



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/01.22.00.54-TDI

ESTUDO DE CAPTURA GRAVITACIONAL E CUSTOS DE MANUTENÇÃO ORBITAL EM DINÂMICAS NÃO KEPLERIANAS

Diogo Merguizo Sanchez

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Tadashi Yokoyama, aprovada em 29 de janeiro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3HQHJ72>>

INPE
São José dos Campos
2015

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

**COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO
DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):****Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas
(CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
(CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/01.22.00.54-TDI

ESTUDO DE CAPTURA GRAVITACIONAL E CUSTOS DE MANUTENÇÃO ORBITAL EM DINÂMICAS NÃO KEPLERIANAS

Diogo Merguizo Sanchez

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Tadashi Yokoyama, aprovada em 29 de janeiro de 2015.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3HQHJ72>>

INPE
São José dos Campos
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Sanchez, Diogo Merguizo.

Sa55e Estudo de captura gravitacional e custos de manutenção orbital em dinâmicas não keplerianas / Diogo Merguizo Sanchez. – São José dos Campos : INPE, 2015.

xix + 75 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/01.22.00.54-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Tadashi Yokoyama.

1. Astrodinâmica. 2. Missões espaciais. 3. Captura gravitacional. 4. Manutenção orbital. 5. Perturbações orbitais. I.Título.

CDU 629.785:521.35



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Rodolfo Vilhena de Moraes



Presidente / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Tadashi Yokoyama



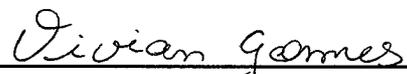
Orientador(a) / UNESP/RC / Rio Claro - SP

Dr. Othon Cabo Winter



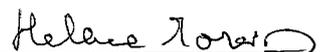
Membro da Banca / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Dra. Vivian Martins Gomes



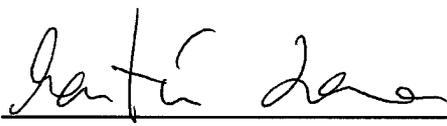
Convidado(a) / UNESP/GUARÁ / Guaratinguetá - SP

Dra. Maria Helena Moreira Morais



Convidado(a) / UNESP / Rio Claro - SP

Dr. Martin Lara



Convidado(a) / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

() unanimidade

Aluno (a): **Diogo Merguizo Sanchez**

São José dos Campos, 29 de Janeiro de 2015

*A meus avós, a meus pais, e à minha esposa Elixângela, luz
da minha vida*

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus pais, pelo incentivo e pelo apoio nas horas difíceis.

Aos meus orientadores Bertachini e Tadashi, não só pela orientação, mas pelo apoio e amizade.

Ao Rogerio, pelas valiosas discussões, pelo apoio e amizade.

Ao Pedro e Marcelo, pelo apoio e amizade.

Ao Beig e sua família.

Ao Samuel Murgel Branco (em memória) e sua família.

A minha família Ararense, Lúcia, Paulo, Anne, Valquíria e Aníbal.

Aos funcionários do INPE.

À Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo suporte financeiro.

Finalmente o agradecimento mais importante, a minha esposa, Elizângela, pelo companheirismo, apoio, incentivo e pela enorme paciência.

RESUMO

Neste trabalho propomos a utilização de nano-satélites, atuando como sondas, para a exploração de objetos distantes do Sistema Solar, como os TNO's (sigla em inglês para "Trans-Neptunian objects") Plutão e Haumea. Encontramos soluções ótimas para captura gravitacional de sondas por estes corpos, levando em consideração as perturbações orbitais do Sol, do potencial gravitacional destes corpos (e do potencial gravitacional de Caronte, no caso de Plutão). Para tanto, calculamos os valores dos coeficientes do potencial gravitacional de Haumea até grau e ordem quatro. Também consideramos a perturbação das luas que orbitam estes corpos (Hi'iaka e Namaka para Haumea; Caronte, Styx, Nix, Kerberos e Hydra para Plutão). Tais capturas ocorrem com economia de energia, já que os corpos são capturados com energia de dois corpos menor que zero. Mostramos quais perturbadores são mais importantes para cada sistema, para determinados valores de raio do periápside, através do método da integral da aceleração causada pelos perturbadores. Com o cruzamento dos resultados obtidos no estudo da captura gravitacional e no estudo da influência dos perturbadores, encontramos condições iniciais que levam à captura com economia de energia e estes corpos capturados permanecem em torno do sistema por um tempo mínimo de cinco anos. É possível também, através do método utilizado, encontrar condições iniciais que levam a possíveis colisões entre as sondas e corpos dos sistemas estudados.

Palavras-chave: Astrodinâmica. Missões espaciais. Captura gravitacional. Manutenção orbital. Perturbações orbitais. Manobras orbitais.

STUDY OF GRAVITATIONAL CAPTURE AND ORBITAL MAINTENANCE COSTS IN NON-KEPLERIAN DYNAMICS

ABSTRACT

We propose the use of nano-satellites, acting as probes for the exploration of distant objects in the solar system, like the TNO's (short for "Trans-Neptunian object") Pluto and Haumea. We find optimal solutions to gravitational capture of the probes for these bodies, taking into account the orbital perturbations of the sun, the gravitational potential of these bodies (and the gravitational potential of Charon, in the case of Pluto). Therefore, we calculate the values of the coefficients of the gravitational potential of Haumea to degree and order four. We also consider the perturbation of the moons which orbit these systems (Hi'iaka and Namaka for Haumea; Charon, Styx, Nix, Kerberos, and Hydra for Pluto). These captures occur with energy saving, since the bodies are captured with two-body energies less than zero. We show which disturbers are more important for the system for certain periapsis radius values by the method of the integral of the accelerations caused by the disturbers. By the comparison of the results obtained from the gravitational capture study and the study on the influences of the disturbers, we found initial conditions that lead to the capture with energy saving and these probes remain trapped around the system for a minimum of five years. It is also possible, using the same method, to find initial conditions leading to possible collisions between the the probes and the bodies of the systems studied.

Keywords: Astrodynamics. Space Missions. Gravitational Capture. Orbital Maintenance. Orbital Perturbation. Orbital Maneuvers.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Trajetória EH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e em um plano perpendicular ao da Eclíptica (direita).	10
2.2 Trajetória EH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e em um plano perpendicular ao da Eclíptica (direita), para um tempo de voo de 35 anos. 11	11
2.3 Trajetória EJH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Júpiter (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 35 anos.	12
2.4 Trajetória ESH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Saturno (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 35 anos.	12
2.5 Trajetória EJH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Júpiter (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 15 anos.	13
2.6 Trajetória ESH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Saturno (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 15 anos.	14
2.7 Esquerda: velocidade total mínima (lançamento somado a correções de trajetória), como função do tempo de voo, para as trajetórias EJH e ESH. Direita: velocidade de chegada da espaçonave a Haumea, também como função do tempo de voo. As janelas de lançamento foram: 24-28 de outubro de 2026 (EJH) e julho de 2030 - agosto de 2031 (ESH).	14
2.8 Trajetória EJH com aproximação pelo asteroide Hakone projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra, Hakone e Júpiter (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 12 anos.	16
3.1 Elipsoide triaxial que representa a forma de Haumea.	19
3.2 Geometria do problema de captura.	23
4.1 Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{20} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.	29

4.2	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{22} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.	30
4.3	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{40} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.	31
4.4	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{42} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.	32
4.5	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{44} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.	33
4.6	Excentricidade máxima atingida pelas sondas durante um período orbital, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.	34
4.7	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{20} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para o semi-eixo inicial de $4R_H$ (3840 km).	36
4.8	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do Sol, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para o semi-eixo inicial de $2R_H$ (1920 km).	37
4.9	Varição total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $2R_H$ (1920 km) para os dois casos.	38
4.10	Varição total de velocidade devido à contribuição individual do harmônico do potencial gravitacional de Haumea com coeficiente C_{20} , em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para o semi-eixo inicial de $2R_H$ (1920 km), com tempo de integração de 49,44 dias.	39

4.11	Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $2R_H$ (1920 km) e o tempo de integração é de 49,44 dias para os dois casos.	40
4.12	Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $38R_H$ (36480 km) para os dois casos.	42
4.13	Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $38R_H$ (36480 km) e o tempo de integração é de 49,44 dias para os dois casos. As regiões em branco representam escapes ou colisões entre a sonda e Hi'iaka.	43
4.14	Excentricidade máxima atingida pelas sondas durante o tempo de integração de 49,44 dias, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $38R_H$ (36480 km). Os pontos marcados com um "x" são pontos para os quais ocorreram colisões.	44
4.15	Economia de energia para a captura de uma sonda por Haumea, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{II} = 2R_H$	47
4.16	Economia de energia para a captura de uma sonda por Haumea, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{II} = 38R_H$	48
4.17	Excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor de Haumea durante período de integração máximo de cinco anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e correspondente tempo de vida desta sonda (b), para $\omega_0 = 0^\circ$. As retas pretas correspondem aos semi-eixos de Namaka e Hi'iaka.	50
4.18	Excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor de Haumea durante período de integração máximo de 250 anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e correspondente tempo de vida desta sonda (b), para $\omega_0 = 0^\circ$. As retas pretas correspondem aos semi-eixos de Namaka e Hi'iaka.	51
4.19	Economia de energia para a captura de uma sonda por Plutão, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{II} = 2R_P$, onde $R_P = 1195km$. Os pontos marcados com "x" são aqueles que levaram à colisões da sonda com Caronte.	53

4.20	Economia de energia para a captura de uma sonda por Plutão, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{\text{II}} = 50R_P$, onde $R_P = 1195\text{km}$.	54
4.21	Variação total de velocidade devido à contribuição individual dos termos J_2 (a) e J_{22} (b) do potencial gravitacional de Plutão, em função da inclinação inicial e do ângulo de aproximação, para $R_{\text{II}} = 2R_P$	56
4.22	Variação total de velocidade devido à contribuição individual dos termos J_2 (a) e J_{22} (b) do potencial gravitacional de Caronte, em função da inclinação inicial e do ângulo de aproximação, para $R_{\text{II}} = 2R_P$	57
4.23	Contribuição total de velocidade devido ao Sol, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\text{II}} = 2R_P$ (a) e $R_{\text{II}} = 50R_P$ (b).	58
4.24	Contribuição total de velocidade devido a Kerberos (a) e Hydra (b) como função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\text{II}} = 50R_P$.	60
4.25	Contribuição total de velocidade devido a Kerberos (a) e Hydra (b) como função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\text{II}} = 2R_P$.	61
4.26	Contribuição total de velocidade devido a Caronte em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\text{II}} = 2R_P$ (a) e $R_{\text{II}} = 50R_P$ (b).	62
4.27	Contribuição total de velocidade devido a Styx, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\text{II}} = 2R_P$ (a) e $R_{\text{II}} = 50R_P$ (b).	63
4.28	Contribuição total de velocidade devido a Nix, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\text{II}} = 2R_P$ (a) e $R_{\text{II}} = 50R_P$ (b).	64
4.29	Excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor do sistema Plutão-Caronte durante período de integração máximo de cinco anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e correspondente tempo de vida desta sonda (b), para $\omega_0 = 0^\circ$. As retas pretas correspondem aos semi-eixos de Caronte, Styx, Nix, Kerberos e Hydra.	66

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Datas ótimas de lançamento para diversas transferências.	14
2.2 Asteroides do cinturão principal que poderiam ser alcançados na transferência EJH.	16
3.1 Algumas características físicas e orbitais do sistema Plutão-Caronte. . . .	21
3.2 Coeficiente do potencial gravitacional de Haumea, em função da densidade e da razão axial.	21
3.3 Alguns parâmetros do sistema Haumea.	22

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 DA TERRA À HAUMEA	9
3 MODELOS E METODOLOGIA	17
3.1 Captura gravitacional	23
3.2 Manutenção orbital	25
4 RESULTADOS E DISCUSSÃO	27
4.1 Haumea	27
4.1.1 A forma de Haumea	27
4.1.2 Manutenção orbital	35
4.1.3 Captura gravitacional	44
4.1.4 Integrações de longo período	49
4.2 Plutão	52
4.2.1 Captura gravitacional	52
4.2.2 Manutenção orbital	55
4.2.3 Integrações de longo período	65
5 CONCLUSÕES	67
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	69

1 INTRODUÇÃO

Objetos transnetunianos (TNO's, sigla em inglês para “Trans-Neptunian objects”) são corpos que orbitam o Sol e possuem órbitas com valor do semi-eixo maior acima do semi-eixo maior de Netuno. A descoberta de TNO's com massas da ordem de grandeza da massa de Plutão levou a União Astronômica Internacional, em 2006, a definir novas regras para classificação planetária. Segundo esta classificação (IAU, 2006), um planeta anão é um corpo celeste que orbita o Sol, possui gravidade suficiente para ter forma arredondada, não limpou a vizinhança em torno de sua órbita e não é um satélite. Plutão, então, passou a ser classificado como planeta anão. Adicionalmente, planetas anões que possuem gelo em sua superfície, são informalmente chamados de planetas anões gelados.

O aperfeiçoamento das técnicas observacionais causou um grande aumento na descoberta de planetas anões no Sistema Solar na última década. O crescimento da população relativa destes objetos abre uma janela de oportunidade para o estudo da planetologia comparada. Entretanto, para que este estudo seja realizado, devem ser enviadas sondas que permaneçam longos períodos de tempo em órbita dos planetas anões gelados, pois tais objetos sofrem variações sazonais em sua superfície (GRUNDY et al., 2009), ou seja, uma única passagem pelo sistema poderia não captar variações na superfície destes objetos, como sublimação ou condensação da superfície gelada, fenômenos estes que poderiam ocorrer conforme os objetos se aproximam ou se afastam do Sol.

A sonda “New Horizons”, lançada em 19 de janeiro de 2006, é a primeira missão a objetos transnetunianos, planejada para fazer o reconhecimento do sistema Plutão-Charonte. Entretanto, esta não coletará detalhes sobre as variações sazonais da superfície de Plutão, pois fará apenas uma passagem pelo astro e suas luas, e não orbitará o objeto. Evidentemente, o papel da “New Horizons” na exploração espacial é muito importante. Segundo Young et al. (2008), a observação de Plutão estenderia o conhecimento a respeito de diversos outros corpos, como objetos formados a partir de impactos gigantes (tal como a Lua, considerando que esta se formou desta forma) e outros objetos formados no sistema solar externo (como cometas e planetas anões gelados). À época do lançamento da “New Horizons”, eram conhecidos, além de Charonte, apenas mais duas luas de Plutão, Nix e Hydra (WEAVER et al., 2005; WEAVER et al., 2006), cujas massas e órbitas foram bem determinadas somente dois anos mais tarde (THOLEN et al., 2008). Entre 2011 e 2012 foram descobertas mais duas luas, Styx e Kerberos (SHOWALTER et al., 2011; SHOWALTER et al., 2012), enriquecendo

ainda mais o cenário que a “New Horizons” encontrará em meados de 2015, época em que chegará ao sistema.

O sistema Plutão-Caronte ainda apresenta características dinâmicas muito interessantes, como a dupla ressonância spin-órbita entre Caronte e Plutão (DOBROWOLSKIS *et al.*, 1997), ou seja, o período de rotação de Plutão é igual ao período de translação de Caronte ao redor de Plutão, além deste também ser igual ao período de rotação de Caronte. As demais luas de Plutão também têm períodos orbitais quase comensuráveis com o período orbital de Caronte (ressonâncias de movimento médio), sendo 1 : 3.16, 1 : 3.90, 1 : 5.00 e 1 : 5.98 as razões entre o período orbital de Caronte e os períodos orbitais de Styx, Nix, Kerberos e Hydra, respectivamente.

Após a passagem pelo sistema Plutão-Caronte, a “New Horizons” ainda não possui destino definido, mas poderá estudar outros TNO’s além da órbita de Plutão.

Já a missão “Dawn” (RUSSEL *et al.*, 2005; RAYMAN *et al.*, 2006), lançada em setembro de 2007 com o objetivo de estudar o asteroide Vesta e o planeta anão Ceres, chegou ao seu primeiro corpo alvo (Vesta) em julho de 2011, após manobra assistida por gravidade (“swing-by”) com Marte. Permaneceu em torno deste asteroide por um ano, para então seguir viagem em direção a Ceres, onde deve chegar em fevereiro de 2015.

Inspirados pelas missões “Dawn” e “New Horizons”, exploraremos no presente trabalho etapas importantes para missões espaciais, como a captura gravitacional de sondas pelo corpo alvo e os custos de manutenção orbital destas sondas em torno dos objetos. Escolhemos como corpos alvo o Planeta anão gelado Haumea e o próprio Plutão, considerando em nosso modelo as novas luas descobertas. Não temos, entretanto, a pretensão de planejar uma missão completa a estes corpos, já que não contemplaremos neste trabalho as etapas do planejamento de missões que envolvem o estudo das características do sistema de propulsão, das fontes de energia e a própria massa da sonda, parâmetros que influenciam diretamente no tempo de chegada da sonda ao objeto (PONCY *et al.*, 2011).

O planeta anão gelado Haumea (que tem por antiga denominação 2003EL61) é um dos objetos transnetunianos mais intrigantes. Descoberto pela equipe de Mike Brown (BROWN *et al.*, 2005) e pela equipe de J. L. Ortiz (McKEE, 2005), Haumea é um elipsoide triaxial, que possui curto período de rotação (3,9155 horas) e é orbitado por duas luas, Hi’iaka e Namaka (RAGOZZINE; BROWN, 2009). Com características espectrais únicas, Haumea tem densidade entre 2,6 g/cm³ e 3,3 g/cm³, o que im-

plica em baixa fração de gelo (RAGOZZINE; BROWN, 2009; DUMAS et al., 2011), e pode ser “pai” de uma família colisional que inclui suas duas luas. Vários trabalhos com simulações desta família colisional foram publicados nos últimos anos, como o trabalho de Volk e Malhotra (2012).

Por suas singularidades, Haumea foi considerado pela comunidade científica, em carta branca sobre a exploração de planetas anões gelados (GRUNDY et al., 2009), como um alvo prioritário na exploração de objetos transnetunianos. Ademais, o estudo da superfície de Haumea pode fornecer informações úteis sobre este particular grupo de TNO’s e sobre a história do Sistema Solar externo (PINILLA-ALONSO et al., 2009). Além disso, embora Haumea tenha massa da mesma ordem de grandeza que Plutão, este sistema possui uma dinâmica completamente diferente do sistema Plutão-Charon, por causa do número de satélites e, principalmente, por causa da forma de Haumea.

Um dos maiores desafios técnicos de planejar uma missão que orbite um TNO reside no fato de que uma sonda que sai da Terra, após um razoável tempo de voo (em torno de 15 anos), chega ao TNO com uma velocidade tal que impossibilitaria manobras de captura, devido ao gasto de combustível para gerar as manobras necessárias para completar a captura (PONCY et al., 2011).

A fim de saber qual o valor da velocidade de aproximação de uma espaçonave em Haumea e qual seria o tempo de voo durante a transferência entre a Terra e Haumea, utilizamos o modelo de “patched conics” (CURTIS, 2010; SUKHANOV, 2010) para calcular trajetórias Terra-Haumea, passando por Saturno e/ou Jupiter, além de verificar possíveis asteroides que poderiam ser visitados durante o trajeto Terra-Haumea. Encontramos, dentre os casos estudados, uma trajetória ótima com tempo de voo de 12 anos, após “swing-by” com Júpiter. Nesta trajetória, uma sonda convencional chega a Haumea com uma velocidade de aproximação de 19,373 km/s. Encontramos ainda 19 asteroides que poderiam ser visitados durante esta trajetória. Este estudo encontra-se no Capítulo 2.

Com esta velocidade, uma nave convencional não poderia sofrer uma manobra de inserção no sistema (CURTIS, 2010). A fim de fornecer uma possível solução para este problema em futuras missões, propomos a utilização de nano-satélites, que são satélites geralmente cúbicos, com arestas de 10 cm, liberados de uma nave principal quando esta passar pelo sistema estudado (Haumea ou Plutão, em nosso caso). Como a massa destas pequenas sondas seria bem menor em comparação à massa de uma nave usualmente utilizada em missões convencionais, como a “New Horizons”,

o ato de liberação das pequenas sondas pela nave principal poderia ser capaz de fornecer energia suficiente para que estas fossem capturadas pelo sistema. Em outras palavras, como o impulso que um propulsor aplica sobre a nave no ponto de inserção da órbita desejada é diretamente proporcional à massa da nave, as pequenas sondas precisariam de um impulso muito menor, se comparado com as naves convencionais. Se o sistema de liberação das pequenas sondas fosse executado por molas, por exemplo, tais molas poderiam ser capazes de aplicar o impulso necessário para inserir as pequenas sondas no sistema Haumea ou Plutão.

Um outro ponto a ser mencionado é o sistema de comunicação entre as sondas e a Terra. Como a capacidade de comunicação das pequenas sondas, por motivos óbvios, é reduzida, a sonda principal funcionaria como uma estação de transmissão, fazendo a ponte de comunicação entre as pequenas sondas e a Terra, transmitindo os dados colhidos. A nave principal, portanto, poderia carregar várias pequenas sondas, cada uma com uma função diferente, que seriam liberadas como um enxame em torno do corpo alvo, fazendo diversas medidas simultaneamente.

A captura gravitacional é compreendida como sendo um fenômeno onde uma partícula (como as pequenas sondas propostas aqui) com massa desprezível tem o valor de sua energia de dois corpos, com relação a um primário, modificado de positivo para negativo (VIEIRA-NETO; PRADO, 1995). Esta captura, no problema restrito de três corpos, é sempre temporária e, depois de algum tempo, a energia da partícula se torna positiva novamente e a partícula deixa a vizinhança do primário (VIEIRA-NETO; PRADO, 1995). Em nosso caso, consideraremos capturada uma sonda que permaneça em torno do corpo alvo por cinco anos. Este tempo possibilita uma margem grande de segurança para uma missão real a um dos TNO's estudados, que possivelmente duraria cerca de uma ano, a exemplo da missão "Dawn". Além disso, a possibilidade da aplicação prática deste fenômeno se dá pelo fato de que, quando a partícula está temporariamente capturada pelo primário, um impulso pode ser aplicado à partícula tornando a captura permanente. Isto possibilita economia de combustível quando se deseja transferir uma nave de um primário a outro, como numa transferência da Terra à Lua. A aplicação das técnicas da captura gravitacional em astronáutica inicia-se com Belbruno (1987), que estudou a inserção de um satélite artificial em torno da Lua, a partir de captura gravitacional.

Um episódio icônico envolvendo captura gravitacional e satélites artificiais foi o da missão da espaçonave Hitten (originalmente chamada de MUSES-A), no qual uma outra espaçonave, a Hagomoro (inicialmente chamada de MUSES-B), carregada pela

Hiten, que foi liberada na órbita da Lua, parou de enviar sinais poucos minutos após a liberação. Então, trajetórias de captura gravitacional foram usadas para permitir que a Hiten entrasse na órbita lunar com baixo consumo de combustível (BELBRUNO; MILLER, 1990). A Agência Espacial Japonesa colocou este conceito em prática, o que garantiu o sucesso da missão. Com este resultado positivo, cresceu o número de estudos na área de captura gravitacional (BELBRUNO; MILLER, 1990; BELBRUNO, 1990; BELBRUNO; MILLER, 1993; BELBRUNO, 1994). O mecanismo de captura é bem descrito por Yamakawa (1992), Yamakawa et al. (1992), Yamakawa et al. (1993).

Historicamente, estudos sobre captura gravitacional permeiam a astronomia desde o início do século XX, exemplos disso são os estudos de See (1909a), See (1909b). See mostrou, utilizando o modelo do Problema Restrito de Três Corpos, que eram possíveis capturas no Sistema Solar, ideia contrária ao pensamento científico da época. A motivação para estes estudos foi a descoberta de satélites com órbitas consideravelmente excêntricas, inclinadas e com altos valores de semi-eixo maior. O primeiro deles, Phoebe, foi descoberto em 1899 (PICKERING, 1899). Tais satélites, um contraponto aos demais satélites conhecidos à época (órbitas quase circulares, equatoriais e próximas aos planetas), tinham por explicação mais plausível de sua existência a captura gravitacional. Então, a questão era: como um pequeno corpo do Sistema Solar, como um cometa ou um asteroide, orbitando o Sol, torna-se um satélite estável de um planeta (DVORAK, 1986)?

Com a melhoria dos métodos de observação, cresceu o número dos satélites excêntricos (hoje chamados de irregulares, em oposição aos demais, chamados regulares) descobertos, e o estudo sobre captura gravitacional ganhou força. Numa primeira tentativa de explicar o processo de captura, Hunter (1967a), Hunter (1967b), fez integrações numéricas, simulando partículas na vizinhança de Júpiter, utilizando o modelo do problema restrito de três corpos elíptico tridimensional. Os primeiros 20 anos de estudos sobre captura, a partir do trabalho de Hunter, estão bem resumidos no trabalho de Dvorak (1986).

