



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/07.06.06.17-TDI

ESTIMAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE MASSA DE MANCAIS AEROSTÁTICOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

Alexandre Macedo de Oliveira

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Valdemir Carrara, e Hélio Koiti Kuga, aprovada em 18 de junho de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3GK4L3P>>

INPE
São José dos Campos
2014

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/07.06.06.17-TDI

ESTIMAÇÃO DAS CARACTERÍSTICAS DE MASSA DE MANCAIS AEROSTÁTICOS PARA APLICAÇÕES ESPACIAIS

Alexandre Macedo de Oliveira

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Valdemir Carrara, e Hélio Koiti Kuga, aprovada em 18 de junho de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3GK4L3P>>

INPE
São José dos Campos
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Oliveira, Alexandre Macedo de.
Ol4e Estimação das características de massa de mancais aerostáticos para aplicações espaciais / Alexandre Macedo de Oliveira. – São José dos Campos : INPE, 2014.
xx + 104 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/07.06.06.17-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

Orientadores : Drs. Valdemir Carrara, e Hélio Koiti Kuga.

1. Estimação. 2. Mancais aerostáticos. 3. Filtro de Kalman. 4. Controle de atitude. 5. Sistemas inerciais. I.Título.

CDU 629.7.086



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em

**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Mario Cesar Ricci



Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Valdemir Carrara



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Hélio Koiti Kuga



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. André Fenili



Convidado(a) / UFABC / Santo André - SP

Dr. Luiz de Siqueira Martins Filho



Convidado(a) / UFABC / Santo André - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

Aluno (a): *Alexandre Macedo de Oliveira*

São José dos Campos, 18 de Junho de 2014

chegou aqui 25/06/14

“Do. Or do not. There is no try”.

MESTRE YODA
em “*Star Wars: Episódio V - O Império Contra-Ataca*”,
1980.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus orientadores Valdemir Carrara e Hélio Koiti Kuga por todo o conhecimento transmitido. Tudo que eu consegui e todos os lugares que eu cheguei é devido a ajuda e paciência de vocês e de todos os outros docentes do INPE.

Agradeço ao apoio financeiro do projeto SIA e do prof. Waldemar de Castro Leite Filho. É um dos poucos projetos na área espacial que dá resultado nesse país de muita conversa e pouco resultado.

Agradeço também a todos os verdadeiros amigos, que participaram de certo modo dessa jornada de alguns anos. Nomes não são necessários. Vou acabar esquecendo de alguém.

Finalmente, agradeço à minha família, pelo incessante apoio em busca da minha realização pessoal. A meus pais e minha irmã que, mesmo a 1000 km de distância, sempre estão presentes em minha vida.

RESUMO

Mancais aerostáticos têm sido utilizados em testes de sistemas de controle de atitude de satélites e para a verificação do software e da eletrônica embarcada há mais de 50 anos. Para a validação do ambiente de simulação do sistema de controle de atitude, é necessário o conhecimento acurado das características de massa do conjunto: momentos de inércia e localização do centro de gravidade. A caracterização destas propriedades é muito importante, uma vez que um desalinhamento entre este centro e o centro de rotação do mancal provoca torques indesejados na mesa, que podem ser superiores às perturbações normalmente encontradas no ambiente espacial, inviabilizando a característica do experimento de simular um ambiente de torques mínimos em solo. Neste trabalho são sugeridos dois métodos para estimação das características de massa de duas plataformas baseadas em mancais aerostáticos com três graus de liberdade. Os métodos utilizam medidas de posição e velocidade angulares provenientes de sensores acoplados ao corpo, e são capazes de estimar a atitude, momentos de inércia e posição do centro de gravidade do conjunto. Os algoritmos são baseados na dinâmica não-linear do movimento de atitude de um corpo rígido em conjunto com técnicas não-lineares de estimação (filtro de Kalman estendido e mínimos quadrados não-linear). Para se chegar aos objetivos propostos, vários sensores e atuadores foram integrados aos mancais e entre si. Para a validação dos valores estimados, um algoritmo de controle simples para cada plataforma foi desenvolvido, com o intuito de comparar a resposta ao controle no domínio do tempo.

AIR BEARING MASS CHARACTERISTICS ESTIMATION FOR SPACE APPLICATIONS

ABSTRACT

Air bearings have been used for tests on satellite attitude control systems and for software and embedded electronic inspection for over 50 years. To validate the simulation environment of the attitude control system, the accurate knowledge of the mass characteristics (moments of inertia and center of gravity) of the assembly is necessary. This characterization is very important, since a misalignment between this center and the air bearing rotation center causes undesirable torques on the table, which can be higher than those disturbances normally found at the space environment, invalidating the minimum-torque environment property of the simulator. This work suggests two methods for estimating the mass characteristics of two different three degrees of freedom air bearings. The methods uses angular positions and velocities measurements from body-fixed sensors, and it is capable of estimating the attitude, moments of inertia and the gravity center of the assembly. The algorithms are based on the nonlinear dynamics of a rigid body attitude motion together with nonlinear techniques of estimation (extended Kalman filter and nonlinear least squares). To reach the proposed aims, different sensors and actuators were acquired and integrated with each other. To validate the estimated values, a simple control algorithm for each platform was developed in order to compare the response to the control in the time domain.

LISTA DE FIGURAS

| | <u>Pág.</u> |
|--|-------------|
| 3.1 Fotografia do mancal semi-esférico do LABSIM/INPE. | 17 |
| 3.2 Fotografia da unidade inercial AHRS da Innalabs fixada ao mancal semi-esférico. | 18 |
| 3.3 Esquemático de configuração e comunicação do computador de bordo do mancal semi-esférico. | 20 |
| 3.4 Esquemático de configuração e comunicação do computador de bordo do mancal semi-esférico. | 21 |
| 3.5 Fotografia do mancal esférico do LABSIM/INPE. | 22 |
| 3.6 Fotografia do sensor de estrelas da Vectronic Aerospace. | 23 |
| 3.7 Fotografia de um dos girômetros da Northrop Grumman. | 24 |
| 3.8 Fotografia do sensor de campo magnético da Vectronic Aerospace. | 24 |
| 3.9 Fotografia do sensor GPS da Vectronic Aerospace. | 25 |
| 3.10 Fotografia de uma roda de reação da Vectronic Aerospace. | 26 |
| 3.11 Gráfico com o perfil de torque das rodas de reação em função da velocidade de rotação do rotor. Fonte: Reaction Wheel VRW-2 Interface Control Document (TD-VAS-VRW2-ICD34). | 26 |
| 3.12 Fotografia da bobina de torque magnético da Vectronic Aerospace. | 27 |
| 3.13 Computador de bordo da Vectronic Aerospace. | 28 |
| 3.14 Bateria de íon-lítio da Vectronic Aerospace. | 29 |
| 3.15 Desenho do mancal com todos os equipamentos embarcados. | 29 |
| 4.1 Gráfico da evolução temporal dos ângulos de Euler e das velocidades angulares durante 300 segundos de simulação. | 35 |
| 4.2 Gráfico da evolução temporal do processo de estimação dos momentos de inércia do corpo. | 36 |
| 4.3 Gráfico da evolução temporal do processo de estimação da posição do CG do corpo. | 37 |
| 4.4 Gráfico com os resíduos dos ângulos de Euler e das velocidades angulares para a primeira, terceira e quinta iterações do algoritmo de mínimos quadrados não-linear. | 39 |
| 5.1 Velocidade angular adquirida dos sensores para a sequência [+g, 0, 0]. | 46 |
| 5.2 Faixa de velocidade 0.5 °/s detalhada. A velocidade angular da Terra é observada pelo padrão senoidal sobre os eixos Y e Z. | 46 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.3 | Viés estimado para cada uma das 6 sequências. | 48 |
| 5.4 | Fatores de escala estimados para cada uma das 6 sequências. | 48 |
| 5.5 | Desalinhamentos estimados para cada uma das 6 sequências. | 49 |
| 5.6 | Gráfico com os ângulos de Euler da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 1 do mancal semi-esférico. | 51 |
| 5.7 | Velocidades angulares da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 1 do mancal semi-esférico. | 52 |
| 5.8 | Gráfico com os ângulos de Euler da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 2 do mancal semi-esférico. | 53 |
| 5.9 | Velocidades angulares da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 2 do mancal semi-esférico. | 53 |
| 5.10 | Estimação dos momentos de inércia do experimento 1 no mancal semi-esférico. | 55 |
| 5.11 | Estimação da posição do CG do experimento 1 no mancal semi-esférico. | 55 |
| 5.12 | Resíduo da velocidade angular durante a execução do algoritmo de filtragem do experimento 1 no mancal semi-esférico. | 56 |
| 5.13 | Estimação dos momentos de inércia do experimento 2 no mancal semi-esférico. | 58 |
| 5.14 | Estimação da posição do CG do experimento 2 no mancal semi-esférico. | 58 |
| 5.15 | Resíduo da velocidade angular durante a execução do algoritmo de filtragem do experimento 2 no mancal semi-esférico. | 59 |
| 5.16 | Resíduos das velocidades angulares nas iterações 1, 3 e 5 do algoritmo de mínimos quadrados para o experimento 1 do mancal semi-esférico. | 61 |
| 5.17 | Resíduos das velocidades angulares nas iterações 1, 3 e 5 do algoritmo de mínimos quadrados para o experimento 2 do mancal semi-esférico. | 64 |
| 5.18 | Energia cinética de rotação do mancal semi esférico durante os primeiros 30 segundos de dados coletados para os dois experimentos. | 66 |
| 5.19 | Ângulos de Euler do mancal esférico durante o experimento 1. | 67 |
| 5.20 | Velocidade angular do mancal esférico 2 durante o experimento 1. | 67 |
| 5.21 | Ângulos de Euler do mancal esférico durante o experimento 2. | 68 |
| 5.22 | Velocidade angular do mancal esférico 2 durante o experimento 2. | 68 |
| 5.23 | Estimação dos ângulos de Euler no experimento 1 do mancal esférico. | 70 |
| 5.24 | Estimação do vetor velocidade angular do experimento 1 do mancal esférico. | 71 |
| 5.25 | Gráfico dos resíduos dos ângulos de Euler do experimento 1 do mancal esférico. | 71 |
| 5.26 | Gráfico dos resíduos da velocidade angular do experimento 1 do mancal esférico. | 72 |

| | | |
|------|---|----|
| 5.27 | Gráfico do processo de estimação dos elementos da matriz de inércia durante o experimento 1 do mancal esférico. | 72 |
| 5.28 | Gráfico do processo de estimação da posição do CG durante o experimento 1 do mancal esférico. | 73 |
| 5.29 | Gráfico do processo de estimação dos elementos da matriz de inércia durante o experimento 2 do mancal esférico. | 75 |
| 5.30 | Gráfico do processo de estimação da posição do CG durante o experimento 2 do mancal esférico. | 76 |
| 5.31 | Resíduos dos ângulos de Euler do experimento 2 do mancal esférico. | 77 |
| 5.32 | Resíduos da velocidade angular do experimento 2 do mancal esférico. | 77 |
| 5.33 | Gráfico dos resíduos dos ângulos de Euler e da velocidade angular para os ciclos de iterações 1, 3 e 5 do mínimos quadrados não linear do experimento 1 do mancal esférico. | 79 |
| 5.34 | Gráfico dos resíduos dos ângulos de Euler e da velocidade angular para os ciclos de iterações 1, 3 e 5 do mínimos quadrados não linear do experimento 2 do mancal esférico. | 82 |
| 5.35 | Energia cinética de rotação do mancal esférico durante os primeiros 100 segundos de dados coletados para os dois experimentos. | 83 |
| 6.1 | Resposta de segunda ordem para diferentes relações de amortecimento do sistema. Fonte: OGATA (1996). | 86 |
| 6.2 | Representação gráfica do tempo de assentamento de um sistema de segunda ordem. Fonte: OGATA (1996). | 86 |
| 6.3 | Diagrama de blocos do sistema de controle. | 87 |
| 6.4 | Fluxograma que descreve a configuração do experimento e a tarefa de tempo real da mesa aerostática. | 88 |
| 6.5 | Diagrama de fase da resposta do sistema ao controlador. Fonte: (Oliveira; Silva, 2012). | 89 |
| 6.6 | Comparação das velocidades angulares real e filtrada do girômetro sobre o eixo Z. | 90 |
| 6.7 | Ângulos de Euler do experimento de controle do mancal semi-esférico. | 91 |
| 6.8 | Gráfico com o diagrama de fase do experimento de controle no eixo Z. | 91 |
| 6.9 | Esquemático da planta linearizada de controle de atitude. | 92 |
| 6.10 | Ângulos de Euler do experimento de controle. | 93 |
| 6.11 | Velocidade angular do corpo durante o experimento de controle. | 94 |
| 6.12 | Torque das roda durante o experimento de controle | 94 |

LISTA DE TABELAS

| | <u>Pág.</u> |
|--|-------------|
| 3.1 Especificações dos sensores da unidade inercial AHRS M2-M da Innalabs. | 18 |
| 3.2 Especificações das válvulas de gás e variáveis relacionadas aos atuadores da mesa aerostática | 19 |
| 3.3 Características de massa do mancal semi-esférico com todos os equipamentos embarcados tomadas a partir do centro de gravidade da plataforma. | 21 |
| 3.4 Descrição geral do mancal esférico com três graus de liberdade. | 22 |
| 3.5 Características de massa do mancal com todos os equipamentos embarcados. | 30 |
| 4.1 Condições iniciais para a simulação da cinemática e dinâmica para os estimadores. | 34 |
| 4.2 Dados para a inicialização do FKE. | 36 |
| 4.3 Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido. . . . | 37 |
| 4.4 Dados para a inicialização do filtro por mínimos quadrados. | 38 |
| 4.5 Características de massa estimadas pelo filtro MQ. | 40 |
| 5.1 Dados estatísticos dos girômetros da unidade inercial da Innalabs. | 41 |
| 5.2 Sequências predeterminadas para a orientação da mesa servo controlada. | 42 |
| 5.3 Velocidades angulares de referência para a mesa servo controlada e tempo correspondente para cada uma das sequências. | 45 |
| 5.4 Média e desvio padrão dos dados para a faixa de velocidade com $\omega_{ref} = 0.25^\circ/s$ para as 6 sequências. | 47 |
| 5.5 Valores finais para o modelo linear de medidas dos girômetros. | 49 |
| 5.6 Valores finais para o desvio padrão das variáveis estimadas. | 50 |
| 5.7 Erro de posição angular após 1440 segundos de integração com a velocidade angular de $0.25^\circ/s$ para a sequência $[+g, 0, 0]$ | 50 |
| 5.8 Dados para a inicialização do FKE para o experimento 1 do mancal semi-esférico. | 54 |
| 5.9 Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para o experimento 1 no mancal semi-esférico. | 56 |
| 5.10 Dados para a inicialização do FKE para o experimento 2 do mancal semi-esférico. | 57 |
| 5.11 Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para o experimento 2 no mancal semi-esférico. | 59 |

| | | |
|------|--|----|
| 5.12 | Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal semi-esférico. | 61 |
| 5.13 | Características de massa estimadas pelo filtro de mínimos quadrados não-linear no experimento 1 do mancal semi esférico. | 62 |
| 5.14 | Característica do resíduo ao fim da quinta iteração do algoritmo de mínimos quadrado não linear. | 62 |
| 5.15 | Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal semi-esférico. | 63 |
| 5.16 | Características de massa estimadas pelo filtro de mínimos quadrados não-linear no experimento 2 do mancal semi esférico. | 64 |
| 5.17 | Dados para a inicialização do FKE do experimento 1 para o mancal esférico. | 69 |
| 5.18 | Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para experimento 1 do mancal esférico. | 74 |
| 5.19 | Dados para a inicialização do experimento 2 para o mancal esférico. | 74 |
| 5.20 | Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para experimento 2 do mancal esférico. | 76 |
| 5.21 | Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal esférico. | 78 |
| 5.22 | Característica do ruído ao fim da quinta iteração do algoritmo de mínimos quadrado não linear do experimento 1 do mancal esférico. | 80 |
| 5.23 | Características de massa estimadas pelo filtro mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal esférico. | 80 |
| 5.24 | Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal esférico. | 81 |
| 5.25 | Características de massa estimadas pelo filtro mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal esférico. | 82 |

SUMÁRIO

| | <u>Pág.</u> |
|---|-------------|
| 1 INTRODUÇÃO | 1 |
| 1.1 Histórico: Mancais aerostáticos | 1 |
| 1.2 Algoritmos de estimação das características de massa | 2 |
| 1.3 Objetivos | 3 |
| 2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA | 5 |
| 2.1 Cinemática de atitude | 5 |
| 2.2 Dinâmica de atitude | 6 |
| 2.3 Dinâmica de atitude com corpo rígido acoplado a rotores | 7 |
| 2.4 Estimadores | 8 |
| 2.4.1 Filtro de Kalman estendido | 8 |
| 2.4.2 Mínimos quadrados não-linear | 10 |
| 3 DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS | 17 |
| 3.1 Descrição do Mancal semi-esférico | 17 |
| 3.1.1 Sensores | 18 |
| 3.1.2 Atuadores | 19 |
| 3.1.3 Computador de Bordo e Bateria | 19 |
| 3.1.4 Matriz de inércia | 21 |
| 3.2 Descrição do mancal esférico | 22 |
| 3.2.1 Sensores | 23 |
| 3.2.2 Atuadores | 25 |
| 3.2.3 Computador de Bordo e Bateria | 27 |
| 3.2.4 Matriz de inércia | 29 |
| 4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS | 31 |
| 4.1 Filtro de Kalman estendido | 35 |
| 4.2 Mínimos quadrados | 38 |
| 5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS | 41 |
| 5.1 Calibração dos Girômetros | 41 |
| 5.2 Mancal semi-esférico | 51 |

| | | |
|----------|--|------------|
| 5.2.1 | Filtro de Kalman estendido | 54 |
| 5.2.2 | Mínimos quadrados | 60 |
| 5.2.3 | Energia Cinética | 65 |
| 5.3 | Mancal esférico | 66 |
| 5.3.1 | Filtro de Kalman estendido | 69 |
| 5.3.2 | Mínimos quadrados | 78 |
| 5.3.3 | Energia Cinética | 83 |
| 6 | VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS | 85 |
| 6.1 | Experimento de Controle - Mancal semi esférico | 85 |
| 6.2 | Experimento de Controle - Mancal esférico | 92 |
| 7 | CONCLUSÕES | 95 |
| 7.1 | Trabalhos Futuros | 99 |
| | REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS | 101 |

1 INTRODUÇÃO

1.1 Histórico: Mancais aerostáticos

Mancais aerostáticos têm sido utilizados em testes de sistemas de controle de atitude de satélites e para a verificação do software e da eletrônica embarcada há mais de 50 anos, coincidindo com o início da corrida espacial (SCHWARTZ et al., 2003). A ideia da utilização de mancais aerostáticos é prover movimento angular em três eixos à sua carga por meio de um ambiente livre de torques externos. Sabe-se que essa idealização não é válida devido a fatores como o arrasto com ar, atrito com o mancal e presença de torques causados por deslocamentos entre o centro de gravidade e o centro de rotação do mancal. Todos esses torques são perturbações indesejadas aos experimentos relacionados com o ambiente espacial. No entanto, todos eles podem ser minimizados até que fiquem compatíveis com os distúrbios normalmente encontrados no ambiente espacial, garantindo a validade desses simuladores.

Os primeiros registros completos de uso dessa tecnologia datam de 1959, em uma instalação militar americana chamada Army Ballistic Missile Agency (ABMA), responsável pelo desenvolvimento do primeiro míssil balístico de longa distância dos Estados Unidos. Arthur Rudolph e Wernher von Braun, famosos engenheiros alemães, estavam presentes neste projeto, que foi incorporado posteriormente ao Marshall Space Flight Center da recém criada agência espacial americana (NASA). No começo da década de 1960, já existiam mais de dez registros de mancais esféricos, todos em instalações militares americanas. Na década de 1970, as pesquisas em mancais aerostáticos foram responsáveis por estudos de efeitos de dissipação de energia interna em plataformas espaciais (sloshing, movimentação de mecanismos e articulações), visto que falhas foram detectadas nas missões Explorer-1, Applications Technology Satellite-5 e TACSAT-1 pela modelagem insuficiente ou inexistente desses fenômenos (SCHWARTZ et al., 2003). Apesar de a tecnologia também ter sido muito utilizada pelos russos (soviéticos) na mesma época, poucas informações relevantes foram encontradas para complementar este estudo.

Em meados de 1990, o uso dessa tecnologia para simulação de ambientes livres de torques já era comum em várias universidades espalhadas pela América do Norte, Europa e Japão, sendo pioneira a Universidade de Stanford, em 1975 (SCHWARTZ et al., 2003). Os experimentos básicos realizados pelas universidades e centros de pesquisa estão ligados às áreas de controle de atitude (RIZOS et al., 1971; RAVAN-

DOOR, 2007), estimação de parâmetros (AGRAWAL; RASMUSSEN, 2001; KIM et al., 2001; SCHEDLINSKI; LINK, 2001; SCHWARTZ; HALL, 2003) e validação dos subsistemas espaciais, incluindo atuadores e sensores em geral.

No Brasil, o uso de mancais aerostáticos em aplicações espaciais está restrito ao Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e ao Instituto de Aeronáutica e Espaço, órgão filiado ao Departamento de Ciência e Tecnologia Aeroespacial (IAE/DCTA). A Universidade Federal do ABC (UFABC) adquiriu recentemente um mancal aerostático esférico que será usado para fins acadêmicos. No INPE, essa tecnologia foi primeiramente utilizada para testar e validar os amortecedores de nutação dos satélites SCD1 e SCD2 (CARDIERI; VAROTTO, 1987). Experimentos de controle de atitude também foram realizados em um mancal aerostático de um eixo, utilizando um girômetro de fibra óptica e uma roda de reação (CARRARA; MILANI, 2007).

Durante a execução dessa dissertação, vários trabalhos foram apresentados em congressos e os conteúdos que eles abordaram são parte importante no desenvolvimento desse texto (OLIVEIRA; SILVA, 2012; OLIVEIRA et al., 2012a; CARRARA et al., 2014; OLIVEIRA et al., 2012b; OLIVEIRA et al., 2013).

1.2 Algoritmos de estimação das características de massa

A modelagem dos torques encontrados no ambiente espacial é importante, pois permite que o sistema de controle seja projetado adequadamente. Estes modelos são igualmente empregados na propagação e determinação tanto da atitude quanto da órbita. Um satélite está sujeito a torques ambientais de diferentes origens. Pode-se citar o torque de gradiente de gravidade para corpos não simétricos, o torque de pressão de radiação solar, o torque aerodinâmico (também chamado de arrasto atmosférico), o torque causado por campos magnéticos residuais da eletrônica embarcada, entre outros (WERTZ, 1978; PISACANE, 2008). O projeto do sistema de controle, a validação do ambiente de simulação e a análise do desempenho do controlador dependem de um conhecimento acurado das características de massa do conjunto (matriz de inércia e posição do centro de gravidade). A determinação da posição do centro de gravidade (CG) é muito importante, uma vez que um desalinhamento entre este centro e o centro de rotação do mancal provoca torques indesejados na mesa, que podem ser superiores às perturbações normalmente encontradas no ambiente espacial. Sendo assim, é necessário desenvolver métodos automatizados para determinar o desbalanceamento, já que mudanças na configuração da mesa serão

inevitáveis durante o desenvolvimento do algoritmo de controle que será embarcado na plataforma. Muito embora seja praticamente impossível eliminar totalmente o desbalanceamento, pode-se, contudo, reduzi-lo de forma a torná-lo suportável pelo sistema de controle.

Os algoritmos para a estimação das características de massa são uma alternativa rápida para a determinação dos parâmetros do modelo do mancal pois dependem apenas das medidas dos próprios instrumentos embarcados na plataforma aerostática. Os parâmetros obtidos poderão ser utilizados nos futuros algoritmos de controle de atitude.

1.3 Objetivos

O principal objetivo desse trabalho é desenvolver métodos automatizados ou semi-automatizados de determinação das características de massa (momentos de inércia e posição do centro de gravidade) de plataformas de mancais aerostáticos, usando sinais fornecidos pelos próprios instrumentos existentes na mesa. Portanto, pretende-se equipar duas mesas baseadas em mancais aerostáticos. Uma das plataformas possui uma unidade inercial com componentes microeletromecânicos e jatos de gás como atuadores. A outra possui vários sensores (giroscópios, sensor de estrelas, magnetômetro, GPS), atuadores (rodas de reação, bobinas magnéticas) e eletrônica computadorizada, com características similares aos equipamentos que são usualmente empregados em subsistemas de controle de atitude. Todos os sensores e atuadores utilizados no projeto foram adquiridos de uma empresa alemã e a descrição de cada um deles será feita no Capítulo 3.

As técnicas de estimação serão aplicadas nas duas plataformas existentes, com o intuito de comparar o refinamento dos algoritmos a partir de diferentes características de sensores. Duas técnicas serão aplicadas: filtro de Kalman estendido e mínimos quadrados não-linear. A principal diferença entre os dois estimadores está na forma de utilização das medidas. A característica recursiva do filtro de Kalman faz com que a estimativa dos estados e parâmetros do modelo seja melhorada a cada instante em que uma nova medida é feita pelo modelo de observações do sistema, sendo facilmente integrado à sistemas com características de tempo real. Em contra partida, o mínimos quadrados necessita que um lote de medidas seja utilizado e não há tendências na utilização das medidas pelo algoritmo de estimação pois o algoritmo é não-enviesado. Os resultados obtidos serão comparados com as medidas obtidas via

software CAD. Para garantir o correto funcionamento do algoritmo de estimação, simulações da dinâmica rotacional de um mancal aerostático com centro de gravidade deslocado do centro de rotação do mancal serão realizadas utilizando o software PROPAT (CARRARA, 1999).

Ao fim do processo de estimação, algoritmos simples de controle de atitude em três eixos serão projetados para se comparar a resposta prevista das plataformas no domínio do tempo.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Cinemática de atitude

A atitude de um veículo espacial pode ser representada por uma matriz de rotação, que permite relacionar coordenadas expressas em dois triedros de referência distintos. Normalmente, nas aplicações espaciais, a matriz de rotação associa um sistema móvel (satélite ou sonda) a um sistema fixo (inercial). Supondo um sistema de coordenadas fixo ao corpo e tendo como origem o centro de massa do satélite, a matriz de rotação que associa os co-senos diretores desse sistema a um sistema inercial pode ser expressa através do quatérnio de atitude $Q = (\boldsymbol{\epsilon} \ \eta)$, representada por (HUGUES, 1986; CARRARA, 2012):

$$C_{bi} = (\eta^2 - \boldsymbol{\epsilon}^T \boldsymbol{\epsilon})\mathbf{1} + 2\boldsymbol{\epsilon}\boldsymbol{\epsilon}^T - 2\eta\boldsymbol{\epsilon}^\times, \quad (2.1)$$

em que $\boldsymbol{\epsilon}^\times$ representa a matriz antissimétrica do vetor $\boldsymbol{\epsilon}$, η é a parte real do quatérnio e $\mathbf{1}$ é a matriz identidade de ordem 3. Definindo a matriz antissimétrica de quarta ordem do produto vetorial:

$$\Omega = \begin{bmatrix} -\boldsymbol{\omega}^\times & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & 0 \end{bmatrix}_{4 \times 4}, \quad (2.2)$$

a atitude, então, é obtida a partir da integração da equação diferencial

$$\dot{Q} = \frac{1}{2}\Omega Q, \quad (2.3)$$

desde que o vetor velocidade angular em função do tempo, definido por $\boldsymbol{\omega}(t)$, seja conhecido.

A propagação da atitude utilizando os quatérnios é justificada pela facilidade computacional, visto que funções trigonométricas são evitadas, contornando problemas computacionais como divisões por zero. Por outro lado, ela apresenta uma maior dificuldade no processo de estimação devido ao quatérnio ser formado por elementos linearmente dependentes. Os 4 elementos do quatérnio de atitude representam 3 ângulos de Euler e esta restrição resulta em uma singularidade na matriz de covariância do estados (LEFFERTS et al., 1962; GARCIA, 2011). Devido a esse fato, este trabalho utilizará os ângulos de Euler para a propagação da atitude.

2.2 Dinâmica de atitude

A dinâmica de atitude de um corpo rígido é definida pela lei da conservação do vetor momento angular em relação a um referencial inercial:

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{T}, \quad (2.4)$$

em que \mathbf{h} é o vetor momento angular, definido por:

$$\mathbf{h} = \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}, \quad (2.5)$$

na qual \mathbf{I} é a matriz de inércia do corpo e $\boldsymbol{\omega}$ é o vetor velocidade angular. \mathbf{T} é o somatório dos torques externos, divididos em torques ambientais e torques de controle, definido por:

$$\mathbf{T} = \mathbf{T}_{\text{amb}} + \mathbf{T}_{\text{con}} \quad (2.6)$$

Quando expressa em um referencial fixo ao centro de gravidade do corpo, sendo portanto um referencial não-inercial, a dinâmica de atitude de um corpo rígido, é representada por:

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega} = \mathbf{T} \quad (2.7)$$

Sendo assim, a dinâmica do corpo rígido é função não linear das velocidades angulares e dos torques externos, com equação diferencial dada por (HUGUES, 1986; CARRARA, 2012):

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}^{-1}[\mathbf{T} - \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{I}\boldsymbol{\omega}] \quad (2.8)$$

e, portanto,

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = f(\boldsymbol{\omega}, \mathbf{T}, t). \quad (2.9)$$

A integração é feita de forma numérica utilizando o integrador explícito Runge-Kutta de quarta ordem (DORMAND; PRINCE, 1980).

2.3 Dinâmica de atitude com corpo rígido acoplado a rotores

Para o corpo acoplado a rotores (rodas de reação), é necessário considerar a composição do momento angular do corpo com o momento angular de cada um dos rotores. Sendo assim, o momento angular total, relativo ao centro de massa do corpo, é descrito por (HUGUES, 1986):

$$\mathbf{h} = (\mathbf{I} - \sum I_n \mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^T) \boldsymbol{\omega} + \sum h_n \mathbf{a}_n, \quad (2.10)$$

em que I_n é a inércia do rotor n na direção do vetor que define o eixo de rotação \mathbf{a}_n e h_n é o momento angular do rotor n . Neste modelo, a inércia das rodas é subtraída da matriz de inércia do satélite. Assim, as velocidades angulares do corpo e de cada uma das rodas é contabilizada separadamente. Definindo a nova grandeza \mathbf{I}_b como:

$$\mathbf{I}_b = (\mathbf{I} - \sum I_n \mathbf{a}_n \mathbf{a}_n^T) \quad (2.11)$$

e derivando a expressão 2.10 considerando um corpo composto por partes rígidas (HUGUES, 1986; CARRARA, 2012):

$$\dot{\mathbf{h}} = \mathbf{T}, \quad (2.12)$$

$$\mathbf{I}_b \dot{\boldsymbol{\omega}} + \sum g_n \mathbf{a}_n + \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_b \boldsymbol{\omega} + \sum h_n \mathbf{a}_n) = \mathbf{T}. \quad (2.13)$$

O torque em cada uma das rodas é dado por:

$$\dot{h}_n = g_n, \quad (2.14)$$

A equação diferencial da dinâmica do corpo acoplado a rotores será, portanto:

$$\dot{\boldsymbol{\omega}} = \mathbf{I}_b^{-1} [\mathbf{T} - \boldsymbol{\omega} \times (\mathbf{I}_b \boldsymbol{\omega} + \sum h_n \mathbf{a}_n) - \sum g_n \mathbf{a}_n], \quad (2.15)$$

e a velocidade angular de cada um dos rotores pode ser calculada por meio da relação:

$$I_n \boldsymbol{\omega}_n = h_n - I_n \mathbf{a}_n^T \boldsymbol{\omega}, \quad (2.16)$$

que nada mais é que a contabilização do momento angular da roda em relação ao momento angular do corpo do satélite na direção do eixo de rotação da roda. Se a roda não estiver girando em relação ao seu próprio eixo, mas o satélite estiver girando em relação ao sistema inercial, ainda assim a roda de reação possuirá momento angular não-nulo.

