



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/07.25.14.26-TDI

## MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE SENSORES INERCIAIS MEMS

Pedro Paulo Gomes Domingues de Oliveira Santos

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, e Paulo Giácomo Milani, aprovada em 27 de maio de 2016.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3M64B7E>>

INPE  
São José dos Campos  
2016

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@inpe.br

## **COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):**

### **Presidente:**

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

### **Membros:**

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Duca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/07.25.14.26-TDI

## MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE SENSORES INERCIAIS MEMS

Pedro Paulo Gomes Domingues de Oliveira Santos

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, e Paulo Giácomo Milani, aprovada em 27 de maio de 2016.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3M64B7E>>

INPE  
São José dos Campos  
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Santos, Pedro Paulo Gomes Domingues de Oliveira.

Sa59m Modelagem e determinação de parâmetros de sensores inerciais MEMS / Pedro Paulo Gomes Domingues de Oliveira Santos. – São José dos Campos : INPE, 2016.

xxvi + 150 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/07.25.14.26-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2016.

Orientadores : Drs. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza, e Paulo Giácomo Milani.

1. Modelagem e determinação de parâmetros de sensores inerciais MEMS. 2. Acelerômetros e girômetros microfabricados. 3. Calibração de sensores inerciais MEMS. 4. Caracterização de ruído de sensores inerciais MEMS. 5. Sensores inerciais. I. Título.

CDU 629.7.05

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Pedro Paulo Gomes D. de Oliveira Santos**

Título: "MODELAGEM E DETERMINAÇÃO DE PARÂMETROS DE SENSORES INERCIAIS MEMS".

Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Mestre** em

**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle**

Dr. Helio Koiti Kuga



---

Presidente / INPE / SJC Campos - SP

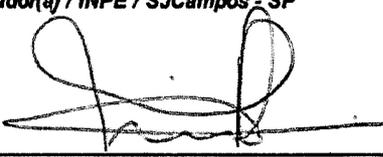
Dr. Marcelo Lopes de Oliveira e Souza



---

Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

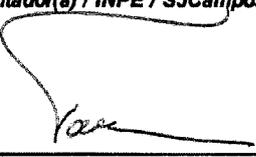
Dr. Paulo Giácomo Milani



---

Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

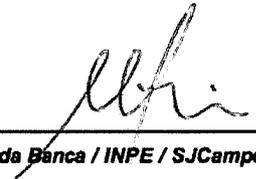
Dr. Valdemir Carrara



---

Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

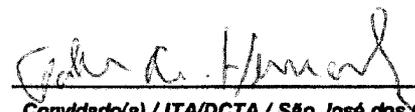
Dr. Mario Cesar Ricci



---

Membro da Banca / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Eider Moreira Hemerly



---

Convidado(a) / ITA/DCTA / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

( ) unanimidade

São José dos Campos, 27 de maio de 2016



*“Dê-me, Senhor, agudeza para entender, capacidade para reter, método e faculdade para aprender, sutileza para interpretar, graça e abundância para falar. Dê-me, Senhor, acerto ao começar, direção ao progredir e perfeição ao concluir”.*

*Santo Tomás de Aquino.*



*Dedico esta obra àqueles que se sacrificam diariamente para desenvolver a ciência e a tecnologia no Brasil; àqueles que insistem em estudar, ainda que num cenário onde faltam recursos financeiros para laboratórios, para bolsas de estudo e para infraestrutura. Espero que, nesta obra, haja alguma informação que lhes seja útil.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço ao INPE pela oportunidade e à NavCon Navegação e Controle pelo incentivo ao estudo no Mestrado e por disponibilizar o seu laboratório de sistemas inerciais e disponibilizar equipamentos. Em particular, agradeço ao Eng. M.Sc. Valter Ricardo Schad, um dos fundadores da empresa, por me transmitir conhecimentos no campo de sensores inerciais, e ao Eng. M.Sc. João Matheus Arantes, pelas críticas muito enriquecedoras a cerca deste trabalho.

Agradeço ao Dr. Gilberto da Cunha Trivelato, por acreditar em mim e me estimular a fazer o Mestrado.

Agradeço aos professores do INPE, principalmente aos meus orientadores, pela oportunidade que me deram e pela paciência em me educar na ciência.

Agradeço a minha namorada Mariany, pelo incentivo e pelo apoio.

Agradeço a minha família por não me deixar desistir nos meus momentos de fraqueza.

Sobretudo, agradeço a Deus pela bênção de tudo isso ser possível.



## RESUMO

A tecnologia de Sistemas Eletro-Mecânicos Microfabricados (MEMS) para sensores inerciais tornou viável o uso dos sistemas inerciais em diversas aplicações como automotivas, industriais e de entretenimento. Isso foi possível porque esses sensores são baratos, pequenos, têm alta confiabilidade e reduzem significativamente a quantidade de componentes do sistema. No entanto, a redução no tamanho tem, como consequências, os aumentos no nível de ruído, na sensibilidade térmica e em outras formas de erro. Assim, para que se obtenha um desempenho satisfatório no uso desses sensores faz-se necessário um conhecimento detalhado dos seus mecanismos de erro, de modo que esses erros possam ser compensados. Neste trabalho, é utilizado um método de caracterização de acelerômetros e girômetros MEMS; é definido um modelo matemático e procedimentos de laboratório para determinação dos parâmetros considerados pelo modelo; finalmente, esse método é aplicado a uma Unidade de Medição Inercial. Para isto, são revisadas as principais publicações nas áreas de sensores inerciais MEMS, modelamento e sistemas *strapdown*, tendo por objetivo chegar a um modelo matemático consistente para os erros dos sensores. É discutida a aplicabilidade dos diferentes parâmetros sugeridos pela literatura a sensores dessa categoria, levando em conta o impacto dos erros, a exatidão dos modelos disponíveis para cada parâmetro em questão e os recursos necessários para fazer a sua caracterização. Em seguida, são listados procedimentos de laboratório para determinação dos parâmetros selecionados e, por fim, são executados os ensaios em laboratório sobre a UMI. Os resultados obtidos neste trabalho validam o método utilizado e sugerem que este pode ser aplicado: 1) em nível de projeto para aprimorar o processo de especificação de sensores inerciais MEMS através de técnicas de simulação; e 2) no contexto da aplicação, para aprimorar os processos de calibração e de compensação dos erros.



# **MODELING AND DETERMINATION OF PARAMETERS OF MEMS INERTIAL SENSORS**

## **ABSTRACT**

The Micro ElectroMechanical Systems (MEMS) technology for Inertial Sensors has enabled the use of Inertial Systems in a variety of applications such as automotive, industrial, entertainment, etc. This was possible because these sensors have low-cost, small size, high reliability and they greatly reduce the number of parts of the system. However, reduced size has as consequences the increase of noise level, thermal sensitivity and other forms of error. Consequently, to obtain a satisfactory performance using these sensors, a detailed knowledge of their error mechanisms is required, so that they can be compensated. In this work, a characterization method for MEMS accelerometers and MEMS gyroscopes is used; a mathematical model is defined and laboratory procedures to determine the parameters regarded by the model are listed; finally, this method is applied to an Inertial Measurement Unit. To achieve that, the main publications on the subjects of MEMS inertial sensors, modeling and strapdown systems, are reviewed, with the purpose to reach a consistent mathematical modeling of the sensor errors. The applicability, on sensors of this category, of the different parameters suggested by the literature, are discussed, considering the error magnitudes, the correctness of the available models for each parameter and the resources needed to characterize them. After that, laboratory procedures to determine the selected parameters are listed and, finally, those procedures are executed in Laboratory over the IMU. The obtained results from this work validate the executed method and suggest that it can be applied: 1) at project level, to enhance the specification process of MEMS inertial sensors through simulation techniques; and 2) at application level, to improve calibration processes and error compensation.



## LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
Figura 1.1: Sistema inercial do tipo Plataforma. ....	6
Figura 1.2: Sistema massa-mola-amortecedor usado no acelerômetro. ....	8
Figura 1.3: Esquema de um girômetro de massa girante de dois eixos. ....	9
Figura 1.4: Exemplo de gráfico com o resultado da análise das variâncias de Allan. ....	15
Figura 2.1: Diagrama ilustrando o algoritmo de mecanização para um INS do tipo plataforma. ....	20
Figura 2.2: Diagrama de blocos ilustrando o método de validação de algoritmos <i>strapdown</i> citado por SAVAGE (2012). ....	21
Figura 2.3: Diagrama de blocos ilustrando as ferramentas implementas por Ambrósio (2010). ....	22
Figura 2.4: Implementações em Simulink dos modelos de acelerômetro e girômetro feitas por Grigorie et al. (2014). ....	24
Figura 3.1: Acelerômetro pendular com realimentação de força. ....	31
Figura 3.2: Exemplo I de arquitetura de acelerômetro MEMS. ....	33
Figura 3.3: Exemplo II de arquitetura de acelerômetro MEMS. ....	33
Figura 3.4: Exemplo III de arquitetura de acelerômetro MEMS. ....	34
Figura 3.5: Visão simplificada do acelerômetro ADXL250. ....	35
Figura 3.6: Foto de um acelerômetro MEMS do tipo pendular com IA perpendicular ao plano do circuito integrado. ....	36
Figura 3.7: Viés fixo na resposta de acelerômetros. ....	38
Figura 3.8: Erro de posição devido a valores de viés não compensados. ....	39
Figura 3.9: Impacto do erro do fator de escala na resposta de acelerômetros. ....	41
Figura 3.10: Assimetria do fator de escala na resposta de acelerômetros. ....	42
Figura 3.11: Não linearidade do fator de escala na resposta de acelerômetros. ....	43
Figura 3.12: Componentes $\delta_x$ e $\delta_y$ do desalinhamento do IA com relação ao IA de referência IRA. ....	44
Figura 3.13: Acoplamento cruzado em um acelerômetro pendular. ....	46
Figura 3.14: Erros de banda morta, <i>threshold</i> e resolução de acelerômetros. ....	49
Figura 3.15: Erro de histerese. ....	51
Figura 3.16: Direção da vibração que causa o desvio chamado <i>vibropendulous</i> com relação aos deslocamentos de eixo que causam o acoplamento cruzado. ....	52
Figura 4.1: Seis posições para determinação do viés fixo e do fator de escala. ....	61

Figura 4.2: Temperatura da câmara térmica pelo tempo – Degraus de temperatura. ....	67
Figura 5.1: Giroscópio de Dois Eixos. ....	72
Figura 5.2: Exemplo de um <i>Rate Gyro</i> de Um Eixo.....	73
Figura 5.3: Elementos de um girômetro MEMS vibratório. ....	77
Figura 5.4: Vista superior de um girômetro MEMS vibratório do tipo diapásão, ilustrando sua operação. ....	78
Figura 5.5: Exemplo de girômetro MEMS vibratório do tipo diapásão, acionado por “pentes” . ....	79
Figura 5.6: Eixos de um Girômetro e os ângulos de desalinhamento. ....	83
Figura 5.7: Diferença na rigidez e desalinhamento dos membros que sustentam o elemento sensor num girômetro. ....	85
Figura 5.8: Deslocamento do Centro de Gravidade (CG) de uma das Massas Vibrantes de um CVG do Tipo Diapasão.....	87
Figura 6.1: Velocidade angular a ser aplicada no sensor a ser caracterizado durante o ensaio de determinação do fator de escala. ....	95
Figura 7.1: Gráfico <i>log-log</i> típico para a PSD dos dados de acelerômetros...	105
Figura 7.2: Ilustração de um gráfico típico do desvio de Allan para um sensor inercial. ....	107
Figura 8.1: Mesa de ensaios servo-assistida de um eixo utilizada nos testes de caracterização. ....	110
Figura 8.2: Câmara térmica utilizada nos testes de caracterização. ....	111
Figura 8.3: Diagrama de blocos das interfaces da UMI durante os testes de caracterização. ....	112
Figura 8.4: Massas Vibrantes do CVG MEMS L3G4200D e as Forças de Coriolis Sofridas de Acordo com a Direção da Velocidade Angular Aplicada.....	114
Figura 8.5: Comparação entre as medidas brutas e as compensadas após aplicação dos parâmetros determinados (sensor em repouso com o eixo Z na vertical, com sentido positivo apontado para baixo). ....	118
Figura 8.6: Comparação entre as medidas brutas (em azul, escala da esquerda) e as compensadas (em verde, escala da direita) após aplicação dos parâmetros determinados (sensor no teste de quatro posições com o IA perpendicular ao eixo da mesa de ensaios). ....	120
Figura 8.7: Comparação entre as medidas brutas e as compensadas após aplicação dos parâmetros determinados (sensor no teste de quatro posições com o IA paralelo ao eixo da mesa de ensaios). ....	121
Figura 8.8: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo X do Acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	123

Figura 8.9: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Y do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	123
Figura 8.10: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Z do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	123
Figura 8.11: Desvio padrão de Allan fornecido pela Analog Devices para o acelerômetro ADXL345. ....	126
Figura 8.12: Gráficos dos módulos das FFTs das medidas dos três eixos do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	127
Figura 8.13: Comparação da medida do eixo X do girômetro L3G4200D instalado na UMI submetido a diferentes velocidades angulares em torno do eixo IRA antes e após a aplicação dos parâmetros determinados. ....	131
Figura 8.14: Comparação da medida do eixo X do girômetro L3G4200D instalado na UMI, submetido a diferentes velocidades angulares em torno de um eixo perpendicular ao eixo IRA, antes e após a aplicação dos parâmetros determinados. ....	132
Figura 8.15: Comparação da medida do eixo Z do girômetro L3G4200D instalado na UMI em repouso, mas submetido à variação de temperatura, antes e após a aplicação dos parâmetros determinados. ....	133
Figura 8.16: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo X do girômetro L3G4200D instalado na UMI. ....	135
Figura 8.17: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Y do girômetro L3G4200D instalado na UMI. ....	135
Figura 8.18: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Z do girômetro L3G4200D instalado na UMI. ....	136
Figura 8.19: Gráficos do módulo da FFT que foram traçados para os três eixos do girômetro triaxial L3G4200D. ....	138
Figura 8.20 – Comparação dos erros na latitude com e sem compensação..	140
Figura 8.21 – Comparação dos erros na longitude com e sem compensação. ....	140
Figura 8.22 – Comparação dos erros na altitude com e sem compensação..	141



## LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
Tabela 3.1: Erros obtidos nas leituras dos acelerômetros MEMS. ....	37
Tabela 5.1: Erros obtidos nas leituras dos acelerômetros MEMS. ....	80
Tabela 7.1: Valores dos coeficientes que caracterizam cada um dos erros aleatórios. ....	108
Tabela 8.1: Girômetros e Acelerômetros Caracterizados. ....	109
Tabela 8.2: Relação entre os Eixos de Referência da UMI e os Eixos de Referência dos Componentes Acelerômetro Triaxial e Girômetro Triaxial. ....	112
Tabela 8.3: Parâmetros de Modelamento determinados para o acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	116
Tabela 8.4: Parâmetros de Compensação Térmica dos eixos do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	117
Tabela 8.5: Desvio Padrão das Medidas Acelerométricas por Eixo do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	122
Tabela 8.6: Instabilidades de viés das medidas acelerométricas por eixo do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	124
Tabela 8.7: <i>Random walk</i> de velocidade das medidas acelerométricas por eixo do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI. ....	125
Tabela 8.9: Parâmetros de modelamento térmico após ensaios de caracterização do girômetro L3G4200D. ....	130
Tabela 8.10: Desvio padrão das medidas girométricas da UMI. ....	134
Tabela 8.11: Valores de ARW por eixo do girômetro triaxial L3G4200D instalado na UMI. ....	137
Tabela 8.12: Erro no cálculo da posição. ....	141



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

AD	<i>Allan Deviation</i>
A/D	<i>Analog to Digital (Converter)</i>
ARW	<i>Angle Random Walk</i>
AVAR	<i>Allan Variance</i>
CG	<i>Centro de Gravidade</i>
CVG	<i>Coriolis Vibratory Gyro</i>
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
INPE	<i>Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais</i>
IA	<i>Input Axis</i>
IRA	<i>Input Reference Axis</i>
MEMS	<i>MicroElectroMechanical System</i>
OA	<i>Output Axis</i>
PA	<i>Pendular Axis</i>
PSD	<i>Power Spectral Density</i>
SA	<i>Spinning Axis</i>
SAW	<i>Surface Acoustic Wave</i>
SPI	<i>Serial Peripheral Interface</i>
V/F	<i>Voltage to Frequency (Converter)</i>
XA	<i>X Axis</i>
XRA	<i>X Reference Axis</i>
YA	<i>Y Axis</i>
YRA	<i>Y Reference Axis</i>



## SUMÁRIO

	<b><u>Pág.</u></b>
1 INTRODUÇÃO.....	1
1.1. Introdução Teórica.....	5
1.1.1. Navegação.....	5
1.1.2. Sensores Inerciais.....	7
1.1.3. Tecnologia MEMS.....	10
1.2. Erros dos Sensores Inerciais.....	11
1.3. Caracterização dos Sensores Inerciais .....	11
1.3.1. Modelamento dos Sensores Inerciais .....	12
1.3.2. Ensaio para Caracterização de Sensores Inerciais .....	13
1.3.3. Ferramentas para Caracterização do Ruído dos Sensores Inerciais ..	13
1.4. Objetivo e Escopo .....	15
1.5. Visão Geral.....	17
2 SIMULAÇÃO DE SENSORES INERCIAIS MEMS .....	19
3 ACELERÔMETROS .....	25
3.1. Acelerômetros Mecânicos .....	29
3.2. Acelerômetros MEMS.....	33
3.3. Erros dos Acelerômetros MEMS .....	36
3.3.1. Viés Fixo .....	38
3.3.2. Erros do Fator de Escala.....	40
3.3.3. Desalinhamento do Eixo de Entrada.....	44
3.3.4. Acoplamento Cruzado.....	45
3.3.5. Anisoinércia.....	47
3.3.6. Sensibilidade a Aceleração Angular.....	47
3.3.7. Banda/Zona Morta.....	48
3.3.8. Threshold/Limiar .....	49
3.3.9. Ruído Gaussiano Branco .....	50
3.3.10. Instabilidade de Viés .....	50
3.3.11. Histerese .....	50
3.3.12. Vibropendulous Error .....	51
3.3.13. <i>Rate Random Walk</i> .....	54
4 CARACTERIZAÇÃO DE ACELERÔMETROS MEMS.....	55

