianspace.blogspot.com.br/2011/10/aster-primeira-missao-brasileira-de.html>>. Acesso em: 25abr. 2014.

YOSHIKAWA, M.; FUJIWARA, A.; KAWAGUCHI, J. Hayabusa and its adventure around the tiny asteroid Itokawa. **Proceedings of the International Astronomical Union**, v. 2, . 323 – 324, 2007. DOI: <http://dx.doi.org/10.1017/S174392130701085X> (About DOI).