2.4 Estimadores

Um processo de estimação é definido por um algoritmo que utiliza o vetor de entrada e o vetor de observações de um determinado sistema para a caracterização de seu modelo. Cada entidade estimada é representada por uma variável aleatória e, portanto, sempre haverá uma incerteza associada ao processo de estimação. A chave de cada um dos algoritmos é diminuir as incertezas do modelo e de seus parâmetros, a fim de atender uma especificação de projeto.

Nesta seção, serão apresentados dois estimadores: o filtro de Kalman estendido e o estimador mínimos quadrados. Os dois algoritmos serão empregados no processo de identificação das características de massa do sistema e cada um possui algumas peculiaridades que serão descritas a seguir.

2.4.1 Filtro de Kalman estendido

O filtro de Kalman, na sua versão linear, é um estimador ótimo de mínima variância, que incorpora incertezas no modelo dinâmico e no modelo de observações. Diferentemente de sua versão linear, o filtro de Kalman estendido não é ótimo, devido ao truncamento dos termos de ordem superior.

O FKE é um algoritmo de estimação de estados que, com alguns ajustes, pode ser usado também para estimação de parâmetros. A maioria das referências sobre o assunto divide o algoritmo em duas fases: propagação e atualização/correção (AGUIRRE, 2007; MAYBECK, 1979).

Define-se um sistema genérico, com vetor de entrada \mathbf{u} , vetor de estados \mathbf{x} e vetor

de medidas/observações \mathbf{y} , descrito por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) + \mathbf{w}_k \quad (2.17)$$

$$\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{h}_{k+1}(\mathbf{x}_{k+1}) + \mathbf{v}_{k+1} \quad (2.18)$$

As funções \mathbf{f} e \mathbf{h} são as funções não-lineares que associam o vetor de estados \mathbf{x} à dinâmica e à observação, respectivamente. O ruído do processo e o ruído da observação são representados pelas variáveis aleatórias $\mathbf{w} = \mathbf{N}(0, \mathbf{Q})$ e $\mathbf{v} = \mathbf{N}(0, \mathbf{R})$, distribuições normais de média nula e covariância \mathbf{Q} e \mathbf{R} , nesta ordem. Nota-se que a dinâmica do sistema é contínua e a observação é discreta.

Para um vetor $\mathbf{x} \in \mathbb{R}$, a matriz de covariância \mathbf{P} tem dimensão $\mathbf{n} \times \mathbf{n}$ e é definida como:

$$\mathbf{P} = cov[\mathbf{x}] = E[(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])(\mathbf{x} - E[\mathbf{x}])^T] = E[\mathbf{x}\mathbf{x}^T] - E[\mathbf{x}]E[\mathbf{x}]^T, \quad (2.19)$$

em que a função $E[\mathbf{x}]$ representa a esperança matemática.

A primeira fase do FKE baseia-se inteiramente na dinâmica do sistema. Dado o vetor de estados inicial \mathbf{x}_0 , no tempo t_0 , e conhecendo a entrada \mathbf{u} aplicada ao longo do tempo, os estados do sistema podem ser propagados e, portanto, preditos em qualquer tempo t_1 , com $t_1 > t_0$. Essa propagação, portanto, é feita através de integração numérica da equação 2.17, considerando nula a incerteza.

Para a propagação da covariância, utiliza-se a equação de Ricatti contínua, que incorpora a incerteza de cada uma das equações de estado do modelo à matriz de covariância:

$$\dot{\mathbf{P}} = \mathbf{F}\mathbf{P} + \mathbf{P}\mathbf{F}^T + \mathbf{G}\mathbf{Q}\mathbf{G}^T, \quad (2.20)$$

em que a matriz \mathbf{G} faz a associação do ruído do processo diretamente à matriz de covariância propagada e \mathbf{F} é a matriz jacobiana de \mathbf{f} , definida por:

$$\mathbf{F} = D\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{n \times n}. \quad (2.21)$$

O processo de atualização/correção é feito através da comparação da medida predita a partir do estado propagado $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$ com o valor real \mathbf{y}_{k+1} , obtido pelo sensor no instante t_1 , com $t_1 > t_0$. A ponderação dada à medida propagada e à medida real é dada pelo ganho de Kalman \mathbf{K}_{k+1} . Sendo assim, as equações que sintetizam o processo de atualização/correção são:

$$\mathbf{K}_{k+1} = \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T [\mathbf{H}_{k+1} \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}^T + \mathbf{R}_{k+1}]^{-1} \quad (2.22)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_{k+1} = [\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{H}_{k+1}] \bar{\mathbf{P}}_{k+1} \quad (2.23)$$

$$\mathbf{Res}_{k+1} = \mathbf{y}_{k+1} - \mathbf{h}(\bar{\mathbf{x}}_{k+1}) \quad (2.24)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_{k+1} = \bar{\mathbf{x}}_{k+1} + \mathbf{K}_{k+1} \mathbf{Res}_{k+1}, \quad (2.25)$$

em que $\bar{\mathbf{P}}$ é a matriz de covariância propagada e $\hat{\mathbf{P}}$ é a matriz de covariância corrigida.

O vetor $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ é a melhor estimativa para as medidas no instante $\mathbf{k} + 1$. O resíduo \mathbf{Res} é definido como a diferença entre a medida do sensor e o valor da função não linear \mathbf{h} , aplicada em $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$. A matriz \mathbf{H} é a jacobiana de \mathbf{h} , aplicada no ponto $\bar{\mathbf{x}}_{k+1}$, definida por:

$$\mathbf{H} = D\mathbf{h}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial h_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial h_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h_n}{\partial x_n} \end{bmatrix}_{m \times n}, \quad (2.26)$$

em que m é o numero de medidas daquele instante. A partir de $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ e $\hat{\mathbf{P}}_{k+1}$, o algoritmo é realimentado, iniciando novamente a propagação e, posteriormente, a atualização/correção, ciclicamente.

2.4.2 Mínimos quadrados não-linear

Apesar de a dinâmica de atitude ser não-linear, o algoritmo de mínimos quadrados será apresentado em sua forma linear e posteriormente será correlacionado e adaptado à sua versão não-linear.

O algoritmo de mínimos quadrados linear trata de minimizar uma função-custo do quadrado dos resíduos na forma (GELB, 1974):

$$\mathbf{L} = \|\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}\|^2, \quad (2.27)$$

em que \mathbf{y} representa um vetor contendo \mathbf{m} medidas, \mathbf{x} representa o vetor de \mathbf{n} parâmetros a serem estimados, e \mathbf{H} é uma matriz $\mathbf{m} \times \mathbf{n}$ que relaciona as medidas aos parâmetros.

Para encontrar os pontos críticos da função custo, basta resolver a seguinte equação:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}} = 0. \quad (2.28)$$

Resolvendo a equação 2.28:

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}} = -(\mathbf{y}^T \mathbf{H})^T - \mathbf{H}^T \mathbf{y} + (\mathbf{H}^T \mathbf{H} + \mathbf{H}^T \mathbf{H}) \mathbf{x} \quad (2.29)$$

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}} = -2\mathbf{H}^T \mathbf{y} + 2\mathbf{H}^T \mathbf{H} \mathbf{x} = \mathbf{0}. \quad (2.30)$$

Isolando o vetor de parâmetros \mathbf{x} em 2.30:

$$\mathbf{x} = [\mathbf{H}^T \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{y}. \quad (2.31)$$

Por fim, para garantir que \mathbf{x} é o vetor de parâmetros estimados que minimiza a função-custo \mathbf{L} , é necessário validar a seguinte inequação matricial:

$$\frac{\partial^2 \mathbf{L}}{\partial \mathbf{x}^2} = 2\mathbf{H}^T \mathbf{H} > \mathbf{0}. \quad (2.32)$$

Por definição, uma matriz genérica $\mathbf{A}_{n \times n}$ é definida positiva ($\mathbf{A} > \mathbf{0}$) se, para qualquer vetor genérico $\mathbf{z}_{n \times 1}$ não-nulo, o produto $\mathbf{z}^T \mathbf{A} \mathbf{z}$ for sempre um número real positivo. De fato, essa premissa é verdadeira pois $2\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ é definida positiva por construção, sendo análoga a um número real positivo. Portanto, a solução da equa-

ção 2.31 minimiza o quadrado dos resíduos da função-custo \mathbf{L} .

De forma recursiva, pode-se definir o algoritmo baseado na forma de Kalman, partindo do modelo de observações discreto:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (2.33)$$

em que os índices representam o instante \mathbf{k} em que a medida foi obtida. Nesse modelo, a incerteza associada à medida é definida como \mathbf{v}_k . As estimativas obtidas pelo mínimos quadrados serão obtidas, neste caso, para o instante de referência t_0 . Para isso, sabe-se que os estados \mathbf{x}_k se relacionam entre si pela seguinte lei recursiva:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \Phi_{k+1,k} \mathbf{x}_k, \quad (2.34)$$

em que $\Phi_{k+1,k}$ é a matriz de transição que relaciona os estados entre os instantes t_{k+1} e t_k . Uma das importantes propriedades da matriz de transição é:

$$\Phi_{k+1,k-1} = \Phi_{k+1,k} \Phi_{k,k-1}, \quad (2.35)$$

donde se conclui que a matriz de transição pode relacionar não apenas estados consecutivos. Sendo assim, cria-se a seguinte relação:

$$\mathbf{x}_m = \Phi_{m,0} \mathbf{x}_0. \quad (2.36)$$

Isto permite que a equação de observações possa ser escrita em função do estado \mathbf{x}_0 da época t_0 , ou seja,

$$\mathbf{y} = \mathbf{H} \mathbf{x}_0 + \mathbf{v}, \quad (2.37)$$

em que:

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{t_1} \\ \mathbf{y}_{t_2} \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{t_m} \end{bmatrix}, \quad (2.38)$$

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{t_1} \Phi_{1,0} \\ \mathbf{H}_{t_2} \Phi_{2,0} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{t_m} \Phi_{m,0} \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

e:

$$\mathbf{v} = \begin{bmatrix} v_{t_1} \\ v_{t_2} \\ \vdots \\ v_{t_m} \end{bmatrix}, \quad (2.40)$$

Para a inicialização do filtro, basta executar a seguinte manipulação com os 2 primeiros dados medidos:

$$\mathbf{P}_2 = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T & \mathbf{H}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \right)^{-1}, \quad (2.41)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_2 = \mathbf{P}_2 \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1^T & \mathbf{H}_2^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_1 \\ \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}, \quad (2.42)$$

e, variando \mathbf{i} de 3 até m (KUGA, 2005):

$$\mathbf{K}_i = \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{H}_i^T (\mathbf{H}_i \mathbf{P}_{i-1} \mathbf{H}_i^T + \mathbf{R}_i)^{-1} \quad (2.43)$$

$$\mathbf{P}_i = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_i \mathbf{H}_i) \mathbf{P}_{i-1} \quad (2.44)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i-1} + \mathbf{K}_i (\mathbf{y}_i - \mathbf{H}_i \hat{\mathbf{x}}_{i-1}). \quad (2.45)$$

Ao final do ciclo, as estimativas do estado x_m e da covariância P_m serão as estimativas no instante inicial t_0 , ou seja, \mathbf{x}_{t_0} e \mathbf{P}_{t_0} .

A utilização da forma recursiva é justificada pelo gasto computacional ser muito menor quando comparado com o método em lotes, que contabiliza todas as medidas do sistema de uma só vez em uma mesma matriz. Em aplicações espaciais, recursos computacionais como memória e processamento são escassos, principalmente devido à enorme confiabilidade exigida dos equipamentos qualificados para voo.

Para adaptar o algoritmo para sistemas não-lineares, assume-se o seguinte sistema dinâmico contínuo-discreto:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t) \quad (2.46)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{h}_k(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k, \quad (2.47)$$

em que $\mathbf{v}_k = \mathbf{N}(\mathbf{0}, \mathbf{R})$, distribuição normal de média nula e covariância \mathbf{R} . Para o algoritmo de mínimos quadrados, ao contrário do FKE, a dinâmica do sistema é considerada perfeita e, portanto, não há incertezas relacionadas ao modelo do sistema.

Novamente, o estimador mínimos quadrados, na forma discreta, é responsável por minimizar a função do quadrado dos resíduos:

$$\mathbf{L}_k = \sum_{i=1}^k (\mathbf{y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_i))^T (\mathbf{y}_i - \mathbf{h}_i(\mathbf{x}_i)), \quad (2.48)$$

em que \mathbf{y}_i é o vetor de observações e \mathbf{h}_i é uma função que associa o modelo de observações ao vetor de estados \mathbf{x}_i . Considera-se que o vetor de entradas \mathbf{u} é conhecido durante todo o processo. Sendo assim, o problema de estimação se resume a encontrar o vetor de condições iniciais \mathbf{x}_0 que minimize os índices de custos L_k . Para isso, é necessário encontrar a solução para a seguinte família de equações diferenciais:

$$\frac{\partial \mathbf{L}_k}{\partial \mathbf{x}_{0k}} = \mathbf{0}. \quad (2.49)$$

Novamente, utiliza-se a matriz de transição Φ_k para referenciar todos os vetores de estado \mathbf{x}_k em função do vetor de estado inicial \mathbf{x}_{0k} .

O algoritmo de mínimos quadrados não-linear é iterativo e refina as variações nos

estados e não os estados propriamente ditos. Definindo os seguintes desvios:

$$\delta \bar{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_0 \quad (2.50)$$

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_i - \hat{\mathbf{x}}_{i-1}, \quad (2.51)$$

em que $\delta \bar{\mathbf{x}}_i$ representa o desvio em relação ao estado inicial e $\delta \hat{\mathbf{x}}_i$ representa o desvio em relação ao estado anterior. O resíduo $\delta \mathbf{y}$ é definido como uma matriz de m medidas feitas em cada um dos instantes t_n :

$$\delta \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_{t_1} - \mathbf{h}_{t_1}(\hat{\mathbf{x}}_{t_1}) \\ \mathbf{y}_{t_2} - \mathbf{h}_{t_2}(\hat{\mathbf{x}}_{t_2}) \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{t_n} - \mathbf{h}_{t_n}(\hat{\mathbf{x}}_{t_n}) \end{bmatrix}. \quad (2.52)$$

A matriz \mathbf{H} é definida da mesma forma da equação 2.26:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 \\ \mathbf{H}_2 \\ \vdots \\ \mathbf{H}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{t_1} \Phi_{t_1, t_0} \\ \mathbf{H}_{t_2} \Phi_{t_2, t_0} \\ \vdots \\ \mathbf{H}_{t_n} \Phi_{t_n, t_0} \end{bmatrix}, \quad (2.53)$$

em que a matriz Φ_{t_n, t_0} é encontrada através da integração da equação de transição de estados:

$$\dot{\Phi} = \mathbf{F}\Phi, \quad (2.54)$$

com condição inicial Φ_0 sendo a matriz identidade de ordem igual ao número de estados a estimar.

Tendo sido formadas as matrizes \mathbf{H} e $\delta \mathbf{y}$, basta executar o algoritmo em lotes (KUGA, 2005):

$$\hat{\mathbf{P}}_i = (\bar{\mathbf{P}}_0^{-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H})^{-1} \quad (2.55)$$

$$\delta \hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{P}}_i (\bar{\mathbf{P}}_0^{-1} \delta \bar{\mathbf{x}}_{i-1} + \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \delta \mathbf{y}). \quad (2.56)$$

Normalmente as iterações prosseguem até se atingir a convergência. Basicamente, o critério mais utilizado para finalizar o algoritmo consiste em se verificar quando o desvio se torna suficientemente pequeno. A solução final para o estado em cada iteração será, então (KUGA, 2005):

$$\hat{\mathbf{x}}_i = \hat{\mathbf{x}}_{i-1} + \delta \hat{\mathbf{x}}_i, \quad (2.57)$$

e covariância $\hat{\mathbf{P}}_i$.

A utilização da forma recursiva para o algoritmo de mínimos quadrados não-linear não é aconselhada, visto que erros de integração numérica podem dificultar o processo de refinamento e convergência do estimador.

3 DESCRIÇÃO DOS EQUIPAMENTOS

Neste capítulo, será realizada uma breve descrição dos equipamentos utilizados neste trabalho. Inicia-se a descrição pelas plataformas aerostáticas, seguido de todos os atuadores e sensores embarcados em cada uma delas. Apenas os equipamentos utilizados na coleta de dados do experimento serão descritos com mais detalhes.

3.1 Descrição do Mancel semi-esférico

O mancel semi-esférico deste projeto foi desenvolvido no próprio INPE, no final da década de 80, com o intuito de testar os amortecedores de nutação do satélite brasileiro SCD2. A partir de 2010, vários equipamentos foram adquiridos para criar uma estrutura que pudesse simular o ambiente espacial. Foram adquiridos alguns sensores, atuadores, computador de bordo, válvulas de gás e reservatórios de ar comprimido que serão descritos nas seções a seguir. O mancel semi-esférico, visto na Figura 3.1, possui três graus de liberdade, sendo apenas um completo em 360 graus.



Figura 3.1 - Fotografia do mancel semi-esférico do LABSIM/INPE.

3.1.1 Sensores

Todos os sensores da mancal semi-esférico estão integrados em uma unidade inercial AHRS M2-M da Innalabs. A unidade inercial é composta por três acelerômetros, três girômetros e três magnetômetros, todos eles dispostos de forma ortogonal. Além disso, ela dispõe de um microcontrolador interno que utiliza um filtro de Kalman para a obtenção dos ângulos de Euler que relacionam o triedro fixo na unidade inercial e o sistema topocêntrico. A unidade inercial pode ser vista na Figura 3.2.



Figura 3.2 - Fotografia da unidade inercial AHRS da Innalabs fixada ao mancal semi-esférico.

A Tabela 3.1 mostra as especificações da unidade inercial.

Tabela 3.1 - Especificações dos sensores da unidade inercial AHRS M2-M da Innalabs.

| Especificações | Valores |
|----------------------------------|----------------|
| Taxa de amostragem | 1 a 100 Hz |
| Máxima aceleração medida | 2 g |
| Máxima velocidade angular medida | 300 graus/s |
| Yaw | 0 a 360 graus |
| Roll | +/- 180 graus |
| Pitch | +/- 90 graus |

3.1.2 Atuadores

O mancal semi-esférico possui 8 válvulas de gás, modelo MFH-12 da Festo. A posição das válvulas foi projetada para que distância delas até o centro de rotação do mancal seja exatamente a mesma para todas elas. Um orifício de abertura 0.8 mm foi projetado para que o torque resultante seja compatível com satélites de até 500 kg (CAMPESATO et al., 2013). A Tabela 3.2 mostra as configurações e especificações das válvulas da Festo.

Tabela 3.2 - Especificações das válvulas de gás e variáveis relacionadas aos atuadores da mesa aerostática .

| Especificações | Valores |
|---------------------------------|----------------|
| Pressão de operação | 1.5 bar |
| Braço de alavanca | 443 mm |
| Diâmetro de abertura da válvula | 0.8 mm |
| Força | 0.0754 N |
| Torque | +/- 0.0334 Nm |

Sobre o eixo Z, que aponta para o zênite, a plataforma possui 4 válvulas, duas em cada sentido. Portanto, o valor do torque gerado precisa ser multiplicado pelo fator 2. Os torques sobre os eixos X (Leste) e Y (Norte) possuem apenas uma válvula de atuação. Quando a válvula expela uma quantidade de ar comprimido em um sentido, ela gera um empuxo no sentido oposto. A disposição das válvulas, portanto, faz com que esse empuxo gere um torque, capaz de modificar a atitude da mesa.

3.1.3 Computador de Bordo e Bateria

O computador de bordo utilizado nesta plataforma é um PC/104 com processador AMD Geode LX800 de 500 MHz. A fonte de energia da mesa é uma bateria de chumbo com tensão nominal de 12 V e capacidade de 7 Ah. A tensão da bateria passa por conversores DC/DC que fornecem a potência necessária para cada um dos equipamentos da mesa. O computador é responsável pela comunicação com o sensor inercial da Innalabs e pelo acionamento das 8 válvulas de gás da Festo. A comunicação entre o computador e o sensor é feita por uma interface UART configurada

para funcionar em modo RS232. O esquemático da conexão e comunicação pode ser visto na Figura 3.3.

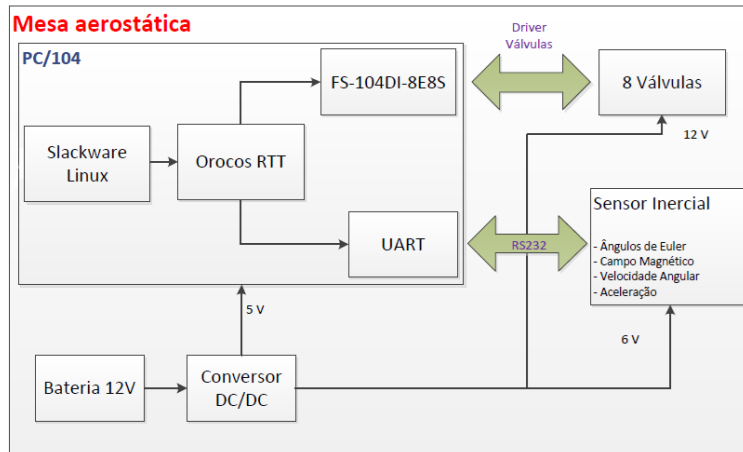


Figura 3.3 - Esquemático de configuração e comunicação do computador de bordo do mancal semi-esférico.

O sistema operacional escolhido foi o Slackware Linux v.13.37 com kernel v.2.6 por oferecer maior suporte a programação com sua vasta coleção de bibliotecas e pela robustez no funcionamento de aplicações relacionadas a tempo real, diferentemente do sistema operacional Windows que danifica a memória *flash*, pois faz o *swap* em disco, o que pode diminuir as taxas de amostragem envolvidas no experimento. A memória *flash* foi utilizada pois um disco rígido comum possui partes móveis girantes que geram torques indesejados na plataforma. O software embarcado foi desenvolvido em linguagem C++ e foi baseado na biblioteca OrocOS (Open Robot Control Software), que é livre e garante o determinismo na amostragem das medidas.

A Figura 3.4 mostra a disposição das válvulas, da unidade inercial e do computador de bordo sobre a mesa.

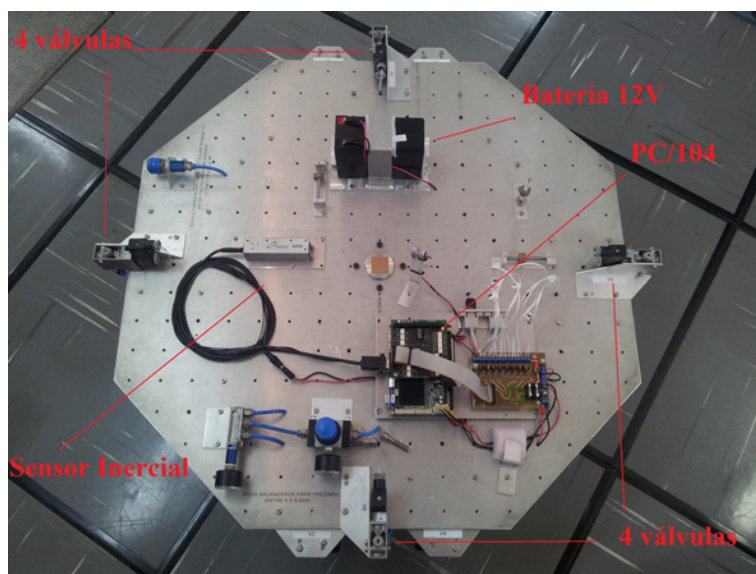


Figura 3.4 - Esquemático de configuração e comunicação do computador de bordo do mancal semi-esférico.

3.1.4 Matriz de inércia

A matriz de inércia do mancal foi obtida de forma teórica e foi publicada em artigo em um congresso nacional (CAMPESATO et al., 2013). A Tabela 3.3 mostra os valores encontrados no artigo.

Tabela 3.3 - Características de massa do mancal semi-esférico com todos os equipamentos embarcados tomadas a partir do centro de gravidade da plataforma.

| Característica | Valores |
|--------------------------------|--|
| Matriz de Inércia ($kg.m^2$) | $\begin{bmatrix} 2.21 & 0 & 0 \\ 0 & 1.91 & 0 \\ 0 & 0 & 2.17 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\begin{bmatrix} 0.0019 & -0.0004 & -0.0335 \end{bmatrix}^T$ |

3.2 Descrição do mancal esférico

O mancal esférico deste projeto foi adquirida da empresa Space Electronics e é mostrada na Figura 3.5. É um mancal com três graus de liberdade, sendo dois deles completos. As especificações do mancal podem ser observadas na Tabela 3.4.



Figura 3.5 - Fotografia do mancal esférico do LABSIM/INPE.

Tabela 3.4 - Descrição geral do mancal esférico com três graus de liberdade.

| Componente | Medida |
|-------------------------------------|---------------|
| Diâmetro externo da esfera do rotor | 219.964 mm |
| Massa do rotor | 24.494 kg |
| Carga máxima | 136.078 kg |
| Espessura da camada de ar | 0.0127 mm |
| Yaw | 360° |
| Roll | 360° |
| Pitch | +/- 30° |

Para esta plataforma, foram adquiridos vários sensores (girômetros, sensor de estrelas, magnetômetros e GPS) e atuadores (rodas de reação e bobinas de torque

magnético) da empresa Vectronic Aerospace. Todos os equipamentos serão brevemente descritos a seguir.

3.2.1 Sensores

Existem 4 tipos de sensores embarcados no mancal esférico: sensor de estrelas, sensor GPS, magnetômetros e girômetros. Nesta seção, a funcionalidade de cada um deles será brevemente descrita.

O sensor de estrelas é um instrumento de determinação de atitude. Ele captura imagens do céu e as compara com um catálogo estelar que está embarcado em um microcontrolador interno ao sensor. O resultado dessa comparação é a atitude em ângulos de Euler ou quatérnions. A Figura 3.6 mostra uma fotografia do sensor, já embarcado no mancal.

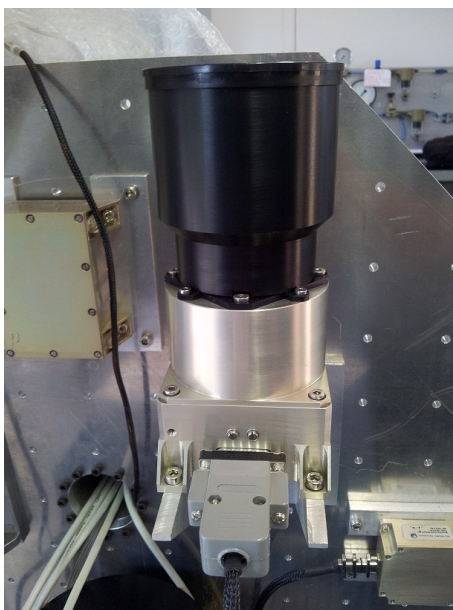


Figura 3.6 - Fotografia do sensor de estrelas da Vectronic Aerospace.

O LABSIA (Laboratório do Projeto SIA) possui, em seu andar superior, um teto retrátil, que será utilizado para o desenvolvimento de experimentos com o sensor de estrelas.

O girômetro é um sensor que fornece a velocidade angular do corpo em que o sen-

sor foi fixado. Existem variadas tecnologias que podem ser usadas para a obtenção de medidas de velocidade angular: sensores microeletromecânicos, sensores de fibra óptica, sensores mecânicos tipo *gimbal* e, mais recentemente, sensores vibracionais (LAWRENCE, 1993; TITTERTON; WESTON, 2004). Uma fotografia do sensor adquirido para o experimento pode ser vista na Figura 3.7. O giroscópio foi adquirido da empresa Northrop Grumman Electronic Systems e sua tecnologia é de fibra óptica. Um suporte foi projetado para que os girômetros fiquem dispostos de forma ortogonal, alinhado com o sistema de coordenadas da plataforma.



Figura 3.7 - Fotografia de um dos girômetros da Northrop Grumman.

O magnetômetro é um sensor que mede o vetor intensidade do campo magnético. A partir da medida nos três eixos, pode-se determinar com boa precisão a direção do campo magnético terrestre. O sensor pode ser visto na Figura 3.8.

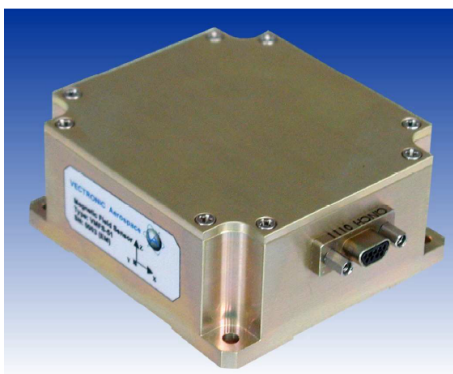


Figura 3.8 - Fotografia do sensor de campo magnético da Vectronic Aerospace.

O sensor GPS (Global Position System) é utilizado para se obter a posição do satélite no sistema de coordenadas geocêntrico terrestre. A principal diferença entre sensor e os utilizados em celulares e automóveis é o funcionamento em aplicações com mudanças na dinâmica muito rápidas, já que um satélite possui velocidades da ordem de dezenas de quilômetros por segundo.

O sensor GPS fornece as medidas de posição e velocidade com base no sistema geocêntrico. Uma fotografia do sensor pode ser vista na Figura 3.9. Apesar de ser considerado importante, sua aplicação neste experimento é descartada, visto que a determinação da posição e velocidade lineares do mancal não serão necessárias neste experimento. De qualquer forma, o GPS é usado para obter a referência do sistema geocêntrico local, necessário para satélites com apontamento geocêntrico.



Figura 3.9 - Fotografia do sensor GPS da Vectronic Aerospace.

3.2.2 Atuadores

O mancal esférico possui dois atuadores que podem gerar torques na plataforma: rodas de reação e bobinas de torque magnético. Cada um deles será brevemente descrito nessa seção.

Uma roda de reação é um atuador utilizado para controlar a atitude. Seu funcionamento é baseado na lei da conservação do momento angular. A roda é formada por uma massa girante, normalmente cilíndrica, acoplada a um motor DC sem escovas

(*brushless*). Uma das 4 rodas de reação fixadas ao mancal pode ser vista na Figura 3.10.

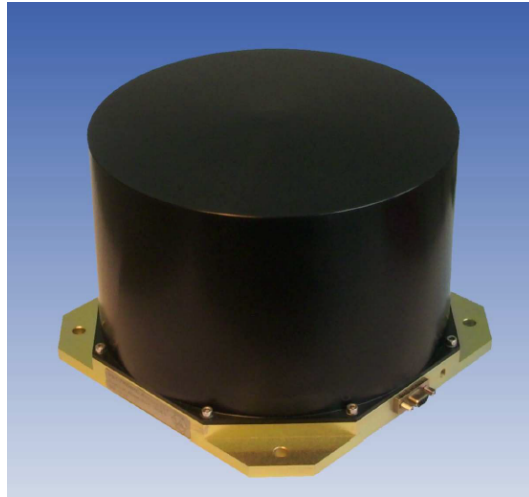


Figura 3.10 - Fotografia de uma roda de reação da Vectronic Aerospace.

O perfil teórico de torque das rodas, em função da velocidade de rotação, pode ser visto na Figura 3.11. Percebe-se que existem limitações de torque tanto em baixas quanto em altas velocidades de rotação.

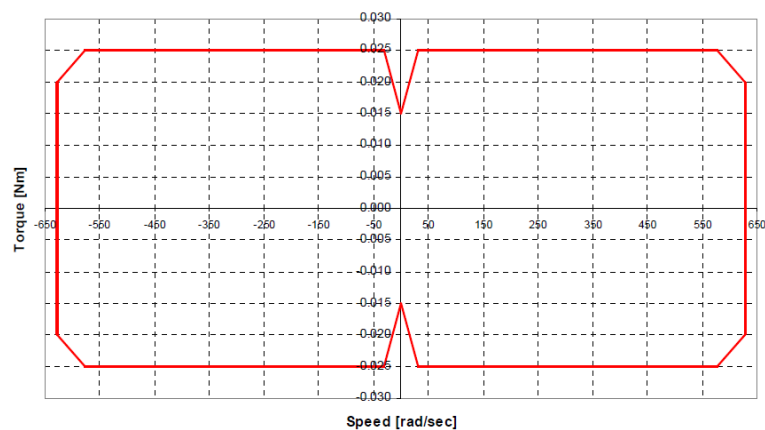


Figura 3.11 - Gráfico com o perfil de torque das rodas de reação em função da velocidade de rotação do rotor. Fonte: Reaction Wheel VRW-2 Interface Control Document (TD-VAS-VRW2-ICD34).