4.1.	Modelo de Acelerômetros MEMS .....	56
4.2.	Determinação dos Parâmetros do Modelo de Acelerômetro MEMS .....	59
4.2.1.	Ensaio Estático de Seis Posições .....	60
4.2.2.	Ensaio Estático de Doze Posições (Acelerômetros Triaxiais) .....	66
4.2.3.	Ensaio de Modelamento Térmico.....	66
4.2.4.	Ensaio de Caracterização de Ruído.....	68
4.2.5.	Ensaio de Determinação de Repetibilidade .....	68
4.2.6.	Ensaio de Determinação de Estabilidade.....	69
5	GIRÔMETROS .....	71
5.1.	Giroscópio Mecânico .....	72
5.2.	<i>Rate Gyro</i> .....	73
5.3.	Girômetro de Malha Fechada – <i>Rate Integrating Gyro</i> .....	74
5.4.	Girômetro Vibratório (CVG – <i>Coriolis Vibratory Gyro</i> ) .....	75
5.5.	Girômetros MEMS .....	76
5.5.1.	Girômetro MEMS do Tipo Barra Vibrante Simples.....	76
5.5.2.	Girômetro MEMS do Tipo Diapasão.....	76
5.5.3.	Girômetro MEMS do Tipo Cápsula Ressonante .....	79
5.6.	Erros dos Girômetros MEMS.....	80
5.6.1.	Viés Fixo .....	81
5.6.2.	Erros do Fator de Escala.....	81
5.6.3.	Desalinhamento do eixo de entrada.....	82
5.6.4.	Sensibilidade à Aceleração .....	84
5.6.5.	Anisoelasticidade .....	84
5.6.6.	Banda/Zona Morta.....	85
5.6.7.	<i>Threshold</i> .....	86
5.6.8.	Sensibilidade à Temperatura .....	86
5.6.9.	Ruído gaussiano branco ou <i>Angle Random Walk (ARW)</i> .....	86
5.6.10.	Instabilidade do viés (ou <i>flicker noise</i> ).....	87
5.6.11.	Histerese .....	88
5.6.12.	<i>Rate Random Walk</i> .....	88
6	CARACTERIZAÇÃO DE GIRÔMETROS MEMS.....	91
6.1.	Modelamento de Girômetros MEMS .....	91
6.2.	Determinação dos Parâmetros do Modelo de Girômetros MEMS .....	93
6.2.1.	Teste de Determinação do Fator de Escala .....	94

6.2.2.	Teste de Determinação do Viés Fixo .....	97
6.2.3.	Teste para Determinação do Desalinhamento do Eixo de Entrada.....	98
6.2.4.	Ensaio de Determinação da Sensibilidade Térmica do Viés .....	100
6.2.5.	Teste para Caracterização do Ruído.....	100
6.2.6.	Ensaio de Determinação da Repetibilidade do Viés .....	101
7	FERRAMENTAS DE CARACTERIZAÇÃO DE RUÍDO .....	103
7.1.	Densidade Espectral de Potência.....	103
7.2.	Variância de Allan.....	106
7.2.1.	Determinação dos Parâmetros de Ruído de Sensores Inerciais MEMS através da AVAR.....	108
8	ENSAIOS REALIZADOS .....	109
8.1.	Laboratório e Equipamentos Utilizados .....	109
8.2.	A Unidade de Medição Inercial (UMI).....	111
8.2.1.	Acelerômetro ADXL345.....	112
8.2.2.	Girômetro L3G4200D .....	113
8.3.	Resultados dos Ensaios .....	115
8.3.1.	Acelerômetro ADXL345.....	115
8.3.2.	Girômetro L3G4200D .....	128
8.4.	Simulação de Navegação usando Dados Compensados e Não Compensados .....	139
9	CONCLUSÃO .....	143
9.1.	Trabalhos Futuros .....	144
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	147



## 1 INTRODUÇÃO

**Navegação** é o processo de determinação da posição e da velocidade de um corpo físico com relação a um sistema de referência (BRITTING, 1971). Imagina-se que a navegação se iniciou com os homens primitivos, como meio de se orientarem na busca por comida e abrigo. Como ainda se faria hoje, caso se estivesse sem recursos, o meio usado para a determinação de posição deve ter sido a observação da geografia e da vegetação da região percorrida, bem como de marcações feitas para auxiliar a orientação dos viajantes em suas jornadas. De modo similar, navegadores em barcos utilizaram-se de métodos de pilotagem que não permitiam que as embarcações se afastassem da costa. Muito tempo depois, marcações foram utilizadas na costa, como boias e faróis.

Povos nórdicos já tinham conhecimento da bússola magnética desde o século XI. No século XIV já era possível determinar a latitude através da observação das estrelas, ainda que também com baixa precisão, até que quatro séculos depois surgiu o sextante, que melhorou a qualidade das medidas de ângulo de elevação das estrelas com relação ao horizonte.

No século XVII, Sir Isaac Newton definiu as leis da mecânica clássica, leis essas que fundamentam a Navegação Inercial. Em 1852, Foucault descobriu o efeito giroscópico, que foi aplicado no início do século XX para o desenvolvimento de giroscópios. Na década de 1920, sensores inerciais já eram utilizados em aeronaves para auxiliar o piloto na navegação. A partir de então, a tecnologia de sensores inerciais evoluiu consideravelmente. O estudo de diferentes fenômenos da natureza, como o efeito Sagnac e o efeito piezoelétrico, permitiram a criação de novos tipos de sensores inerciais com diferentes características.

Os sistemas de navegação inercial têm a vantagem de serem autossuficientes, isto é, eles não dependem de observação ou da sinalização de agentes externos. Eles têm aplicação nos setores espacial, aeronáutico, terrestre e náutico. Por décadas foram usados acelerômetros e girômetros mecânicos em

sistemas do tipo plataforma, que têm alta precisão, mas são grandes, caros e de alta complexidade operacional. Com o avanço presenciado nas últimas décadas na tecnologia de processadores, tornou-se possível substituir a plataforma inercial por uma arquitetura com sensores fixados à estrutura do veículo, a topologia *strapdown*. Nessa topologia não há plataforma estável, mas complexos algoritmos computacionais simulam a sua presença eletronicamente, reduzindo o número de componentes e aumentando a confiabilidade do sistema (LAWRENCE, 1998).

Houve avanço, também, na tecnologia dos sensores inerciais. Surgiram girômetros de fibra ótica, acelerômetros piezoelétricos, dentre outros, e, no final da década de 1970, sensores inerciais MEMS (*Micro Eletro Mechanical Systems*) (GREWAL et al., 2007). Esses últimos, além de serem pequenos, têm maior confiabilidade, baixo consumo de energia e baixo custo (TITTERTON et al., 2004).

Com o desenvolvimento da tecnologia MEMS e o uso da arquitetura *strapdown*, os sistemas inerciais foram se tornando viáveis em muitas outras aplicações e foram ganhando cada vez mais espaço. Hoje, sensores inerciais MEMS são amplamente usados nos setores de energia, automotivo, robótica e de entretenimento.

Apesar disso, esses sensores possuem erros maiores que os antigos sensores mecânicos, muitos de natureza estocástica. Um correto entendimento desses erros permite obter maior desempenho no sistema inercial final. Não obstante, segundo Titterton (2004):

*“Moreover, recent research has given rise to an enhanced understanding of the physical behavior of the sensing element technology and the fundamental interaction with the supporting electronics used by these devices. These advances, along with*

*sophisticated compensation techniques, have seen a dramatic increase in the measurement accuracy. Over the last decade techniques have been demonstrated that will enable the measurement accuracy of the best quality devices to approach those of inertial-grade sensors, namely:*

- *Angular rate measurement accuracy of 0.01°/h with MEMS gyroscopes;*
- *Specific force measurement to better than 1 milli-g from MEMS accelerometers”. (TITTERTON, 2004, p. 191).*

No mesmo sentido, Granziera (2006), diz:

*“Algoritmos de calibração, alinhamento e ensaios em mesas rotativas para determinação do ganho dos giros devem ser pesquisados, desenvolvidos e implementados. O desenvolvimento de processos eficazes de calibração são essenciais para o sucesso da implementação do determinador de atitude. Os modelos dos sensores devem ser melhorados, pois deles depende um melhor funcionamento do Filtro de Kalman. Devem ser empregados modelos mais sofisticados para os sensores que simplesmente os de primeira ordem e também devem ser utilizadas compensações para variações de temperatura” (GRANZIERA, 2006).*

A literatura propõe diferentes modelos para os erros dos sensores inerciais. Nos documentos IEEE Std 1293 e IEEE Std 1431, o IEEE propôs um modelo para acelerômetros pendulares e girômetros vibratórios, e métodos e especificações para caracterização dos parâmetros definidos (IEEE, 1998, 2004). Gulmammadov propôs um modelo para a variação do *bias* com a

temperatura; segundo ele: “*Bias drift has a nonlinear dependence on temperature which also possesses memory and direction dependence*”. (GULMAMMADOV, 2009).

Barrett utiliza um modelo de erros e caracteriza uma UMI através de ensaios com um veículo terrestre (BARRETT, 2014).

Bezold utiliza um modelo para a deriva de viés de girômetros MEMS e apresenta um algoritmo para compensação desse erro através de sensores rastreadores de estrelas (BEZOLD, 2013).

Allan, em 1966, criou um método matemático para estudar a estabilidade de cristais osciladores (ALLAN, 1966). Anos depois, Hou estudou o método de Allan e o aplicou para a caracterização dos ruídos de natureza estocástica de sensores inerciais MEMS (HOU, 2004).

Em 1998, o IEEE documentou um método para a caracterização de acelerômetros MEMS do tipo pendular; trata-se do documento IEEE Std 1293: “*IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Linear, Single-Axis, Nongyroscopic Accelerometers*” (IEEE, 1998). Ele propôs um modelo e oferece um guia para determinação dos parâmetros propostos em ensaios de laboratório. Analogamente, existe o documento “*IEEE Standard Specification Format Guide and Test Procedure for Coriolis Vibratory Gyros*” para girômetros vibratórios (IEEE, 2004).

Neste trabalho, é feito um estudo dessas normas do IEEE, é definido um modelo matemático, são definidos procedimentos de laboratório para determinação dos parâmetros do modelo definido e são realizados ensaios seguindo este procedimento.

Por fim, é feita uma análise dos resultados obtidos em laboratório com o objetivo de determinar os parâmetros do modelo utilizado e de caracterizar a UMI testada. Com isso, é buscado ilustrar a aplicação deste método de

modelagem e determinação de parâmetros, que foi aprendido através do estudo da literatura.

Naturalmente, cada tipo de sensor, usando diferentes tecnologias e com construções diferentes, será mais suscetível a alguns erros e, eventualmente, até imune a outros. Cabe deixar claro que esse trabalho tem como objeto de estudo acelerômetros MEMS do tipo pendular e girômetros MEMS do tipo vibratório.

## 1.1. Introdução Teórica

### 1.1.1. Navegação

**Navegação** é o processo de determinação da posição e da velocidade de um corpo físico com relação a um sistema de referência (BRITTING, 1971). A **Navegação Inercial**, também chamada de Navegação Newtoniana, é a navegação feita a partir de medições de acelerações lineares e velocidades angulares por sensores inerciais nele instalados.

Com três acelerômetros é possível determinar o vetor aceleração no espaço. A partir da integração no tempo do vetor aceleração obtido nas medições, descontada a aceleração da gravidade, é possível calcular o vetor velocidade do veículo; e, em seguida, integrando-se essa velocidade, é possível obter a posição.

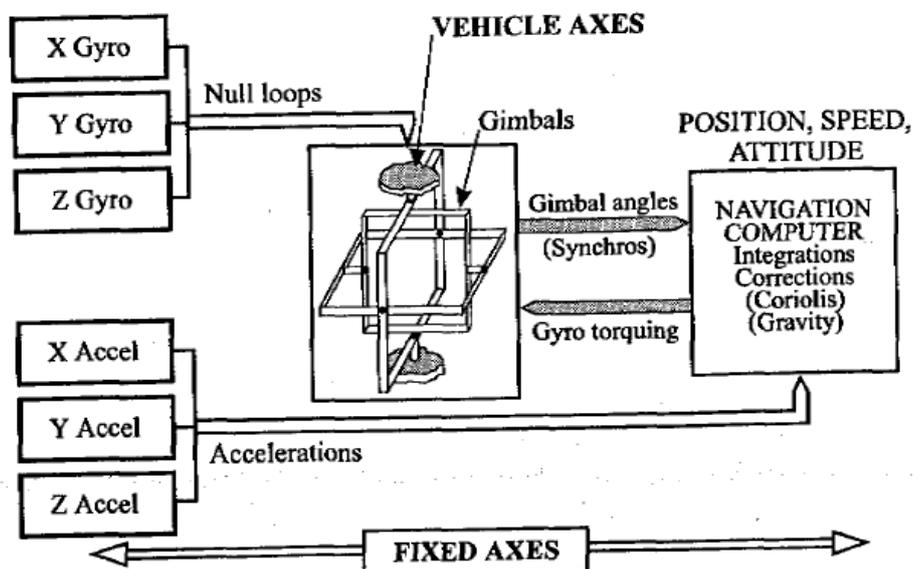
Com o objetivo de se manter o conhecimento da direção de alinhamento dos acelerômetros instalados no veículo são usados girômetros, que medem velocidades angulares. A utilização dos girômetros nos sistemas inerciais pode se dar de duas maneiras diferentes:

- Sistemas inerciais do tipo Plataforma;
- Sistemas inerciais do tipo *Strapdown*.

Os sistemas inerciais do tipo Plataforma usam os girômetros para manter uma plataforma móvel sempre alinhada a uma mesma direção. Para isto, esta é instalada dentro de *gimbals* e contém os acelerômetros. Os girômetros alimentam uma malha fechada de controle, e motores DC de torque atuam nos eixos dos *gimbals* para compensar os movimentos de rotação do veículo e manter a plataforma estável.

Com a plataforma estabilizada numa direção inicial conhecida, as acelerações medidas pelos acelerômetros, independentemente de mudanças de direção do veículo, são sempre calculadas com relação ao eixo de referência inercial. A Figura 1.1 ilustra o modo de funcionamento de um sistema inercial do tipo plataforma.

Figura 1.1: Sistema inercial do tipo Plataforma.



Fonte: Lawrence (1998).

Neste sistema inercial (ilustrado na Figura 1.1), girômetros alimentam atuadores instalados nos *gimbals* através de uma malha de controle que mantém a plataforma estável. Os acelerômetros instalados sobre a plataforma

estável e os ângulos dos *gimbals* são medidos por um computador, que integra o vetor força específica medido, calculando a velocidade, a posição e a atitude.

Nos sistemas *strapdown* não há atuadores e nem *gimbals*, os acelerômetros são fixados à estrutura do veículo. Assim, os eixos de medição dos acelerômetros se rotacionam junto com os eixos do veículo. Algoritmos usam as medidas feitas pelos girômetros para determinar a relação de ângulos entre o eixo inercial e o eixo do veículo.

O uso dos sistemas *strapdown* permitiu abandonar as mecânicas complexas envolvidas na operação das plataformas inerciais e aumentar a confiabilidade dos sistemas inerciais. Mas isso só foi possível com o avanço na tecnologia dos microprocessadores, que se tornaram capazes de fazer os complexos cálculos envolvidos na navegação com sistemas *strapdown*.

### **1.1.2. Sensores Inerciais**

Os sensores inerciais consistem de acelerômetros e girômetros.

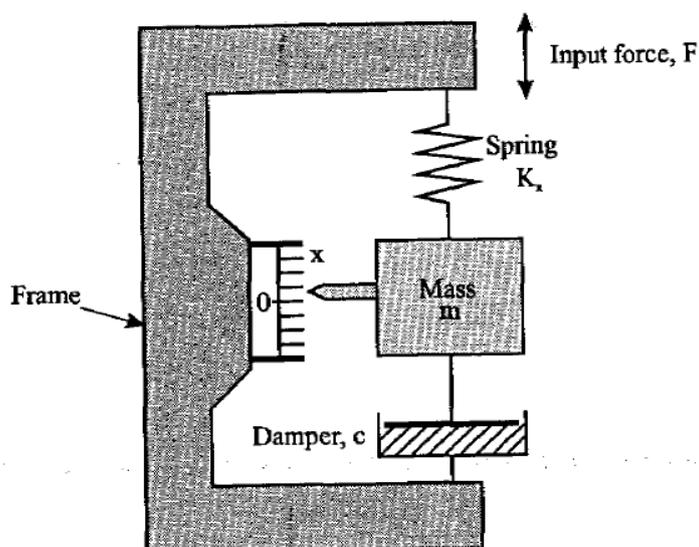
Os acelerômetros são sensores capazes de determinar a aceleração inercial, ou força específica. Esta última se diferencia da aceleração pelo fato de que a primeira não considera a aceleração da gravidade, enquanto que a segunda é uma resultante total que a inclui. Isso pode ser ilustrado no fato de que um acelerômetro em queda livre (portanto em movimento acelerado) não detectará nada em suas entradas.

Através dessa medida, ao se somar a gravidade pode-se determinar a aceleração a que os corpos são submetidos em determinada direção, ainda que sujeitos a ruídos e erros.

Os acelerômetros medem a aceleração física sofrida em um certo eixo de medição, o Eixo de Entrada (IA). O conceito teórico de um acelerômetro é o de

um sistema massa-mola-amortecedor monitorado por algum tipo de sensor capaz de determinar o deslocamento da massa ou a força exercida sobre a massa, como ilustra a Figura 1.2.

Figura 1.2: Sistema massa-mola-amortecedor usado no acelerômetro.



Fonte: Lawrence (1998).

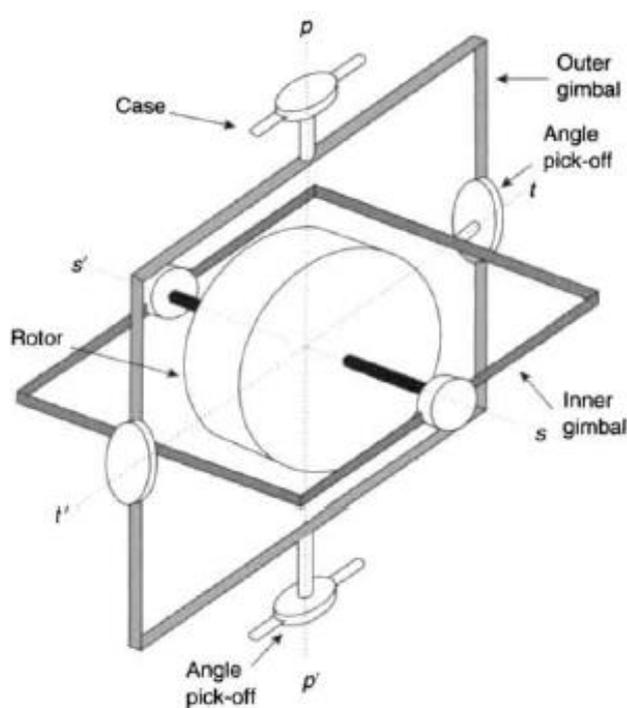
Essa ideia pode ser aplicada de diversas formas. Nos acelerômetros capacitivos, por exemplo, a massa pode fazer também o papel de uma das placas de um capacitor, que se aproxima ou se afasta de uma outra placa à medida que o componente é acelerado. Nesse caso, o sensor mede a capacitância desse capacitor, que varia com a distância entre as placas e, portanto, com a aceleração. Há também acelerômetros piezoelétricos, que medem a tensão gerada num cristal pelo efeito piezoelétrico ao ser comprimido pela massa de prova quando esta é submetida à aceleração.

Num sistema de navegação inercial (INS) uma tríade de acelerômetros em direções distintas, geralmente formando um sistema de eixos ortonormal, permite determinar o vetor aceleração no espaço.

Os girômetros são sensores inerciais que medem velocidade angular, com exceção de alguns, que podem medir incrementos de ângulos.

Originalmente, os girômetros consistiam de massas girantes posicionadas dentro de *gimbals*. A massa tende a manter seu eixo de rotação ou a manter o vetor momento angular (efeito giroscópico). Esse tipo de giroscópio é chamado de giroscópio livre (LAWRENCE, 1998) como ilustra a Figura 1.3.

Figura 1.3: Esquema de um girômetro de massa girante de dois eixos.



Fonte: Titterton et al. (2004).

