



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/02.05.16.01-TDI

UM ESTUDO SOBRE MODELOS COSMOLÓGICOS COM CAMPOS ESCALARES NÃO-CANÔNICOS

Eunice Valtânia de Jesus Bezerra

Dissertação de Mestrado do
Curso de Pós-Graduação em
Astrofísica, orientada pelo Dr.
Dennis Fernandes Alves Bessada,
aprovada em 24 de fevereiro de
2015.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3HSTQ4H>

INPE
São José dos Campos
2015

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

**COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO
DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):****Presidente:**

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Amauri Silva Montes - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espaciais (ETE)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas
(CEA)

Dr. Joaquim José Barroso de Castro - Centro de Tecnologias Espaciais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos
(CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Duca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação
(SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/02.05.16.01-TDI

UM ESTUDO SOBRE MODELOS COSMOLÓGICOS COM CAMPOS ESCALARES NÃO-CANÔNICOS

Eunice Valtânia de Jesus Bezerra

Dissertação de Mestrado do
Curso de Pós-Graduação em
Astrofísica, orientada pelo Dr.
Dennis Fernandes Alves Bessada,
aprovada em 24 de fevereiro de
2015.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3HSTQ4H>

INPE
São José dos Campos
2015

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Bezerra, Eunice Valtânia de Jesus.

B469e Um Estudo sobre modelos cosmológicos com campos escalares não-canônicos / Eunice Valtânia de Jesus Bezerra. – São José dos Campos : INPE, 2015.

xviii + 81 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2015/02.05.16.01-TDI)

Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2015.

Orientador : Dr. Dennis Fernandes Alves Bessada.

1. Campos escalares não-canônicos. 2. K-essência.
3. Taquiacústico. 4. DBI. I.Título.

CDU 524.8:530.145



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
Astrofísica

Dr. Carlos Alexandre Wuensche de
Souza



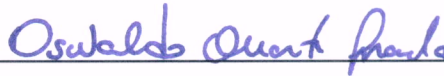
Presidente / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Dennis Fernandes Alves Bessada



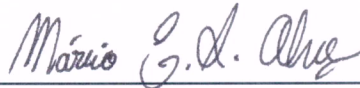
Orientador(a) / UNIFESP / Diadema - SP

Dr. Oswaldo Duarte Miranda



Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Márcio Eduardo da Silva Alves



Convidado(a) / UNESP / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Eunice Valtânia de Jesus Bezerra**

São José dos Campos, 24 de Fevereiro de 2015

A minha mãe Virgulina por todo seu amor e apoio.

AGRADECIMENTOS

Agradeço minha família por todo seu apoio e amor incondicionais. A meu querido primo Carmo e sua família, que me acolheram em sua casa e em seus corações.

Agradeço ao meu orientador Dennis Fernandes Alves Bessada pela paciência e ensinamentos. A José Carlos Neves de Araújo pela sua ajuda com os cálculos. A todos os professores com os quais tive privilégio de estudar durante o curso de mestrado, em especial: Oswaldo Duarte Miranda, Claudia Vilega Rodrigues, Odylio Denis de Aguiar e André de Castro Milone.

Agradeço a todos os meus amigos que percorreram essa jornada comigo e aqueles que estiveram torcendo a distância.

Agradeço a todos os servidores do INPE, pelos serviços prestados e gentileza.

Agradeço a Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES, pelo apoio financeiro.

RESUMO

Apesar dos sucessos do Modelo Cosmológico Padrão (MCP) como o paradigma central da Cosmologia moderna, alguns problemas essenciais ainda permanecem como grandes desafios a ser superados. Dentre estes é digna de menção a necessidade de se introduzir uma fase de expansão acelerada para se explicar alguns fenômenos relativos tanto ao universo primordial – a chamada *inflação cósmica* – quanto ao universo presente – com a chamada fase de dominação da *energia escura* (EE). A formulação proposta pelo paradigma vigente para se explicar tais fases de expansão acelerada – a *inflação* para o universo primordial, e a *constante cosmológica* (CC) para o universo atual – ainda está longe de ser satisfatória, o que leva muitos pesquisadores a buscarem soluções alternativas. Dentro dessa perspectiva, uma alternativa que tem se mostrado frutífera é a que postula a existência de campos escalares com um termo cinético diferente do usual: são os chamados modelos de *k-essência*. Tais campos escalares – também chamados de *não-canônicos* – emulam tanto o comportamento do campo escalar responsável pela inflação quanto a presença da CC como fluido exótico que promove a presente fase de expansão acelerada. Dentro desse contexto, um modelo tem sido constantemente analisado, o chamado modelo de Dirac-Born-Infeld (DBI), pode ser tanto estudado na fase inflacionária, quanto na fase atual de expansão acelerada. Além desse, podemos enumerar o modelo *taquiacústico*, que modifica o paradigma inflacionário ao postular uma fase desacelerada no universo primordial, mas que apresenta, por outro lado, propagação superluminal das perturbações primordiais. A presente dissertação de mestrado visa fazer um estudo de revisão tanto do modelo geral de *k-essência* quanto dos modelos particulares DBI e *taquiacústico*, aplicados tanto para o universo primordial quanto para a fase atual de expansão acelerada. Nesse contexto, introduziremos um programa de construção de modelos cosmológicos com *k-essência*, e o ilustraremos derivando um *toy-model* como solução. A construção desse procedimento visa fundamentalmente criar uma base para o desenvolvimento futuro de modelos não-canônicos que, dentre outros fatores, possam gerar amplitudes de não-gaussianidade que se encontrem dentro dos intervalos fornecidos pelas atuais observações cosmológicas.

Palavras-chave: Campos escalares não-canônicos. *K-essência*. *Taquiacústico*. DBI.

STUDYING ABOUT COSMOLOGICAL MODELS WITH NONCANONICAL SCALARS FIELDS

ABSTRACT

Despite the success of the Cosmological Standard Model like the central cosmological modern paradigm, some essential problems are still big challenges to be overcome. Among them it is worthy to mention the necessity to introduce an accelerated expansion phase to explain some phenomena related to the primordial universe – called cosmic inflation – as the present universe – with the domination phase of Dark Energy. The formulation proposed by the present paradigm to explain these accelerated expansion phases – inflation for the primordial universe and cosmological constant for the present universe – it is far from being satisfactory, leading many researchers to investigate alternative solutions. In this perspective, a successful alternative is the one which postulates the existence of scalar fields with a different kinetic term: they are called the k-essence models. These scalar fields – also called noncanonical – emulate the scalar field behavior, which is responsible for inflation, as well as the CC presence as an exotic fluid which promotes the accelerated expansion phase. In this context, a model which has been constantly analyzed, called Dirac-Born-Infeld (DBI) model, can be studied as in the inflationary phase as in the current phase of accelerated expansion. Moreover, we can enumerate tachyacoustic model, which modifies the inflationary paradigm by postulating a decelerated phase for primordial universe, while also proposing a superluminal propagation of the primordial perturbations. This dissertation aims to review the general k-essence model as well as the particular case of the DBI and tachyacoustic models, applied as for the primordial universe as the accelerated expansion present phase. In this context, we introduce a k-essence cosmological model building program applied to investigate both the primordial universe and the present accelerated expansion phase. We illustrate it by deriving a toy model as solution. This procedure aims fundamentally at creating a base for future development of noncanonical models, which, among other factors, can generate non-gaussian amplitudes which are within the ranges given by the present cosmological observations.

Keywords: Non-canonical scalars fields. K-essence. Tachyacoustic. DBI.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Desenho esquemático dos cones de luz passado no HBB	32
4.2 Desenho esquemático dos cones de luz passado na Inflação	33
4.3 Inflação Slow Roll	41
6.1 Relações entre n_s , r , f_{NL} e β	66

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CC	–	Constante Cosmológica
DBI	–	Dirac-Born-Infeld
ECE	–	Equações de Campo de Einstein
EE	–	Energia Escura
FRW	–	Friedmann-Robertson-Walker
HBB	–	Hot Big Bang
MCP	–	Modelo Cosmológico Padrão
ME	–	Matéria Escura
RCFM	–	Radiação Cósmica de Fundo em Microondas
TQC	–	Teoria Quântica de Campos
Λ CDM	–	Lambda Cold Dark Matter

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 ΛCDM	5
2.1 Cosmologia FRW	5
2.2 Λ CDM	12
2.2.1 Energia Escura	14
2.2.2 Problemática	14
3 TEORIA DE CAMPOS ESCALARES	17
3.1 A Formulação Lagrangiana para Sistemas Discretos e Contínuos	17
3.2 Princípio da Ação Mínima ou Princípio Variacional de Hamilton	19
3.3 Teorema de Noether	21
4 PARADIGMA INFLACIONÁRIO	29
4.1 Como a Inflação Resolve os Problemas do HBB para o Universo Primordial?	29
4.1.1 Problema do Horizonte	29
4.1.2 Problema da Planura	34
4.1.3 Problema da Entropia	35
4.1.4 Problema das Relíquias	36
4.2 Inflação Canônica	36
4.2.1 Inflação <i>Slow Roll</i>	39
5 MODELOS DE K-ESSÊNCIA	43
5.1 Sobre os Modelos	43
5.2 Equação de Movimento	46
5.3 Equações de <i>Flow</i>	47
5.4 Processo de Construção de uma Lagrangiana	53
6 APLICAÇÕES	55
6.1 Modelo Taquiacústico	55
6.1.1 Caracterizando o Modelo	55
6.1.2 Modelo Taquiacústico Tipo <i>Cuscuton</i>	57
6.2 Modelo DBI	59
6.2.1 Caracterizando o Modelo	60

6.2.2	Inflação DBI com Potencial de Campo Largo	63
6.2.3	O Modelo DBI como Alternativa à Energia Escura	67
6.2.3.1	DBI e Modelos de Decaimento no Vácuo	67
6.2.3.2	Caso Particular	69
6.3	<i>Toy Model</i>	70
7	CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	77

1 INTRODUÇÃO

O interesse do ser humano em desvendar o universo é tão antigo quanto sua existência, de modo que ao longo do tempo as pesquisas nesse campo passaram por diferentes formulações teóricas com as mais diversas interpretações. Um modelo cosmológico para descrever a história evolutiva do cosmos completamente teria de ser formado por um modelo de universo primitivo juntamente com o *Hot Big Bang* (HBB) e um modelo de energia escura (EE) (BESSADA, 2014).

Falar em *Hot Big Bang* significa considerar que existiu uma singularidade, isto é, que o universo, em sua história evolutiva, passou por um período de compressão extrema, no qual temperatura e densidade tendiam a valores infinitos. Nesse cenário, o universo teria expandido e esfriado com o passar do tempo, de maneira a possibilitar a formação de núcleos, de elementos primordiais e criação de fótons do fundo cósmico de microondas (KINNEY, 2009).

O HBB tem como suportes observacionais, além da correta predição da expansão do universo, a nucleossíntese primordial e a existência da radiação cósmica de fundo em microondas (RCFM). A nucleossíntese consiste no processo responsável pela formação dos primeiros núcleos durante os três primeiros minutos do universo em expansão, resultando na abundância dos elementos primordiais (NEMEMN, 2006), e a RCFM são os fótons emitidos na formação dos primeiros átomos neutros há cerca de 380.000 anos após o início da expansão, quando os fótons desacoplaram da matéria, no período denominado recombinação.

O formalismo do HBB é baseado nas soluções das equações de Einstein para a métrica de Friedman-Robertson-Walker (FRW) aplicadas a um universo composto por matéria e radiação. Além disso, obedece as hipóteses do princípio cosmológico, da universalidade das leis físicas e da validade da teoria da relatividade geral (NEMEMN, 2006).

O HBB é bem sucedido para o período evolutivo que descreve, entretanto, as fases de pré-nucleossíntese e a atual fase de expansão acelerada do universo ainda precisam de explicação, pois há falhas no que se refere ao tratamento das mesmas. Na fase pré-nucleossíntese, problemas como os do horizonte e planura do universo aparecem, e a atual fase de expansão acelerada não é prevista nas equações de Friedmann para dominação única da poeira e nem em nenhuma outra fase do Modelo Cosmológico Padrão (MCP).

Os paradigmas que objetivam resolver essa problemática atualmente compõem a prerrogativa padrão que são a inflação e o modelo Λ CDM. A inflação resolve os problemas relacionados ao universo primordial, como os problemas do horizonte, planura, entropia e outros. O Λ CDM será aqui considerado um modelo de EE que propõe uma explicação para a presente fase de aceleração da expansão cósmica.

Na perspectiva inflacionária, o universo teria sofrido uma expansão acelerada exponencialmente num período extremamente curto de tempo, em torno de $10^{-30}s$ (OLIVEIRA FILHO, 2014). A diminuição do horizonte em unidades comóveis possibilitou a ampliação do horizonte cosmológico, conseqüentemente, pode-se estabelecer uma relação causal entre dois pontos no universo separados por uma distância maior que o horizonte, proporcionando uma explicação para a aparente homogeneidade da RCFM. O chamado paradigma inflacionário canônico baseia-se na dinâmica de um campo escalar usual, denominado *inflaton*, que é responsável pela aceleração da expansão do universo e pela produção de um mecanismo gerador de perturbações na densidade de matéria que ocasionou as anisotropias da RCFM e deram origem a todas as estruturas em larga escala. Entretanto, não há uma explicação fundamental para sua proposição que ofereça uma justificativa natural das causas desse processo (KINNEY; TZIRAKIS, 2008), além de existirem outros modelos capazes de reproduzir a expansão inicial de forma semelhante.

Os modelos de EE estão associados a uma componente cuja pressão seja negativa, de tal modo a desencadear a atual expansão acelerada do cosmo. Essa energia seria a principal componente do universo, cuja densidade permanece constante com a expansão ou contração do universo (RYDEN, 2003). O modelo Λ CDM apresenta a constante cosmológica (CC) como densidade de energia do vácuo, e é considerado o modelo mais simples para EE. Entretanto, ele apresenta uma problemática exorbitante quanto ao ajuste fino (ou antigo problema da constante cosmológica), que consiste na diferença de cerca de 124 ordens de grandeza (RYDEN, 2003) entre o valor da densidade de energia observado e o esperado pela Teoria Quântica de Campos (TQC); além disso, apresenta o problema da coincidência que, como o próprio nome sugere, relaciona-se a coincidência da fase de dominação da EE ser exatamente a do período cosmológico atual.

Como o modelo padrão também contém várias questões a serem resolvidas e/ou melhoradas, isso abre margem para o desenvolvimento de modelos alternativos à inflação e EE. Neste trabalho, abordaremos os modelos baseados em campos escalares não-canônicos, denominados modelos de k-essência, cuja diferença básica em

relação aos tradicionais modelos de campos canônicos é o uso de um termo cinético não-trivial em sua Lagrangiana. A existência desse termo amplia as possibilidades de desenvolvimento de novos modelos com propriedades dinâmicas mais ricas, a saber: a obtenção de uma amplitude não-gaussiana e a inclusão de uma dinâmica na evolução da densidade de energia do vácuo que pode minimizar os problemas relacionados ao ajuste fino e à coincidência cósmica.

Os modelos Taquiacústico, de Dirac-Born-Infeld (DBI), além de um *Toy Model*, desenvolvido nesta pesquisa, serão os exemplos de k-essência apresentados, de modo a permitir uma abordagem variada das nuances que podem ser desenvolvidas nesse tipo de modelagem. Essas perspectivas proporcionam a oportunidade de abordar cenários viáveis e de interessantes características, permitindo-nos desenvolver uma dinâmica oriunda de cunho fundamental, uma vez que o DBI é originado a partir do contexto de Teoria de Cordas e suas dimensões extras.

O capítulo 2 apresenta uma revisão da cosmologia FRW e expõe a prerrogativa padrão do modelo Λ CDM voltada à tentativa de explicar a fase de expansão acelerada na qual o universo se encontra. No capítulo 3, será explicitado o formalismo matemático base a ser utilizado em todo o decorrer do trabalho. O capítulo 4 expõe sobre o paradigma inflacionário, abordando os mais diversos aspectos que o tornam um mecanismo tão robusto e bem sucedido. No capítulo 5, é apresentada e desenvolvida a modelagem com campos escalares não-canônicos, nele é explicitada a possibilidade de construção de novos modelos a partir do arcabouço oriundo de modelos de k-essência gerais. No capítulo 6, são expostos modelos particulares de k-essência, o taquiacústico e o DBI, bem como a aplicação do formalismo de construção de Lagrangianas que são soluções da equação deduzida no capítulo anterior. No sétimo e último capítulo, serão dispostas as considerações finais a respeito da viabilidade e utilidade de abordagens alternativas baseadas em campos escalares não-canônicos.

2 Λ CDM

O modelo Λ CDM compreende a inflação cósmica, matéria e energia escura, nele o universo é homogêneo, isotrópico e plano, com sua composição de matéria/energia determinada por um fluido perfeito composto por poeira, radiação e CC (BESSADA, 2010; HACK, 2013). Entretanto, ele será aqui abordado somente com relação à CC como candidata à EE, que é a parte do modelo que nos interessa para constituir uma explicação para a aceleração da expansão do universo atual.

2.1 Cosmologia FRW

A cosmologia FRW é base dos modelos isotrópicos, nela são consideradas válidas as hipóteses da Relatividade Geral, do princípio cosmológico e universalidade das leis físicas. Ela será aqui tratada seguindo principalmente a abordagem dos trabalhos de (KINNEY, 2009) e (RIOTTO, 2002).

O modelo cosmológico padrão assume um espaço-tempo homogêneo e isotrópico, caracterizado por uma função temporal $a(t)$, o fator de escala que parametriza a evolução do universo. O conteúdo de “matéria” compreende poeira, radiação, além de um campo escalar que descreve a aceleração primordial (a inflação), e uma CC no papel de EE. A métrica desse espaço-tempo é chamada FRW, e é solução das equações de campo de Einstein (ECE) para o conteúdo de “matéria” apresentado.

Nos cálculos da cosmologia padrão assumimos a isotropia e homogeneidade em escalas suficientemente grandes, cerca de $10Mpc$. Ao assumir que a distribuição da energia e matéria do universo se dá de forma homogênea e isotrópica, nós removemos toda a dependência espacial destas expressões, reduzindo as ECE adotadas a um conjunto de duas equações que variam unicamente com o tempo. O sistema de unidades é o natural, no qual a velocidade da luz no vácuo é $c = 1$. A métrica FRW descreve a geometria do espaço-tempo, cujo elemento de linha é dado por

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 d\mathbf{x}^2, \quad (2.1)$$

onde o tempo cósmico t e \mathbf{x} são as coordenadas do espaço-tempo; num sistema de coordenadas cartesianas, podemos reescrever o elemento de linha como:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left\{ \frac{dx^2 + dy^2 + dz^2}{[1 + k(x^2 + y^2 + z^2)/4]^2} \right\}, \quad (2.2)$$

na qual x , y e z são as coordenadas do espaço tridimensional, e k representa o parâmetro de curvatura. Formalmente as expressões de $g_{\mu\nu}$ e sua inversa, para um universo plano, são dadas, respectivamente, por:

$$g_{\mu\nu} = \text{diag}(1, -a^2(t), -a^2(t), -a^2(t)), \quad (2.3)$$

$$g^{\mu\nu} = \text{diag}(1, -a^{-2}(t), -a^{-2}(t), -a^{-2}(t)). \quad (2.4)$$

Estamos descrevendo o cenário FRW mais geral, no qual podemos considerar o tensor momento-energia na forma

$$T_{\nu}^{\mu} = \text{diag}(\rho(t), -p(t), -p(t), -p(t)), \quad (2.5)$$

onde $\rho(t)$ é a densidade de energia das componentes do universo e $p(t)$ é a pressão do fluido que o compõe, tido como perfeito, isto é, um fluido com viscosidade nula, de modo que satisfaz a expressão

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^{\mu}u^{\nu} - pg^{\mu\nu}, \quad (2.6)$$

na qual u^{μ} representa a quadri-velocidade.

O tensor energia-momento $T_{\mu\nu}$, a métrica $g_{\mu\nu}$, a equação de estado e as ECE são os ingredientes necessários para determinar as equações que descrevem a evolução do universo. As equações de Einstein governam a evolução do fator de escala e delas obtemos as equações de Friedmann, através da componente temporal das ECE ($\mu = \nu = 0$), e de aceleração do universo por meio das componentes espaciais ($\mu = \nu = 1, 2, 3$), onde esta última pode também ser deduzida pela associação das equações de Friedmann e continuidade (que será deduzida a seguir). Podemos escrever as ECE na forma covariante como:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} \equiv G_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{3M_P^2}T_{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

onde $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Riemann, R o escalar de Ricci, $M_P = G^{-1/2}$ é a massa de

Planck e $G_{\mu\nu}$ é denominado tensor de Einstein.