Hoje sabemos que os satélites regulares se formaram a partir do disco de acreção de seus planetas (CANUP; WARD, 2002; CANUP; WARD, 2006) e o conceito de captura continua a explicar de maneira satisfatória a existência dos satélites irregulares. De fato, capturas temporárias de corpos que passam por planetas são comuns (JEWITT; HAGHIGHIPOUR, 2007), o caso mais famoso é o do cometa D/Shoemaker-Levi-9, que colidiu com Júpiter em 1997. Entretanto, capturas permanentes de corpos que

possuíam órbitas heliocêntricas e passam a ter órbitas planetocêntricas estáveis requerem a ação de alguns processos não conservativos, como arrasto gasoso (POLLACK et al., 1979; JEWITT; HAGHIGHIPOUR, 2007), o que implica que os satélites irregulares teriam sido capturados enquanto os planetas ainda possuíam discos gasosos ao seu redor.

Neste trabalho, seguimos o conceito de captura que leva em consideração a mudança de sinal da energia de dois corpos das sondas em relação ao corpo alvo. Como Vieira-Neto e Prado (1995), estamos interessados em encontrar configurações nas quais a perda de energia da sonda para o corpo alvo seja maximizada em um intervalo de tempo que garanta a viabilidade das missões. Buscamos condições iniciais que levam a escapes em integrações retroativas no tempo que, conseqüentemente, em integrações no sentido convencional do tempo, levam a capturas. Utilizamos um modelo de N corpos tridimensional considerando as perturbações dos satélites naturais respectivos a cada sistema (sistema de Haumea e Plutão) e do Sol. Consideramos também as perturbações devidas aos termos com coeficientes J_2 e J_{22} do potencial gravitacional de Plutão e Caronte, e dos termos com coeficientes C_{20} , C_{22} , C_{40} , C_{42} e C_{44} do potencial gravitacional de Haumea. Um estudo similar, usando o problema planar, foi feito por Brasil et al. (2015), em um estudo sobre a captura gravitacional de uma espaçonave por Júpiter. Vieira-Neto e Winter (2001) conduziram um estudo similar de captura gravitacional de satélites por Urano. No Capítulo 3 explicaremos em detalhes o modelo utilizado em nosso estudo de captura gravitacional.

Por outro lado, a estabilidade destas pequenas sondas ao redor do corpo alvo deve ser levada em consideração na escolha das órbitas que poderiam ser úteis na captura gravitacional. Neste sentido, medimos a variação total da velocidade, sobre as sondas, causada pelos perturbadores do sistema (mencionados anteriormente), através do uso do método da integral das acelerações sobre o tempo (PRADO, 2013; PRADO, 2014). A vantagem deste método é que podemos medir a variação total de velocidade causada por um perturbador (como o Sol) sem desconsiderar outras perturbações. Mostramos, para conjuntos de valores de condições iniciais, como o raio do periápside e a inclinação das sondas, quais forças perturbadoras são mais importantes. Carvalho et al. (2014) realizou estudo de estabilidade, de maneira similar a Prado, para uma sonda em torno de Europa (satélite de Júpiter), e Deienno (2012) seguiu este método para estudar satélites artificiais em torno de Urano.

A variação total de velocidade que o satélite pode sofrer, devido a cada perturbador, fornecida pela técnica da integral das acelerações, reflete a variação da quantidade

de movimento que o satélite sofre, por período orbital, devido a estes perturbadores. Esta quantificação pode ser útil de diversas maneiras. Se convertida em massa (através da equação do foguete), esta seria a massa de combustível utilizada para anular a força perturbadora que causa tal variação de velocidade durante um período orbital, o que implicaria na quantidade de combustível utilizada para a manutenção orbital de uma nave em torno do corpo alvo, caso esta nave tivesse um limite zero para desvios em relação à órbita kepleriana de referência. Por outro lado, como estamos considerando que nano-satélites, ou pequenas sondas, como os temos chamado até aqui, seriam utilizados para a exploração de Haumea e de Plutão, a manutenção orbital não seria possível, dadas as limitações de tamanho destas sondas, pois não seria possível alocar espaço e massa para os equipamentos necessários. Estes “mapas de perturbação”, que é como chamaremos os gráficos que mostram a variação total de velocidade devido a um determinado perturbador em função dos valores iniciais de argumento de perigeu e inclinação das pequenas sondas, revelariam conjuntos de condições iniciais que levariam a órbitas mais ou menos perturbadas.

Se uma sonda for lançada em uma região de pouca perturbação (baixa variação total de velocidade em um período orbital), esta tem grandes chances de sobreviver em torno do corpo alvo pelos cinco anos de missão, e poderia ser usada para mapear sua superfície, pois a baixa perturbação implica em uma baixa taxa de variação dos elementos keplerianos, o que implicaria em órbitas mais estáveis. Se, por outro lado, uma sonda for colocada em uma região com grande perturbação, cenário oposto ao anterior, esta pode colidir com o corpo alvo, ou mesmo com uma de suas luas, provocando suspensão de partículas da superfície, que poderiam ser quimicamente analisadas por outra pequena sonda, já que a exploração se daria por um enxame destas. De fato, no Capítulo 4, mostramos que estes mapas de perturbação podem inclusive serem utilizados para prever condições iniciais com potencial para levar a colisões entre as pequenas sondas e os membros do sistema estudado.

Também no Capítulo 4, as regiões de estabilidade encontradas através deste estudo serão confrontadas com as órbitas encontradas no estudo de captura. Como resultado desta confrontação de dados, teremos órbitas ótimas para a permanência de sondas em torno dos alvos já citados

Não pretendemos aqui desenhar uma missão completa a Haumea ou Plutão, pois não é o objetivo de nosso trabalho resolver os problemas técnicos deste tipo de missão, tais como tipo de propulsor etc. Entretanto, fornecemos aqui uma ideia de tipo de exploração, através da utilização de pequenas sondas. Além disso, apresentamos

técnicas, como a dos mapas de perturbação, que poderiam ser utilizadas para o desenho de missões futuras, como por exemplo sondas para sensoriamento remoto de planetas anões gelados, ou até mesmo luas de planetas do Sistema Solar.

2 DA TERRA À HAUMEA

Encontrar trajetórias ótimas partindo da Terra com chegada ao sistema de Haumea consiste em encontrar uma trajetória que equilibre o valor da velocidade total de lançamento e o valor do excesso de velocidade de chegada da espaçonave a Haumea. Para tanto, geramos um conjunto de trajetórias entre Terra e Haumea usando o modelo “patched-conic” levando em consideração encontros próximos com alguns planetas, como Júpiter e Saturno. Encontramos datas para o início da missão entre os anos de 2020 e 2035, e as trajetórias de transferência são ótimas em termos do consumo de combustível (representado por um ΔV total mínimo). Nestas trajetórias, a espaçonave passa pelo maior número de corpos possível. O acréscimo de corpos na trajetória entre a Terra e Haumea permite o aumento da velocidade da espaçonave via manobras assistidas por gravidade, tornando a missão mais interessante em termos de baixo consumo de combustível, além de aumentar o retorno científico, já que, durante a passagem próxima da espaçonave por corpos celestes, esta obteria valiosos dados dos corpos visitados. O método “patched-conic” é um método muito bem conhecido e foi usado no planejamento de diversas missões, como uma missão ao Sol utilizando manobras assistidas por gravidade com os planetas internos (SUKHANOV, 1999), uma missão a Netuno (SOLORZANO et al., 2008) etc. A descrição do método pode ser encontrada em diversas publicações, como por exemplo em Curtis (2010), Sukhanov (2010). Kohlhase e Penzo (1977), D’Amario et al. (1982), Dunhan e Davis (1985), Casalino et al. (1999), Strange e Longuski (2002) são outros exemplos de planejamento de missões nos quais esta técnica foi usada.

As características orbitais do sistema de Haumea (como por exemplo a grande distância entre Haumea e a Terra e a obliquidade de Haumea) causam restrições na escolha de janelas de lançamento para uma missão a este sistema. Uma primeira opção, intuitiva, seria uma trajetória direta entre a Terra e Haumea (EH). Neste caso, a espaçonave voaria da Terra à Haumea sem passar por outros planetas. Para esta opção, a data ótima de lançamento (dentro do intervalo 2020-2035) é 16 de janeiro de 2029, com uma velocidade total mínima de 8,280 km/s e velocidade de chegada a Haumea de 4,377 km/s. A velocidade total mínima é a soma da velocidade de lançamento e manobras efetuadas durante o percurso (eventuais correções de trajetória), entretanto, esta reflete a velocidade de lançamento, já que as correções de trajetória durante o percurso são quase desprezíveis. Apesar do baixo valor de chegada da espaçonave a Haumea, o tempo de voo, neste caso, foi igual a 71,15 anos. Este valor de tempo de voo torna impraticável o uso desta trajetória, sem contar o fato de que, por não passar por outros planetas, teria baixo retorno científico. A

Figura (2.1) mostra a projeção desta trajetória no plano da Eclíptica e em um plano perpendicular ao da eclíptica. Podemos notar que a trajetória inteira está contida no plano da Eclíptica.

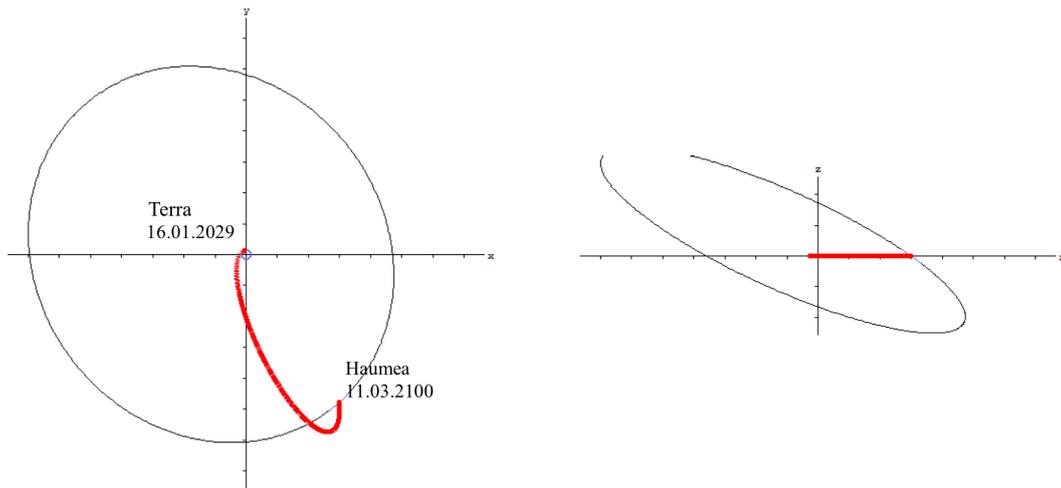


Figura 2.1 - Trajetória EH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e em um plano perpendicular ao da Eclíptica (direita).

A Figura (2.2) mostra a trajetória EH com restrição de tempo de voo de 35 anos. Podemos observar que a trajetória não está mais toda contida no plano da Eclíptica, devido à posição de Haumea na data de chegada da espaçonave. Portanto, para uma transferência para Haumea que seja executável (pensando em um tempo de voo máximo de 35), todas as trajetórias estarão fora do plano da Eclíptica. Para a transferência mostrada na Figura (2.2), a data de lançamento é 29 de janeiro de 2034 e a velocidade total mínima é de 17,898 km/s, sendo a velocidade de chegada a Haumea de 4,787 km/s. Embora a velocidade próximo a Haumea seja bem menor do que no caso anterior, a velocidade de lançamento é alta. Pode-se concluir que, se diminuísimos o tempo de voo, um aumento na velocidade de lançamento é esperada, tornando imprópria a transferência direta a Haumea.

Outras possibilidades de transferências surgem com a inclusão de passagem por planetas durante a execução da trajetória. A adição destes corpos celestes possibilita a manobra assistida por gravidade entre o planeta e a espaçonave, já que a energia heliocêntrica da espaçonave muda durante a passagem. O resultado é uma manobra não impulsiva que pode aumentar ou diminuir a energia heliocêntrica da sonda

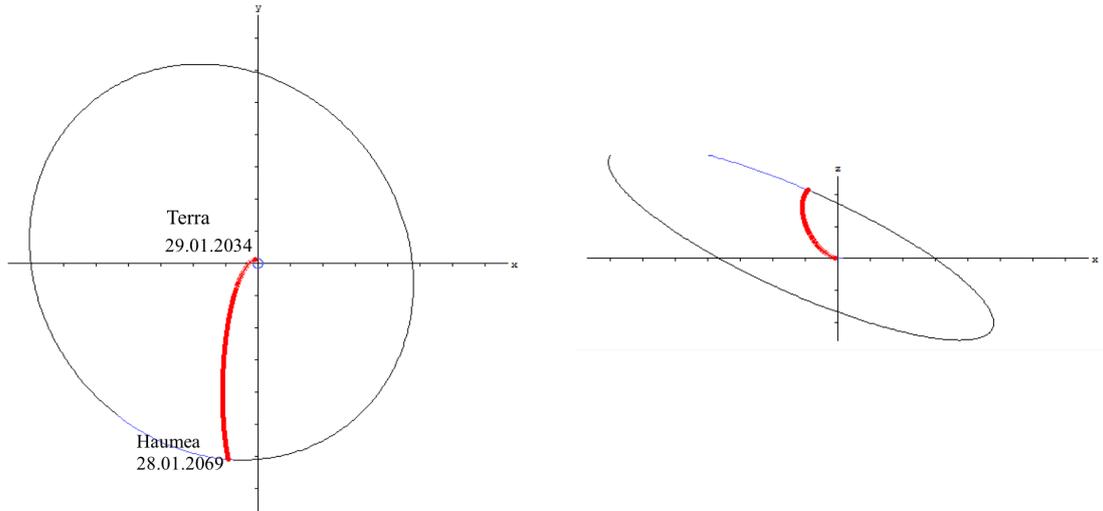


Figura 2.2 - Trajetória EH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e em um plano perpendicular ao da Eclíptica (direita), para um tempo de voo de 35 anos.

(dependendo da geometria do encontro) e, conseqüentemente, reduzir o consumo de combustível para cumprir a missão. Testamos transferências usando encontros próximos da espaçonave com Júpiter e Saturno. Para o intervalo de tempo considerado, Vênus, Urano e Netuno não estão em boas posições orbitais. Trajetórias com encontros próximos combinados com Júpiter e Saturno também não são possíveis, devido ao mesmo motivo. A Figura (2.3) mostra uma trajetória EJH, uma opção de missão na qual a espaçonave, após partida da Terra, faz manobra assistida por gravidade com Jupiter para chegar à Haumea, levando em conta um tempo de voo máximo de 35 anos. Para esta trajetória, a velocidade total mínima é de 7,519 km/s e a velocidade de chegada é de 5,241 km/s, com tempo de voo de 33,04 anos. A data ótima de lançamento é 24 de outubro de 2016.

Se considerarmos Saturno ao invés de Júpiter e também limitando o tempo de voo a 35 anos, encontramos 7,449 km/s de velocidade total mínima e 5,880 km/s de velocidade de aproximação em Haumea, para um tempo de voo de 34,99 anos. A data ótima de lançamento é primeiro de agosto de 2030. Comparando os resultados da trajetória anterior (EJH) com esta (ESH), para o tempo de voo máximo de 35 anos, podemos concluir que os valores são bastante próximos, embora a data de lançamento da trajetória ESH seja quatro anos depois da data de lançamento da trajetória EJH. A Figura (2.4) mostra a trajetória ESH. Como mencionado anteriormente, uma trajetória do tipo EJSH (Terra-Júpiter-Saturno-Haumea) não é possível com data

de lançamento entre os anos 2020 e 2035.

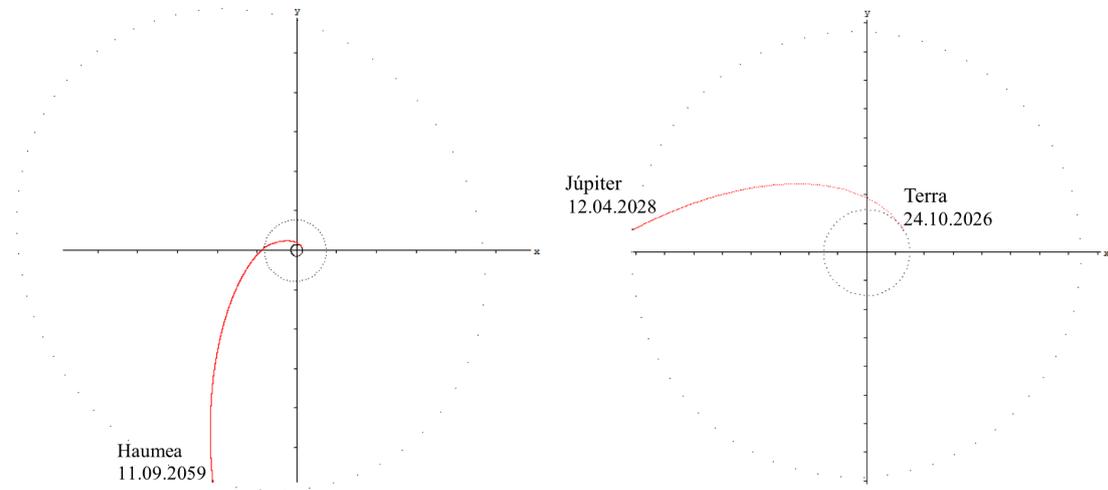


Figura 2.3 - Trajetória EJH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Júpiter (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 35 anos.

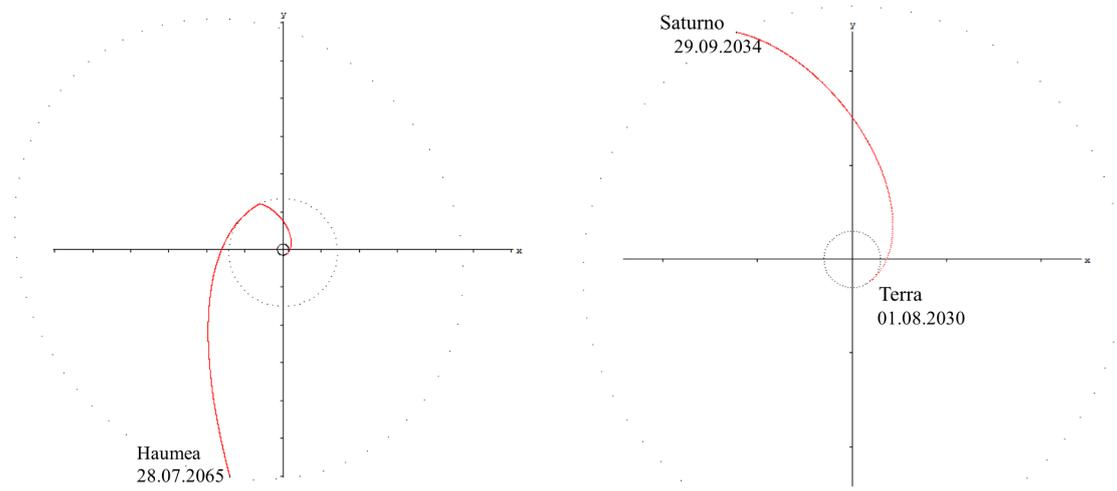


Figura 2.4 - Trajetória ESH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Saturno (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 35 anos.

Um tempo de voo de 35 anos não é prático em termos de execução da missão.

Diminuindo o tempo de voo máximo para 15 anos, encontramos para a trajetória EJH velocidade total mínima de 8,345 km/s, com 14,833 km/s de velocidade de chegada à Haumea em 15,99 anos. A data ótima de lançamento, neste caso, é 28 de outubro de 2016. Já para a trajetória ESH, com data de lançamento ótima em 22 de agosto de 2031, encontramos os valores 13,982 km/s para a velocidade total mínima e 20,959 km/s para a velocidade de chegada, em 14,99 anos de tempo de voo. Com nossa proposta exploração de Haumea via enxame de nano-satélites carregados pela espaçonave, estes valores altos de velocidade de chegada não são um empecilho à missão. As Figuras (2.5) e (2.6) mostram as trajetórias EJH e ESH, respectivamente, para tempo de voo máximo de 15 anos. Já a Figura (2.7) mostra a velocidade total mínima para a transferência (ΔV) e a velocidade de aproximação em Haumea (V_∞) como uma função do tempo de voo para as trajetórias EJH e ESH. Podemos observar que as velocidades são similares para tempos de voo maiores que 25 anos, entretanto, para curtos tempos de voo, a trajetória EJH se destaca, o que faz dela a escolha ótima para a missão a Haumea. A Tabela 2.1 sumariza a comparação entre as trajetórias EH, EJH e ESH, mostrando a data ótima de lançamento, a velocidade de aproximação em Haumea (V_∞), a velocidade total mínima para a transferência (ΔV) e o tempo de voo.

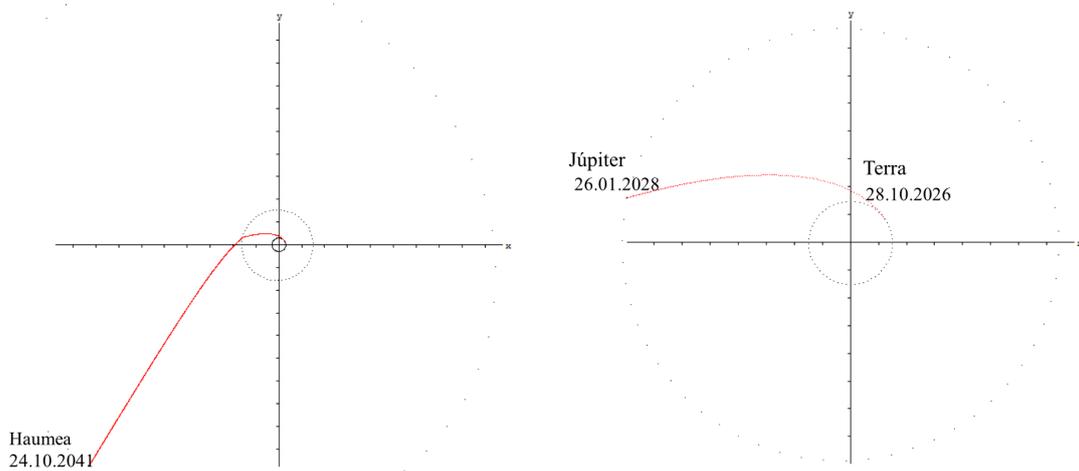


Figura 2.5 - Trajetória EJH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Júpiter (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 15 anos.

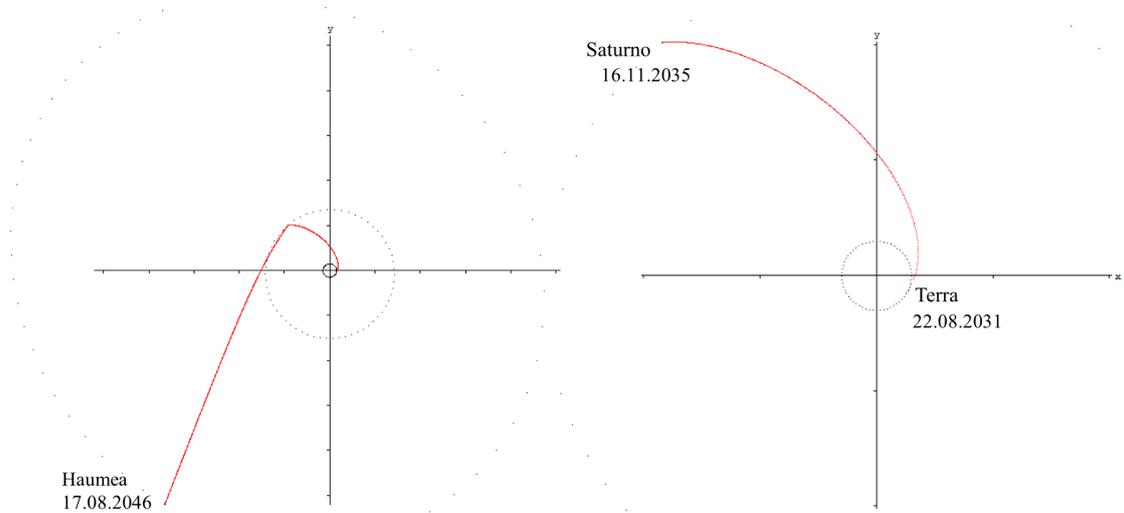


Figura 2.6 - Trajetória ESH projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra e Saturno (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 15 anos.

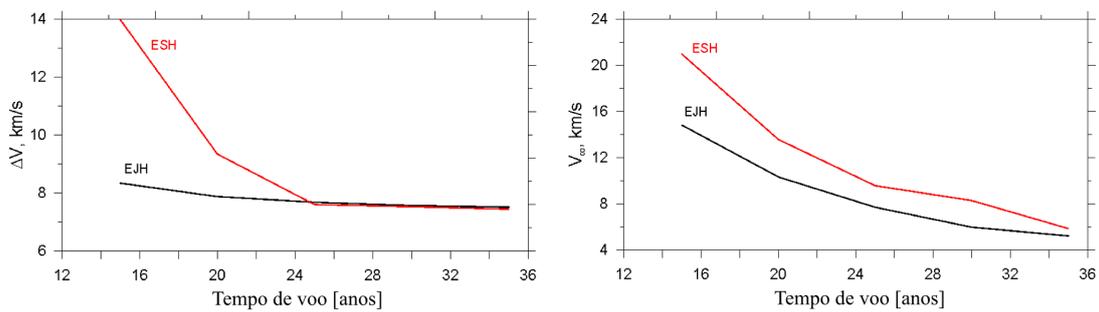


Figura 2.7 - Esquerda: velocidade total mínima (lançamento somado a correções de trajetória), como função do tempo de voo, para as trajetórias EJH e ESH. Direita: velocidade de chegada da espaçonave a Haumea, também como função do tempo de voo. As janelas de lançamento foram: 24-28 de outubro de 2026 (EJH) e julho de 2030 - agosto de 2031 (ESH).