A engenharia envolvida no desenvolvimento dos girômetros pode explorar diferentes fenômenos da Natureza para fazer a medição. Nos girômetros vibratórios, por exemplo, há uma massa vibrante que, ao ser rotacionada, tem seu plano de vibração alterado. Essa alteração, ou o esforço para impedir que ela ocorra, é medida e relacionada com a velocidade angular. Os girômetros de

fibra ótica e os girômetros do tipo *ring laser* se utilizam do efeito Sagnac, onde é possível detectar interferência causada pela diferença de fase de dois feixes de luz, originados de um único, mas que percorrem circuitos fechados em direções opostas, quando submetidos à rotação (TITTERTON et al., 2004).

### **1.1.3. Tecnologia MEMS**

Os sensores inerciais do tipo *Micro Electro-Mechanical Systems* (MEMS) são implementações microscópicas dos sensores vistos acima em encapsulamentos de silício. Eles surgiram no fim da década de 1970 e possuem as seguintes vantagens (GREWAL et al., 2007, TITTERTON et al., 2004):

- São pequenos;
- Têm baixo peso;
- Têm construção robusta;
- Têm baixo consumo de energia;
- Têm rápida inicialização;
- São baratos;
- Têm maior confiabilidade;
- Têm baixo custo de manutenção;
- Diminuem a quantidade de partes no sistema final.

Em contrapartida, a redução no tamanho prejudicou o desempenho e a resolução dos sensores e, além disso, aumentou o nível do ruído (TITTERTON et al., 2004).

## **1.2. Erros dos Sensores Inerciais**

Tanto os girômetros como os acelerômetros estão sujeitos a erros que limitam a precisão das medições. Esses erros são causados por limitações nos seus projetos e deficiências de construção. Pode-se classificar os erros dos sensores inerciais como Determinísticos ou Aleatórios.

Os desvios determinísticos consistem de viés previsível e, portanto, compensável, que é causado por características do componente sensível e sua instalação. Para a compensação desses desvios é necessária uma caracterização dos sensores, incluindo ensaios em sua montagem final.

Os desvios aleatórios consistem de viés imprevisível, normalmente causado pelo limite físico de sensibilidade do sensor. Embora não se tratem de erros compensáveis, a caracterização desses erros permite atenuar o seu efeito através de tratamento do sinal; além disso, a partir dos parâmetros que caracterizam esses desvios aleatórios, pode-se determinar se um sensor é adequado ou não a uma certa aplicação.

## **1.3. Caracterização dos Sensores Inerciais**

A caracterização de um sensor inercial envolve:

1. Definição de um modelo para os erros do sensor;
2. Definição de ensaios em laboratório que permitam isolar os diferentes fenômenos causadores de erro;
3. Realização dos ensaios definidos para aquisição de dados do sensor a ser caracterizado;
4. Uso de ferramentas matemáticas para determinação dos parâmetros do modelo.

### **1.3.1. Modelamento dos Sensores Inerciais**

Diferentes modelos de sensores inerciais são encontrados na bibliografia disponível.

Nos documentos IEEE Std 1293 e IEEE Std 1431, o IEEE propõe um modelo para acelerômetros pendulares e girômetros vibratórios, e métodos e especificações para determinação dos parâmetros definidos (IEEE, 1998, 2004).

Titterton et al. (2004) propõe modelos para girômetros e para acelerômetros, considerando as maiores fontes de erro que influenciam o desempenho desses sensores.

Lawrence (1998) explica o funcionamento dos girômetros e acelerômetros a partir de equações, mas apresenta o modelo definido pelas normas IEEE para os erros dos sensores.

É importante notar que, para uma certa aplicação prática, existem fontes de erro que têm alto impacto no desempenho do sistema inercial final, mas que são fontes de erro irrelevantes para outras aplicações. Por exemplo, o erro de acoplamento cruzado entre eixos de um acelerômetro pendular pode ser insignificante para uma aplicação estática (do tipo inclinômetro) e ser retirado do modelo sem consequências práticas; mas, para uma aplicação dinâmica onde há vibração, essa fonte de erro poderá ter grande impacto no desempenho da medição e, portanto, deverá fazer parte do modelo e ser caracterizada com precisão.

Assim, a utilidade de um modelo só pode ser avaliada sob a luz da aplicação desejada. Neste trabalho, serão analisados os modelos propostos por estas referências, bem como serão consideradas informações de outros livros e artigos, e será definido um modelo visando uma aplicação de dinâmica lenta.

### **1.3.2. Ensaio para Caracterização de Sensores Inerciais**

Os ensaios para caracterização de sensores inerciais consistem de experimentos de laboratório aos quais um determinado sensor é submetido visando (1) isolar os parâmetros presentes no modelo definido no passo anterior e determiná-los, e (2) quantificar características do sensor que permitam que seja feita uma análise para avaliar seu desempenho e compará-lo a outros sensores.

Nos documentos IEEE Std 1293 e IEEE Std 1431, o IEEE propõe um gabarito de procedimentos de ensaio para a determinação dos parâmetros de seu modelo. Apesar disso, os procedimentos não são apresentados de forma detalhada.

Titterton (2004) também aborda o tema de ensaios de caracterização. Embora não cubra completamente o assunto, apresenta informações mais detalhadas.

Neste trabalho, é aplicado um procedimento de ensaio para caracterização de acelerômetros e girômetros MEMS baseado principalmente nessas referências.

### **1.3.3. Ferramentas para Caracterização do Ruído dos Sensores Inerciais**

#### **1.3.3.1. Transformada Rápida de Fourier**

A Transformada Rápida de Fourier é um método para calcular a Transformada Discreta de Fourier (DFT) a partir de uma série de amostras discretas. Pode ser aplicada para caracterização dos erros estocásticos dos sensores através da estimação da densidade espectral de potência do sinal (HOU, 2004). Permite observar, no domínio da frequência, a faixa de passagem do sensor.

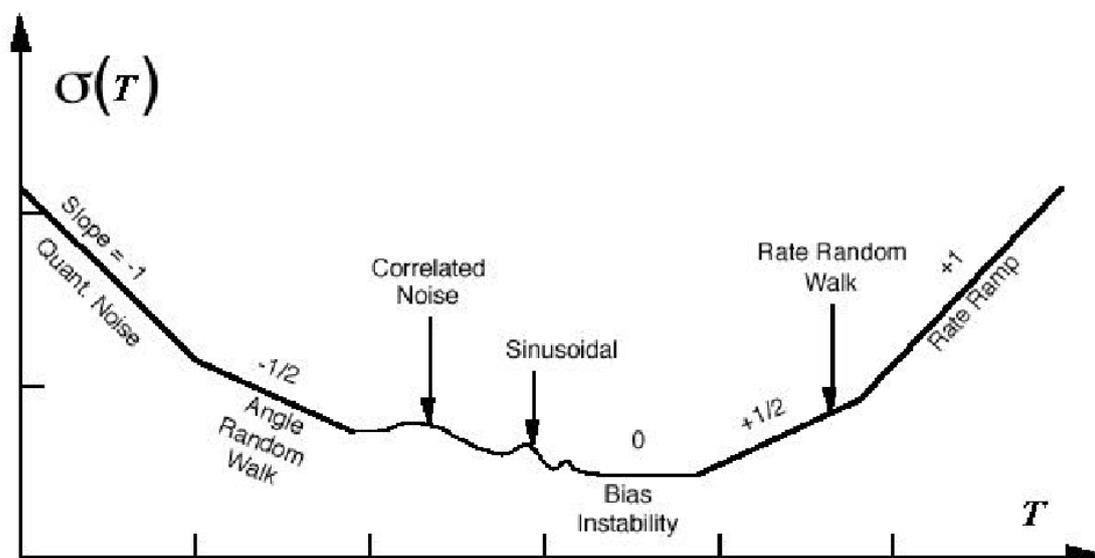
### 1.3.3.2. Variância de Allan

Em 1966, Allan criou um método matemático para estudar a estabilidade de cristais osciladores, o método da variância de Allan (*Allan Variance* – AVAR) (ALLAN, 1966). Esse método é, hoje, usado também para caracterização dos erros estocásticos dos sensores inerciais no domínio do tempo.

Suponha uma aquisição de dados de um sensor inercial no tempo com  $N$  amostras; subdivida essa aquisição em grupos com  $n$  amostras consecutivas cada ( $n < N/2$ ), cada grupo desse é chamado de *cluster*; é então calculada a média dos valores para cada *cluster*  $\Omega_k$ ; por fim, é calculada a variável de interesse  $\xi_k$  dada pela diferença entre as médias de cada *cluster* com o *cluster* consecutivo,  $\xi_k = \Omega_{k+1} - \Omega_k$ , levando a um vetor com  $N/n - 1$  valores. A variância de Allan é a variância dos dados desse vetor. Para diversos tamanhos de *clusters* haverá diferentes variâncias e é possível traçar um gráfico com essas variâncias (HOU, 2004).

A observação do gráfico do AVAR permite identificar diferentes fontes de erros, como ilustra a Figura 1.4.

Figura 1.4: Exemplo de gráfico com o resultado da análise das variâncias de Allan.



Fonte: Hou (2004).

#### 1.4. Objetivo e Escopo

O foco deste trabalho está em definir um método prático para caracterização de sensores inerciais MEMS baseado em normas e terminologias bem aceitas na área de Sistemas de Navegação Inercial. Para isto, definem-se, primeiramente, parâmetros de caracterização para acelerômetros e girômetros MEMS baseando-se na bibliografia estudada; em particular, é determinado um modelo matemático paramétrico da saída desses sensores em função das entradas e de erros característicos desses sensores. Em seguida, são descritos procedimentos de ensaio para determinação desses parâmetros, a partir das normas do IEEE (1998, 2004) e submete-se uma Unidade de Medição Inercial (UMI) a esses ensaios. Os resultados desses ensaios são analisados e comparados às especificações fornecidas pelos fabricantes dos sensores da UMI. Por fim, com o objetivo de agregar valor ao método de caracterização utilizado, é executada uma rotina de integração dos dados experimentais dos

sensores inerciais compensados e não compensados pela caracterização realizada, e são comparados os erros obtidos no cálculo da posição.

Espera-se, assim, apresentar em detalhe esse método prático, e validá-lo através de uma comparação entre os resultados obtidos pela aplicação desse método sobre uma UMI, com dados de referência oferecido pelos fabricantes dos sensores instalados na mesma. No início dos trabalhos havia um objetivo de se implementar os modelos dos sensores inerciais em Matlab e de se realizar simulações para compará-las com os dados obtidos em ensaios reais. No entanto, ao longo dos estudos, percebeu-se que a complexidade do assunto é maior do que se imaginava *a priori*, e foi dado foco à questão da caracterização dos sensores. Neste trabalho, portanto, com relação ao assunto Simulação, é apresentada apenas uma pesquisa bibliográfica em torno do uso de técnicas de simulação na validação de algoritmos de navegação inercial e os modelos envolvidos nessas técnicas. Na Conclusão esse tema é proposto para trabalhos futuros.

Como foi dito na Seção 1.3.1, a utilidade de um modelo de sensor inercial só pode ser avaliada sob a luz da aplicação desejada. Portanto, dentro do escopo deste trabalho, serão analisados os modelos propostos por estas referências, bem como serão consideradas informações de outros livros e artigos, visando uma aplicação de baixa dinâmica, a saber:

- Aceleração máxima:  $\pm 2$  g;
- Velocidade angular máxima:  $\pm 100$  °/s
- Pouca ou nenhuma vibração.

## **1.5. Visão Geral**

No Capítulo 1 é feita uma introdução ao assunto de sensores inerciais MEMS, abordando os principais conceitos utilizados neste trabalho, além da motivação para o estudo aqui apresentado.

No Capítulo 2 é apresentado um estudo bibliográfico sobre simulação de sensores inerciais para validação de algoritmos de navegação inercial.

No Capítulo 3 é feito um estudo dos princípios de funcionamento de acelerômetros e suas principais fontes de erro.

No Capítulo 4 é definido um modelo para acelerômetros MEMS e procedimentos de ensaio para determinação dos parâmetros que caracterizam os erros descritos no Capítulo 3.

No Capítulo 5 são abordados os princípios de funcionamento de girômetros e suas fontes de erro mais influentes. No Capítulo 6, são listados procedimentos de ensaio em laboratório para determinação dos erros descritos no Capítulo 5.

No Capítulo 7 são estudadas ferramentas amplamente usadas pela comunidade de sistemas inerciais para caracterização de ruído de sensores inerciais, a Densidade Espectral de Potência e a variância de Allan (IEEE, 1997).

Por fim, no Capítulo 8 são mostrados resultados de ensaios em laboratórios realizados para caracterização de uma UMI composta por uma tríade de acelerômetros e de girômetros MEMS.



## **2 SIMULAÇÃO DE SENSORES INERCIAIS MEMS**

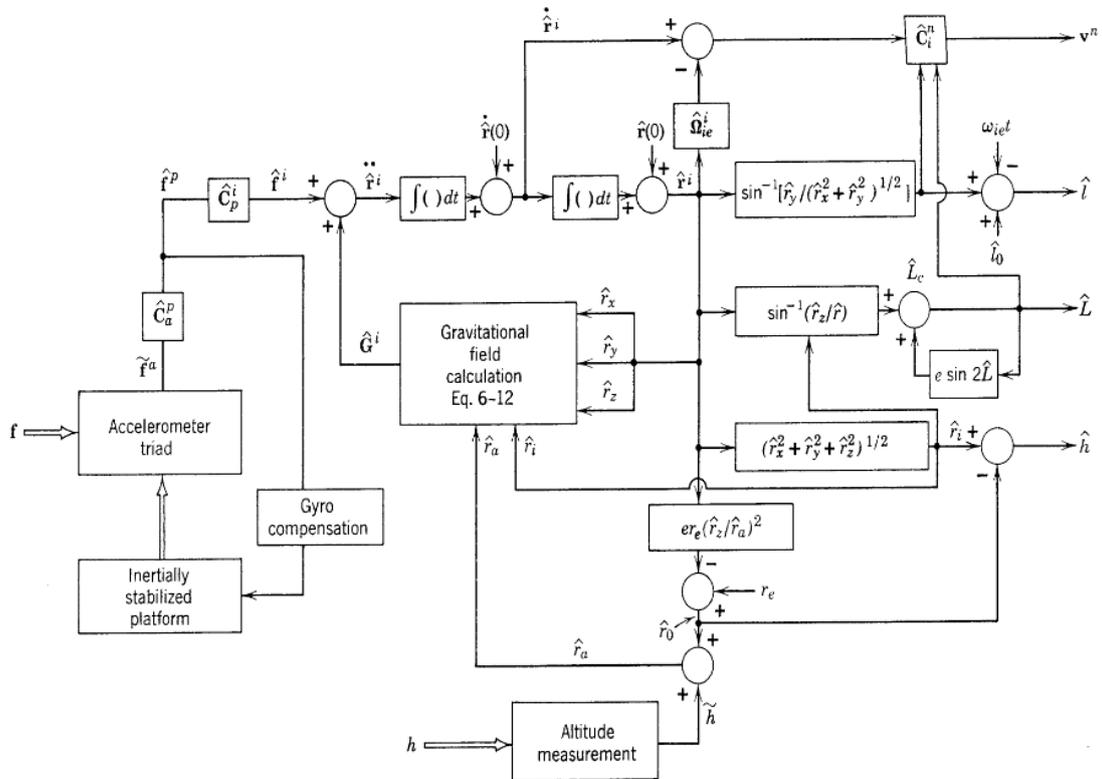
Neste Capítulo é apresentado um estudo bibliográfico sobre simulação de sensores inerciais para a validação de algoritmos de navegação inercial, com o objetivo de mostrar a importância da caracterização dos sensores inerciais e mostrar alguns métodos de simulação em uso atualmente.

Os sensores inerciais MEMS são susceptíveis a diversas fontes de erros, algumas, de erros sistemáticos, e outras, de erros aleatórios. Nos Capítulos 3, 4, 5 e 6, descrevem-se e modelam-se muitos desses erros, bem como apresentam-se métodos para sua caracterização em laboratório. Esse estudo é crítico para a obtenção de um desempenho satisfatório no uso de sensores inerciais MEMS.

Em um nível mais alto, para a validação de um algoritmo de navegação inercial de um determinado veículo, o modelo dos sensores inerciais MEMS é também fundamental. Nessa matéria, a bibliografia oferece abordagens analíticas e abordagens numéricas.

Britting (1971) parte de algoritmos de mecanização para um sistema de navegação inercial do tipo plataforma (Figura 2.1), e desenvolve uma análise de erros baseada em técnicas de perturbação visando linearizar as equações diferenciais envolvidas nos sistemas não-lineares.

Figura 2.1: Diagrama ilustrando o algoritmo de mecanização para um INS do tipo plataforma.

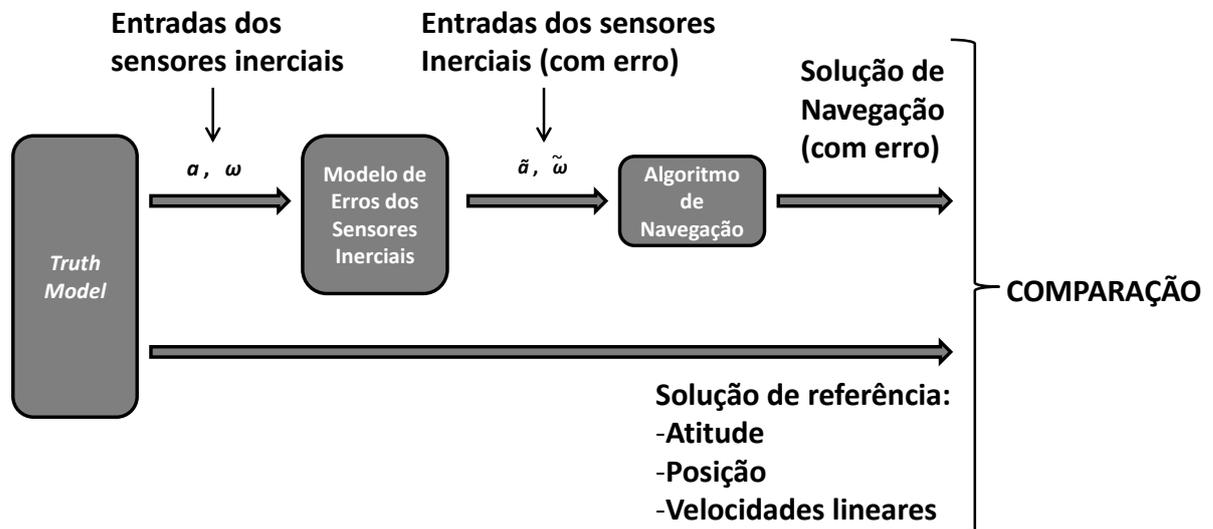


Fonte: Britting (1971).

Ele consegue estabelecer equações dos erros do algoritmo de mecanização nas determinações da latitude, da longitude, da altitude, da velocidade e da atitude, para o sistema analisado.

Savage (2012) diz que a validação de algoritmos *strapdown* consiste, em geral, de operar os algoritmos de integração em um computador de teste, recebendo as entradas de sensores inerciais a partir de um "truth model", que fornece, também, um perfil paramétrico de velocidade, posição e atitude. Por fim, as saídas do algoritmo são comparadas com essa solução de referência. A Figura 2.2 ilustra o método citado.

Figura 2.2: Diagrama de blocos ilustrando o método de validação de algoritmos *strapdown* citado por SAVAGE (2012).