A equação de continuidade é obtida pela derivada covariante do tensor energia-momento, representada pelo ponto-e-vírgula antes do índice, como exposto abaixo

$$T^{0\nu}{}_{;\nu} = \dot{\rho} + 3 \left(\frac{\dot{a}}{a} \right) (\rho + p) = 0. \quad (2.8)$$

Ela representa a lei de conservação da energia-momento das componentes do universo, na qual estão inclusas todos os tipos de matéria e energia. Nela pode ser observado o decréscimo da densidade de energia, à medida que a expansão dispersa o conteúdo de matéria-energia do universo (PEEBLES; RATRA, 2003). Tanto a densidade de energia quanto a pressão são peculiares de cada componente do universo. Elas possuem uma relação de proporcionalidade inversa com $a(t)$, do mesmo modo que a temperatura T , como pode ser visto a seguir

$$\rho_\gamma \propto \frac{1}{a(t)^4}, \quad (2.9)$$

$$\rho_m \propto \frac{1}{a(t)^3}, \quad (2.10)$$

$$T \propto \frac{1}{a(t)}, \quad (2.11)$$

onde o subscrito γ é referente à radiação e o m à matéria.

Como as recentes observações apontam para um universo em expansão, temos um crescimento do fator de escala com o passar do tempo, indicando que ele foi muito pequeno nos primórdios do cosmo. Esse instante do tempo com $a(t) \rightarrow 0$ é definido como singularidade, já que (2.9), (2.10) e (2.11) tendem ao infinito para este instante “inicial”, pelo qual a teoria do *Big Bang* é conhecida. Podemos perceber o porquê de a radiação ter dominado antes da matéria, devido à dependência com o inverso da quarta potência garantir um valor maior para densidade de radiação no período em que o valor de $a(t)$ foi muito pequeno, e à medida que o tempo passa e o fator de escala cresce, a densidade de matéria vai aumentando enquanto a de radiação diminui.

A equação de Friedmann estabelece a relação entre a dinâmica (\dot{a}/a), curvatura (k) e conteúdo do universo (ρ), por meio da expressão

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3M_P^2}\rho, \quad (2.12)$$

onde o ponto denota a derivada temporal e k assume valores diferentes para cada tipo de universo, $k = 0$ nos fornece um universo plano, $k = 1$ um fechado de geometria esférica e $k = -1$ um aberto com geometria hiperbólica.

A equação de aceleração consiste no resultado da segunda derivada do fator de expansão,

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi}{3M_P^2}(\rho + 3p), \quad (2.13)$$

mostrando a dependência da evolução cósmica para com os elementos que o compõe.

As grandezas ρ e p relacionam-se entre si por meio de uma equação de estado, cuja forma mais simples é dada por

$$p = w\rho, \quad (2.14)$$

na qual w é um número adimensional conhecido como parâmetro de estado, e cujo valor nos permite identificar qual fase evolutiva está em vigência. Se reescrevermos a equação de continuidade como função do parâmetro de estado, obteríamos

$$\dot{\rho} + 3\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)(1+w)\rho = 0, \quad (2.15)$$

cujas soluções seriam

$$\rho \propto a^{-3(1+w)}. \quad (2.16)$$

Se substituirmos o valor do parâmetro de estado para a radiação ($w = 1/3$) e matéria ($w = 0$) em (2.16), o resultado será as equações (2.9) e (2.10).

Uma grandeza de vital importância na Cosmologia é o parâmetro de Hubble, que nos permite mensurar a taxa de expansão do universo e é definido pela expressão:

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} = \frac{d \ln a}{dt}. \quad (2.17)$$

O parâmetro de Hubble positivo indica um universo em expansão, e para o caso negativo, um universo em compressão, isso em se tratando de coordenadas num sistema próprio. O seu valor para o universo atual H_0 , no qual o subscrito 0 se refere às grandezas medidas no tempo atual (denominada constante de Hubble) é dado por (PLANCK COLLABORATION et al., 2015) como:

$$H_0 = H(t_0) = \left(\frac{\dot{a}}{a} \right)_{t=t_0} = 67,8 \pm 0,9 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (2.18)$$

Se reescrevermos a equação de Friedmann em função de H para um universo plano,

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_P^2} \rho, \quad (2.19)$$

podemos utilizar a relação entre ρ e H para calcular a equação de proporcionalidade entre $a(t)$ e t , tal qual abaixo

$$a(t) \propto t^{\frac{2}{3}(1+w)}. \quad (2.20)$$

Como vimos anteriormente, o fator de escala depende somente do tempo, mas pela expressão acima, assim como w varia conforme o conteúdo de matéria-energia dominante, o valor do crescimento de $a(t)$ resultante dessa relação de dependência também se altera. A partir de (2.20), temos que o fator de escala evolui na época de dominação da radiação de acordo com $a(t) \propto t^{\frac{8}{9}}$, e na dominação da matéria com $a(t) \propto t^{\frac{2}{3}}$.

A distância física $x(t)$ que separa duas partículas deslocando-se livremente por dois pontos no universo é dada por

$$x(t) = a(t)\chi, \quad (2.21)$$

onde t é o tempo próprio e χ é a distância comóvel. Relação semelhante é dada na associação dos tempos

$$dt = a(t)d\tau. \quad (2.22)$$

Em síntese, temos que o sistema de coordenadas próprio é descrito no referencial do observador, enquanto o sistema comóvel se estabelece num referencial em repouso com relação à expansão do universo. Se substituirmos a relação acima em (2.1), obteremos

$$ds^2 = a(t)^2[d\tau^2 - d\mathbf{x}^2]. \quad (2.23)$$

O momento de partículas que se deslocam livremente, como os fótons, sofre um decréscimo, o que equivale a dizer que sofre um desvio para o vermelho devido à relação

$$p_{momento} \propto a(t)^{-1}, \quad (2.24)$$

tal que o comprimento de onda λ da RCFM é diretamente proporcional ao fator de escala $a(t)$, o que implica no aumento do mesmo com o passar do tempo expresso por

$$\lambda \propto a(t). \quad (2.25)$$

Esse aumento, ou seja, o fenômeno de desvio do comprimento de onda dos fótons é denominado *redshift* cosmológico, referenciado pela letra z e relaciona-se com o comprimento de onda tal qual

$$(1 + z) \equiv \frac{\lambda_0}{\lambda_e}, \quad (2.26)$$

onde o subscrito e indica a época em que o fóton foi emitido. Quanto a RCFM, esse fenômeno estabelece que o universo está em expansão.

Como a geodésica descrita pelos fótons possui elemento de linha nulo, temos que, em

coordenadas comóveis $|d\mathbf{x}| = d\tau$, e com isso definimos os cones de luz estabelecidos pelos fótons como um diagrama cônico com ângulos de 45° , o que estabelece as relações causais entre os fótons da RCFM, conforme explicitaremos nos capítulos seguintes.

Em cosmologia, o conteúdo de matéria-energia e a geometria definem as propriedades do universo. Isso torna a densidade crítica ρ_c uma grandeza importante, pois ela consiste na densidade de energia para um universo plano:

$$\rho_c = \frac{3M_P^2}{8\pi} H^2 \Rightarrow k = 0. \quad (2.27)$$

O parâmetro de densidade de energia Ω é a quantidade que relaciona a densidade de energia das componentes do universo com a densidade de energia crítica pela expressão

$$\Omega \equiv \left(\frac{\rho}{\rho_c} \right) = \frac{8\pi}{3M_P^2} \frac{\rho}{H^2}, \quad (2.28)$$

de modo que nos permite definir a curvatura do espaço. Como pode ser explicitado também sua expressão em substituindo (2.28) na equação de Friedmann (2.12), resultando em

$$\Omega(t) = 1 + \frac{k}{(aH)^2}. \quad (2.29)$$

Pela equação acima, temos que um universo aproximadamente plano implica em $\Omega \approx 1$. Assim como indicam os dados do Planck, nos quais a curvatura espacial observada é menor que 0,005 (PLANCK COLLABORATION et al., 2015).

O valor de Ω pode ser também relacionado ao parâmetro de estado w pela expressão

$$\frac{d\Omega}{d \ln a} = \Omega(\Omega - 1)(1 + 3w). \quad (2.30)$$

Sendo os parâmetros de estado da matéria e radiação positivos, isso resulta num universo plano instável com

$$\frac{d|\Omega - 1|}{d \ln a} > 0, \quad (2.31)$$

de maneira que o mínimo desvio da planaridade seria amplificado pela expansão, exigindo um alto ajuste fino dos parâmetros para manter o universo atual plano, assim como apontam as medidas da RCFM.

2.2 Λ CDM

No modelo Λ CDM, o universo é composto de cerca de 73% de energia escura, 23% de matéria escura e 4% de matéria ordinária (BOSE; MAJUMDAR, 2009), na qual estão inclusas todas as estruturas que nós conhecemos. Ele estabelece que a CC desempenha o papel de fluido de pressão negativa que domina a densidade de energia na fase atual (BESSADA, 2013). Os resultados do Planck para essa modelagem estão de acordo com a oscilação acústica dos bárions e a compilação *Joint Light-curve Analysis* para supernovas Ia, sendo uma boa descrição das observações do Planck do fundo cósmico de microondas e de muitos outros dados astrofísicos (PLANCK COLLABORATION et al., 2015).

A constante cosmológica é definida como a densidade de energia do vácuo, sendo considerada a forma mais simples para energia escura. O Λ foi originalmente introduzido nas ECE para tornar o universo estático e só adquiriu o caráter de energia escura posteriormente, a partir das observações de supernovas feitas em 1997 e 1998 (PERLMUTTER et al., 1999; RIESS et al., 1998). A formulação das ECE com CC pode ser escrita como:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{3M_P^2}T_{\mu\nu} \quad (2.32)$$

ou

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu} = \frac{8\pi}{3M_P^2}T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu}. \quad (2.33)$$

A primeira sendo a originalmente proposta e a segunda mostrando a nova interpretação da CC como parte do conteúdo de energia do universo. Essa energia é a do vácuo, cuja densidade é dada por

$$\rho_\Lambda \equiv \frac{M_P^2}{8\pi} \Lambda. \quad (2.34)$$

A inserção da CC não altera a dinâmica local, só a cosmologia (KINNEY, 2009), uma vez que a derivada covariante da métrica é nula ($g_{\mu\nu;\nu} = 0$), a lei de conservação da energia-momento permanece válida. No entanto, as equações de Friedmann e aceleração são alteradas, adquirindo a forma:

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi}{3M_P^2} \rho + \frac{\Lambda}{3}, \quad (2.35)$$

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a}\right) = -\frac{4\pi}{3M_P^2} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (2.36)$$

A nova formulação para a equação de Friedmann (RYDEN, 2003) nos diz basicamente que o acréscimo de Λ é equivalente a adicionar um novo componente energético ao universo.

Pela expressão anterior, ao considerarmos Λ constante, estamos consequentemente afirmando que ρ_Λ também será, de modo que a equação de continuidade para esse componente é dada por

$$\dot{\rho}_\Lambda = -3H(\rho_\Lambda + p_\Lambda) = 0, \quad (2.37)$$

logo, a equação de estado para um fluido de pressão negativa, representado pela CC, será dada por

$$p_\Lambda = -\rho_\Lambda, \quad (2.38)$$

e, portanto, $w = -1$.

A proposição do Λ como responsável pela aceleração do universo no tempo presente é consistente com as observações de supernovas distantes, o espectro de potência da RCFM e a distribuição das estruturas em larga escala (BOSE; MAJUMDAR, 2009; PLANCK COLLABORATION et al., 2015).

2.2.1 Energia Escura

Segundo o modelo de Friedmann, a matéria ordinária não pode desencadear a aceleração do universo, pois ela possui uma equação de estado positiva. Então, introduziu-se a chamada energia escura, que consiste num fluido de pressão negativa responsável pela expansão cósmica (BESSADA; MIRANDA, 2013). A EE também pode ser pensada como se exercesse uma interação oposta à atração gravitacional, de modo a produzir a aceleração do cosmos (NEMEMN, 2006).

A evidência da existência da EE é oriunda de medidas como a distância de supernovas, nas quais seu efeito viria por meio da evolução do fundo cosmológico (SCOTT; FROLOP, 2007), existência essa que é necessária para que a idade do cosmo seja compatível com a dos objetos mais antigos do universo (ARAUJO, 2005). As observações de estruturas em larga escala, pesquisas em supernova Tipo Ia e medidas das anisotropias da RCFM também apontam que o universo está sujeito a um período de aceleração cósmica cuja componente dominante é a EE (ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 2000).

Os dados de observações recentes feitas pela colaboração Planck resultaram numa restrição considerável para a equação de estado, dada como $w = -1,006 \pm 0,045$ (PLANCK COLLABORATION et al., 2015), de modo que sua hipótese é uma boa proposta dentre os diversos modelos que buscam explicar a descoberta recente da aceleração cósmica (BESSADA, 2013).

A EE também se apresenta por meio de abordagens variadas, dentre as quais modelos com decaimento do vácuo e a quintessência são considerados candidatos promissores, mas existem outros modelos como o holográfico, gás de Chaplygin e baseados na produção de partículas quânticas (MYUNG; SEO, 2009; SAHNI; SHTANOV, 2003).

As componentes escuras do universo permanecem um mistério, porém sua natureza desconhecida torna plausível que elas sejam manifestações de uma entidade simples (BOSE; MAJUMDAR, 2009).

2.2.2 Problemática

A CC é um problema fundamental para os físicos de teoria de campos em altas energias, uma vez que é cotada para ser a componente cuja densidade de energia domina o universo na atualidade. Ela não dispõe de uma explicação natural baseada numa teoria física fundamental (AHN et al., 2009) e seu valor calculado com base em TQC sugere uma densidade de energia do vácuo equivalente à densidade de energia

de Planck,

$$\rho_\Lambda \sim \frac{E_P}{l_P^3} \sim 3 \times 10^{133} \text{ eV}m^{-3}, \quad (2.39)$$

onde E_P e l_P são a energia e comprimento de Planck, respectivamente, que é cerca de 124 ordens de grandeza maior do que a densidade crítica atual do universo,

$$\rho_c(t_0) = \frac{3M_P^2}{8\pi} H_0^2 = 5200 \pm 10^3 \text{ MeV}m^{-3}, \quad (2.40)$$

mostrando uma grande discrepância entre teoria e observações (RYDEN, 2003), e requerendo um alto ajuste fino da densidade de energia inicial (ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 2001). Este problema está vinculado ao baixo valor de Λ , se este for realmente o candidato correto de EE, de tal modo que seu valor nos primórdios do universo necessitaria de um grande ajuste para ser compatível com as observações (FIGUEIRÓ, 2009).

O outro problema, denominado problema da coincidência, está relacionado à quais foram os motivos que levaram a densidade de energia do vácuo a tornar-se dominante sobre densidade de matéria justamente no período atual do estágio evolutivo do universo (BESSADA, 2013). Entretanto, a coincidência cósmica é descartada por alguns pesquisadores como não sendo um problema e sim somente o fato de estarmos vivendo no tempo evolutivo correto.

3 TEORIA DE CAMPOS ESCALARES

Nos próximos capítulos será necessário o conhecimento do formalismo Lagrangiano que é a base sobre a qual os modelos aqui tratados serão desenvolvidos. Esse capítulo trata-se de uma breve revisão do mesmo, no qual o objetivo é introduzir a linguagem a ser empregada adiante, cujo material de referência é o desenvolvido por (ALDROVANDI; PEREIRA, 2008) e (GOLDSTEIN et al., 2002).

3.1 A Formulação Lagrangiana para Sistemas Discretos e Contínuos

A escolha por esse formalismo se deu principalmente pela vasta extensão de sistemas em que ele pode ser aplicado e também o fato de que um sistema baseado em uma Lagrangiana mais complicada, por assim dizer, pode ser reescrito numa forma mais simplificada, de tal modo que dois sistemas físicos são considerados equivalentes quando, numa transformação de coordenadas, suas Lagrangianas diferem apenas por uma derivada total de suas coordenadas.

O formalismo originalmente proposto para sistemas discretos pode ser estendido para um sistema contínuo. Podemos fazer isso ao considerar a equivalência entre o sistema formado por uma barra elástica contínua e um sistema formado por partículas discretas de massa m , espaçadas entre si por uma distância d e conectadas por molas de massa desprezível e constante elástica k . Considerando que ambos os sistemas se deslocam somente numa única direção, podemos construir suas Lagrangianas para o caso mais simples, o unidimensional. A Lagrangiana L é definida em função das energias cinética (T) e potencial (V) pela expressão

$$L = T - V. \tag{3.1}$$

Ao escrever as expressões para T e V em ambos os sistemas, vamos primeiro definir η_i como o deslocamento da i -ésima partícula de sua posição de equilíbrio, é importante ressaltar que i não é um índice covariante e sim um indicador que rotula cada partícula do sistema. Utilizando a notação $\dot{\eta}_i$ como a derivada do deslocamento em relação ao tempo, isto é, uma espécie de coordenada de velocidade, podemos então definir T e V para o sistema discreto na forma newtoniana como:

$$T = \frac{1}{2} \sum_i m \dot{\eta}_i^2, \tag{3.2}$$

$$V = \frac{1}{2} \sum_i k(\eta_{i+1} - \eta_i)^2, \quad (3.3)$$

logo,

$$L = T - V = \frac{1}{2} \sum_i \left[d \frac{m}{d} \dot{\eta}^2 - d^2 k \left(\frac{\eta_{i+1} - \eta_i}{d} \right)^2 \right]. \quad (3.4)$$

Assim, no limite do contínuo

$$\sum_i d \rightarrow \int dx,$$

onde x é um índice contínuo em substituição ao índice discreto i . Podemos escrever T e V para o caso contínuo na forma

$$T = \int dx \left[\frac{1}{2} \rho \dot{\eta}(x)^2 \right], \quad (3.5)$$

$$V = \int dx \left[\frac{1}{2} Y \left(\frac{\eta(x+d) - \eta(x)}{d} \right)^2 \right], \quad (3.6)$$

nas quais $Y = kd$ é o módulo de Young e $\rho = m/d$ é a densidade de massa. O limite para $d \rightarrow 0$ é dado pela derivada de η com relação à x , o que leva a expressão reduzida para V ,

$$V = \int dx \left(\frac{1}{2} Y \eta'^2 \right), \quad (3.7)$$

e nos possibilita escrever a forma da Lagrangiana para sistemas contínuos por meio da equação

$$L = \int dx \left[\frac{1}{2} (\rho \dot{\eta}^2 - Y \eta'^2) \right]. \quad (3.8)$$

O termo entre colchetes é de extrema importância, pois define a chamada densidade Lagrangiana \mathcal{L} . Assim temos,

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\rho \dot{\eta}^2 - Y \eta'^2). \quad (3.9)$$

Essa expressão mostra que \mathcal{L} dependente unicamente do deslocamento e suas de-

rivadas com respeito às coordenadas temporal e espaciais, como pode ser visto a seguir através da extensão da relação unidimensional para três dimensões,

$$L = \int dx \mathcal{L}(\eta, \dot{\eta}, \eta') = \int d^3x \mathcal{L}. \quad (3.10)$$

Generalizamos para o formalismo relativístico e aplicamos ao caso de interesse nesse trabalho, isto é, assumimos um espaço de campos $\phi_i(x)$ representando o que até agora nos referenciamos como deslocamento. O campo escalar pode ser definido como uma função de valores reais do espaço e tempo (HORVATH et al., 2011). Para um dado conjunto de $\{\phi_i(x)\}$, segue-se que

$$L = \int d^3x \mathcal{L}(x) = \int d^3x \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x)), \quad (3.11)$$

onde $\phi(x) = \{\phi_1(x), \phi_2(x), \phi_3(x), \dots\}$ e $\partial_\mu \phi(x) = \{\partial_\mu \phi_1(x), \partial_\mu \phi_2(x), \partial_\mu \phi_3(x), \dots\}$.

Dado o caráter geral que o formalismo Lagrangiano pode atingir, vamos nos limitar a condições que simplifiquem ao máximo a lida com o mesmo. A Lagrangiana escolhida é a mais simples possível, em que não é considerada uma dependência explícita das coordenadas temporal e espaciais, sendo ela então uma função do campo ($\phi(x)$) e suas derivadas ($\partial_\mu \phi(x)$), tal que as coordenadas desempenham o papel de parâmetros. Ela deve ser real, devido à inexistência de uma energia complexa, e ser local, isto é, depender somente dos valores dos campos e suas derivadas numa vizinhança infinitesimal. A densidade Lagrangiana, e todas as funções que dela dependam, devem ser invariantes sob transformações de Lorentz.