Tabela 2.1 - Datas ótimas de lançamento para diversas transferências.

Transferência	Lançamento	V_{∞} [km/s]	ΔV [km/s]	Tempo de voo [anos]
EH	16/01/2029	4,377	8,280	71,15
EH	29/01/2034	4,787	17,898	35,00
EJH	24/10/2026	5,241	7,519	33,04
ESH	01/08/2030	5,880	7,779	34,99
EJH	28/10/2026	14,833	8,345	14,99
ESH	22/10/2031	20,959	13,982	14,99

Considerando a melhor trajetória encontrada até o momento, a trajetória EJH, podemos reduzir ainda mais o tempo de voo, para 12 anos (de maneira a obter uma missão mais realística em termo de execução) e buscar por asteróides no cinturão principal (situado entre Marte e Júpiter) que podem ser visitados pela espaçonave durante a passagem entre a Terra e Jupiter. Limitamos a velocidade necessária para fazer correções na trajetória para se aproximar do asteróide a 0,5 km/s. Buscamos asteróides em um raio de cinco milhões de quilômetros em torno da trajetória da espaçonave. Com isso, encontramos 19 asteróides que poderiam ser visitados durante a missão. A Tabela 2.2 mostra a data de aproximação, o nome do asteróide, o diâmetro (D), a distância (R) dos encontros próximos (ou seja, o quão próxima a sonda pode passar por estes asteróides) e a variação de velocidade (ΔV_c) necessária para que a espaçonave corrija a trajetória com a finalidade de se aproximar de cada um dos asteróides. Dentre os asteróides encontrados, 1098 Hakone é o único com diâmetro conhecido, e a Figura (2.8) mostra uma trajetória EJH com encontro próximo pelo asteróide Hakone. Nesta trajetória, encontramos $\Delta V = 8,783$ km/s, $V_\infty = 19,373$ km/s, $\Delta V_c = 0,919$ km/s, $T_F = 11,99$ anos, com data ótima de lançamento em 01/11/2026. Poderíamos planejar uma missão com trajetória que encontrasse com outros asteróides, entretanto, como, dentre os asteróides encontrados, Hakone é o único com diâmetro conhecido, esta é a trajetória que consideraremos como a mais realista de nosso trabalho. Com isto, a velocidade de chegada da espaçonave ao sistema Haumea seria de 19,373 km/s. Nos próximos capítulos trataremos sobre a captura e a manutenção das sondas carregadas pela espaçonave no sistema de Haumea.

Tabela 2.2 - Asteroides do cinturão principal que poderiam ser alcançados na transferência E.JH.

Data de aprox.	Asteroide	D [km]	R [$\times 10^6$ km]	ΔV_c [km/s]
27/02/2027	74754 1999 RO198	-	2,239	0,468
27/02/2027	80793 2000 CX86	-	1,415	0,296
4/03/2027	102834 1999 VF190	-	0,712	0,149
12/03/2027	43449 2000 YC83	-	1,801	0,410
5/04/2027	150795 2001 RR52	-	2,182	0,425
10/04/2027	1098 Hakone	24,7	2,010	0,394
8/04/2027	43614 2002 AT187	-	2,430	0,469
21/04/2027	19127 Olegefremov	-	1,791	0,333
27/04/2027	24198 Xiaomengzeng	-	2,246	0,417
21/04/2027	69762 1998 QS5	-	1,610	0,304
21/04/2027	126935 2002 EN146	-	2,584	0,481
28/04/2027	86928 2000 HJ62	-	0,920	0,166
30/04/2027	118225 1996 TP18	-	2,643	0,469
11/05/2027	8495 1990 QV1	-	1,687	0,273
22/05/2027	48777 1997 QE5	-	2,277	0,410
30/05/2027	26921 Jensallit	-	2,270	0,377
4/06/2027	71298 2000 AH62	-	2,540	0,447
31/05/2027	133576 2003 UE49	-	2,881	0,459
9/06/2027	112577 2002 PA53	-	2,466	0,397

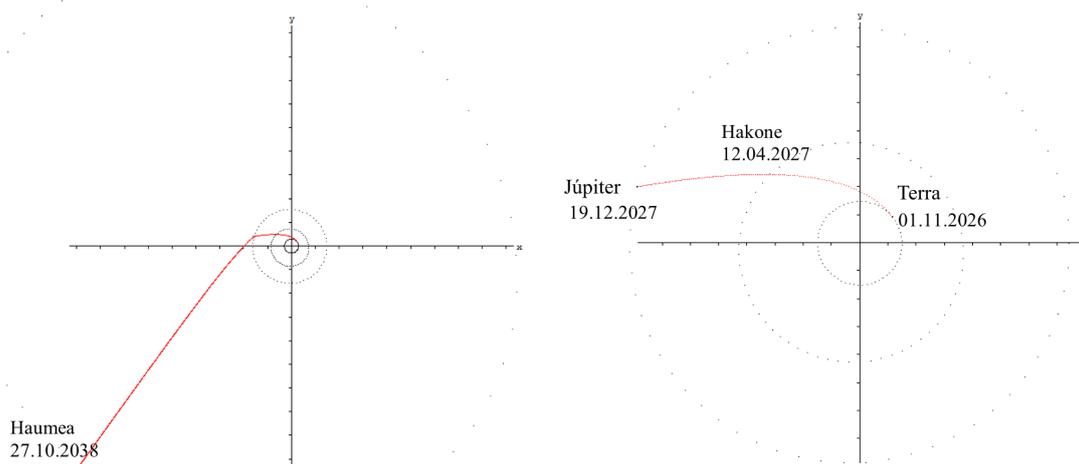


Figura 2.8 - Trajetória E.JH com aproximação pelo asteroide Hakone projetada no plano da Eclíptica (esquerda) e uma ampliação da trajetória entre a Terra, Hakone e Júpiter (direita), para um tempo de voo máximo limitado a 12 anos.

3 MODELOS E METODOLOGIA

As equações de movimento dos nano-satélites (doravante chamadas apenas de sondas) podem ser escritas, de maneira generalizada, da seguinte forma:

$$\ddot{\vec{r}} = -\frac{GM_B}{|\vec{r}|^3}\vec{r} + G \sum_{j=1}^{N-1} M_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}}{|\vec{r}_j - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right) + \vec{P}_B, \quad (3.1)$$

onde N é o número de corpos do sistema ($N = 4$ para Haumea e $N = 7$ para o sistema de Plutão), G é a constante gravitacional, M_B , M_j , e \vec{r}_j são as massas do corpo central (Haumea ou Plutão), as massas e vetores posição dos corpos perturbadores (o Sol, Caronte, Styx, Nix, Kerberos, e Hydra, para Plutão; o Sol, Namaka e Hi'iaka, para Haumea), respectivamente. \vec{r} é o vetor posição da sonda. O sistema de referência é centrado no corpo alvo (Haumea ou Plutão) e o plano de referência é formado pelo equador médio do corpo alvo, em uma dada época de referência. \vec{P}_B é a aceleração devido aos termos do potencial gravitacional do corpo alvo.

O potencial gravitacional de um planeta (em nosso caso, Haumea ou Plutão), em coordenadas esféricas polares, com sistema de referência fixo no astro, pode ser escrito na seguinte forma (HEISKANEN; MORITZ, 1967; MONTENBRUCK; GILL, 2001; BETHENCOURT et al., 2005):

$$V(r, \theta, \lambda) = \frac{GM_B}{r} + \frac{GM_B}{r} \sum_{n=2}^M \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_B}{r} \right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta), \quad (3.2)$$

onde R_B é o raio equatorial do planeta, r é a distância planetocêntrica, θ é a colatitude planetocêntrica e λ é a longitude planetocêntrica. \bar{C}_{nm} e \bar{S}_{nm} são os coeficientes dos harmônicos esféricos totalmente normalizados, e \bar{P}_{nm} são as funções associadas de Legendre totalmente normalizadas (ARFKEN; WEBER, 2005). M é o máximo grau e ordem da expansão em termos dos harmônicos esféricos. Como o termo do potencial $\frac{GM_B}{r}$ já é levado em consideração na Equação (3.1), o potencial de Haumea, Plutão ou Caronte pode ser escrito na seguinte forma:

$$V^*(r, \theta, \lambda) = \frac{GM_B}{r} \sum_{n=2}^M \sum_{m=0}^n \left(\frac{R_B}{r} \right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\cos \theta). \quad (3.3)$$

O gradiente do potencial apresentado pela Equação (3.3) foi calculado recursivamente, de maneira a permitir a análise da contribuição individual de cada termo

deste potencial na aceleração que este causa sobre o satélite, assim como [Sanchez et al. \(2014\)](#) fez para a Terra. Portanto, o termo \vec{P}_B é a soma das acelerações devidas a cada harmônico do potencial dos corpos, ou seja $\vec{P}_B = \vec{P}_H$ para o sistema de Haumea e $\vec{P}_B = \vec{P}_P + \vec{P}_C$ para o sistema Plutão Caronte, já que os dois apresentam achatamento. O cálculo de \vec{P}_C é feito em um sistema fixo em Caronte e as acelerações resultantes são transladadas para o sistema fixo em Plutão.

Algumas adaptações do modelo de [Sanchez et al. \(2014\)](#) precisaram ser feitas, e estas consistem, basicamente, em alterar o cálculo do ângulo do tempo sideral de *Greenwich* (cujo nome tem sentido somente para a Terra), que no caso dos corpos aqui estudados é contado a partir de um eixo de referência ξ (Figura 3.1), que tem a mesma direção do momento principal de inércia do corpo e completa uma rotação ao mesmo tempo em que o corpo central completa sua própria rotação, e calcular os coeficientes dos harmônicos do potencial, além das devidas translações para o cálculo da contribuição do achatamento de Caronte. No caso de Plutão e Caronte, como mencionado anteriormente, estes estão presos em uma dupla ressonância spin-órbita, então o período de rotação de Plutão é o mesmo de Caronte.

Como Haumea é um elipsoide triaxial, como mostrado na Figura 3.1, \vec{P}_B é a aceleração devido aos termos do potencial gravitacional de Haumea com coeficientes C_{20} , C_{22} , C_{40} , C_{42} , C_{44} . Já no caso de Plutão, levamos em consideração os termos J_2 e J_{22} do potencial gravitacional de Plutão e do potencial gravitacional de Caronte, como mencionado anteriormente. Devemos lembrar ainda que $J_{nm} = \sqrt{C_{nm}^2 + S_{nm}^2}$, por isso a diferença de notações. Além disso, os valores dos coeficientes foram normalizados para permitir o uso no modelo recursivo de potencial.

O cálculo dos coeficiente de Haumea, Plutão e Caronte seguiram modelos diferentes. No caso de Plutão e Caronte, a simetria quase esférica destes dois corpos permitiu que usássemos os valores de J_2 e J_{22} , tanto para Plutão quanto para Caronte, encontrados por [Beauvalet et al. \(2012\)](#). Estes valores, e alguns parâmetros orbitais e físicos de Plutão e suas luas, são apresentados na Tabela 3.1, onde ρ é a densidade do objeto, R é o raio equatorial e o conjunto (a, e, I) são os elementos orbitais semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita. Como Caronte e Plutão são ambos achatados, a perturbação mútua faz com que Plutão não seja um referencial totalmente inercial. Entretanto, como o período máximo de integração numérica para este sistema é de 10 anos, fizemos algumas simulações preliminares e verificamos que as variações causadas pelo achatamento mútuo são irrelevantes, não invalidando as equações de movimento (Equação 3.1) escritas neste referencial. Também pelo fato

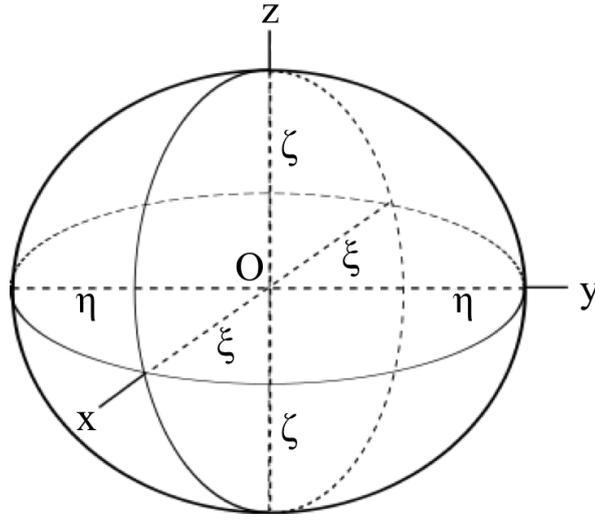


Figura 3.1 - Elipsoide triaxial que representa a forma de Haumea.

das variações devidas ao achatamento mútuo serem irrelevantes, a influência do achatamento só é levada em consideração nas equações de movimento das pequenas sondas e não nos corpos naturais do sistema. Esta escolha também foi tomada para simplificar as simulações e diminuir tempo computacional.

Já para Haumea, considerando que este é um elipsoide triaxial homogêneo (também chamado de elipsoide escaleno ou elipsoide de Jacobi), com semi-eixos ξ , η e ζ , como mostra a Figura 3.1, sendo $\xi > \eta > \zeta$, temos que $C_{nm} = 0$, para n ou m ímpares, e $S_{nm} = 0$ para todos os valores de n e m (grau e ordem do potencial gravitacional). Tomando a expansão do potencial gravitacional de Haumea até grau e ordem quatro, os termos remanescentes são dados por (ROSSI et al., 1999):

$$\begin{aligned}
 C_{20} &= \frac{2\zeta^2 - (\xi^2 + \eta^2)}{10R_H^2}, \\
 C_{22} &= \frac{\xi^2 - \eta^2}{20R_H^2}, \\
 C_{40} &= 3 \frac{3(\xi^4 + \eta^4) + 8\zeta^4 + 2\xi^2\eta^2 - 8(\xi^2 + \eta^2)\zeta^2}{140R_H^4}, \\
 C_{42} &= \frac{(\xi^2 - \eta^2)(2\zeta^2 - \eta^2 - \xi^2)}{280R_H^4}, \\
 C_{44} &= \frac{(\xi^2 - \eta^2)^2}{2240R_H^4},
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

onde R_H seria o raio equatorial de Haumea. Como Haumea, conforme mencionado

anteriormente, é triaxial, não é clara a definição do raio equatorial. Alguns autores, como [Ragozzine e Brown \(2009\)](#), utilizam o valor de um raio volumétrico efetivo. Como utilizaremos R_H como um parâmetro que indica a aproximação máxima que uma sonda pode fazer com Haumea, utilizamos como valor do raio equatorial de Haumea o semi-eixo principal ξ para R_H . Isto não gera imprecisões no cálculo do potencial gravitacional de Haumea, já que R_H é eliminado em seu cálculo.

Um outro fato a se considerar a respeito de Haumea é a incerteza no valor de sua densidade. Como sua massa é bem definida ([RAGOZZINE; BROWN, 2009](#)), uma variação em sua densidade implica diretamente em uma variação em seu tamanho. É preciso fixar valores limites para a proporção $\xi : \eta : \zeta$, pois, sem estes limites, densidades de 1 g/cm^3 (para Haumea muito alongado) a 3 g/cm^3 (Haumea mais compacto) são compatíveis com os dados observacionais mais recentes ([LOCKWOOD et al., 2014](#)). Esta mudança na densidade se dá pelo fato de que a massa é bem determinada, mas o volume varia de acordo com a proporção de eixos usada para seu cálculo. De fato, o trabalho de [Lockwood et al. \(2014\)](#) indica o valor mais provável de densidade ($2,6 \text{ g/cm}^3$), bem como a devida proporção $\xi : \eta : \zeta = 1,00 : 0,80 : 0,52$ para este caso. Entretanto, calculamos, para efeito de comparação, os valores dos termos do geopotencial do Haumea para três combinações de densidade e proporção, apresentados na Tabela 3.2. Apresentaremos no Capítulo 4 o efeito destes modelos na dinâmica das sondas devido ao potencial gravitacional de Haumea. Para os estudos de captura gravitacional e manutenção orbital, utilizaremos sempre os valores do modelo proposto por [Lockwood et al. \(2014\)](#), que corresponde ao modelo dois da Tabela 3.2.

As equações de movimento de todos os corpos (semelhantes à Equação (3.1)) são integradas juntamente com as equações de movimento da sonda, e todos os corpos são integrados a partir de uma mesma época. Como não levamos em consideração o potencial do corpo central para os satélites naturais dos dois sistemas pois, como mencionado anteriormente, simulações prévias mostraram que este efeito é irrelevante para o período de integração de nossas simulações, as equações dos satélites naturais (SN) ficam na forma:

$$\ddot{\vec{r}}_{SN} = -\frac{G(M_B + M_{SN})}{|\vec{r}_{SN}|^3}\vec{r}_{SN} + G \sum_{j=1}^{N-1} M_j \left(\frac{\vec{r}_j - \vec{r}_{SN}}{|\vec{r}_j - \vec{r}_{SN}|^3} - \frac{\vec{r}_j}{|\vec{r}_j|^3} \right), \quad (3.5)$$

onde M_{SN} e \vec{r}_{SN} são a massa e o vetor posição do satélite natural. Note que os satélites naturais são mutuamente perturbados.

Tabela 3.1 - Algumas características físicas e orbitais do sistema Plutão-Caronte* .

Objeto	Massa [kg]	R [km]	ρ [g/cm ³]	a [km]	e	I [graus]	J_2	J_{22}
Plutão	$1,304 \times 10^{22}$	1195	1,189	$5,95 \times 10^9$	0,25430	126,854	$9,01 \times 10^{-4}$	$2,70 \times 10^{-4}$
Caronte	$1,520 \times 10^{21}$	605	1,72	19596	0,00005	0,0	$1,14 \times 10^{-3}$	$3,42 \times 10^{-4}$
Styx	$1,498 \times 10^{16}$	4-14	-	42413	0,00001	0,0	-	-
Nix	$5,800 \times 10^{17}$	23-70	< 1,68	48690	0,00000	0,0	-	-
Kerberos	$1,648 \times 10^{16}$	7-22	-	57750	0,00000	0,4	-	-
Hydra	$3,200 \times 10^{17}$	29-86	< 0,88	64721	0,00554	0,3	-	-

* As massas de Plutão, Caronte, Nix e Hydra são dadas em [Tholen et al. \(2008\)](#); as massas de Styx e Kerberos, bem como os valores de suas densidades, raio equatorial médio e elementos orbitais de Caronte, Styx, Nix, Kerberos e Hydra são dados em [Brozović et al. \(2015\)](#). Os elementos orbitais de Plutão são dados com respeito à Eclíptica para a época 14 de julho de 2015. Os elementos orbitais de Caronte, bem como das menores luas de Plutão são dados com referência ao plano equatorial de Plutão, sendo plutocêntrico para Caronte e baricêntrico para as demais luas.

Tabela 3.2 - Coeficiente do potencial gravitacional de Haumea, em função da densidade e da razão axial.

Modelo	ρ [g/cm ³]	ξ [km]	$\xi : \eta : \zeta$	C_{20}	C_{22}	C_{40}	C_{42}	C_{44}
1	2,6 ^a	980	1,00:0,77:0,51	-0,108337	0,020008	0,053733	-0,15483	$0,71488 \times 10^{-4}$
2	2,6 ^b	960	1,00:0,80:0,52	-0,111160	0,017833	0,055682	-0,14159	$0,56789 \times 10^{-4}$
3	3,34 ^a	1250	1,00:0,43:0,34	-0,094995	0,040669	0,040669	-0,27595	$0,29535 \times 10^{-3}$

^a [Rabinowitz et al. \(2006\)](#)

^b [Lockwood et al. \(2014\)](#)

Como o Sol é considerado kepleriano, sua equação de movimento fica na forma:

$$\ddot{\vec{r}}_{\odot} = -\frac{G(M_B + M_{\odot})}{|\vec{r}_{\odot}|^3}\vec{r}_{\odot}. \quad (3.6)$$

onde M_{\odot} e \vec{r}_{\odot} são a massa e o vetor posição do Sol.

A época de referência das condições iniciais de Plutão e demais corpos de seu sistema é 14 de julho de 2015 (uma singela homenagem à “New Horizons”, já que esta é a data de sua chegada a Plutão) e foram obtidas a partir do sistema Horizons do JPL (JPL, 2014). Consideramos a órbita de Caronte centrada em Plutão (plutocêntrica) e as órbitas das demais luas centradas no baricentro Plutão-Caronte. Para as sondas, consideramos que suas órbitas são plutocêntricas, se estas estiverem entre Plutão e Caronte, e baricêntricas, se as sondas estiverem em órbitas externas à órbita de Caronte.

Para Haumea, tomamos o dia 28 de maio de 2008 como época de referência. As condições iniciais são dadas com respeito ao plano da Eclíptica, heliocêntrico para Haumea e centrado em Haumea para suas luas (RAGOZZINE; BROWN, 2009). Como o sistema é integrado a partir de um sistema equatorial centrado em Haumea, as condições iniciais precisam ser transformadas do plano de referência da Eclíptica para equatorial. Para tanto, como a órbita de Hi’iaka é quase equatorial ($I \approx 2$ graus) (ČUK et al., 2013), estimamos a obliquidade de Haumea em 126,356 graus, já que este é o valor da inclinação de Hi’iaka em relação à Eclíptica. A Tabela 3.3 mostra alguns parâmetros do sistema de Haumea, onde a , e e i são os elementos orbitais semi-eixo maior, excentricidade e inclinação, e P é o período orbital de Haumea em torno do Sol e de Hi’iaka e Namaka em torno de Haumea. Na próxima seção, explicaremos o método utilizado para o estudo da captura gravitacional.

Tabela 3.3 - Alguns parâmetros do sistema Haumea.

Objeto	Massa [kg]	a [km]	e	I [graus]	P
Haumea	$4,006 \times 10^{21}$	$6,46020 \times 10^9$	0,19368	28,22281	283,28 anos
Namaka	$1,79 \times 10^{18}$	25657	0,249	113.013	18,27 dias
Hi’iaka	$1,79 \times 10^{19}$	49880	0,0513	126.356	49.44 dias

3.1 Captura gravitacional

Consideramos capturada uma partícula sem massa (que representa os nano-satélites que agem como sondas) que, ao chegar no ponto de aproximação máxima do corpo alvo (Haumea ou Plutão), tem o sinal de sua energia de dois corpos alterada do positivo para o negativo. O ponto de aproximação máxima é o raio do periápside (R_{Π}), e consideramos que a direção da velocidade neste ponto (V_{Π}) é sempre normal ao raio do periápside. A órbita de captura é definida por dois ângulos: a inclinação da órbita (I) com respeito ao equador do corpo alvo e o ângulo de aproximação (α) que, devido à simetria do modelo proposto, é igual ao argumento do pericentro (ω) da órbita desejada para a sonda. Poderíamos ter usado diversos critérios para a escolha das condições iniciais para este problema, mas acreditamos que a geometria utilizada otimiza a parte computacional do problema. Esta geometria é mostrada na Figura (3.2).

Seguindo Brasil et al. (2015), geramos uma série de condições iniciais que, integradas retroativamente no tempo, geram escapes (e conseqüente captura no sentido normal de integração). Adotamos o seguinte procedimento:

- a) Para todas as órbitas, consideramos a longitude do nodo ascendente Ω igual a zero. Em simulações preliminares descobrimos que o valor inicial da longitude do nodo não influencia no problema. Fixamos o valor inicial do raio do periápside (R_{Π}), da inclinação (I), e do ângulo de aproximação

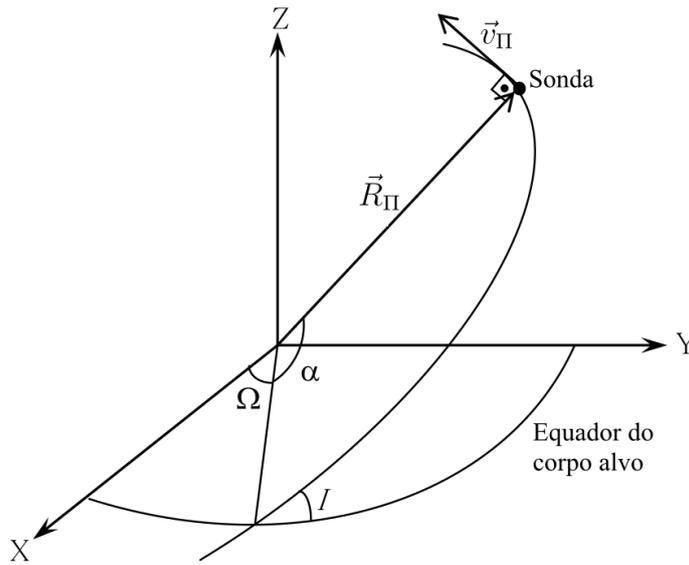


Figura 3.2 - Geometria do problema de captura.