Em geral, dois métodos podem ser considerados para o *Truth Model*: podem-se usar dados digitais provenientes de um algoritmo de integração que possua comprovadamente maior desempenho que o algoritmo sob validação; ou podem-se usar equações representando as soluções integrais para as entradas dos sensores inerciais (SAVAGE, 2009).

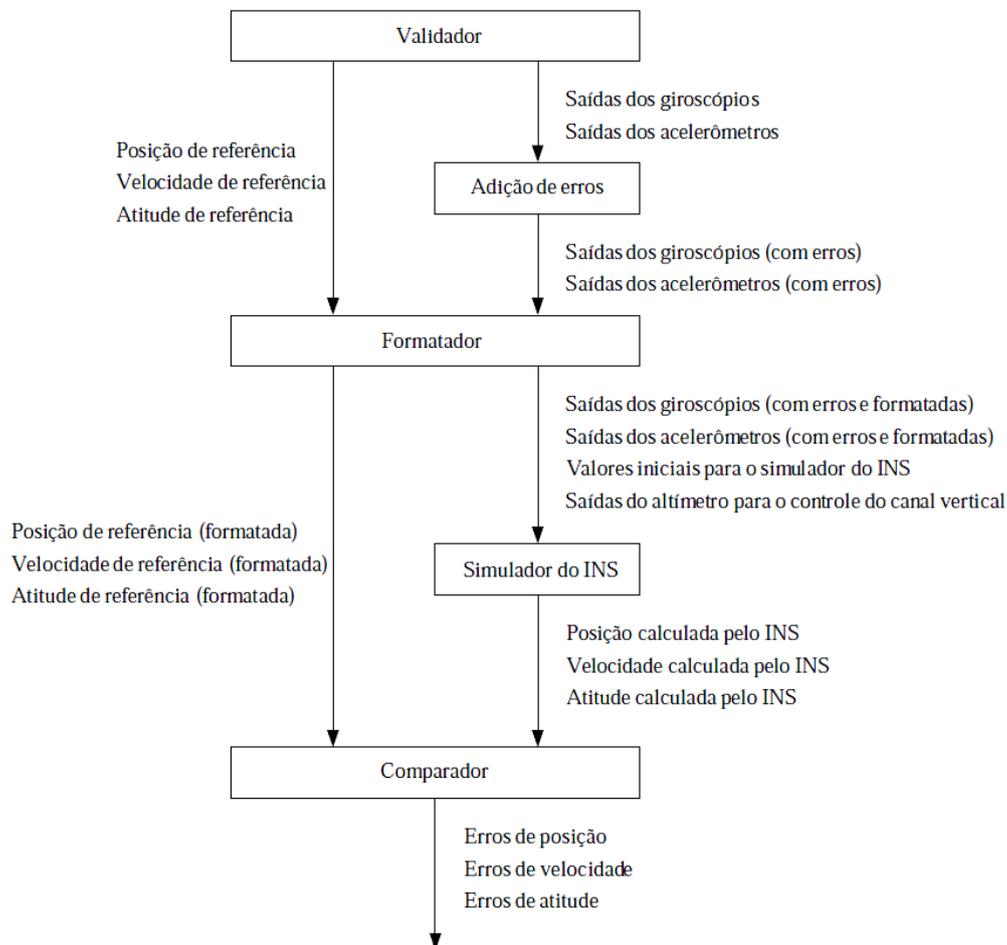
Savage (2000, 2006 e 2007) desenvolveu modelos de *Truth Model* para diferentes situações, a saber:

- SPIN-CONE: fornece atitude e as correspondentes velocidades angulares no referencial do corpo, o qual está submetido a um movimento cônico (SAVAGE, 2009);
- SPIN-ROCK-SIZE: fornece posição, velocidade e atitude, e as correspondentes velocidades angulares e acelerações lineares no referencial do corpo, o qual está submetido a um movimento dinâmico de rotação em torno de um eixo. Ele simula a montagem do sistema

*strapdown* com cada acelerômetro distando, individualmente, do eixo de rotação por valores diferentes de braço de alavanca.

Ambrósio (2010) implementou em Matlab os modelos desenvolvidos por Savage (2000, 2006 e 2007) e os aplicou a um algoritmo de mecanização a ser validado. O algoritmo de mecanização utilizado foi o descrito por Savage (1998). O diagrama da Figura 2.3 ilustra o processo realizado por Ambrósio (2010).

Figura 2.3: Diagrama de blocos ilustrando as ferramentas implementas por Ambrósio (2010).



Fonte: Ambrósio (2010).

Grigorie et al. (2014) faz uma comparação entre um modelo de erros determinado analiticamente pelo método das perturbações e o resultado de simulações geradas via Simulink. Como modelo de girômetros e acelerômetros, Grigorie et al. (2014) considerou os modelos de IEEE (1998, 2004), representados pelas Equações 2.1 e 2.2, retiradas de seu trabalho (GRIGORIE et al., 2014).

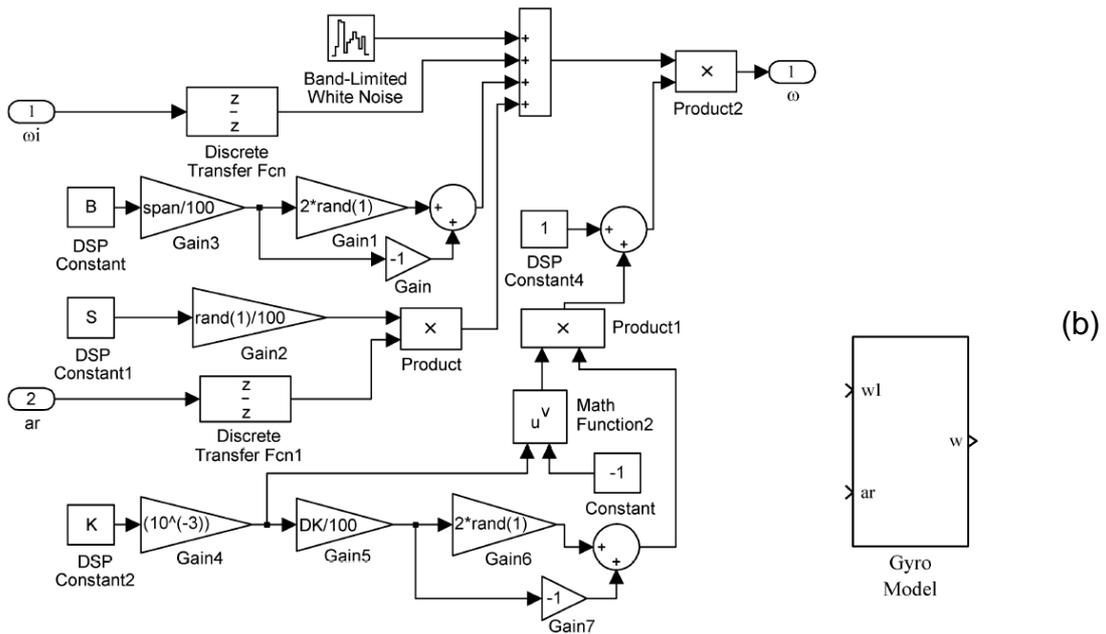
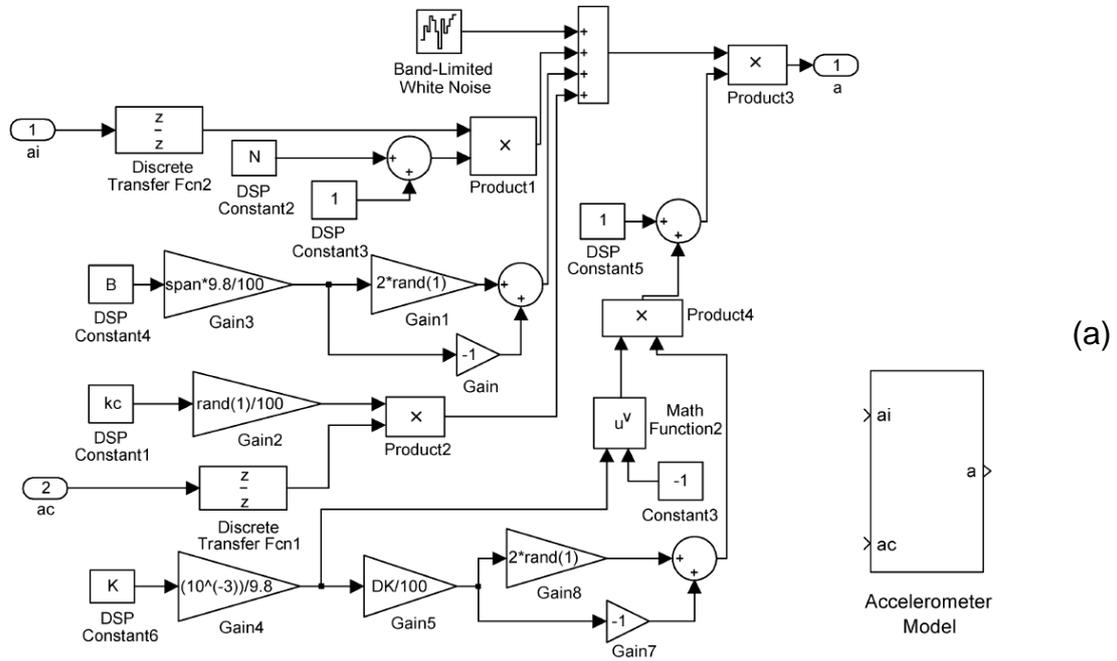
$$a = (a_i + Na_i + B + k_c a_c + v)(1 + \Delta K/K) \quad (2.1)$$

$$\omega = (\omega_i + Sa_r + B + v)(1 + \Delta K/K) \quad (2.2)$$

Na Equação 2.1,  $N$  é o desalinhamento do eixo sensível (em radianos),  $B$  é o viés fixo,  $k_c$  é sensibilidade cruzada entre eixos (expressa em percentual do  $a_c$ ),  $v$  representa o ruído aleatório,  $K$  é o fator de escala,  $\Delta K$  é o erro no fator de escala e  $a$ ,  $a_i$  e  $a_c$ , expressos em  $m/s^2$ , representam a aceleração perturbada, a aceleração na entrada ao longo o eixo sensível e a aceleração de entrada perpendicular ao eixo sensível, respectivamente; e, para a Equação 2.2,  $S$  é a sensibilidade à aceleração  $a_r$  em uma direção arbitrária,  $\omega_i$  é a velocidade angular na entrada, ao longo do eixo sensível do girômetro, e  $S$ ,  $B$ ,  $v$ ,  $\Delta K$  e  $K$  possuem mesma a interpretação aplicada à Equação 2.1.

Com o objetivo de ilustrar uma maneira de se inserir um modelo de erros de acelerômetros e girômetros em um ambiente de simulação, foram retiradas do trabalho de Grigorie et al. (2014) as Figuras 2.4 (a) e 2.4 (b), que mostram implementações em Simulink dos modelos de acelerômetro e girômetro respectivamente.

Figura 2.4: Implementações em Simulink dos modelos de acelerômetro e girômetro feitas por Grigorie et al. (2014).



Fonte: Grigorie et al. (2014).

### 3 ACELERÔMETROS

Os acelerômetros são sensores que medem a força específica gerada quando um corpo é acelerado; medida esta que não depende de um sistema de referência externo.

Os acelerômetros são compostos, basicamente, de três elementos:

1. Massa de prova;
2. Suspensão, que sustenta a massa de prova;
3. Dispositivo de medida, que gera um sinal relacionado à aceleração.

De acordo com a segunda lei de Newton, a força resultante em uma partícula é igual à taxa temporal de variação do seu momento linear em um sistema de referência inercial, como equacionado na Equação 3.1.

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m(t) \cdot \vec{v}(t))}{dt} \quad (3.1)$$

Para um sistema de massa constante, a Equação 3.1 pode ser trabalhada como mostrado na Equação 3.2.

$$\frac{d(m \cdot \vec{v}(t))}{dt} = m \cdot \frac{d\vec{v}(t)}{dt} = m \cdot \vec{a}(t) \quad (3.2)$$

Considerando a ação da gravidade, pode-se detalhar a força resultante na partícula como mostrado na Equação 3.3.

$$\vec{F} = m\vec{a} = m(\vec{f} + \vec{g}) \quad (3.3)$$

Visto que na maioria dos casos é impraticável a medição da força sofrida pelos veículos os quais se deseja medir a aceleração, usa-se uma “massa de prova” com massa conhecida e pequena, instalada num encapsulamento dentro do veículo e sustentada por uma mecânica de suspensão. Quando o veículo sofre aceleração, a massa de prova tende a resistir e a mecânica que suspende essa massa deve aplicar uma força para vencer esta resistência. Considerando que a gravidade atua tanto sobre a massa de prova como sobre o encapsulamento do sensor, essa força de reação à ação da inércia pode ser escrita como mostra a Equação 3.4.

$$\vec{F} = -m\vec{f} \quad (3.4)$$

Essa força pode atuar em uma mola alterando seu tamanho, pode atuar em um cristal, comprimindo-o e gerando uma tensão elétrica proporcional à força pelo efeito piezoelétrico, ou pode atuar em uma barra vibrante, alterando sua frequência da vibração, etc.

Assim, um acelerômetro em repouso apoiado sobre uma superfície irá medir a força específica necessária para evitar que a massa de prova caia, essa situação é ilustrada pela Equação 3.5.

$$mf = -mg \quad (3.5)$$

Analogamente, um acelerômetro ideal em queda livre irá medir aceleração nula.

Há diferentes arquiteturas de implementação de um acelerômetro que seguem a teoria exposta acima. Há sensores onde a massa de prova se desloca, dentro de um limite, com relação ao encapsulamento do sensor e não há controle sobre a força aplicada a ela. Tratam-se dos acelerômetros de malha aberta.

Quando há uma malha de controle conectada a um atuador que visa manter a massa de prova sobre a posição de queda livre, isto é, sobre o ponto “nulo”, classifica-se o acelerômetro como sendo de malha fechada, ou com realimentação de força. Neste caso, é comum utilizar um dispositivo eletromagnético que produz a força que mantém a massa de prova em torno do zero, ao invés de utilizar uma mola.

Os acelerômetros podem ser sensíveis em uma ou mais direções. No caso do acelerômetro de um eixo, o eixo sensível é chamado de Eixo de Entrada (ou IA, como no termo *Input Axis*, em inglês).

Os acelerômetros podem ser classificados em dois tipos, de acordo com o modo como foram construídos: Mecânicos ou de Estado Sólido. Os acelerômetros mecânicos possuem partes móveis, como suspensões por mola e dobradiças. Os acelerômetros de Estado Sólido não possuem partes móveis, como os dispositivos que operam com onda acústica de superfície (SAW), sensores de silício e de quartzo.

Os acelerômetros podem ser digitais ou analógicos. Os acelerômetros analógicos fornecem suas medidas como tensões elétricas ou correntes elétricas proporcionais à força específica medida. Os acelerômetros digitais fornecem suas medidas como *bits* (em geral, LSB – *Least Significant Bits*) ou como pulsos em um trem de pulsos onde a frequência representa a força específica medida.

Sejam eles digitais ou analógicos, a força específica medida  $\widetilde{a}_x$  pode ser obtida a partir da saída  $E$  de um acelerômetro através de um fator de escala e de um viés fixo, como mostra a Equação 3.6.

$$\widetilde{a}_x = E/K_1 + K_0 \quad (3.6)$$

Na Equação 3.6,  $E$  é a saída do sensor (em *Volts*, mA, LSB, etc.),  $K_1$  é o fator de escala (em V/g, V.s<sup>2</sup>/m, LSB.s<sup>2</sup>/m, etc.) e  $K_0$  é o viés fixo (em g, m/s<sup>2</sup>, etc.).

A força específica medida por um acelerômetro tem dimensão de aceleração e pode ser dada tanto em unidades de engenharia, p. ex. m/s<sup>2</sup>, como também em termos da gravidade local  $g$ . Neste caso, deve-se ter cuidado ao comparar diferentes acelerômetros que foram caracterizados em regiões diferentes do planeta. Para esta tarefa convertem-se primeiro os parâmetros de  $g$  para m/s<sup>2</sup> ou para  $g_0$ , que é a aceleração da gravidade padrão definida em acordo internacional para a latitude de 45° ao nível do mar (IEEE, 1998). Essa aceleração da gravidade padrão possui um valor mostrado na Equação 3.7.

$$g_0 = 9,80665 \text{ m/s}^2 \quad (3.7)$$

Ainda sem considerar os erros nas medidas dos acelerômetros, esses sensores podem ser caracterizados com os seguintes parâmetros:

- **Faixa de Passagem:** É definida como a faixa de frequência entre zero e a frequência onde há um atraso de 90° na fase da resposta (para sistemas de segunda ordem somente; no caso de sistemas de primeira ordem o atraso de fase é de 45°);
- **Estabilidade de curto-termo e de longo-termo:** A estabilidade do viés fixo ou do fator de escala é definida como a habilidade da respectiva característica de se manter invariável quando exposta continuamente a uma condição de operação fixa. Em geral, a estabilidade é dada pela razão entre o desvio padrão e a média em uma sequência de medições do viés fixo ou do fator de escala, respectivamente, sem que haja alteração nas condições de operação. A distância total entre a primeira e a última medição classifica o parâmetro como sendo de curto-termo ou de longo-termo. A estabilidade de curto termo pode ser definida em um

ensaio de, por exemplo, quatro horas. A estabilidade de longo termo seria determinada num ensaio de, por exemplo, dois dias ou mais;

- Repetibilidade: A repetibilidade do viés fixo ou do fator de escala é definida como o grau de concordância entre medições repetidas da respectiva característica sob as mesmas condições de operação quando há alteração nas condições ou períodos de não operação entre as medições. Em geral, a repetibilidade é dada pela razão entre o desvio padrão e a média em uma sequência de medições do viés fixo ou do fator de escala, respectivamente, onde, entre cada medição, o sensor é submetido à desativação e à reativação. Por desativação e reativação deve-se entender que o sensor é desligado e levado à condição similar ao que na aplicação final acontecerá na desativação. Em geral, isso significa permitir que a temperatura do sensor se iguale à do ambiente antes de reativá-lo;
- Resolução: É definida como o maior valor da mínima variação da entrada, superado o nível de ruído, que produz saída maior que uma certa proporção especificada do valor esperado (pelo menos 50%) usando-se o fator de escala nominal do sensor (IEEE, 2001).

### **3.1. Acelerômetros Mecânicos**

Para um entendimento dos acelerômetros mecânicos, será analisado o sensor formado por um simples sistema massa-mola-amortecedor mostrado na Figura 1.2, um acelerômetro de malha aberta. O tamanho da massa de prova ( $m$ ), o coeficiente de amortecimento do amortecedor ( $c$ ) e a elasticidade da mola ( $K$ ) irão determinar as características deste sistema.