Uma bobina de torque magnético também é um atuador para controle de atitude. Cada uma das bobinas produz um campo magnético que interage com o campo magnético da Terra, produzindo um torque no satélite. A Figura 3.12 mostra uma fotografia de uma das bobinas de torque magnético embarcadas no mancal. Para este experimento de estimação, as bobinas não serão utilizadas.



Figura 3.12 - Fotografia da bobina de torque magnético da Vectronic Aerospace.

3.2.3 Computador de Bordo e Bateria

O computador de bordo adquirido para este experimento é responsável por três tarefas distintas, realizadas normalmente por três subsistemas diferentes de um satélite: gerenciamento de energia, gerenciamento de dados e sistema de controle de atitude. O processador embarcado é da fabricante Renesas, modelo SuperH 7045 de 32 Bits, arquitetura RISC. O processador possui 256 kb de memória interna e 1 MB de memória RAM externa. Sua frequência típica de operação é 14 MHz. O computador de bordo do experimento, também chamado de PCDH (Power Control and Data Handling Unit), pode ser visto na Figura 3.13.

Este equipamento conta com uma unidade de gerenciamento de energia, responsável pelo condicionamento de potência de cada um dos equipamentos que serão embarcados no mancal. Reguladores de tensão, limitadores de corrente, gerenciamento de bateria e interfaces de proteção fazem parte deste subsistema. Caso haja mal funcionamento de qualquer um dos componentes externos ligados ao computador de bordo, fusíveis eletrônicos reconfiguráveis irão ser acionados, prevenindo-o contra danos.

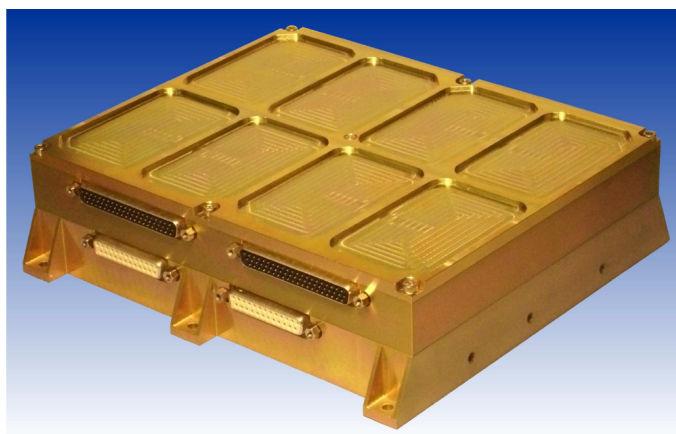


Figura 3.13 - Computador de bordo da Vectronic Aerospace.

A unidade de gerenciamento de dados é responsável pela telemetria de todo o sistema. Para isso, todos os componentes externos ligados ao computador de bordo utilizam uma interface de comunicação RS-422 padronizada. Em cada ciclo determinado pelo usuário, as informações de todos os equipamentos podem ser consultadas, armazenadas e enviadas para uma estação em solo. Para isso, existe uma interface de telemetria e telecomando no computador de bordo que se comunica utilizando o protocolo RS-422.

Para este experimento, foi utilizado um rádio-modem RS-232 da FreeWave Technologies. Foi projetado um circuito eletrônico capaz de fazer a conversão entre os protocolos da PCDH e do rádio-modem, garantindo a correta telemetria de todo o sistema para a estação em solo, em tempo real.

Por último, uma das baterias adquiridas para o experimento pode ser vista na Figura 3.14. As baterias são recarregáveis, de íons de Lítio e possuem um modo de auto-balanceamento das células durante a carga ou descarga. Assim, o descarregamento de todas as 8 células de carga é feito de forma uniforme, mantendo as condições semelhantes em todas as células. Esse processo é controlado por um processador interno à bateria e independe do computador de bordo.

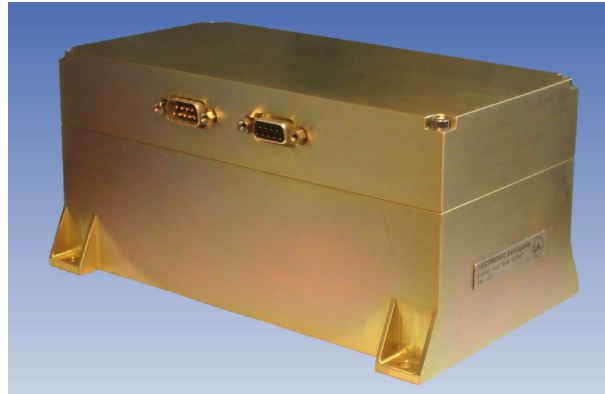


Figura 3.14 - Bateria de íon-lítio da Vectronic Aerospace.

3.2.4 Matriz de inércia

Para se obter a estimativa inicial da matriz de inércia e da posição do centro de gravidade do corpo, as massas de todos os equipamentos, juntamente com o suporte de alumínio fabricado para a fixação aos pratos do mancal, foram medidas em uma balança de precisão. Em seguida, o mancal e cada um dos equipamentos e dos respectivos suportes foram desenhados utilizando o software *CAD SolidWorks*. O posicionamento dos componentes nos suportes do mancal foi estabelecido de forma que a posição do centro de gravidade se mantivesse próximo do centro de rotação do mancal. A Figura 3.15 mostra o desenho no software CAD do mancal com todos os equipamentos embarcados. A Tabela 3.5 mostra as características de massa do conjunto obtidas pelo mesmo software.

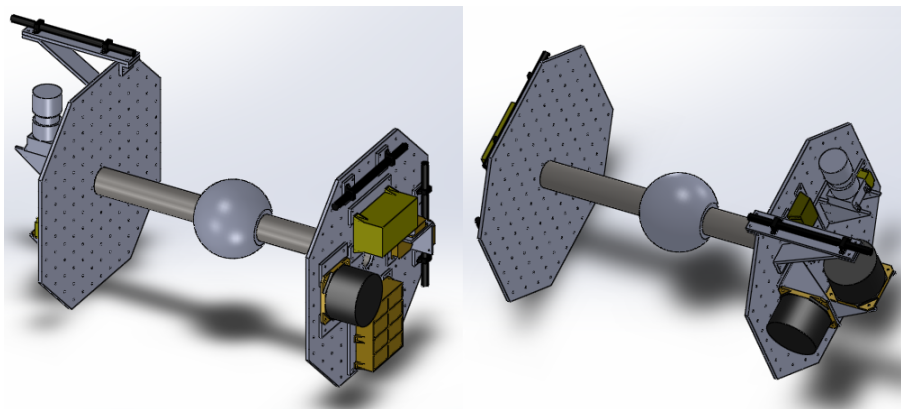


Figura 3.15 - Desenho do mancal com todos os equipamentos embarcados.

Tabela 3.5 - Características de massa do mancal com todos os equipamentos embarcados.

| Característica | Valores |
|--------------------------------|---|
| Matriz de Inércia ($kg.m^2$) | $\begin{bmatrix} 2.53799 & -0.44435 & -0.19660 \\ -0.44435 & 11.54064 & 0.06440 \\ -0.19660 & 0.06440 & 11.48942 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\begin{bmatrix} 0.00571 & 0.00486 & 0.01021 \end{bmatrix}^T$ |

4 SIMULAÇÕES NUMÉRICAS

Nesta seção, um algoritmo de estimação de todas as características de massa (centro de gravidade e matriz de inércia) de um corpo rígido similar a um dos mancais deste experimento será proposto. Para isso, será realizada a seguir algumas considerações sobre todos os sistemas de coordenadas envolvidos no experimento e sobre o modelo dos torques envolvidos.

O sistema de coordenadas inercial para o experimento com o mancal semi-esférico é coincidente com o sistema de coordenadas topocêntrico. O sistema de coordenadas dessa plataforma está alinhado com o sistema de coordenadas fixo na unidade inercial, com a direção e o sentido dos eixos seguindo a convenção *ENU* (na sigla em inglês LESTE-NORTE-ZÊNITE). Portanto, quando a plataforma estiver alinhada com o sistema inercial, o eixo *X* estará apontando para o leste, o eixo *Y* estará apontando para o norte e eixo *Z* estará apontando para cima.

Para o mancal esférico, o sistema de coordenadas inercial é o *J2000*, com o eixo *X* definido pelo equador médio da Terra às 12h do dia 1º de janeiro do ano 2000, eixo *Z* alinhado com a direção do vetor momento angular da Terra e o eixo *Y* definido pelo produto vetorial de ambos. Esse sistema foi obviamente escolhido pois o mapa embarcado no sensor de estrelas é baseado nesse sistema de coordenadas.

Para obter a atitude do mancal esférico no sistema de coordenadas topocêntrico, são necessárias duas transformações. A primeira transformação é feita calculando-se o tempo sideral de Greenwich, com o intuito de calcular o ângulo em que a Terra girou até o horário do experimento. Assim, os vetores do sistema inercial são transformados para o sistema geocêntrico. Após essa primeira transformação, basta utilizar a latitude e a longitude da plataforma do mancal esférico para transformar os vetores no sistema geocêntrico para o sistema topocêntrico (KUGA et al., 2012). Considera-se, então, que as condições de todos o triedros estão estáticas durante os experimentos.

A definição do triedro topocêntrico nos dois experimentos é necessária para se definir o torque causado pelo deslocamento do centro de gravidade. Portanto, define-se esse torque \mathbf{T}_{CG} como:

$$\mathbf{T}_{CG} = \mathbf{R}_{CG} \times \mathbf{P}, \quad (4.1)$$

em que \mathbf{R}_{CG} é o vetor da distância entre o centro de rotação e a posição do centro

de gravidade do mancal e \mathbf{P} é o vetor da força-peso. Nota-se que o vetor \mathbf{R}_{CG} é medido no triedro do corpo e o vetor \mathbf{P} é conhecido no triedro topocêntrico:

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -mg \end{bmatrix}^T, \quad (4.2)$$

onde mg é o produto da massa total da mesa pela aceleração da gravidade no local. Como o torque é aplicado no corpo rígido, multiplica-se o vetor força-peso por uma matriz de rotação que relaciona os dois triedros:

$$\mathbf{T}_{CG} = \mathbf{R}_{CG} \times \mathbf{C}_{br} \mathbf{P}, \quad (4.3)$$

em que \mathbf{C}_{br} é a matriz de rotação que transforma um vetor no triedro topocêntrico para o triedro do corpo. A matriz de rotação, portanto, depende da atitude da mesa e é variante no tempo. Sendo assim, é necessário que a modelagem contenha informações sobre a atitude.

A primeira solução para resolver este problema é a utilização do sensor de estrelas para obter as informações de atitude. Nesse caso, apenas a informação da atitude inicial será utilizada e toda a cinemática e dinâmica serão propagadas por meio da integração das medidas dos giroscópios. O sensor de estrelas não será usado para a obtenção das medidas de atitude durante todo o experimento pois o ângulo de visada para este sensor no LABSIA não é satisfatório. O mancal pode possuir uma atitude em que o sensor de estrelas não esteja apontando para o céu, prejudicando as medidas de atitude.

A segunda solução seria a adição de uma tríade de acelerômetros que, conjuntamente com as medidas do magnetômetro, poderão prover as informações de atitude, em tempo real, utilizando o algoritmo TRIAD (SHUSTER; OH, 1981).

Portanto, a função $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{u}, t)$ será composta pelas equações 2.3 e 2.7 (da cinemática e dinâmica, respectivamente). O vetor de estados aumentado \mathbf{x} será:

$$\mathbf{x} = [\phi \ \theta \ \psi \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz} \ mgR_x \ mgR_y \ mgR_z]^T, \quad (4.4)$$

em que os três primeiros termos são os ângulos de Euler da plataforma em relação ao sistema topocêntrico.

Nesses instante, faz-se necessário observar que a dinâmica do corpo rígido utilizada

no Capítulo 2 foi equacionada em relação ao centro de gravidade do corpo. No entanto, existe um desbalanceamento entre o centro de gravidade e o centro de rotação do mancal que altera essa premissa. Por consequência, a matriz de inércia com origem no centro de gravidade também é diferente da matriz de inércia descrita com origem no centro de rotação do mancal. Utiliza-se, portanto, o teorema dos eixos paralelos para comprovar que os momentos de inércia das duas matrizes se alteram de forma irrisória quando a distância entre o centro de gravidade e o centro de rotação do mancal é da ordem de milímetros. O teorema dos eixo paralelos é da forma:

$$\mathbf{J} = \mathbf{I} + m(\mathbf{r}^T \mathbf{r} \mathbf{1} - \mathbf{r} \mathbf{r}^T), \quad (4.5)$$

em que \mathbf{I} é a matriz de inércia em relação ao centro de gravidade, \mathbf{J} é a matriz de inércia em relação ao centro de rotação do mancal, m é a massa do mancal e \mathbf{r} é o vetor posição que liga as origens dos dois centros. Considerando um desbalanceamento de 1 *mm* nas três direções, mancal com massa de 70 *kg* e uma matriz de inércia da forma:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.0 & -0.1 & -0.1 \\ -0.1 & 12.0 & 0.1 \\ -0.1 & 0.1 & 13.0 \end{bmatrix}, \quad (4.6)$$

a matriz de inércia em relação ao centro de rotação do mancal será:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.0001 & -0.1001 & -0.1001 \\ -0.1001 & 12.0001 & 0.0999 \\ -0.1001 & 0.0999 & 13.0001 \end{bmatrix}, \quad (4.7)$$

comprovando que os valores que serão obtidos nos estimadores desse trabalho não diferem do valor real.

Feito a consideração, em cada ciclo de integração, os ângulos de Euler obtidos serão convertidos em uma matriz de rotação pela relação:

$$\mathbf{C}_{br} = \begin{bmatrix} \cos \phi \cos \psi & \cos \phi \sin \psi & -\sin \phi \\ \sin \phi \sin \theta \cos \psi - \cos \phi \sin \psi & \sin \phi \sin \theta \sin \psi + \cos \phi \cos \psi & \sin \phi \cos \theta \\ \cos \phi \sin \theta \cos \psi + \sin \phi \sin \psi & \cos \phi \sin \theta \sin \psi - \sin \phi \cos \psi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix}. \quad (4.8)$$

que é a equação 2.1 expandida, fazendo as devidas transformações de quatérnion em ângulos de Euler, utilizando a sequência 3-2-1. Considera-se que o corpo é composto

por partes rígidas. Portanto:

$$\dot{I}_{xx} = \dot{I}_{yy} = \dot{I}_{zz} = \dot{I}_{xy} = \dot{I}_{xz} = \dot{I}_{yz} = 0, \quad (4.9)$$

$$mg\dot{R}_x = mg\dot{R}_y = mg\dot{R}_z = 0. \quad (4.10)$$

A função discreta que relaciona os estados às observações $\mathbf{y}_{k+1} = \mathbf{h}_{k+1}(\mathbf{x}_{k+1})$ é linear, visto que os quatro elementos do quatérnio e as três velocidades angulares do corpo também são estados.

Para esta simulação, considera-se que a posição, em metros, do centro de gravidade no triedro do corpo é:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 10^{-6} & 10^{-6} & -10^{-6} \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

e que a matriz de inércia é da forma:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.0 & 0.1 & 0.1 \\ 0.1 & 12.00 & 0.1 \\ 0.1 & 0.1 & 13.0 \end{bmatrix} \quad (4.12)$$

As condições iniciais para a propagação da cinemática e da dinâmica estão descritas na Tabela 4.1:

Tabela 4.1 - Condições iniciais para a simulação da cinemática e dinâmica para os estimadores.

| Condições Iniciais | Valores |
|---|---------------------------------------|
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[0 \ 0.05 \ 0.5] \text{ rad/s}$ |
| $[\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3]$ | $[2 \ 3 \ 20] \text{ graus}$ |
| $[\epsilon_1 \ \epsilon_2 \ \epsilon_3 \ \eta]$ | $[0.0217 \ 0.0227 \ 0.1740 \ 0.9842]$ |
| <i>Massa</i> | <i>72 kg</i> |
| <i>Gravidade</i> | <i>9.780327 m/s²</i> |

A Figura 4.1 mostra os resultados da simulação da dinâmica do corpo rígido: ângulos de Euler e velocidade angular do corpo. Observa-se que o torque adicionado pelo centro de gravidade insere uma precessão ao movimento do corpo, causando uma excursão no ângulo de atitude de módulo em torno de 50 graus. Apesar de a excursão

máxima do mancal ser de apenas 30 graus, esta simulação é viável para a validação do algoritmo.

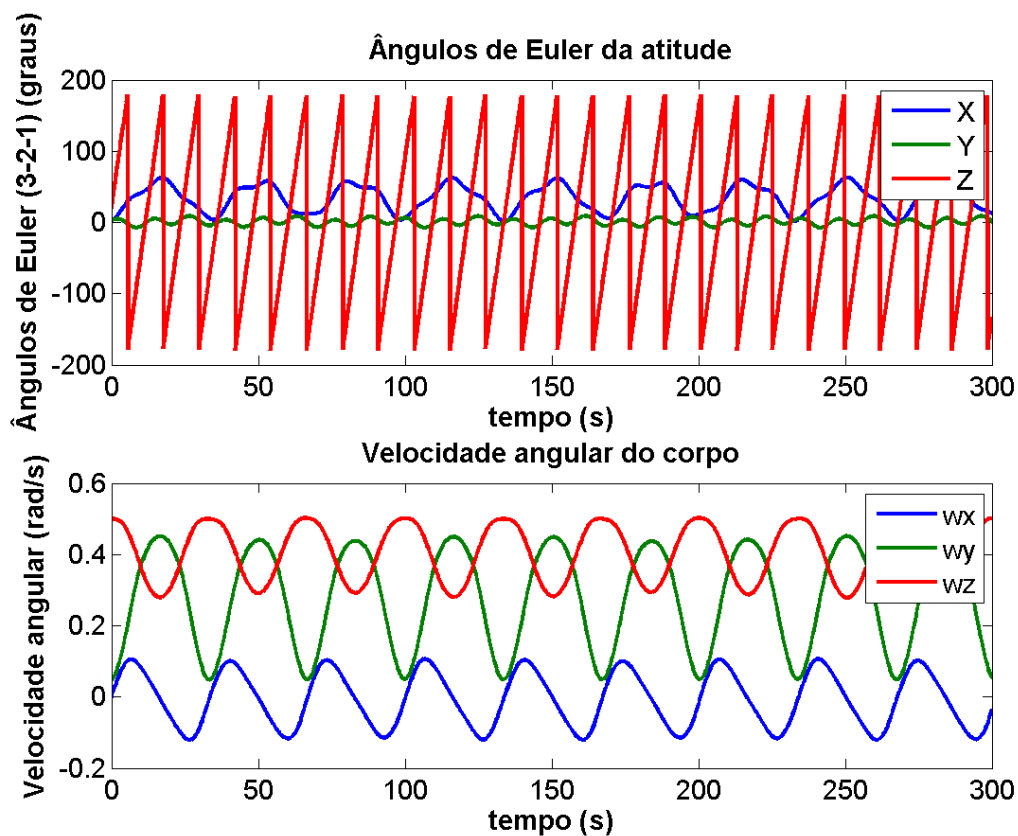


Figura 4.1 - Gráfico da evolução temporal dos ângulos de Euler e das velocidades angulares durante 300 segundos de simulação.

4.1 Filtro de Kalman estendido

O filtro é iniciado com os dados descritos na Tabela 4.2. O vetor \mathbf{R} é composto de sete medidas: quatro componentes do quatérnio e três velocidades angulares. Não há incertezas na propagação dos momentos de inércia, da posição do centro de gravidade e da cinemática com os quatérnios.

Tabela 4.2 - Dados para a inicialização do FKE.

| Variáveis | Valores |
|---|--|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[2 \ 3 \ 20]$ graus |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[0 \ 0.05 \ 0.5]$ rad/s |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[4 \ 10 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0]$ kg.m ² |
| $\sigma(\mathbf{x})$ | $diag([0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 3 \ 5 \ 5 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01])$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[0 \ 0 \ 0]$ m |
| R | $diag([10^{-8} \ 10^{-8} \ 10^{-8} \ 10^{-8} \ 10^{-8} \ 10^{-8} \ 10^{-8}])$ |
| Q | $diag([0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 10^{-6} \ 10^{-6} \ 10^{-6} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0])$ rad ² /s ² |

As Figuras 4.2 e 4.3 mostram o resultado do processo de filtragem utilizando os valores simulados com o PROPAT, juntamente com o desvio-padrão associado a cada uma das variáveis estimadas. A Tabela 4.3 mostra os resultados ao final do algoritmo. Percebe-se que os momentos de inércia levam em torno de 15 segundos para convergirem para os valores da simulação, diferentemente das posições do CG, que levam menos de 2 segundos para convergirem de forma satisfatória.

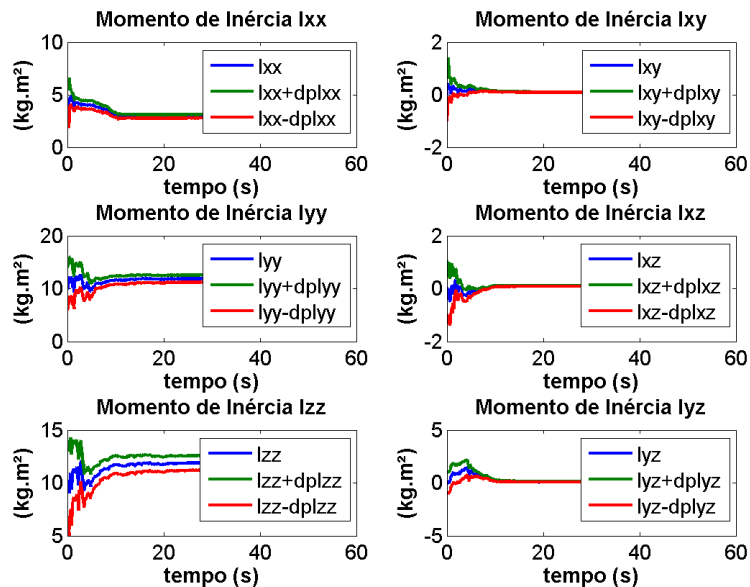


Figura 4.2 - Gráfico da evolução temporal do processo de estimação dos momentos de inércia do corpo.

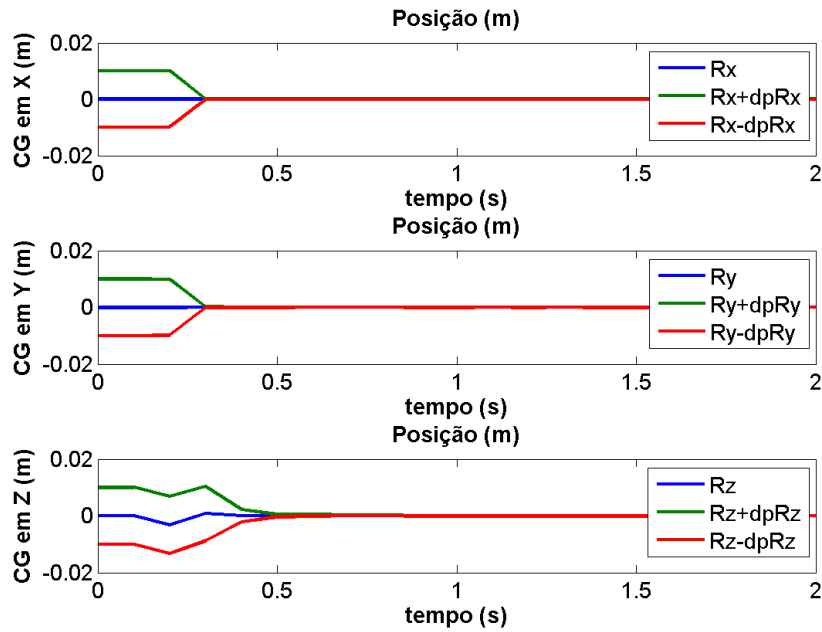


Figura 4.3 - Gráfico da evolução temporal do processo de estimação da posição do CG do corpo.

Tabela 4.3 - Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 2.9789 & 0.0999 & 0.0995 \\ 0.0999 & 11.9547 & 0.0987 \\ 0.0995 & 0.0987 & 12.9354 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} 0.1020 \times 10^{-5} \\ 0.0956 \times 10^{-5} \\ -0.0983 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de desvios-padrão ($kg * m^2$) | $\sigma(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.1628 & 0.0431 & 0.0529 \\ 0.0431 & 0.6545 & 0.0157 \\ 0.0529 & 0.0157 & 0.6571 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de desvios-padrão (m) | $\sigma(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 2.77 \times 10^{-7} \\ 1.83 \times 10^{-7} \\ 2.40 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$ |

Se a incerteza associada ao modelo fosse menor que a utilizada para este caso, a convergência do filtro com os valores utilizados na simulação do PROPAT não seria satisfatória. O número maior de estados a estimar, juntamente com as não linearidades associadas ao modelo da dinâmica do corpo rígido fizeram com que a incerteza associada ao modelo aumentasse.

4.2 Mínimos quadrados

Os dados de simulação gerados com o PROPAT são os mesmos utilizados no filtro de Kalman estendido, visto na Figura 4.1. A Tabela 4.4 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro MQ.

Para este algoritmo, considera-se que não há incerteza relacionada ao modelo dinâmico do sistema e, portanto, a dinâmica do sistema é dependente apenas da condição inicial do problema. Esta estratégia simula o que irá acontecer no experimento real, visto que a atitude será obtida a partir do sensor de estrelas e sua determinação será feita utilizando as medidas integradas dos girômetros. Portanto, os estados do modelo são formados por 3 velocidades angulares, 6 elementos da matriz de inércia e 3 posições do centro de gravidade. O modelo de medidas do sistema é formado apenas pelas 3 velocidades angulares obtidas dos girômetros.

Tabela 4.4 - Dados para a inicialização do filtro por mínimos quadrados.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[2 \ 3 \ 20]$ graus |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[0 \ 0.05 \ 0.5]$ rad/s |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[3.1 \ 12.1 \ 13.1 \ 0 \ 0 \ 0]$ kg.m ² |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[0 \ 0 \ 0]$ m |
| $\sigma(\mathbf{x})$ | $diag([0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 2 \ 2 \ 2 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5])$ |
| R | $diag([10^{-8} \ 10^{-8} \ 10^{-8}])$ |

A Figura 4.4 mostra o comportamento do resíduo das velocidades angulares em três iterações diferentes.

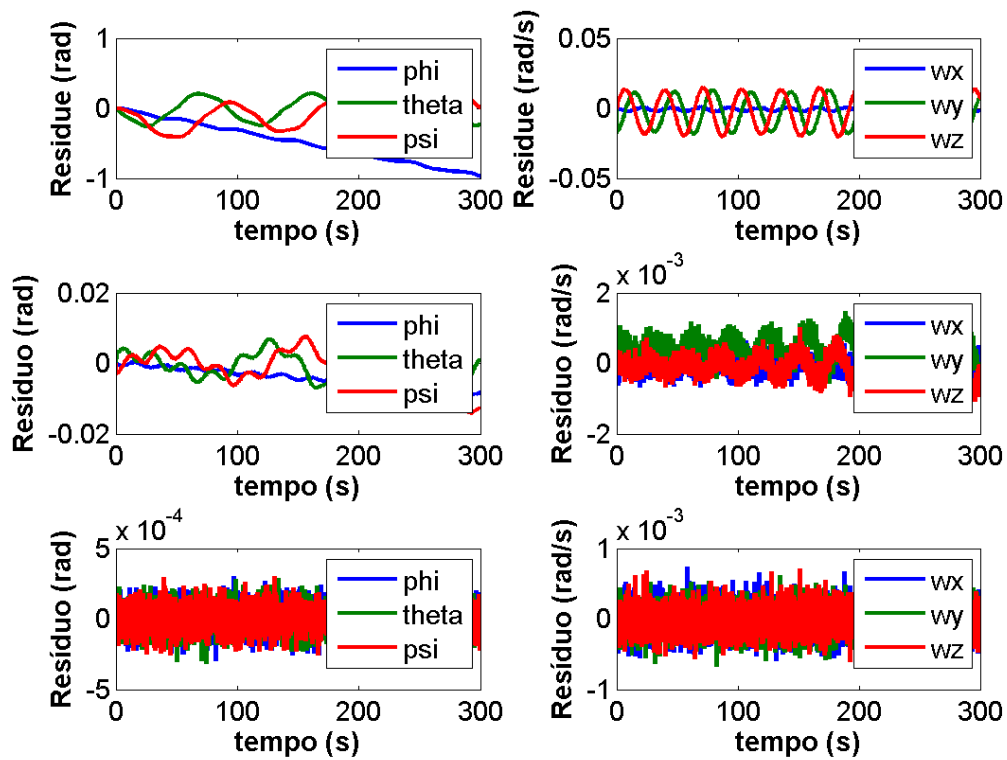


Figura 4.4 - Gráfico com os resíduos dos ângulos de Euler e das velocidades angulares para a primeira, terceira e quinta iterações do algoritmo de mínimos quadrados não-linear.

A convergência do algoritmo de mínimos quadrados é comprovada quando os resíduos tendem a zero, mantendo um padrão ruidoso da ordem da incerteza associada às observações. Outro fator importante é o incremento dos valores estimados para os estados, representado pelo vetor $\delta\mathbf{x}$, que deve diminuir até um limite pré-estabelecido. Se o incremento de todos os estados entrar nos limites da região pré-estabelecida, o algoritmo é interrompido e a última iteração fornecerá os valores dos parâmetros estimados. A Tabela 4.5 mostra o resultado final do processo de estimação para as inércias do corpo.

O vetor de estados inicial utilizado no estimador por mínimos quadrados é bem mais preciso do que o do filtro de Kalman. A justificativa para isso é que, se utilizado o

mesmo vetor de estados inicial do FKE para este algoritmo de mínimos quadrados, o processo de filtragem não converge. Partindo desse fato, observou-se que o processo de ajuste e refinamento dos mínimos quadrados é mais trabalhoso que o mesmo processo com o filtro de Kalman.

Tabela 4.5 - Características de massa estimadas pelo filtro MQ.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.0114 & 0.1004 & 0.1003 \\ 0.1004 & 12.0710 & 0.0922 \\ 0.1003 & 0.0922 & 13.0572 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} 1.0042 \times 10^{-6} \\ 1.0062 \times 10^{-6} \\ -1.0046 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de desvios-padrão ($kg * m^2$) | $\sigma(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.3337 & 0.0111 & 0.0110 \\ 0.0111 & 0.1685 & 0.0111 \\ 0.0110 & 0.0111 & 0.0818 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de desvios-padrão (m) | $\sigma(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 1.1098595 \times 10^{-7} \\ 1.112461 \times 10^{-7} \\ 1.1102518 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$ |

5 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

A seguir, serão apresentados os resultados de laboratório obtidos nas duas plataformas de testes. Em primeiro lugar, serão expostas as calibrações dos girômetros de ambas as plataformas e, em seguida, os resultados dos dois algoritmos de estimação para cada uma delas.

A calibração é um método para melhorar o desempenho da resposta do sensor, removendo ou diminuindo erros sistemáticos. Os erros sistemáticos são todos aqueles capazes de serem medidos e não possuem natureza aleatória. Desalinhamentos de montagem, erros de fator de escala e viés são os principais erros sistemáticos de sensores. Por outro lado, erros aleatórios são um pouco mais difíceis de serem estimados e, para experimentos de curto período, não possuem grande influência no resultado final de um conjunto de medidas (LAWRENCE, 1993; TITTERTON; WESTON, 2004). Por esse motivo, os erros aleatórios dos girômetros utilizados nos dois experimentos não foram levantados.

5.1 Calibração dos Girômetros

Para os girômetros MEMS utilizados no mancal semi esférico, um experimento estático de 2 horas foi realizado, com o intuito de obter o desvio padrão e o viés em cada um dos eixos do sensor de forma rápida. O levantamento dos outros erros sistemáticos não foi realizado para os girômetros MEMS, já que as medidas das unidades inerciais da Innalabs são compensadas em função de toda a faixa de temperatura de operação, como descrito no *datasheet* do equipamento. Portanto, acredita-se que esses erros foram compensados. A Tabela 5.1 mostra os dados estatísticos das medidas dos girômetros.