3.2 Princípio da Ação Mínima ou Princípio Variacional de Hamilton

As teorias de campo podem ser abordadas como interpretações do limite contínuo de um sistema mecânico discreto com um número finito ou infinito enumerável de graus de liberdade (LEMOS, 2007). Sendo a ação seu objeto fundamental (HORVATH et al., 2011), assim como uma adaptação da mecânica clássica de partículas para o caso de sistemas contínuos, podemos definir a ação S como

$$S[\phi] = \int dt L = \int d^4x \mathcal{L}. \quad (3.12)$$

onde d^4x se refere ao elemento de volume no quadriespaço de Minkowski ou às de

qualquer outro sistema de coordenadas do espaço-tempo sem perda de generalidade (neste último caso, porém, devemos incluir o termo $\sqrt{-g}$ de tal modo a garantir a invariância de Lorentz do elemento de quadrivolume).

A ação depende da superfície delimitada pelo espaço utilizado e das condições de contorno adotadas, devendo assim ser capaz de fornecer todas as informações sobre o sistema em questão.

Para uma variação arbitrária dos graus de liberdade de um sistema, o princípio variacional de Hamilton estabelece que a ação deve permanecer fixa. O estado físico, que é equivalente às soluções das equações de movimento, é caracterizado pelo valor mínimo da ação, como um funcional do campo. Um funcional consiste em uma função cujo domínio é definido por um espaço de funções, nesse caso, a ação depende do campo que é uma função das coordenadas. Matematicamente, o princípio de Hamilton pode ser escrito na forma da seguinte expressão

$$\delta S[\phi] = 0, \quad (3.13)$$

portanto,

$$\delta S[\phi] = \delta \int d^4x \mathcal{L} = 0. \quad (3.14)$$

A variação não altera a região de integração e é realizada com relação ao parâmetro do qual a função depende, de modo que aplicando a variação à densidade Lagrangiana, que daqui em diante será referida somente como Lagrangiana, obtemos o resultado

$$\delta S[\phi] = \delta \int d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} \delta \phi_i + \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \delta (\partial_\mu \phi_i) \right] = 0. \quad (3.15)$$

Vamos analisar mais detalhadamente o segundo termo dentro do colchete, para isso consideraremos como propriedade a comutação dos operadores δ e ∂_μ , o que nos possibilita escrever a igualdade

$$\int d^4x \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \delta (\partial_\mu \phi_i) \right] = \int d^4x \left\{ \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i \right] - \delta \phi_i \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right] \right\}, \quad (3.16)$$

na qual foi utilizada a regra do produto para uma derivada total.

A seguir, aplicaremos o teorema de Gauss para reduzir o volume quadridimensional a uma hipersuperfície, de forma análoga ao que é realizado para relacionar a integral de volume do divergente de um campo com sua integral em superfície fechada. Esse processo pode ser matematicamente expresso por

$$\int d^4x \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \delta \phi_i \right] = \int d\sigma^\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\alpha \phi_i)} \delta \phi_i, \quad (3.17)$$

onde $d\sigma^\alpha$ representa o elemento de superfície tridimensional em relação à qual a expressão é integrada.

A variação do campo é uma quantidade arbitrária em todo o sistema, mas deve ser nula nos limites da superfície, tornando o resultado da integral da equação acima nulo. Isso resulta numa ação tal qual exposto a seguir

$$\delta S = \int d^4x \left\{ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} - \partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \right] \right\} \delta \phi_i = 0. \quad (3.18)$$

Para que a expressão anterior seja verdadeira, isto é, para atender ao princípio variacional de Hamilton, temos que

$$\partial_\mu \left[\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_i)} \right] - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i} = 0. \quad (3.19)$$

Este resultado consiste na chamada equação de Euler-Lagrange ou equação de movimento, cujas soluções descrevem toda a dinâmica de um sistema. A forma dessas equações implica nas seguintes características: a Lagrangiana não é determinada de forma única, isto é, mais de uma Lagrangiana pode resultar das equações de movimento, desde que sejam equivalentes; elas são equações invariantes perante uma transformação de coordenadas (BERNARDES, 2002). A próxima seção abordará com mais detalhes esse último aspecto.

3.3 Teorema de Noether

No contexto de teoria clássica de campos, têm-se como característica geral a existência de correntes conservadas oriundas das simetrias internas e também às referentes ao espaço-tempo. O teorema de Noether estabelece que para cada simetria contínua

de uma Lagrangiana, existe uma fórmula explícita para uma corrente correspondente (BUCHHOLZ et al., 1986).

O Teorema de Noether, então, é aqui abordado por ser a forma mais geral de relacionar as propriedades de simetria da Lagrangiana com quantidades conservadas (LEMOS, 2007). Simetrias são transformações que tornam as equações de movimento invariantes, esta invariância depende da invariabilidade da Lagrangiana perante as mudanças nas coordenadas do espaço-tempo e alterações nos campos. Esse teorema diz que para cada transformação que torne a ação invariante, existe uma combinação de campos e suas derivadas também invariantes (ALDROVANDI; PEREIRA, 2008). Nesta seção, o teorema de Noether será abordado de maneira adaptada a teoria de campos, tal qual Aldrovandi e Pereira (2008), como já mencionado.

No capítulo anterior, foi visto que a cosmologia FRW é caracterizada por um espaço-tempo homogêneo e isotrópico. Esta característica, ao se tratar do espaço, é reflexo da invariabilidade da Lagrangiana e dos vínculos quanto às translações e rotações. E sua imutabilidade, quando relacionada à homogeneidade temporal, resulta na conservação da energia (LEMOS, 2007).

A dedução desse teorema inicia com a definição de transformações infinitésimas das coordenadas e campos, representadas pelas expressões:

$$x'^{\mu} = x^{\mu} + \delta x^{\mu}, \quad (3.20)$$

$$\phi'_i(x') = \phi_i(x) + \delta\phi_i(x). \quad (3.21)$$

Onde $\delta\phi_i(x)$ é a conseqüente alteração do campo devido às transformações de coordenadas. Sendo a variação funcional do campo dada por

$$\bar{\delta}\phi_i(x) = \phi'_i(x) - \phi_i(x), \quad (3.22)$$

tal que por (3.20) temos a igualdade

$$\phi'(x') = \phi'(x + \delta x). \quad (3.23)$$

Ao expandir (3.23) em série de Taylor, retendo somente os componentes de primeira ordem, obtém-se a equação

$$\delta\phi_i(x) = \bar{\delta}\phi_i(x) + \partial_\mu\phi_i(x)\delta x^\mu, \quad (3.24)$$

cuja derivada, descartando novamente os termos de ordens mais altas, resulta em

$$\delta[\partial_\mu\phi_i(x)] = \partial_\mu[\bar{\delta}\phi_i(x)] + \delta x^\mu\partial_\mu[\partial_\lambda\phi_i(x)]. \quad (3.25)$$

Se no cálculo da variação da ação, considerarmos também a mudança no sistema de coordenadas, teremos a seguinte expressão

$$\delta S(\phi) = \int [\delta(d^4x)\mathcal{L} + d^4x\delta\mathcal{L}], \quad (3.26)$$

na qual os dois termos da integral são tratados separadamente.

A relação das coordenadas do quadriespaço com o Jacobiano de transformação, permite-nos escrever

$$\delta(d^4x) = \partial_\mu(\delta x^\mu)d^4x. \quad (3.27)$$

A forma da Lagrangiana pode ser escrita analogamente à (3.21), de modo que ao realizar as devidas substituições, a ação apresentará a forma

$$\delta S(\phi) = \int d^4x \left\{ \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi_i}\bar{\delta}\phi_i + \partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)}\bar{\delta}\phi_i + \delta x^\mu\mathcal{L} \right] \right\}. \quad (3.28)$$

Através desta expressão, pode-se desenvolver os dois teoremas de Noether, um que descreve transformações globais, isto é, independentes do ponto escolhido, e outro transformações locais, dependentes do ponto. O parâmetro de transformação ω^α , é constante num cenário global e uma função de x para o caso local, de tal forma que permite-nos reescrever as transformações (3.20) e (3.24) por meio das expressões:

$$\delta x^\mu = \frac{\delta x^\mu}{\delta\omega^\alpha}\delta\omega^\alpha, \quad (3.29)$$

$$\delta\phi_i(x) = \frac{\delta\phi_i(x)}{\delta\omega^\alpha}\delta\omega^\alpha. \quad (3.30)$$

Então, por (3.29) e (3.30), a equação (3.24) torna-se

$$\bar{\delta}\phi_i(x) = \left[\frac{\delta\phi_i(x)}{\delta\omega^\alpha} - \frac{\partial\phi_i(x)}{\partial x^\mu} \frac{\delta x^\mu}{\delta\omega^\alpha} \right] \delta\omega^\alpha. \quad (3.31)$$

Se substituirmos (3.29), (3.30) e (3.31) em (3.28), o resultado será

$$\delta S(\phi) = \int d^4x \left\{ \frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi_i} \frac{\bar{\delta}\phi_i}{\delta\omega^\alpha} + \partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} \frac{\bar{\delta}\phi_i}{\delta\omega^\alpha} + \mathcal{L} \frac{\delta x^\mu}{\delta\omega^\alpha} \right] \right\} \delta\omega^\alpha. \quad (3.32)$$

Assim como na seção anterior, temos pelo princípio variacional de Hamilton que $\delta S(\phi) = 0$, isto é, a invariabilidade da ação implica no desaparecimento do integrando. Ao considerarmos $\delta\omega^\alpha$ como sendo um termo pequeno e arbitrário, tal que a derivada de S com relação a este será nula, será obtida a equação:

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi_i} \frac{\bar{\delta}\phi_i}{\delta\omega^\alpha} = -\partial_\mu \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} \frac{\bar{\delta}\phi_i}{\delta\omega^\alpha} + \mathcal{L} \frac{\delta x^\mu}{\delta\omega^\alpha} \right]. \quad (3.33)$$

A expressão acima é a representação matemática do teorema de Noether. Ela estipula a existência de uma simetria do funcional da ação, para campos que satisfazem as equações de Euler-Lagrange, fornecendo informações sobre o estado do sistema. Isto é, para um sistema mecânico com n graus de liberdade, a invariância da ação com respeito à (3.20) e (3.21), resulta numa quantidade que é constante de movimento (LEMOS, 2007). O termo entre colchetes é definido como corrente de Noether J_a^μ ,

$$J_a^\mu = - \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} \frac{\bar{\delta}\phi_i}{\delta\omega^\alpha} + \mathcal{L} \frac{\delta x^\mu}{\delta\omega^\alpha} \right], \quad (3.34)$$

para o qual, se

$$\frac{\delta\mathcal{L}}{\delta\phi_i} = 0, \quad (3.35)$$

isto é, se ϕ_i é solução das equações de movimento, isso implicará na conservação de J_a^μ , uma vez que

$$\partial_\mu J_a^\mu = 0. \quad (3.36)$$

Assim como visto em (CARRILLO, 1995), quando este apresenta J_a^μ como uma corrente conservada oriunda da invariância da ação S sob um grupo de transformações infinitesimais, e para campos soluções das equações de Euler-Lagrange. Portanto, existirá uma corrente conservada para cada grupo de transformações, para os quais devem corresponder uma quantidade denominada carga, Q_a , determinada pelo integrando

$$Q_a = \int d^3x J_a^0(\mathbf{x}, t). \quad (3.37)$$

Essa quantidade é também conservada, tal que de (3.36), obtêm-se

$$\frac{dQ_a}{dt} = 0, \quad (3.38)$$

o que significa que a integral será a mesma para qualquer hipersuperfície cujo tempo seja constante. Por (3.38), temos novamente a definição do teorema de Noether, pois ela é oriunda da invariância da ação perante as transformações de x^μ e ϕ (CARRILLO, 1995).

A corrente de Noether é uma quantidade importante, uma vez que relaciona-se a conservação da energia-momento do sistema, no caso abordado neste trabalho, a energia-momento oriunda das componentes do universo. Essa relação é estabelecida ao realizar uma translação infinitesimal, tal qual

$$x'^\mu = x^\mu + \frac{\delta x^\mu}{\delta a^\alpha} \delta a^\alpha, \quad (3.39)$$

de maneira que se considerarmos δx^μ como parâmetro de si próprio, obteremos

$$\frac{\delta x^\mu}{\delta a^\alpha} = \delta_\alpha^\mu. \quad (3.40)$$

Os campos não são afetados pela translação, pois são tratados como tensores de Lorentz, de modo que $\delta\phi_i/\delta a^\alpha = 0$ e portanto

$$\bar{\delta}\phi_i(x) = \left[\frac{\delta\phi_i(x)}{\delta a^\alpha} - \frac{\partial\phi_i(x)}{\partial x^\mu} \frac{\delta x^\mu}{\delta a^\alpha} \right] \delta a^\alpha = -(\partial_\mu\phi_i) \delta_\alpha^\mu \delta a^\alpha. \quad (3.41)$$

A partir das equações (3.39), (3.40) e (3.41), expressão para a corrente de Noether, (3.34), resulta em

$$\Theta_\alpha^\mu \equiv - \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} \frac{\bar{\delta}\phi_i}{\delta a^\alpha} + \mathcal{L} \frac{\delta x^\mu}{\delta a^\alpha} \right] = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} \partial_\alpha\phi_i - \delta_\alpha^\mu \mathcal{L}. \quad (3.42)$$

Essa quantidade consiste num tensor misto de segunda ordem, tal que podemos aplicar os formalismo de cálculo tensorial e obter

$$\Theta^{\lambda\mu} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_i)} \partial^\lambda\phi_i - \eta^{\lambda\mu} \mathcal{L}, \quad (3.43)$$

onde $\eta^{\lambda\mu}$ é a métrica de Minkowski e $\Theta^{\lambda\mu}$ corresponde ao tensor energia-momento da mecânica clássica e densidade de energia-momento canônica na teoria de campos.

Pode-se obter a carga referente à quantidade definida em (3.43) como

$$P_\lambda = \int d^3x \Theta^{\lambda 0}(x). \quad (3.44)$$

Ela corresponde ao quadrimomento, de modo que a invariância das translações correspondem aos componentes do momento e as correntes de Noether compõem a densidade tensorial de energia-momento.

Podemos reescrever alternativamente a equação (3.43) como

$$T_{\mu\nu} \equiv - \frac{2}{\sqrt{-g}} \frac{\delta S}{\delta g^{\mu\nu}}, \quad (3.45)$$

por meio das regras de cálculo funcional, e para um campo definido em um espaço-tempo caracterizado por uma métrica $g_{\mu\nu}$. A diferença entre $\Theta^{\lambda\mu}$ expressa em (3.43) e $T_{\mu\nu}$ se refere ao fato desse último ser simétrico em relação aos índices μ e ν . Algo que nem sempre é possível afirmar quanto a $\Theta^{\lambda\mu}$. Entretanto, através da soma da quadrivergência total de um tensor $S^{\alpha\lambda\mu}$ a $\Theta^{\lambda\mu}$, pode-se simetrizar a expressão (3.43), tal qual

$$\Theta_S^{\lambda\mu} = \Theta^{\lambda\mu} + \nabla_\alpha S^{\alpha\lambda\mu}. \quad (3.46)$$

O $S^{\alpha\lambda\mu}$ trata-se de um tensor antissimétrico ($S^{\alpha\lambda\mu} = -S^{\lambda\alpha\mu}$) relacionado à densidade de momento angular. Esse procedimento foi desenvolvido por Belinfante e Rosenfeld, no qual exige-se que para uma Lagrangiana arbitrária, $\Theta_S^{\lambda\mu}$ tem de ser simétrico e $\nabla_\lambda \Theta_S^{\lambda\mu} = 0$, de modo que o tensor resultante obedece a conservação local do momento angular (MAYKOT, 2014).

4 PARADIGMA INFLACIONÁRIO

Uma das proposições básicas da cosmologia atual está relacionada à existência de uma época inicial na história evolutiva do universo quando a energia pontencial dominava sobre a energia cinética. Mais precisamente, quando a densidade de energia do vácuo dominava sobre as demais componentes. Durante esse período, o fator de escala teria crescido de forma exponencial no tempo (RIOTTO, 2002).

O paradigma inflacionário explica como o universo adquiriu as características que ele tem hoje, como: a planaridade, idade, e como as perturbações primordiais teriam originado as diversas estruturas em larga escala. Para isso, ele utiliza conceitos de uma nova física, válida em escalas de altas energias, na qual são necessários conceitos astrofísicos e de física de partículas (KINNEY, 2009).

4.1 Como a Inflação Resolve os Problemas do HBB para o Universo Primordial?

Nesta seção, será exposta a forma como a inflação resolve os problemas do horizonte, planura, entropia e relíquias. Entretanto, focamos nos dois primeiros, pois suas soluções são as duas principais marcas da cosmologia inflacionária (BESSADA, 2010), além de serem suficientes para expressar as características da inflação que interessam a esse estudo em particular.

4.1.1 Problema do Horizonte

A cosmologia padrão considera a existência de um período no qual os fótons desacoplaram dos demais componentes. Esse período se deu em alto *redshift* ($z = 1100$), quando o universo tinha cerca de 380.000 anos de idade e uma temperatura de cerca de 3000 K, sendo referido como recombinação (KINNEY, 2009). A detecção desses fótons primordiais, que formam a RCFM, pode ser considerada como equivalente a uma visão da figura do universo nos seus 380.000 anos de idade (RIOTTO, 2002).

A RCFM apresenta um alto grau aparente de homogeneidade e equilíbrio térmico. Entretanto, esse fato não era esperado pela cosmologia padrão *Hot Big Bang*, devido a limitação imposta pelo horizonte cosmológico (KINNEY, 2003). Para entender o que significa o problema do horizonte, é necessário, primeiramente, definir o horizonte comóvel e o raio de Hubble comóvel.

A distância máxima percorrida pelos fótons, desde um tempo inicial, frequentemente utilizado como “origem do universo” ($t = 0$), até um valor qualquer do tempo

no último período evolutivo (t), é denominada horizonte de partículas comóveis χ (BAUMANN, 2009), dado por

$$\chi(\tau) = \tau(t) - \tau(0) = \int_0^t \frac{d\bar{t}}{a(\bar{t})}. \quad (4.1)$$

Logo, temos que $\chi = \tau$, pois $c = 1$ num sistema de unidades naturais, e $\tau(0) = 0$ no *Big Bang*. A distância física referente ao horizonte de partículas comóvel é dada pela equação (2.21).

Essas grandezas são cruciais para compreensão da estrutura causal do universo. O horizonte comóvel (partículas) estabelece o limite à distância de separação entre dois pontos, de modo que uma separação superior ao valor correspondente a idade do universo, implica que esses não tiveram a oportunidade de alcançar o equilíbrio térmico. Uma vez que nunca tiveram a possibilidade de estabelecer um contato causal. O raio de Hubble comóvel define a distância máxima de separação entre dois pontos para que estes estejam em contato causal hoje (BAUMANN, 2009; KINNEY, 2003).

O horizonte de Hubble comóvel d_H , equivalente ao raio de Hubble comóvel, é definido como

$$d_H \simeq (aH)^{-1} = H_0^{-1} a^{\frac{1}{2}(1+3w)}, \quad (4.2)$$

tal que pode-se escrever τ como uma integral de $(aH)^{-1}$ (BAUMANN, 2009),

$$\tau = \int_0^a d \ln \bar{a} \left(\frac{1}{\bar{a}H(\bar{a})} \right). \quad (4.3)$$

A relação de proporcionalidade entre o horizonte comóvel e o fator de escala é dada

$$\tau \propto (aH)^{-1} \propto H_0 a^{\frac{1}{2}(1+3w)}, \quad (4.4)$$

na qual pode-se perceber que o horizonte comóvel depende do componente dominante naquele período. No cenário padrão, no qual são consideradas somente radiação e matéria, temos parâmetros de estado positivos. Portanto, τ e $(aH)^{-1}$ crescem

conforme a evolução do fator de escala, aumentando assim a região em contato causal do universo com o passar do tempo (BAUMANN, 2009). O crescimento do horizonte comóvel com o tempo, indica que este foi menor no passado, deixando várias escalas comóveis fora da região onde poderiam interagir e estabelecer contato causal.