(α);

- b) Atribuímos o valor inicial da energia de dois corpos entre a sonda e o corpo alvo como sendo zero ($E_{2C} = 0$);
- c) Com estes valores, somos capazes de calcular os vetores raio e velocidade do periápside (\vec{R}_{Π} e \vec{v}_{Π}). Pela Figura (3.2) é imediato o cálculo das componentes da posição:

$$\begin{aligned} x &= |\vec{R}_{\Pi}| [\cos(\alpha) \cos(\Omega) - \sin(\alpha) \sin(\Omega) \cos(I)], \\ y &= |\vec{R}_{\Pi}| [\cos(\alpha) \sin(\Omega) + \sin(\alpha) \cos(\Omega) \cos(I)], \\ z &= |\vec{R}_{\Pi}| \sin(\alpha) \sin(I), \end{aligned} \quad (3.7)$$

e das componentes da velocidade:

$$\begin{aligned} v_x &= -|\vec{v}_{\Pi}| [\sin(\alpha) \cos(\Omega) - \cos(\alpha) \sin(\Omega) \cos(I)], \\ v_y &= -|\vec{v}_{\Pi}| [\sin(\alpha) \sin(\Omega) + \cos(\alpha) \cos(\Omega) \cos(I)], \\ v_z &= |\vec{v}_{\Pi}| \cos(\alpha) \sin(I), \end{aligned} \quad (3.8)$$

onde $|\vec{v}_{\Pi}|$ vem da expressão da energia de dois corpos:

$$|\vec{v}_{\Pi}| = \left[2 \left(E_{2C} + \frac{GM_B}{|\vec{R}_{\Pi}|} \right) \right]^{1/2}; \quad (3.9)$$

- d) Com estas condições iniciais, integramos as equações de movimento da sonda (Equação (3.1)) retroativamente no tempo, até que ocorra um escape ($E_{2C} > 0$). Esta é a primeira aproximação, com isso verificamos para quais condições iniciais o escape é possível, eliminando as condições iniciais onde isto não ocorre, a fim de economizar tempo computacional. Então, com os valores (R_{Π}), (I) e (α) para os quais o escape ocorre, fazemos novas integrações retroativas no tempo, reduzindo o valor de E_{2C} , paulatinamente, com incremento de $-0.002 \text{ km}^2/\text{s}^2$ para Plutão e $-0.0025 \text{ km}^2/\text{s}^2$ para Haumea, até que o escape não ocorra por um intervalo de tempo de 10 anos. Neste caso, qualquer valor abaixo de E_{2C} para o qual o escape não ocorreu gera órbitas onde a captura (em integração no sentido convencional do tempo) ocorre com economia de energia. A este valor chamaremos de $E_{2C_{min}}$. Esta economia ocorre porque, como um corpo pode ser capturado com $E_{2C} = 0$ e auxílio de impulso dado por propulsores, o valor de $E_{2C_{min}}$ é descontado da energia necessária para que a captura se complete (inserção

da sonda na órbita do corpo alvo). O tempo de captura é o tempo gasto, em integração retroativa no tempo, para que a sonda atinja $E_{2C_{min}}$.

Todo o processo é repetido para α variando de 0 a 360 graus, para I variando de 0 a 180 graus, e para alguns valores de R_{II} . Excluímos soluções para as quais a sonda colide com os corpos do sistema. No Capítulo 4 apresentaremos as soluções para o problema de captura nos sistemas de Haumea e Plutão.

Podemos relacionar a economia de energia $E_{2C_{min}}$ com o ΔV_E que será descontado do ΔV necessário para inserir a sonda na órbita do corpo alvo, ou seja, circularizá-la, através da seguinte equação (BRASIL et al., 2015):

$$\Delta V_E = \sqrt{\frac{2GM_B}{R_{II}}} - \sqrt{\frac{2GM_B}{R_{II}} - 2E_{2C_{min}}}. \quad (3.10)$$

3.2 Manutenção orbital

Como na seção anterior nós fornecemos uma ferramenta para encontrar condições iniciais que levem a capturas e estas condições iniciais estão vinculadas às órbitas desejadas em torno dos corpos alvo, para vários níveis de energia, devemos investigar a estabilidade orbital das órbitas desejadas. A fim de fazer este teste, integramos a Equação (3.1) para um período orbital para alguns valores de R_{II} (os mesmos que foram utilizados na seção anterior), para α (que é coincidente com o argumento do perigeu) variando de 0 a 360 graus e para I variando de 0 a 180 graus. Durante a integração, armazenamos os valores das acelerações geradas por todos os perturbadores, incluindo aquelas geradas pelos termos do potencial gravitacional do corpo alvo.

A integração da magnitude da aceleração, devido a cada perturbador, sobre o tempo (um período orbital), resulta na variação total da velocidade do satélite, devido a este perturbador, e chamamos esta variação de “ p_j ”, onde o índice “ j ” representa o perturbador (S para o Sol, C para Caronte e assim por diante). Então, esta integral é dada por (PRADO, 2013):

$$p_j = \int_0^T |\vec{P}_j| dt, \quad (3.11)$$

onde T é o período orbital da sonda, para cada valor de R_{II} . É importante notar que o método das acelerações depende da órbita específica do satélite e das condições iniciais de todos os corpos do sistema, por isso a importância de se fixar a mesma época para as condições iniciais de todos os corpos e esta época deve ser a mesma

usada no estudo de captura orbital. A definição da época também é importante para a definição dos valores iniciais das acelerações devidas aos termos do potencial do corpo alvo.

Há outras possibilidades para medir os efeitos das acelerações que agem na trajetória das sondas usando a abordagem de integrais. É possível usar a integral da aceleração (sem o módulo), a integral da componente da aceleração na direção do movimento etc.

Escolhemos a integral da magnitude da aceleração como o melhor parâmetro, pois este mede a aceleração total aplicada à sonda pelo perturbador, sem cancelar os efeitos de sinais contrários que podem gerar efeito líquido próximo de zero nas integrais e mesmo assim alterar a trajetória da sonda (SANCHEZ et al., 2014). Ademais, procuramos por resultados relativos, ou seja, buscamos saber qual perturbador é mais importante, e o quanto mais importante que outros, em função dos parâmetros R_{II} , I , e α (que coincide com o argumento do perigeu da órbita desejada). Além disso, estes valores de variação de velocidade devido a cada perturbador são úteis para encontrar órbitas de espaçonaves em torno do corpo alvo cujos elementos orbitais variem pouco, dentro do período da missão.

Um outro ponto é que, se a perturbação age acima de um certo limite na trajetória da sonda, esta não pode ser negligenciada no modelo de força. Se esta perturbação é periódica e, após uma revolução, os elementos orbitais retornam ao valor inicial, a trajetória pode não ser a mesma se comparada com uma em que esta perturbação é negligenciada. De fato, uma das vantagens do método proposto aqui (uso da magnitude das acelerações) é que este mede movimentos de curto período. Como queremos avaliar o comportamento das perturbações para um período orbital de sondas ao redor do corpo alvo, este método mostrou-se muito eficiente.

Para a integração da Equação 3.11, usamos o método numérico de Simpson 1/3 (RILEY et al., 2006). O número de pontos para integração numérica foi escolhido tal que a precisão fosse mantida em 1×10^{-8} m/s, i. e., tomamos quantos pontos fossem necessários para garantir esta precisão.

4 RESULTADOS E DISCUSSÃO

Em todas as simulações, a Equação 3.1 foi numericamente integrada através do integrador RADAU, um rápido e preciso integrador numérico (EVERHART, 1985). Os códigos dos programas e rotinas desenvolvidas para este trabalho foram escritos em linguagem FORTRAN, compilados e executados em ambiente Linux. Dividimos este capítulo em duas seções principais, na primeira delas apresentamos os resultados e discussões para Haumea e, na segunda, para Plutão.

4.1 Haumea

4.1.1 A forma de Haumea

No Capítulo 3 encontramos os valores dos coeficientes C_{20} , C_{22} , C_{40} , C_{42} e C_{44} do potencial gravitacional de Haumea para três modelos da forma de Haumea, que combinam um valor de densidade e uma proporção dos semi-eixos de Haumea. Os valores dos coeficientes foram apresentados na Tabela 3.2. A título de nota, os modelos são:

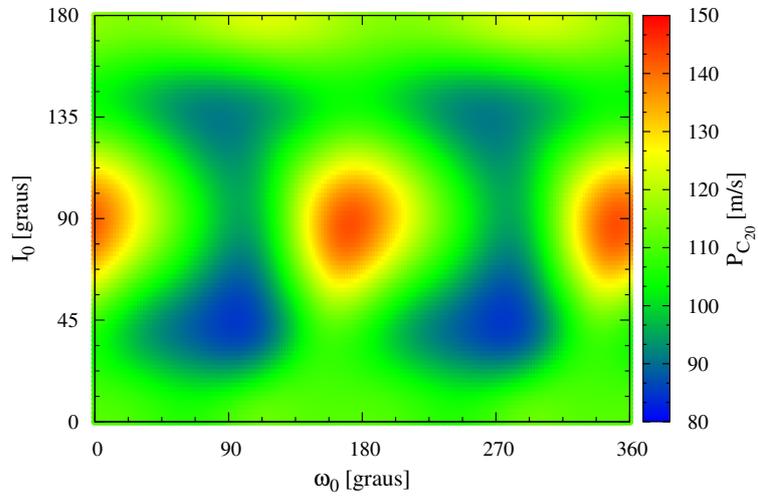
- Modelo 1: $\rho = 2,6\text{g/cm}^3$, $\xi = 980\text{ km}$, $\xi : \eta : \zeta = 1,00 : 0,77 : 0,51$
- Modelo 2: $\rho = 2,6\text{g/cm}^3$, $\xi = 960\text{ km}$, $\xi : \eta : \zeta = 1,00 : 0,80 : 0,52$
- Modelo 3: $\rho = 3,34\text{g/cm}^3$, $\xi = 1250\text{ km}$, $\xi : \eta : \zeta = 1,00 : 0,43 : 0,34$

A fim de comparar o impacto da forma de Haumea na dinâmica de uma sonda ao seu redor, utilizamos o método da integral da aceleração, apresentado na Seção 3.2, para medir a contribuição individual dos harmônicos em termos da variação total de velocidade. Tomamos 960 km como valor de altitude inicial em relação ao pseudo-raio equatorial de Haumea (R_H) que, segundo nosso modelo, é igual ao semi-eixo ξ do elipsoide que representa Haumea (o que implica que o valor de R_H vai variar de modelo para modelo), mas para efeito de comparação, a altitude relativa da sonda é igual para os dois modelos. Este valor de altitude, segundo testes preliminares, é o valor mínimo para que a maioria das órbitas geradas pelas grades de condições iniciais sobrevivam, por pelo menos um período orbital, para todos os modelos, para que possamos compará-los. Ademais, como os modelos 1 e 2 são muito parecidos e seus coeficientes correspondentes têm valores próximos, e o modelo 1 foi gerado apenas a título de ilustração, vamos comparar somente os modelos 2 e 3, que mostram os dois extremos de densidade que Haumea poderia ter com restrições em sua proporção. As variações de velocidade foram calculadas usando a Equação 3.11.

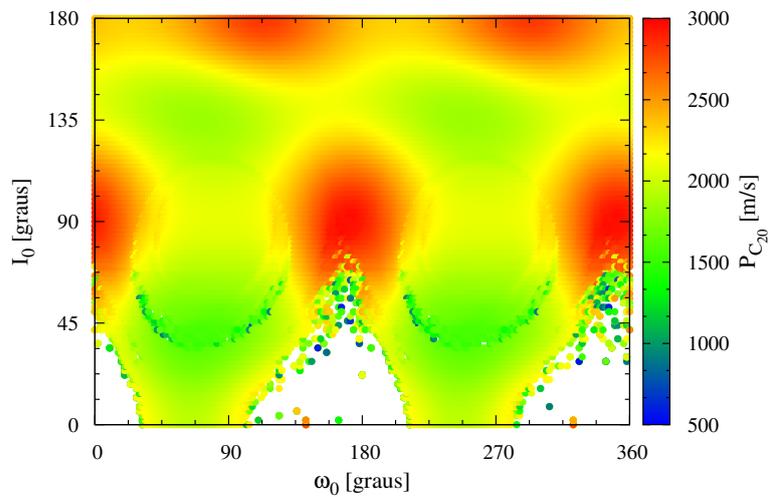
A Figura 4.1 mostra o valor da variação total de velocidade $P_{C_{20}}$ aplicada a uma sonda em torno de Haumea, em função da inclinação (I) e do argumento do pericentro (ω) iniciais da sonda, devido ao harmônico C_{20} para o modelo 2 (a) e para o modelo 3 (b). É interessante lembrar que o valor inicial do argumento do pericentro é igual ao ângulo α do problema de captura, e este é um dos vínculos entre o problema de captura e o de estabilidade em torno de Haumea. Além disso, este valor reflete a posição angular entre a sonda e a direção ξ . Como Haumea é um elipsoide triaxial, e a direção x do modelo do potencial gravitacional usado coincide com a direção do semi-eixo maior ξ do elipsoide que representa a forma de Haumea, se a sonda tem o início de sua trajetória com argumento do pericentro igual a zero, o ponto de máxima aproximação da órbita da sonda (a “ponta” de Haumea) será na região onde o achatamento de Haumea tem a maior influência. E é exatamente isto que observamos na Figura 4.1 (a), onde os picos de $P_{C_{20}}$ estão em $\omega_0 = 0^\circ$ e $\omega_0 = 180^\circ$, para órbitas polares. Os vales ocorrem para órbitas com $\omega_0 = 90^\circ$ e 270° . Podemos também observar que há simetria para inclinações iniciais, diretas e retrógradas. O mesmo ocorre para a parte (b) da figura, entretanto, como modelo 3, apresenta um Haumea mais “alongado”, a diferença entre os módulos da integral da aceleração é mais acentuado entre os picos e os vales. Enquanto na parte (a) da figura, que corresponde ao modelo 2, a razão entre picos (azul) e vales (vermelho) é de aproximadamente duas vezes, i. e., o valor de $P_{C_{20}}$ nos vales é quase duas vezes menor do que nos picos, na parte (b), correspondente ao modelo 3, a razão entre picos e vales é de seis vezes, e os vales são quase inexistentes. A região em branco no mapa significa escape. Para estas condições iniciais, a perturbação do potencial de Haumea foi intensa a ponto de ejetar as sondas. Mas qual seria o termo responsável?

Podemos responder a esta pergunta ao observar o comportamento dos demais harmônicos através das Figuras 4.2 a 4.5. Primeiramente, podemos observar que há simetria entre os modelos 2 e 3, mas o modelo 3 apresenta os maiores valores de variação de velocidade. Analisando as quatro figuras, podemos observar que a maior diferença entre os valores de variação de velocidade de picos e vales se apresenta na Figura 4.3 (b), cujos valores mínimos são da ordem de 10 m/s e os máximos atingem 7000 m/s. Esta grande diferença indica que o termo C_{40} , dentre todos os termos, causou o maior pico de perturbação e foi o responsável por ejetar a sonda do sistema, pois os picos para órbitas diretas se encontram justamente na região de escapes.

A Figura 4.6 apresenta a excentricidade máxima atingida durante o tempo de integração (um período orbital). Podemos ver claramente que as regiões com os valores máximos de excentricidade coincidem com os valores de contribuição máxima do



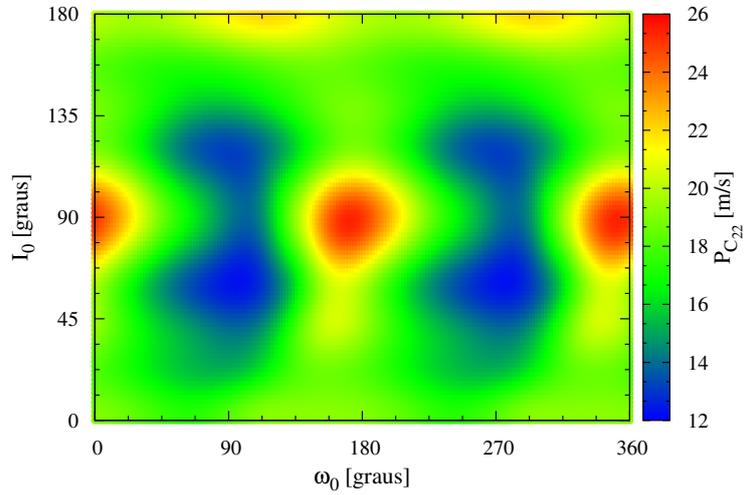
(a)



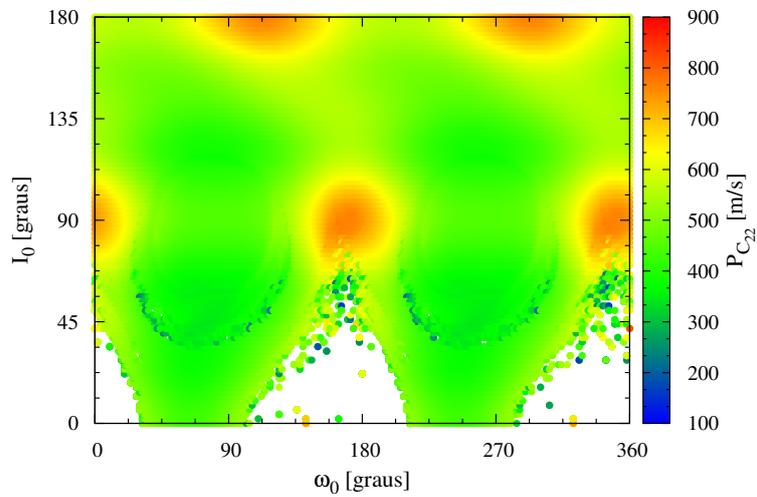
(b)

Figura 4.1 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{20} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.

coeficiente C_{40} do potencial gravitacional de Haumea para o modelo C, apresentado na Figura 4.3 (b). Para o modelo 2 (Figura 4.3 (b)), também há um máximo de excentricidade quando a influência de C_{40} é máxima, mas este não é tão pronunciado.

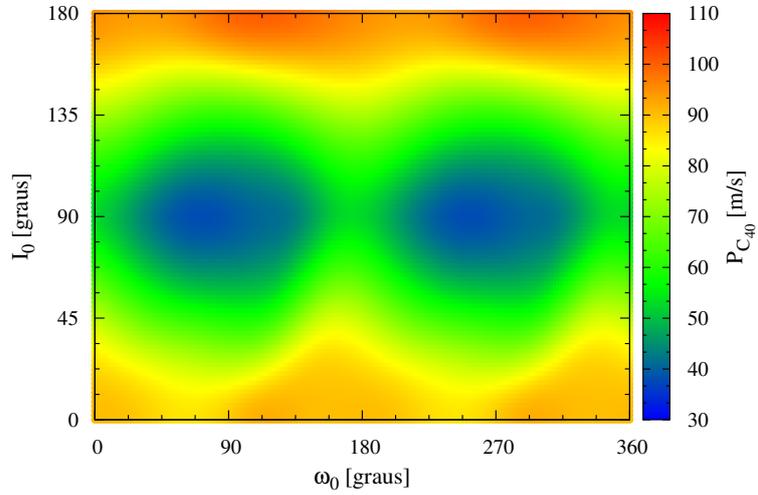


(a)

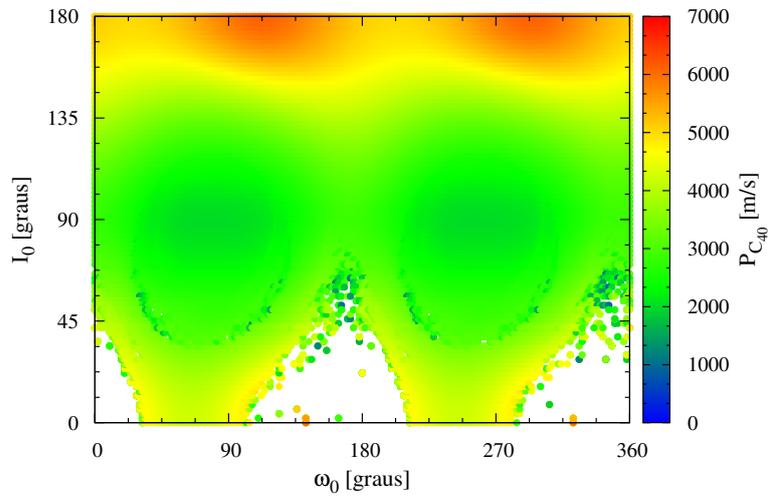


(b)

Figura 4.2 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{22} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.

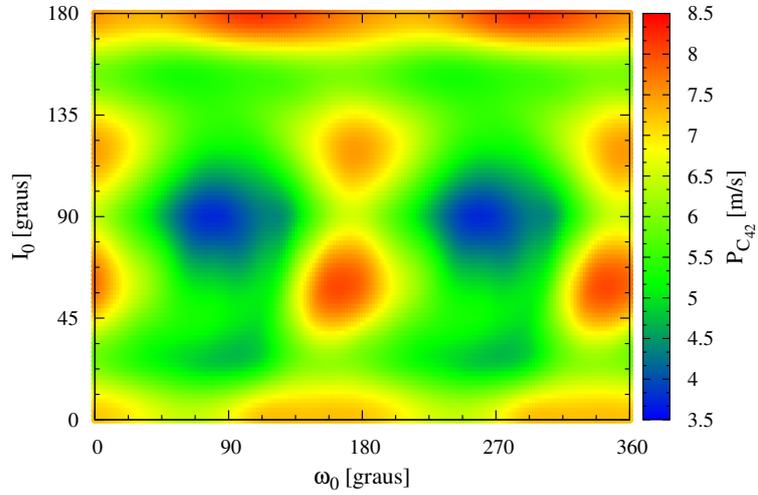


(a)

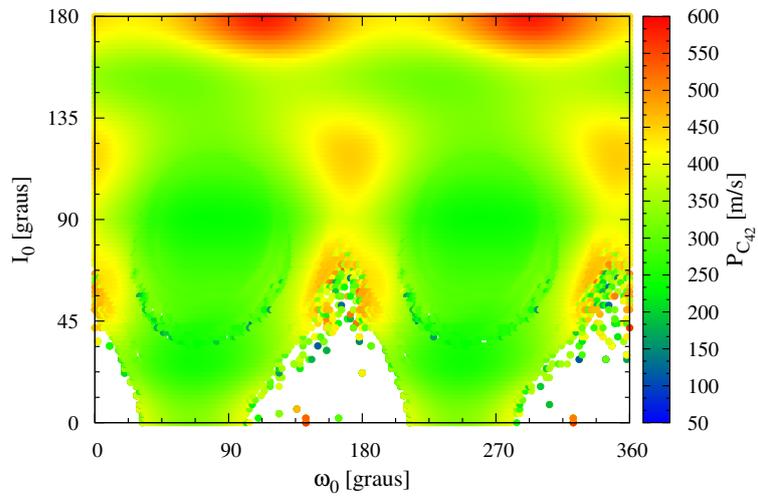


(b)

Figura 4.3 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{40} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.

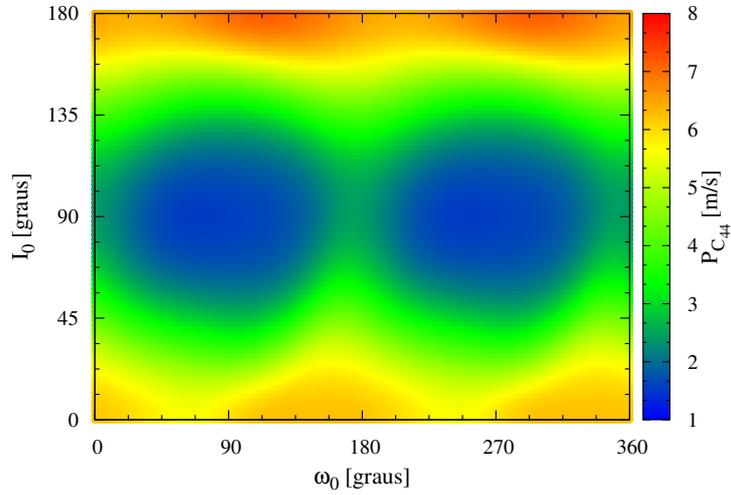


(a)

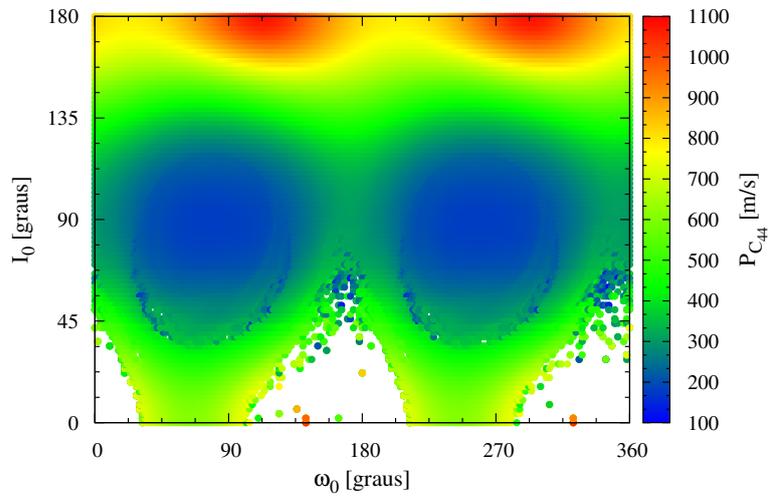


(b)

Figura 4.4 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{42} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.