Tabela 5.1 - Dados estatísticos dos girômetros da unidade inercial da Innalabs.

| | GyroX | GyroY | GyroZ |
|-------------------------|--------------|--------------|--------------|
| Média (bias) (graus/s) | 0.3039 | -0.0372 | -0.0593 |
| Desvio-padrão (graus/s) | 0.4000 | 0.4008 | 0.3662 |

Para os girômetros de fibra óptica utilizados no mancal esférico, um experimento mais elaborado foi realizado, visto que a qualidade do sensor é maior que o microe-

letromecânico. Além disso, a base da tríade dos girômetros foi usinada no INPE e, certamente, não possui a precisão micrométrica de um circuito do tipo MEMS.

Será apresentado um método simples para estimar os erros sistemáticos da tríade usando um algoritmo de mínimos quadrados ponderado que utiliza os dados obtidos em um experimento realizado em uma mesa servo controlada.

É necessário levantar os coeficientes do seguinte modelo linear (NOURELDIN et al., 2012),

$$\tilde{\omega}_{\mathbf{3}\times\mathbf{1}} = \mathbf{S}_{\mathbf{3}\times\mathbf{3}}\omega_{\mathbf{3}\times\mathbf{1}} + \mathbf{b}_{\mathbf{3}\times\mathbf{1}}, \quad (5.1)$$

para a tríade de girômetros, em que ω é o vetor com os valores de referência de velocidade angular comandados pela mesa servomotora, $\tilde{\omega}$ é o vetor de medidas obtidas pela tríade de sensores, \mathbf{b} é o vetor de *bias* e \mathbf{S} é a matriz correspondente ao fator de escala e desalinhamento da tríade de sensores, dada por:

$$\mathbf{S}_{\mathbf{3}\times\mathbf{3}} = \begin{bmatrix} S_{xx} & S_{xy} & S_{xz} \\ S_{yx} & S_{yy} & S_{yz} \\ S_{zx} & S_{zy} & S_{zz} \end{bmatrix}. \quad (5.2)$$

Seis sequências de rotação foram escolhidas para a completa caracterização do modelo linear de medidas da tríade de girômetros. Cada uma delas alinha um dos eixos da tríade com o vetor da aceleração da gravidade local. As sequências de rotação escolhidas para este experimento podem ser vistas na Tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Sequências predeterminadas para a orientação da mesa servo controlada.

| Sequência | Orientação da mesa |
|-----------|--------------------|
| 1 | [+g, 0, 0] |
| 2 | [-g, 0, 0] |
| 3 | [0, +g, 0] |
| 4 | [0, -g, 0] |
| 5 | [0, 0, +g] |
| 6 | [0, 0, -g] |

O símbolo g mostra qual sensor está alinhado com o eixo vertical, ou seja, com o

vetor da aceleração da gravidade. A velocidade angular é sempre imposta ao eixo que está apontado nesta direção. Para estimar os valores dos coeficientes do modelo linear, utilizou-se a equação:

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x}, \quad (5.3)$$

em que o vetor de medidas \mathbf{y} é o vetor com os valores médios de cada uma das sequências obtidas separadamente, na forma:

$$\mathbf{y} = \bar{\omega} = \begin{bmatrix} \bar{\omega}_x(1) \\ \vdots \\ \bar{\omega}_x(6) \\ \bar{\omega}_y(1) \\ \vdots \\ \bar{\omega}_y(6) \\ \bar{\omega}_z(1) \\ \vdots \\ \bar{\omega}_z(6) \end{bmatrix}_{18 \times 1}, \quad (5.4)$$

em que $\omega_i(n)$, com $i = [x, y, z]$ é o vetor de medidas para cada uma das 6 sequências predeterminadas.

Portanto, existem seis sequências de dados para cada um dos eixos. O vetor de parâmetros a ser estimado é composto pelos elementos de \mathbf{S} e \mathbf{b} :

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} S_{xx} \\ S_{xy} \\ S_{xz} \\ b_x \\ S_{yx} \\ S_{yy} \\ S_{yz} \\ b_y \\ S_{zx} \\ S_{zy} \\ S_{zz} \\ b_z \end{bmatrix}_{12 \times 1}. \quad (5.5)$$

A matriz \mathbf{H} , portanto, é definida por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} H(\omega)_{6 \times 4} & 0_{6 \times 4} & 0_{6 \times 4} \\ 0_{6 \times 4} & H(\omega)_{6 \times 4} & 0_{6 \times 4} \\ 0_{6 \times 4} & 0_{6 \times 4} & H(\omega)_{6 \times 4} \end{bmatrix}_{18 \times 12}. \quad (5.6)$$

em que $\mathbf{H}(\omega)$ é a sub matriz:

$$\mathbf{H}(\omega) = \begin{bmatrix} \omega_{ref} & 0 & 0 & 1 \\ -\omega_{ref} & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \omega_{ref} & 0 & 1 \\ 0 & -\omega_{ref} & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \omega_{ref} & 1 \\ 0 & 0 & -\omega_{ref} & 1 \end{bmatrix}_{6 \times 4}, \quad (5.7)$$

em que ω_{ref} é a velocidade angular de referência imposta à mesa servo controlada. A matriz de pesos \mathbf{W} é definida pela covariância das medidas obtidas em cada uma das sequências como segue:

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} 1/\sigma_x^2(1) & 0 & 0 \\ 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 1/\sigma_z^2(6) \end{bmatrix}_{18 \times 18}, \quad (5.8)$$

em que $\sigma_i(n)$ é o desvio padrão dos dados sobre o eixo i na sequência n .

Reduzindo a função custo \mathbf{L} baseada na raiz quadrada dos resíduos:

$$\mathbf{L} = (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x})^T \mathbf{W} (\mathbf{y} - \mathbf{H}\mathbf{x}), \quad (5.9)$$

é obtida a melhor estimativa do vetor \mathbf{x} que reduz a função custo e, portanto, são os melhores valores para o modelo calibrado da tríade de girômetros. O vetor $\hat{\mathbf{x}}$ é facilmente encontrado resolvendo a equação (GELB, 1974; KUGA, 2005):

$$\hat{\mathbf{x}} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{y}, \quad (5.10)$$

em que a matriz de covariância \mathbf{P} é dada por:

$$\mathbf{P} = (\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1}. \quad (5.11)$$

Várias faixas diferentes de velocidade podem ser escolhidas, dependendo da aplicação do instrumento. Para sistemas de controle de atitude, é desejável calibrar os sensores em faixas de velocidade angular pequenas, visto que as manobras de satélites são lentas. Foram selecionadas faixas de velocidade adequadas ao problema e que podem ser vistas na Tabela 5.3.

Tabela 5.3 - Velocidades angulares de referência para a mesa servo controlada e tempo correspondente para cada uma das sequências.

| Velocidade angular | Tempo correspondente | Tempo de experimento |
|--------------------|----------------------|----------------------|
| +0.75 °/s | 490 s | 00:08:10 |
| +0.50 °/s | 730 s | 00:20:20 |
| +0.25 °/s | 1450 s | 00:44:30 |
| 0 °/s | 1450 s | 01:08:40 |
| -0.25 °/s | 1450 s | 01:32:50 |
| -0.50 °/s | 730 s | 01:45:00 |
| -0.75 °/s | 490 s | 01:53:10 |

O tempo de aquisição em cada uma das faixas de velocidade angular é baseado em uma volta completa de 360 graus adicionado de 10 segundos, apenas para garantir que a mesa complete uma volta completa e evitar o comportamento transiente entre duas velocidades de referência diferentes. Os dados amostrados para uma das sequências pode ser visto na Figura 5.1. Esses dados brutos, obtidos dos sensores, precisam ser processados antes de serem utilizados no algoritmo de estimação de parâmetros. A Figura 5.2 mostra o detalhe da faixa de 0.5°/s para a sequência [+g, 0, 0]. A precisão dos girômetros é capaz de medir a velocidade angular da Terra, observada pela característica senoidal dos dados da mesma figura. Portanto, a velocidade angular da Terra precisa ser subtraída dos dados coletados, seguindo a equação:

$$\omega_{\text{Terra}} = \omega_{\mathbf{E}} \begin{bmatrix} \sin(lat) \\ \cos(lat) \cos(\omega_{ref}t + \theta_0) \\ \cos(lat) \sin(\omega_{ref}t + \theta_0) \end{bmatrix} \quad (5.12)$$

$$\omega_{\text{processado}} = \tilde{\omega} - \omega_{\text{Terra}}, \quad (5.13)$$

em que lat representa a latitude local do experimento, θ_0 representa a posição angu-

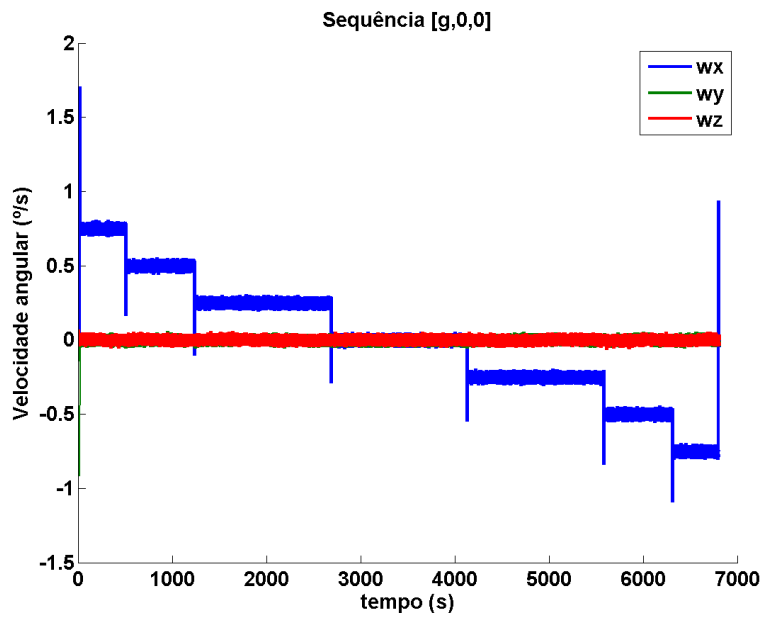


Figura 5.1 - Velocidade angular adquirida dos sensores para a sequência [+g, 0, 0].

lar inicial da mesa para uma volta completa e ω_E é a velocidade angular da Terra. Obviamente, para cada uma das sequências, a posição dos elementos do vetor mudam. O eixo apontado na direção vertical é sempre subtraído pelo termo $\sin(lat)$.

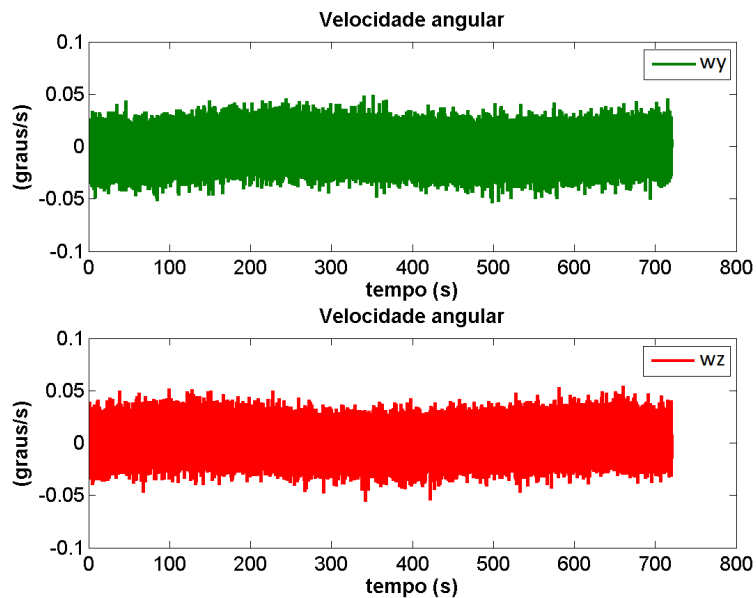


Figura 5.2 - Faixa de velocidade 0.5 °/s detalhada. A velocidade angular da Terra é observada pelo padrão senoidal sobre os eixos Y e Z.

Para este experimento, será utilizada apenas a faixa de valores com $\omega_{ref} = 0.25^\circ/s$. A Tabela 5.4 mostra a média e o desvio padrão dessa faixa de velocidade para cada uma das 6 sequências.

Tabela 5.4 - Média e desvio padrão dos dados para a faixa de velocidade com $\omega_{ref} = 0.25^\circ/s$ para as 6 sequências.

| Eixo | Média ($^\circ/s$) | Desvio padrão ($^\circ/s$) |
|------|---|--|
| +X | $\begin{bmatrix} 0.25031245 \\ -0.00120912 \\ 0.000578619 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.01267902 \\ 0.01138794 \\ 0.01153669 \end{bmatrix}$ |
| -X | $\begin{bmatrix} -0.24972550 \\ -0.00073828 \\ -0.00036372 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.01255355 \\ 0.01139328 \\ 0.01162847 \end{bmatrix}$ |
| +Y | $\begin{bmatrix} 0.00048206 \\ 0.24947318 \\ 0.00054625 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.01282055 \\ 0.01125351 \\ 0.01167082 \end{bmatrix}$ |
| -Y | $\begin{bmatrix} -0.00008436 \\ -0.25100533 \\ -0.00004845 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.01295519 \\ 0.01134780 \\ 0.01159380 \end{bmatrix}$ |
| +Z | $\begin{bmatrix} 0.00003049 \\ -0.00069638 \\ 0.25026744 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.01295372 \\ 0.01140158 \\ 0.01157725 \end{bmatrix}$ |
| -Z | $\begin{bmatrix} 0.00062303 \\ -0.00073197 \\ -0.24992811 \end{bmatrix}$ | $\begin{bmatrix} 0.01294482 \\ 0.01136048 \\ 0.01160753 \end{bmatrix}$ |

As Figuras 5.3, 5.4 e 5.5 mostram todos os parâmetros estimados utilizando o algoritmo de mínimos quadrados ponderado. Em cada uma das 6 sequências, foram computados o viés, a matriz de fator de escala e desalinhamentos.

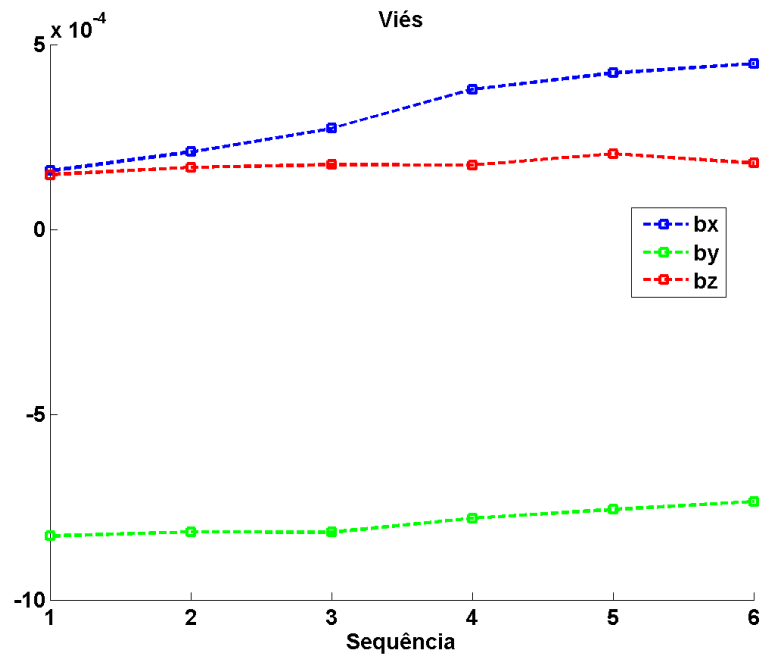


Figura 5.3 - Viés estimado para cada uma das 6 sequências.

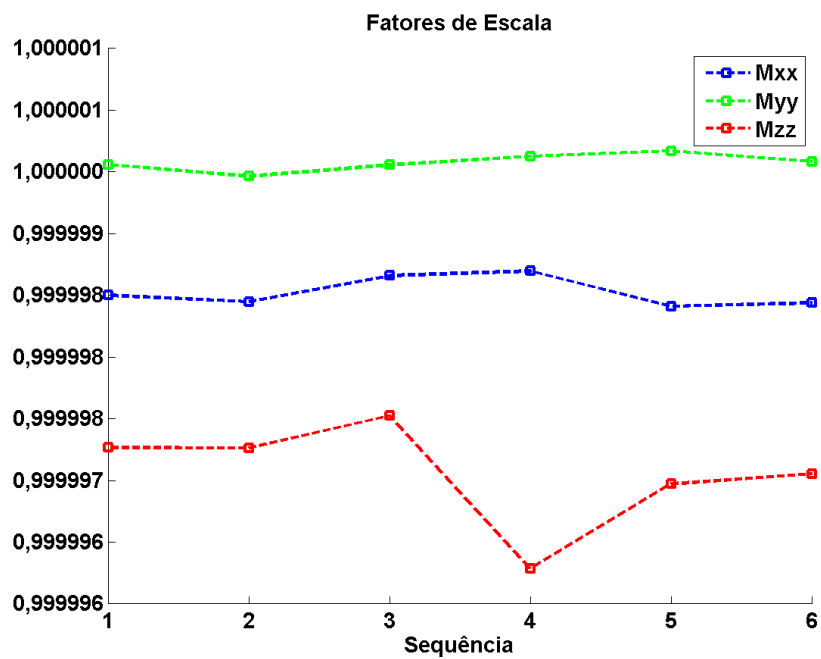


Figura 5.4 - Fatores de escala estimados para cada uma das 6 sequências.

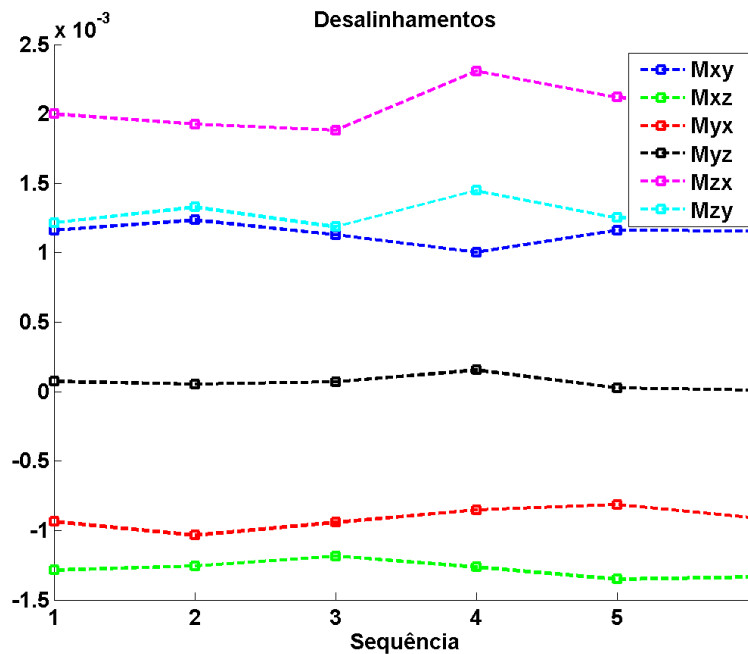


Figura 5.5 - Desalinhamentos estimados para cada uma das 6 sequências.

O modelo linear de medidas dos girômetros é obtido pelo cálculo da média de cada um dos parâmetros estimados, ponderada pelos respectivos desvios padrão de cada das variáveis nas 6 sequências. O resultado final pode ser visto na Tabelas 5.5. A matriz de covariância dos parâmetros estimados pode ser vista na Tabela 5.6.

Tabela 5.5 - Valores finais para o modelo linear de medidas dos girômetros.

| Variável | Valor Médio |
|---------------------------|--|
| $\mathbf{S}_{3 \times 3}$ | $\begin{bmatrix} 0.999998 & 0.001119 & -0.001261 \\ -0.000909 & 0.999999 & 0.000079 \\ 0.002063 & 0.001298 & 0.999996 \end{bmatrix}$ |
| $\mathbf{b}_{3 \times 1}$ | $\begin{bmatrix} 0.0003152282 \\ -0.0007883985 \\ 0.0001748655 \end{bmatrix}$ |

Tabela 5.6 - Valores finais para o desvio padrão das variáveis estimadas.

| Variável | Desvio padrão |
|-----------------------------------|--|
| $\sigma(\mathbf{S}_{3 \times 3})$ | $\begin{bmatrix} 0.021817 & 0.022299 & 0.022371 \\ 0.019699 & 0.019518 & 0.019678 \\ 0.020059 & 0.020120 & 0.020037 \end{bmatrix}$ |
| $\sigma(\mathbf{b}_{3 \times 1})$ | $\begin{bmatrix} 0.0052344 \\ 0.0046380 \\ 0.0047413 \end{bmatrix}$ |

Para a validação dos dados, foi realizado uma integração dos dados dos girômetros durante 1440 segundos, com o intuito de completar uma volta completa de 360 graus e encontrar a posição angular integrada após esse tempo. A velocidade angular da Terra foi subtraída dos dados para esta análise. Uma comparação foi realizada com os dados puros e com os dados obtidos pelo modelo linear de correção. O resultado pode ser observado na Tabela 5.7.

Tabela 5.7 - Erro de posição angular após 1440 segundos de integração com a velocidade angular de 0.25 °/s para a sequência [+g, 0, 0].

| Posição angular | Com correção |
|--|--------------|
| $\begin{bmatrix} 0.44994 \\ -1.74114 \\ 0.83321 \end{bmatrix}$ | Não |
| $\begin{bmatrix} 0.11965 \\ -0.90611 \\ 0.52814 \end{bmatrix}$ | Sim |

Como esperado, os sensores apresentam uma deriva da ordem de graus por hora, que é a melhor precisão não-militar que pode ser adquirida na indústria de girômetros para unidades inerciais. Sensores com deriva da ordem de graus por dia (ou menos) são geralmente os utilizados em aplicações espaciais.

5.2 Mancal semi-esférico

O experimento planejado para o mancal semi-esférico consiste em rotacionar a mesa sobre o eixo Z, forçando o movimento de nutação sobre os eixos X e Y. Isso é feito para que as variáveis a estimar possam ser observadas de forma satisfatória no filtro pois, caso não sejam excitados todos os eixos de rotação, o processo de estimação pode não funcionar da forma adequada.

Dois conjuntos de dados foram obtidos, cada um girando a plataforma nas direções positiva e negativa. Nota-se que o mancal semi-esférico possui uma excursão completa de 360 graus apenas no eixo Z. Sobre os eixos X e Y, a excursão máxima é em torno de 15 graus. O experimento 1 do mancal semi-esférico possui a velocidade angular negativa e o experimento 2 possui a velocidade angular positiva. Serão utilizados os dois algoritmos de estimação em cada um dos experimentos.

As Figuras 5.6 e 5.7 mostram os gráficos da posição e velocidade angulares do experimento 1 do mancal semi-esférico durante 30 segundos com uma taxa de amostragem de 100 Hz.

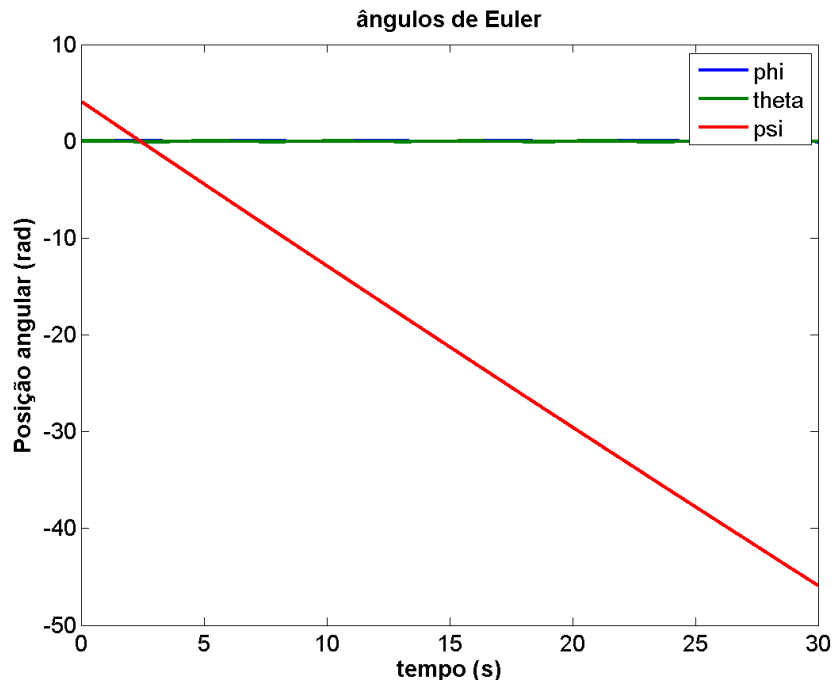


Figura 5.6 - Gráfico com os ângulos de Euler da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 1 do mancal semi-esférico.

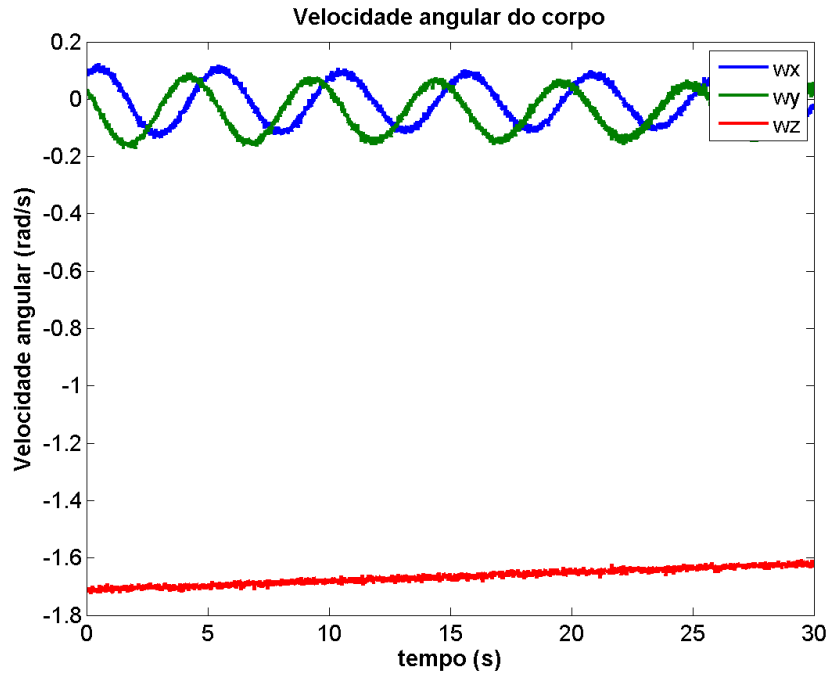


Figura 5.7 - Velocidades angulares da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 1 do mancal semi-esférico.

As Figuras 5.8 e 5.9 mostram os gráficos da posição e velocidade angulares do experimento 2 do mancal semi-esférico durante 30 segundos com uma taxa de amostragem de 100 Hz.

O vetor de estados a ser estimado nos dois experimentos é dado pelas velocidade angulares, momentos de inércia e posição do centro de gravidade, na forma:

$$\mathbf{X} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz} \ R_x \ R_y \ R_z]^T. \quad (5.14)$$

O vetor de medidas (saída) do experimento é dado por:

$$\mathbf{y} = [\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \quad (5.15)$$

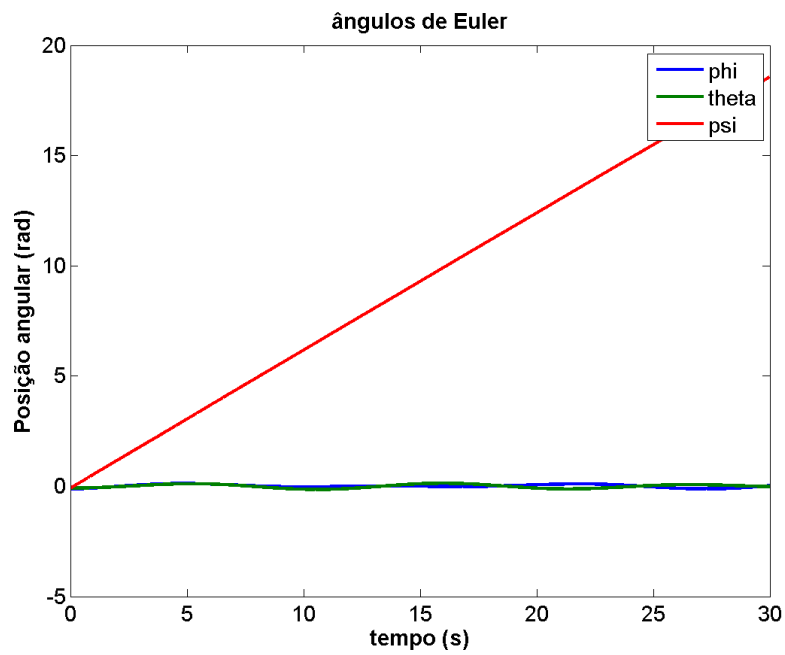


Figura 5.8 - Gráfico com os ângulos de Euler da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 2 do mancal semi-esférico.

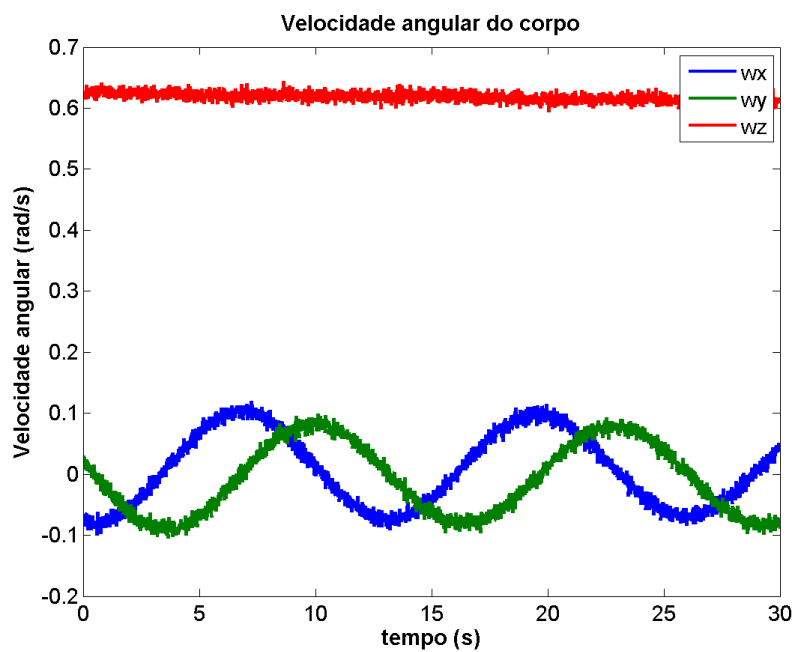


Figura 5.9 - Velocidades angulares da mesa com taxa de amostragem de 100 Hz do experimento 2 do mancal semi-esférico.

5.2.1 Filtro de Kalman estendido

A Tabela 5.8 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro de Kalman estendido para o experimento 1 do mancal semi-esférico. Os valores de velocidade angular são exatamente a primeira medida dos girômetros do sensor inercial. O mesmo vale para os ângulos de Euler. Os momentos de inércia e a posição do CG são os mesmos obtidos previamente no Capítulo 3. As incertezas do modelo de medidas foram calculadas no experimento estático de medidas descrito previamente e as incertezas do modelo foram ajustadas com base nos valores obtido nas simulações do Capítulo 4.

Tabela 5.8 - Dados para a inicialização do FKE para o experimento 1 do mancal semi-esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[-0.0090 \ 0.0273 \ -4.4033] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[-0.04 \ 0.58 \ -1.68] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[2.0 \ 2.0 \ 2.0 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ kg.m}^2$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $\text{diag}([0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1])$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[0 \ 0 \ -0.001] \text{ m}$ |
| \mathbf{R} | $\text{diag}([0.00698 \ 0.00699 \ 0.00634])$ |
| \mathbf{Q} | $\text{diag}([10^{-5} \ 10^{-5} \ 10^{-5} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0])$ |

As Figuras 5.10 e 5.11 mostram os gráficos das inércias e da posição do CG durante o processo de estimação. As curvas em azul representam o valor médio da variável estimada e as curvas em verde e vermelho mostram o valor médio somado e subtraído do desvio-padrão. A convergência do filtro pode ser observada pelas curvas de desvio-padrão de cada uma das variáveis que diminuem à medida que o filtro está sendo executado e pela característica do resíduo, que pode ser observado na Figura 5.12.