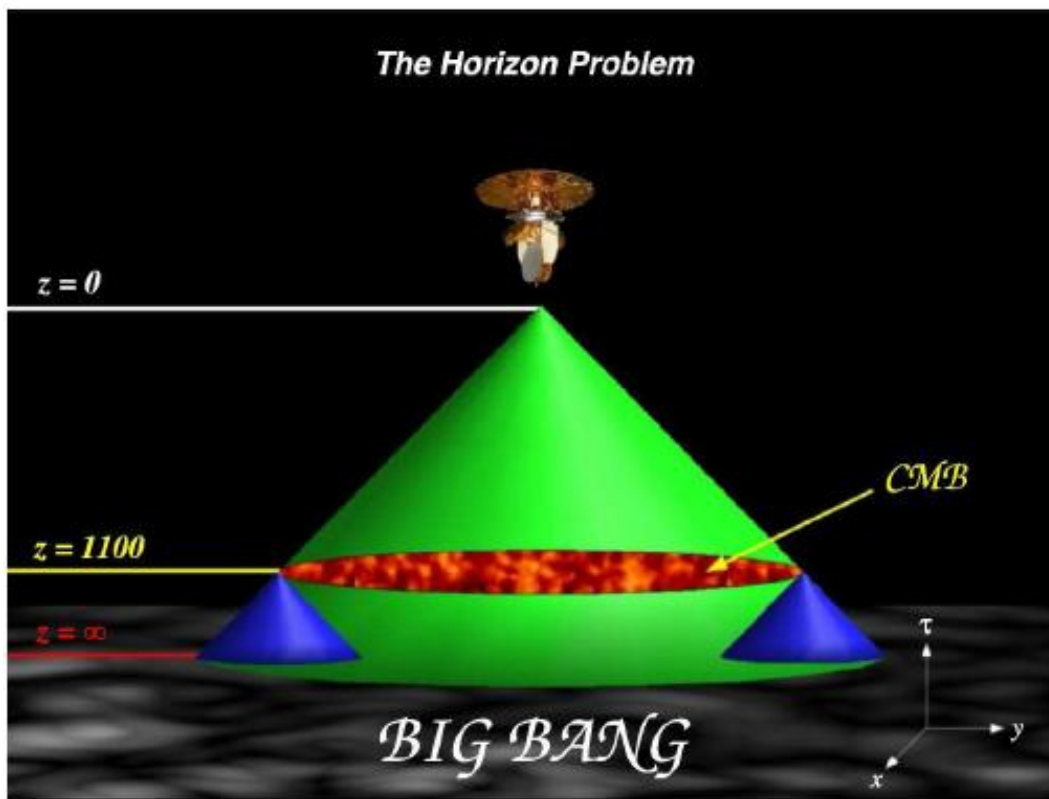
A relação resultante ao tomar qualquer sistema físico e estabelecer um tempo inicial t_i impõe que o estado do sistema daquele momento em diante irá depender do estado do sistema em t_i e de como o mesmo evolui. Em qualquer tempo, existe um limite causal na abrangência da influência da evolução subsequente, dependente da velocidade da luz naquele sistema, de modo que existiriam escalas suficientemente grandes para não serem afetadas pela evolução e apresentarem uma situação semelhante às condições iniciais do sistema. Analogamente à explanação anterior para um sistema qualquer, o horizonte causal do universo cresce com passar do tempo, de modo que é esperada a existência de regiões desconectadas causalmente, isto é, que as regiões apresentem características diversas devido à forma diferenciada com que podem ter sido afetadas pela evolução do universo (ALDROVANDI; PEREIRA, 2005).

A análise da estrutura causal do universo pode ser realizada através do uso do cone de luz passado. A utilização do tempo conforme dispõe da vantagem de apresentar o caminho percorrido pela luz viajando sempre em ângulos de 45° , permitindo traçar diagramas como visto na Figura 4.1. Isso ocorre devido ao elemento de linha descrito pelos fótons percorrer uma geodésica nula ($ds^2 = 0$), e portanto, $|d\mathbf{x}| = d\tau$ (BAUMANN, 2009; KINNEY, 2003).

A Figura 4.1 consiste no diagrama que representa o caminho percorrido pelos fótons a partir de um observador, representado pelo satélite, na qual a passagem do tempo pode ser percebida por meio dos diferentes *redshifts*, que aumentam conforme retrocedemos no tempo. Ela exemplifica que dois pontos numa superfície com $\tau = \text{const.}$ teriam estabelecido contato causal se seus cones de luz passado se interceptassem até o *Big Bang* ($\tau = 0$). Essa conclusão também pode ser obtida na observação da superfície de último espalhamento, para qual dois pontos cuja separação angular for maior que 1° (KINNEY, 2003).

A partir da Figura 4.1, pode-se perceber que no cenário descrito pelo HBB deveriam existir diversos pontos desconectados causalmente. Os dois cones azuis não se interceptam, portanto, os pontos dos quais foram traçados não estabeleceram uma relação causal. Logo, o esperado era a existência de regiões com características distintas. Entretanto, um fato observacional ímpar é a aparente uniformidade da RCFM em todo o céu para uma parte em 10^5 , sugerindo um universo extremamente

Figura 4.1 - Desenho esquemático dos cones de luz passado no HBB



Fonte: Kinney (2003)

homogêneo no último espalhamento, em escalas que envolvem várias regiões que a princípio seriam independentes causalmente (BAUMANN, 2009; KINNEY, 2003).

Então, o problema do horizonte está pautado na estrutura praticamente homogênea do universo para comprimentos maiores que o horizonte de Hubble (BESSADA et al., 2010), isso significa que regiões desconectadas causalmente segundo o HBB, estão apresentando características semelhantes de forma inesperada.

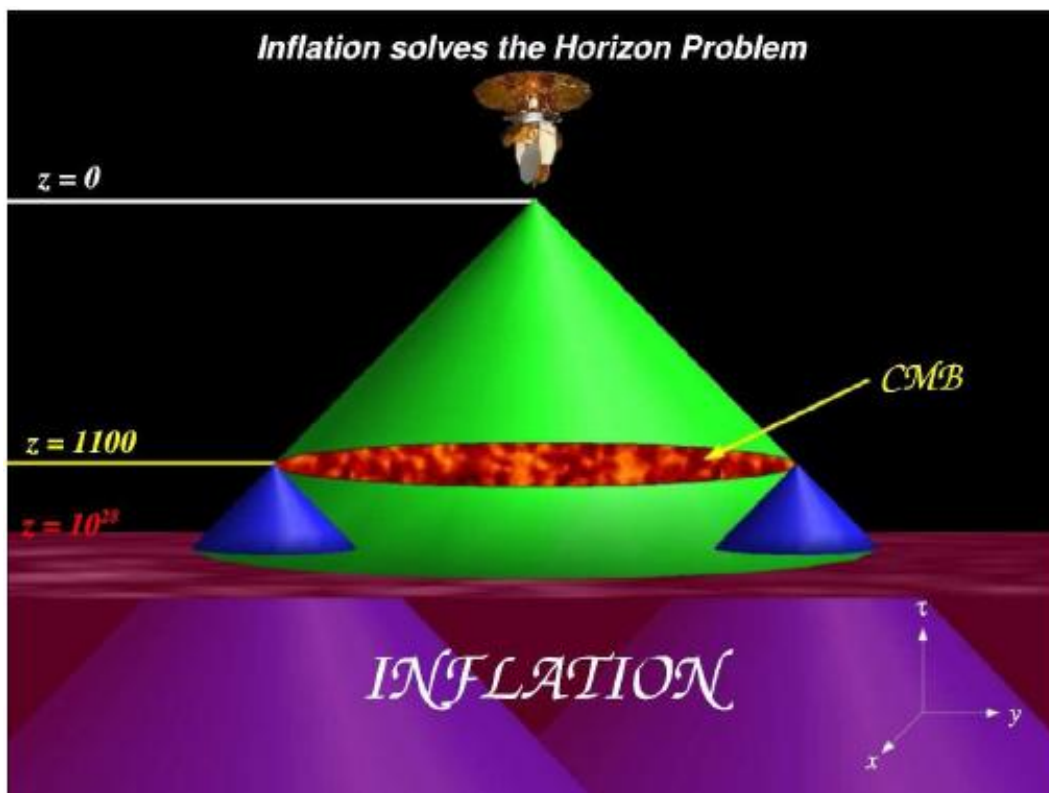
A inflação resolve essa questão ao estabelecer uma expansão acelerada exponencialmente no período primordial, de modo que o horizonte de Hubble comóvel diminui com a expansão (BESSADA et al., 2010), como pode ser observado na relação abaixo:

$$\frac{d}{d \ln a} (aH)^{-1} < 0. \quad (4.5)$$

Ao considerar sua evolução de forma acelerada, $\ddot{a}(= aH) > 0$, diminuindo o raio de Hubble comóvel $(aH)^{-1}$, as regiões conectadas causalmente expandiram-se de forma exponencial (FIGUEIRÓ, 2009). Um horizonte comóvel que diminui com o tempo, aumenta cada vez mais conforme regredimos ao passado, de modo que se a inflação durar tempo suficiente, todas as escalas físicas que deixaram o horizonte nas fases de dominação da radiação ou matéria podem retornar a ele no passado (KINNEY, 2009; RIOTTO, 2002).

O universo é praticamente homogêneo em larga escala, essa característica foi adquirida devido a diluição das inomogeneidades com a expansão acelerada exponencialmente (LINDE, 2014), isto é, o período inflacionário expande o universo de tal forma que as inomogeneidades se tornam insignificantes em escalas maiores que $10Mpc$. Basicamente, a inflação estipula tempos conformes negativos, permitindo que as extensões dos cones de luz passado se interceptem, proporcionando o contato causal e, conseqüentemente, a expansão do horizonte do universo, como visto na Figura 4.2.

Figura 4.2 - Desenho esquemático dos cones de luz passado na Inflação



Fonte: Kinney (2003)

4.1.2 Problema da Planura

Considerando somente a equação de Friedmann (2.12), é possível visualizar que tanto ρ quanto k podem dominar a evolução do universo, dada a relação da densidade com o fator de escala (2.16). Pela cosmologia HBB, o termo de curvatura k/a^2 dominaria sobre o termo de densidade na medida em que o tempo passa (FIGUEIRÓ, 2009). Assim, teríamos um universo cuja evolução não tende à planura, pois a definição de $\Omega(t)$ leva a uma geometria divergente da planaridade.

Entretanto, os resultados obtidos pelas observações de supernovas Ia e medidas das anisotropias da RCFM (RYDEN, 2003) indicam que

$$|1 - \Omega_0| \leq 0.2. \quad (4.6)$$

Se o universo atual é plano num intervalo de $\Omega \simeq 1 \pm 0.05$ isso implicaria num valor de $\Omega \simeq 1 \pm 0.00004$ na época da recombinação e $\Omega \simeq 1 \pm 10^{-12}$ para a época da nucleossíntese (KINNEY, 2003). Isto é, mesmo que as equações definidoras da dinâmica do universo divirjam da densidade crítica, e portanto, de uma curvatura plana, o valor atual de Ω é tão fortemente próximo da unidade mesmo após cerca de 15 bilhões de anos de evolução (ALDROVANDI; PEREIRA, 2005).

O problema da planura está então relacionado aos motivos que levaram o universo a ser tão geometricamente plano a escalas suficientemente grandes, uma vez que o HBB necessita de condições iniciais específicas para produzir um universo plano, requerendo um ajuste fino dos valores do parâmetro de energia e da equação de estado.

Ao analisar a equação (2.29), percebe-se que para um valor de Ω próximo à unidade, é necessário que o termo com curvatura torne-se aproximadamente nulo. A partir de (2.17), temos que

$$\Omega - 1 \propto \frac{1}{a^2}, \quad (4.7)$$

portanto, a evolução de a tem de ser grande o suficiente para tornar o membro direito da equação acima nulo. Ou seja, se a expansão do universo se dá de forma lenta, ele tende a apresentar uma curvatura distinta da planaridade (KINNEY, 2009). Pela equação (2.20), a relação de dependência do fator de escala com tempo relaciona-se

a w , de modo que $w = 0$ e $w = 1/3$, representando respectivamente os parâmetros de estado da matéria e radiação, não proporcionariam uma grande variação de a .

A tendência de dominação do termo de curvatura sobre a densidade não se aplica ao uso do mecanismo inflacionário, pois durante esse período, o parâmetro de Hubble perde sua dependência temporal e

$$|1 - \Omega| \approx e^{-2Ht}, \quad (4.8)$$

tal que $\Omega \rightarrow 1$ mesmo que $t \rightarrow \infty$, e a evolução temporal nesse período é de $a(t) \sim e^{-2Ht}$ (ALDROVANDI; PEREIRA, 2005).

A ideia base utilizada na inflação para solucionar os problemas da planura e do horizonte consiste em expandir o universo, tal que o horizonte comóvel decresça com o passar do tempo, isso equivale a um universo cuja evolução converge para a planura (BESSADA et al., 2010).

A inflação, então, resolve o problema da planura ao estabelecer um número mínimo de *e-folds*, $N = -\int H dt$, necessário para requerer o valor $(\Omega_0 - 1)$ da ordem da unidade. O número de *e-folds* é uma parametrização do tempo, uma vez que a duração do período inflacionário é muito ínfimo, essa definição facilita a realização dos cálculos. $N \sim 60$ é o valor de duração mínimo estimado para a inflação, tal que quanto maior for o valor de N , obteríamos Ω_0 cada vez mais próximo da unidade, isto é, a inflação $\rightarrow \Omega_0 = 1$, ampliando o raio de curvatura do universo e tornando-o localmente plano com uma boa precisão (KINNEY, 2003; RIOTTO, 2002).

4.1.3 Problema da Entropia

A hipótese da expansão adiabática do universo relaciona a entropia ao problema de ajuste fino das condições iniciais para tornar o universo plano. O cenário adiabático implica na constância da entropia S durante a evolução do universo, de tal forma que o problema da planura pode ser descrito como originado da conservação da entropia no volume comóvel. A inflação resolve essa questão ao estabelecer uma expansão não adiabática durante um intervalo de tempo finito do período primordial, produzindo uma grande quantidade de entropia. Para que se obtenha a variação de entropia necessária, a fase de transição não adiabática persistirá também na fase de transição que precede a dominação da radiação (RIOTTO, 2002).

4.1.4 Problema das Relíquias

Modelos de grande de unificação prevêem a presença de monopolos magnéticos no espectro de partículas (GUTH, 1981). Os monopolos deveriam ter sido produzidos durante a quebra de simetria na época da grande unificação, em taxas enormes que tornariam a densidade atual tão alta a ponto de proporcionar um colapso gravitacional. As observações não detectaram indícios dessas partículas hipotéticas, e o universo não colapsou. Em síntese, pode-se dizer que o problema das relíquias ou monopolos consiste na ausência de evidências que indiquem sua existência e da excessiva densidade prevista (CAMPOS, 2008; WUENSCHÉ, 2005). A solução dessa questão pela perspectiva inflacionária foi diluir exponencialmente a densidade primordial de relíquias (LINDE, 2014), de tal forma que seus valores ínfimos não seriam perceptíveis no universo atual.

4.2 Inflação Canônica

Esse tópico é um dos pontos centrais a ser entendido nessa pesquisa, uma vez que servirá de base de comparação aos modelos de campo escalar não-canônico, de modo que precisaremos discorrer de forma mais detalhada os conceitos e formulações necessários. Será utilizado, em toda a seção, como suporte principal, a abordagem sobre a temática exposta por (KINNEY, 2003), (KINNEY, 2009) e (RIOTTO, 2002).

Como visto nas seções anteriores, a inflação resolve vários problemas do modelo HBB. Entretanto, para que isso ocorra, ainda é necessário entender como dar-se-ia a física desse período evolutivo do universo. A CC, como densidade de energia do vácuo, não poderia desempenhar o papel de produtora da inflação, uma vez que ao assumir a dominação do universo não haveria chance para a dominação dos demais componentes devido às relações entre $\rho(t)$ e $a(t)$, como indica a cosmologia padrão. Portanto, para que o universo realize sua transição da fase inflacionária até alcançar a fase de dominação da radiação, a densidade de energia do vácuo do período primordial deve variar com o tempo.

Existem vários cenários possíveis para a inflação, mas a ideia essencial é a introdução de uma pressão negativa, tal que o estudo de campos escalares na cosmologia desperta interesse devido à forma natural pela qual pode ser obtida uma equação de estado negativa com pressão $p = -\rho$ (ALDROVANDI; PEREIRA, 2005).

A inflação consiste num paradigma que define a passagem do universo por uma fase de expansão acelerada exponencialmente nos primeiros instantes de sua existência,

e utiliza a dinâmica de um campo escalar homogêneo, denominado *inflaton*, como responsável por esse fenômeno. Com esse cenário em mente, podemos assumir a ação S_{total} na forma

$$S_{total} = S + S_{EH} = \int d^4x \sqrt{-g} [\mathcal{L} + \mathcal{L}_{EH}], \quad (4.9)$$

onde S é ação do campo escalar ϕ , S_{EH} é a ação gravitacional de Einstein-Hilbert, \mathcal{L} e \mathcal{L}_{EH} são suas respectivas Lagrangianas, e g é o determinante da métrica FRW. Na realização dos cálculos, será utilizada somente a ação e, conseqüentemente a Lagrangiana referentes ao campo, não obstante S_{EH} possui derivada funcional nula em relação à ϕ . Elas podem ser expressas como a seguir

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L}, \quad (4.10)$$

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi). \quad (4.11)$$

O potencial $V(\phi)$ descreve as auto interações de ϕ (BAUMANN, 2009), enquanto o termo referente à energia cinética é denominado termo cinético canônico, sendo representado por X e definido por

$$X \equiv \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi. \quad (4.12)$$

O tensor energia-momento para o campo escalar ϕ é obtido por meio das expressões (3.45) e (4.11),

$$T_{\mu\nu} = \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - g_{\mu\nu} (\partial^\sigma \phi \partial_\sigma \phi - V(\phi)). \quad (4.13)$$

Ao aplicarmos o princípio variacional de Hamilton em S , obtemos as equações de movimento na forma geral

$$\frac{\delta S}{\delta \phi} = \frac{1}{\sqrt{-g}} \partial_\mu (\sqrt{-g} \partial^\mu \phi) + V'(\phi) = 0, \quad (4.14)$$

onde o apóstrofo indica a derivada em relação ao campo ϕ . Como estamos considerando o campo como homogêneo, métrica e espaço FRW, podemos reescrever as equações de movimento como

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0, \quad (4.15)$$

tal que o ponto representa derivada em relação ao tempo t . Se substituirmos (2.3) em (4.13), podemos reescrever a densidade de energia e a pressão do universo pelas expressões

$$\rho = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad (4.16)$$

$$p = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi), \quad (4.17)$$

consequentemente a equação de estado teria a forma

$$w \equiv \frac{p}{\rho} = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (4.18)$$

Essa expressão nos diz que para atingir uma pressão e equação de estado negativas, o termo cinético deve ser desprezível em relação ao potencial para tornar $w \approx -1$.

O parâmetro de estado, assim como outras grandezas, pode ser obtido por meio de observações da RCFM. Os observáveis inflacionários empregados nessa pesquisa consistem em: índice espectral escalar (n_s), razão tensorial escalar (r) e nível de não-linearidade ou não-gaussianidade (f_{NL}). O n_s é o observável que caracteriza o espectro de potência da densidade (EASTHER; PEIRIS, 2006). O r é a contrapartida escalar do espectro de potência tensorial normalizado (BESSADA, 2010). O f_{NL} fornece o quanto o espectro de potência da RCFM difere ou não de um espectro gaussiano.

A aceleração da expansão ocorre quando $V(\phi)$ domina sobre a energia cinética ($\dot{\phi}^2/2$) e termina quando a energia cinética cresce até tornar-se comparável ao potencial. Em resumo, o cenário de uma inflação dirigida por um campo escalar ϕ canônico consiste numa fase de transição com parâmetro da equação de estado dado pelo próprio

ϕ , no qual temos um período inicial do universo em que a densidade de energia do vácuo é dominada pelo potencial do *inflaton*. Este evolui lentamente, de forma aproximadamente constante, e simula o efeito de uma constante cosmológica. No decorrer desse período, o universo é dirigido exponencialmente para a homogeneidade e planura, até que o potencial começa a oscilar sobre seu estado de vácuo num potencial mínimo e a inflação termina.

4.2.1 Inflação *Slow Roll*

O período de evolução *slow roll* do *inflaton* é considerado o mais importante ingrediente que constitui a maioria dos modelos inflacionários bem sucedidos (ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 1999).

A abordagem de *slow roll* nos permite quantificar em que circunstâncias um campo escalar pode gerar um período inflacionário. Ela descreve a evolução do campo escalar com o termo de fricção ($3H\dot{\phi}$), dominando a equação de movimento. O campo então rola lentamente abaixo pelo seu potencial, característica pela qual recebeu sua nomenclatura, sofrendo uma fricção devido à expansão do universo.