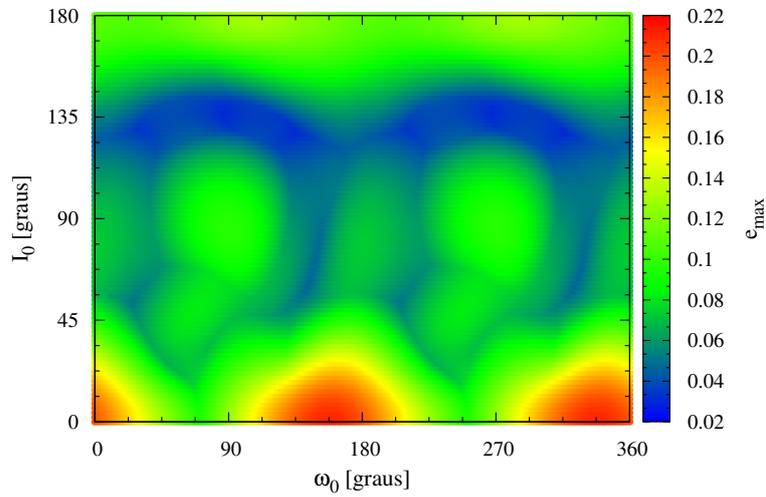


(a)

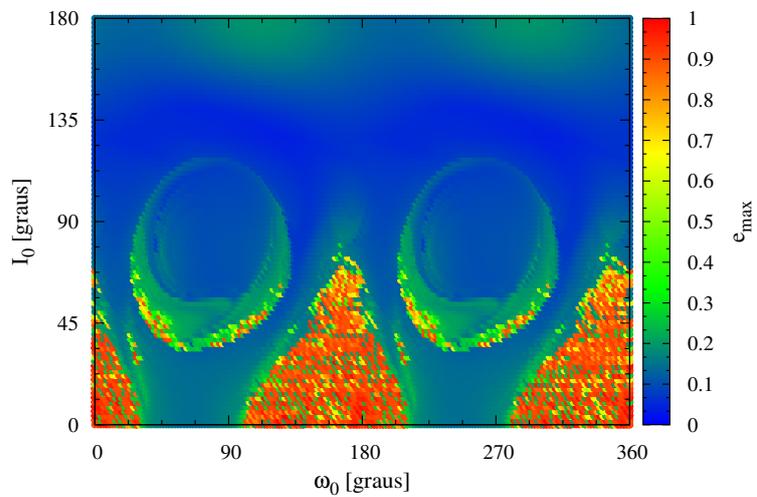


(b)

Figura 4.5 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{44} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.



(a)



(b)

Figura 4.6 - Excentricidade máxima atingida pelas sondas durante um período orbital, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para os modelos 2 (a) e 3 (b) da forma de Haumea. A altitude inicial é de 960 km para os dois casos. As regiões em branco representam escapes.

Ao comparar os modelos através das Figuras 4.1 a 4.5, podemos dizer que a densidade de Haumea pode ser determinante para a estabilidade de sondas em baixas altitudes em torno deste. Entretanto, precisamos escolher um modelo para os estudos de captura estabilidade. Como todo modelo físico, o modelo da forma de Haumea (que influencia diretamente sua densidade) é uma aproximação da realidade, baseado em observações indiretas. Só saberemos as verdadeiras características físicas de Haumea ao mandar uma espaçonave até lá. Assim, como o modelo 2 é mais coerente com os dados observacionais do que os demais, além de ser o mais recente (LOCKWOOD et al., 2014), para o estudo de manutenção orbital e captura de sondas por Haumea, utilizaremos sempre este modelo.

A fim de tornar a apresentação dos resultados mais didática, somente para Haumea, vamos invertê-la. Antes de apresentar os resultados de captura, vamos continuar a discussão sobre o potencial do Haumea e introduzir os resultados da manutenção (ou estabilidade, como veremos na próxima seção) orbital de uma sonda em torno deste planeta anão.

4.1.2 Manutenção orbital

Primeiramente, o conceito de manutenção orbital pode levar à ideia de que a sonda será mantida em torno de Haumea através de correções orbitais executadas com o auxílio de propulsores. Entretanto, dadas as limitações em tamanho destas sondas, isto não é possível (ao menos com a tecnologia atual de propulsores). Contudo, entendemos que, ao encontrar condições iniciais que levem a órbitas menos perturbadas, estas serão órbitas cujos elementos orbitais oscilarão muito pouco, ou seja, serão mais estáveis, se comparadas a órbitas com mais perturbação no mesmo sistema. Por este motivo, em tais órbitas, as sondas permaneceriam em torno de Haumea pelo tempo de cinco anos. Com isso, podemos dizer que estamos estudando a manutenção orbital destas sondas em torno de Haumea. Neste sentido, é preciso verificar qual perturbador é mais importante, e quantificar esta importância. Já vimos que, para órbitas com 960 km de altitude (semi-eixo maior de $2R_H$ no modelo B), o termo mais significativo do potencial de Haumea fornece até 150 m/s de variação de velocidade em um período orbital. Certamente, com o aumento da distância entre a sonda e Haumea, esta contribuição diminui. De fato, pela Figura 4.7, podemos perceber que, ao dobrar a distância, o pico de contribuição do termo C_{20} do potencial gravitacional de Haumea diminuiu significativamente (de 150 m/s para 24 m/s). Entretanto, este termo, bem como os demais termos do potencial de Haumea não podem ser desconsiderados, mesmo para órbitas mais distantes, pois, em nossas

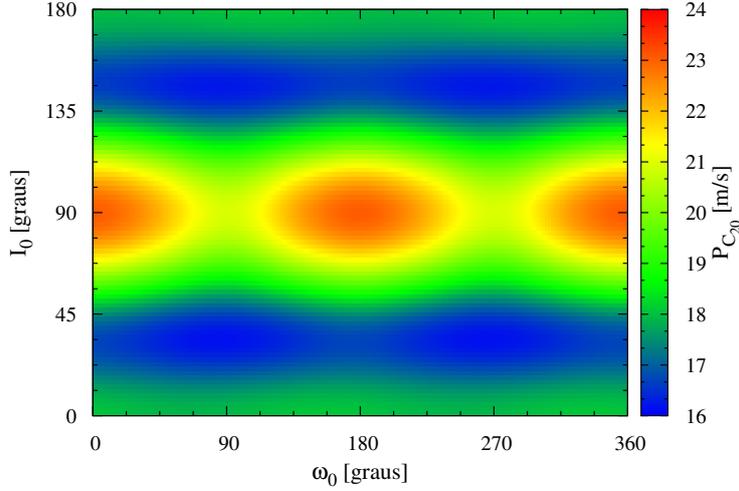


Figura 4.7 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do termo C_{20} do potencial gravitacional de Haumea, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para o semi-eixo inicial de $4R_H$ (3840 km).

simulações, a contribuição destes termos não atingiu valores abaixo de 10^{-8} m/s, valor de variação de velocidade que garantiria a remoção segura do perturbador do modelo (SANCHEZ et al., 2014).

Entretanto, o mesmo não ocorre para os demais perturbadores. A contribuição do Sol, por exemplo, possui ordem de grandeza sempre abaixo de 10^{-10} m/s, obtendo o valor mais baixo, 10^{-14} , para semi-eixo maior de $2 R_H$ (1920 km), como podemos observar na Figura 4.8. Portanto, o Sol pode ser descartado do modelo usado para simulações numéricas para órbitas próximas a Haumea. De fato, se pensarmos na distância Sol–Haumea, o Sol poderia ser descartado para todos os casos. Entretanto, um resultado importante deste trabalho é a constatação de um efeito líquido entre as perturbações, que faz com que um perturbador tenha seu efeito alterado pela presença de outro perturbador. Por exemplo, o gráfico da variação de velocidade, para um período orbital, devido a um terceiro corpo, em função da inclinação, no problema de três corpos deveria a ter aparência de uma senoide (PRADO, 2013). Entretanto, isto não é o observado para Namaka e H'iaka para o caso de uma sonda com um semi-eixo de $2 R_H$ (1920 km), como é mostrado na Figura 4.9. Podemos ver que os picos de contribuição tanto de Namaka, quanto de H'iaka, são nas regiões de mínima influência do harmônico C_{20} , que parece dominar a dinâmica. Como o potencial gravitacional de Haumea é muito importante, não encontraremos caso em que a perturbação de Namaka ou H'iaka se comporte de maneira “convencional”. Isto ocorre porque a perturbação do potencial de Haumea (como qualquer outra

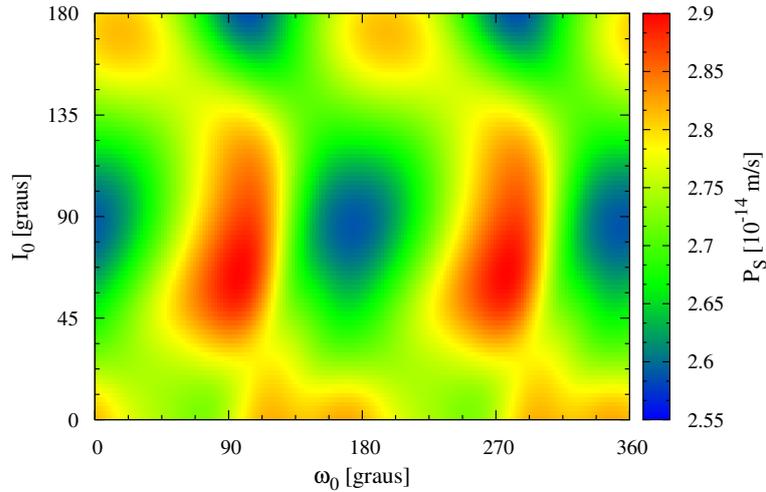
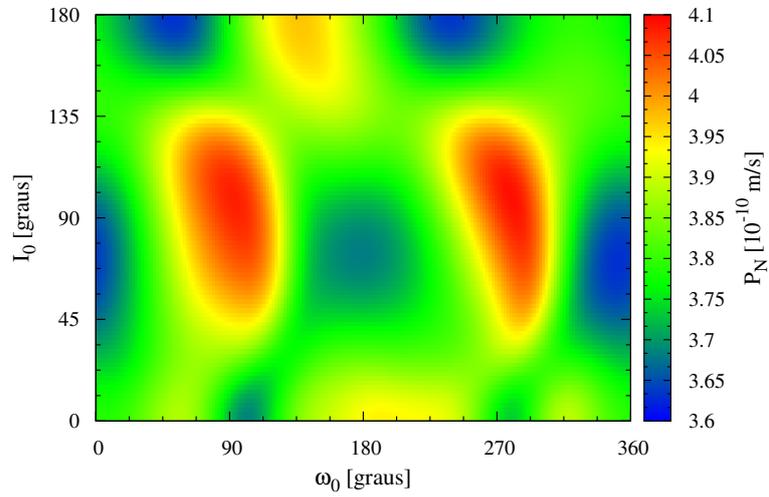


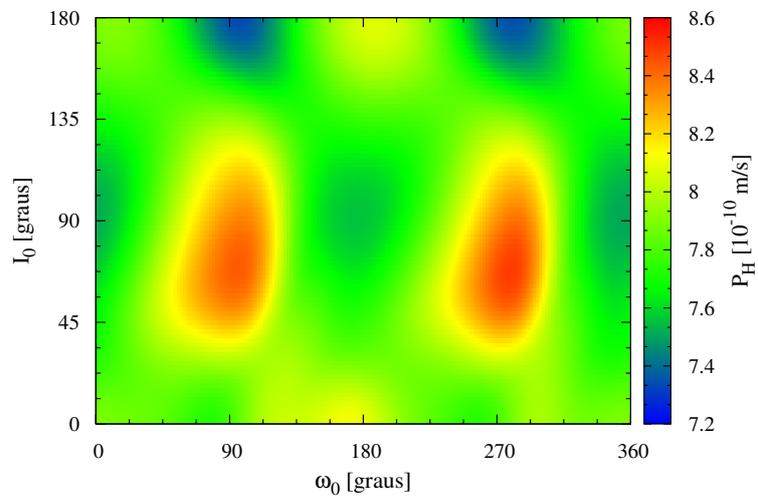
Figura 4.8 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do Sol, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para o semi-eixo inicial de $2R_H$ (1920 km).

perturbação) altera a trajetória da sonda aproximando-a ou afastando-a de outros perturbadores durante o tempo de integração. Com isto, quando o efeito do harmônico com coeficiente C_{20} , por exemplo, faz com que a sonda se afaste de Namaka, a perturbação deste diminui, e quando C_{20} faz com que a sonda se aproxime de Namaka, a perturbação deste aumenta e, conseqüentemente, a variação total de velocidade que este aplica sobre a sonda. Isto mostra que todas as perturbações estão, de certa forma, acopladas.

Outro ponto interessante a ser salientado a respeito desta técnica é o tempo de integração (0,37 hora, para semi-eixo de $2 R_H$). Integramos os casos anteriores por um período orbital e aplicamos a integral das acelerações. Entretanto, se aumentarmos o tempo de integração, é fato que a quantidade total de velocidade aplicada sobre a sonda também aumenta, já que esta fica sujeita por mais tempo às perturbações. Portanto este método é sensível ao tempo de integração. Ademais, como um período orbital da sonda como tempo de integração, que como vimos, é muito curto em relação aos períodos orbitais de Namaka (18,27 dias) e Hi'iaka (49,44 dias), as posições de Namaka e Hi'iaka quase não se alteram. Poderia ser dito que, se aumentarmos o tempo de integração, todos os efeitos observados até aqui não se apresentaria, ou se apresentariam de forma diferente, por causa da mudança da posição relativa dos perturbadores. Vejamos, então, as Figuras 4.10 e 4.11. Estas figuras apresentam as variações totais de velocidade devidas ao termo com coeficiente C_{20} do potencial gravitacional de Haumea (Figura 4.10) e a Namaka (Figura 4.11 (a)) e Hi'iaka (Fi-



(a)



(b)

Figura 4.9 - Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $2R_H$ (1920 km) para os dois casos.

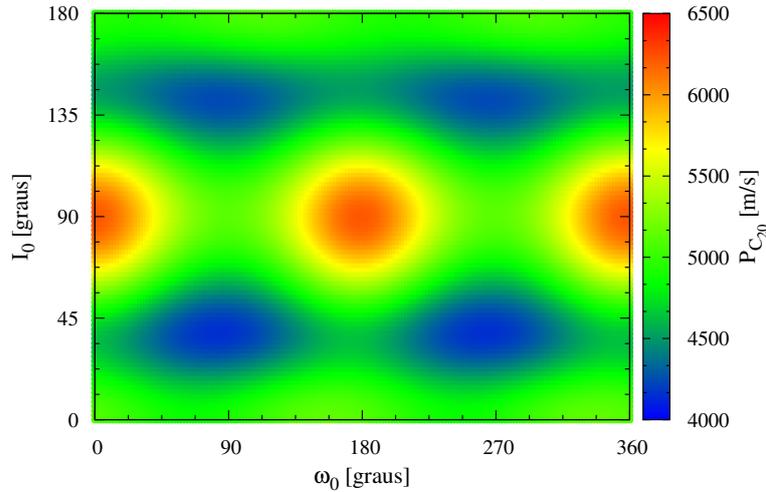
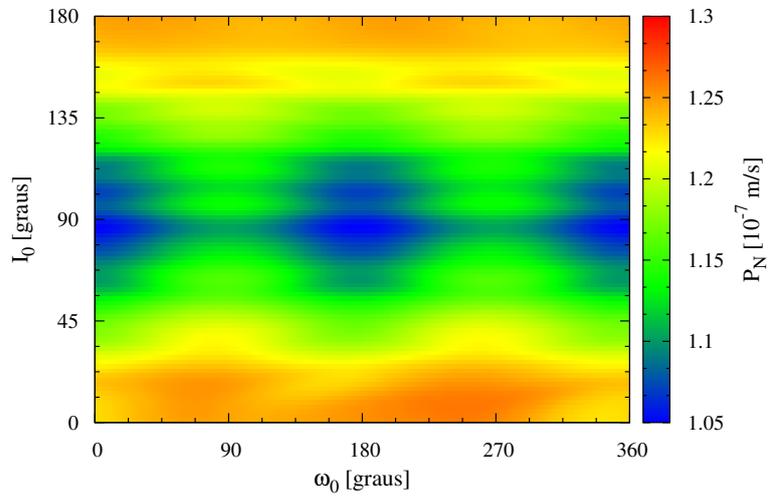


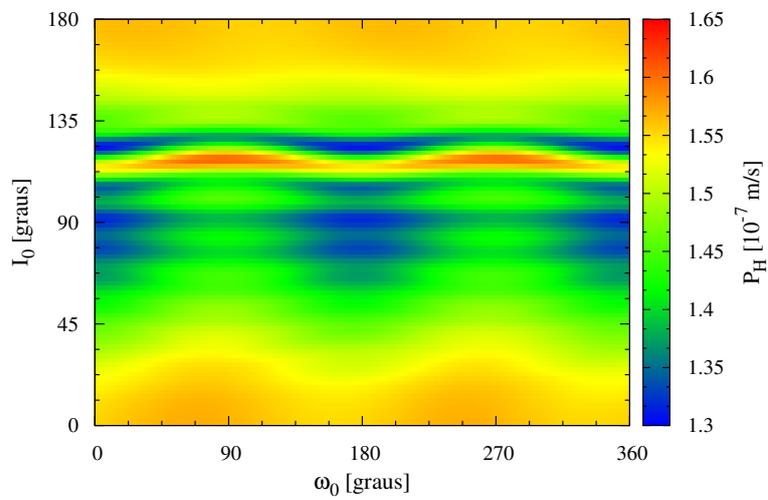
Figura 4.10 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual do harmônico do potencial gravitacional de Haumea com coeficiente C_{20} , em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para o semi-eixo inicial de $2R_H$ (1920 km), com tempo de integração de 49,44 dias.

gura 4.11 (b)). Podemos observar que, mesmo aumentando o tempo de integração, a estrutura do mapa de perturbação não se altera na Figura 4.10, ou seja, mesmo contemplando todas as posições possíveis de Namaka e Hi'iaka (note que o período de integração é igual ao período orbital de Hi'iaka) a influência do potencial de Haumea é a mesma. Se observarmos agora a Figura 4.11, podemos observar que existe uma sobreposição de influências, pois o comportamento da perturbação de Namaka e Hi'iaka continuam sofrendo o efeito líquido da perturbação dos harmônicos do potencial de Haumea. Podemos dizer então que, mesmo usando um único período orbital da sonda como tempo de integração, o método é válido e pode ser usado com segurança.

Vamos agora ao caso em que a sonda tem como semi-eixo maior inicial o valor de $38 R_H$ (36480 km), estando, portanto, entre Namaka e Hi'iaka. Como mostramos anteriormente, a influência dos harmônicos do potencial gravitacional de Haumea não mais dominam a dinâmica, ou seja, a dinâmica é governada por Namaka e Hi'iaka. Podemos ver, pela figura Figura 4.12, que Hi'iaka tem maior influência na dinâmica da sonda do que Namaka, o que é esperado, já que Hi'iaka é uma ordem de grandeza mais massivo que Namaka, e que as figuras sugerem que a sonda pode sofrer encontros próximos com Hi'iaka e estes encontros pode levar a colisões. Esta tendência à colisão se dá pelo fato de a diferença entre os valores máximos e mínimos da perturbação de Hi'iaka serem grandes e os valores máximos estarem concentrados



(a)



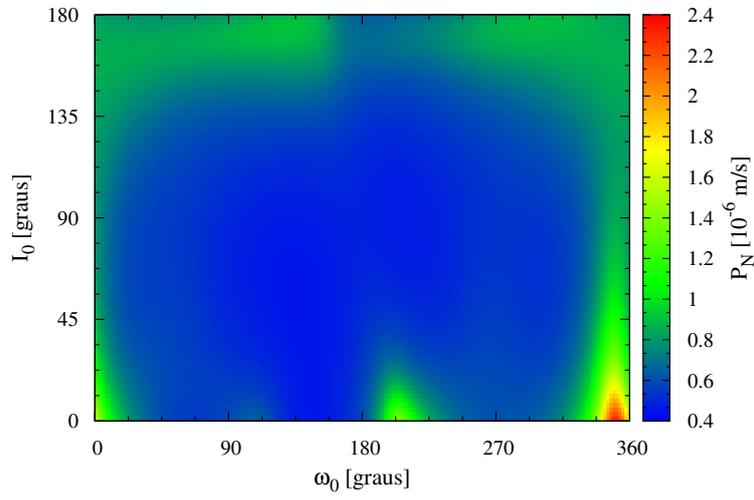
(b)

Figura 4.11 - Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $2R_H$ (1920 km) e o tempo de integração é de 49,44 dias para os dois casos.

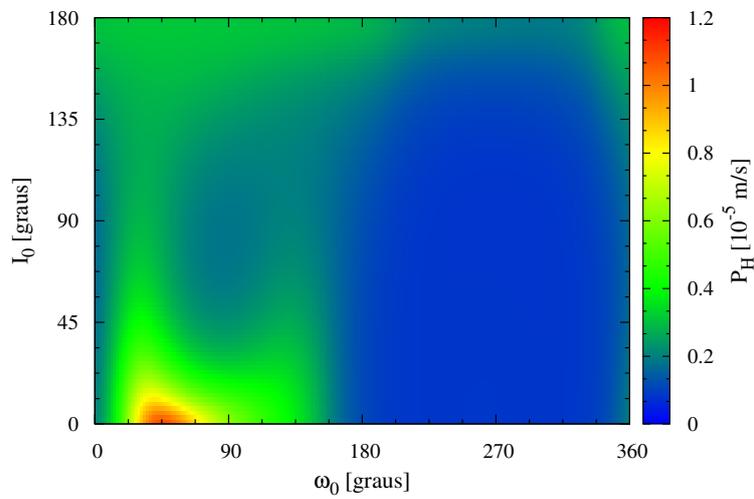
em uma determinada região do mapa de perturbação. Podemos confirmar isto se ampliarmos o tempo de integração, assim como fizemos anteriormente.

Observando a Figura 4.13 podemos constatar que a tendência a encontros próximos entre as sondas e Hi'iaka se concretizou. De fato, ao se aproximar de Hi'iaka, algumas sondas foram ejetadas do sistema e outras (14 sondas) colidiram com Hi'iaka. A Figura 4.14, que mostra a excentricidade máxima atingida durante os 49,44 dias de integração para as condições iniciais da Figura 4.13 mostra para quais condições ocorreram as colisões, marcadas com um "x" de cor preta.

Utilizamos a distância relativa entre a sonda e Namaka e Hi'iaka para determinar o critério de colisão. Se a distância relativa entre a sonda e Namaka foi menor que 100 km (sendo este o pseudo-raio equatorial de Namaka), consideramos que ocorreu uma colisão entre a sonda e Namaka. O mesmo critério foi usado para Hi'iaka, sendo a distância utilizada igual a 195 km (pseudo-raio equatorial de Hi'iaka).

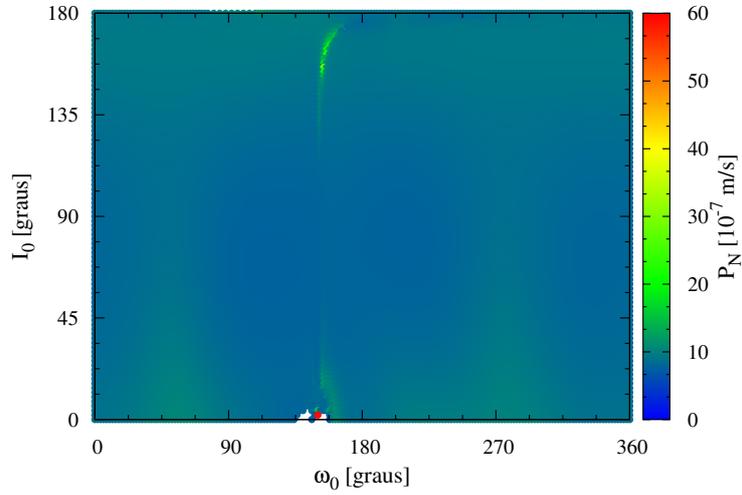


(a)

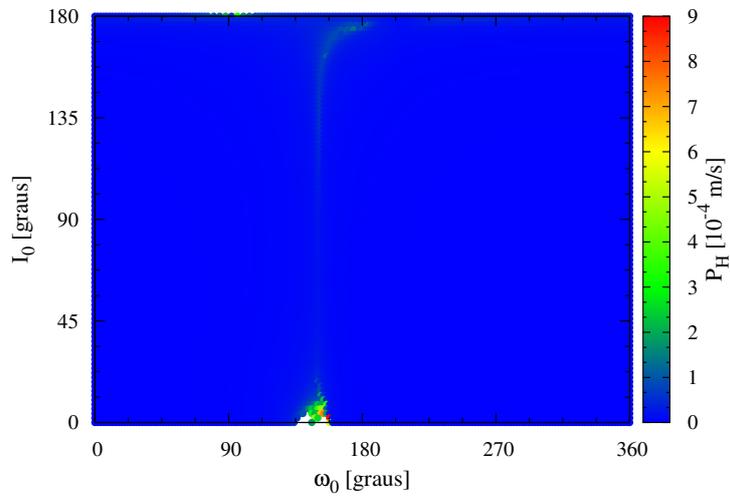


(b)

Figura 4.12 - Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $38R_H$ (36480 km) para os dois casos.



(a)



(b)

Figura 4.13 - Variação total de velocidade devido à contribuição de Namaka (a) e Hi'iaka (b), em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $38R_H$ (36480 km) e o tempo de integração é de 49,44 dias para os dois casos. As regiões em branco representam escapes ou colisões entre a sonda e Hi'iaka.