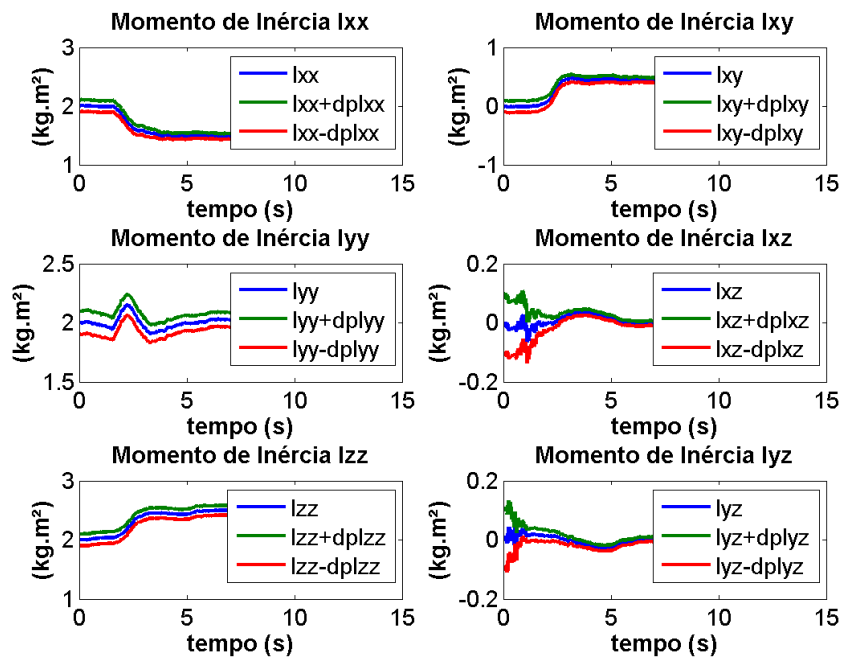


Figura 5.10 - Estimação dos momentos de inércia do experimento 1 no mancal semi-esférico.

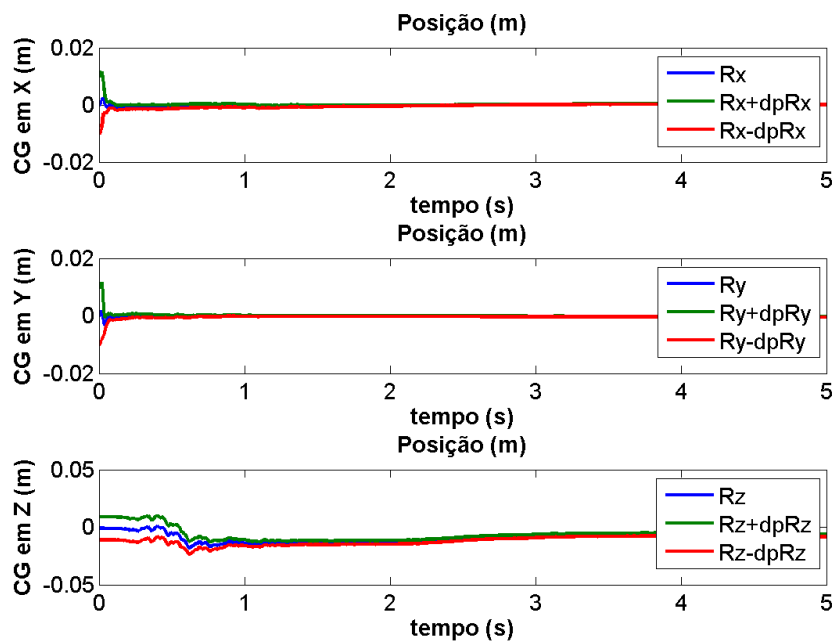


Figura 5.11 - Estimação da posição do CG do experimento 1 no mancal semi-esférico.

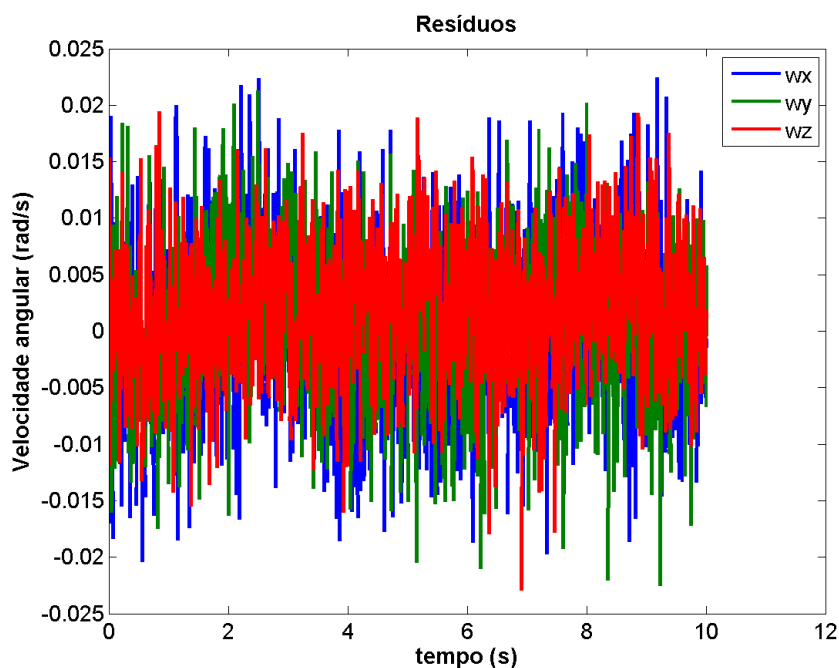


Figura 5.12 - Resíduo da velocidade angular durante a execução do algoritmo de filtragem do experimento 1 no mancal semi-esférico.

Apenas os primeiros 5 segundos dos gráficos do processo de estimação da posição do CG foram mostrados para melhorar a visualização. A Tabela 5.9 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de estimação.

Tabela 5.9 - Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para o experimento 1 no mancal semi-esférico.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1.4454 & 0.3599 & 0.0103 \\ 0.3599 & 2.0232 & -0.0205 \\ 0.0103 & -0.0205 & 2.5287 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} 6.82 \times 10^{-5} \\ -3.47 \times 10^{-4} \\ -5.85 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.0444 & 0.0379 & 0.0066 \\ 0.0379 & 0.0643 & 0.0065 \\ 0.0066 & 0.0065 & 0.0802 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 4.63 \times 10^{-9} \\ 4.83 \times 10^{-9} \\ 9.36 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$ |

Observa-se que após 5 segundos do algoritmo, os valores estimados convergiram para valores próximos aos obtidos na tabela. Após esse período, apenas a covariância dos estados está sendo melhorada. Nota-se também que a calibração dos girômetros é muito importante, visto uma pequena variação dos vieses obtidos no experimento influenciam diretamente na medida da velocidade angular sobre o seu eixo, levando a imprecisões na estimação da inércia e, por conseguinte, na posição do CG.

A Tabela 5.10 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro de Kalman estendido para o experimento 2 do mancal semi-esférico. Os valores utilizados tiveram a mesma coerência dos dados de inicialização do experimento 1, a menos dos momentos de inércia e posição do CG, que foram inicializados com valores próximos aos obtidos no experimento 1.

Tabela 5.10 - Dados para a inicialização do FKE para o experimento 2 do mancal semi-esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[0.1281 \ 0.0820 \ 0.0869] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[-0.0710 \ 0.0154 \ 0.6250] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[1.52 \ 1.78 \ 2.63 \ 0.34 \ 0.07 \ 0.01] \text{ kg.m}^2$ |
| $\text{diag}(\mathbf{P}(\mathbf{x}))$ | $[0.1 \ 0.1 \ 0.1 \ 1.0 \ 1.0 \ 1.0 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.25 \ 0.1 \ 0.1 \ 0.1]$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[5.0 \times 10^{-5} \ -3.8 \times 10^{-6} \ -4.0 \times 10^{-4}] \text{ Nm}$ |
| R | $\text{diag}([0.00698 \ 0.00699 \ 0.00634])$ |
| Q | $\text{diag}([10^{-5} \ 10^{-5} \ 10^{-5} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0])$ |

As Figuras 5.13 e 5.14 mostram os gráficos das inércias e da posição do CG durante o processo de estimação. A característica do resíduo pode ser observado na Figura 5.15. Nota-se que os valores de posição do CG também convergem rapidamente no experimento 2, assim como no experimento 1. Os momentos de inércia principais quase não variam do valor inicial utilizado, diferentemente dos produtos de inércia que tendem a zero. Esse fato era esperado pois o balanceamento foi realizado com o intuito de diminuir ao máximo esses valores. A Tabela 5.11 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de estimação.

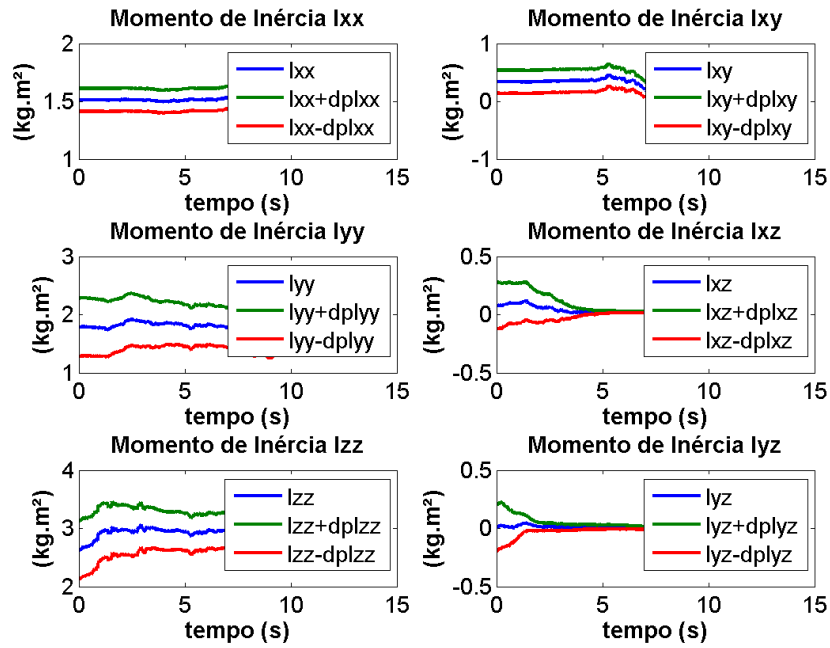


Figura 5.13 - Estimação dos momentos de inércia do experimento 2 no mancal semi-esférico.

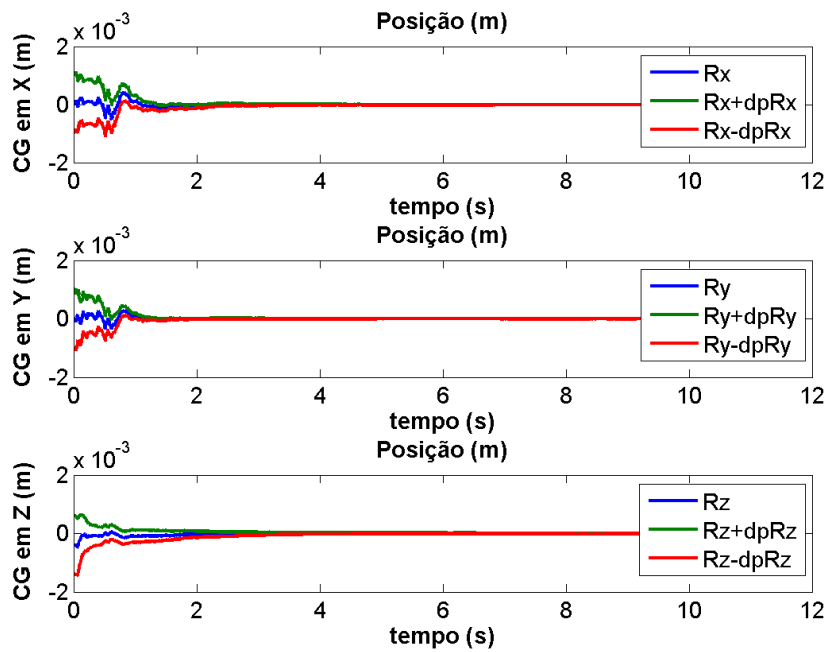


Figura 5.14 - Estimação da posição do CG do experimento 2 no mancal semi-esférico.

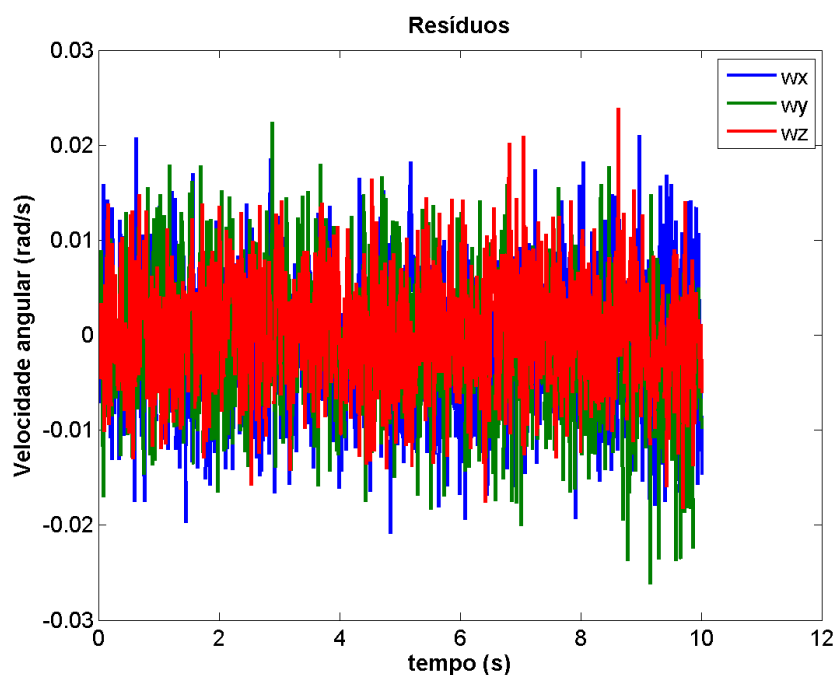


Figura 5.15 - Resíduo da velocidade angular durante a execução do algoritmo de filtragem do experimento 2 no mancal semi-esférico.

Tabela 5.11 - Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para o experimento 2 no mancal semi-esférico.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1.5231 & 0.0553 & 0.0198 \\ 0.0553 & 1.7131 & -0.0026 \\ 0.0198 & -0.0026 & 2.9016 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} -5.326 \times 10^{-6} \\ 4.911 \times 10^{-6} \\ -7.532 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.0415 & 0.0128 & 0.0027 \\ 0.0128 & 0.0719 & 0.0022 \\ 0.0027 & 0.0022 & 0.0690 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 2.95 \times 10^{-9} \\ 2.74 \times 10^{-9} \\ 7.19 \times 10^{-8} \end{bmatrix}$ |

A comparação direta entre experimentos não pode ser realizada, visto que a distribuição de massa de ambos depois do período de um ano entre os experimentos estava razoavelmente diferente. No entanto, a diferença entre os produtos de inércia estimados nos dois experimentos pôde comprovar que o balanceamento realizado no experimento 2 foi bastante satisfatório.

O balanceamento do mancal semi-esférico foi realizado de forma experimental, com auxílio de um laser que projetava um feixe de luz sobre um pequeno espelho no centro da plataforma e refletia em uma superfície plana acima do mancal. A projeção do movimento da mesa nesse plano fornece informações importante sobre os produtos de inércia da plataforma. O teste do balanceamento consistia em impor uma velocidade angular inicial manualmente ao eixo Z . Com o passar do tempo, energias dissipadoras faziam com que o vetor momento angular ficasse alinhado com o eixo principal de inércia do mancal. Sendo assim, após alguns minutos de rotação, supõe-se que a plataforma possua apenas o movimento de rotação pura sobre o eixo Z . Nesse instante, observa-se que a projeção do feixe de luz na superfície plana acima do mancal. Quanto menor for o movimento do feixe de luz, menor serão os produtos de inércia da plataforma. Esse teste foi repetido inúmeras vezes até que a movimentação do feixe fosse pequena, o que garante que os produtos de inércias podem ser desconsiderados.

5.2.2 Mínimos quadrados

A Tabela 5.12 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro de mínimos quadrados não-linear para o experimento 1 do mancal semi-esférico. Os dados utilizados na inicialização desse algoritmo são os mesmos dados obtidos ao final da estimativa do FKE do experimento 1. Essa escolha foi feita porque o algoritmo de mínimos quadrados é muito mais sensível às não linearidades do sistema e, portanto, necessita de condições iniciais relativamente mais precisas que o FKE. A covariância inicial dos estados é bastante reduzida também, visto que esse algoritmo irá apenas refinar os valores obtidos pelo FKE. Observa-se também que a matriz de incerteza relacionada ao modelo \mathbf{Q} não existe, pois a propagação desse algoritmo faz a suposição que o modelo é bem conhecido e, portanto, sem incertezas associadas.

Tabela 5.12 - Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal semi-esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[0.0027 \ 0.0281 \ -4.114] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[0.081 \ 0.027 \ -1.703] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[1.44 \ 2.02 \ 2.52 \ 0.36 \ 0.01 \ -0.02] \text{ kg.m}^2$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $diag([10_{3 \times 1}^{-4} \ 10_{3 \times 1}^{-2} \ 10_{6 \times 1}^{-3}])$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[6.89 \times 10^{-5} \ -3.48 \times 10^{-4} \ -5.83 \times 10^{-3}] \text{ m}$ |
| \mathbf{R} | $diag([0.00698 \ 0.00699 \ 0.00634])$ |

A Figura 5.16 mostra os resíduos da velocidade angular durante o processo de estimação. Percebe-se que os resíduos alcançam um comportamento ruidoso semelhante ao FKE na iteração de número 5.

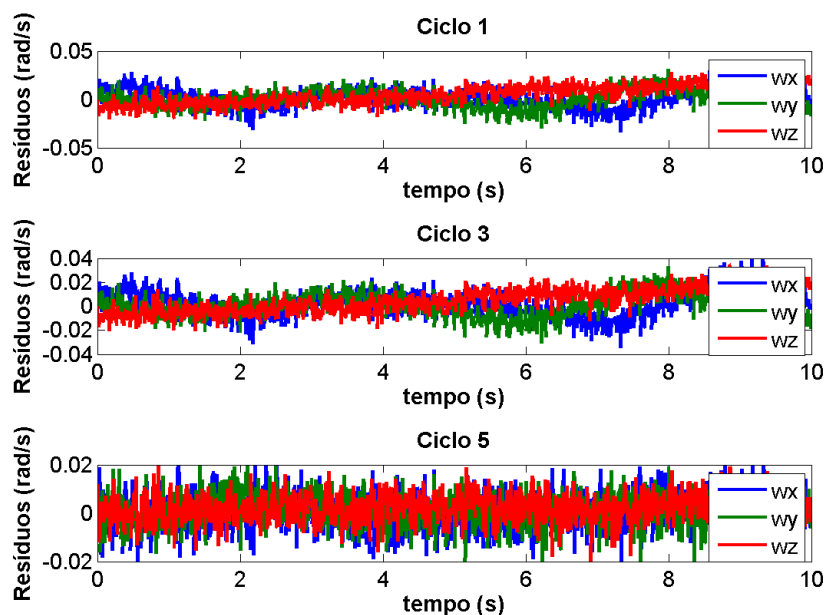


Figura 5.16 - Resíduos das velocidades angulares nas iterações 1, 3 e 5 do algoritmo de mínimos quadrados para o experimento 1 do mancal semi-esférico.

A Tabela 5.13 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de estimação

desse experimento. A característica do resíduo do experimento 1 foi analisada e pode ser vista na Tabela 5.14. Observa-se que o desvio padrão do ruído é da ordem de 0.40 graus por segundo para os eixos X e Y e 0.37 graus por segundo para o eixo Z, confirmando os dados medidos no experimento estático.

Tabela 5.13 - Características de massa estimadas pelo filtro de mínimos quadrados não-linear no experimento 1 do mancal semi esférico.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1.4404 & 0.3609 & 0.0133 \\ 0.3609 & 2.0264 & -0.0255 \\ 0.0133 & -0.0255 & 2.5290 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} 1.001 \times 10^{-4} \\ -3.858 \times 10^{-4} \\ -5.790 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.0414 & 0.0336 & 0.0061 \\ 0.0336 & 0.0619 & 0.0061 \\ 0.0061 & 0.0061 & 0.0796 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 2.097 \times 10^{-9} \\ 1.874 \times 10^{-9} \\ 8.082 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$ |

Tabela 5.14 - Característica do resíduo ao fim da quinta iteração do algoritmo de mínimos quadrado não linear.

| Característica | Valores |
|--|--|
| Velocidade angular - Média (rad/s) | $\begin{bmatrix} 3.577 \times 10^{-4} \\ 7.150 \times 10^{-4} \\ 1.715 \times 10^{-3} \end{bmatrix}$ |
| Velocidade angular - Desvio padrão (rad/s) | $\begin{bmatrix} 0.007829 \\ 0.007311 \\ 0.0064136 \end{bmatrix}$ |

Nota-se uma pequena diferença entre os valores dos momentos de inércia e para a posição do CG do mancal semi-esférico obtidos pelo FKE e pelo mínimos quadrados. Essa pequena diferença existe porque o filtro de mínimos quadrados não-linear utiliza todo o intervalo de medidas para obter a melhor estimativa inicial dos momentos de inércia e da posição do CG. Apesar de existir, no entanto, essa diferença não altera sensivelmente a dinâmica da plataforma, pois a diferença entre os valores obtidos pelos dois algoritmos de filtragem é pequena (menos de 3% para os momentos principais de inércia).

A Tabela 5.15 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro de mínimos quadrados não-linear para o experimento 2 do mancal semi-esférico. Os dados utilizados na inicialização desse algoritmo também são os mesmos utilizados ao final da estimativa do FKE do experimento 2, pelos mesmos motivos citados anteriormente.

Tabela 5.15 - Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal semi-esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[0.081 \ 0.027 \ -1.703] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[1.52 \ 1.71 \ 2.91 \ 0.05 \ 0.02 \ 0] \text{ kg.m}^2$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $diag([10_{3 \times 1}^{-4} \ 10_{3 \times 1}^{-2} \ 10_{6 \times 1}^{-3}])$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[-5.32 \times 10^{-6} \ 4.91 \times 10^{-6} \ -7.53 \times 10^{-6}] \text{ m}$ |
| \mathbf{R} | $diag([0.00698 \ 0.00699 \ 0.00634])$ |

A Figura 5.17 mostra os resíduos da velocidade angular durante o processo de estimação do experimento 2. Novamente, 5 iterações são necessárias para os resíduos alcançarem um comportamento ruidoso semelhante ao FKE. A Tabela 5.16 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de estimação desse experimento.

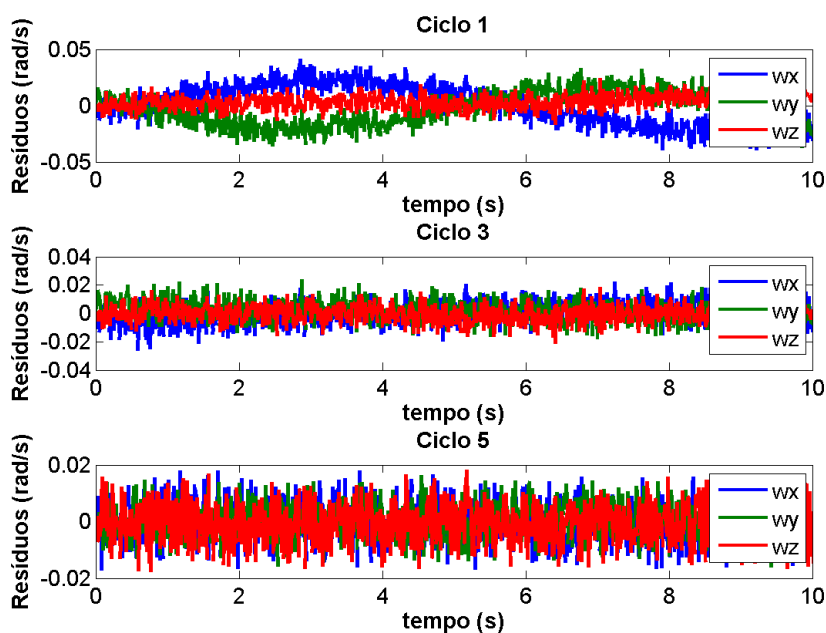


Figura 5.17 - Resíduos das velocidades angulares nas iterações 1, 3 e 5 do algoritmo de mínimos quadrados para o experimento 2 do mancal semi-esférico.

Tabela 5.16 - Características de massa estimadas pelo filtro de mínimos quadrados não-linear no experimento 2 do mancal semi esférico.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1.5941 & 0.0912 & 0.0106 \\ 0.0912 & 1.6992 & 0.0186 \\ 0.0106 & 0.0186 & 2.9040 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} -3.080 \times 10^{-5} \\ 4.992 \times 10^{-5} \\ -4.075 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.0401 & 0.0319 & 0.0060 \\ 0.0319 & 0.0597 & 0.0059 \\ 0.0060 & 0.0059 & 0.0746 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 1.909 \times 10^{-9} \\ 1.648 \times 10^{-9} \\ 6.740 \times 10^{-7} \end{bmatrix}$ |

A redistribuição dos equipamentos sobre a plataforma do mancal semi-esférico, cabos, eletrônica de acionamento das válvulas de gás e massas de balanceamento fizeram com que os valores dos momentos principais de inércia da plataforma aumentassem de forma razoável. Nota-se que os produtos de inércia mantiveram a tendência de valores próximos de zero.

5.2.3 Energia Cinética

Com os valores finais obtidos da matriz de inércia do mancal semi-esférico, a energia cinética de rotação do sistema, definida por:

$$\mathbf{E} = \boldsymbol{\omega}^T \mathbf{I} \boldsymbol{\omega}, \quad (5.16)$$

foi calculada utilizando os valores finais do algoritmo de mínimos quadrados nos dois experimentos, com o intuito de mensurar a quantidade de energia dissipada durante os experimentos. A Figura 5.18 mostra o gráfico da energia cinética. Pode-se observar que, durante 30 segundos dos experimentos, a energia cinética do experimento 1 diminuiu 18.8 %, causado por um torque de aproximadamente 7.1 *mNm*. No experimento 2, a energia cinética diminuiu em torno de 5 %, causado por um torque de aproximadamente 2.8 *mNm*. Esse fato é bastante prejudicial para o algoritmo de mínimos quadrados que não prevê incertezas no modelo dinâmico do sistema.

Observa-se que grande parte dessa perda de energia pode ser modelada por um torque de atrito de natureza viscosa e, portanto, proporcional a velocidade angular da plataforma. Isso pode ser observado pela razão entre torque de atrito e a magnitude da velocidade angular para o eixo Z, que no experimento 1 é de 0.2268 *rad/mNm.s* e no experimento 2 é de 0.2349 *rad/mNm.s*. Deduz-se desse fato que, para baixas velocidades angulares, a plataforma reproduz melhor o ambiente espacial, visto que o atrito será muito próximo de zero.

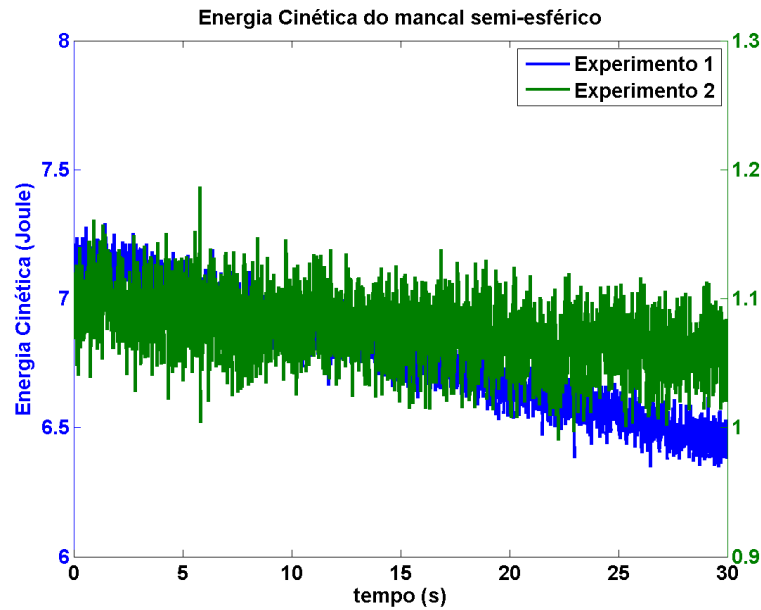


Figura 5.18 - Energia cinética de rotação do mancal semi esférico durante os primeiros 30 segundos de dados coletados para os dois experimentos.

5.3 Mancal esférico

O experimento planejado para o mancal esférico também consiste em rotacionar a mesa sobre o eixo Z, forçando o movimento de natação sobre os eixos X e Y. A taxa de amostragem utilizada nesse experimento foi 2 Hz, devido às limitações do computador de bordo. Para esse teste, a atitude inicial da mesa foi obtida utilizando as medidas do sensor de estrelas. Considerou-se que o triedro fixo no centro de gravidade da mesa estava alinhado com o sistema topocêntrico no início do experimento. Assim, a atitude da mesa foi obtida apenas a partir da integração dos três girômetros. As medições foram realizadas 20 segundos depois de imposta a velocidade angular inicial.

Dois conjuntos de dados também foram obtidos para o mancal esférico, cada um com nível de velocidade angular diferentes. As medidas dos girômetros saturam em ± 20 °/s. Portanto, a velocidade de rotação da plataforma no experimento 1 sobre o eixo Z foi mantida abaixo de 14 °/s e no experimento 2 foi mantida abaixo de 8 °/s. As Figuras 5.19 e 5.20 mostram o gráfico da atitude e da velocidade angular da mesa no experimento 1.

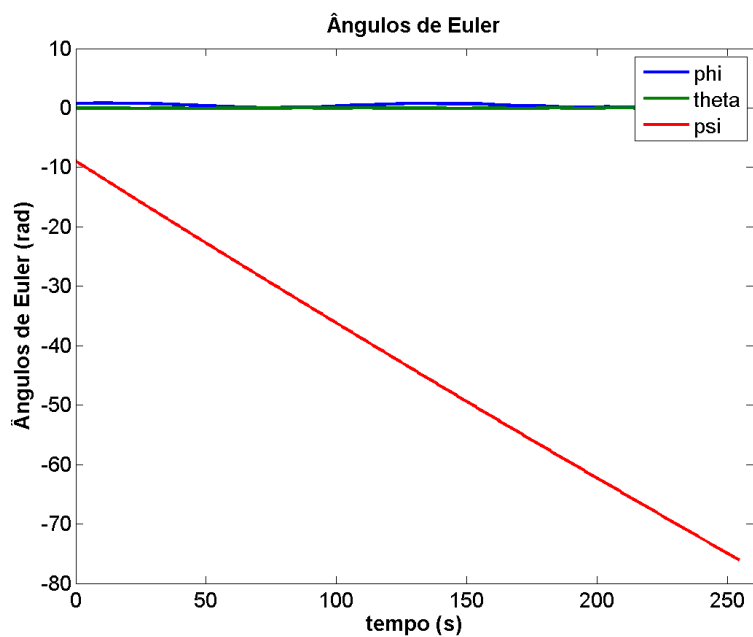


Figura 5.19 - Ângulos de Euler do mancal esférico durante o experimento 1.