As condições de produção do *slow roll* estão ligadas ao fato de o potencial ser suficientemente plano ($V'(\phi) \ll V(\phi)$). Ou seja, quando a variação do potencial é muito pequena em relação ao potencial em si, mas sendo suficientemente expressiva para tornar o termo $\ddot{\phi}$ desprezível. Essa aproximação que pode ser referida como limite de de Sitter ($p \simeq -\rho$), no qual a energia potencial do campo domina sobre a cinética ($\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$).

Ao considerar a veracidade das condições anteriores, poderemos utilizá-las para re-escrever, como aproximações, as equações que descrevem a evolução do universo. Isto é, como a energia cinética é desprezível com relação à potencial, temos que $\rho \approx V(\phi)$, portanto a equação de Friedmann torna-se

$$H^2 \simeq \frac{8\pi}{3M_{\text{P}}^2} V(\phi). \quad (4.19)$$

A equação de movimento também adquire uma forma mais reduzida, dada por

$$3H\dot{\phi} \simeq -V'(\phi). \quad (4.20)$$

Essas novas formulações proporcionam o estabelecimento de novas relações, de modo que

$$\dot{\phi}^2 \ll -V'(\phi) \Rightarrow \frac{(V')^2}{V} \ll H^2 \quad (4.21)$$

e

$$\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi} \Rightarrow V'' \ll H^2, \quad (4.22)$$

o que nos permite definir parâmetros de grande utilidade no estudo do mecanismo de *slow roll*. O número de *e-folds* N é uma parametrização do tempo que cresce conforme regredimos ao passado, sendo utilizado na definição da relação responsável pela produção da expansão acelerada exponencial do universo primordial,

$$a(t) \propto e^{-N}, \quad (4.23)$$

e também dos chamados parâmetros de *slow roll*, relacionados às condições acima,

$$\epsilon \equiv \frac{3}{2} \left(\frac{p}{\rho} + 1 \right) = \frac{4\pi}{M_P^2} \left(\frac{\dot{\phi}}{H} \right)^2 = \frac{1}{H} \frac{dH}{dN} \quad (4.24)$$

e

$$\eta \equiv -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} = \epsilon + \frac{1}{2\epsilon} \frac{d\epsilon}{dN}. \quad (4.25)$$

O parâmetro ϵ especifica a equação de estado e se relaciona com a evolução de H , assim como pode ser observado ao se reescrever a equação de aceleração do universo,

$$\left(\frac{\ddot{a}}{a} \right) = -\frac{4\pi}{3M_P^2} (\rho + 3p) = H^2(1 - \epsilon), \quad (4.26)$$

os valores de $\epsilon < 1$ estabelecem uma condição para se obter uma expansão acelerada.

A vantagem na definição de η consiste em garantir que $\ddot{\phi} \ll 3H\dot{\phi}$ seja verdadeira,

sendo a aproximação de *slow roll* válida somente quando $\epsilon, |\eta| \ll 1$. As expressões (4.24) e (4.25) podem ser reformuladas em função do potencial, como exposto abaixo:

$$\epsilon = \frac{4\pi}{M_P^2} \left(\frac{\dot{\phi}}{H} \right)^2 \simeq \frac{M_P^2}{16\pi} \left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2, \quad (4.27)$$

$$\eta \equiv -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \simeq \frac{M_P^2}{8\pi} \left[\frac{V''(\phi)}{V(\phi)} - \frac{1}{2} \left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2 \right], \quad (4.28)$$

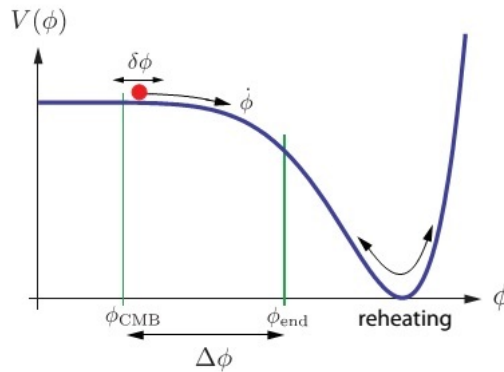
o mesmo pode ser feito para N ,

$$N = -\int H dt = -\int \frac{H}{\dot{\phi}} d\phi = \frac{2\sqrt{\pi}}{M_P} \int \frac{d\phi}{\sqrt{\epsilon}} \simeq \frac{8\pi}{M_P^2} \int_{\phi_e}^{\phi} \frac{V(\phi)}{V'(\phi)} d\phi, \quad (4.29)$$

onde o intervalo da variação do campo considerado se inicia com o fim da inflação ϕ_e e vai até o valor de ϕ desejado em um período anterior ao término da inflação.

Na Figura 4.3, pode-se observar como se dá a perspectiva *slow roll*. A densidade de energia era dominada pelo campo escalar nos primórdios do tempo, tal que ϕ evoluía lentamente para um potencial aproximadamente constante, de tal forma que a definição de um modelo inflacionário está contida na especificação de $V(\phi)$, o que leva o universo a um estado de planura e homogeneidade. Isto é, toda a física importante no contexto inflacionário é dada pela forma do potencial.

Figura 4.3 - Inflação Slow Roll



Fonte: Baumann (2009)

A inflação termina quando a energia cinética consegue suplantar a potencial, tal que a energia do universo seria composta pelas oscilações coerentes do condensado do *inflaton* em torno do mínimo de seu potencial. Nesse período, o universo seria frio e dominado pela energia do movimento coerente do campo ϕ , e se converteria num universo quente dominado pela radiação. Esse processo de transferência de energia do *inflaton* e seu decaimento em radiação é denominado reaquecimento, e permanece como um campo aberto a investigações futuras já que seu real mecanismo ainda nos é desconhecido.

5 MODELOS DE K-ESSÊNCIA

O modelo de k-essência é o paradigma geral relacionado ao uso de campos escalares. A abrangência e diversidade dos modelos que dele se originam exploram as mais variadas características e propriedades que podem ser desenvolvidas a partir da dinâmica de um campo escalar não-canônico. Mesmo os modelos canônicos podem ser considerados casos particulares de k-essência, o que ressalta a imensidão do escopo em que este pode ser abordado.

5.1 Sobre os Modelos

A K-essência é um modelo, de certa forma correspondendo a uma evolução do modelo de quintessência, que possui o termo cinético dominando sobre o potencial, daí a letra K (vide, por exemplo, (BRUNETON; ESPOSITO-FARÈSE, 2007)). A K-essência reproduz muitas características cosmológicas de forma mais natural do que a quintessência. Historicamente, uma das primeiras classes de modelos, do “tipo K-essência”, tinha como característica o termo cinético negativo e um parâmetro da equação de estado $w < -1$.

Em um interessante artigo, Caldwell (CALDWELL, 2002) propôs que um bom ajuste na distância de luminosidade, derivada de supernovas do tipo Ia, seria fornecido por uma energia escura com parâmetro da equação de estado dado por $w < -1$. Essa classe de modelos, com termo cinético negativo e $w < -1$, levou a chamada energia escura fantasma. Contudo, a K-essência “do tipo fantasma” apresentava uma problemática que a tornava não atrativa; uma equação de estado ultranegativa sugere que a velocidade do som no meio seria maior do que a velocidade da luz. Além disso, o sinal negativo no termo cinético causa instabilidades no nível quântico tornando-o um modelo fisicamente não adequado. O modelo fantasma padrão também viola todas as condições clássicas de energia (fraca e forte) e produz um efeito antigravitacional muito maior do que o da constante cosmológica, além de conduzir a uma singularidade chamada de “*big rip*”.

O “*big rip*”, derivado do crescimento acelerado do Universo, afetaria a coesão das estruturas em grande escala do Universo. Desse modo, chegaria um ponto no qual a atração gravitacional não seria forte o suficiente para manter as estruturas de grande-escala coesas. Assim, as galáxias, sistemas planetários e mesmo os átomos iriam se romper. Esse defeito, ou patologia, pode ser removido ao restringir as condições para a construção do termo cinético, estabelecendo uma barreira para o parâmetro da equação de estado, na qual ele não pode assumir valores menores que -1

para uma velocidade do som positiva (ABRAMO; PINTO-NETO, 2006; VOLMER, 2009; ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 2001). A modelagem de K-essência usada neste trabalho não apresenta termos cinéticos negativos e não leva aos modelos do “tipo-fantasma”.

O conceito de k-essência a ser discutido está intrinsecamente ligado à dinâmica do campo escalar não-canônico ϕ , denominado campo de k-essência ou k-campo, que assim como nas seções anteriores é adotado como sendo um campo homogêneo. Um campo escalar pode ser canônico (abordagem utilizada nos modelos ditos tradicionais) ou não-canônicos, a diferença está no fato de que a Lagrangiana deste depende de uma função do termo cinético canônico,

$$\mathcal{L} = F(X) - V(\phi). \quad (5.1)$$

Enfatizar a generalidade do arcabouço da k-essência significa não só expor as diversas possibilidades disponíveis para explicar a história evolutiva do universo, mas também deixar claro que esse não dispõe de um mecanismo único que realize esse objetivo. O que temos na verdade são diferentes abordagens que podem ser produzidas por meio de um campo escalar não-canônico a fim de reproduzir os aspectos dinâmicos da evolução do universo. A fase de pré-nucleossíntese e atual fase de expansão acelerada do universo são as de interesse nessa pesquisa.

O cenário descrito com o uso de campos escalares simples pode ser explorado das mais diversas formas. O *inflaton* pode ser um escalar composto de graus de liberdade mais fundamentais, uma coordenada de uma brana numa compactificação em dimensões extras em teoria de cordas, um *modulus* (campo escalar presente em teoria de cordas) supersimétrico, entre outras possibilidades (KINNEY, 2009).

A forma do potencial contém toda a física importante da inflação canônica (KINNEY, 2009). Na modelagem introduzida pela k-essência, o termo cinético é quem responde pela descrição da evolução do universo, e se baseia na dinâmica apresentada por um campo escalar ϕ para impulsionar a inflação e desempenhar o papel de energia escura como responsável pela expansão acelerada do universo atual. Uma característica desses modelos consiste na pressão negativa oriunda da energia cinética não-linear do campo escalar (ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 2000).

O comportamento do campo de k-essência varia conforme o período de evolução do universo que está sendo tratado, uma vez que a velocidade do campo se altera devido às mudanças na equação de estado do fundo. Na época de dominação da radiação, a

k-essência é subdominante e imita a equação de estado da radiação, mantendo fixa a relação entre elas. Na igualdade matéria-radiação a k-essência é submetida a uma forte transição, em que sua pressão passa de positiva para negativa, desencadeada pela dinâmica. Como ela vinha seguindo a equação de estado da radiação, não pode dominar sobre a matéria, não sendo capaz de imitar sua equação de estado, também por questões dinâmicas, de modo que a densidade de energia cai várias ordens de grandeza e permanece constante. Até o campo de k-essência conseguir subjugar a densidade de matéria, e então tornar-se o componente dominante do universo, após um tempo, grosseiramente tomado como a idade do universo. Como a densidade de energia do k-campo decresce mais lentamente que a densidade de matéria, conforme o universo expande, a época atual é o período correto para a dominação do campo de k-essência sobre os demais componentes (ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 2001). Esse é o modo de se emular o comportamento da EE por meio da k-essência.

A forma usual de direcionar a inflação canônica é voltada para a escolha de um potencial adequado. A inflação não-canônica é dirigida cineticamente, nomeada k-inflação, e passa lentamente de uma fase inicial de alta curvatura para uma de baixa curvatura, tal que ela termina com o início da dominação da radiação de forma natural (ARMENDÁRIZ-PICÓN et al., 1999), isto é, sem a necessidade de um período de reaquecimento.

Na inflação canônica, a mudança no potencial produz um cenário inflacionário diferente, então uma opção interessante foi modificar o termo cinético ao invés do potencial (BESSADA, 2010).

Modelos k-inflacionários são capazes de produzir um comportamento não-gaussiano bem considerável nas perturbações da curvatura, de modo que a detecção dessa não-gaussianidade traria evidências para se estabelecer o termo não-canônico como parte fixa da modelagem inflacionária (BEAN et al., 2008).

O campo de k-essência variável no tempo permite a existência de um mecanismo que faça variar a densidade de energia do vácuo, sendo então uma possível forma de resolver a problemática envolvida no ajuste fino da constante cosmológica.

O problema da coincidência cósmica não é considerado um problema para a modelagem de k-essência, pois o tempo atual é simplesmente a época correta na qual o campo de k-essência conseguiu dominar sobre os outros componentes do universo.

5.2 Equação de Movimento

A Lagrangiana (L) do modelo de k-essência, como vimos, assume a forma, dada pela equação (5.1); se considerarmos a ação total minimamente acoplada a gravitação, de forma semelhante ao apresentado no contexto da inflação canônica,

$$S_{total} = \int d^4x \sqrt{-g} \{ \mathcal{L}[X, \phi] + \mathcal{L}_{EH} \}, \quad (5.2)$$

as equações de movimento da k-essência também são obtidas do princípio variacional de Hamilton. Entretanto, a ação não depende somente do campo, mas também do termo cinético canônico. Nos cálculos não consideramos a parte geométrica da ação contida em \mathcal{L}_{EH} , de modo que podemos expressar o princípio de Hamilton como:

$$\frac{\delta S[X(x), \phi(x)]}{\delta \phi(y)} = 0. \quad (5.3)$$

Considerando a ação na forma

$$S[X(x), \phi(x)] = \int d^4x \{ \sqrt{-g} \mathcal{L}[X(x), \phi(x)] \}, \quad (5.4)$$

e substituindo seu valor na expressão (5.3), teremos como resultado

$$\partial_\lambda \left\{ \frac{\partial X(y)}{\partial (\partial_\lambda \phi(y))} \frac{\partial [\sqrt{-g} \mathcal{L}(X(y), \phi(y))]}{\partial X(y)} \right\} - \frac{\partial [\sqrt{-g} \mathcal{L}(X(y), \phi(y))]}{\partial \phi(y)} = 0. \quad (5.5)$$

Substituindo-se a definição do termo cinético canônico, equação(4.12), e utilizando a métrica FRW, temos que o valor do termo cinético para o universo homogêneo resulta em

$$X = \frac{1}{2} g^{00} \partial_0 \phi \partial_0 \phi = \frac{\dot{\phi}^2}{2}, \quad (5.6)$$

portanto,

$$\dot{\phi} = \sqrt{2X}. \quad (5.7)$$

Escrevendo a derivada total com respeito ao tempo como

$$\frac{d}{dt} = \dot{X} \frac{\partial}{\partial X} + \dot{\phi} \frac{\partial}{\partial \phi}, \quad (5.8)$$

e fazendo os cálculos necessários, será obtida a equação de movimento geral da k-essência

$$\dot{X} = \frac{\sqrt{2X}}{1 + 2X\mathcal{L}_{XX}} \left(\mathcal{L}' - 2X\mathcal{L}'_X - 3H\sqrt{2X}\mathcal{L}_X \right), \quad (5.9)$$

onde o subscrito X indica a derivada com respeito ao termo cinético.

5.3 Equações de *Flow*

Modelos de k-inflação apresentam uma hierarquia de *flow* complexa, envolvendo vários parâmetros e suas derivadas com respeito a N , H , c_s e \mathcal{L}_X (BESSADA, 2010). Nas seções anteriores, escolhemos a modelagem geral para Lagrangiana e métrica, uma vez que podemos descrever o campo ϕ como um fluido perfeito (BEAN et al., 2008) que obedece a

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (5.10)$$

no qual, a pressão do fluido de k-essência é a própria Lagrangiana,

$$p \equiv \mathcal{L}(X, \phi), \quad (5.11)$$

a densidade de energia e a quadrivelocidade podem ser expressas por

$$\rho \equiv 2X\mathcal{L}_X - \mathcal{L}, \quad (5.12)$$

$$u^\mu \equiv \frac{\partial_\mu \phi}{\sqrt{2X}}. \quad (5.13)$$

Essas equações nos permitem definir a formulação da velocidade do som c_s como mostrado a seguir

$$c_s^2 \equiv \frac{p_X}{\rho_X} = \left(1 + 2X \frac{\mathcal{L}_{XX}}{\mathcal{L}_X}\right)^{-1}. \quad (5.14)$$

As equações de Friedmann e de continuidade também podem ser reescritas, respectivamente, como:

$$H^2 = \frac{8\pi}{3M_P^2}(2X\mathcal{L}_X - \mathcal{L}), \quad (5.15)$$

$$\dot{\rho} = -6HX\mathcal{L}_X. \quad (5.16)$$

A hierarquia de *flow* é uma generalização dos parâmetros canônicos e consiste num conjunto de equações diferenciais que se tomadas até uma ordem infinita, descreveriam completamente a evolução do espaço-tempo (KINNEY; TZIRAKIS, 2008).

Através do formalismo de Hamilton-Jacobi, (BEAN et al.) estenderam o formalismo dos parâmetros de *slow roll* para descrever as trajetórias gerais das ações por meio de três parâmetros da hierarquia de *flow* (ϵ , s e \tilde{s}) sem o uso de restrições ligadas à redefinição de campo usadas em modelos canônicos e na inflação DBI quando este reproduz uma inflação do tipo *slow roll*. Esses parâmetros podem ser escritos com relação ao número de *e-folds* N , como:

$$\epsilon \equiv \frac{1}{H} \frac{dH}{dN}, \quad (5.17)$$

$$s \equiv -\frac{1}{c_s} \frac{dc_s}{dN}, \quad (5.18)$$

$$\tilde{s} \equiv \frac{1}{\mathcal{L}_X} \frac{d\mathcal{L}_X}{dN}. \quad (5.19)$$

ϵ , s e \tilde{s} permitem-nos observar a evolução do universo, da propagação das perturbações e do próprio sistema, respectivamente. Eles também podem ser relacionados aos observáveis inflacionários. Assim como será exposto no próximo capítulo.

Os parâmetros de *flow* canônicos constituem parametrizações apenas em relação ao parâmetro de Hubble, modelos de *k-essência* também apresentam parametrização

com relação à velocidade do som c_s (KINNEY; TZIRAKIS, 2008).

Eles podem ser escritos como dependentes de ϕ , que funciona como um relógio quando evoluindo monotonicamente (BESSADA; KINNEY, 2012). Isto é, através da evolução do campo e sua relação com os parâmetros de *flow*, pode-se obter informações sobre a dinâmica do universo, tal que se as equações de Friedmann e continuidade forem escritas para o caso homogêneo ($\phi = \phi(t)$) como sendo as equações de Hamilton-Jacobi

$$\dot{\phi} = \sqrt{2X} = -\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} H'(\phi), \quad (5.20)$$

$$3M_P^2 H^2(\phi) = \frac{4M_P^4 H'(\phi)^2}{\mathcal{L}_X} - \mathcal{L}, \quad (5.21)$$

uma nova formulação para N pode ser expressa como

$$dN = \frac{H}{\sqrt{2X}} d\phi. \quad (5.22)$$

Isso possibilita o relacionamento das definições dos parâmetros, (5.17), (5.18) e (5.19), com as equações acima, resultando na formulação

$$\epsilon = \frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^2, \quad (5.23)$$

$$s = -\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \frac{c'_s(\phi)}{c_s(\phi)}, \quad (5.24)$$

$$\tilde{s} = \frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \frac{\mathcal{L}'_X(\phi)}{\mathcal{L}_X(\phi)}. \quad (5.25)$$

Também podem ser estabelecidos parâmetros de alta ordem para hierarquia de *flow*, que permitem explorar de forma cada vez mais precisa as propriedades dinâmicas do processo evolutivo do universo, definidos na seguinte forma geral:

$$\tilde{\eta} =^1 \lambda = \frac{2M_P^2 H''(\phi)}{\mathcal{L}_X H(\phi)}, \quad (5.26)$$

$${}^l \lambda = \left(\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \right)^l \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{l-1} \frac{1}{H(\phi)} \frac{d^{l+1}}{d\phi^{l+1}} H(\phi), \quad (5.27)$$

$${}^l \alpha = \left(\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \right)^l \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{l-1} \frac{1}{c_s^{-1}(\phi)} \frac{d^{l+1}}{d\phi^{l+1}} c_s^{-1}(\phi), \quad (5.28)$$

$${}^l \beta = \left(\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \right)^l \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{l-1} \frac{1}{\mathcal{L}_X(\phi)} \frac{d^{l+1}}{d\phi^{l+1}} \mathcal{L}_X(\phi). \quad (5.29)$$

Onde $l = 1, 2, \dots, \infty$. As equações de *flow* consistem nas derivadas de seus parâmetros com respeito ao número de *e-folds*, cujo resultado permite a inter-relação entre eles, como pode ser observado nas expressões a seguir:

$$\frac{d\epsilon}{dN} = -\epsilon(2\epsilon - 2\tilde{\eta} + \tilde{s}), \quad (5.30)$$

$$\frac{d\tilde{\eta}}{dN} = -\tilde{\eta}(\epsilon + \tilde{s}) + {}^2 \lambda, \quad (5.31)$$

$$\frac{ds}{dN} = -s(\epsilon - \tilde{\eta} + \tilde{s} + s) + \epsilon\rho, \quad (5.32)$$

$$\frac{d\tilde{s}}{dN} = -\tilde{s}(\epsilon - \tilde{\eta} + 2\tilde{s}) + \epsilon^1 \beta, \quad (5.33)$$

$$\frac{d^l \lambda}{dN} = -{}^l \lambda [l(\epsilon + s) - (l-1)\tilde{\eta}] + {}^{l+1} \lambda, \quad (5.34)$$

$$\frac{d^l \alpha}{dN} = -{}^l \alpha [(l-1)(\epsilon - \tilde{\eta}) + l\tilde{s} + s] + {}^{l+1} \alpha, \quad (5.35)$$

$$\frac{d^l \beta}{dN} = -^l \beta [(l+1)\tilde{s} + (l-1)(\epsilon + \tilde{\eta})] +^{l+1} \beta. \quad (5.36)$$

Se pudéssemos realizar derivações sucessivas em relação à N , obteríamos equações da hierarquia de *flow* infinitas, cuja solução seria equivalente à solução da equação de movimento do campo escalar (BESSADA et al., 2010). Isto é, as equações de *flow* nos permitiriam descrever a dinâmica evolutiva do universo.