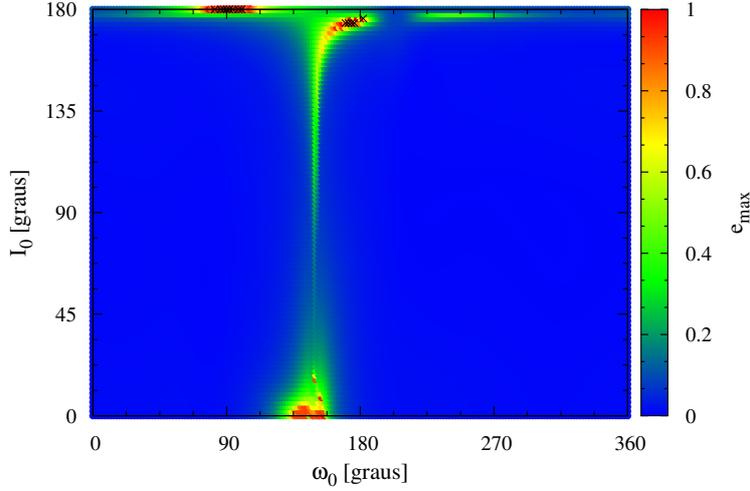


Figura 4.14 - Excentricidade máxima atingida pelas sondas durante o tempo de integração de 49,44 dias, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais. O semi-eixo inicial é de $38R_H$ (36480 km). Os pontos marcados com um “x” são pontos para os quais ocorreram colisões.

4.1.3 Captura gravitacional

A técnica de captura gravitacional que usamos nesse trabalho se aproveita das perturbações orbitais para gerar economia de energia durante a captura. Separamos dois valores de R_{II} para demonstrar o método no sistema de Haumea, $2R_H$ e $38R_H$, onde $R_H = 960km$, pois no primeiro valor de R_{II} , temos o domínio da perturbação do potencial gravitacional de Haumea, e no segundo, das luas Namaka e Hi’aka, já que este valor de R_{II} se encontra entre as órbitas destas duas luas. Ademais, as duas famílias de órbitas são extremamente úteis no que tange aos objetivos da missão, i. e., sondas com órbitas próximas a Haumea poderiam analisar sua superfície e sondas com órbitas entre as duas luas poderiam coletar dados a respeito destas últimas. A contribuição de todos os perturbadores do sistema, para $2R_H$ foi mostrada nas figuras anteriores, e a Figura 4.12 traz o comportamento de Namaka e Hi’iaka para $38R_H$. Lembrando que mostramos também que, para $38R_H$, há condições iniciais que levam à colisões.

Como mencionado na Seção 3, o objetivo deste estudo de captura é encontrar condições iniciais para as quais uma partícula (que representa nossas sondas) escape, em integração no sentido retroativo do tempo, com energia menor do que zero. Isto significa que, no sentido convencional do tempo, a partícula seria capturada com uma energia menor do que zero, e esta diferença de energia, convertida para velocidade

através da Equação 3.10, seria descontada da velocidade necessária para capturar uma sonda carregada por uma nave vinda da Terra. Mais adiante explicaremos a mecânica da captura com um exemplo prático.

A Figura 4.15 mostra esta economia de energia (a) e o tempo correspondente para a captura (b), i. e., o tempo que, em integração retroativa no tempo, a partícula levou para escapar, para $R_{\text{II}} = 2R_H$, onde R_{II} é o raio do periápside para a captura, em função da inclinação e do ângulo de aproximação iniciais. Na Figura 4.15 (a) os pontos azuis representam a máxima economia de energia e os vermelhos a mínima, i. e., $E_{2C} = -0.06 \text{ km}^2/\text{s}^2$ é a menor energia que a sonda pode ter em R_{II} para que o escape ocorra no sentido retroativo no tempo, para qualquer valor de energia menor do que este, a sonda permanece capturada em torno de Haumea por 10 anos. As regiões em branco são aquelas em que a partícula não escapou para $E_{2C} = 0$. Buscamos, então, pontos azuis em ambos os gráficos, ou seja, máxima economia de energia para o menor tempo possível. Podemos encontrar estas condições para as órbitas diretas, já que estas são mais instáveis do que as retrógradas (STUCHI et al., 2008; MORAIS; GIUPPONE, 2012), sendo justamente a instabilidade a facilitadora para captura com $E_{2C} < 0$. Em outras palavras, se o problema não perturbado, a sonda só escaparia se $E_{2C} > 0$, o fato do problema ser perturbado torna possível o escape com $E_{2C} < 0$ no sentido retroativo do tempo e, conseqüente captura no sentido convencional. Não encontramos nenhum caso de colisão para $R_{\text{II}} = 2R_H$.

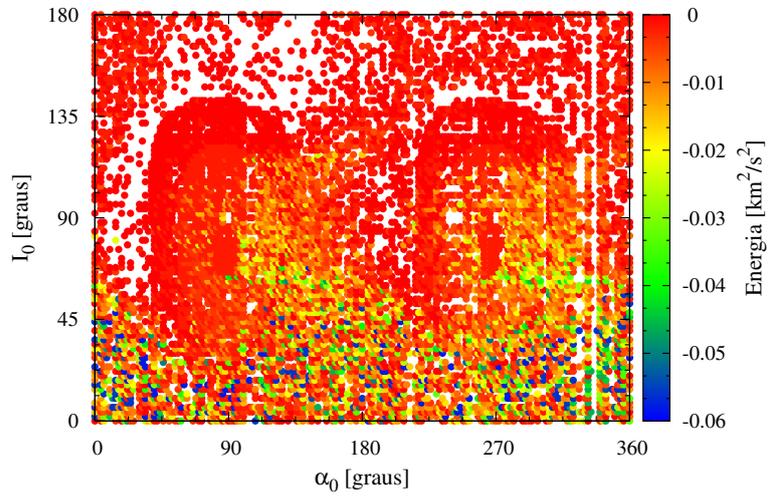
Analisemos agora as condições de captura para $R_{\text{II}} = 38R_H$. Como os satélites de Haumea são pequenos, sua perturbação não é suficiente para gerar grandes economias de energia. Podemos ver pela Figura 4.16 que a maior economia de energia é de $E_{2C} = -0.004 \text{ km}^2/\text{s}^2$ bem menor do que a apresentada na Figura 4.15, para $R_{\text{II}} = 2R_H$. Os pontos de máxima economia também são escassos, mesmo para $R_{\text{II}} = 38R_H$, região entre as órbitas de Namaka e Hi'iaka (26,73 R_H e 51,96 R_H , respectivamente). Embora mostramos anteriormente que uma partícula nesta região tem possibilidade de colidir com Hi'iaka, não registramos casos de colisão para estas figuras. Isto pode ser explicado pelo fato de que agora estamos observando uma partícula que abandona o sistema (pela integração retroativa no tempo). As colisões são possíveis quando a partícula já está capturada nesta região.

Vamos agora a um exemplo prático. Tomemos melhor caso da Figura 4.15, com $E_{2C} = -0.06 \text{ km}^2/\text{s}^2$ para $I_0 = 2^\circ$ e $\alpha_0 = 0^\circ$. Nestas condições, o tempo de captura é de menos de um ano. A mecânica da captura é a seguinte: a nave principal (carregando as pequenas sondas) seria direcionada, a partir de seu lançamento na

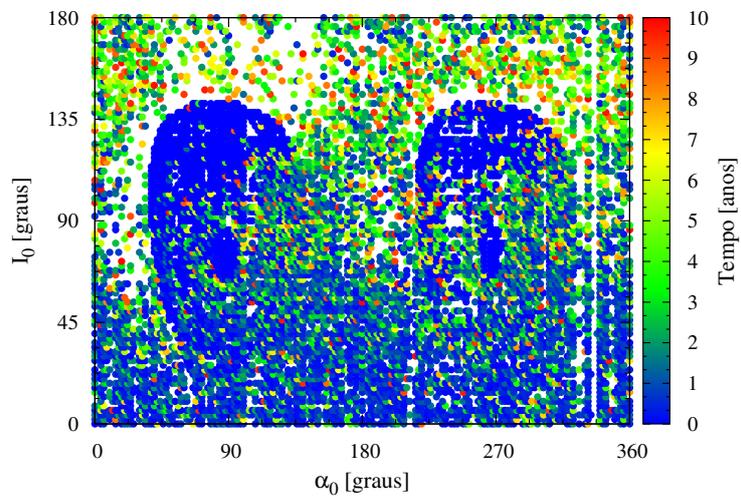
Terra, para uma trajetória que se encontrasse com trajetória inicial (no sentido convencional do tempo) do exemplo acima. Em menos de um ano, a nave estaria em $R_{\text{II}} = 2R_H$, com $I_0 = 2^\circ$ e $\alpha_0 = 0^\circ$ e um “saldo” de energia de $E_{2C} = -0.06 \text{ km}^2/\text{s}^2$. Neste ponto, a nave libera a pequena sonda e segue viagem. Ao liberar a sonda, a nave já a liberaria com um incremento de velocidade que possibilitasse a inserção desta na órbita de Haumea. Como o mecanismo de liberação pode ser de variados tipos (desde explosões controladas a molas), e as massas da sonda e da nave são desconhecidas, podemos apenas afirmar que o impulso necessário seria descontado de 129,6 m/s, velocidade encontrada através da Equação 3.10 e $E_{2C} = -0.06 \text{ km}^2/\text{s}^2$.

Para $R_{\text{II}} = 38R_H$ a economia no melhor caso, com $E_{2C} = -0.004 \text{ km}^2/\text{s}^2$ para $I_0 = 0^\circ$ e $\alpha_0 = 88^\circ$ foi de $\Delta V_E = 39,5 \text{ m/s}$. Brasil et al. (2015) mostra que o ΔV_E aumenta com a distância entre o corpo alvo e a sonda, mas em nosso caso, encontramos o contrário. Isto ocorre pois, no problema de Brasil et al. (2015), a maior perturbação é aplicada pelos satélites naturais de Júpiter, assim, quanto mais afastado de Júpiter, maior a economia de energia. Em nosso caso, a perturbação maior é devida ao potencial gravitacional de Haumea, fazendo com que órbitas de captura mais próximas a este forneçam o maior valor de ΔV_E .

Precisamos agora confrontar as órbitas de captura encontradas com as figuras que mostram o impacto das perturbações orbitais em trajetórias ao redor de Haumea. Para $R_{\text{II}} = 38R_H$, precisamos evitar as regiões com picos de variação de velocidade devido a Namaka e Hi'iaka, mostrados na Figura 4.12. Temos então um ponto ótimo em $\alpha_0 = 88^\circ, I_0 = 0^\circ$, com tempo de captura de 2 anos. Este ponto está fora das regiões de grande perturbação dos mapas de perturbação apresentados. Para $R_{\text{II}} = 2R_H$ não temos apenas um ponto ótimo, mas uma região.

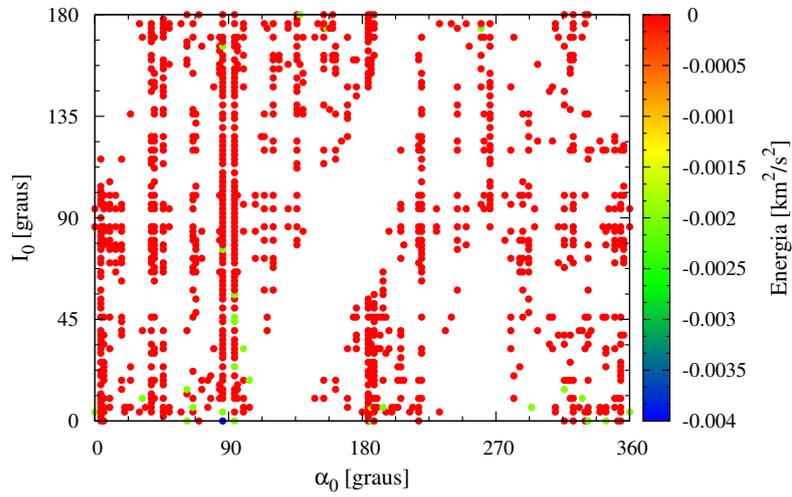


(a)

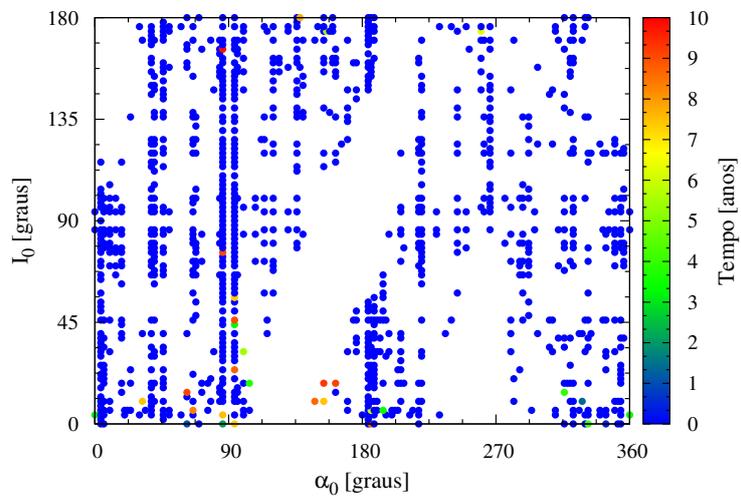


(b)

Figura 4.15 - Economia de energia para a captura de uma sonda por Haumea, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{\Pi} = 2R_H$.



(a)



(b)

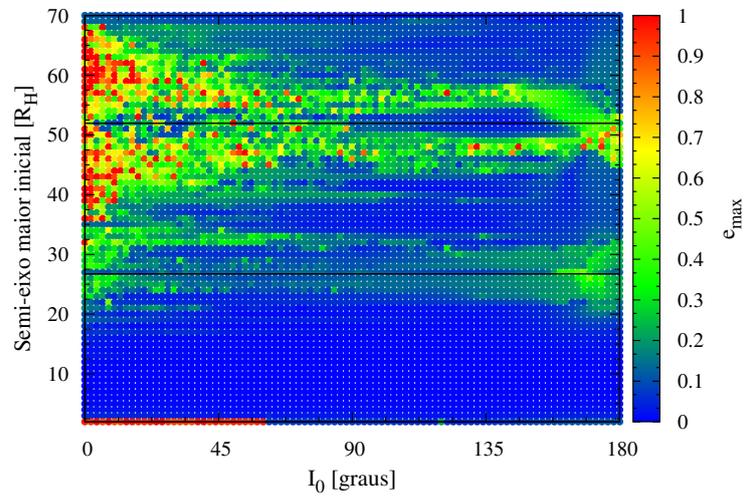
Figura 4.16 - Economia de energia para a captura de uma sonda por Haumea, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{\text{II}} = 38R_H$.

4.1.4 Integrações de longo período

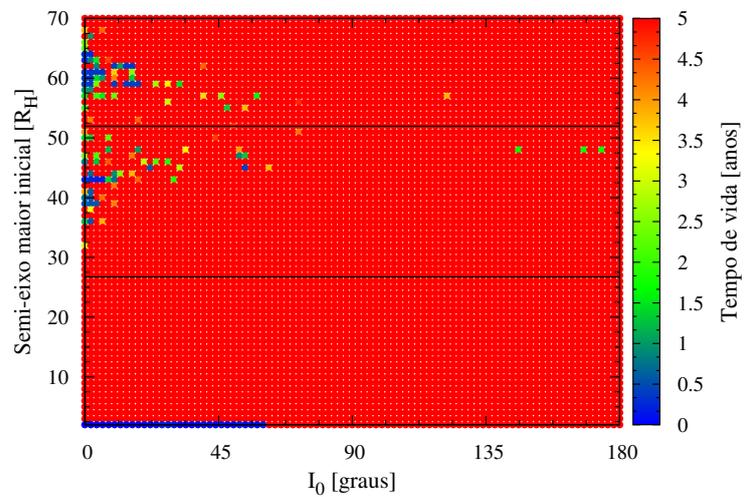
Para somar informação ao conhecimento do comportamento dos perturbadores deste sistema que adquirimos nesta seção apresentamos a Figura 4.17, que mostra a excentricidade máxima atingida por uma sonda durante período de integração máximo de cinco anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e o correspondente tempo de vida desta sonda (b). Podemos ver que as órbitas em torno de Haumea atingem valores altos de excentricidade para as regiões de picos de variação de velocidade indicadas pelas figuras anteriores. Vale ressaltar que esta figura possui $\omega_0 = 0^\circ$, então, para compará-la com os mapas de perturbação mostrados até agora, devemos olhar os pontos para $\omega_0 = 0^\circ$. Podemos dizer, então, para $R_{II} = 2R_H$, a região de escape entre $i = 0^\circ$ e $i = 45^\circ$ é gerada pela ação do termo que possui coeficiente C_{40} do potencial gravitacional de Haumea. Para $R_{II} = 38R_H$, as Figuras 4.11 e 4.9 poderiam explicar a faixa de estabilidade mostrada na 4.17. Também é importante notar que a região estável entre as órbitas de Namaka e Hi'iaka (região em azul, para inclinações retrógradas) é devida a ressonância retrógrada, que é explicada por [Morais e Giuppone \(2012\)](#).

Isto mostra uma outra vantagem do método, o tempo computacional. Para gerar a Figura 4.17 em um servidor com processador Intel Xeon quad core de 3.6GHz foram precisos dois dias e esta figura contempla apenas a condição $\omega_0 = 0^\circ$. Para gerar um mapa de perturbação, como o da Figura 4.12 (e conseqüentemente todos os mapas para $R_{II} = 38R_H$, já que todos são gerados ao mesmo tempo), no mesmo servidor, foram precisas somente duas horas.

Entretanto, como o método é aplicado por um período, conforme aumentamos o tempo de integração, o método começa a divergir do problema real. Mostramos até aqui que, para 5 anos (tempo de missão proposto por nós), o método funciona com razoável confiabilidade. Entretanto, a Figura 4.18 mostra um tempo de integração de 250 anos. Mesmo assim, para $R_{II} = 2R_H$, o método concorda com o que é mostrado pela Figura 4.18, porém, para $R_{II} = 38R_H$, há divergências. Com isto, queremos mostrar que, aplicando o método da integral das acelerações para um período orbital para missões curtas, como cinco anos, temos boa confiabilidade. Para missões mais longas precisaríamos usar um período maior na integral da aceleração.

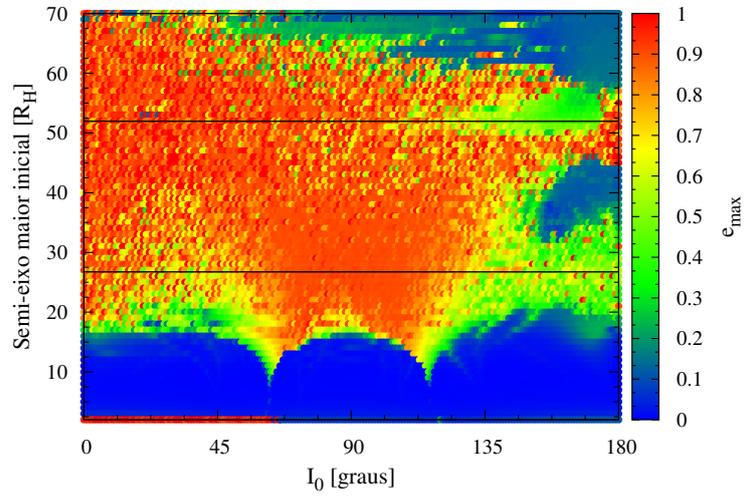


(a)

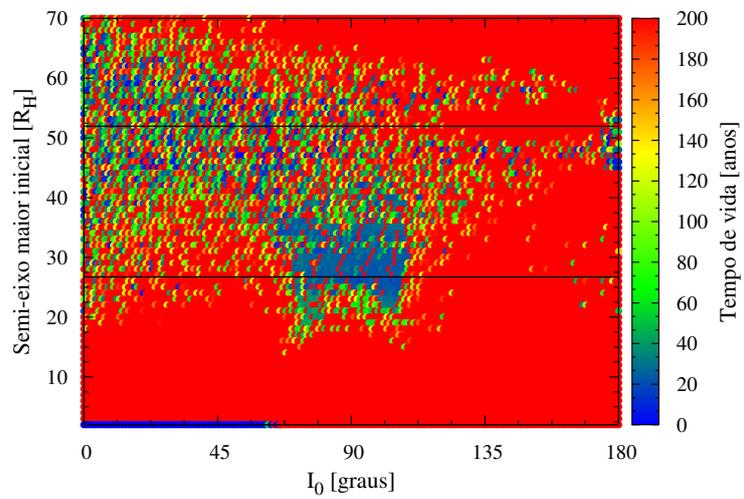


(b)

Figura 4.17 - Excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor de Haumea durante período de integração máximo de cinco anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e correspondente tempo de vida desta sonda (b), para $\omega_0 = 0^\circ$. As retas pretas correspondem aos semi-eixos de Namaka e Hi'iaka.



(a)



(b)

Figura 4.18 - Excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor de Haumea durante período de integração máximo de 250 anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e correspondente tempo de vida desta sonda (b), para $\omega_0 = 0^\circ$. As retas pretas correspondem aos semi-eixos de Namaka e Hi'iaka.

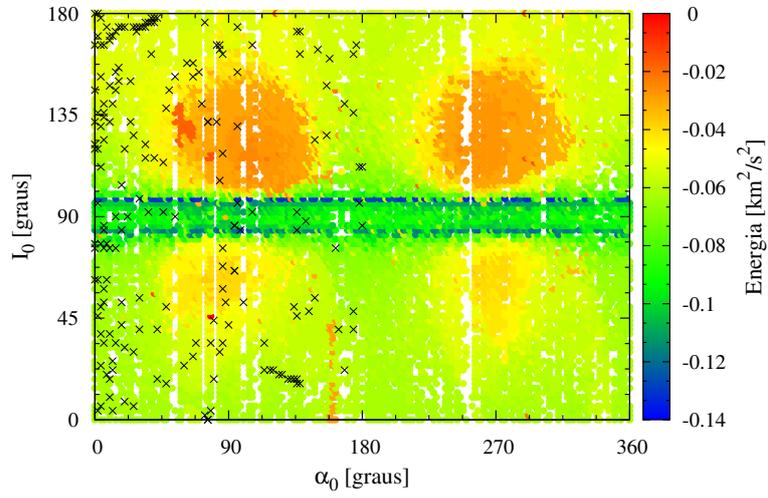
4.2 Plutão

4.2.1 Captura gravitacional

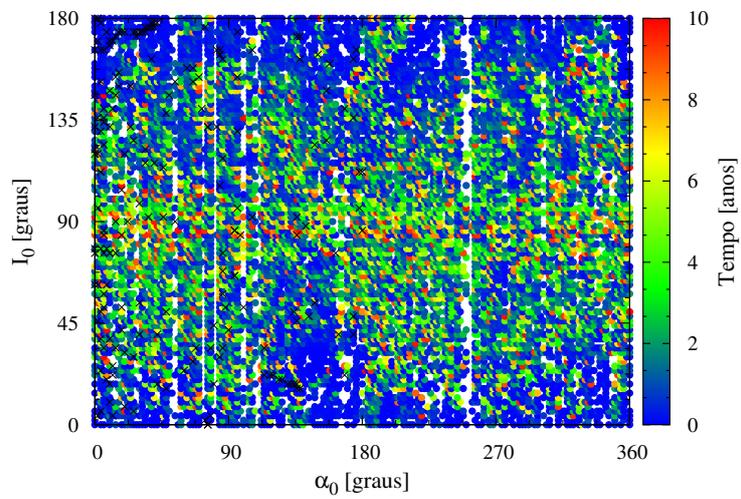
Com a finalidade de exemplificar os métodos propostos neste trabalho, aplicados ao sistema formado por Plutão e suas cinco luas, vamos comparar dois casos: $R_{\text{II}} = 2R_P$ e $R_{\text{II}} = 50R_P$, onde R_P é o raio equatorial médio de Plutão (1195 km) e $R_{\text{II}} = |\vec{R}_{\text{II}}|$ como mencionado no Capítulo 3. No primeiro caso, a órbita da sonda está entre Plutão e Caronte, próxima a Plutão, o que como no caso de Haumea, permite o escape nas integrações retroativas no tempo. Órbitas abaixo deste valor não escapam. No segundo caso, a sonda está entre as órbitas de Kerberos e Hydra. Vale ressaltar que, para trajetórias entre Plutão e Caronte, o sistema é plutocêntrico, enquanto para trajetórias externas à órbita de Caronte, o sistema é baricêntrico (centro de massa Plutão-Caronte).

A Figura 4.19 mostra a economia de energia para a captura de uma sonda por Plutão, como função da inclinação e ângulo de aproximação iniciais (a) e correspondente tempo gasto durante a captura (b), para $R_{\text{II}} = 2R_P$, onde cada ponto da figura significa uma órbita que sofreu escape na integração retroativa no tempo, levando à captura no sentido normal de integração. Assim como no sistema de Haumea, buscamos pela economia máxima em energia, associada ao mínimo tempo para captura. Os pontos marcados com “x” são aqueles que levaram à colisões da sonda com Caronte. Podemos observar que a região de economia de energia é pequena, mas com valor $E_{2C} = -0.14 \text{ km}^2/\text{s}^2$, que convertido para velocidade fica $\Delta V_E = 183,85 \text{ m/s}$.