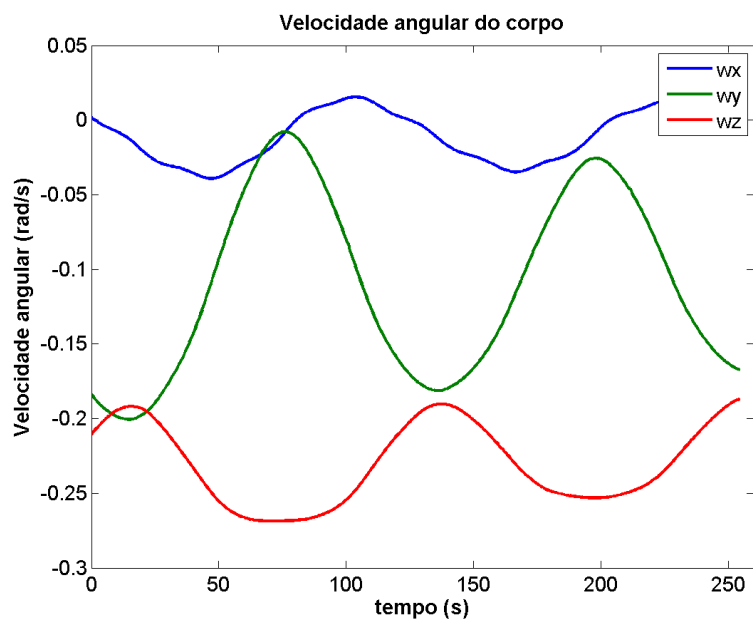


Figura 5.20 - Velocidade angular do mancal esférico 2 durante o experimento 1.

As Figuras 5.21 e 5.22 mostram o gráfico da atitude e da velocidade angular da mesa no experimento 2.

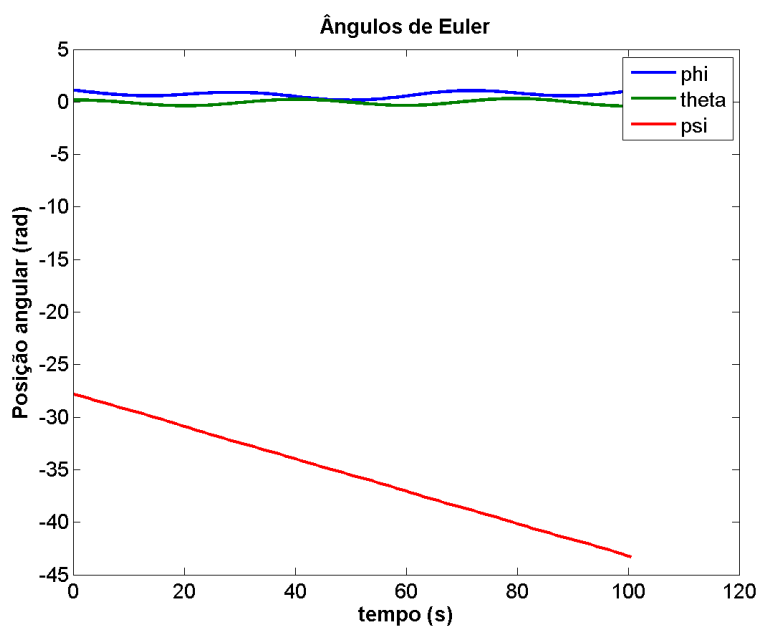


Figura 5.21 - Ângulos de Euler do mancal esférico durante o experimento 2.

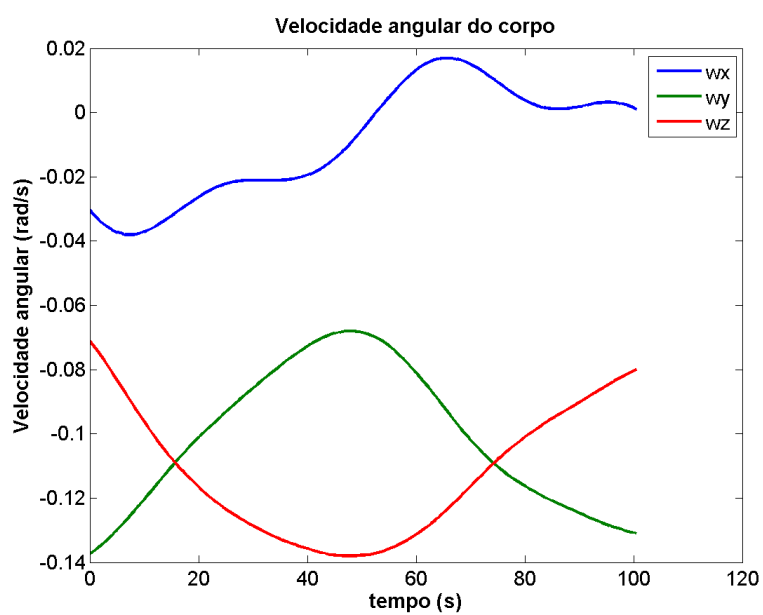


Figura 5.22 - Velocidade angular do mancal esférico 2 durante o experimento 2.

O vetor de estados a ser estimado no mancal esférico é dado pelos ângulos de Euler, velocidades angulares, momentos de inércia e posições do CG, na forma:

$$\mathbf{X} = [\phi \ \theta \ \psi \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z \ I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz} \ R_x \ R_y \ R_z]^T. \quad (5.17)$$

O vetor de medidas para os dois experimentos contemplam as medidas de atitude e velocidade angular:

$$\mathbf{y} = [\phi \ \theta \ \psi \ \omega_x \ \omega_y \ \omega_z]^T \quad (5.18)$$

As medidas dos ângulos de Euler para os dois experimentos do mancal esférico provêm da integração numérica da equação da cinemática, utilizando as medidas das velocidades angulares por meio do integrador Runge-Kutta de ordem 5 (CHAPRA; CANALE, 1988). A sequência de rotações utilizada nessa integração também foi a sequência 3-2-1.

5.3.1 Filtro de Kalman estendido

Nesta seção, será utilizado o filtro de Kalman estendido para estimar os estados e os parâmetros do modelo não linear utilizado no experimento 1 do mancal esférico. A Tabela 5.17 mostra os dados utilizados na inicialização desse algoritmo. Os dados de atitude e velocidade angular mostrados na tabela provêm do primeiro instante de medidas do experimento. Os momentos principais de inércia foram obtidos pelo modelo CAD. Os produtos de inércia foram inicializados como zero por serem valores pequenos.

Tabela 5.17 - Dados para a inicialização do FKE do experimento 1 para o mancal esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \ \theta \ \psi]$ | $[0.5955 \ -0.0650 \ -7.4421] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[0.0099 \ -0.1655 \ -0.2260] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[2.53 \ 11.54 \ 11.48 \ 0 \ 0 \ 0] \text{ kg.m}^2$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[0 \ 0 \ 0] \text{ m}$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $\text{diag}([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 2.1 \ 2.3 \ 2.3 \ 1.5 \ 1.5 \ 1.5 \ 0.01 \ 0.01 \ 0.01])$ |
| \mathbf{R} | $\text{diag}([0.0017 \ 0.0017 \ 0.0017 \ 0.0019 \ 0.0019 \ 0.0019])$ |
| \mathbf{Q} | $\text{diag}([0 \ 0 \ 0 \ 10^{-7} \ 10^{-7} \ 10^{-7} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0])$ |

As Figuras 5.23 e 5.24 mostram os gráficos do vetor de estados estimado (ângulos de Euler e velocidade angular do corpo). Observa-se que a convergência dos estados relacionados à cinemática e dinâmica do mancal esférico convergem rapidamente, com apenas 2 segundos de experimento.

A rapidez na convergência dos estados relacionados à cinemática e dinâmica do mancal esférico também pode ser observada no gráfico dos resíduos de ambos, visto nas Figuras 5.25 e 5.26, que mostram valores próximos de zero. O erro em posição angular ficou menor que 0.5° e o erro em velocidade angular ficou menor que $0.06^\circ/s$.

As Figuras 5.27 e 5.28 mostram as características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido no experimento 1. Observa-se que, em torno de 60 segundos, os elementos da matriz de inércia já alcançaram a convergência e os respectivos desvios padrão de cada um dos parâmetros não se alteram de forma notável. A posição do CG, por outro lado, converge rapidamente e, por esse motivo, apenas os primeiro 2.5 segundos foram apresentados no gráfico.

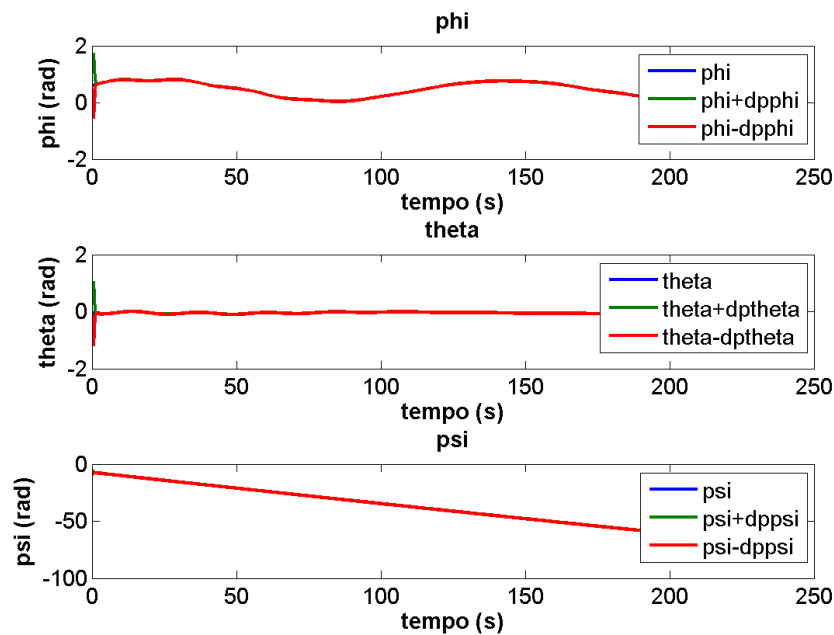


Figura 5.23 - Estimação dos ângulos de Euler no experimento 1 do mancal esférico.

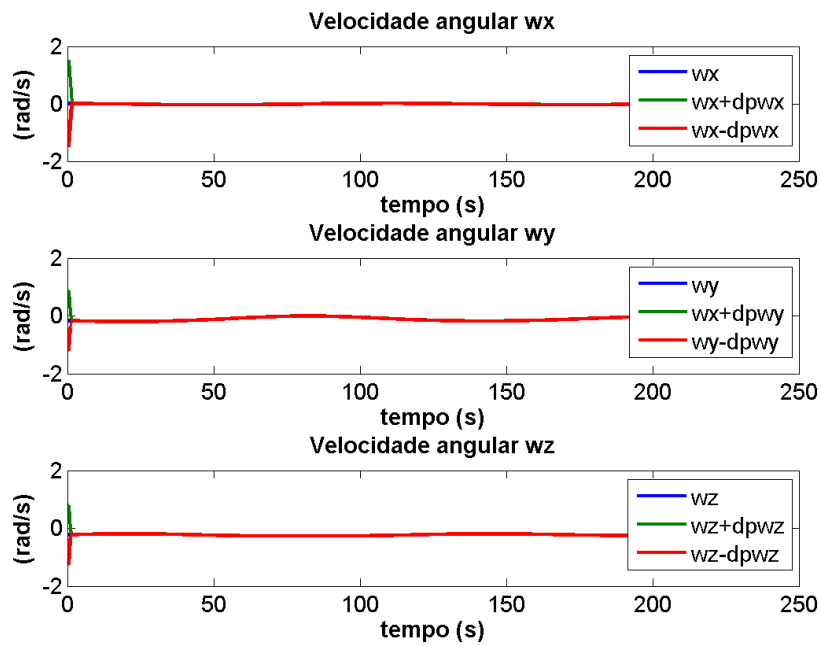


Figura 5.24 - Estimação do vetor velocidade angular do experimento 1 do mancal esférico.

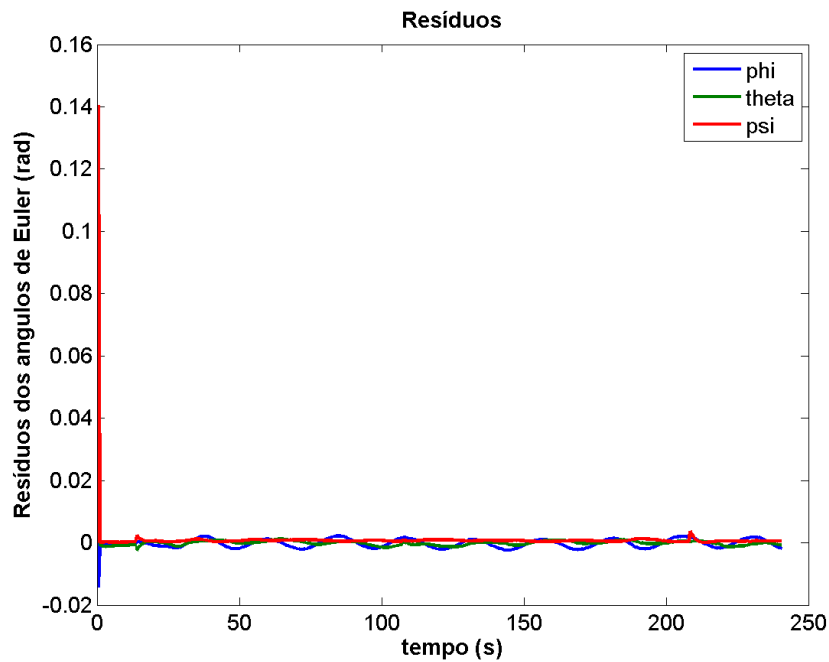


Figura 5.25 - Gráfico dos resíduos dos ângulos de Euler do experimento 1 do mancal esférico.

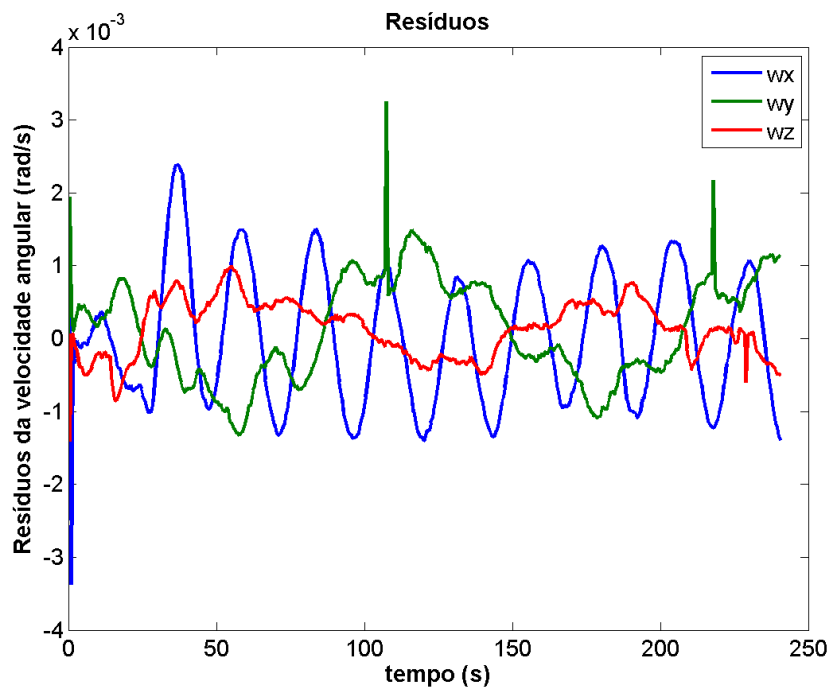


Figura 5.26 - Gráfico dos resíduos da velocidade angular do experimento 1 do mancal esférico.

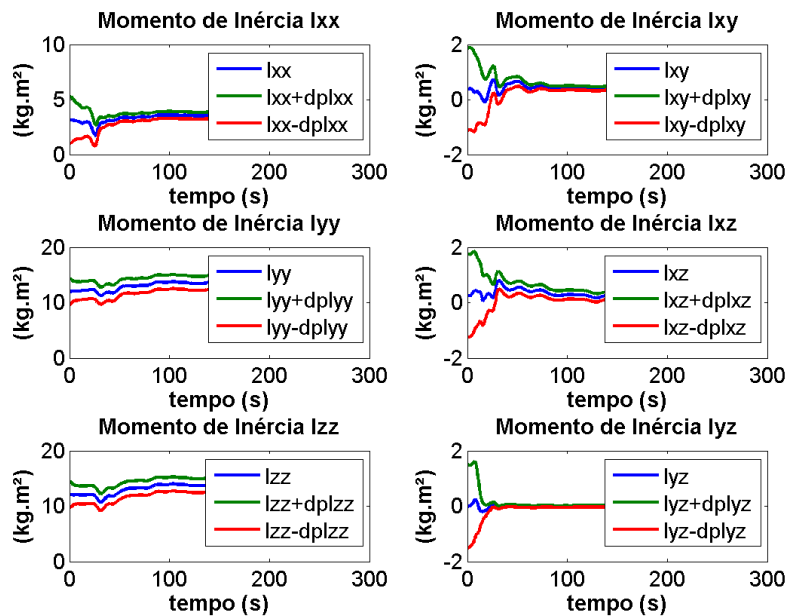


Figura 5.27 - Gráfico do processo de estimação dos elementos da matriz de inércia durante o experimento 1 do mancal esférico.

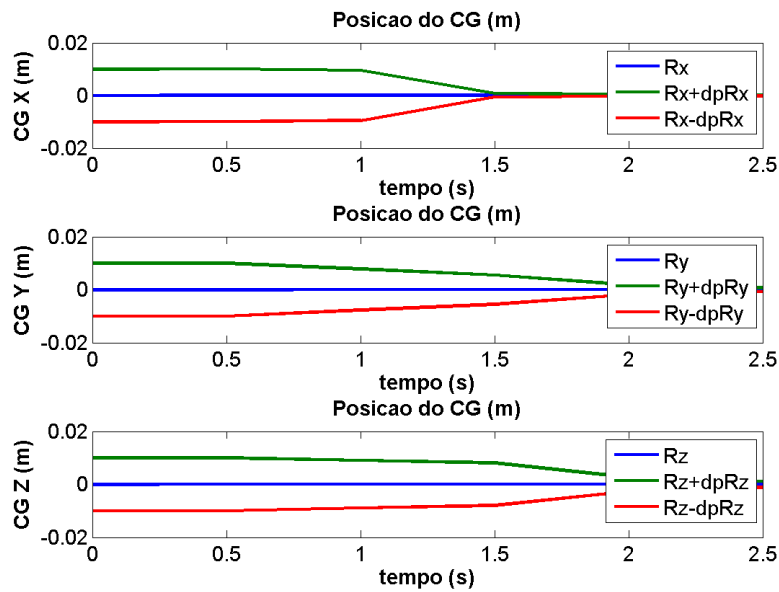


Figura 5.28 - Gráfico do processo de estimação da posição do CG durante o experimento 1 do mancal esférico.

A Tabela 5.18 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de filtragem. Os valores para os momentos de inércia são ligeiramente maiores do que o modelo CAD. Este fato já era esperado, uma vez que os cabos e algumas massas de balanceamento foram usados previamente para fazer um balanceamento inicial. Embora o CAD tenha calculado uma matriz de inércia completa, o filtro foi inicializado com valores nulos para os produtos de inércia porque eles são pequenos quando comparados com os momentos principais de inércia. O balanceamento realizado previamente ao experimento se mostrou bastante satisfatório, visto que a posição do CG estimada possui um desvio da ordem de alguns micrômetros.

Tabela 5.18 - Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para experimento 1 do mancal esférico.

| Característica | Valores |
|---|--|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.0948 & 0.3832 & 0.2712 \\ 0.3832 & 12.1409 & -0.0167 \\ 0.2712 & -0.0167 & 12.2756 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} +0.345 \times 10^{-6} \\ -7.504 \times 10^{-6} \\ -4.906 \times 10^{-6} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.07362 & 0.00298 & 0.00982 \\ 0.00298 & 1.26191 & 0.00043 \\ 0.00982 & 0.00043 & 1.25906 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 1.003 \times 10^{-10} \\ 6.489 \times 10^{-12} \\ 2.211 \times 10^{-11} \end{bmatrix}$ |

A Tabela 5.19 mostra os dados utilizados na inicialização do algoritmo para o experimento 2. Os dados de atitude e velocidade angular mostrados na tabela seguem a mesma coerência dos dados utilizados no experimento 1. Os momentos de inércia foram ajustados com base no resultado prévio do experimento 1.

Tabela 5.19 - Dados para a inicialização do experimento 2 para o mancal esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[1.11 \ 0.17 \ -27.81] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[-0.0304 \ -0.1375 \ -0.0712] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[3.12 \ 11.95 \ 12.12 \ 0.3 \ 0.2 \ -0.1] \text{ kg.m}^2$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[0 \ 0 \ 0] \text{ m}$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $diag([1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1.1 \ 2.3 \ 2.3 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.5 \ 0.001 \ 0.001 \ 0.001])$ |
| \mathbf{R} | $diag([0.0017 \ 0.0017 \ 0.0017 \ 0.0019 \ 0.0019 \ 0.0019])$ |
| \mathbf{Q} | $diag([0 \ 0 \ 0 \ 10^{-7} \ 10^{-7} \ 10^{-7} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0])$ |

As Figuras 5.29 e 5.30 mostram as características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido no experimento 2. Como a condição inicial utilizada foi melhor que a do experimento 1, visto que já havia um experimento anterior com dados estimados, os elementos da matriz de inércia alcançaram a convergência rapidamente e os respectivos desvios padrão de cada um dos parâmetros não se alteram de forma notável após 45 segundos do algoritmo. A posição do CG, seguindo o ocorrido no experimento 1, converge rapidamente e, por esse motivo, apenas os primeiros 10 segundos foram apresentados no gráfico.

A Tabela 5.20 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de filtragem do experimento 2 para o FKE. Observa-se coerência nos dados obtidos, quando comparado com os dados obtidos no experimento 1. Os momentos de inércia obtidos nos dois experimentos foram compatíveis e a covariância de cada um deles abrange o resultado obtido no outro experimento, incluindo o resultado da posição do CG sobre o eixo X, que aparecem com sinais diferentes em cada um deles.

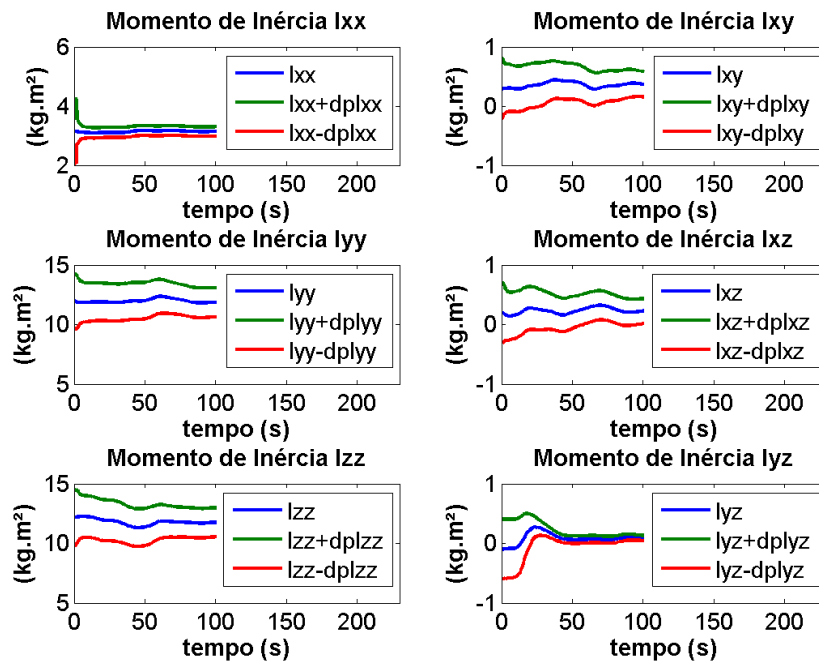


Figura 5.29 - Gráfico do processo de estimação dos elementos da matriz de inércia durante o experimento 2 do mancal esférico.

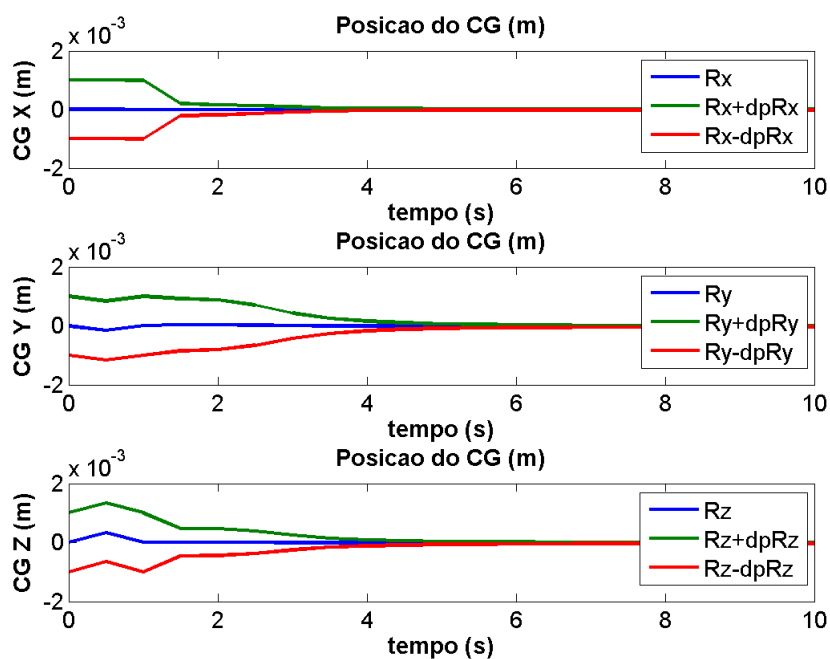


Figura 5.30 - Gráfico do processo de estimação da posição do CG durante o experimento 2 do mancal esférico.

Tabela 5.20 - Características de massa estimadas pelo filtro de Kalman estendido para experimento 2 do mancal esférico.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.1460 & 0.3719 & 0.2276 \\ 0.3719 & 11.9764 & 0.0887 \\ 0.2276 & 0.0887 & 11.8891 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} -2.807 \times 10^{-6} \\ -7.890 \times 10^{-6} \\ -1.031 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.0250 & 0.0448 & 0.0436 \\ 0.0448 & 0.7030 & 0.0018 \\ 0.0436 & 0.0018 & 0.6896 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 4.741 \times 10^{-11} \\ 1.407 \times 10^{-11} \\ 1.547 \times 10^{-11} \end{bmatrix}$ |

Os resíduos dos ângulos de Euler e das velocidades angulares podem ser vistos nas Figuras 5.31 e 5.32, que mostram valores fluando próximos de zero seguindo a mesma coerência do experimento 1. O erro em posição angular ficou menor que 0.1° e o erro em velocidade angular ficou menor que $0.07^\circ/s$.

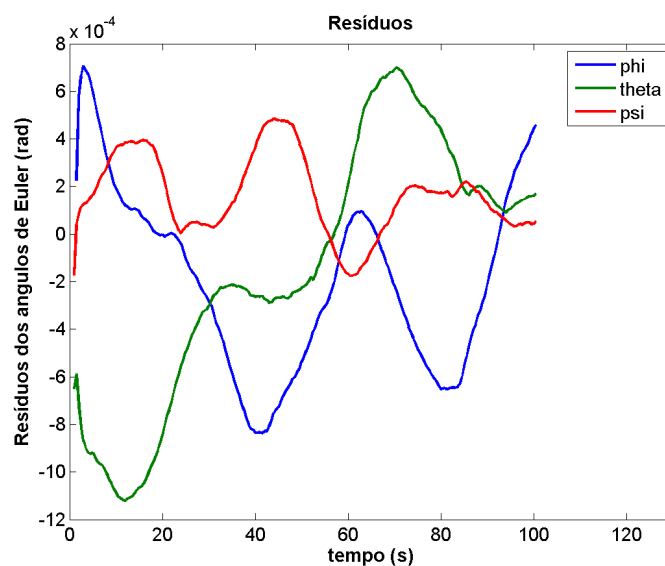


Figura 5.31 - Resíduos dos ângulos de Euler do experimento 2 do mancal esférico.

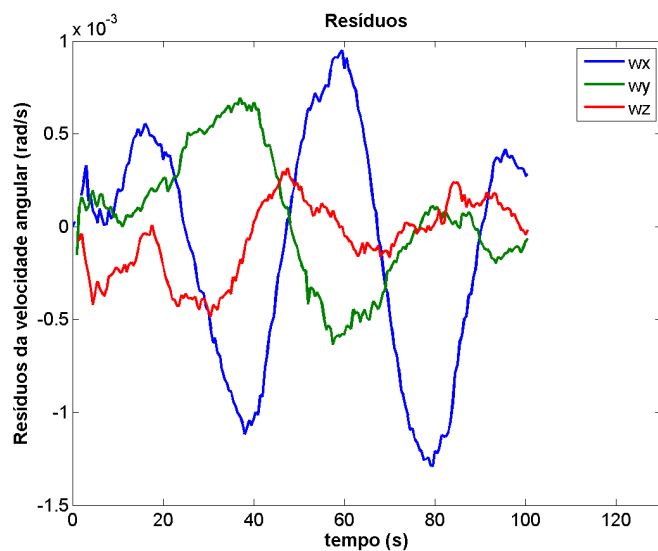


Figura 5.32 - Resíduos da velocidade angular do experimento 2 do mancal esférico.

5.3.2 Mínimos quadrados

Os dados de inércia de posição do CG utilizados na inicialização desse algoritmo são aqueles obtidos ao final da estimativa do experimento 1 do FKE. Essa escolha foi novamente feita porque o algoritmo de mínimos quadrados é muito mais sensível às não linearidades do sistema e, portanto, necessita de condições iniciais relativamente mais precisas que o FKE. A covariância inicial dos estados é bastante reduzida também, visto que esse algoritmo irá apenas refinar os valores obtidos pelo FKE. Observa-se também que a matriz de incerteza \mathbf{Q} relacionada ao modelo não existe, pois a propagação desse algoritmo faz a suposição que o modelo é bem conhecido. Sendo assim, a mesma massa de dados utilizada no experimento 1 do FKE foi utilizada nesse algoritmo. A Tabela 5.21 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal esférico.

Tabela 5.21 - Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[0.5955 \quad -0.0650 \quad -7.4421] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \omega_y \omega_z]$ | $[0.0099 \quad -0.1655 \quad -0.2260] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} I_{yy} I_{zz} I_{xy} I_{xz} I_{yz}]$ | $[3.12 \quad 11.95 \quad 12.13 \quad 0.38 \quad 0.25 \quad -0.01] \text{ kg.m}^2$ |
| $[R_x R_y R_z]$ | $[-0.0627 \times 10^{-5} \quad -0.7122 \times 10^{-5} \quad -0.1195 \times 10^{-5}] \text{ m}$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $diag([10_{3 \times 1}^{-3} \quad 10_{3 \times 1}^{-4} \quad 0.1 \quad 0.3 \quad 0.3 \quad 0.1_{3 \times 1} \quad 10_{3 \times 1}^{-4}])$ |
| \mathbf{R} | $diag([0.0017 \quad 0.0017 \quad 0.0017 \quad 0.0019 \quad 0.0019 \quad 0.0019])$ |

A Figura 5.33 mostra os resíduos da posição e da velocidade angulares do experimento 1 do algoritmo de mínimos quadrados não linear nas iterações de número 1, 3 e 5. Pode-se perceber que, após 5 ciclos de iteração, os resíduos do algoritmo convergiram para um valor próximo de zero.