Ao considerar os parâmetros de *flow* como sendo constantes, ou seja, cuja derivada com relação a N é nula. Isso implicaria no estabelecimento de relações exponenciais entre as grandezas H , c_s e \mathcal{L}_X com N , obtidas a partir de (5.17), (5.18) e (5.19), tal qual abaixo:

$$H \propto e^{\epsilon N}, \quad (5.37)$$

$$c_s \propto e^{-sN}, \quad (5.38)$$

$$\mathcal{L}_X \propto e^{\tilde{s}N}. \quad (5.39)$$

Através de (5.19), obtem-se uma expressão para \mathcal{L}_X ,

$$\mathcal{L}_X = \frac{8\epsilon}{\tilde{s}} \left(\frac{M_P}{\phi} \right)^2, \quad (5.40)$$

da qual também pode ser escrita uma expressão para ϕ , ao substituir (5.39) em (5.40), como:

$$\phi^2 \propto e^{-\tilde{s}N}. \quad (5.41)$$

Uma hierarquia de *flow* completa se reduz a um conjunto de soluções exatas compostas de equações algébricas com parâmetros de alta ordem dados em função de ϵ , s e \tilde{s} . Isto é, H , c_s e \mathcal{L}_X escritos como funções desses parâmetros. Se isolarmos os termos em H em (5.17) e substituímos (5.40), temos como resultado

$$H(\phi) = H_0 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-2\epsilon/\tilde{s}}. \quad (5.42)$$

O mesmo pode ser feito para a velocidade do som, mas agora, o termo relacionado a c_s será isolado e novamente (5.40) será substituída da expressão resultante, tal que

$$c_s(\phi) = \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{2s/\tilde{s}}, \quad (5.43)$$

onde tomamos $c_s(\phi_0) = 1$. A expressão para ϕ , é a equação completa de (5.41),

$$\frac{\phi}{\phi_0} = e^{-\tilde{s}N/2}. \quad (5.44)$$

O caso de parâmetros constantes constitui a forma mais simplificada de resolver as equações de *flow*, produzindo uma solução geral para a evolução do fundo (BESSADA et al., 2010), que consiste nas equações (5.40), (5.42), (5.43) e (5.44).

Pela equação de Hamilton-Jacobi, dada pelas equações (5.20) e (5.21), podemos obter

$$\dot{\phi} = \frac{\tilde{s}}{2} H(\phi) \phi, \quad (5.45)$$

cuja integração resulta em

$$H(t) = \frac{1}{\epsilon t}, \quad (5.46)$$

do qual retiramos a expressão para a dependência temporal do fator de escala

$$a(t) \propto t^{1/\epsilon} = t^{2/3(1+w)}. \quad (5.47)$$

Então, também é possível obter o fator de escala evoluindo com t , assim como na cosmologia padrão. O valor de ϵ assim será fator determinante na definição dos horizontes de Hubble e acústico.

5.4 Processo de Construção de uma Lagrangiana

Devido à riqueza do arcabouço teórico disponível no uso de campos escalares não-canônicos, uma classe de ações pode ser desenvolvida com base na determinação de \mathcal{L}_X via parâmetros de *flow* constantes, de modo que podemos obter a solução desejada, mas não necessariamente única, o formalismo aqui apresentado foi desenvolvido por (BESSADA et al., 2010).

A partir das equações obtidas anteriormente para \mathcal{L}_X e c_s , (5.40) e (5.43), pode ser estabelecida a relação

$$c_s^2 = C^{-1} \mathcal{L}_X^{-2s/\tilde{s}}, \quad (5.48)$$

onde C é uma constante dada por

$$C \equiv \left(\frac{\tilde{s}^2 \phi_0^2}{8M_P^2 \epsilon} \right)^{2s/\tilde{s}}. \quad (5.49)$$

Igualando as duas expressões para c_s^2 , (5.14) e (5.48), será obtida a equação

$$2X\mathcal{L}_{XX} + \mathcal{L}_X - C\mathcal{L}_X^n = 0, \quad (5.50)$$

cuja solução será uma Lagrangiana a partir da qual pode ser formulado um modelo, na qual n é definido em função da relação entre os parâmetros s e \tilde{s} como

$$n \equiv 1 + \frac{2s}{\tilde{s}}, \quad (5.51)$$

isto é, uma vez conhecidos s e \tilde{s} é possível construir uma Lagrangiana que solucione a equação diferencial acima.

A Lagrangiana construída a partir dessa formulação é uma solução exata para as equações de movimento, de modo que dada as soluções das equações de *flow*, ela pode ser completamente determinada ao se especificar a relação entre s e \tilde{s} (BESSADA; KINNEY, 2012). Portanto, diferentes valores de n implicam em modelos com características próprias, ou seja, com suas expressões particulares para $\mathcal{L}(X, \phi)$, $F(X)$, $X(\phi)$, $V(\phi)$, $H(\phi)$ e $c_s^2(\phi)$. Como exemplos, temos: o caso $n = 0$ resulta numa La-

grangiana tipo *Cuscuton*, $n = 1$ permite a reprodução da Lagrangiana canônica e $n = 3$ produz uma Lagrangiana tipo DBI.

Essa fórmula proporciona a possibilidade de desenvolvimento de modelos a partir de um aspecto mais direcionado, ao invés da estipulação fenomenológica por tentativa e erro, simplificando a lida com os cálculos.

6 APLICAÇÕES

Existe uma ampla variedade de modelos de k-essência. Eles possuem as mais diversas características e formalismos que podem ser desenvolvidos a partir da dinâmica de um campo escalar. Neste capítulo, trataremos de dois modelos em particular: o Taquiacústico, pelas suas características diferenciadas como um modelo não inflacionário, baseado em teorias com velocidade da luz variável para o universo primordial; e o DBI, por ser amplamente discutido na literatura e pela abrangência de abordagens que ele pode assumir, isto é, por ele ser capaz de explicar a fase pré-nucleossíntese por ambas as perspectivas, inflacionária e deflacionária, além de poder reproduzir modelos de decaimento no vácuo e de quintessência para a aceleração do universo atual. A última seção trata de um *toy model* e de uma aplicação do formalismo de construção de Lagrangianas, exposto no capítulo anterior.

6.1 Modelo Taquiacústico

O modelo Taquiacústico é um modelo não-canônico deflacionário, assim sua discussão apresenta aspectos diferentes da prerrogativa de um universo com expansão inflacionária, de forma que para desenvolver os seus conceitos serão seguidas as propostas expostas em (BESSADA et al., 2010), (BESSADA, 2012) e (BESSADA; KINNEY, 2012).

A deflação consiste num mecanismo contrário ao apresentado no contexto inflacionário, portanto um modelo deflacionário apresenta um universo primordial colapsante, isto é, com o horizonte de Hubble comóvel aumentando com o tempo.

6.1.1 Caracterizando o Modelo

A cosmologia taquiacústica é um tipo de modelo de k-essência relacionado às teorias com velocidade da luz variável no universo primordial. Basicamente, um contexto inicial com $c = c(t)$ descarta a questão do horizonte, uma vez que essa variação de c permitiria ao horizonte ter adquirido um tamanho muito maior do que o esperado. A cosmologia taquiacústica não utiliza $c = c(t)$, mas sim outro parâmetro de velocidade, a velocidade do som c_s . Nela a velocidade do som é caracterizada por seu valor superluminal no período primordial.

A cosmologia na forma Taquiacústica considera o universo dominado por um campo escalar não-canônico com velocidade do som superluminal ($c_s > 1$) e variante no tempo, no qual as perturbações de densidade ocorrem no horizonte acústico e produzem um espectro aproximadamente invariante de escala. Devido à ser um modelo

de k-essência, essa modelagem apresenta um universo composto por dois horizontes distintos, o de Hubble (d_H) e o acústico (D_H), dados respectivamente por:

$$d_H \simeq \frac{1}{aH}, \quad (6.1)$$

$$D_H \simeq \frac{c_s}{aH}. \quad (6.2)$$

A ideia-chave na implementação desse modelo é a proposição de que as perturbações na curvatura do espaço-tempo são geradas não no horizonte de Hubble, mas sim no horizonte acústico, determinado pela velocidade do som do campo escalar não-canônico, que são iguais para a abordagem canônica, e as perturbações de ondas gravitacionais continuam sendo geradas em d_H .

A inflação resolve os problemas do horizonte e planura diminuindo o tamanho do horizonte comóvel, de modo a obedecer à lei de conservação

$$\frac{d}{d \ln a} \frac{|\Omega - 1|}{d_H^2} = 0, \quad (6.3)$$

por meio da definição $\ddot{a} > 0$. Nessa expressão, é possível observar que a diminuição de d_H com a expansão é condição suficiente para atender a ambas as questões.

Ao considerarmos o universo dominado por um campo escalar com $c_s > 1$, teremos que as perturbações da densidade seriam geradas em D_H e ambos os horizontes estariam diminuindo em unidades comóveis, mas d_H não precisa estar diminuindo, é suficiente de D_H esteja. Pois, como as perturbações se propagam no super horizonte de Hubble, D_H , a única condição é $D_H > d_H$, ou seja, as relações causais são determinadas no horizonte acústico. O problema do horizonte, pela perspectiva taquiacústica, pode ser resolvido desacelerando a expansão, e portanto, produzindo um d_H comóvel que cresce com o tempo.

Na solução taquiacústica, a singularidade inicial $\tau = 0$ apresenta uma velocidade do som do campo escalar como sendo infinita, de forma que o problema do horizonte não existiria, pois este pode ser estendido ao infinito, e num horizonte infinito todos os pontos teriam tido a oportunidade de estabelecer uma relação causal.

Teorias de k-essência superluminais são autoconsistentes em suas relações causais,

de modo que a estrutura causal que determina as perturbações é dada pelo cone acústico, mais abrangente que o cone de luz canônico.

Dada a relação direta entre a amplitude de não-gaussianidade f_{NL} e c_s^{-2} , tal qual (BESSADA et al., 2010),

$$f_{NL} = -\frac{35}{108} \left(\frac{1}{c_s^2} - 1 \right) \quad (6.4)$$

temos que $c_s \gg 1$ implica em um nível de não-gaussianidade próximo da unidade. A importância dessa quantidade está relacionada ao fato de ser uma das principais características que diferenciam as proposições canônica e não-canônica, de modo a ser uma grandeza observável de grande impacto na tentativa de definir a prerrogativa mais adequada para descrever a evolução do universo.

Essa modelagem evita a necessidade de um período de reaquecimento, pois sendo ele deflacionário e respeitando a relação $a(t) \propto t^{1/\epsilon}$ da cosmologia padrão com $\epsilon = const$, dado por (4.24), é possível utilizar uma equação de estado radiativa para o modelo, de tal modo que o campo decai em radiação naturalmente.

As principais vantagens da perspectiva taquiacústica podem ser listadas como: produção de um espectro de potência das perturbações consistente com as observações nos fundos dominados por radiação e matéria, resolução do problema do horizonte e possuir uma assinatura de não-gaussianidade.

Modelos de k-essência como o *Cuscuton* e o DBI podem apresentar um comportamento taquiacústico, ou seja, é possível desenvolvê-los com velocidade do som superluminal decaindo com o tempo, bem como produzir uma fase inicial não inflacionária na qual o horizonte acústico diminui em unidade comóveis.

6.1.2 Modelo Taquiacústico Tipo *Cuscuton*

Um modelo tipo *cuscuton* pode ser obtido pela equação de construção de Lagrangianas onde $n = 0$, na equação (5.50), cuja solução é dada pela expressão

$$\mathcal{L}(X, \phi) = 2f(\phi)\sqrt{X} + CX - V(\phi). \quad (6.5)$$

O caso $n = 0$ implica em $\tilde{s} = -2s$, portanto,

$$C = \frac{2M_P^2\epsilon}{s^2\phi_0^2}; \quad (6.6)$$

$f(\phi)$ é uma “constante” de integração em relação a X . Essa igualdade também nos permite escrever a velocidade do som e o parâmetro de Hubble como:

$$c_s(\phi) = \left(\frac{\phi_0}{\phi}\right), \quad (6.7)$$

$$H(\phi) = H_0 \left(\frac{\phi_0}{\phi}\right)^{\epsilon/s}. \quad (6.8)$$

Ao derivarmos a Lagrangiana, e serem realizadas as substituições necessárias, pode se determinar $f(\phi)$ como a expressão a seguir

$$f(\phi) = \sqrt{X} \left(\frac{2\epsilon}{s^2}\right) \left(\frac{M_P}{\phi_0}\right)^2 [c_s^2(\phi) - 1], \quad (6.9)$$

o termo cinético toma a forma

$$X = \frac{s^2}{2} H^2 \phi^2 = \frac{s^2 \phi_0^2 H^2(\phi)}{2 c_s^2(\phi)}, \quad (6.10)$$

tal que a Lagrangiana pode então ser reformulada na equação

$$\mathcal{L} = M_P^2 \epsilon H^2(\phi) \left[2 - \frac{1}{c_s^2(\phi)}\right] - V(\phi), \quad (6.11)$$

Fazendo uso das expressões anteriores e das equações de Hamilton-Jacobi, (5.20) e (5.21), o potencial será determinado por

$$V(\phi) = M_P^2 H^2(\phi) \left[3 - \frac{\epsilon}{c_s^2(\phi)}\right]. \quad (6.12)$$

Como estamos lidando com a versão taquiacústica desse tipo de modelagem, cujo modelo original é baseado num campo causal com velocidade do som infinita, $c_s \gg 1$ que pode ser finita, dependendo da modelagem *cuscuton* abordada, permite-nos

simplificar a formulação do potencial como

$$V(\phi) \simeq 3M_P^2 H^2(\phi) = 3M_P^2 H_0^2 \left(\frac{\phi_0}{\phi} \right)^{2\epsilon/s}, \quad (6.13)$$

de forma que podemos reorganizá-la como uma solução do tipo *slow roll*. Novamente, a relação entre os parâmetros ϵ e s determinará o tipo de solução. Se $s < 1 - \epsilon$ o horizonte acústico está diminuindo e o resultado será taquiacústico. Isto é, a relação entre os parâmetros de *flow*, ϵ e s , define o comportamento do modelo.

A equação de movimento para a Lagrangiana *cuscuton* é dada pela expressão

$$\ddot{\phi} + 3Hc_s^2\dot{\phi} + C^{-1}V'(\phi) = 0, \quad (6.14)$$

que tem como solução exata as equações anteriormente expostas para c_s e H , bem como a expressão para a velocidade do campo a seguir

$$\dot{\phi} = -sH_0\phi_0 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{\epsilon/s+1}. \quad (6.15)$$

Essas soluções são equivalentes a evolução do fator de escala como uma lei de potência dada por

$$a \propto t^{1/\epsilon} \propto e^{-N}, \quad (6.16)$$

e também acompanha a evolução de H , c_s e \mathcal{L}_X com relação à N como apresentada no contexto geral dos modelos de k -essência pelas equações (5.37), (5.38) e (5.39), e consequentemente se estende a modelagem taquiacústica.

6.2 Modelo DBI

O cenário DBI oferece diferentes possibilidades de resolução das problemáticas que permeiam a cosmologia atual. Ele pode ser pensado com base numa física fundamental proposta pela Teoria de Cordas, que prevê uma variedade de campos escalares associados com as dimensões extras (KINNEY; TZIRAKIS, 2008). A possibilidade de uma origem fundamental é um dos atrativos dessa modelagem, uma vez que a mai-

oria dos modelos inflacionários ou de energia escura são impostos fenomenologicamente, o que não impede o DBI de também ser proposto de forma fenomenológica.

6.2.1 Caracterizando o Modelo

A predição da teoria de cordas de que campos escalares associados à compactificação de dimensões extras e a configuração do movimento de uma brana de baixa dimensão num volume espacial de alta dimensão, isto é, o equivalente ao movimento de uma brana tridimensional numa compactificação deformada, permite-nos a possibilidade de impor a ação DBI um comportamento não trivial (AHN et al., 2009; BESSADA et al., 2009).

O cenário DBI, sendo um tipo de modelo de k-essência, apresenta sua dinâmica pautada na evolução de um campo escalar não-canônico, cujas propriedades estão relacionadas à posição geométrica da brana. O campo escalar descrito pelo DBI é entendido como o grau de liberdade associado ao movimento de uma brana quadridimensional que se move numa garganta de seis dimensões, relacionando o campo à coordenada r da garganta pela expressão $\phi = \sqrt{T_3}r$, em que T_3 é a tensão na brana (AHN et al., 2009; KINNEY; TZIRAKIS, 2008).