Na Figura 4.20, a perturbação de Kerberos e Hydra leva a grande regiões de escape, embora a economia de energia seja menor se comparada ao caso anterior, e a região ótima de captura está concentrada em inclinações iniciais próximas a zero, com ângulo de aproximação próximo a 170° , mas podemos observar que a região com maior economia de energia se dá para órbitas diretas. Neste caso, as regiões em branco representam as condições iniciais para as quais não houve escape para $E_{2C} = 0$, não detectamos colisões. Para este caso, como $E_{2C} = -0.008 \text{ km}^2/\text{s}^2$, conseguimos uma economia de $\Delta V_E = 56,09 \text{ m/s}$.

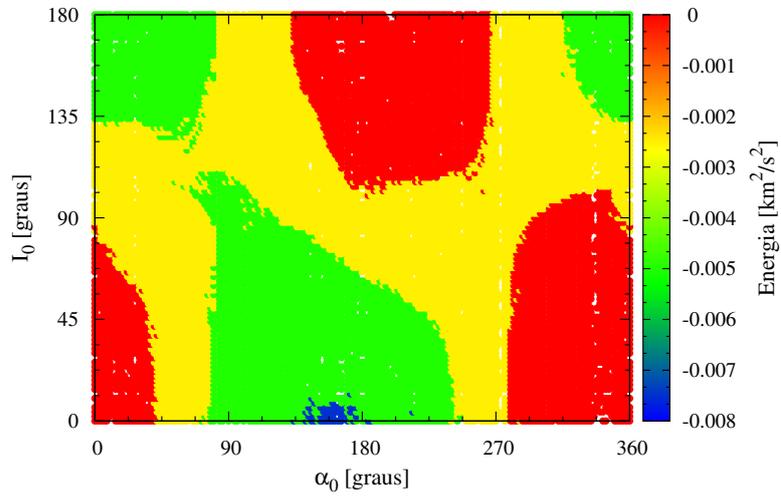


(a)

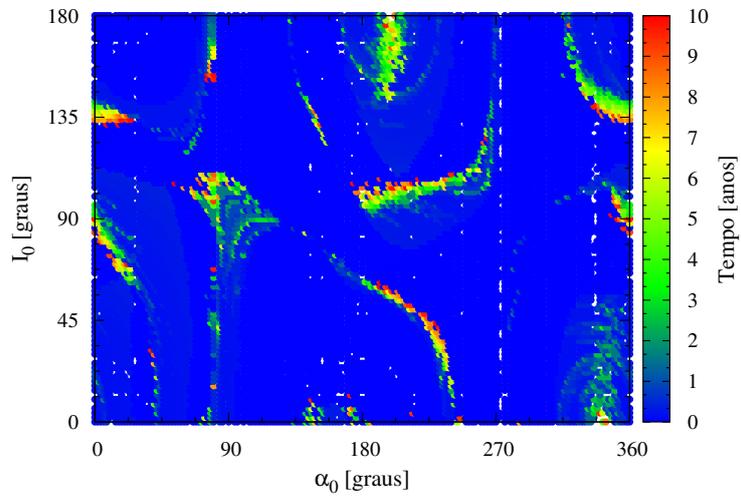


(b)

Figura 4.19 - Economia de energia para a captura de uma sonda por Plutão, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{II} = 2R_P$, onde $R_P = 1195km$. Os pontos marcados com “x” são aqueles que levaram à colisões da sonda com Caronte.



(a)



(b)

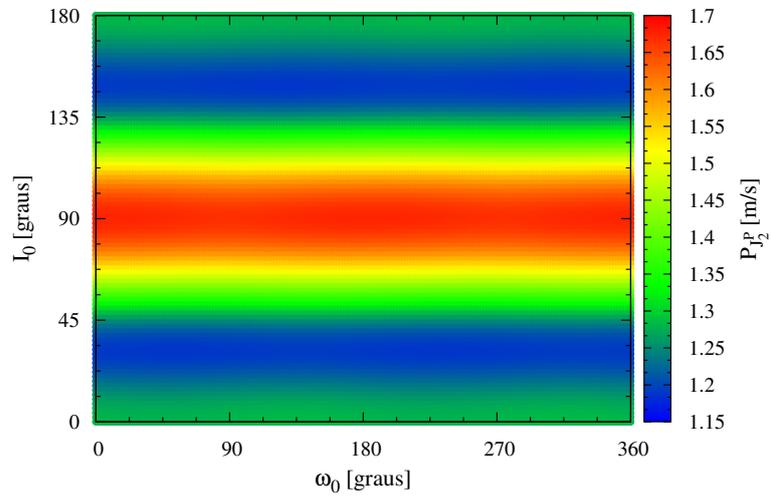
Figura 4.20 - Economia de energia para a captura de uma sonda por Plutão, como função da inclinação inicial e ângulo de aproximação (a) e tempo gasto durante a captura gravitacional (b) para $R_{\Pi} = 50R_P$, onde $R_P = 1195\text{km}$.

4.2.2 Manutenção orbital

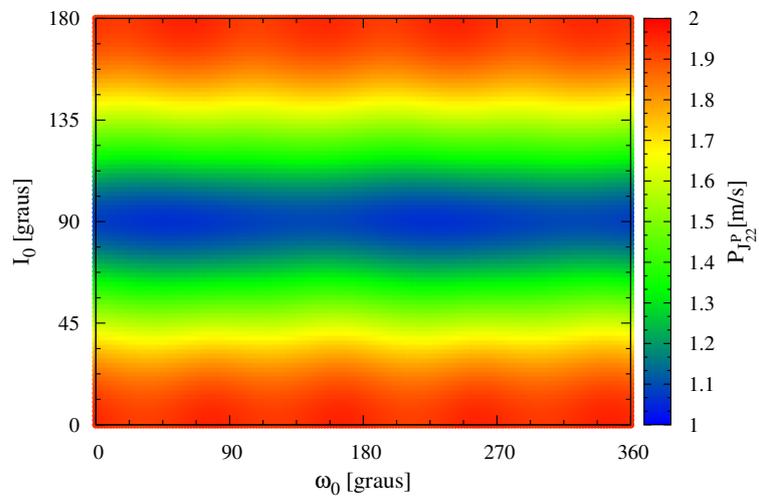
Como buscamos órbitas estáveis após a captura, devemos analisar, assim como fizemos para Haumea, a magnitude da velocidade total que os perturbadores aplicam sobre o satélite em um período orbital, lembrando que a contribuição de cada perturbador é medida sem desconsiderar os outros perturbadores do sistema, o que leva a interessantes resultados. Começamos pela análise da perturbação dos termos dos potenciais gravitacionais de Plutão e Caronte. Como estes dois corpos têm simetria quase esférica, bem diferente de Haumea, que é alongado, a dinâmica é completamente diferente. Podemos observar pela Figura 4.21 que a magnitude da variação de velocidade aplicada pelos termos J_2 (a) e J_{22} (b) sobre o satélite independe do valor inicial do argumento do pericentro, mas depende somente da inclinação. O mesmo não ocorre para Caronte, onde o valor de ω_0 determina a posição relativa inicial entre a sonda e Caronte, como podemos observar na Figura 4.22. Também podemos então argumentar que, dada a simetria, se a sonda estiver próxima a Caronte, a situação se inverte.

Ainda devido à forma “bem comportada” de Plutão e Caronte, estes não interferem na dinâmica de terceiro corpo do Sol, por exemplo, e a Figura 4.23 (a) revela este fato, mostrando que a perturbação do Sol segue o comportamento esperado (PRADO, 2013). Entretanto, em um sistema como o de Plutão, onde as pequenas luas estão muito próximas umas das outras (a saber, Styx: $35,6R_P$, Nix: $40,7R_P$, Kerberos: $48,3R_P$ e Hydra: $54,2R_P$), aproximações entre as sondas e estas luas podem interferir em outras perturbações, como mostra a Figura fig:P03 (b), onde o comportamento senoidal da variação da velocidade é destruído pelo efeitos destas aproximações para $R_{II} = 50R_P$.

Ao observar o comportamento de Kerberos e Hydra para $R_{II} = 50R_P$, apresentados na Figura 4.24 podemos notar que a dinâmica que o Sol apresenta na Figura 4.23 (b) acompanha o comportamento de Kerberos e Hydra. As regiões em branco são aquelas em que o módulo da velocidade total fornecida pelo perturbador atingiram valores de pelo menos duas ordens de grandeza maiores que o valor que é apresentado na figura. Em outras palavras, eliminamos da figura valores muito altos de variação de velocidade, a fim de mostrar as variações que estes ocultariam. Como o valor da integral da aceleração cresce em módulo quando há um encontro próximo, mesmo que este encontro não gere singularidades ao sistema, e nem haja colisão, podemos argumentar que esta técnica é sensível o suficiente para que seja detectado risco de colisão com baixo custo computacional, pois o tempo de integração é de um

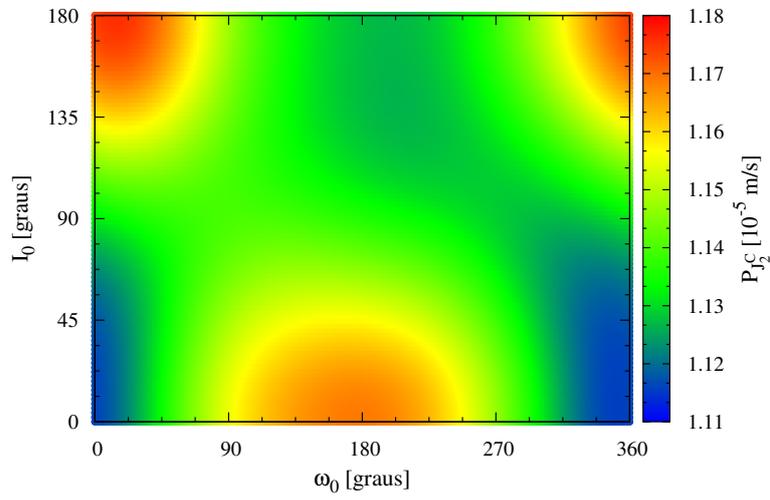


(a)

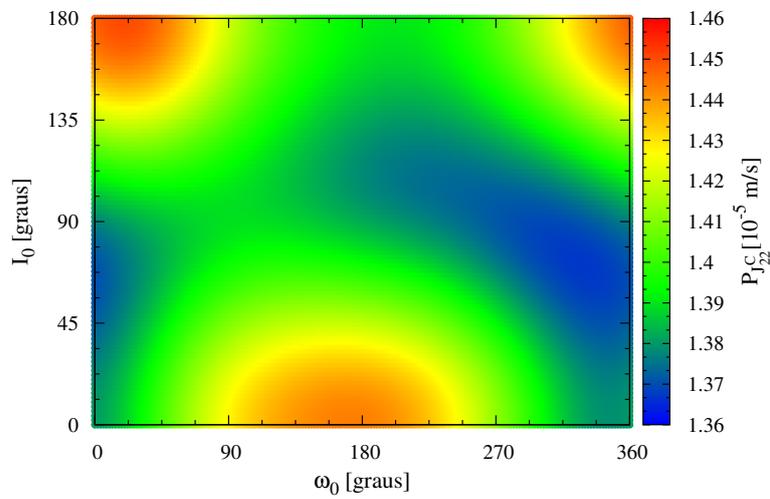


(b)

Figura 4.21 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual dos termos J_2 (a) e J_{22} (b) do potencial gravitacional de Plutão, em função da inclinação inicial e do ângulo de aproximação, para $R_{\Pi} = 2R_P$

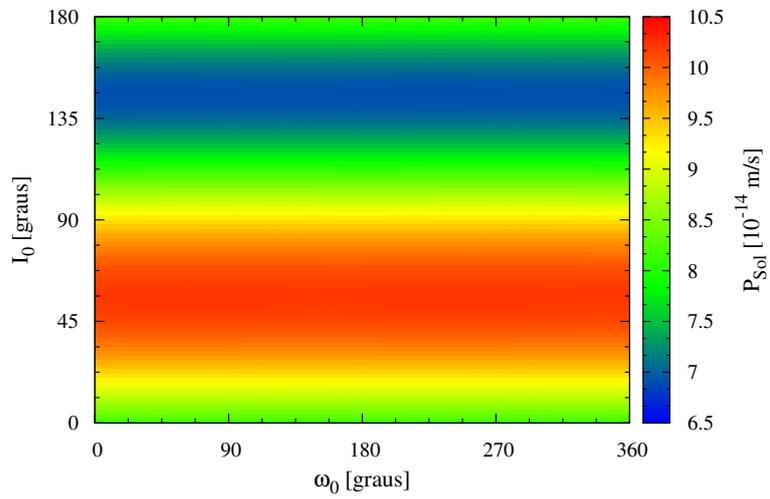


(a)

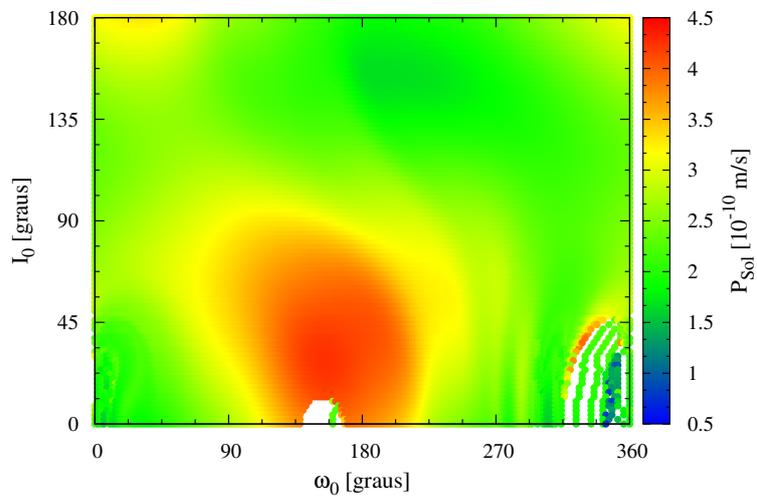


(b)

Figura 4.22 - Variação total de velocidade devido à contribuição individual dos termos J_2 (a) e J_{22} (b) do potencial gravitacional de Caronte, em função da inclinação inicial e do ângulo de aproximação, para $R_{\Pi} = 2R_P$



(a)

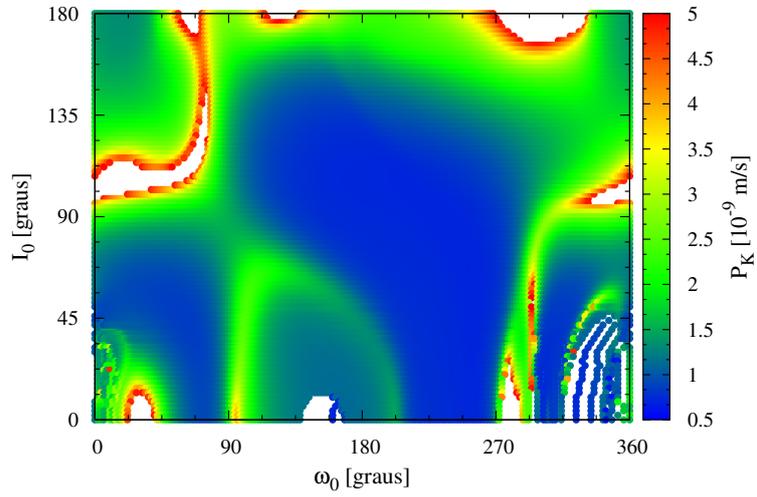


(b)

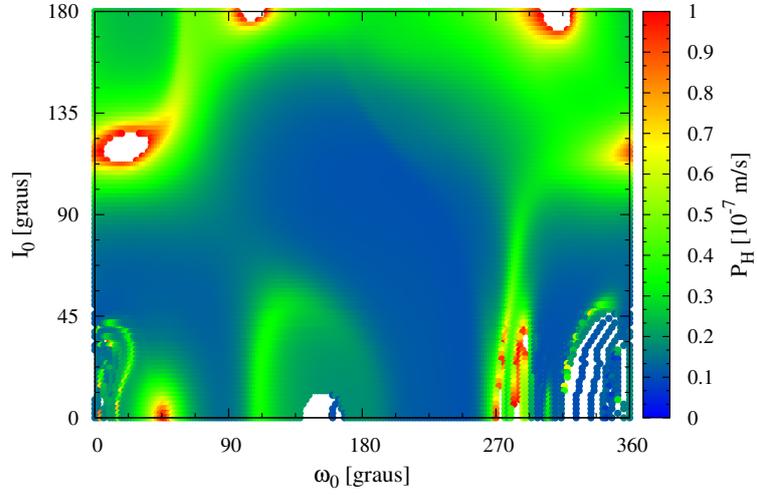
Figura 4.23 - Contribuição total de velocidade devido ao Sol, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{II} = 2R_P$ (a) e $R_{II} = 50R_P$ (b).

período orbital (como mostramos para Haumea). Para verificar com que corpo é maior o risco de colisão, devemos observar qual corpo teve o maior aumento líquido no módulo da velocidade, e neste caso foi Hydra, que teve um aumento de até uma ordem de grandeza no valor do módulo da velocidade aplicada sobre a sonda. Para completar o conjunto de dados deste sistema, em termos de análise de perturbações, apresentamos o comportamento de Kerberos de Hydra para $R_{\text{II}} = 2R_P$ (Figura 4.25), e Caronte, Styx e Nix para $R_{\text{II}} = 2R_P$ e $R_{\text{II}} = 50R_P$ (Figuras 4.26 a 4.28). Fica claro, ao observar estas figuras, o efeito líquido entre as perturbações.

Precisamos agora confrontar as órbitas de captura encontradas com as figuras que mostram o impacto das perturbações orbitais em órbitas ao redor de Plutão. Para $R_{\text{II}} = 50R_P$, precisamos evitar as regiões com picos de variação de velocidade devido a Kerberos e Hydra. Neste caso, existe uma pequena região, dentro da região de pico de perturbação de Hydra, que contém pontos ótimos para captura. No caso de $R_{\text{II}} = 2R_P$, o cenário é ainda melhor, já que as órbitas ótimas de captura coincidem com a região de menor perturbação do J_2 de Plutão.

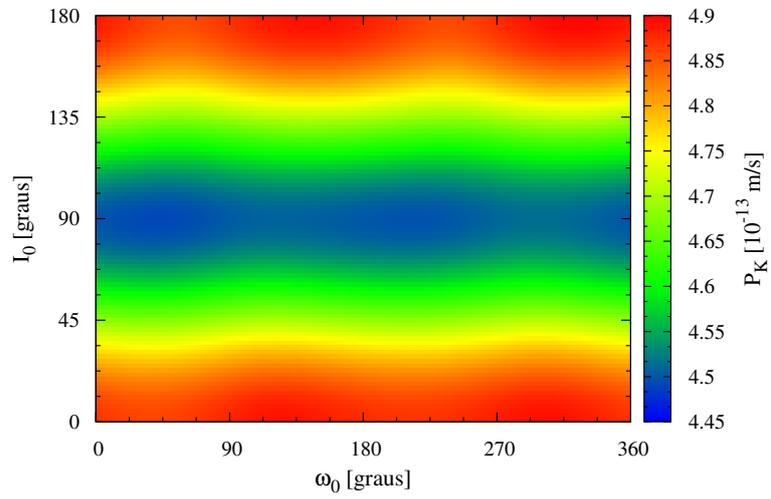


(a)

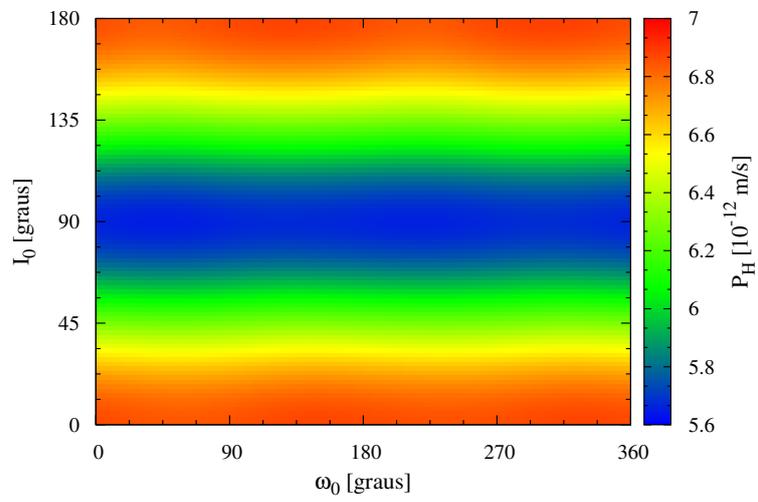


(b)

Figura 4.24 - Contribuição total de velocidade devido a Kerberos (a) e Hydra (b) como função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{II} = 50R_P$.

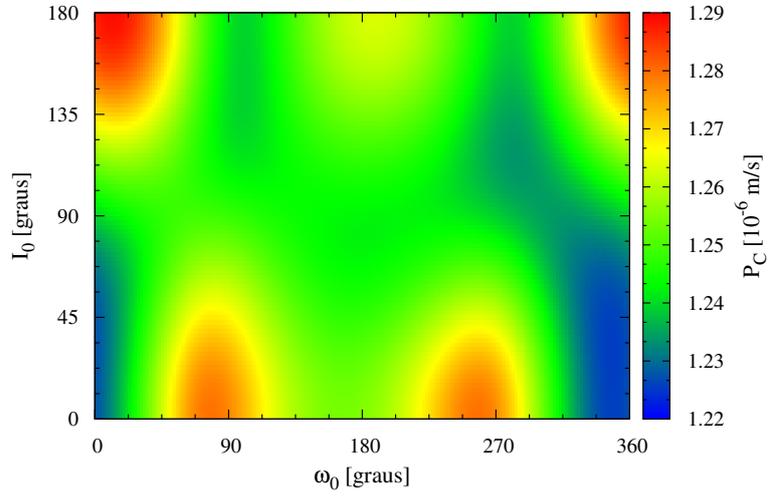


(a)

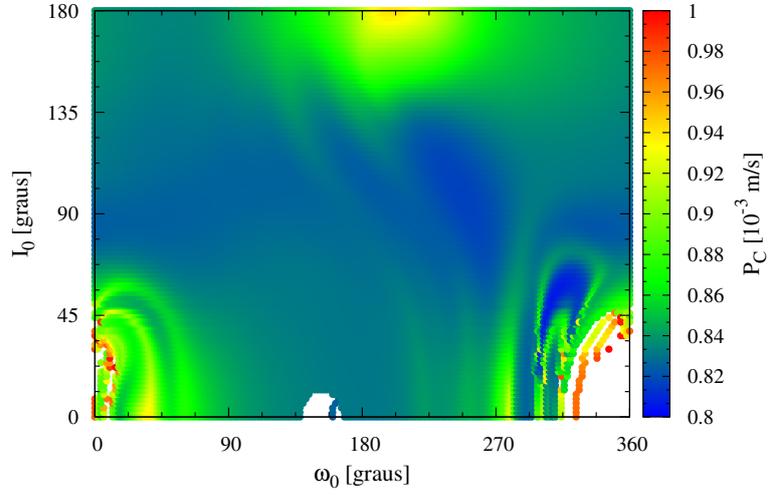


(b)

Figura 4.25 - Contribuição total de velocidade devido a Kerberos (a) e Hydra (b) como função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{II} = 2R_P$.

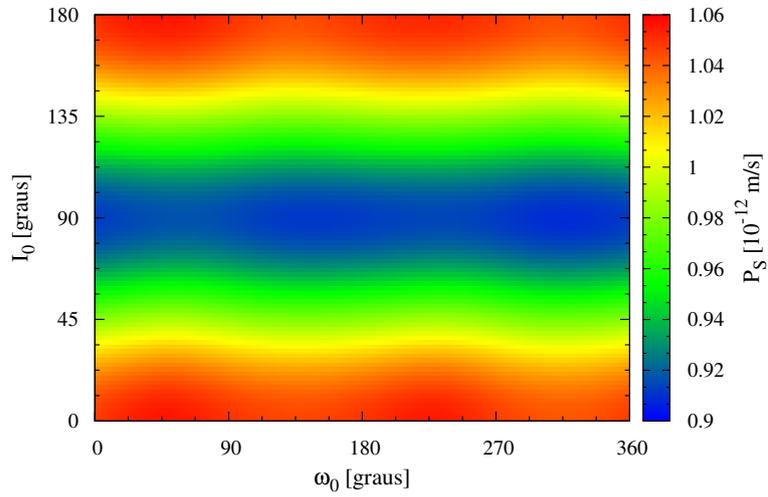


(a)

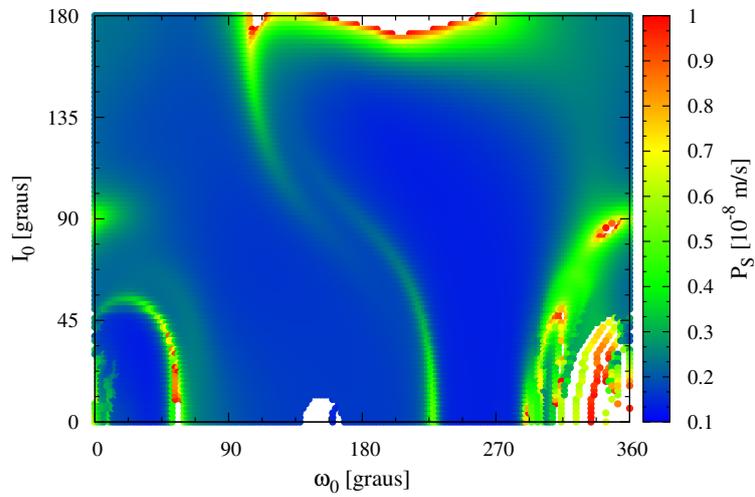


(b)

Figura 4.26 - Contribuição total de velocidade devido a Caronte em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{II} = 2R_P$ (a) e $R_{II} = 50R_P$ (b).