Para ilustrar, será calculada a resposta do sistema a uma força aplicada ao longo do IA; a Equação 3.8 mostra a força sofrida pela massa num sistema massa-mola-amortecedor.

$$F = m \frac{d^2x}{dt^2} + c \frac{dx}{dt} + Kx \quad (3.8)$$

Da Equação 3.8 acima resulta que a frequência natural não-amortecida  $\omega_n$  e o fator de amortecimento  $\xi$  são dadas, respectivamente, pelas Equações 3.9 e 3.10.

$$\omega_n = \left(\frac{K}{m}\right)^{1/2} \quad (3.9)$$

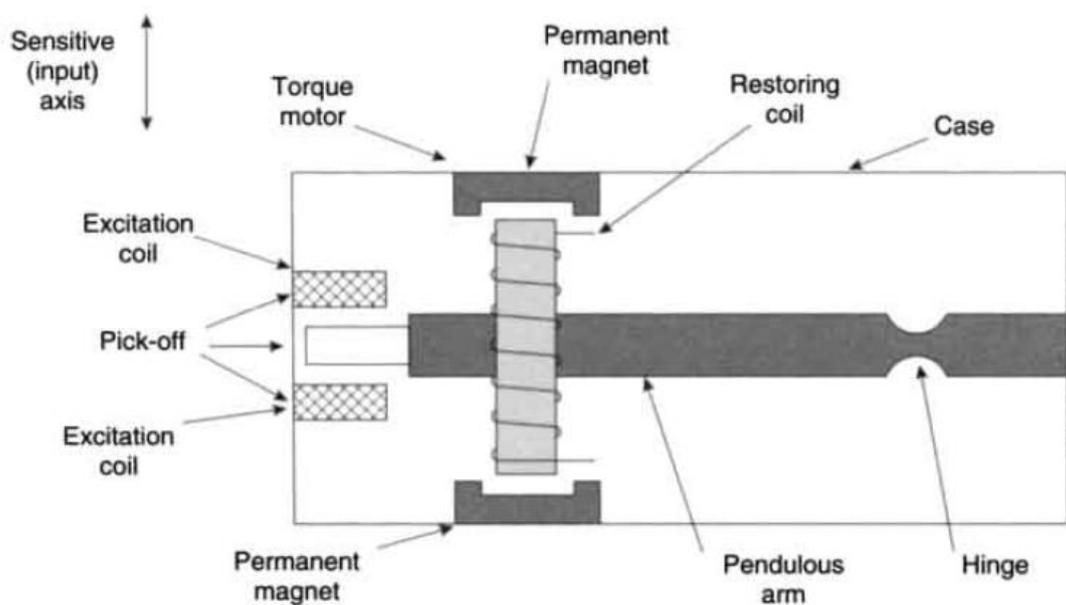
$$\xi = \frac{c}{\sqrt{4Km}} \quad (3.10)$$

Assim, observa-se que a configuração da massa de prova, do coeficiente de amortecimento do amortecedor e da constante de elasticidade da mola levam a diferentes valores de fator de amortecimento, o que influenciará a existência ou não de *overshoots* na resposta do sensor.

Outro acelerômetro mecânico é o pendular de malha aberta. Neste tipo de dispositivo a massa de prova é sustentada por uma haste que é fixada ao encapsulamento através de uma dobradiça com coeficiente de rigidez torcional. A dobradiça possui um grau de liberdade que permite que a massa de prova se desloque como resposta a acelerações ao longo do IA, direção perpendicular à haste e sobre o plano do pêndulo. Mais adiante será mostrado que esse tipo de sensor é suscetível a erros de acoplamento cruzado de eixos.

Um dos tipos mais comuns de acelerômetro mecânico observado no mercado é o pendular de malha fechada, ou com realimentação de força, ilustrado na Figura 3.1.

Figura 3.1: Acelerômetro pendular com realimentação de força.



Fonte: Titterton et al. (2004).

Este sensor diferencia-se do pendular de malha aberta porque possui uma malha de controle e um atuador que tendem a manter a massa de prova em uma posição “nula”. Essa malha de controle atua por força eletromagnética gerada por um enrolamento ao redor da massa de prova e ímãs permanentes fixados no encapsulamento. Também há sensores onde os ímãs permanentes estão na massa de prova e os enrolamentos estão no encapsulamento. A corrente necessária para gerar a força que manterá a massa de prova na posição “nula” tem relação com a força específica a ser medida.

A medição do deslocamento da massa de prova tem o intuito de realimentar a malha de controle e pode ser feita por diversos modos:

- Por via ótica, onde é medida a intensidade de um feixe de luz que atravessa a fenda formada no pêndulo;
- Por via capacitiva, onde as faces laterais do pêndulo formam capacitores com placas no encapsulamento do dispositivo e é medida a capacitância desses capacitores, que se altera de acordo com o deslocamento do pêndulo;
- Por via indutiva, onde uma placa instalada no pêndulo afeta a indutância mútua entre dois enrolamentos presentes no encapsulamento;
- Por via piezoresistiva, onde um elemento piezoresistivo é instalado no suporte da massa de prova e a tensão mecânica proveniente do deslocamento do pêndulo altera a resistência desse material, que é medida;
- Por via piezoelétrica, onde é medida a tensão elétrica gerada quando o suporte da massa de prova, que é composto de um material piezoelétrico, sofre tensão mecânica. Entende-se que esses acelerômetros não são capazes de medir acelerações em baixas frequências, pois a alta impedância de saída desses elementos piezoelétricos permite o vazamento das cargas geradas.

Há ainda outras formas menos comuns de medição, como via interferometria de laser, microondas, tunelamento quântico, etc.

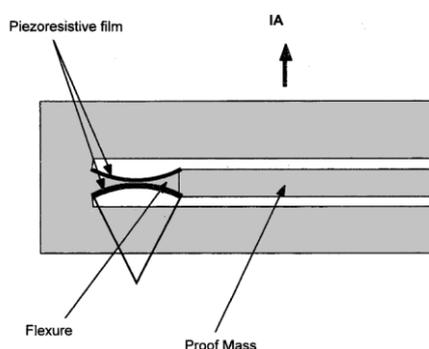
Dentro da categoria de acelerômetros mecânicos, encontra-se a tecnologia de sensores em Sistemas EletroMecânicos Microfabricados (ou MEMS, sigla para *MicroElectroMechanical Systems* em inglês), que consistem de implementações microscópicas dos sensores mecânicos.

### 3.2. Acelerômetros MEMS

Os acelerômetros MEMS (*Micro Electro Mechanical Systems*) são implementações miniaturizadas dos acelerômetros mecânicos em um encapsulamento de silício.

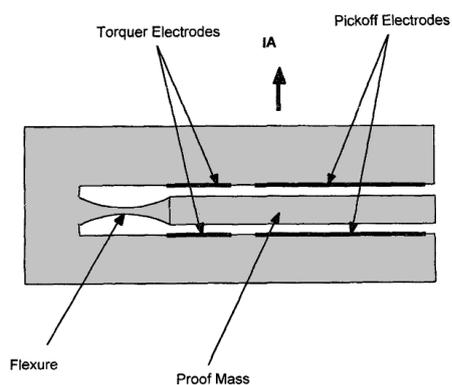
As Figuras 3.2, 3.3 e 3.4 mostram três exemplos de arquiteturas de acelerômetros MEMS com IA no plano do circuito integrado.

Figura 3.2: Exemplo I de arquitetura de acelerômetro MEMS.



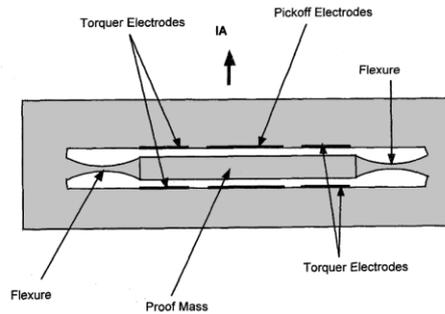
Fonte: Adaptada de IEEE, Std 1293 (1998).

Figura 3.3: Exemplo II de arquitetura de acelerômetro MEMS.



Fonte: Adaptada de IEEE, Std 1293 (1998).

Figura 3.4: Exemplo III de arquitetura de acelerômetro MEMS.

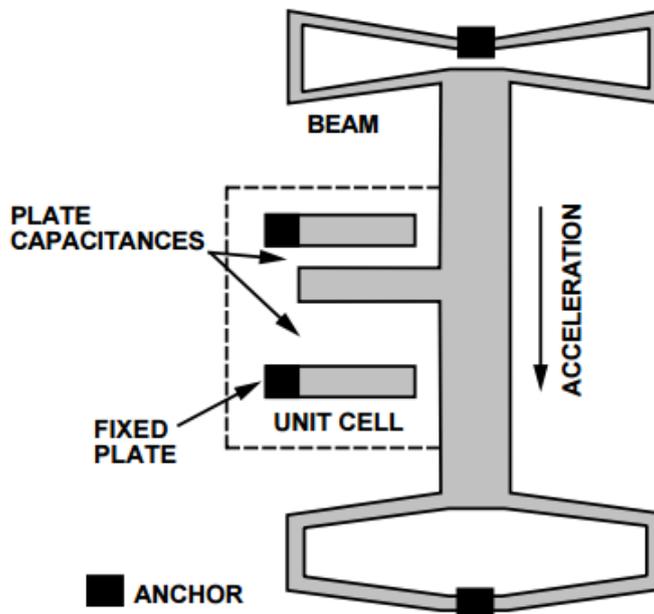


Fonte: Adaptada de IEEE, Std 1293 (1998).

A Figura 3.2 representa um acelerômetro pendular de malha aberta onde o ângulo do pêndulo é medido através de uma película piezoresistiva posicionada sobre o suporte flexível; a Figura 3.3 ilustra um sensor pendular de malha fechada, onde a massa de prova é colocada entre duas placas capacitivas para medição da deflexão do suporte flexível e outros dois capacitores para gerar força de restauração; a Figura 3.4 mostra um acelerômetro de malha fechada onde a massa de prova pode transladar graças a dois suportes flexíveis, aproximando-se ou se afastando de dois capacitores localizados no encapsulamento, usados para medição da distância e sofrendo força de restauração de outros dois capacitores.

Um exemplo prático de acelerômetro MEMS é o ADXL250, da Analog Devices. Trata-se de um acelerômetro com IA no plano do circuito integrado. A Figura 3.5 consiste de uma ilustração simplificada do sensor.

Figura 3.5: Visão simplificada do acelerômetro ADXL250.

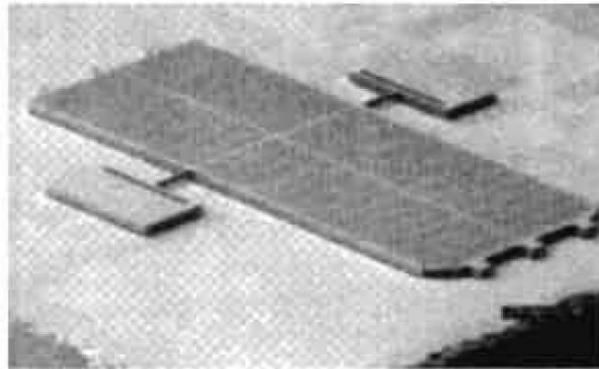


Fonte: Analog Devices, ADXL150/250 *datasheet* (1998).

Ao sofrer acelerações ao longo do IA, as barras dos suportes da massa de prova se envergam permitindo que haja deslocamento. Esse deslocamento altera a capacitância de dois capacitores de modo proporcional à aceleração. Todo o circuito de processamento de sinal do acelerômetro encontra-se integrado no mesmo encapsulamento de silício.

Um exemplo de acelerômetro MEMS com IA perpendicular ao plano do circuito integrado é ilustrado na Figura 3.6.

Figura 3.6: Foto de um acelerômetro MEMS do tipo pendular com IA perpendicular ao plano do circuito integrado.



Fonte: Titterton et al. (2004).

Nesse caso, a aceleração no plano perpendicular ao plano de montagem do circuito integrado causa uma rotação da massa de prova que está presa por suportes flexíveis. Essa rotação causa a alteração na capacitância do capacitor formado pela massa de prova e por eletrodos no substrato.

Segundo Titterton et al. (2004) uma caracterização cuidadosa deste sensor se faz necessária, visto que seu fator de escala é sensível a temperatura.

Em termos gerais, todos os sensores MEMS são sensíveis à temperatura e, se comparados aos sensores mecânicos convencionais, são mais suscetíveis a ruídos, pois têm por fundamento a medição de deslocamentos muito pequenos (muitas vezes da ordem de  $10^{-8}$  m). Portanto, convém partir para uma análise mais cuidadosa dos erros desses sensores.

### **3.3. Erros dos Acelerômetros MEMS**

Como já foi dito, os erros obtidos nas medidas crus dos acelerômetros MEMS podem ser classificados como Determinísticos ou Aleatórios.

Os desvios determinísticos consistem de viés previsível e, portanto, compensável, que é causado por características do componente sensível e sua instalação. Para a compensação desses desvios é necessária uma caracterização dos sensores, incluindo ensaios em sua montagem final.

Os desvios aleatórios consistem de viés imprevisível, normalmente causado pelos circuitos eletrônicos de medição em torno do componente sensível. Embora não se tratem de erros compensáveis, a caracterização desses erros permite atenuar o seu efeito através de tratamento do sinal; além disso, a partir dos parâmetros que caracterizam esses desvios aleatórios, pode-se determinar se um sensor é adequado ou não para uma certa aplicação.

Em geral, os acelerômetros MEMS se sujeitam aos erros listados na Tabela 3.1.

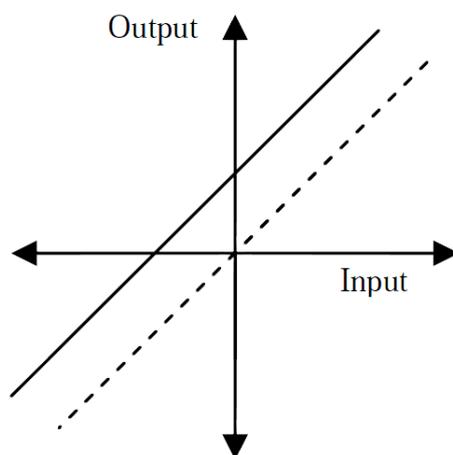
Tabela 3.1: Erros obtidos nas leituras dos acelerômetros MEMS.

<b>Desvios Determinísticos</b>	<b>Desvios Aleatórios ou não compensáveis</b>
Viés Fixo	Ruído gaussiano branco
Erros do fator de escala	Instabilidade do viés
Desalinhamento do eixo de entrada	Histerese
Acoplamento cruzado do eixo de entrada	<i>Vibropendulous Error</i>
Anisoinércia	<i>Rate Random Walk</i>
Sensibilidade à aceleração angular	
Banda/zona morta	
<i>Threshold</i>	
Sensibilidade à temperatura	

### 3.3.1. Viés Fixo

O viés fixo se trata de uma leitura fixa e diferente de zero quando o acelerômetro está em situação de queda livre, isto é, quando sua saída deveria ser igual a zero. O viés tem dimensão de aceleração e normalmente é dado em g, mg ou em  $m/s^2$ . A Figura 3.7 ilustra o erro do viés fixo na resposta do sensor.

Figura 3.7: Viés fixo na resposta de acelerômetros.



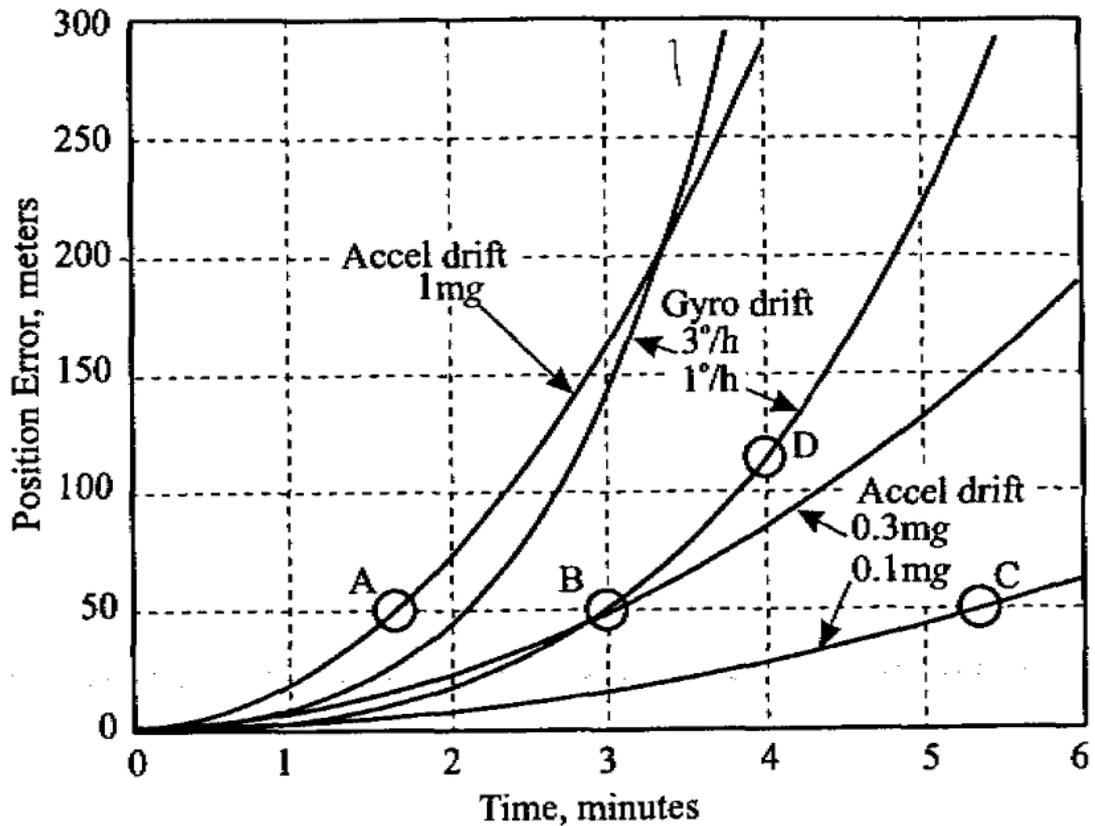
Fonte: Flenniken et al. (2005).

O viés fixo, no caso de acelerômetros pendulares, pode ser originado por torques residuais no suporte flexível da massa de prova ou por deslocamento do “zero” do dispositivo de medida de ângulos do pêndulo (seja ele capacitivo, piezoresistivo ou outro qualquer).

Esse erro pode ser determinado através de ensaios e ser compensado na aplicação.

A Figura 3.8 ilustra o impacto no cálculo da posição por resíduos do viés que não foram compensados.

Figura 3.8: Erro de posição devido a valores de viés não compensados.



Fonte: Lawrence (1998).

Da Figura 3.8 pode-se concluir que um erro de 1 mg no acelerômetro que não tenha sido compensado causa um erro de posição de 65 km após uma hora de operação.

Embora se trate, aqui, de um viés fixo, na Seção 3.3.10 é estudada uma parcela aleatória desse viés chamada de instabilidade de viés.

Além disso, o viés fixo pode ser alterado das seguintes formas:

- *Turn-on to turn-on bias*: Toda vez que o sensor é ligado há uma variação no viés com relação ao viés apresentado na última vez que o acelerômetro estava operando. Trata-se de uma variação aleatória que é

da ordem de dez vezes o *flicker noise* (LAWRENCE, 1998). Pode-se compensar essa variação através de uma nova calibração toda vez que o sensor é ligado;

- Sensibilidade térmica: Os acelerômetros MEMS são sensíveis à temperatura e isso se mostra principalmente como uma dependência do viés com a temperatura. Essa variação pode ser aproximadamente linear para alguns sensores e não linear para outros, podendo, inclusive, apresentar o fenômeno de histerese térmica (GULMAMMADOV, 2009). Em geral, aproxima-se essa dependência térmica do viés a um polinômio (que pode ser tão simples como um de primeira ordem ou tão complexo como um polinômio de quarta ordem) para compensá-la, e dimensiona-se o erro residual não-linear que não foi compensado.
- Outras sensibilidades: O viés dos acelerômetros MEMS também pode variar com a tensão de alimentação, com induções magnéticas externas, com pressão, etc. A necessidade de compensação dessas sensibilidades depende das condições a que o sensor estará submetido na aplicação final. Em geral, para esses tipos de sensibilidade, considera-se a condição de laboratório muito próxima às condições da aplicação, quando é feita a caracterização do sensor.