A Lagrangiana DBI será aqui derivada por meio da fórmula apresentada na seção anterior para construção de Lagrangianas pela equação (5.50), no caso em que $n = 3$. Da definição de n temos que $n = 3 \rightarrow s = \tilde{s}$, segundo a equação (5.51) e portanto, $c_s^2 = C^{-1}\mathcal{L}_X^{-2}$. Podemos considerar $C = 1$ sem perda de generalidade, devido as expressões (5.24) e (5.25), tal que

$$\mathcal{L}_X \equiv c_s^{-1}. \quad (6.17)$$

Com essa informação em mente, podemos resolver a equação diferencial (5.50), obtendo como resultado a expressão

$$\mathcal{L} = -f^{-1}(\phi)\sqrt{1 + 2Xf(\phi)} + f^{-1}(\phi) - V(\phi). \quad (6.18)$$

Essa consiste na já bem conhecida Lagrangiana que descreve a ação DBI, onde $f(\phi)$ é o inverso da tensão e do fator de deformação da brana ($h(\phi)$), dada pela expressão $f(\phi) = (T_3h^4)^{-1}$. Da igualdade entre s e \tilde{s} , podemos reescrever o parâmetro de Hubble e a velocidade do som sob a forma:

$$H(\phi) = H_0 \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^{-2\epsilon/s}, \quad (6.19)$$

$$c_s(\phi) = \left(\frac{\phi}{\phi_0} \right)^2. \quad (6.20)$$

Como $\mathcal{L}_X = c_s^{-1}$, a velocidade do som também pode se apresentar com a formulação

$$c_s(\phi) = \sqrt{1 + 2Xf(\phi)}. \quad (6.21)$$

A propriedade $s = \tilde{s}$ possibilita desenvolver uma hierarquia de *flow* de forma mais simplificada, pois agora os parâmetros de *flow* podem ser resumidos como:

$$\epsilon = \frac{1}{H} \frac{dH}{dN} = \frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^2, \quad (6.22)$$

$$s = \frac{1}{\mathcal{L}_X} \frac{d\mathcal{L}_X}{dN} = \frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \frac{\mathcal{L}'_X(\phi)}{\mathcal{L}_X(\phi)}, \quad (6.23)$$

$$\tilde{\eta} = \lambda = \frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \frac{H''(\phi)}{H(\phi)}, \quad (6.24)$$

$${}^n\lambda = \left(\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \right)^n \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{n-1} \frac{1}{H(\phi)} \frac{d^{n+1}}{d\phi^{n+1}} H(\phi), \quad (6.25)$$

$${}^1\alpha = \left(\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \right)^n \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right) \frac{\mathcal{L}_X(\phi)''}{\mathcal{L}_X(\phi)}, \quad (6.26)$$

$${}^n\beta = \left(\frac{2M_P^2}{\mathcal{L}_X} \right)^n \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{n-1} \frac{1}{\mathcal{L}_X(\phi)} \frac{d^{n+1}}{d\phi^{n+1}} \mathcal{L}_X(\phi), \quad (6.27)$$

onde $n = 2, \dots, \infty$. As equações de *flow* então tornam-se

$$\frac{d\epsilon}{dN} = \epsilon(2\tilde{\eta} - 2\epsilon - s), \quad (6.28)$$

$$\frac{d\tilde{\eta}}{dN} = -\tilde{\eta}(\epsilon + s) + {}^2\lambda, \quad (6.29)$$

$$\frac{d^n\lambda}{dN} = -{}^n\lambda[n(\epsilon + s) - (n-1)\tilde{\eta}] + {}^{n+1}\lambda, \quad (6.30)$$

$$\frac{ds}{dN} = -s(2s + \epsilon - \tilde{\eta}) + \epsilon^1\alpha, \quad (6.31)$$

$$\frac{d^1\alpha}{dN} = -{}^1\alpha s + {}^2\beta, \quad (6.32)$$

$$\frac{d^n\beta}{dN} = -{}^n\beta[(n+1)s + (n-1)(\epsilon + \tilde{\eta})] + {}^{n+1}\beta. \quad (6.33)$$

Se ϵ e s forem tomados como constantes, $V(\phi)$ e $f(\phi)$ podem ser completamente determinados pelas expressões

$$V(\phi) = 3M_P^2 H(\phi) \left[1 - \left(\frac{2\epsilon}{3} \right) \frac{1}{1 + c_s(\phi)} \right], \quad (6.34)$$

$$f(\phi) = \left(\frac{1}{2M_P^2\epsilon} \right) \frac{1 - c_s^2(\phi)}{H^2(\phi)c_s(\phi)}, \quad (6.35)$$

onde um potencial completamente determinado também implica em parâmetros de *flow* constantes, uma vez que eles são a forma de se determinar a solução exata do cenário evolutivo (BESSADA et al., 2010). O DBI pode assim reproduzir uma solução inflacionária do tipo *slow roll*, pois é possível descrever um potencial tal qual o apresentado na contrapartida canônica.

Os dados observacionais cada vez mais precisos estarão aptos a serem utilizados nos testes de vários aspectos da teoria de cordas fundamental num cenário DBI, tal que o relacionamento entre ela e os dados astrofísicos oferecem interessantes propostas em relação à natureza da constante cosmológica e a aceleração do universo (AHN et al., 2009).

A fase de aceleração da expansão cósmica na qual o universo se encontra também

pode ser explicada pelo contexto do modelo DBI, sendo uma alternativa a EE e CC. Ele pode ser desenvolvido de forma equivalente à modelos de decaimento no vácuo e modelos de quintessência. Isso demonstra a amplitude do alcance com que esse formalismo pode ser usado para descrever a evolução cósmica. A seguir, será apresentado um exemplo da aplicação da modelagem DBI para as fases citadas.

6.2.2 Inflação DBI com Potencial de Campo Largo

Esse tópico é baseado na abordagem feita por (BESSADA et al., 2009). Assim como as expressões nele expostas, na qual foi aplicado um formalismo que define o parâmetro ϵ e a velocidade do som como as seguintes leis de potências: $\epsilon(\phi) \propto \phi^\alpha$, $c_s(\phi) \propto \phi^\beta$, onde α e β são constantes.

Apesar da diferença em relação à formulação adotada em todo escopo do trabalho, a ideia no desenvolvimento dessa subseção é permitir um melhor entendimento dos aspectos envolvidos na aplicação dos conceitos e equações do DBI, e também estabelecer algumas relações com grandezas que podem ser obtidas observacionalmente.

No limite de *slow roll*, as diferentes relações entre α e β descrevem modelos inflacionários distintos, de tal modo que os potenciais tradicionalmente canônicos (campo largo, campo pequeno, híbrido e exponencial) podem também surgir na modelagem não-canônica com características análogas, mas diferenciadas pela evolução do *inflaton* não-canônico com a velocidade do som.

No limite de campo largo, temos que a velocidade do som no universo primordial apresentou um valor inicial maior que a velocidade da luz, $c_s > 1$, que vai decaindo até atingir a unidade. E o potencial encontrado tem a mesma forma do obtido na formulação canônica. O potencial não-canônico inicia com um inflaton em torno de um valor μ ($\phi \sim \mu$) e uma baixa velocidade do som. O campo rola abaixo através de seu mínimo na origem seguindo $\alpha < 0$ e

$$V(\phi) \sim 3M_P^2 H_e^2 \left(\frac{\phi}{\phi_e} \right)^p, \quad (6.36)$$

para o qual p é uma constante positiva e o subscrito e indica o fim da inflação.

Os potenciais oriundos de classes de modelos não-canônicos apresentam expressões para o índice espectral escalar n_s , a razão tensorial/escalar r e o nível de não-gaussianidade f_{NL} , dependendo somente de ϵ e p . Essas relações podem ser estabele-

lecionadas a partir da definição de três parâmetros de *flow* na forma

$$\epsilon(N) = \frac{p}{p + 2(\beta + 2)N}, \quad (6.37)$$

$$s(N) = \frac{2\beta}{p + 2(\beta + 2)N}, \quad (6.38)$$

$$\eta(N) = \frac{p - 2}{p + 2(\beta + 2)N}. \quad (6.39)$$

Usando a definição do índice espectral escalar como

$$n_s - 1 = -4\epsilon + 2\eta - 2s, \quad (6.40)$$

obtemos

$$n_s = 1 - \frac{2(p + 2\beta + 2)}{p + 2(\beta + 2)N}. \quad (6.41)$$

A relação tensorial/escalar tem como definição de primeira ordem para o *slow roll* a expressão

$$r = 16c_s\epsilon, \quad (6.42)$$

de modo que é preciso especificar a forma de c_s com relação à ϵ e p que adotaremos como

$$c_s(N) = \frac{1}{\gamma_e} \left[\frac{p}{p + 2(\beta + 2)N} \right]^{\beta/(\beta+2)}, \quad (6.43)$$

onde $\gamma_e = (c_s(\phi_e))^{-1}$, portanto,

$$r(N) = \frac{16}{\gamma_e} \left[\frac{p}{p + 2(\beta + 2)N} \right]^{2(\beta+1)/(\beta+2)}. \quad (6.44)$$

A expressão para o nível de não-gaussianidade ou não-linearidade é dada por

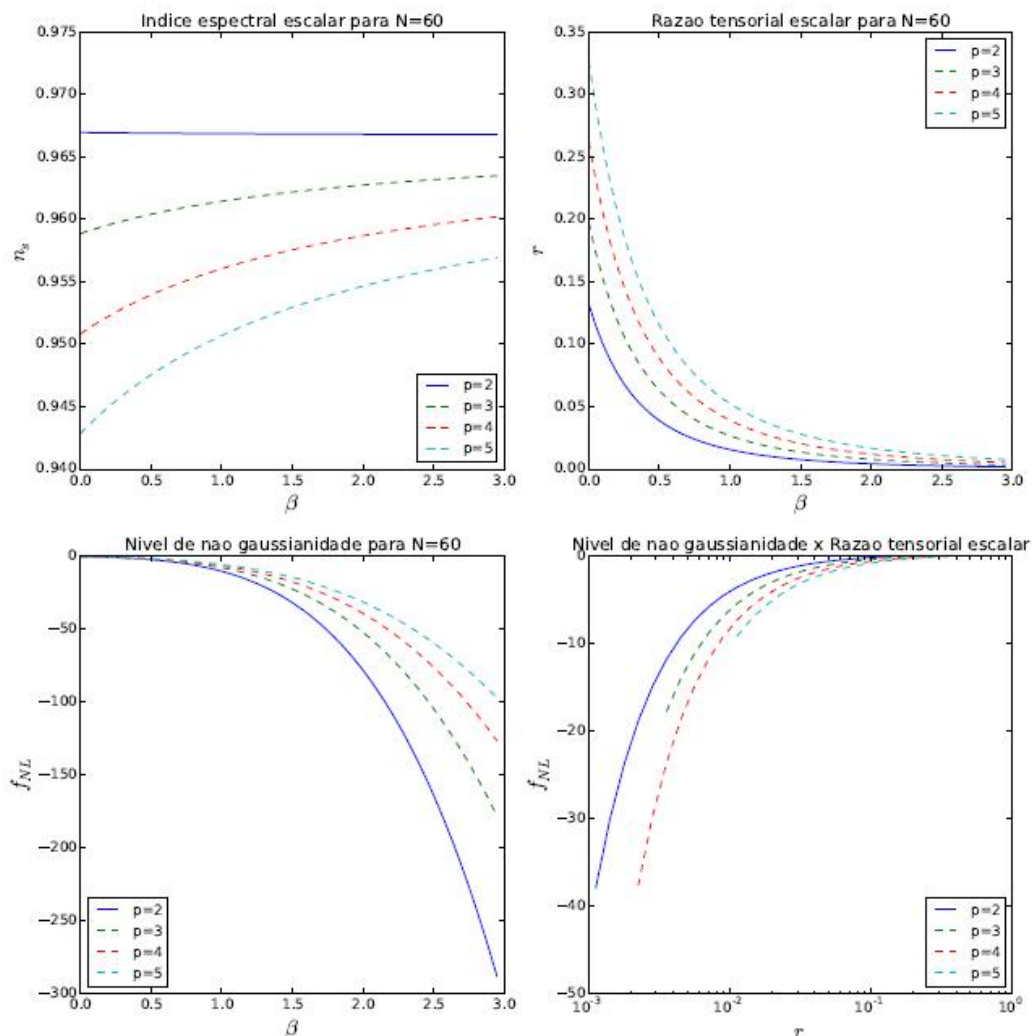
$$f_{NL} = -\frac{35}{108} \left(\frac{1}{c_s^2} - 1 \right) \quad (6.45)$$

ou

$$f_{NL} = \frac{35}{108} - \frac{35}{108} \left\{ \frac{1}{\gamma_e} \left[\frac{p}{p + 2(\beta + 2)N} \right] \right\}^{-2\beta/(\beta+2)}. \quad (6.46)$$

Assim, para $\beta \geq 0$, como ocorre para potenciais de campo largo, a velocidade do som seguirá a expressão $c_s \propto \phi^{-\beta}$, tal que para grandes valores de β teremos pequenos valores para r e c_s , isto é, para uma velocidade do som que evolui lentamente temos uma baixa razão tensorial/escalar e um grande nível de não-gaussianidade, cuja quantidade suprime a presença dos modos tensoriais. Então, a partir de (6.45) temos que quanto menor for r maior será f_{NL} . Todas essas relações podem ser observadas nos gráficos dispostos na figura 6.1.

Figura 6.1 - Relações entre n_s , r , f_{NL} e β



Os gráficos superiores e o inferior à esquerda representam as relações dispostas em (6.41), (6.44) e (6.46), respectivamente, com o parâmetro β . O gráfico inferior à direita consiste numa plotagem, cujo objetivo é somente demonstrar a relação entre o f_{NL} e r , também para $N = 60$, tal qual descrito acima. Os valores e intervalos estipulados seguem tais quais os apresentados em (BESSADA et al., 2009).

A colaboração Planck (PLANCK COLLABORATION et al., 2014) mostrou como restringir os modelos DBI e de k-inflação por meio da combinação dos dados obtidos pela mesma. Mais especificamente, através da combinação das restrições do espectro de potência com as referentes ao f_{NL} , de modo a limitá-los quanto à discrepância entre essas prerrogativas e inflação *slow roll*.

O contexto-chave aqui exposto consiste em visualizar a origem da grande ampli-

tude de não-gaussianidade do modelo DBI, característica distinta de seus modelos de campo largo, que é um fator de grande importância a ser discriminado pelas observações e pode ou não confirmar a dinâmica de campos escalares não-canônicos como produtores do cenário inflacionário.

6.2.3 O Modelo DBI como Alternativa à Energia Escura

O antigo problema da CC está ligado à enorme diferença entre o alto valor encontrado para a densidade de energia do vácuo pelos cálculos da TQC em comparação ao baixíssimo valor observado para a densidade de energia do universo. Esse problema poderia ser resolvido com o acréscimo de uma dinâmica que tornasse a densidade de energia do vácuo variante no tempo, de forma que esta tivesse um alto valor no passado e estivesse decaindo até alcançar o valor atualmente observado. Essa dinâmica adicional pode ser implementada por modelos com campo escalar não-canônico ou modelos de decaimento do vácuo (BESSADA, 2013).

O contexto DBI também pode ser aplicado à atual fase de expansão acelerada do universo, como uma alternativa à energia escura, a constante cosmológica ou como análogo a modelos de decaimento do vácuo, isto é, modelos com $\Lambda(t)$. Ele também pode ser desenvolvido de forma semelhante ao modelo de quintessência, cuja proposição está diretamente relacionada à resolução do problema da coincidência cósmica (FIGUEIRÓ, 2009). Será mostrado como exemplo o arcabouço do DBI de forma análoga ao de uma modelagem $\Lambda(t)$.

6.2.3.1 DBI e Modelos de Decaimento no Vácuo

Nesse tópico, trataremos de explicitar como o DBI pode ser utilizado como alternativa à proposição da EE ao desenvolvê-lo de forma análoga a um modelo de decaimento do vácuo (também conhecidos como modelos $\Lambda(t)$), isto é, que apresentem uma constante cosmológica variando com o tempo, tal qual como foi realizado em (BESSADA, 2013).

Iniciaremos definindo expressões gerais para a densidade de energia e pressão do campo DBI, obtidas através da substituição do termo cinético, da Lagrangiana e suas derivadas nas equações (5.11) e (5.12),

$$\rho_\phi = \frac{1 - c_s}{c_s f} + V, \quad (6.47)$$

$$p_\phi = \frac{1 - c_s}{f} - V, \quad (6.48)$$

onde o subscrito ϕ indica que se esta tratando das componentes do fluido do campo. O potencial pode então ser escrito como

$$V_\phi = \frac{c_s \rho_\phi - p_\phi}{1 + c_s}. \quad (6.49)$$

O passo seguinte consiste em definir as expressões anteriores, relacionando-as aos parâmetro $\bar{\gamma}$, que especifica a dinâmica cosmológica de um modelo $\Lambda(t)$, definido por

$$\bar{\gamma} \equiv \gamma \left(1 - \frac{\Lambda}{3H^2} \right), \quad (6.50)$$

onde γ é o índice barotrópico, relacionado ao parâmetro de estado por $w = \gamma - 1$, e o parâmetro x , cuja expressão corresponde a

$$x \equiv \frac{\rho_\phi + p_\phi}{\bar{\rho} \bar{\gamma}}, \quad (6.51)$$

onde as grandezas $\bar{\rho}$ e \bar{p} são as quantidades totais de densidade de energia e pressão, nas quais estão inclusos os componentes do fluido do campo e fundo FRW. Então, podemos obter expressões na forma

$$\rho_\phi = \bar{\rho} + \frac{\bar{\rho} \bar{\gamma}}{\gamma} (x - 1), \quad (6.52)$$

$$p_\phi = \bar{p} \left[-1 + \bar{\gamma} x + \frac{\bar{\gamma}}{\gamma} (1 - x) \right], \quad (6.53)$$

bem como reescrever o termo cinético como

$$X = \frac{3}{2} M_P^2 H^2 \bar{\gamma} c_s x, \quad (6.54)$$

por fim, podemos reconstruir a formulação do potencial

$$V_\phi = \bar{\rho} \left[1 - \bar{\gamma} \left(+\frac{x}{1+c_s} + \frac{1-x}{\gamma} \right) \right]. \quad (6.55)$$

A nova definição de X , permite-nos escrever uma equação para a variação do campo escalar como dependente do fator de escala, como mostrado a seguir,

$$\phi + \phi_0 = \sqrt{3}M_P \int_{a_0}^a \sqrt{\bar{\gamma}c_s x} \frac{da}{a}, \quad (6.56)$$

na qual $\phi > \phi_0$, e o integral depende dos detalhes próprios do modelo DBI em questão e da forma como se dá dependência temporal de Λ devido à γ .

6.2.3.2 Caso Particular

Como exemplo da abordagem anterior, será explicitado a correspondência entre um modelo DBI particular, que apresenta velocidade do som constante e um potencial exponencial, com um modelo de decaimento no vácuo dado por

$$\Lambda(H) \equiv 3\beta H^2, \quad (6.57)$$

no qual β é um parâmetro constante adimensional. Essa definição produz a relação constante, a partir de (6.50),

$$\bar{\gamma} = \gamma(1 - \beta), \quad (6.58)$$

de modo que o resultado da integral contida na expressão para a variação do campo resulta em

$$a(\phi) = a_0 e^{b(\phi+\phi_0)} \quad (6.59)$$

na qual

$$b \equiv \frac{1}{\sqrt{3}M_P \sqrt{\bar{\gamma}x c_s}}. \quad (6.60)$$

Entretanto, se a mesma integral fosse escrita em função do parâmetro de Hubble, a expressão obtida seria

$$H(\phi) = H_0 \exp \left[-\frac{3}{2} b \bar{\gamma} (\phi + \phi_0) \right], \quad (6.61)$$

de modo que essa também pode ser referenciada com respeito à a pela lei de potência

$$H(\phi) = H_0 \left(\frac{a}{a_0} \right)^{-\frac{3}{2} \bar{\gamma}}. \quad (6.62)$$

A partir dessas definições, é possível encontrar a forma da função $f(\phi)$,

$$f(\phi) = \frac{1 - c_s^2}{3M_P \bar{\gamma} x c_s H_0} e^{b \bar{\gamma} (\phi + \phi_0)} \quad (6.63)$$

e do potencial, que pode ser descrito como

$$V(\phi) = V_0 e^{-b \bar{\gamma} (\phi + \phi_0)}, \quad (6.64)$$

onde

$$V_0 \equiv 3M_P^2 H_0^2 \left[1 - \bar{\gamma} \left(\frac{x}{1 + c_s} + \frac{1 - x}{\gamma} \right) \right]. \quad (6.65)$$

O formalismo desenvolvido no trabalho citado permite a obtenção do potencial exponencial, de tal forma que o modelo DBI que o contém é equivalente a modelagem com $\Lambda(t) = 3\beta H^2$, dinâmica e termodinamicamente. Isso mostra o amplo espectro de aplicações do DBI, que envolvem desde soluções inflacionárias até soluções alternativas à CC ou a modelos com decaimento do vácuo.

6.3 *Toy Model*

O *Toy Model* foi aqui desenvolvido como exemplo da aplicação da formulação descrita no capítulo de k-essência pela equação (5.50), desenvolvida em (BESSADA et al., 2010), a qual nos permite construir Lagrangianas de maneira simples a partir da exploração dos diferentes valores de n . As expressões para a Lagrangiana podem ser

desenvolvidas manualmente, uma vez que se tenha os conhecimentos necessários na resolução de equações lineares e não-lineares, ou por meio do uso de uma ferramenta computacional.

A expressão para a Lagrangiana do *Toy Model* foi obtida da equação (5.50), na qual o valor considerado foi de $n = 2$, tal qual

$$2X\mathcal{L}_{XX} + \mathcal{L}_X = C\mathcal{L}_X^2. \quad (6.66)$$

Isso a torna uma equação não-linear, cuja resolução se deu por meio do uso da ferramenta *Maple* e a solução obtida dada por

$$\mathcal{L}(X) = -\frac{2\sqrt{X}}{C_1} - \frac{C\ln(-C_1\sqrt{X} + C)}{C_1^2} + \frac{C\ln(C_1\sqrt{X} + C)}{C_1^2} - \frac{C\ln(-C_1^2X + C^2)}{C_1^2} + C_2 - V(\phi), \quad (6.67)$$

onde C_1 e C_2 são constantes não determinadas. Valores com $n > 3$ produzem Lagrangianas soluções ainda mais complexas. Esse modelo consiste somente de uma ilustração do processo de desenvolvimento de Lagrangianas, não tendo passado por testes de verificação se o mesmo é ou não consistente fisicamente.

7 CONSIDERAÇÕES FINAIS

Esta dissertação de mestrado consistiu em uma revisão de alguns modelos cosmológicos, abrangendo a prerrogativa padrão e exemplificando as diferentes características que fazem dos modelos alternativos baseados em campos escalares não-canônicos uma opção atrativa e viável para explicar as fases de pré-nucleossíntese e atual expansão cósmica acelerada, já que ainda não existe uma teoria que as descreva de forma satisfatória.