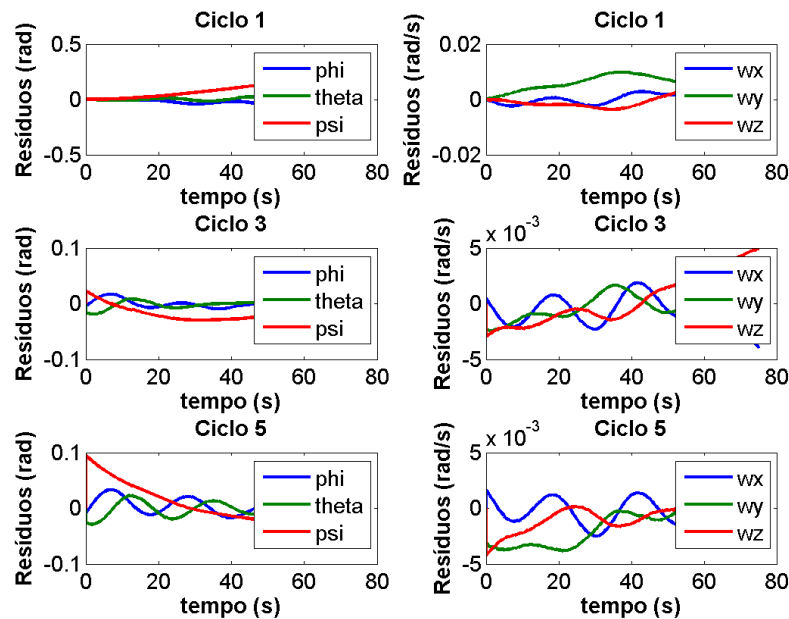


Figura 5.33 - Gráfico dos resíduos dos ângulos de Euler e da velocidade angular para os ciclos de iterações 1, 3 e 5 do mínimos quadrados não linear do experimento 1 do mancal esférico.

A característica do sinal de ruído foi analisada e pode ser vista na Tabela 5.22. Os resíduos observados possuem um desvio padrão da ordem de 5 a 10 vezes maior que o desvio-padrão das medidas obtida pelo experimento de calibração. Essa disparidade pode ser explicada pelo não levantamento do modelo de ruídos dos sensores (random walk e instabilidade de bias, principalmente) e pela taxa de amostragem do experimento ser menor que a taxa de amostragem da calibração.

A Tabela 5.23 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de filtragem utilizando o algoritmo de mínimos quadrados não linear. Percebe-se um ligeiro refinamento dos resultados, quando comparado com o FKE. Esse refinamento pode ser observado pelos valores da matriz de covariância que são menores que os valores obtidos pelo FKE.

Tabela 5.22 - Característica do ruído ao fim da quinta iteração do algoritmo de mínimos quadrado não linear do experimento 1 do mancal esférico.

| Característica | Valores |
|--|--|
| Velocidade angular - Média (rad/s) | $\begin{bmatrix} -3.0445 \times 10^{-4} \\ -1.6046 \times 10^{-3} \\ -4.7265 \times 10^{-4} \end{bmatrix}$ |
| Velocidade angular - Desvio padrão (rad/s) | $\begin{bmatrix} 0.001195 \\ 0.001549 \\ 0.001576 \end{bmatrix}$ |
| Atitude - Média (rad) | $\begin{bmatrix} 0.002399 \\ -0.001900 \\ 0.007295 \end{bmatrix}$ |
| Atitude - Desvio padrão (rad) | $\begin{bmatrix} 0.012657 \\ 0.011586 \\ 0.03104 \end{bmatrix}$ |

Tabela 5.23 - Características de massa estimadas pelo filtro mínimos quadrados não linear para o experimento 1 do mancal esférico.

| Característica | Valores |
|---|--|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.1241 & 0.3780 & 0.2550 \\ 0.3780 & 11.9444 & -0.0259 \\ 0.2550 & -0.0259 & 12.1381 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} -1,05851 \times 10^{-5} \\ -9,37020 \times 10^{-5} \\ -2,09563 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.06592 & 0.00202 & 0.00753 \\ 0.00202 & 1.21493 & 0.00041 \\ 0.00753 & 0.00041 & 1.17932 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 9.1760 \times 10^{-9} \\ 3.5682 \times 10^{-9} \\ 4.8001 \times 10^{-9} \end{bmatrix}$ |

A Tabela 5.24 mostra os dados utilizados na inicialização do filtro mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal esférico. Os dados de inércia de posição do CG utilizados na inicialização desse algoritmo são aqueles obtidos ao final da estimativa do experimento 2 do FKE, seguindo a mesma coerência do experimento 1.

Tabela 5.24 - Dados para a inicialização do algoritmo de mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal esférico.

| Variáveis | Valores |
|---|---|
| $[\phi \theta \psi]$ | $[0.1281 \ 0.0820 \ 0.0869] \text{ rad}$ |
| $[\omega_x \ \omega_y \ \omega_z]$ | $[-0.0710 \ 0.0154 \ 0.6250] \text{ rad/s}$ |
| $[I_{xx} \ I_{yy} \ I_{zz} \ I_{xy} \ I_{xz} \ I_{yz}]$ | $[3.14 \ 11.97 \ 11.89 \ 0.37 \ 0.22 \ 0.08] \text{ kg.m}^2$ |
| $[R_x \ R_y \ R_z]$ | $[-2.807 \times 10^{-6} \ -7.890 \times 10^{-6} \ -1.031 \times 10^{-5}] \text{ m}$ |
| $\mathbf{P}(\mathbf{x})$ | $diag([10_{3 \times 1}^{-3} \ 10_{3 \times 1}^{-4} \ 0.1 \ 0.3 \ 0.3 \ 0.1_{3 \times 1} \ 10_{3 \times 1}^{-4}])$ |
| \mathbf{R} | $diag([0.0017 \ 0.0017 \ 0.0017 \ 0.0019 \ 0.0019 \ 0.0019])$ |

A Figura 5.34 mostra os resíduos da posição e da velocidade angulares do experimento 2 do algoritmo de mínimos quadrados não linear nas iterações de número 1, 3 e 5. Pode-se perceber que, após 5 ciclos de iteração, os resíduos do algoritmo convergiram para um valor próximo de zero.

A Tabela 5.25 mostra os valores finais dos dados obtidos pelo processo de filtragem utilizando o algoritmo de mínimos quadrados não linear nos dados obtidos do experimento 2. Como esperado, percebe-se novamente um ligeiro refinamento dos resultados, quando comparado com o FKE. Esse refinamento pode ser observado pelos valores da matriz de covariância que são ligeiramente menores que os valores obtidos pelo mesmo experimento 2 com o FKE.

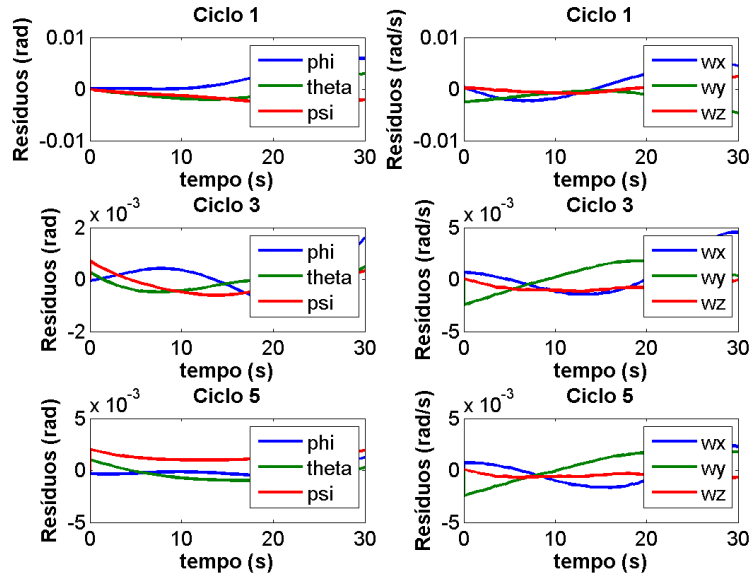


Figura 5.34 - Gráfico dos resíduos dos ângulos de Euler e da velocidade angular para os ciclos de iterações 1, 3 e 5 do mínimos quadrados não linear do experimento 2 do mancal esférico.

Tabela 5.25 - Características de massa estimadas pelo filtro mínimos quadrados não linear para o experimento 2 do mancal esférico.

| Característica | Valores |
|---|---|
| Matriz de Inércia ($km.m^2$) | $\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 3.2106 & 0.3738 & 0.2114 \\ 0.3738 & 12.0298 & 0.1529 \\ 0.2114 & 0.1529 & 11.8267 \end{bmatrix}$ |
| Posição do CG (m) | $\mathbf{R}_{CG} = \begin{bmatrix} -7.4729 \times 10^{-6} \\ -1.5943 \times 10^{-5} \\ -1.9141 \times 10^{-5} \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância ($kg * m^2$) ² | $\mathbf{P}(\mathbf{I}) = \begin{bmatrix} 0.0237 & 0.0415 & 0.0392 \\ 0.0415 & 0.6549 & 0.0017 \\ 0.0392 & 0.0017 & 0.6377 \end{bmatrix}$ |
| Matriz de Covariância (m^2) | $\mathbf{P}(\mathbf{R}_{CG}) = \begin{bmatrix} 4.566 \times 10^{-11} \\ 1.329 \times 10^{-11} \\ 1.216 \times 10^{-11} \end{bmatrix}$ |

5.3.3 Energia Cinética

Com os valores obtidos de matriz de inércia, a energia cinética de rotação do mancal esférico também foi calculada, utilizando os valores finais do algoritmo de mínimos quadrados nos dois experimentos. A Figura 5.35 mostra o gráfico da energia cinética. Pode-se observar que, durante os 100 primeiros segundos de cada um dos experimentos, a energia cinética diminuiu 9 % no experimento 1, causado por um torque de aproximadamente 1.5 mNm e 6 % no experimento 2, causado por um torque de aproximadamente 0.97 mNm . Novamente, esse fato é bastante prejudicial para o algoritmo de mínimos quadrados que não prevê incertezas no modelo dinâmico do sistema.

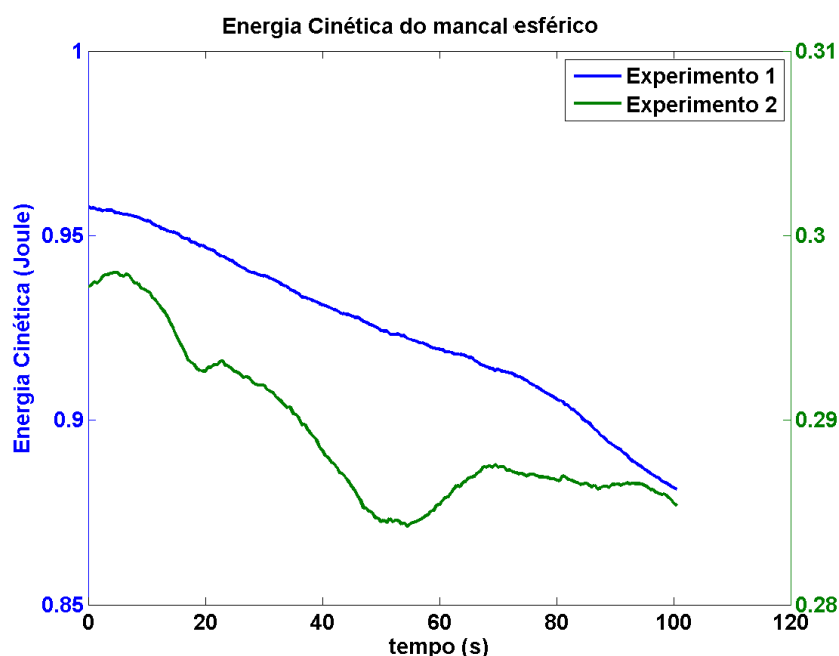


Figura 5.35 - Energia cinética de rotação do mancal esférico durante os primeiros 100 segundos de dados coletados para os dois experimentos.

Deduz-se desses dados que grande parte desse atrito também possui natureza viscosa e, portanto, é proporcional a velocidade angular da plataforma. Isso pode ser observado pela razão entre torque de atrito e a magnitude da velocidade angular para o eixo Z, que no experimento 1 é de 0.1791 rad/mNm e no experimento 2 é de 0.1521 rad/mNm . Deduz-se desse fato que, para baixas velocidade angulares, a

plataforma do mancal esférico também reproduz melhor o ambiente espacial, visto que o atrito será muito próximo de zero.

6 VALIDAÇÃO DOS RESULTADOS

Para a validação dos resultados, foi proposto um experimento de controle de atitude, em três eixos, para cada uma das plataformas. O experimento visa comparar a resposta dinâmica das plataformas ao controlador no domínio do tempo. Para isso, a resposta ao controle foi baseada na relação de amortecimento do sistema, sobressinal e tempo de assentamento da resposta.

O sobressinal é função apenas da relação de amortecimento do sistema, definida por ζ (NISE, 2008; OGATA, 1996):

$$\zeta = \frac{-\log(z)}{\sqrt{\pi^2 + \log^2(z)}}, \quad (6.1)$$

em que z é a fração correspondente ao sobressinal escolhido. O tempo de assentamento \mathbf{T}_s é função do amortecimento e da frequência natural do sistema ω_n e é obtido quando o sinal de resposta estiver dentro da faixa de 2% ou 5% do valor final da curva esperada da resposta à entrada degrau, definido por:

$$\mathbf{T}_s = \frac{4}{\zeta\omega_n} \quad (6.2)$$

A Figura 6.1 mostra a resposta de um sistema de segunda ordem para diferentes relações de amortecimento. Percebe-se que, ao se aproximar do valor unitário, o sobressinal da resposta é próximo de zero. A Figura 6.2 mostra o tempo de assentamento de uma resposta à entrada degrau de um sistema de segunda ordem.

6.1 Experimento de Controle - Mancal semi esférico

O controlador do mancal semi esférico foi projetado para que a resposta à entrada degrau não possua sobressinal, com um tempo de assentamento de 20 segundos. Os ganhos foram calculados com base na matriz de inércia obtida no experimento 1 do mancal semi esférico. A Figura 6.3 mostra o diagrama de blocos de um algoritmo de controle do tipo Bang-Bang com zona morta.

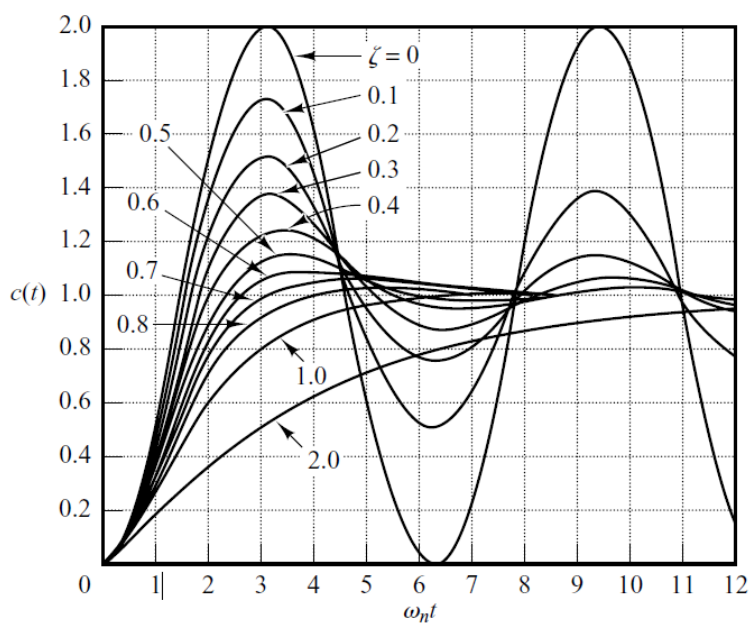


Figura 6.1 - Resposta de segunda ordem para diferentes relações de amortecimento do sistema. Fonte: OGATA (1996).

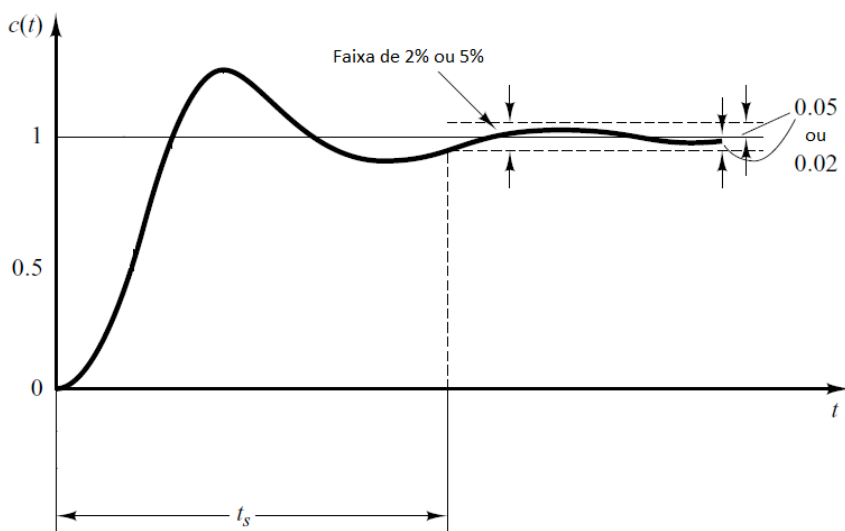


Figura 6.2 - Representação gráfica do tempo de assentamento de um sistema de segunda ordem. Fonte: OGATA (1996).

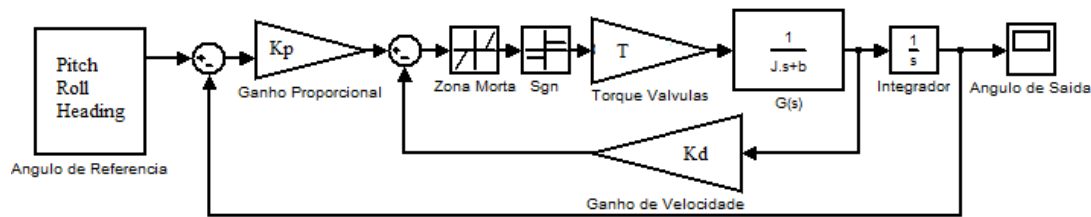


Figura 6.3 - Diagrama de blocos do sistema de controle.

O sentido do torque de controle é dado pela equação 6.3. O bloco *sgn* da Figura 6.3 é a função sinal e o valor da zona morta é representado por Γ .

$$f(\theta, \dot{\theta}) = \left\{ \begin{array}{ll} K_p\theta + K_d\dot{\theta}, & \text{se } |K_p\theta + K_d\dot{\theta}| \geq \Gamma \\ 0, & \text{se } |K_p\theta + K_d\dot{\theta}| < \Gamma \end{array} \right\}, \quad (6.3)$$

em que θ representa a posição angular e $\dot{\theta}$ representa a velocidade angular em cada um dos eixos, separadamente.

Três suposições simplificadoras foram feitas, a fim de aproximar a dinâmica não-linear de rotação para um sistema linear e desacoplado. A primeira delas é que os produtos de inércia do corpo são considerados pequenos e próximos de zero. A segunda das suposições é que a velocidade angular é baixa. Por fim, as excursões angulares também são pequenas. Todas essas suposições juntas diminuem consideravelmente a parcela não linear do sistema e garantem o desacoplamento entre os eixos. O projeto do controlador, então, foi feito separadamente para cada eixo.

A Figura 6.4 mostra o fluxograma do código desenvolvido. O programa cria uma tarefa que será executada com a frequência de 100 Hz. A tarefa basicamente lê o bloco de dados do sensor inercial, faz a ordenação dos bytes e armazena em variáveis específicas. Em seguida, a lei de controle recebe esses dados, faz o cálculo do sinal de controle e aciona as válvulas desejadas no próximo ciclo de instruções. Por fim, um arquivo com a telemetria é gravado em disco com todos os dados do sensor, incluindo quais válvulas estão acionadas naquele instante. Após o término de todas as instruções, a tarefa é colocada em modo de espera até que seja iniciada novamente. Caso a tarefa não termine suas instruções no tempo especificado, o software para o processo, marca os dados como inválidos e recomeça o ciclo.

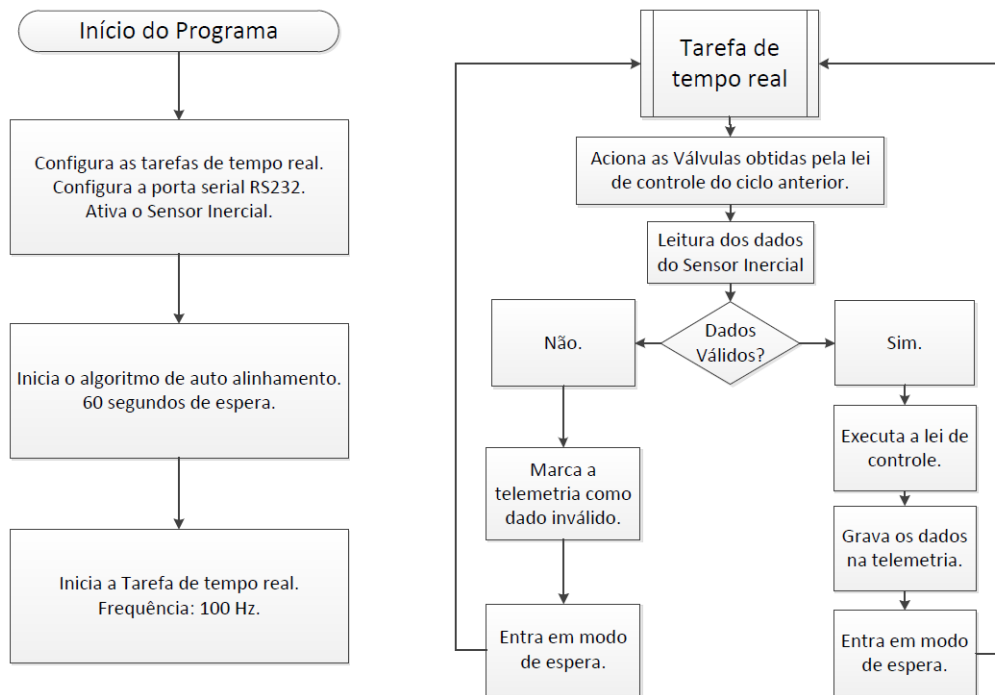


Figura 6.4 - Fluxograma que descreve a configuração do experimento e a tarefa de tempo real da mesa aerostática.

A Figura 6.5 mostra o diagrama de fase simulado do sistema utilizando o controlador bang-bang implementado sem levar em consideração a zona morta. Os valores utilizados para a matriz de inércia foram os mesmos obtidos no Capítulo 4 e os valores para o torque dos jatos foram os mesmos do Capítulo 3. A trajetória do sistema é dada por parábolas até atingir o ponto C. Ao atingir o ponto C, o sistema começa a deslizar sobre a reta de deslizamento (na cor verde) e sua trajetória é dada por:

$$K_p\theta + K_d\dot{\theta} = 0. \quad (6.4)$$

Logo, a solução da equação diferencial é da forma:

$$\theta = \theta_c e^{\frac{-(t-t_c)}{K_d/K_p}}. \quad (6.5)$$

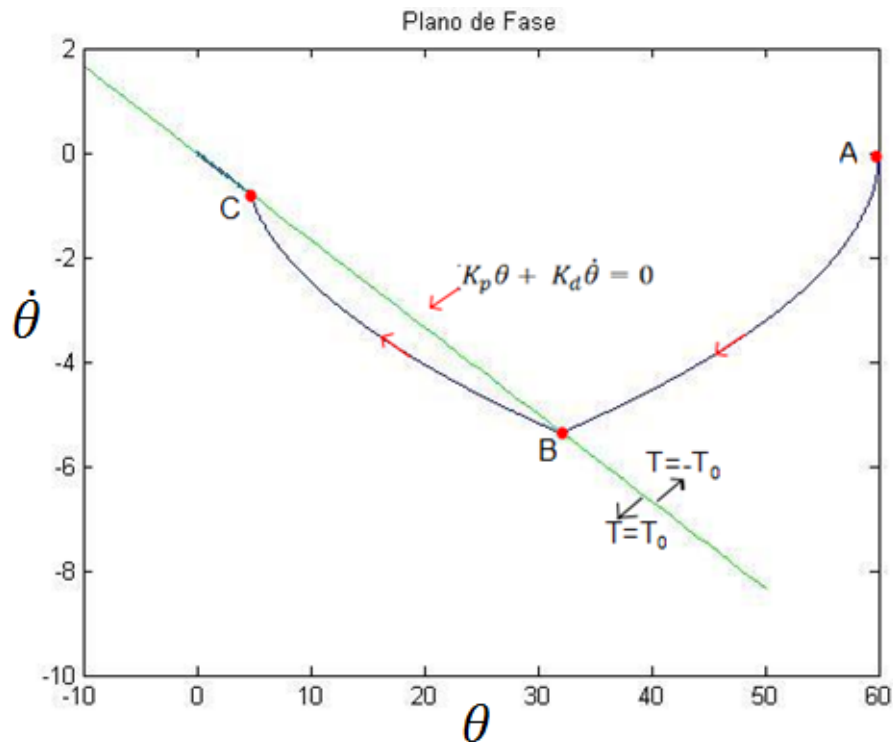


Figura 6.5 - Diagrama de fase da resposta do sistema ao controlador. Fonte: (Oliveira; Silva, 2012).

Os dados de velocidade angular do sensor são extremamente ruidosos, pelo fato de sua tecnologia ser do tipo MEMS. Para amenizar esse ruído, um filtro passa-baixas de primeira ordem foi implementado com frequência de corte em 1.5 rad/s. A Figura 6.6 mostra um gráfico com as velocidades angulares real e filtrada para o eixo Z. Em azul, a velocidade angular real, em graus/s. Em vermelho, é mostrada a saída suavizada do filtro, utilizada na lei de controle. Caso não fosse amenizado, o ruído na velocidade angular poderia degradar sensivelmente a resposta ao controle, pois em cada ponto espúrio observado nesta figura, o sinal de controle poderia acionar as válvulas de controle em instantes e direções indesejadas.

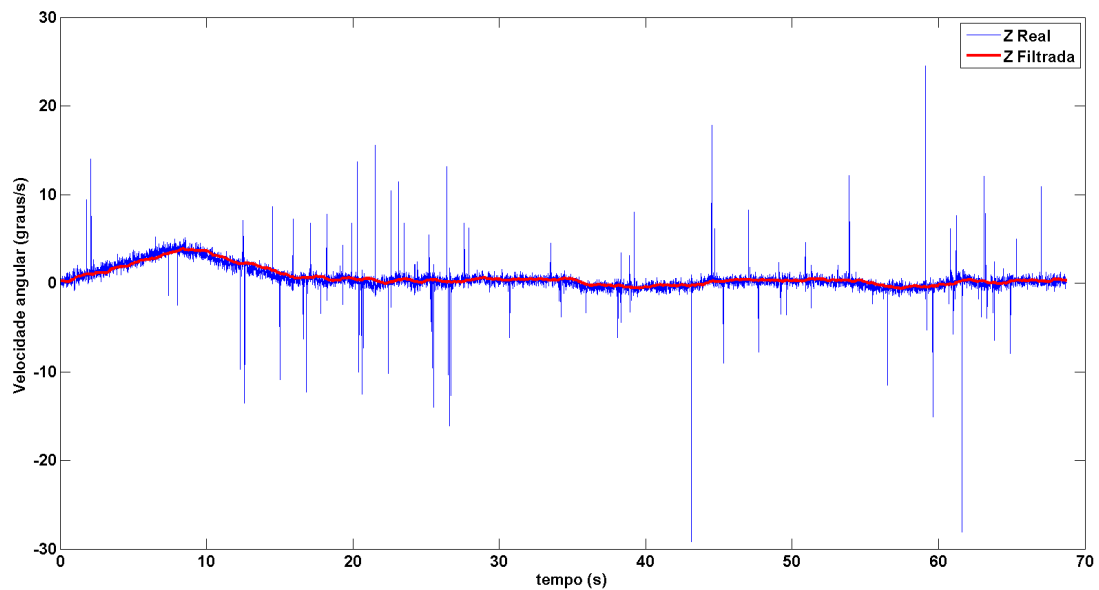


Figura 6.6 - Comparação das velocidades angulares real e filtrada do girômetro sobre o eixo Z.

A Figura 6.7 mostra o gráfico com os ângulos de Euler do sistema, que relacionam o sistema de coordenadas fixado na mesa e o sistema inercial Norte-Leste-Nadir. Observa-se que os três eixos caminham para a origem, alinhando-se com o sistema inercial. A Figura 6.8 mostra o diagrama de fase do experimento com os dados obtidos do sensor para o eixo Z. Observa-se que a curva experimental no diagrama de fase é semelhante à curva obtida por simulação. A velocidade angular usada para este gráfico já está filtrada. A inclinação da reta de deslizamento, em vermelho, é dada pela razão kp/kd . Os ganhos utilizados no controlador são dados por: $kp = 0.2$ e $kd = 1.2$.

Observa-se que a resposta da curva de posição angular no eixo Z não possui sobressinal, da forma como foi projetada. No entanto, o tempo de assentamento não foi satisfatório. Esse fato é causado pela não-linearidade inserida pela zona morta que, nesse caso, foi de $+/- 1.5^\circ$. Portanto, ao entrar na faixa denominada pela zona morta, o controlador para de acionar os jatos, fazendo com que a resposta leve mais tempo para convergir.

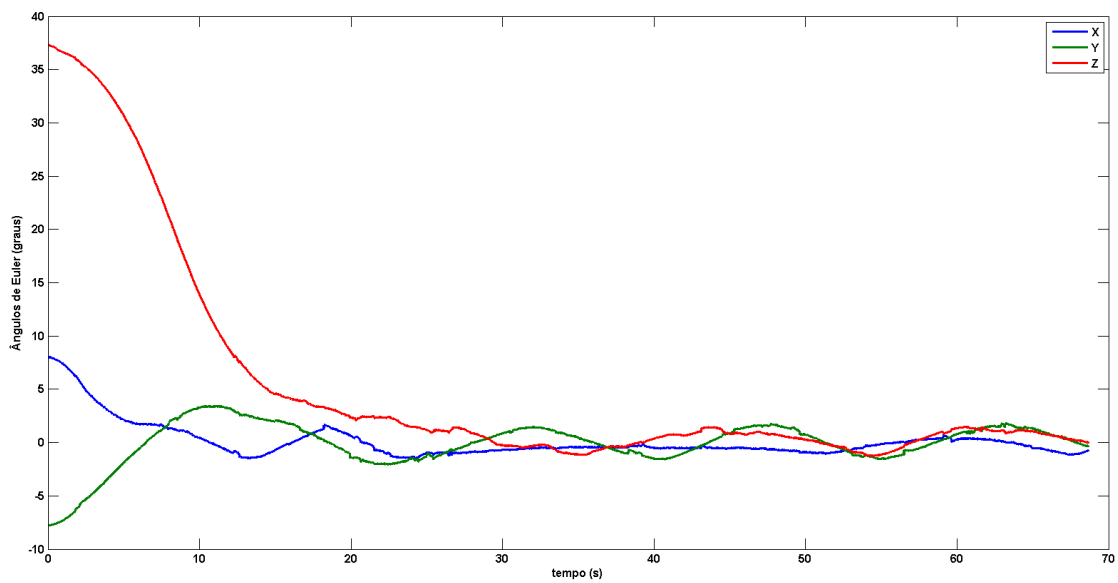


Figura 6.7 - Ângulos de Euler do experimento de controle do mancal semi-esférico.

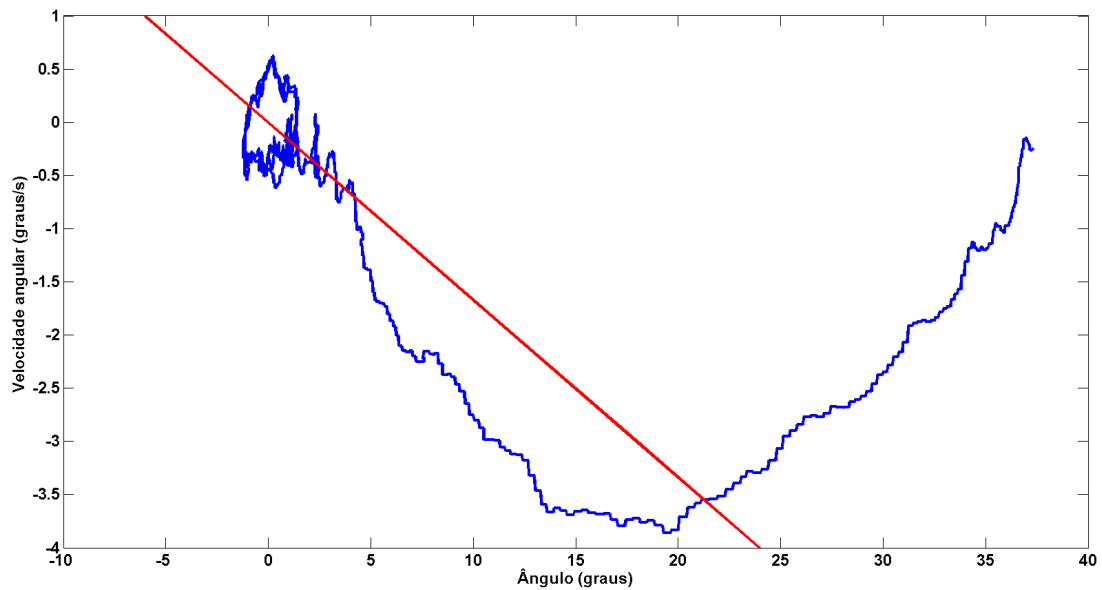


Figura 6.8 - Gráfico com o diagrama de fase do experimento de controle no eixo Z.