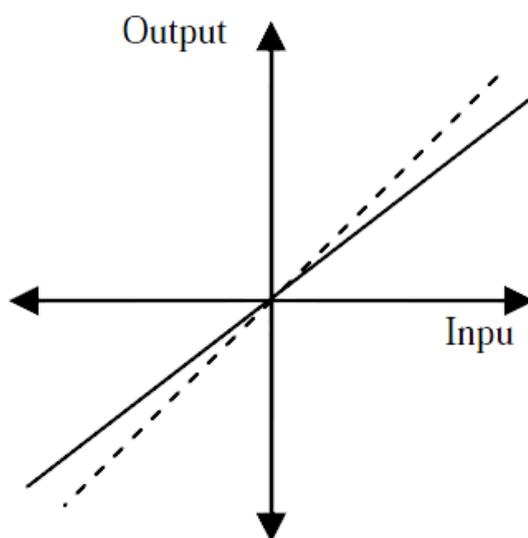
### **3.3.2. Erros do Fator de Escala**

O fator de escala é definido pelo IEEE como a taxa de variação da saída do sensor com relação a uma entrada que se pretende medir, e é, em geral, determinado como a inclinação da reta que melhor ajusta, através do método do menor erro quadrático médio, os dados de entrada/saída do sensor (IEEE, 2001). Ele é dado em termos da unidade da saída do sensor, mA ou V para

sensores analógicos; e em LSB ou pulsos/s para sensores digitais, dividido por unidades de aceleração, como  $m/s^2$  ou g. O fator de escala do sensor deve ser determinado através de ensaios de calibração.

A Figura 3.9 ilustra o impacto de um erro na determinação do valor do fator de escala na resposta do sensor.

Figura 3.9: Impacto do erro do fator de escala na resposta de acelerômetros.

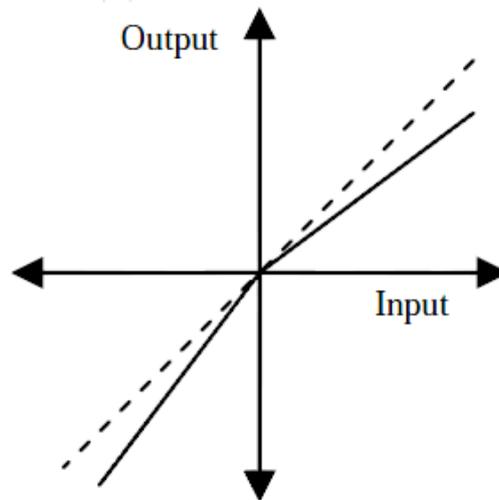


Fonte: Flenniken et al. (2005).

O fator de escala tem os seguintes erros associados:

- Assimetria: Os acelerômetros podem ter fatores de escala diferentes quando submetidos a acelerações no sentido positivo do IA e no sentido negativo do IA, como ilustra a Figura 3.10:

Figura 3.10: Assimetria do fator de escala na resposta de acelerômetros.

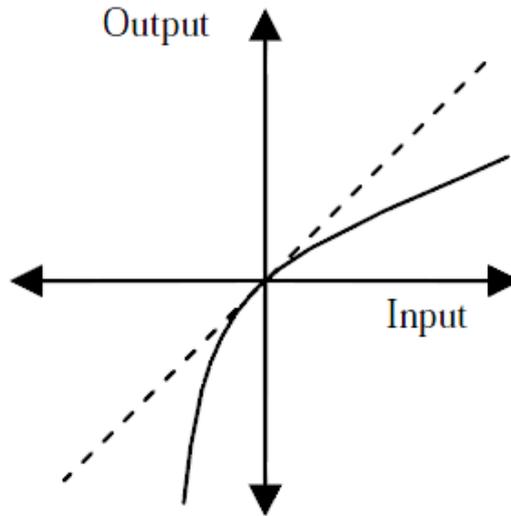


Fonte: Flenniken et al. (2005).

A assimetria do fator de escala pode ser determinada por ensaios de calibração.

- Não linearidade: Erro causado por resíduos no ajuste da reta pelo método do menor erro quadrático médio que relaciona a saída com a entrada do sensor. Ocorre quando a saída do sensor não varia linearmente com a entrada, como ilustrado na Figura 3.11:

Figura 3.11: Não linearidade do fator de escala na resposta de acelerômetros.



Fonte: Flenniken et al. (2005).

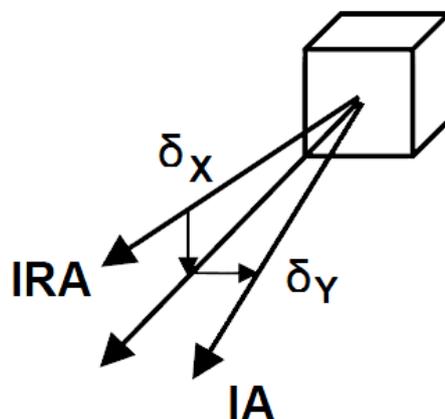
Pode-se melhorar o desempenho dos acelerômetros MEMS através de um modelamento do fator de escala com polinômios. Apesar disso, em geral, é definido um limite máximo, ou envelope, para o erro causado por não-linearidade do fator de escala, no momento de especificação do acelerômetro a ser escolhido para a aplicação. Esse limite é dado por uma porcentagem em relação à saída no fundo de escala. Vale notar que o erro causado pela não-linearidade do fator de escala é maior nas aplicações de alta dinâmica, quando haverá entradas maiores.

- Sensibilidades: Assim como o viés fixo, o fator de escala também pode ser afetado pela temperatura, por variações na tensão de alimentação, induções magnéticas externas, pressão, etc.

### 3.3.3. Desalinhamento do Eixo de Entrada

O desalinhamento do eixo de entrada é o erro causado pelo desalinhamento do eixo sensível do sensor (elemento sensível) com relação ao eixo de entrada de referência IRA (encapsulamento ou eixo informado ao usuário do sensor), conforme ilustra a Figura 3.12.

Figura 3.12: Componentes  $\delta_x$  e  $\delta_y$  do desalinhamento do IA com relação ao IA de referência IRA.



Fonte: Baseado em IEEE (2004).

Pode ser apresentado de forma absoluta, como um ângulo, ou em componentes como ângulos de Euler ou cossenos diretores.

Essas componentes de desalinhamento devem ser determinadas através de calibração do sensor. Outros desalinhamentos surgem quando o sensor é fixado à estrutura a ser monitorada, p. ex., num veículo. Esses novos desalinhamentos devem ser compensados em uma calibração feita após a instalação.

Outros dois desvios causados pelo desalinhamento do eixo de entrada, embora normalmente de menor influência são:

- Assim como ocorre com o viés fixo no *turn-on to turn-on bias*, o desalinhamento do eixo de entrada do sensor também pode se alterar a cada vez que o dispositivo é ligado, embora, neste caso, a variação tenha menor impacto que na variação do viés;
- Além disso, o desalinhamento do eixo de entrada também pode ter sensibilidade a temperatura.

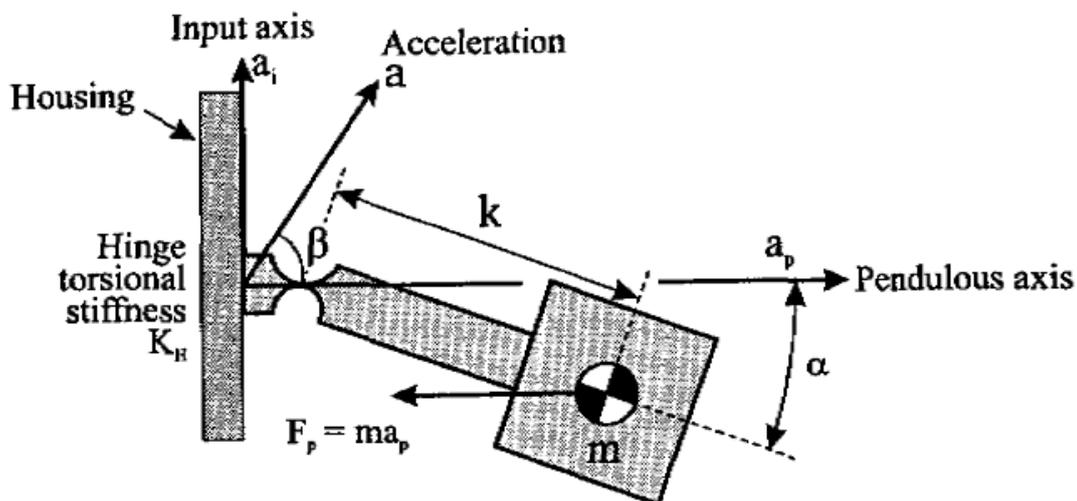
#### **3.3.4. Acoplamento Cruzado**

O acoplamento cruzado é um erro causado por imperfeições na fabricação do sensor que faz com que os eixos não sejam perfeitamente ortogonais entre si, de modo que o sensor se torna sensível a estímulos ortogonais ao eixo de entrada (TITTERTON et al., 2004). No caso de acelerômetros pendulares, o acoplamento cruzado pode ocorrer quando o centro de massa do corpo de prova está desalinhado do eixo do pêndulo (LAWRENCE, 1998).

Esse erro é representado como uma porcentagem da aceleração sofrida pelo sensor.

A Figura 3.13 ilustra a situação onde um acelerômetro pendular está sujeito ao erro causado por acoplamento cruzado.

Figura 3.13: Acoplamento cruzado em um acelerômetro pendular.



Fonte: Adaptado de Lawrence (1998).

Nesse caso, a aceleração medida pelo sensor será determinada pela Equação 3.11.

$$\tilde{a} = a_i \cos \alpha + a_p \sin \alpha \quad (3.11)$$

Para um ângulo  $\alpha$  pequeno, simplifica-se a Equação 3.11, reduzindo-a à Equação 3.12.

$$\tilde{a} = a_i + a_p \alpha \quad (3.12)$$

Além disso, para um ângulo  $\alpha$  pequeno, se for considerado que o sensor é linear, então  $\alpha$  é proporcional a  $a_i$ , como mostra a Equação 3.13.

$$\tilde{a} = a_i + a_p \alpha = a_i + a_p (K_{ip} a_i) = a_i + K_{ip} a_i a_p \quad (3.13)$$

O coeficiente  $K_{ip}$  é chamado de coeficiente de acoplamento cruzado e é normalmente informado em unidades de microrradianos por g, ou em  $\mu\text{g}/\text{g}^2$ .

O desvio de acoplamento cruzado leva a um outro tipo de erro, que ocorre quando o acelerômetro está sujeito a vibrações ao longo o IA e do PA simultaneamente. Trata-se do erro chamado de *Vibropendulous*, que será explicado mais adiante.

### 3.3.5. Anisoinércia

Um corpo com momentos de inércia diferentes em torno de dois eixos distintos (e.g. eixos X e Y), quando rotaciona em torno de um eixo no plano definido por esses dois eixos (plano XY), tende a alinhar sua rotação ao eixo de maior momento de inércia. Durante a rotação, as acelerações centrífugas em torno dos dois eixos são distintas, e surge um torque.

Esse princípio é o que norteia o erro de anisoinércia em acelerômetros. Assimetrias na construção mecânica do acelerômetro fazem com que surjam torques quando o sensor é girado simultaneamente em mais de um eixo além do eixo de entrada. Esse torque na estrutura é indistinguível de um torque gerado por aceleração e o sensor faz uma medição errada.

### 3.3.6. Sensibilidade a Aceleração Angular

A despeito do erro causado pela anisoinércia, um acelerômetro pendular girando em torno do eixo perpendicular ao plano do pêndulo a velocidade angular constante é capaz de oferecer uma leitura correta. No entanto, quando

surge uma aceleração angular, a massa de prova sofre uma força inercial centrífuga com relação ao encapsulamento do acelerômetro, que causa um erro na medida do acelerômetro. Essa força surge porque a massa de prova em geral não fica exatamente sobre o ponto onde se deseja medir acelerações, há sempre distâncias referentes à fixação do sensor e à estrutura mecânica do mesmo como, por exemplo, a própria estrutura do pêndulo.

Segundo Lawrence (1998), esse erro pode ser equacionado como na Equação 3.14.

$$e_a = k \frac{d\Omega}{dt} \quad (3.14)$$

Na Equação 3.14,  $k$  é o braço de alavanca e  $\Omega$  a velocidade angular.

Desta equação decorre que, quanto menor for o braço de alavanca, menor será o erro por sensibilidade a aceleração angular. Assim, para acelerômetros MEMS, que têm tamanho reduzido, esse erro é usualmente desprezado.

### **3.3.7. Banda/Zona Morta**

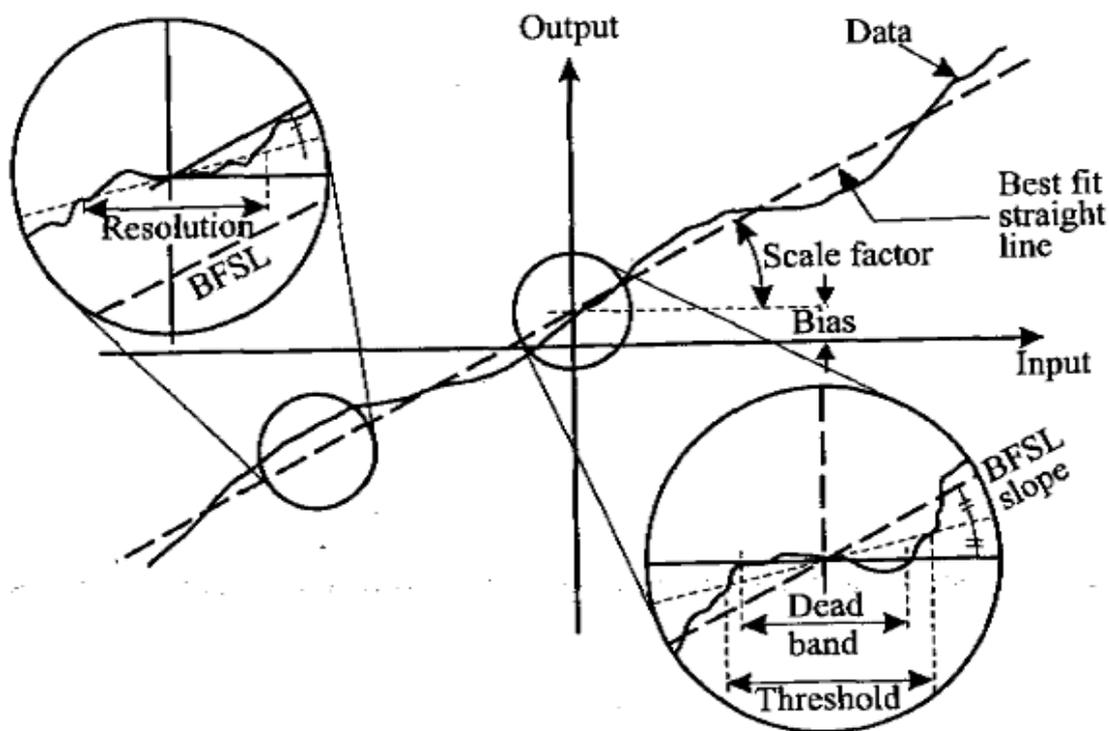
Banda/zona morta é uma faixa de medição ao redor do zero na qual o sensor não é capaz de detectar pequenas variações na sua entrada (LAWRENCE, 1998). De acordo com o IEEE, a banda/zona morta é definida como o maior valor da mínima entrada em torno do zero que produz uma saída igual a, pelo menos, 10% do valor esperado usando o fator de escala nominal do sensor (IEEE, 2001).

### 3.3.8. Threshold/Limiar

O *Threshold*/limiar é definido como o maior valor da mínima entrada em torno do zero que produz uma saída igual, a pelo menos, metade do valor esperado (LAWRENCE, 1998). O IEEE adiciona que, para determinar o *threshold*, deve-se considerar o fator de escala nominal do acelerômetro (IEEE, 2001). Diferencia-se da resolução do sensor uma vez que esta se aplica a leituras em torno de qualquer entrada, enquanto que o *threshold* se aplica somente em torno do zero.

A Figura 3.14 ilustra os conceitos de banda morta, o *threshold* e a resolução de acelerômetros.

Figura 3.14: Erros de banda morta, *threshold* e resolução de acelerômetros.



Fonte: Lawrence (1998).

### **3.3.9. Ruído Gaussiano Branco**

O Ruído Gaussiano Branco consiste de ruído térmico do tipo gaussiano de média zero e variância  $\sigma^2$ , de espectro plano na faixa de interesse e com correlação impulsiva.

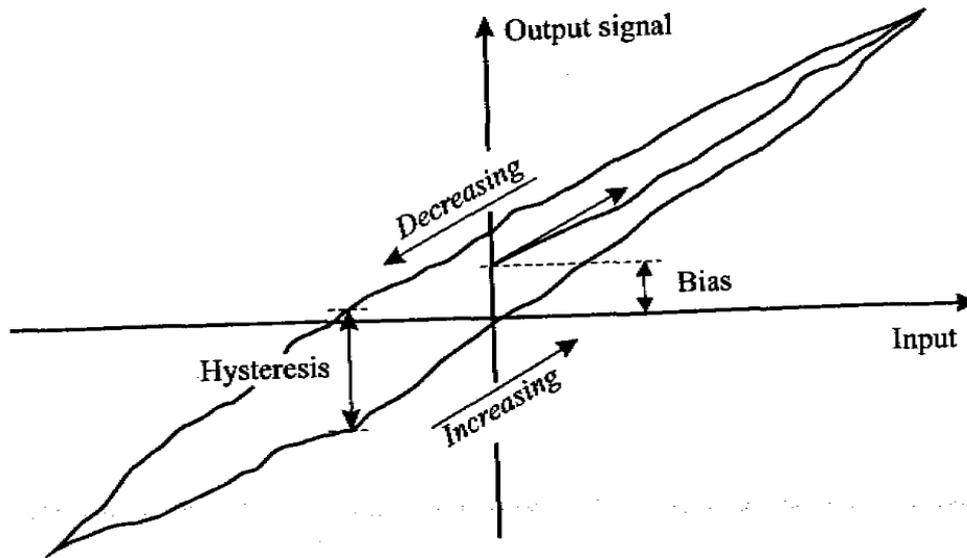
### **3.3.10. Instabilidade de Viés**

A instabilidade do viés é o erro estocástico causado principalmente devido a um ruído da eletrônica que causa tremulação observada nas baixas frequências (nas altas frequências ele se confunde com o ruído branco) (WOODMAN, 2007).

### **3.3.11. Histerese**

Erro de histerese é uma diferença indesejada na medida de um sensor causada entre os casos em que a entrada é sempre crescente e em que a entrada é sempre decrescente (LAWRENCE, 1998). A Figura 3.15 ilustra essa diferença.

Figura 3.15: Erro de histerese.