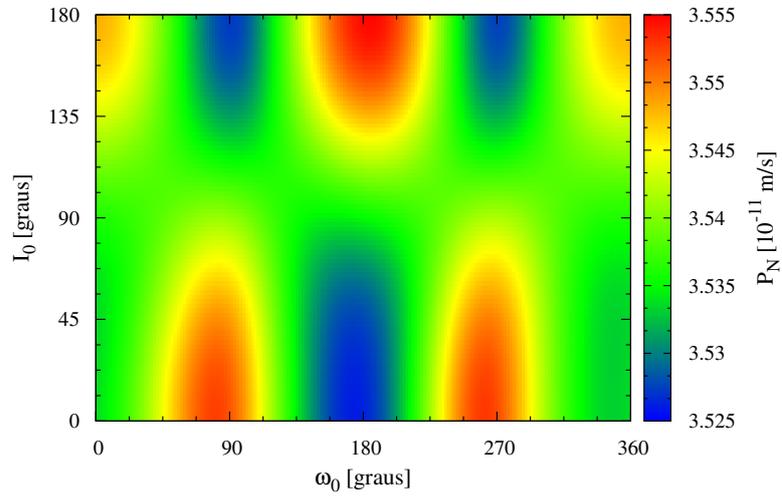


(a)

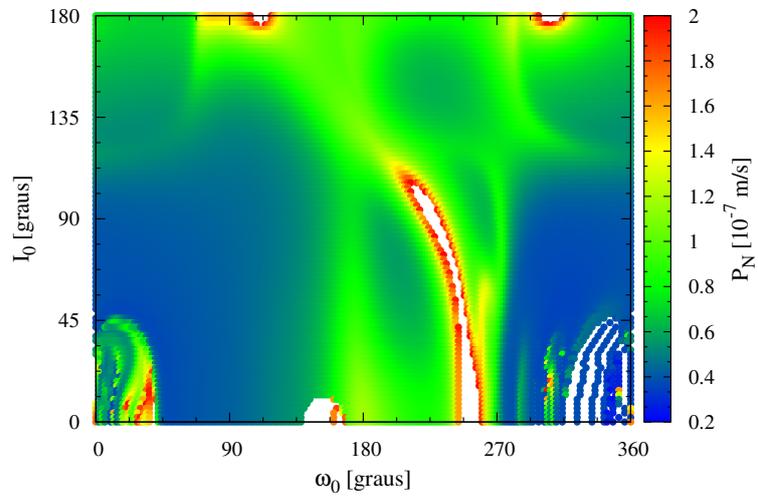


(b)

Figura 4.27 - Contribuição total de velocidade devido a Styx, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{\Pi} = 2R_P$ (a) e $R_{\Pi} = 50R_P$ (b).



(a)



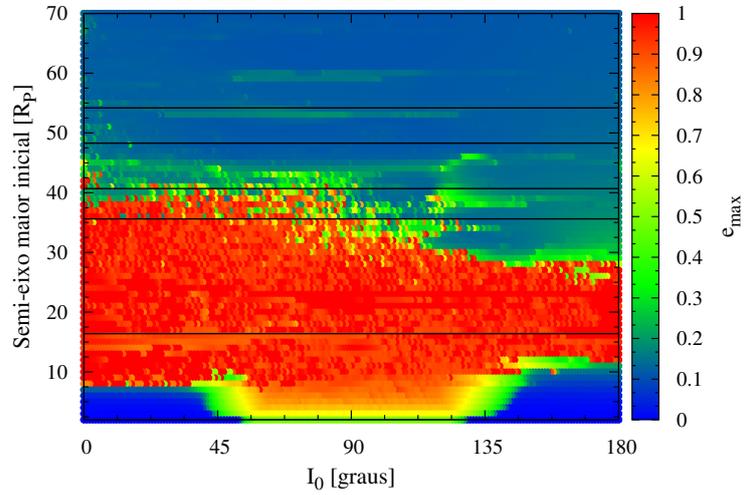
(b)

Figura 4.28 - Contribuição total de velocidade devido a Nix, em função da inclinação e argumento do pericentro iniciais, para $R_{II} = 2R_P$ (a) e $R_{II} = 50R_P$ (b).

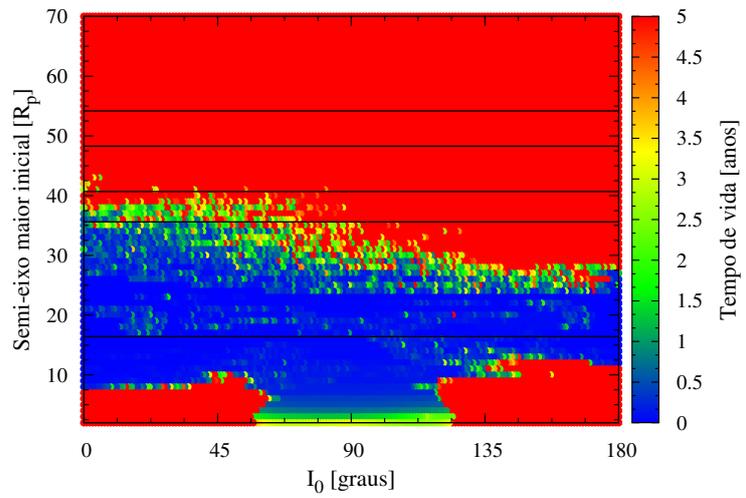
4.2.3 Integrações de longo período

A Figura 4.29 mostra a excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor do sistema Plutão-Caronte (lembrando que, para órbitas externas à órbita de Caronte, o referencial é baricêntrico) durante período de integração máximo de cinco anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e o correspondente tempo de vida desta sonda (b). Todo o raciocínio utilizado para Haumea pode ser aplicado também aqui. Podemos notar que Caronte é o responsável por “limpar” sua vizinhança, já que os pontos mais instáveis estão próximos de sua órbita. Vale ressaltar que, embora tenhamos encontrados condições iniciais que levam a órbitas estáveis (durante 5 anos), as órbitas instáveis também poderiam ser úteis. Estas poderiam ser usadas para fazer com que as sondas colidissem com corpos do sistema, a fim de levantar material do corpo que sofre a colisão, a fim de fazer análises químicas dos elementos que formam estes corpos.

Como o sistema de Plutão é um sistema conhecido há mais tempo que o sistema de Haumea, são muitos os trabalhos em dinâmica orbital a respeito deste sistema. em particular, o trabalho de [Winter et al. \(2013\)](#) mostra regiões estáveis ao redor de Plutão. Embora o período de integração seja bem diferente, as regiões de estabilidade encontradas em [Winter et al. \(2013\)](#) possuem grandes similaridades com as regiões estáveis da Figura 4.29.



(a)



(b)

Figura 4.29 - Excentricidade máxima atingida por uma sonda ao redor do sistema Plutão-Caronte durante período de integração máximo de cinco anos, em função da inclinação e semi-eixo maior iniciais (a) e correspondente tempo de vida desta sonda (b), para $\omega_0 = 0^\circ$. As retas pretas correspondem aos semi-eixos de Caronte, Styx, Nix, Kerberos e Hydra.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho propusemos a utilização de nano-satélites carregados por uma nave principal, que funcionariam como sondas para a exploração de Haumea e Plutão. A utilização destes satélites poderia solucionar o problema de colocar satélites artificiais em torno de sistemas distantes, devido a alta velocidade de aproximação. Como as sondas têm massa reduzida, o sistema de liberação poderia fornecer energia para a captura.

Com um sistema como este encontramos, para determinados valores de raio do periápside, conjuntos de valores de inclinação e ângulo de aproximação que levaria à captura destas sondas por Haumea (para $2 R_H$ e $38 R_H$) e Plutão (para $2 R_P$ e $50 R_P$) com economia de energia. Esta economia se dá pelo fato da sonda ser capturada com energia de dois corpos menor do que zero, se aproveitando da ação das perturbações orbitais características a cada sistema. No caso de Haumea, o melhor caso de economia de energia foi de $E_{2C} = -0.06 km/s^2$, gerando $\Delta V_E = 129,6 m/s$, para uma órbita de captura próxima a Haumea ($2 R_H$) com $I_0 = 2^\circ$ e $\alpha_0 = 0^\circ$. Com $38 R_H$, encontramos, como melhor resultado, $\Delta V_E = 39,5 m/s$, com $I_0 = 0^\circ$ e $\alpha_0 = 88^\circ$. Para Plutão, os melhores resultados foram $\Delta V_E = 183,85 m/s$ para $R_{II} = 2R_P$ e $\Delta V_E = 56,09 m/s$ para $R_{II} = 50R_P$.

Analizamos as perturbações orbitais no sistema de Haumea e Plutão, mostrando que existem um efeito líquido que faz com que uma perturbação interfira no regime de influência de outra. Ou seja, como a perturbação do potencial gravitacional de Haumea, por exemplo, altera a trajetória da sonda, isto afeta a maneira como Hi'iaka a perturba. Utilizamos, para tanto, o método da integral das acelerações para um período orbital das sondas. A utilização de um período orbital das sondas como tempo de integração no método da integral das acelerações é válido, pois mostramos que os efeitos das perturbações que aparecem para um período orbital também aparecem para outros tempos de integração. Com este método também foi possível determinar de maneira rápida, com pouco esforço computacional, regiões para $50 R_P$ em que a sonda poderia colidir com Hydra.

Ao cruzarmos as informações de captura com a quantificação das perturbações, encontramos pontos ótimos de captura com economia de energia e pouca perturbação, o que garantiria a manutenção das sondas por um período de cinco anos, com baixa excentricidade, sem a utilização de propulsores, já que estas sondas teriam tamanho limitado. Um enxame destas pequenas sondas posicionadas nas condições iniciais encontradas neste trabalho poderia explorar o sistema (seja Haumea ou Plutão)

com riqueza de detalhes.

Finalmente, as condições iniciais que levam à instabilidade poderiam ser usadas para coleta de dados na superfície dos corpos do sistema, através de colisões. Dependendo do tamanho da sonda e suas características, esta colisão poderia ser controlada e transformada em pouso, já que as condições de captura que levam às órbitas mais instáveis são mais numerosas.

Acreditamos que os métodos apresentados aqui, bem como os resultados encontrados, possam ser de grande utilidade no planejamento de futuras missões a estes sistemas, que podem fornecer elementos importantes para explicar a formação do próprio Sistema Solar.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ARFKEN, G. B.; WEBER, H. **Mathematical methods for physicists**. 6. ed. USA: Springer Academic Press, 2005. 17
- BEAUVALET, L. et al. Dynamical parameter determinations in Pluto's system, expected constraints from the New Horizons mission to Pluto. **Astronomy and Astrophysics**, v. 540, n. A65, 2012. 18
- BELBRUNO, E. A. Lunar capture orbits, a method of constructing Earth Moon trajectories and the lunar gas mission. In: AIAA/DGLR/JSASS INTERNATIONAL ELECTRIC PROPULSION CONFERENCE, 19., 1987, Colorado, USA. **Proceedings...** Colorado: Colorado Springs, 1987. AIAA-87-1054. 4
- _____. Examples of the nonlinear dynamics of ballistic and escape in the Earth-Moon system. In: AIAA ASTRODYNAMICS CONFERENCE, 1990, Oregon, EUA. **Proceedings...** Oregon: Portland, 1990. AIAA-90-2896. 5
- _____. Ballistic lunar capture transfer using the fuzzy boundary and solar perturbation: A survey. **Journal of British Interplanetary Society**, v. 47, p. 73–80, 1994. 5
- BELBRUNO, E. A.; MILLER, J. K. A ballistic lunar capture for the lunar observer. In: **JPL IOM 312/90.4-1752, Internal Document**. Pasadena, CA, EUA: JPL, 1990. 5
- _____. Sun-perturbed Earth-to-Moon transfer with ballistic capture. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 16, p. 770–775, 1993. 5
- BETHENCOURT, A.; WANG, J.; RIZOS, C.; KEARSLEY, A. H. W. Using personal computers in spherical harmonic synthesis of high degree earth geopotential models. In: IAG SYMPOSIUM, 2005. **Proceeding...** Australia: Cairns: Springer, 2005. 17
- BRASIL, P. I. O.; PRADO, A. F. B. A.; DEIENNO, R.; YOKOYAMA, T. Study of the gravitational capture of a spacecraft by Jupiter. **Advances in Space Research**, v. 55, p. 668–681, 2015. 6, 23, 25, 46
- BROWN, M. E. et al. Keck observatory laser guide star adaptive discovery and characterization of a satellite to the large kuiper belt object 2003 el61. **The Astronomical Journal**, v. 632, p. 45–48, 2005. 2

- BROZOVIĆ, M.; SHOWALTER, M. R.; A., J. R.; BUIE, M. W. The orbits and masses of the satellites of pluto. **Icarus**, v. 246, p. 317–329, 2015. 21
- CANUP, R. M.; WARD, R. W. Formation of the galilean satellites: Conditions of accretion. **The Astronomical Journal**, v. 124, p. 3404–3423, 2002. 5
- _____. A common mass scaling for satellite systems of gaseous planets. **Nature**, v. 441, p. 834–839, 2006. 5
- CARVALHO, J. P. S.; MORAES, R. V. de; PRADO, A. F. B. A. Searching less perturbed circular orbits for a spacecraft traveling around Europa. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2014, p. 1–10, 2014. Article ID 529716. 6
- CASALINO, L.; COLASURDO, G.; PASTRONNE, D. Optimal low-thrust scape trajectories using gravity assist. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n. 5, p. 637–642, 1999. 9
- ČUK, M.; RAGOZZINE, D.; NESVORNÝ. On the dynamics and origin of haumea’s moons. **The Astronomical Journal**, v. 146, n. 4, 2013. 22
- CURTIS, H. D. **Orbital mechanics for engineering students**. 2. ed. USA: Elsevier, 2010. 3, 9
- D’AMARIO, L. A.; BYRNES, D. V.; STANFORD, R. H. Interplanetary trajectory optimization with application to Galileo. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 5, n. 5, p. 465–471, 1982. 9
- DEIENNO, R. Um estudo da dinâmica de satélites artificiais de Urano. **Exame de Qualificação**, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, 2012. 6
- DOBROWOLSKIS, A. R.; PEALE, S. J.; HARRIS, A. W. Dynamics of Pluto-Charon binary. In: STERN, A.; THOLEN, D. J. (Ed.). **Pluto and Charon**. USA: University of Arizona Press, 1997. p. 159–190. 2
- DUMAS, C.; CARRY, B.; HESTROFFER, D.; MERLIN, F. High-contrast observations of (136108) Haumea – a crystalline water-ice multiple system. **Astronomy and Astrophysics**, v. 528, n. A105, p. 1–6, 2011. 3
- DUNHAN, D.; DAVIS, S. Optimization of a multiple lunar- swing-by trajectory sequence. **Journal of Astronautical Sciences**, v. 33, n. 3, p. 275–288, 1985. 9

- DVORAK, R. On the capture origins of the satellites of the solar system. In: SYMPOSIUM OF THE INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION. ASTEROIDS, COMETS, METEORS II, 122., 1986, Upsala, Sweden. **Proceedings...** Upsala: IAU, 1986. p. 165–174. 5
- EVERHART, E. An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacing. **Dynamics of Comets: Their Origin and Evolution – Astrophysics and Space Science Library**, v. 115, p. 185–202, 1985. 27
- GRUNDY, W. M.; MCKINNON, W. B. et al. Exploration strategy for the ice dwarf planets 2013- 2022. **SBAG Community White Paper**, 2009. 1, 3
- HEISKANEN, W. A.; MORITZ, H. **Physical geodesy**. 1. ed. USA: W.H. Freeman, 1967. 17
- HUNTER, R. B. Motion of satellites ad asteroids under the influence of jupiter and the sun – I. Stable and unstable satellite orbits. **Monthly Notes of the Royal Astronomical Society**, v. 136, p. 245–265, 1967. 5
- _____. Motion of satellites ad asteroids under the influence of jupiter and the sun – II. Asteroid orbits close to jupiter. **Monthly Notes of the Royal Astronomical Society**, v. 136, p. 267– 277, 1967. 5
- IAU. Resolution B5: Definition of a planet in the Solar System. In: GENERAL ASSEMBLY OF THE IAU, 26., 2006, Prague, Czech Republic. **Proceedings...** Prague: IAU, 2006. 1
- JEWITT, D.; HAGHIGHIPOUR, N. Irregular satellites of the planets: Products of capture in the early solar system. **Annual Review of Astronomy and Astrophysics**, v. 45, p. 261–295, 2007. 5, 6
- JPL. **On-line solar system data and ephemeris computation service [online database]**. 2014. Acessado via telnet. Disponível em: <<http://ssd.jpl.nasa.gov/?horizons>>. Acesso em: 20 de setembro de 2014. 22
- KOHLHASE, C. E.; PENZO, P. A. Voyager mission description. **Space Science Reviews**, v. 21, n. 2, p. 77–101, 1977. 9
- LOCKWOOD, A. C.; BROWN, M. E.; STANSBERRY, J. The size and shape of the oblong dwarf planet Haumea. **Earth, Moon, and Planets**, v. 111, p. 127–137, 2014. 20, 21, 35

McKEE, M. New world found in the outer solar system. **New Scientist**, versão digital, seção **Space**, 2005. Disponível em:

<<http://www.newscientist.com/article/dn7751-new-world-found-in-outer-solar-system.html#.VE6VhYeZbCc>>.

Acesso em: 20 outubro 2014. 2

MONTENBRUCK, O.; GILL, E. **Satellite orbits**: models, methods, and applications. 1. ed. Germany: Springer, 2001. 17

MORAIS, M. H. M.; GIUPPONE, C. A. Stability of prograde and retrograde planets in circular binary systems. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 424, p. 52–54, 2012. 45, 49

PICKERING, E. C. A new satellite of Saturn. **Harvard College Observatory Bulletin**, n. 49, 1899. 5

PINILLA-ALONSO, N.; BRUNETTO, R.; LICANDRO, J.; GIL-HUTTON, R.; ROUSH, T. L.; STRAZZULLA, G. The surface of (136108) Haumea (2003 EL61), the largest carbon-depleted object in the trans-Neptunian belt. **Astronomy and Astrophysics**, v. 496, n. 2, p. 547–556, 2009. 3

POLLACK, J. B.; BURNS, J. A.; TAUBER, M. E. Gas drag in primordial circumplanetary envelopes – a mechanism for satellite capture. **Icarus**, v. 37, p. 587–611, 1979. 6

PONCY, J.; BAIG, F. J.; FERESIN, F.; MARTINOT, V. A preliminary assessment of an orbiter in the Haumea system: How quickly can a planetary orbiter reach such a distant target? **Acta Astronautica**, v. 68, p. 622–628, 2011. 2, 3

PRADO, A. F. B. A. Searching for orbits with minimum fuel consumption for station-keeping maneuvers: An application to lunisolar perturbations. **Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, p. 1–11, 2013. Article ID 415015. 6, 25, 36, 55

_____. Mapping orbits around the asteroid 2001SN263. **Advances in Space Research**, v. 53, n. 5, 2014. 6

RABINOWITZ, D. L. et al. Photometric observations constraining the size, shape, and albedo of 2003 EL61, a rapidly rotating , Pluto-sized object in the Kuiper Belt. **The Astronomical Journal**, v. 639, p. 1238–1251, 2006. 21

RAGOZZINE, D.; BROWN, M. E. Orbits and masses of the dwarf planet Haumea (2003 EL61). **The Astronomical Journal**, v. 137, p. 4766–4776, 2009. 2, 3, 20, 22

RAYMAN, M. C. et al. Dawn: A mission in development for exploration of main belt asteroids Vesta and Ceres. **Acta Astronautica**, v. 58, p. 605–616, 2006. 2

RILEY, K. F.; HOBSON, M. P.; BENCE, S. J. **Mathematical methods for physics and engineering**. 3. ed. USA: Cambridge University Press, 2006. 26

ROSSI, A.; MARZARI, F.; FARINELLA, P. Orbital evolution around irregular bodies. **Earth Planets Space**, v. 51, p. 1173–1180, 1999. 19

RUSSEL, C. T. et al. Dawn mission and operations. In: SYMPOSIUM OF THE INTERNATIONAL ASTRONOMICAL UNION. ASTEROIDS, COMETS, METEORS II, 229., 2005, Buzios, Brazil. **Proceedings...** Buzios: IAU, 2005. v. 229, p. 97–119. 2

SANCHEZ, D.; PRADO, A. F. B. A.; YOKOYAMA, T. On the effects of each term of the geopotential perturbation along the time I: Quasi-circular orbits. **Advances in Space Research**, v. 54, n. 6, 2014. 18, 26, 36

SEE, T. J. J. Dynamical theory of the capture of satellites and of the division of nebulae under the secular action of a resisting medium I. **Popular Astronomy**, v. 17, p. 481–484, 1909. 5

_____. Dynamical theory of the capture of satellites and of the division of nebulae under the secular action of a resisting medium II. **Popular Astronomy**, v. 17, p. 534–544, 1909. 5

SHOWALTER, M. R.; HAMILTON, D. P.; STERN, S. A.; WEAVER, H. A.; STEFFL, A. J.; YOUNG, L. A. New satellite of (134340) Pluto: S/2011 (134340) 1. **IAU: Central Bureau for Astronomical Telegrams**, n. 2769, 2011. 1

SHOWALTER, M. R.; WEAVER, H. A.; STERN, S. A.; STEFFL, A. J.; BUIE, M. W.; MERLINE, W. J.; MUTCHLER, M. J.; SOUMMER, R.; THROOP, H. B. New satellite of (134340) pluto: S/2012 (134340) 1. **IAU: Central Bureau for Astronomical Telegrams**, n. 9253, 2012. 1

SOLORZANO, C. R. H.; SUKHANOV, A. A.; PRADO, A. F. B. A. P. Optimization of transfers to Neptune. **Non Linear Dynamics and Systems Theory**, v. 8, n. 2, p. 205–211, 2008. 9

STRANGE, N.; LONGUSKI, J. M. Graphical method for gravity-assist trajectories design. **Journal of Spacecraft and Rockets**, v. 39, n. 1, p. 9–16, 2002. 9

STUCHI, T. J.; YOKOYAMA, T.; CORREA, A. A.; SOLORZANO, C. R. H.; SANCHEZ, D. M.; WINTER, S. M. G.; WINTER, O. C. Dynamics of a spacecraft and normalization around lagrangian points in the Neptune-Triton system. **Advances in Space Research**, v. 42, p. 1715–1722, 2008. 45

SUKHANOV, A. A. Close approach to Sun using gravity assists of the inner planets. **Acta Astronautica**, v. 45, p. 175–185, 1999. 9

_____. **Lectures on astrodynamics**. 6. ed. São José dos Campos: INPE, 2010. INPE-14656-PUD/183. 3, 9

THOLEN, D. J. et al. Masses of Nix and Hydra. **The Astronomical Journal**, v. 135, p. 777–784, 2008. 1, 21

VIEIRA-NETO, E.; PRADO, A. F. B. A. P. A study of the gravitational capture in the restricted-problem. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE DYNAMICS, 1995, Toulouse, France. **Proceedings...** France: CNES, 1995. p. 613–622. 4, 6

VIEIRA-NETO, E.; WINTER, O. C. Time analyses for the gravitational capture: Satellites of Uranus. **The Astronomical Journal**, v. 122, p. 440–448, 2001. 6

VOLK, K.; MALHOTRA, R. The effect of orbital evolution on the Haumea (2003 EL61) collisional family. **Icarus**, v. 221, p. 106–115, 2012. 3

WEAVER, H. A. et al. **IAU Circular 8626**. 2005. 1

_____. Discovery of two new satellites of Pluto. **Nature**, v. 439, p. 943–945, 2006. 1

WINTER, S. M. G.; WINTER, O. C.; NETO, E. V.; SFAIR, R. Stable regions around Pluto. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 430, p. 1892–1900, 2013. 65

YAMAKAWA, H. **On Earth-Moon transfer trajectory with gravitational capture**. PhD. Thesis — University of Tokyo, Tokyo, Japão, 1992. 5

YAMAKAWA, H.; KAWAGUSHI, J.; ISHII, N. On Earth-Moon transfer trajectory with gravitational capture. In: AAS/AIAA ASTRODYNAMICS SPECIALIST CONFERENCE, 1993, Victoria, California. **Proceedings...** EUA, 1993. p. 613–622. AAS93-633. 5

YAMAKAWA, H.; KAWAGUSHI, J.; ISHII, N.; MATSUO, H. A numerical study of gravitational capture orbit in Earth-Moon system. In: AAS/AIAA SPACEFLIGHT MECHANICS MEETING, 1992, Colorado Springs, Colorado. **Proceedings...** EUA: Springer, 1992. AAS92-186. 5

YOUNG, L. A. et al. New Horizons: Anticipated scientific investigations at the Pluto system. **Space Science Reviews**, v. 140, p. 93–127, 2008. 1

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.