O valor da zona morta foi escolhido pelo grau de ruído dos sensores de velocidade angular, que fazem com que a eletrônica de acionamento das válvulas seja acionada

aleatoriamente em alta frequência, podendo danificar os transistores de chaveamento. Se os sensores tivessem uma maior precisão, esse valor seria reduzido.

Os mesmos ganhos de controle foram utilizados nos três eixos. Como os eixos possuem inércias diferentes, a resposta ao controlador não pode ser analisada para estes eixos da mesma forma com que foi analisada para o eixo Z.

6.2 Experimento de Controle - Mancal esférico

Um controlador de atitude em três eixos foi implementado e testado na plataforma com mancal esférico. O algoritmo utiliza as rodas de reação como atuadores e os girometros e o sensor de estrelas como sensores de atitude. Novamente, um controlador do tipo PD foi desenvolvido e integrado ao computador de bordo. A porção integral do controlador não é necessária, visto que o sistema já possui um polo na origem e, portanto o erro é nulo para uma entrada degrau. O esquemático de controle pode ser visto na Figura 6.9.

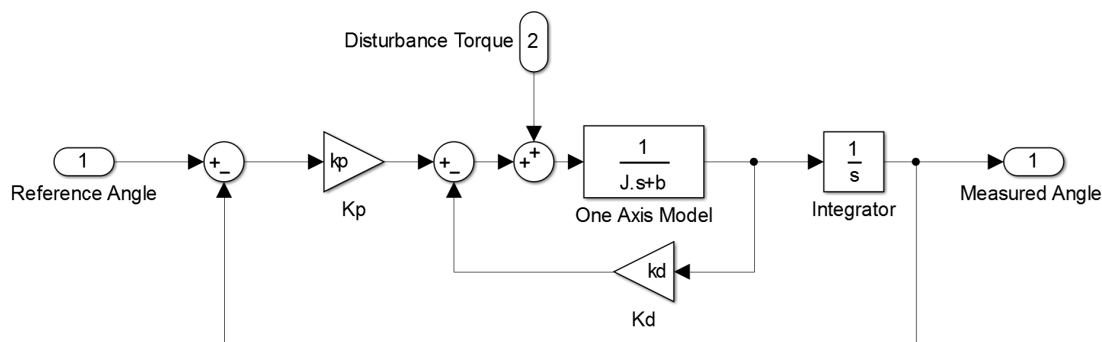


Figura 6.9 - Esquemático da planta linearizada de controle de atitude.

A variável J representa o momento de inércia sobre um dos eixos de rotação e b representa um coeficiente de atrito viscoso entre o mancal e o ar, provocando um torque proporcional à velocidade angular. As constantes kp e kd são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente. Quanto ao torque de perturbação, foi considerado no modelo apenas o desalinhamento entre o centro de rotação do mancal e o centro de gravidade da plataforma, obtido nos experimentos de estimação. Exceto para o coeficiente de atrito viscoso, todos os outros coeficientes foram estimados ou calculados.

Os ganhos para o controle de atitude em três eixos foram calculados de forma que a resposta tenha 10% de sobressinal e tempo de assentamento de 100 segundos.

Os ganhos proporcionais utilizados no controlador para os eixos X, Y e Z foram 0.01573, 0.05751 e 0.05830, respectivamente. Para os ganhos derivativos, foram utilizados os valores 0.2738, 1.0040 e 1.0177, na mesma ordem. Esses valores foram obtidos utilizando os valores de inércia obtidos no experimento 1 do mancal esférico.

A plataforma foi comandada para realizar uma rotação de 180 graus sobre o eixo Z. As Figuras 6.10, 6.11 e 6.12 mostram a resposta da plataforma à ação de controle. A atitude em ângulos de Euler é apresentada na Figura 6.10, enquanto as Figuras 6.11 e 6.12 apresentam a velocidade angular e o torque comandando sobre as rodas de reação, respectivamente.

Pode-se notar que o torque nas rodas saturam rapidamente, logo que a manobra de atitude é iniciada. A saturação desse torque fez com que o sobressinal da resposta fosse ligeiramente menor quando comparado com os valores de projeto. De fato, o sobressinal medido foi de apenas 7.5 %. Entretanto, o tempo de assentamento foi de 101.6 s, próximo ao valor projetado. No entanto, era esperado um valor um pouco maior, devido à saturação da roda.

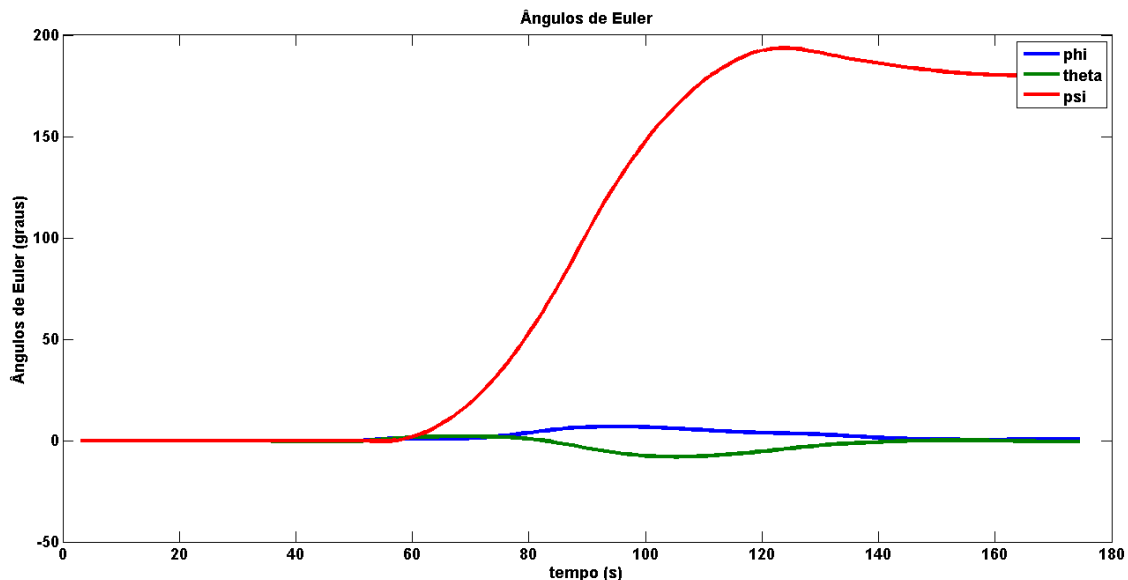


Figura 6.10 - Ângulos de Euler do experimento de controle.

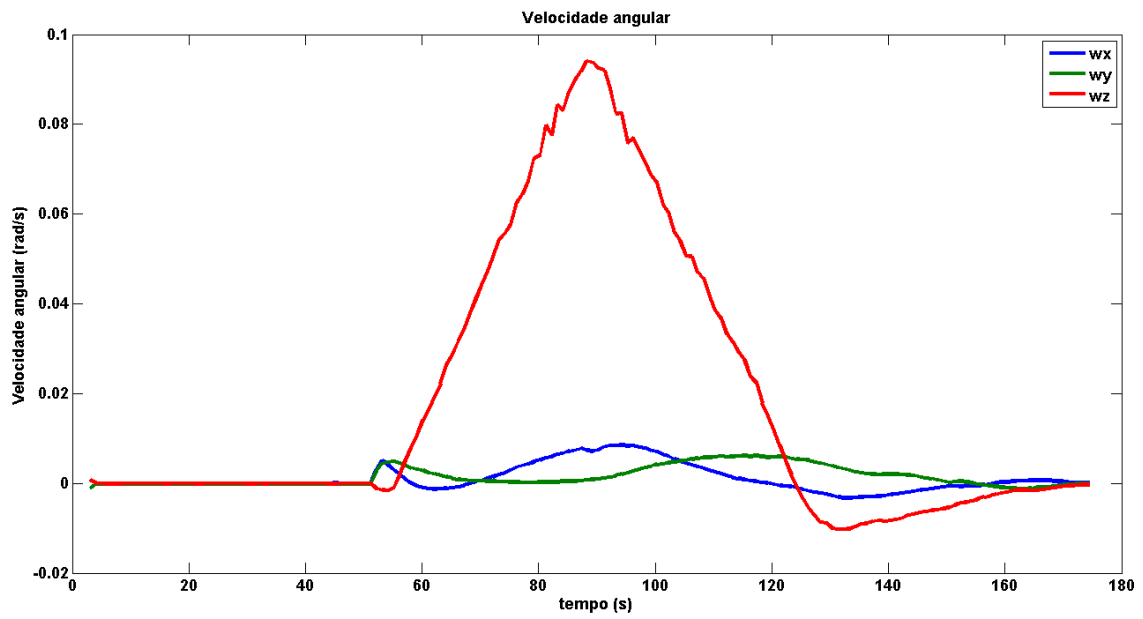


Figura 6.11 - Velocidade angular do corpo durante o experimento de controle.

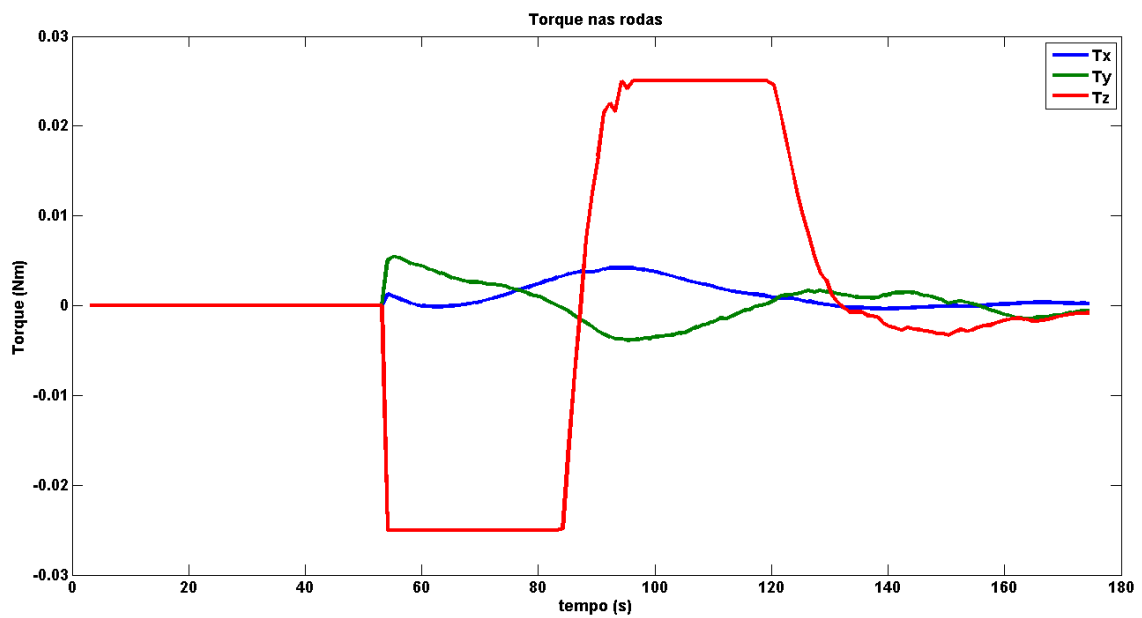


Figura 6.12 - Torque das roda durante o experimento de controle

7 CONCLUSÕES

Este trabalho teve como objetivo principal demonstrar a utilização de algoritmos de estimação para se obter de forma experimental as características de massa de plataformas aerostáticas para utilização em aplicações espaciais, a fim de desenvolver um simulador de satélites para testes de subsistemas de controle de atitude. Vários sensores, atuadores e uma eletrônica computadorizada foram integrados a duas plataformas, a fim de criar ambientes de torques mínimos, semelhante a um satélite em deriva no espaço.

Para cumprir este objetivo, todos os componentes embarcados nas mesas foram desenhados e tiveram suas respectivas inércias obtidas utilizando um software CAD ou cálculos realizados previamente. A matriz de inércia do mancal semi esférico foi obtida por meio de uma publicação anterior e a do mancal esférico foi obtida por meio de CAD. Esses dados foram utilizados nas simulações da dinâmica de atitude.

As simulações dos dois algoritmos de estimação propostos (filtro de Kalman estendido e mínimos quadrados não linear) foram apresentadas, o que permitiu estimar a matriz de inércia e a posição do centro de gravidade de cada uma das plataformas. As plataformas possuem diferentes características de massa e sensores, e isso influencia diretamente os resultados obtidos. A comparação teve o intuito de comparar os processos de ajuste e refinamento dos estimadores.

A partir de uma análise inicial dos algoritmos de estimação desenvolvidos neste trabalho, observou-se uma maior robustez do filtro de Kalman em relação ao dos mínimos quadrados não-linear. O conceito de robustez de um filtro está intimamente ligado a seu processo de convergência. O filtro de Kalman, por possuir uma incerteza associada ao modelo dinâmico do sistema, consegue convergir muito mais facilmente que o mínimos quadrados não linear, que é bastante sensível às não linearidades do sistema.

Para aumentar a facilidade de convergência do filtro de mínimos quadrados não linear, faz-se necessário melhorar o modelo do sistema. Uma das formas de realizar essa tarefa é modelar os torques de atrito das duas plataformas. Novamente, o filtro de Kalman estendido possui vantagens em relação ao mínimos quadrados não linear por possuir uma incerteza associada ao modelo dinâmico do sistema, diminuindo seu impacto no processo de estimação. Por esse motivo, o filtro de mínimos quadrados

não linear foi inicializado com os valores obtidos ao final da utilização do filtro de Kalman estendido, exatamente para diminuir o impacto da não modelagem do atrito e obter a convergência do filtro de mínimos quadrados de forma satisfatória.

Antes do lançamento de um satélite, as características de massa podem ser obtidas com boa precisão. No entanto, a abertura de painéis solares pode alterar a distribuição de massa e, por consequência, a posição do centro de gravidade. Sendo assim, a obtenção em voo desses parâmetros é de enorme importância. Pode-se citar também que, durante a vida útil do satélite, o gasto de combustível utilizado para se fazer as manobras orbitais modifica sua distribuição de massa. Assim, leis de controle de atitude precisam ser adaptadas aos novos parâmetros estimados durante a vida do satélite.

Comparando-se os dois algoritmos com os dados simulados com o software PROPAT, percebe-se que há uma incerteza menor do algoritmo de mínimos quadrados para a estimativa final dos parâmetros. Assim, apesar de menos robusto, o algoritmo de mínimos quadrados tende a fornecer uma estimativa melhor do que o FKE, visto que utiliza todo o lote de medidas para estimar a melhor condição inicial do algoritmo. No caso do FKE, a menor incerteza com relação aos estados se dá de forma sequencial, medida a medida. Sendo assim, para aplicações em tempo real, esse algoritmo costuma ser bastante utilizado por oferecer a melhor estimativa temporal local, ou seja, a cada novo grupo de medidas, a covariância dos estados diminui.

Para o mancal semi esférico, uma unidade inercial com sensores tipo MEMS foi utilizada. Sabe-se que a característica ruidosa desse tipo de sensor pode aumentar consideravelmente a covariância do modelo de medidas do sistema. Por isso, um simples experimento estático foi realizado para que o *bias* e o desvio-padrão dos girometros fossem obtidos. A característica dos resíduos dos estimadores comprovaram que a ordem de grandeza dos ruídos estava bem estimada, refletindo na convergência dos filtros. Os momentos de inércia estimados condizem com os trabalhos anteriores divulgados sobre a mesa aerostática.

O algoritmo de controle proposto para o mancal semi esférico utilizou os valores estimados para o cálculo dos ganhos e, satisfatoriamente, controlou a atitude da mesa em três eixos, estabilizando-a na posição desejada. Pequenos erros no processo de estimação podem ter acontecido. No entanto, esses erros (podendo também ser considerados como distúrbios) foram compensados pelo controlador, visto que o perfil

da curva de resposta ficou condizente com o controlador projetado.

A energia cinética de rotação do mancal semi esférico diminuiu durante os dois experimentos, caracterizando que existem forças dissipativas atuando na mesa. A movimentação de fios e elementos flexíveis podem influenciar na diminuição de energia. No entanto, acredita-se que o atrito entre a semi esfera do mancal e o suporte são a maior causa dessa dissipação. A razão entre o torque de atrito aproximado e a magnitude da velocidade angular, obtida para cada plataforma no Capítulo 5, fornece boas informações sobre esse atrito ser do tipo viscoso. No entanto, é necessário uma investigação maior para saber a origem da perda de energia da plataforma durante os experimentos.

Para o mancal esférico, a combinação do sensor de estrelas com uma tríade de girômetros de fibra ótica produziu resultados melhores do que aqueles da unidade inercial MEMS do mancal esférico. No entanto, o uso do sensor de estrelas foi dificultado pela ocorrência de várias noites nubladas. Por isso, todos os experimentos do mancal esférico utilizaram apenas as medidas dos três girômetros, a partir de uma condição inicial conhecida, obtida com um medidor de nível. Assim, a cada experimento feito, a plataforma era travada no suporte e a atitude da mesa era alinhada com a vertical local. Sendo assim, a atitude era obtida através da integração das medidas do girômetros utilizando o integrador Runge-Kutta de quinta ordem.

Os valores obtidos nos experimentos com o mancal esférico foram bastante satisfatórios e condizem com as grandezas obtidas no software CAD. Como o modelo de medidas era bastante preciso, o refinamento do filtro de Kalman estendido foi bastante facilitado. No caso do algoritmo de mínimos quadrados não linear, no entanto, as dificuldades no processo de convergências foram um pouco menores do que o mesmo algoritmo utilizado no mancal semi esférico, também devido ao modelo de medidas ser mais preciso. A baixa taxa de amostragem, quando comparada com o experimento no mancal semi esférico, deve-se à interface de comunicação já existente com o computador de bordo da empresa Vectronic. Durante a execução deste trabalho, cogitou-se na possibilidade de substituir o computador de bordo por uma plataforma PC/104, rodando um sistema operacional Linux de tempo real. No entanto, essa escolha não foi continuada para não prolongar ainda mais a execução dos experimentos.

O experimento de controle no mancal esférico também foi bastante satisfatório e

obteve sucesso em controlar a atitude da mesa em três eixos, estabilizando-a na posição desejada. A utilização de rodas de reação permite um ajuste fino da atitude da plataforma, possibilitando o desenvolvimento futuro de um controle de atitude autônomo em 3 eixos para os satélites brasileiros. A característica da resposta da mesa ao controlador está condizente com aquela projetada, salvo pelas análises feitas nos resultados.

Como regra geral, a energia cinética das duas plataformas, nos quatro experimentos diminuíram durante o processo de estimação. No caso do mancal esférico, que possui maior qualidade dos equipamentos e da plataforma, a quantidade de cabos, arruelas e parafusos não-rígidos com certeza tiveram influência para a redução da energia. Acredita-se, no entanto, que a principal fonte de atrito nos dois mancais seja causada pela fricção com o ar, como mostrado nos resultados. Não deve ser esquecido que os torques internos (flexibilidade e não-rigidez) reduzem apenas a energia associada à natação. O vetor momento angular não é alterado por torques internos. É esperado apenas que o movimento de *coning* diminua nesse caso (HUGUES, 1986; WERTZ, 1978).

Apesar de haver dois experimentos de controle nesse trabalho, eles foram realizados apenas para confirmar que os valores estimados estão dentro de uma faixa em que o controlador consegue compensar as incertezas do modelo de projeto. A análise da robustez de ambos os controladores não foi realizada e não faz parte do escopo deste trabalho.

Vale ressaltar que os algoritmos de estimação tendem à ajustar os parâmetros obtidos aos dados experimentais a que foram submetidos. Portanto, várias repetições dos algoritmos de filtragem precisam ser realizadas com novos dados experimentais. Entretanto, as duas plataformas ficaram incapacitadas para a realização de novos experimentos devido à uma falha na eletrônica do computador de bordo alemão do mancal esférico e à falhas nas baterias do mancal semi esférico. Como os itens defeituosos foram removidos das plataformas junto com alguns cabeamentos, a comparação dos possíveis resultados obtidos por esse novos experimentos não poderiam ser comparados com os dados anteriores, visto que a distribuição de massa das plataforma foram alteradas. Por esse motivo, esses experimentos foram designados como trabalhos futuros e são descritos brevemente na Seção 7.1.

Por fim, esse trabalho mostra que é possível a utilização desse tipo de ferramenta para

simulação de um ambiente de torques mínimos, semelhante o ambiente espacial. É possível testar também diferentes algoritmos de controle de atitude e estabilização em três eixos de satélites. Espera-se que essas plataformas possam ser utilizadas futuramente em prol do desenvolvimento e teste dos algoritmos de controle da nova família brasileira de satélites baseada na Plataforma Multi Missão (PMM). Vale ressaltar o pioneirismo desses experimentos, visto que foram nessas duas plataformas que os primeiros experimentos de controle de atitude e estabilização em três eixos foram realizados neste instituto e, até onde se conhece, também no Brasil.

7.1 Trabalhos Futuros

Com os experimentos novamente em funcionamento, vários testes podem ser realizados. Primeiramente, pode-se melhorar a estimação por meio da inclusão do atrito entre o mancal e o suporte no modelo da plataforma. É necessário a investigação da causa da diminuição exacerbada da energia cinética durante os experimentos. Um novo conjunto de cabos está sendo projetado para diminuir a quantidade deles no mancal esférico, diminuindo as partes não rígidas do experimento. Outro teste seria criar experimentos qualitativos que estimassem o coeficiente de atrito em cada um dos eixos de rotação. De antemão, essa não é uma tarefa simples, visto que o atrito é muito pouco sensível ao modelo de medidas, ou seja, pouco observável. Aumentar a pressão de saída do ar comprimido no suporte pode ser uma alternativa, mas é necessário investigação.

Um teste importante para comprovar a correta estimação da posição do CG é adicionar uma massa previamente determinada em uma posição específica da plataforma para compensar o desbalanceamento entre o centro de gravidade e o centro de rotação do mancal que foi estimado previamente. Em seguida, deve-se repetir o experimento e avaliar os resultados. Se o algoritmo estiver bem ajustado, o novo valor obtido de centro de gravidade deve melhorar.

Outro tipo de experimento em mente para mancal esférico é o desenvolvimento de algoritmos para dessaturação de rodas de reação, um problema bastante comum em satélites espaciais. Esse tipo de experimento parte do princípio que as bobinas magnéticas podem gerar torque suficiente para tal objetivo. No entanto, o torque gerado pelas bobinas magnéticas precisa ser da ordem ou maior que o torque de atrito sobre a plataforma, pois do contrário o uso delas seria inviável.

Experimentos para análise e tratamento de falhas em algoritmos de controle de atitude também podem ser realizados, visto que há 4 girômetros e 4 rodas de reação disponíveis para uso no mancal esférico, semelhante à Plataforma Multi Missão do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais.

Um novo computador de bordo, baseado no processador ERC32 estará disponível em breve para o Departamento de Mecânica Espacial e Controle do INPE. Uma solução nacional desse tipo de equipamento seria também uma enorme contribuição para o programa espacial brasileiro, e pode ser facilmente incorporado à plataforma de mancal esférico.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGRAWAL, B.; RASMUSSEN, R. Air bearing based satellite attitude dynamics simulator for control software research and development. In: TECHNOLOGIES FOR SYNTHETIC ENVIRONMENTS: HARDWARE-IN-THE-LOOP TESTING VI, 2001, Washington, USA. **Proceedings...** Washington: SPIE, 2001. p. 204–214. 2

AGUIRRE, L. A. **Introdução a identificação de sistemas**. 3. ed. MG, Brasil: Ed. UFMG, 2007. 730 p. 8

CAMPESATO, W. L.; CARRARA, V.; FENILLI, A. Projeto, implementação e controle de uma plataforma aerostática com jatos de ar. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE E CONFERÊNCIA BRASILEIRA DE DINÂMICA, CONTROLE E APLICAÇÕES, 2013, Fortaleza, Ceará. **Anais...** Fortaleza: SBAI/DINCON, 2013. 19, 21

CARDIERI, L. V. C.; VAROTTO, S. E. C. Projeto de um simulador dinâmico com mancal esférico aerostático para testes de sistema de controle de atitude de satélites artificiais. In: CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECÂNICA, 9., 1987, Florianópolis, Brasil. **Anais...** Florianópolis: COBEM, 1987. p. 5. 2

CARRARA, V. **PROPAT: satellite attitude and orbit toolbox for MATLAB**. 1999. Disponível em: <<http://www2.dem.inpe.br/val/projetos/propat/>>. Acesso em: 27 de janeiro de 2013. 4

_____. **Cinemática e dinâmica da atitude de satélites artificiais**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2012. 111 p. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m19/2012/01.26.19.13>>. Acesso em: 14 jul. 2014. 5, 6, 7

CARRARA, V.; MILANI, P. G. Controle de uma mesa de mancal a ar de um eixo equipada com giroscópio e roda de reação . In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE ENGENHARIA INERCIAL, 5., 2007, Rio de Janeiro, Brasil. **Anais...** Rio de Janeiro: SBEIN, 2007. 2

CARRARA, V.; OLIVEIRA, A. M.; KUGA, H. K. A gas bearing platform attitude control for assessment of aocs systems. In: 24TH AAS/AIAA SPACE FLIGHT MECHANICS MEETING, 2014, Santa Fe, New Mexico. **Proceedings...** Santa Fe: AAS/AIAA, 2014. 2

CHAPRA, S.; CANALE, R. **Numerical methods for engineers**. McGraw-Hill, 1988. (McGraw-Hill international editions, v. 1). ISBN 9780070799844. Disponível em: <http://books.google.com.br/books?id=M0Uc_L5pbBMC>. 69

DORMAND, J. R.; PRINCE, P. J. A family of embedded runge-kutta formulae. **Journal of computational and applied mathematics**, AIAA, v. 6, p. 19–26, 1980. 7

GARCIA, R. V. **Filtro não linear de Kalman sigma-ponto com algoritmo unscented aplicado a estimativa dinâmica da atitude de satélites artificiais**. 189 p. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.16.14.32>>. Acesso em: 13 maio 2014. 5

GELB, A. **Applied optimal estimation**. MA, USA: Ed. MIT Press, 1974. 384 p. 11, 44

HUGUES, P. C. **Spacecraft attitude dynamics**. NY, USA: Ed. Dover Publications, 1986. 570 p. 5, 6, 7, 98

KIM, B.; VELENIS, E.; KRIENGSIRI, P.; TSIOTRAS, P. A spacecraft simulator for research and education. In: AIAA/AAS ASTRODYNAMICS SPECIALISTS CONFERENCE, AAS 01-367., 2001, Quebec, Canada. **Proceedings...** Quebec: AIAA/AAS, 2001. p. 897–914. 2

KUGA, H. K. **Noções práticas de técnicas de estimação**. [S.l.]: Notas de Aula: Otimização em sistemas dinâmicos II – INPE, 2005. 13, 15, 16, 44

KUGA, H. K.; KONDAPALLI, R. R.; CARRARA, V. **Introdução à mecânica orbital - 2a Edição**. 2. ed. Sao Jose dos Campos: INPE, 2012. 67 p. Disponível em: <<http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m05/2012/06.28.14.21.24>>. Acesso em: 14 jul. 2014. 31

LAWRENCE, A. **Modern inertial technology: navigation, guidance, and control**. NY, USA: Ed. Springer-Verlag, 1993. 268 p. 24, 41

LEFFERTS, E. J.; MARKLEY, F. L.; SHUSTER, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. **Journal of guidance, control, and dynamics**, New York, USA, v. 5, n. 5, p. 417–429, 1962. 5

MAYBECK, P. S. **Stochastic models, estimation, and control**. New York, USA: Ed. New York: Academic Press, 1979. 423 p. 8

NISE, N. S. **Engenharia de sistemas de controle**. 3. ed. ed. RJ, Brasil: Ed. LTC, 2008. 695 p. 85

NOURELDIN, A.; KARAMAT, T.; GEORGY, J. **Fundamentals of inertial navigation, satellite-based positioning and their integration**. Springer, 2012. ISBN 9783642304651. Disponível em:
<<http://books.google.com.br/books?id=a-BqvoCd2RkC>>. 42

OGATA, K. **Modern control engineering**. 3. ed. ed. New Jersey, USA: Pearson Education, 1996. 695 p. 85

OLIVEIRA, A. M.; CARRARA, V.; KUGA, H. K. Simulação do sistema de controle de atitude de um satélite com estabilização em três eixos de um mancal aerostático com três graus de liberdade utilizando rodas de reação. In: XVI COLÓQUIO BRASILEIRO DE DINÂMICA ORBITAL, 2012, Serra Negra, São Paulo. **Anais...** Serra Negra: CBDO, 2012. 2

OLIVEIRA, A. M.; KUGA, H. K.; CARRARA, V. Estimação das características de massa de uma mesa aerostática com três graus de liberdade utilizando filtragem não-linear. In: VII CONGRESSO NACIONAL DE ENGENHARIA MECÂNICA, 2012, São Luís, Maranhão. **Anais...** São Luís: CONEM, 2012. ISBN 2178-180X. 2

_____. Estimating the mass characteristics of a dumbbell air bearing satellite simulator. In: INTERNATIONAL CONGRESS OF MECHANICAL ENGINEERING, 22., 2013, Ribeirão Preto, São Paulo. **Proceedings...** Ribeirão Preto: ABCM, 2013. p. 4836–4844. ISBN 21765480. 2

OLIVEIRA, A. M.; SILVA, A. G. Desenvolvimento de um simulador de satélites de baixo custo para experimentos em tempo real em estimação e controle de atitude. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE ENGENHARIA INERCIAL, 7., 2012, São José dos Campos, São Paulo. **Anais...** São José dos Campos: SBEIN, 2012. 2

PISACANE, V. L. **The space environment and its effects on space systems**. NY, USA: AIAA Education Series, 2008. 421 p. 2

RAVANDOOR, K. **Design and simulation of software based attitude determination system for the cubesat UWE-2**. 130 p. Tese (Doutorado) — University of Wuerzburg, Germany, 2007. 1, 2

RIZOS, I.; ARBES, J.; RAOULT, J. A spherical air bearing supported test facility for performance testing of satellite attitude control systems. In: INTERNATIONAL FEDERATION OF AUTOMATIC CONTROL SYMPOSIUM ON AUTOMATIC CONTROL IN SPACE, 1971, Austria. **Proceedings...** Austria: IFAC, 1971. p. 341–348. 1, 2

SCHEDLINSKI, C.; LINK, M. A survey of current inertia parameter identification methods. **Mechanical Systems and Signal Processing**, New York, USA, v. 15, n. 1, p. 189–211, January 2001. 2

SCHWARTZ, J. L.; HALL, C. D. Comparison of system identification techniques for a spherical air-bearing spacecraft simulator. In: AMERICAN ASTRONAUTICAL SOCIETY/AMERICAN INSTITUTE OF AERONAUTICS AND ASTRONAUTICS, AAS 03-611., 2003, Big Sky, Montana. **Proceedings...** Big Sky: AAS/AIAA, 2003. 2

SCHWARTZ, J. L.; PECK, M. A.; HALL, C. D. Historical survey of air-bearing spacecraft simulators. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 26, n. 4, p. 513–522, 2003. 1

SHUSTER, M. D.; OH, S. D. Three axis attitude determination from vector observations. **Journal of guidance and control**, v. 4, n. 1, p. 70–77, 1981. 32

TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. **Strapdown inertial navigation technology**. Second edition. MA, USA: Ed. AIAA (Progress in astronautics and aeronautics), 2004. 558 p. 24, 41

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. Dordrecht, The Netherlands: Ed. Kluwer Academic Publishers, 1978. 860 p. 2, 98