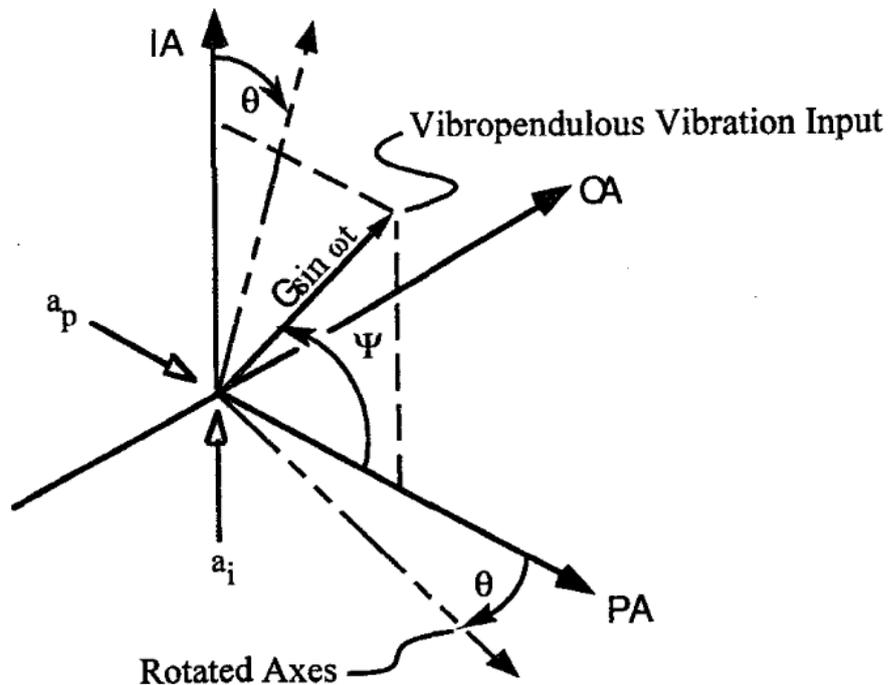


Fonte: Lawrence (1998).

### 3.3.12. Vibropendulous Error

O *vibropendulous error* surge nos acelerômetros pendulares que sofrem de acoplamento cruzado quando há uma vibração ao longo do eixo IA e do PA simultaneamente. Ele é ilustrado na Figura 3.16.

Figura 3.16: Direção da vibração que causa o desvio chamado *vibropendulous* com relação aos deslocamentos de eixo que causam o acoplamento cruzado.



Fonte: IEEE (1998).

A situação ilustrada acima pode ocorrer quando um acelerômetro pendular de malha aberta está sujeito a uma aceleração que desloca a massa de prova, alterando o ângulo do pêndulo e deixando-o suscetível ao acoplamento cruzado.

No caso dos acelerômetros pendulares de malha fechada, a situação acima pode ocorrer imediatamente após o sensor sofrer uma aceleração ao longo do IA, visto que a malha de controle possui um pequeno atraso que permite que um pequeno ângulo  $\theta$  cause o acoplamento cruzado.

Como já foi visto, o desvio causado por acoplamento cruzado pode ser expresso como na Equação 3.15.

$$\tilde{a} = a_i + K_{ip} a_i a_p \quad (3.15)$$

Considere, agora, um acelerômetro imperfeito, que está sujeito ao acoplamento cruzado. Suponha que este acelerômetro esteja sendo excitado com uma vibração senoidal de amplitude  $G$  ao longo de um eixo inclinado afetando IA e IP; então as acelerações ao longo desses dois eixos podem ser equacionadas como nas Equações 3.16 e 3.17, respectivamente.

$$a_i = G \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \psi \quad (3.16)$$

$$a_p = G \operatorname{sen} \omega t \operatorname{cos} \psi \quad (3.17)$$

Substituindo as Equações 3.16 e 3.17 na Equação 3.15, obtém-se a Equação 3.18.

$$\begin{aligned} \tilde{a} = a_i + K_{ip} a_i a_p &= G \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \psi + K_{ip} G \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \psi G \operatorname{sen} \omega t \operatorname{cos} \psi \\ &= G \operatorname{sen} \omega t \operatorname{sen} \psi + K_{ip} G^2 \operatorname{sen}^2 \omega t \operatorname{sen} \psi \operatorname{cos} \psi \end{aligned} \quad (3.18)$$

Calculando a esperança da aceleração medida, obtém-se a Equação 3.19.

$$\begin{aligned} E[\operatorname{sen} \omega t] &= 0 \\ E[\operatorname{sen}^2 \omega t] &= 1/2 \end{aligned} \Rightarrow E[\tilde{a}] = \frac{1}{2} G^2 \operatorname{sen} \psi \operatorname{cos} \psi K_{ip} \quad (3.19)$$

Portanto, no longo termo, o acelerômetro que esteja sujeito à vibração poderá fazer uma medição diferente de zero e proporcional a  $G^2$ , o que consiste em um erro.

### **3.3.13.      *Rate Random Walk***

O *rate random walk* é um erro estocástico caracterizado pelo aumento linear de sua variância com o tempo e densidade espectral de potência que cai à taxa de  $1/f^2$  (GREWAL et al., 2007).

## 4 CARACTERIZAÇÃO DE ACELERÔMETROS MEMS

O processo de caracterização de acelerômetros inclui duas etapas:

- **Modelamento:** “Aplicação de um método padrão, rigoroso e estruturado para criar e validar uma representação física, matemática ou lógica de um sistema, entidade, fenômeno ou processo” (DOD, 1998). O Modelamento é realizado *a priori* e deve partir de premissas;
- **Determinação dos Parâmetros:** Definição e realização de procedimentos de ensaio em laboratório que permitam determinar os parâmetros definidos no modelamento. A determinação dos Parâmetros é realizada *a posteriori* e deve partir de dados de ensaios.

Neste trabalho, partir-se-á do modelamento realizado por IEEE (1998) e será definido um modelo considerando apenas os erros que sejam julgados ter mais influência dadas as premissas definidas na Seção 1.4, pois:

O escopo e a complexidade de um modelo variam amplamente como uma função da intenção do seu uso. Nenhum modelo acessível pode representar um sistema, entidade, fenômeno ou processo perfeitamente; então, um alinhamento entre a representação e a intenção do uso é crítico. (M&S JOURNAL, 2014, p. 23).

Note que não será realizada uma **Calibração**, definida como “teste, durante o qual valores conhecidos de mensurando são aplicados a um transdutor e as leituras das saídas correspondentes são armazenadas dentro de condições especificadas” (ISA, 2003); nem será realizado um **Ajuste**, operação durante a qual um equipamento de medição é levado ao estado de desempenho adequado para o seu uso. O conceito de Caracterização é mais amplo, envolvendo, por exemplo, estudo de características do sensor que não são compensáveis, a título de comparação e de especificação de sensores antes de uma aplicação.

#### 4.1. Modelo de Acelerômetros MEMS

Titterton (2004) propõe o modelo da Equação 4.1 para a medição  $\widetilde{a}_x$  de um acelerômetro mecânico pendular com realimentação de força submetido por uma aceleração  $\vec{a} = (a_x, a_y, a_z)$ .

$$\widetilde{a}_x = (1 + S_x)a_x + M_y a_y + M_z a_z + B_f + B_v a_x a_y + n_y \quad (4.1)$$

Na Equação 4.1,  $S_x$  é o erro de fator de escala,  $M_y$  e  $M_z$  são fatores de acoplamento cruzado entre eixos,  $B_f$  é o viés da medida,  $B_v$  é o coeficiente de erro de vibro-pêndulo e o  $n_x$  é o viés aleatório.

Titterton afirma que o erro de fator de escala pode ser representado como um polinômio, assim como poderiam ser considerados outros erros como efeitos de histerese, não repetibilidade de viés e erros de maior ordem.

O IEEE (1998) propõe um modelo mais detalhado para acelerômetros lineares de um eixo e não giroscópicos, como pode ser visto na Equação 4.2.

$$E = K_1 \left\{ K_0 + \frac{K'_0}{2} \text{sign}(a_i) + \left[ 1 + \frac{K'_1}{2} \text{sign}(a_i) \right] a_i + K_{oq} a_i |a_i| + K_2 a_i^2 \right. \quad (4.2)$$

$$+ K_3 a_i^3 + \sum_{n \geq 4} K_n a_i^n + \delta_o a_p - \delta_p a_o + K_{ip} a_i a_p + K_{io} a_i a_o$$

$$+ K_{po} a_p a_o + K_{pp} a_p^2 + K_{oo} a_o^2 + K_{spin} \omega_i \omega_p + K_{ang.accel} \dot{\omega}_o$$

$$\left. + \varepsilon \right\}$$

Na Equação 4.4,  $E$  é a saída do acelerômetro na unidade de saída (como volts ou LSBs, por exemplo),  $\varepsilon$  é o ruído de medida e processo e erro não modelado (g),  $a_i$ ,  $a_p$ ,  $a_o$  são os componentes de aceleração aplicados nos eixos de entrada, pendular e de saída (g),  $\text{sign}(a_i)$  é a função sinal, que é -1 para  $a_i < 0$ , +1 para  $a_i > 0$ , 0 para  $a_i = 0$ ,  $\omega_i$ ,  $\omega_p$ ,  $\omega_o$  são os componentes de velocidade angular ao redor dos eixos de entrada, pendular e de saída (rad/s),  $\dot{\omega}_i$ ,  $\dot{\omega}_p$ ,  $\dot{\omega}_o$  são os componentes de aceleração angular ao redor dos eixos de entrada, pendular e de saída (rad/s<sup>2</sup>),  $K_0$  é o viés fixo (g),  $K'_0$  é a assimetria do viés (g),  $K_1$  é o fator de escala,  $K'_1$  é a assimetria do fator de escala,  $K_{oq}$  é o coeficiente quadrático ímpar (g/g<sup>2</sup>),  $K_2$  é o coeficiente de segunda ordem (g/g<sup>2</sup>),  $K_3$  é o coeficiente de terceira ordem (g/g<sup>3</sup>),  $K_n$  é o coeficiente de ordem  $n$ , onde  $n > 3$  (g/g <sup>$n$</sup> ),  $\delta_o$ ,  $\delta_p$  são os desalinhamentos do eixo de entrada com relação aos eixos pendular e de saída (rad),  $K_{ip}$ ,  $K_{io}$ ,  $K_{po}$  são os coeficientes de acoplamento cruzado (g/g<sup>2</sup>),  $K_{pp}$ ,  $K_{oo}$  são coeficientes de não-linearidade cruzada dos eixos (g/g<sup>2</sup>),  $K_{spin}$  é o coeficiente de correção de rotação (g/(rad/s)<sup>2</sup>), e  $K_{ang. accel}$  é o coeficiente de correção de aceleração angular (g/rad/s<sup>2</sup>).

É possível verificar que, para acelerômetros MEMS em aplicações de dinâmica lenta, uma forma polinomial de quarta ordem em relação à temperatura para o viés é suficiente para compensar o erro proveniente da sensibilidade do viés com relação à temperatura.

O modelamento térmico do fator de escala é linear seguindo recomendação de Titterton (2004), que diz o seguinte, referindo-se a acelerômetros MEMS pendulares:

Caracterização cuidadosa desse tipo de sensor é necessária, já que o fator de escala tende a diminuir com o aumento da temperatura. A dependência com a temperatura é sistemática, e aproximadamente linear, então é fácil modelar e corrigir através de uma rotina de compensação. (TITTERTON, 2004, p. 191).

O erro de acoplamento cruzado não foi considerado no modelo proposto porque, para a determinação dos seus parâmetros, é necessária uma centrífuga de precisão, equipamento que não está disponível no momento.

Os erros de ordem superior na aceleração ( $K_n$ ,  $n \geq 2$ ) não serão considerados porque, como a aceleração máxima esperada é pequena (de  $\pm 2$  g), esses erros seriam pequenos e a aplicação final não é de dinâmica rápida (ver Seção 1.4).

O termo  $K_{spin}$  se refere ao erro por anisoinércia (ver Seção 3.3.5). Valores típicos ficam entre 70 e 100  $\mu\text{g}/(\text{rad/s})^2$  (IEEE, 1998), o que leva a um erro máximo de 153  $\mu\text{g}$  quando há uma velocidade angular total de 100  $^\circ/\text{s}$ , ou 1,75 rad/s:

$$e_{anisoinertia} = K_{spin}\omega_i\omega_p = 100 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{1,75}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1,75}{\sqrt{2}} = 153 \cdot 10^{-6} g \quad (4.3)$$

Assim, o erro por anisoinércia não será modelado; mas o desvio máximo por anisoinércia de 153  $\mu\text{g}$  será considerado na análise do desempenho do sensor.

O parâmetro  $K_{ang, accel}$  representa sensibilidade à aceleração angular (ver Seção 3.3.6). Devido ao tamanho reduzido dos sensores MEMS o braço de alavanca responsável por esse erro existir é muito pequeno, da ordem de grandeza das dimensões de fabricação do circuito integrado; além disso, como o cenário da aplicação desejada é de dinâmica lenta (ver Seção 1.4), supõe-se que haverá baixas acelerações angulares e, portanto, este erro não será considerado no modelo.

Note que a discussão aqui apresentada encontra-se no nível do sensor. Para medição de aceleração de um veículo, o braço de alavanca será dado pela distância entre o local da instalação e a origem do sistema de referência do veículo. Essa distância pode levar a um braço de alavanca grande o suficiente

para, mesmo num ambiente de dinâmica lenta, haver erros causados pela aceleração angular do veículo.

Como este trabalho objetiva aplicações de dinâmica lenta (ver Seção 1.4), considerar-se-ão apenas as fontes de erro de maior impacto na saída do sensor na nossa caracterização. Portanto, a exemplo de outros autores da literatura (TITTERTON, 2004; LAWRENCE, 1998), o modelo a ser utilizado para acelerômetros MEMS é dado pela Equação 4.4.

$$E = K_1 \{ K_0(T) + a_i + \delta_o a_p - \delta_p a_o + \varepsilon \} \quad (4.4)$$

Na Equação 4.4, o viés e o fator de escala têm uma dependência com a temperatura da seguinte forma:

$$K_0(T) = \sum_{n=0}^4 A_n (T - T_0)^n \quad (4.5)$$

$$K_1(T) = B_1 (T - T_0) + B_0 \quad (4.6)$$

Nas Equações 4.5 e 4.6,  $T_0$  é uma temperatura padrão, quando o sensor terá viés numericamente igual a  $A_0$  (em geral, faz-se determinação de viés e fator de escala à temperatura  $T_0$  constante em laboratório; e, num segundo momento, faz-se um ensaio térmico para modelar o viés e o fator de escala com a temperatura).

## 4.2. Determinação dos Parâmetros do Modelo de Acelerômetro MEMS

O IEEE (1998) elaborou um documento contendo orientações para a preparação de procedimentos de testes e especificação de acelerômetros lineares de um eixo e não giroscópicos (IEEE, 1998).

Tomando por base esse documento e a infraestrutura disponível, foram selecionados os seguintes ensaios para determinação dos parâmetros do modelo de acelerômetro MEMS referido na Seção 4.1 e para determinação de outros parâmetros necessários à caracterização de acelerômetros MEMS:

- Ensaio Estático de Seis Posições;
- Ensaio Estático de Doze Posições (Acelerômetros Triaxiais);
- Ensaio de Modelamento Térmico;
- Ensaio de Caracterização de Ruído;
- Ensaio de Determinação de Repetibilidade;
- Ensaio de Determinação de Estabilidade.

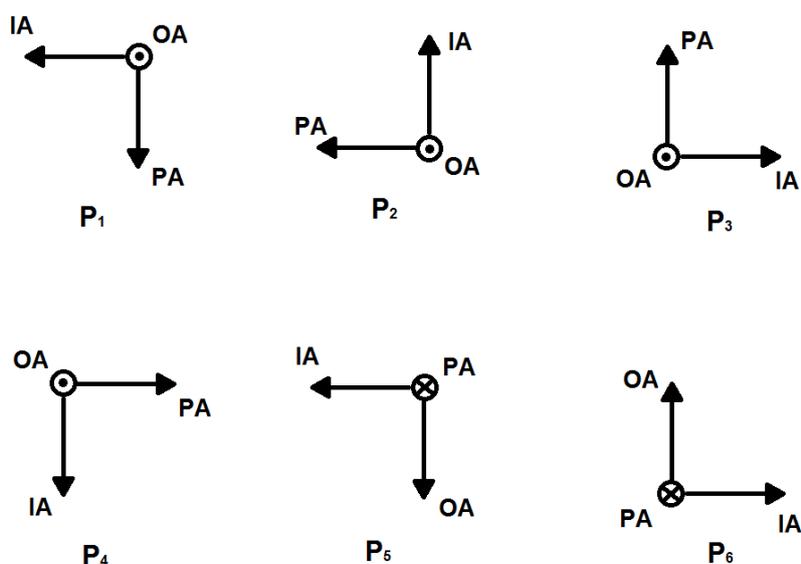
Cabe ressaltar que, para cada excitação a que o acelerômetro é submetido, é calculada uma média das amostras obtidas durante esse período de excitação; a essa média está associada uma determinada dispersão, que é calculada em termos de desvio padrão. Os parâmetros determinados pela análise dos dados dos ensaios têm, também, uma dispersão associada a eles como consequência da propagação das incertezas de cada uma das medidas utilizadas nos cálculos.

#### **4.2.1. Ensaio Estático de Seis Posições**

Trata-se de um ensaio para determinar o viés fixo à temperatura padrão,  $K_0(T_0)$ , o fator de escala à temperatura padrão  $K_1(T_0)$  e o desalinhamento dos eixos de entrada ( $\delta_o$  e  $\delta_p$ ) de acelerômetros através do posicionamento do sensor em quatro diferentes orientações com relação à aceleração da gravidade.

Para tal, pode-se utilizar uma mesa de ensaios de um eixo, servo-controlada e submete-se o acelerômetro a seis posições diferentes, conforme ilustra a Figura 4.1.

Figura 4.1: Seis posições para determinação do viés fixo e do fator de escala.



Inicialmente, posiciona-se o acelerômetro de modo que o eixo de rotação da mesa fique perpendicular ao plano formado pelos eixos de entrada e pendular do acelerômetro.

Desconsiderando-se os desalinhamentos do eixo de entrada, duas posições seriam suficientes para determinar o viés fixo e o fator de escala:

- Posição P<sub>2</sub>, com o eixo de entrada do acelerômetro apontado para cima;
- Posição P<sub>4</sub>, com o eixo de entrada do acelerômetro apontado para baixo.

A determinação se daria pela solução do sistema linear de duas variáveis mostrado na Equação 4.7.

$$\begin{cases} K_1(T_0)[K_0(T_0) + g] = E_{90} \\ K_1(T_0)[K_0(T_0) + g] = E_{270} \end{cases} \quad (4.7)$$

No Sistema 4.7,  $g$  é a aceleração da gravidade local,  $E_{90}$  é a leitura média do acelerômetro na posição  $P_2$  e  $E_{270}$  é a leitura média do acelerômetro na posição  $P_4$ .

A solução do sistema de equações consiste dos parâmetros de viés fixo e fator de escala na temperatura padrão, como ilustrado nas Equações 4.8 e 4.9.

$$K_1(T_0) = \frac{E_{90} - E_{270}}{2} \quad [\text{unidades de saída/g}] \quad (4.8)$$

$$K_0(T_0) = \frac{E_{90} + E_{270}}{2K_1} \quad [\text{g}] \quad (4.9)$$

Esse ensaio de duas posições para determinar viés fixo e fator de escala também pode ser chamado de Ensaio Estático de Duas Posições.