O modelo de k-essência consiste num mecanismo geral no qual a dinâmica de um campo escalar não-canônico define a dinâmica evolutiva do universo primordial e/ou atual. A abordagem da dependência temporal da evolução do campo permite implementar formalismos e conceitos que resultam na estruturação das equações de movimento. A Lagrangiana solução das mesmas também pode ser relacionada à generalização, denominada hierarquia de *flow*, dos parâmetros de *slow roll* apresentados na inflação canônica.

A equação base na construção de Lagrangianas, cuja variável necessária é obtida apenas pela relação entre os parâmetros de *flow* s e \tilde{s} , traz a possibilidade de desenvolver novos modelos e/ou obter as Lagrangianas como originárias de uma equação baseada numa solução que descreve a evolução do fundo, ao invés de alcançá-las a partir da tentativa e erro, como pode se observar no desenvolvimento da Lagrangiana do *toy model*.

As características mais interessantes desse modelo podem ser listadas a partir da fase desejada. Na época do universo primordial temos a produção de quantidade significativa de não-gaussianidade, a transição natural para a era de dominação da radiação devido à evolução do campo. As modelagens de k-essência escolhidas para exemplificá-la foram à taquiacústica e a DBI.

O modelo taquiacústico apresenta uma questão diferenciada do paradigma padrão inflacionário, apesar de não resolver o problema da planura, ele apresenta uma visão interessante e diferenciada de como resolver o problema do horizonte. O valor superluminal da velocidade do som, que é unitária na prerrogativa tradicional, dá ao horizonte comóvel de Hubble d_H a possibilidade de aumentar com o tempo, uma vez que o alto valor de c_s , diminuindo o horizonte acústico comóvel, onde se propagam as perturbações da RCFM, é o suficiente para atender as demandas causais das estruturas que compõe o universo.

O modelo DBI consiste num dos principais, se não o mais discutido, modelo de k -essência na literatura. A sua origem em teoria de cordas oferece a possibilidade de uma base fundamental em vez de somente fenomenológica. A variabilidade temporal da velocidade do som permite uma abordagem que pode ser tanto voltada a reproduzir o *slow roll* como a perspectiva taquiacústica. Uma velocidade do som pequena produz uma quantidade considerável de não-gaussianidade sem necessidade de apelar para fricção devido à expansão, e um valor alto lhe permite uma abordagem deflacionária. A generalidade de seu formalismo o permite ser moldado de forma análoga a abordagens diferenciadas de energia escura.

A era de pré-nucleossíntese tem como paradigma padrão a inflação, para a qual foi exposta como alternativa a inflação DBI e o universo deflacionário da modelagem taquiacústica. Para a corrente fase de expansão acelerada do universo, o modelo DBI foi apresentado como sendo capaz de abranger as propostas evolutivas dos modelos $\Lambda(t)$ e quintessência. As relações entre as modelagens canônica e não canônica, bem como a comparação entre os modelos aqui apresentados estão dispostos nas tabelas (7.1) e (7.2), respectivamente.

Como resultado do estudo, pode-se afirmar a viabilidade dos modelos de campo escalar não-canônicos e a riqueza de conceitos e proposições que possibilitam a abordagem do universo em diversos ângulos, permitindo-nos dispor do conhecimento necessário para desenvolver trabalhos futuros de verificação e/ou construção de modelos cosmológicos.

Apesar da aparente complexidade da solução (6.67), nosso propósito aqui é elucidar como se pode implementar métodos de construção de modelos não-canônicos de forma consistente. Vale lembrar que modelos de campo escalar canônicos são limitados em escopo, ou seja, seus aspectos físicos são determinados somente pela variedade de potenciais.

As perspectivas quanto ao desenvolvimento dessa linha estão voltadas a busca de abordagens análogas às equações de *flow*, de tal forma a possibilitar a dedução de novas fórmulas de construção de Lagrangianas. Estas propostas de construção de modelos de k -essência contribuem para ampliar ainda mais o leque de alternativas para se entender e resolver esses dois problemas ainda não bem compreendidos da Cosmologia Moderna, relacionados aos períodos de aceleração primordial e atual do universo.

Tabela 7.1 - Relação comparativa entre os modelos baseados em campo escalares

	Modelo canônico	Modelo não-canônico
Lagrangiana	$\mathcal{L} = X - V$	$\mathcal{L} = F(X) - V$
Termo que dita a evolução	termo potencial	termo cinético
Nível de não-gaussianidade	quase nulo	considerável

Tabela 7.2 - Modelos baseados em campo escalares para o universo primordial

	Slow roll	Taquiaústico	DBI
Lagrangiana	$\mathcal{L}(\phi) = X - V$	$\mathcal{L}(X, \phi) = 2f(\phi)\sqrt{X} + CX - V(\phi)^*$	$\mathcal{L}(X, \phi) = -f^{-1}(\phi)\sqrt{1 + 2Xf(\phi)} + f^{-1}(\phi) - V(\phi)$
Parâmetros	$\epsilon \equiv \frac{3}{2} \left(\frac{p}{\rho} + 1 \right) = \frac{1}{H} \frac{dH}{dN}$ $\epsilon = \frac{4\pi}{M_P^2} \left(\frac{\dot{\phi}}{H} \right)^2 \simeq \frac{M_P^2}{16\pi} \left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2$ $\eta \equiv -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} = \epsilon + \frac{1}{2e} \frac{d\epsilon}{dN}$ $\eta \equiv -\frac{\ddot{\phi}}{H\dot{\phi}} \simeq \frac{M_P^2}{8\pi} \left[\frac{V''(\phi)}{V(\phi)} - \frac{1}{2} \left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2 \right]$	$\epsilon, s, \tilde{s}, \tilde{\eta}, {}^l\lambda, {}^l\alpha \text{ e } {}^l\beta$ $\epsilon \equiv \frac{3}{2} \left(\frac{p}{\rho} + 1 \right) = \frac{1}{H} \frac{dH}{dN}$ $\epsilon = \frac{2M_P^2}{L_X} \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^2$ $s = -\frac{2M_P^2}{L_X} \frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \frac{c_s'(\phi)}{c_s(\phi)}$ $\tilde{s} = \frac{2M_P^2}{L_X} \frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \frac{L_X'(\phi)}{L_X(\phi)}$ $\tilde{\eta} = {}^l\lambda = \frac{2M_P^2}{L_X} \frac{H''(\phi)}{H(\phi)}$ ${}^l\lambda = \left(\frac{2M_P^2}{L_X} \right)^l \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{l-1} \frac{1}{H(\phi)} \frac{d^{l+1}}{d\phi^{l+1}} H(\phi)$ ${}^l\alpha = \left(\frac{2M_P^2}{L_X} \right)^l \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{l-1} \frac{1}{c_s^{-1}(\phi)} \frac{d^{l+1}}{d\phi^{l+1}} c_s^{-1}(\phi)$ ${}^l\beta = \left(\frac{2M_P^2}{L_X} \right)^l \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{l-1} \frac{1}{L_X(\phi)} \frac{d^{l+1}}{d\phi^{l+1}} L_X(\phi)$	$\epsilon, s, \tilde{\eta}, {}^n\lambda, {}^1\alpha \text{ e } {}^n\beta$ $\epsilon = \frac{1}{H} \frac{dH}{dN} = \frac{2M_P^2}{L_X} \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^2$ $s = \frac{1}{L_X} \frac{dL_X}{dN} = \frac{2M_P^2}{L_X} \frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \frac{L_X'(\phi)}{L_X(\phi)}$ $\tilde{\eta} = {}^1\lambda = \frac{2M_P^2}{L_X} \frac{H''(\phi)}{H(\phi)}$ ${}^n\lambda = \left(\frac{2M_P^2}{L_X} \right)^n \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{n-1} \frac{1}{H(\phi)} \frac{d^{n+1}}{d\phi^{n+1}} H(\phi)$ ${}^1\alpha = \left(\frac{2M_P^2}{L_X} \right)^n \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right) \frac{L_X(\phi)''}{L_X(\phi)}$ ${}^n\beta = \left(\frac{2M_P^2}{L_X} \right)^n \left(\frac{H'(\phi)}{H(\phi)} \right)^{n-1} \frac{1}{L_X(\phi)} \frac{d^{n+1}}{d\phi^{n+1}} L_X(\phi)$

Lagrangiana de um tipo específico de modelagem taquiaústica, a referente ao modelo *cuscutor*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABRAMO, L. R.; PINTO-NETO, N. Stability of phantom k-essence theories. **Physical Review D**, v. 73, n. 6, p. 063522, mar. 2006. 44
- AHN, C.; KIM, C.; LINDER, E. V. Dark energy properties in DBI theory. **Physical Review D**, v. 80, n. 12, p. 123016, dez. 2009. 14, 60, 62
- ALDROVANDI, R.; PEREIRA, J. G. **An introductory course on physical cosmology**. São Paulo, 2005. Disponível em: <<http://www.ift.unesp.br/users/jpereira/cosmonotes.pdf>>. Acesso em: 11 dez. 2014. 31, 34, 35, 36
- _____. **Notes for a course on classical fields**. São Paulo, 2008. Disponível em: <<http://www.ift.unesp.br/users/jpereira/ClassiFields.pdf/>>. Acesso em: 28 mar. 2008. 17, 22
- ARAÚJO, J. C. N. de. The dark energy dominated universe. **Astroparticle Physics**, v. 23, p. 279–286, mar. 2005. 14
- ARMENDÁRIZ-PICÓN, C.; DAMOUR, T.; MUKHANOV, V. k-inflation. **Physics Letters B**, v. 458, p. 209–218, jul. 1999. 39, 45
- ARMENDÁRIZ-PICÓN, C.; MUKHANOV, V.; STEINHARDT, P. J. Dynamical solution to the problem of a small cosmological constant and late-time cosmic Acceleration. **Physical Review Letters**, v. 85, p. 4438, nov. 2000. 14, 44
- _____. Essentials of k-essence. **Physical Review D**, v. 63, n. 10, p. 103510, maio 2001. 15, 44, 45
- BAUMANN, D. TASI lectures on inflation. **ArXiv 0907.5424**, jul. 2009. 30, 31, 32, 37, 41
- BEAN, R.; CHUNG, D. J. H.; GESHNIZJANI, G. Reconstructing a general inflationary action. **Physical Review D**, v. 78, n. 2, p. 023517, jul. 2008. 45, 47, 48
- BERNARDES, E. S. **Mecânica clássica**. São Carlos, 2002. Disponível em: <<http://basalto.if.sc.usp.br/cursos/FISMAT/MCII/mc.pdf>>. Acesso em: 20 jan. 2015. 21
- BESSADA, D. Non-Gaussian signatures of tachyacoustic cosmology. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 9, p. 18, set. 2012. 55

_____. DBI analog of a decaying vacuum cosmology. **Physical Review D**, v. 88, n. 2, p. 023005, jul. 2013. [12](#), [14](#), [15](#), [67](#)

BESSADA, D.; KINNEY, W. H. Attractor solutions in tachyacoustic cosmology. **Physical Review D**, v. 86, n. 8, p. 083502, out. 2012. [49](#), [53](#), [55](#)

BESSADA, D.; KINNEY, W. H.; STOJKOVIC, D.; WANG, J. Tachyacoustic cosmology: an alternative to inflation. **Physical Review D**, v. 81, n. 4, p. 043510, fev. 2010. [32](#), [35](#), [51](#), [52](#), [53](#), [55](#), [57](#), [62](#), [70](#)

BESSADA, D.; KINNEY, W. H.; TZIRAKIS, K. Inflationary potentials in DBI models. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 9, p. 31, set. 2009. [60](#), [63](#), [66](#)

BESSADA, D.; MIRANDA, O. D. Probing a cosmological model with a $\Lambda = \Lambda_0 + 3\beta H^2$ decaying vacuum. **Physical Review D**, v. 88, n. 8, p. 083530, out. 2013. [14](#)

BESSADA, D. F. A. **Studying signatures of alternative cosmologies in the cosmic microwave background**. 2010. 214 p. Tese (Doutorado em Astrofísica) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2010. Disponível em: sid.inpe.br/mtc-m19@80/2010/02.03.11.00-TDI. Acesso em: 13 mar. 2014. [5](#), [29](#), [38](#), [45](#), [47](#)

BESSADA, D. F. A. Poderia a ciência entender o início do universo. **Prometeica**, IV, n. 9, 2014. [1](#)

BOSE, N.; MAJUMDAR, A. S. k-essence model of inflation, dark matter, and dark energy. **Physical Review D**, v. 79, n. 10, p. 103517, maio 2009. [12](#), [13](#), [14](#)

BRUNETON, J.-P.; ESPOSITO-FARÈSE, G. Field-theoretical formulations of MOND-like gravity. **Physical Review D**, v. 76, n. 12, p. 124012, dez. 2007. [43](#)

BUCHHOLZ, D.; Doplicher, S.; Longo, R. On Noether's theorem in quantum field theory. **Annals of Physics**, v. 170, p. 1–17, ago. 1986. [22](#)

CALDWELL, R. R. A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state. **Physics Letters B**, v. 545, p. 23–29, out. 2002. [43](#)

CAMPOS, A. G. **A inflação**. Universidade Federal de Minas Gerais: [s.n.], 2008. Disponível em:

<<http://www.fisica.ufmg.br/~dsoares/ensino/1-07/andre-inflacao.pdf>>. Acesso em: 23 de mar 2015. 36

CARRILLO, J. A. E. **Métodos de Regularização em Teoria de Campos e γ -Fluidos**. 1995. 129 p. Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1995. Disponível em: <<http://webbif.ifi.unicamp.br/tesesOnline/teses/IF992.pdf>>. Acesso em: 11 mar. 2015. 25

EASTHER, R.; PEIRIS, H. V. Implications of a running spectral index for slow roll inflation. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 9, p. 10, set. 2006. 38

FIGUEIRÓ, M. F. **Inflação em modelos de gravidade generalizada: análise dinâmica e singularidades**. 2009. 89 p. Tese (Doutorado em Física) — Universidade de São Paulo (USP), São Paulo, 2009. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/43/43134/tde-16072013-115020/en.php>>. Acesso em: 19 JAN. 2015. 15, 33, 34, 67

GOLDSTEIN, H.; POOLE, C.; SAKFO, J. **Classical mechanics**. San Francisco: Addison Wesley, 2002. 17

GUTH, A. H. Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems. **Physical Review D**, v. 23, p. 347–356, jan. 1981. 36

HACK, T. P. The Lambda CDM-model in quantum field theory on curved spacetime and dark radiation. **ArXiv 1306.3074**, jun. 2013. 5

HORVATH, J. E.; LUGONES, G.; JR, S. S.; TEIXEIRA, R.; ALLEN, M. P. **Cosmologia física do micro ao macro cosmo e vice-versa**. São Paulo: Livraria da Física, 2011. P. 298. 19

KINNEY, W. H. Cosmology, inflation, and the physics of nothing. **ArXiv 0301448**, jan. 2003. 29, 30, 31, 32, 33, 34, 35, 36

_____. TASI lectures on inflation. **ArXiv 0902.1529**, fev. 2009. 1, 5, 13, 29, 33, 34, 36, 44

KINNEY, W. H.; TZIRAKIS, K. Quantum modes in DBI inflation: exact solutions and constraints from vacuum selection. **Physical Review D**, v. 77, n. 10, p. 103517, maio 2008. 2, 48, 49, 59, 60

LEMOS, N. A. **Mecânica analítica**. São Paulo: Livraria da Física, 2007. 19, 22, 24

LINDE, A. Inflationary Cosmology after Planck 2013. **ArXiv** 1402.0526, fev. 2014. 33, 36

MAYKOT, F. **Estudo da matéria estelar no contexto de um modelo hadrônico relativístico incluindo a interação gravitacional**. 2014. 54 p. Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Federal de São Carlos (UFSC), Florianópolis, 2014. Disponível em: <http://ppgfscc.posgrad.ufsc.br/files/2010/07/Felipe_Maykot_Dissert.pdf>. Acesso em: 20 MAR. 2015. 27

MYUNG, Y. S.; SEO, M.-G. Origin of holographic dark energy models. **Physics Letters B**, v. 671, p. 435–439, fev. 2009. 14

NEMEMN, R. **Cosmologia**: a estrutura do nosso universo. Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul: [s.n.], 2006. Disponível em: <http://www.if.ufrgs.br/~thaisa/FIS02207/cosmologia-modelo_padrao.pdf>. Acesso em: 10 abril 2014. 1, 14

OLIVEIRA FILHO, K. d. S. **O Universo como um Todo**. Instituto de Física da Universidade Federal do Rio Grande do Sul: [s.n.], 2014. Disponível em: <<http://www.astro.if.ufrgs.br/univ/\protect\T1\textbraceleft#inflacao>>. Acesso em: 09 mar. 2014. 2

PEEBLES, P. J.; RATRA, B. The cosmological constant and dark energy. **Reviews of Modern Physics**, v. 75, p. 559–606, abr. 2003. 7

PERLMUTTER, S.; ALDERING, G.; GOLDHABER, G.; KNOP, R. A.; NUGENT, P.; CASTRO, P. G.; DEUSTUA, S.; FABBRO, S.; GOOBAR, A.; GROOM, D. E.; HOOK, I. M.; KIM, A. G.; KIM, M. Y.; LEE, J. C.; NUNES, N. J.; PAIN, R.; PENNYPACKER, C. R.; QUIMBY, R.; LIDMAN, C.; ELLIS, R. S.; IRWIN, M.; MCMAHON, R. G.; RUIZ-LAPUENTE, P.; WALTON, N.; SCHAEFER, B.; BOYLE, B. J.; FILIPPENKO, A. V.; MATHESON, T.; FRUCHTER, A. S.; PANAGIA, N.; NEWBERG, H. J. M.; COUCH, W. J.; PROJECT, T. S. C. Measurements of Ω and Λ from 42 high-redshift supernovae. **The Astrophysical Journal**, v. 517, p. 565–586, jun. 1999. 12

PLANCK COLLABORATION; Ade, P. A. R.; Aghanim, N.; Armitage-Caplan, C.; Arnaud, M.; Ashdown, M.; Atrio-Barandela, F.; Aumont, J.; Baccigalupi, C.;

- Banday, A. J.; AL. et. Planck 2013 results. XXII. Constraints on inflation. **Astronomy and Astrophysics Journal**, v. 571, p. A22, nov. 2014. 66
- PLANCK COLLABORATION; Ade, P. A. R.; Aghanim, N.; Arnaud, M.; Ashdown, M.; Aumont, J.; Baccigalupi, C.; Banday, A. J.; Barreiro, R. B.; Bartlett, J. G.; AL. et. Planck 2015 results. XIII. Cosmological parameters. **ArXiv 1502.01589**, fev. 2015. 9, 11, 12, 13, 14
- RIESS, A. G.; FILIPPENKO, A. V.; CHALLIS, P.; CLOCCHIATTI, A.; DIERCKS, A.; GARNAVICH, P. M.; GILLILAND, R. L.; HOGAN, C. J.; JHA, S.; KIRSHNER, R. P.; LEIBUNDGUT, B.; PHILLIPS, M. M.; REISS, D.; SCHMIDT, B. P.; SCHOMMER, R. A.; SMITH, R. C.; SPYROMILIO, J.; STUBBS, C.; SUNTZEFF, N. B.; TONRY, J. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **The Astronomical Journal**, v. 116, p. 1009–1038, set. 1998. 12
- RIOTTO, A. Inflation and the theory of cosmological perturbations. **ArXiv 0210162**, out. 2002. 5, 29, 33, 35, 36
- RYDEN, B. **Introduction to cosmology**. San Francisco: Addison Wesley, 2003. 244 p. 2, 13, 15, 34
- SAHNI, V.; SHTANOV, Y. Braneworld models of dark energy. **Journal of Cosmology and Astroparticle Physics**, v. 11, p. 14, nov. 2003. 14
- SCOTT, D.; FROLOP, A. Natural dark energy. **ArXiv 0703783**, mar. 2007. 14
- VOLMER, A. **Quintessence**. University of New Mexico: [s.n.], 2009. Disponível em: <<http://www.thphys.uni-heidelberg.de/~vollmer/files/quintessence.pdf>>. Acesso em: 27 mar. 2015. 44
- WUENSCHÉ, C. A. **O Problema dos Monopólos Magnéticos**. Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE): [s.n.], 2005. Disponível em: <<http://www.das.inpe.br/cosmo/intro-cosmo/node11.html>>. Acesso em: 23 de mar 2015. 36