As incertezas das medidas  $E_{90}$  e  $E_{270}$  se propagam no cálculo do viés e do fator de escala, de modo que os desvios padrões desses últimos podem ser calculados conforme ilustram as Equações 4.10 e 4.11.

$$\sigma_{K_1} = \sqrt{\sigma_{E_{90}}^2 + \sigma_{E_{270}}^2} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{K_0} = K_0(T_0) \sqrt{\frac{\sigma_{E_{90}}^2 + \sigma_{E_{270}}^2}{(E_{90} + E_{270})^2} + \frac{\sigma_{K_1}^2}{K_1(T_0)^2}} \quad (4.11)$$

Para o desalinhamento do eixo de entrada com relação ao chamado eixo de saída ( $\delta_o$ ), i.e., eixo perpendicular ao plano formado pelos eixos de entrada e pendular do acelerômetro, outras duas posições são necessárias:

- Posição P<sub>1</sub>, com eixo de entrada na horizontal e o eixo pendular apontado para baixo;
- Posição P<sub>3</sub>, com o eixo de entrada na horizontal e o eixo pendular apontado para cima.

O cálculo dos desalinhamentos é feito através das tangentes dos ângulos de desalinhamento. Para ângulos pequenos, tem-se que esses ângulos são iguais às suas tangentes. Assim, o desalinhamento do eixo de entrada com relação ao eixo de saída de referência pode ser calculado como na Equação 4.12:

$$\delta_o \cong tg(\delta_o) = \frac{E_0 - E_{180}}{E_{90} - E_{270}} = \frac{E_0 - E_{180}}{2K_1} \quad [rad] \quad (4.12)$$

Na Equação 4.12,  $E_0$  é a leitura média do acelerômetro na posição P<sub>1</sub> e  $E_{180}$  é a leitura média do acelerômetro na posição P<sub>3</sub>.

As incertezas das medidas  $E_0$ ,  $E_{90}$ ,  $E_{180}$  e  $E_{270}$  se propagam no cálculo do desalinhamento do eixo de entrada com relação ao eixo de saída, de modo que o desvio padrão desse último pode ser calculado conforme ilustra a Equação 4.13.

$$\sigma_{\delta_o} = \delta_o \sqrt{\frac{\sigma_{E_0}^2 + \sigma_{E_{180}}^2}{(E_0 + E_{180})^2} + \frac{\sigma_{K_1}^2}{K_1(T_0)^2}} \quad (4.13)$$

O cálculo do desalinhamento do eixo de entrada com relação ao eixo pendular é feito de maneira análoga, mas alinhando-se o eixo pendular com o eixo de rotação da mesa. Outras duas posições são necessárias:

- Posição P<sub>5</sub>, com eixo de entrada na horizontal e o eixo de saída apontado para baixo;
- Posição P<sub>6</sub>, com o eixo de entrada na horizontal e o eixo de saída apontado para cima.

Analogamente, o desalinhamento do eixo de entrada com relação ao eixo pendular de referência é calculado como na Equação 4.14.

$$\delta_p \cong tg(\delta_p) = \frac{E'_{180} - E'_{90}}{E_{90} - E_{270}} = \frac{E'_{180} - E'_{90}}{2K_1} \quad [rad] \quad (4.14)$$

As incertezas das medidas  $E'_{90}$ ,  $E_{90}$ ,  $E'_{180}$  e  $E_{270}$  se propagam no cálculo do desalinhamento do eixo de entrada com relação ao eixo pendular, de modo que o desvio padrão desse último pode ser calculado conforme ilustra a Equações 4.15.

$$\sigma_{\delta_p} = \delta_p \sqrt{\frac{\sigma_{E'_{90}}^2 + \sigma_{E'_{180}}^2}{(E'_{90} + E'_{180})^2} + \frac{\sigma_{K_1}^2}{K_1(T_0)^2}} \quad (4.15)$$

Na Equação 4.15,  $E'_{90}$  é a leitura média do acelerômetro na posição P<sub>5</sub> e  $E'_{180}$  é a leitura média do acelerômetro na posição P<sub>6</sub>.

Com relação a este ensaio cabem algumas notas:

- Deve-se aguardar a estabilização térmica do sensor antes de se iniciar o ensaio. Após iniciado o ensaio, deve-se monitorar sua temperatura e

garantir que ela se manteve constante; esta é a temperatura padrão  $T_0$ . Para isso, é importante que o laboratório tenha climatização ou que seja utilizada uma mesa de ensaios acoplada a uma câmara térmica;

- Não se deve desligar o equipamento entre uma posição e outra, visto que os acelerômetros sofrem do *turn-on to turn-on bias*, isto é, quando for religado o sensor terá um valor de viés diferente daquele de antes de ser desligado. Embora a variação seja pequena, isso é importante para que ela contamine a determinação dos desalinhamentos e do fator de escala;
- O sensor deve estar dentro de um encapsulamento vedado que minimize os efeitos da troca térmica por convecção quando a posição é trocada;
- O tempo em cada posição deve ser determinado de acordo com as características de ruído do sensor por método estatístico. O valor de saída para cada posição é obtido da média das leituras, e a variância é propagada para o parâmetro a ser determinado. Considere também que os acelerômetros sofrem da instabilidade de viés (*flickering noise*), que descorrelaciona as saídas do sensor muitos distantes no tempo entre si (ver a Seção 7.2);
- A mesa de ensaios deve ter sido alinhada e nivelada recentemente, de acordo com as suas especificações;
- Os desalinhamentos determinados durante o ensaio incluem desalinhamentos da fixação do sensor à mesa de ensaios. Por isso, a superfície de fixação deve estar polida e limpa e, caso seja utilizada peça mecânica entre a mesa e o sensor, este deve ter sido construído com a precisão adequada à necessária na caracterização;

- Fios conectados ao sensor devem ser fixados à mesa de modo que não mudem de posição causando perturbações nas medidas do acelerômetro;
- A mesa de ensaios deve estar sobre uma plataforma estável, desacoplada do piso; ou o ambiente do laboratório deve estar livre de vibrações externas, em uma área remota. Um caminhão trafegando do outro lado da rua ou a maquinaria de uma empresa vizinha podem comprometer os ensaios se as medidas adequadas não forem tomadas.

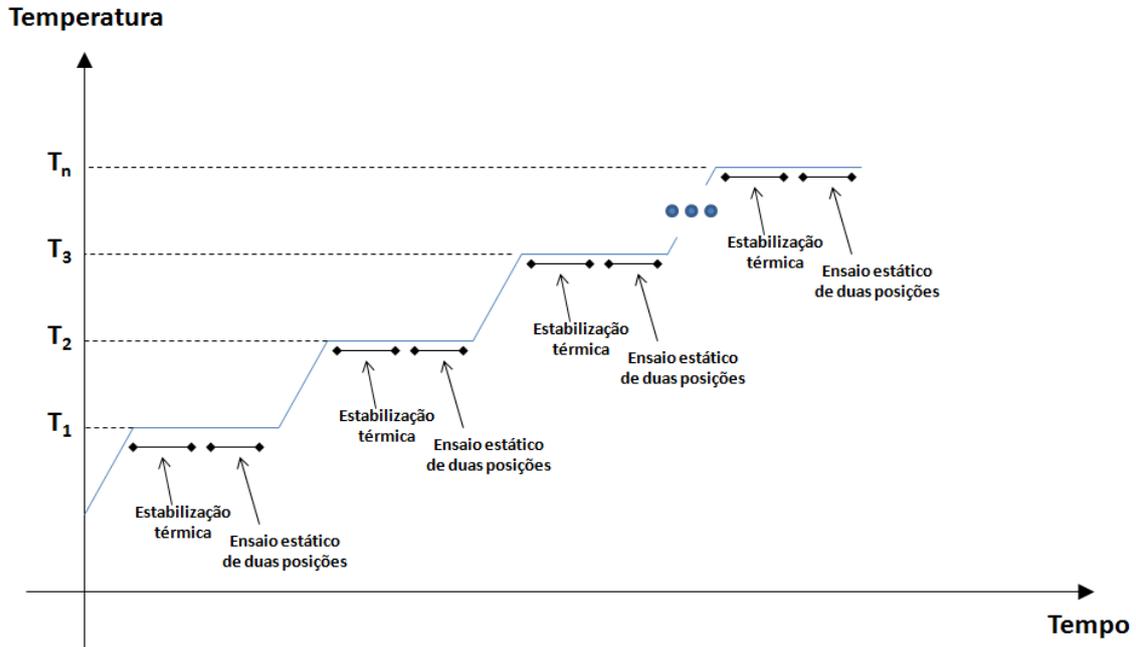
#### **4.2.2. Ensaio Estático de Doze Posições (Acelerômetros Triaxiais)**

Para acelerômetros de três eixos é possível determinar todos os parâmetros de desalinhamento, viés e fatores de escala através de um teste similar ao apresentado na Seção 4.2.1; no entanto, um mínimo de doze posições é necessário.

#### **4.2.3. Ensaio de Modelamento Térmico**

O ensaio de modelamento térmico visa levantar os parâmetros de modelamento térmico do viés fixo e do fator de escala. Neste ensaio o acelerômetro é fixado sobre uma mesa de ensaios dentro de uma câmara térmica e são realizados degraus de temperatura, como mostrado na curva de temperatura da Figura 4.2.

Figura 4.2: Temperatura da câmara térmica pelo tempo – Degraus de temperatura.



Em cada degrau é executado um ensaio estático de duas posições para determinar o viés fixo e o fator de escala, aguardando um tempo para permitir ao sistema atingir a estabilidade térmica.

Após realizar o teste em todos os degraus de temperatura deve-se fazer um ajuste polinomial do viés e do fator de escala, por exemplo pelo método do menor erro quadrático médio.

As mesmas observações aplicadas ao ensaio estático de seis posições se aplicam a este ensaio de modelamento térmico. Adicionalmente, note que a temperatura a ser utilizada para o modelamento térmico é a temperatura medida no sensor e não a temperatura configurada na câmara térmica ou mesmo aquela medida dentro da câmara térmica.

#### **4.2.4. Ensaio de Caracterização de Ruído**

No ensaio de caracterização de ruído é caracterizada a parcela estocástica da saída do acelerômetro. Para tanto, o acelerômetro deve ser mantido parado, em um ambiente sem perturbação, de preferência com seu eixo de entrada apontado para cima, de modo a minimizar o impacto de pequenas variações de inclinação na saída do acelerômetro (que teriam maior efeito, em termos percentuais, caso o mesmo estivesse na horizontal) (IEEE, 1998).

Faz-se uma aquisição de dados da saída do acelerômetro em alta taxa de amostragem (pelo menos duas vezes maior do que na aplicação final) e, ao final, aplicam-se sobre os dados as ferramentas de caracterização de ruído (ver Capítulo 7).

As mesmas observações feitas para o ensaio estático de seis posições se aplicam a este ensaio.

#### **4.2.5. Ensaio de Determinação de Repetibilidade**

O ensaio de determinação de repetibilidade visa determinar a repetibilidade do viés e do fator de escala entre utilizações do sensor. O procedimento consiste de realizar o ensaio estático de duas posições repetidas vezes, desligando o equipamento no intervalo entre cada ensaio. Ao fim, a repetibilidade é dada pelo desvio padrão do conjunto de valores de viés medidos e de fatores de escala medidos.

Como já foi dito, o parâmetro de repetibilidade pode considerar a variação de temperatura, a aplicação de vibração, choques mecânicos, variação de pressão ou qualquer outra excitação externa que, estima-se, o sensor sofrerá entre os seus períodos de operação na aplicação final. Esta excitação deverá ser aplicada nos intervalos entre os ensaios estáticos de duas posições. Em geral, o mínimo que se faz é esperar o sensor resfriar à temperatura ambiente antes de ligá-lo novamente.

#### **4.2.6. Ensaio de Determinação de Estabilidade**

O ensaio de determinação de estabilidade objetiva determinar a estabilidade de longo-termo ou de curto-termo do viés fixo e do fator de escala. Este ensaio se assemelha ao ensaio de repetibilidade, com a exceção de que entre as realizações do ensaio de duas posições o sensor não deve ser desligado nem deve ter alteradas as suas condições de operação.



## 5 GIRÔMETROS

Os girômetros são sensores inerciais que medem velocidade angular, com exceção de alguns, que podem medir incrementos de ângulos. Eles podem ser sensíveis a rotações em torno de um, dois ou três eixos.

Os girômetros podem ser classificados conforme o modo com que fornecem suas medidas em analógicos e digitais. Os girômetros analógicos fornecem suas medidas como tensões elétricas ou correntes elétricas proporcionais à velocidade angular medida, enquanto que os girômetros digitais possuem um conversor A/D integrado ou um conversor V/F, fornecendo saídas digitais.

Tanto no girômetros digitais como nos girômetros analógicos, a velocidade angular é fornecida na saída do girômetro a partir de um viés fixo  $K_0$  e de um fator de escala  $K_1$ , como pode ser visto na Equação 5.1.

$$\tilde{\omega}_x = E/K_1 + K_0 \quad (5.1)$$

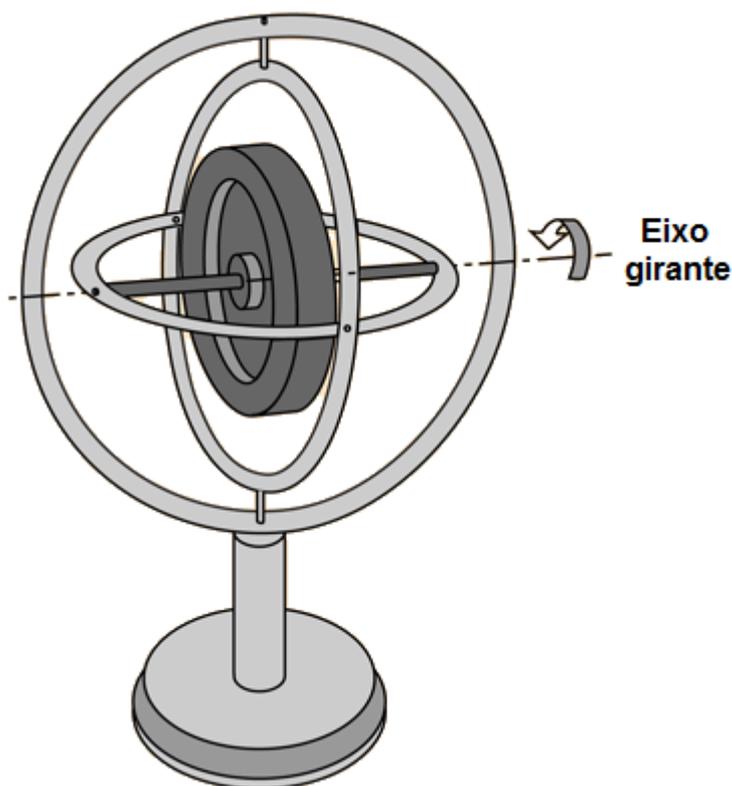
Na Equação 5.1,  $E$  é a saída do girômetro, que pode ser V ou mA, para girômetros analógicos, ou em *bits* (no caso, em LSB – *Least Significant Bits*) ou pulsos/s, para o caso de girômetros digitais. O fator de escala  $K_1$  tem dimensões de velocidade angular dividida por unidade de saída do sensor, isto é, pode ser dado em V/(°/s), mA/(°/s), Hz/(°/s), LSB/(°/s), V/(rad/s), etc.; o viés fixo  $K_0$  tem unidades de velocidade angular e pode ser dado em °/s, rad/s, etc.

Para haver um entendimento a respeito do funcionamento dos girômetros, será estudado o giroscópio mecânico.

## 5.1. Giroscópio Mecânico

Um giroscópio mecânico é composto por um corpo girante sustentado por uma estrutura de *gimbals* de baixo atrito que pode ter um, dois ou três graus de liberdade. A Figura 5.1 ilustra a estrutura de um giroscópio mecânico de dois eixos, sendo composto por dois *gimbals*.

Figura 5.1: Giroscópio de Dois Eixos.



Fonte: Georgia State University website

(<http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/gyr.html>).

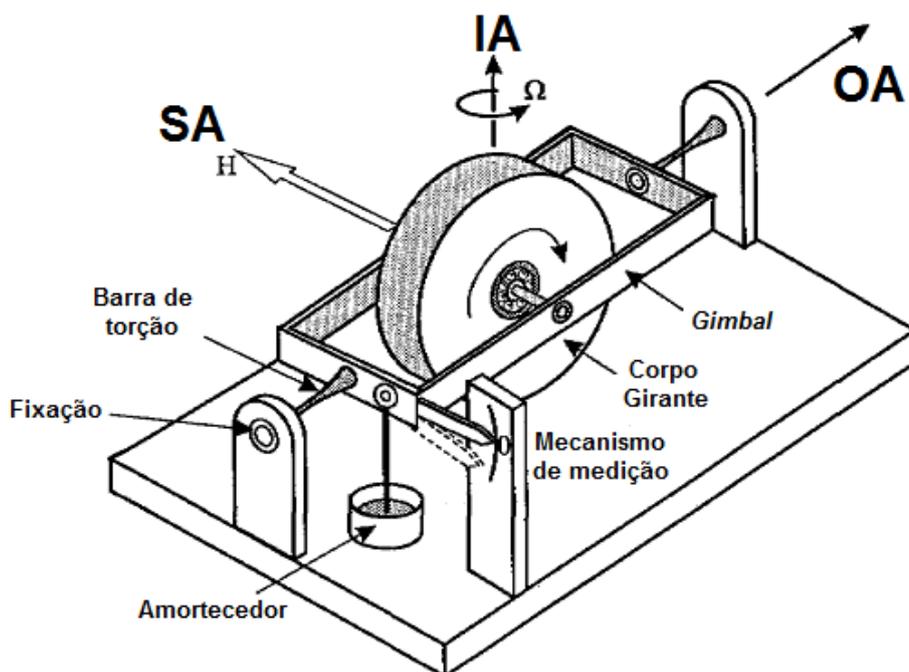
No giroscópio mecânico um corpo girando em alta velocidade tende a manter a direção do seu vetor momento angular como uma consequência da segunda lei de Newton. Esse efeito é conhecido por efeito giroscópico. Assim, é possível medir o ângulo de um sistema de eixos do veículo com relação ao eixo de referência inercial ao qual o corpo girante foi alinhado num primeiro momento.

Atritos nos *gimbals* causam pequenos torques que alteram essa orientação causando um erro.

## 5.2. Rate Gyro

O *rate gyro* é composto por um corpo girante sustentado por um *gimbal* de modo similar ao giroscópio mecânico da Seção 5.1. No entanto, a estrutura é fixada ao veículo por barras de torção, que mantêm o eixo de rotação do corpo girante alinhado com o veículo, e há um mecanismo que mede o ângulo de torção das barras. A Figura 5.2 ilustra um *rate gyro*.

Figura 5.2: Exemplo de um *Rate Gyro* de Um Eixo.



Fonte: Adaptado de Lawrence (1998).

O eixo de rotação do corpo girante tende a se alinhar com o vetor torque aplicado em torno do eixo de entrada, no que tende a um movimento de

precessão; esse movimento causa uma variação de ângulo em torno do eixo de saída. Esse ângulo medido tem relação com a velocidade angular aplicada ao eixo de entrada.

A Figura 5.2 ilustra, também, os eixos do *rate gyro*, que são definidos para um sensor que está sujeito a uma entrada nula:

- IA (*Input Axis*): Eixo sensível à velocidade angular;
- SA (*Spinning Axis*): Eixo de rotação do corpo girante;
- OA (*Output Axis*): Eixo de saída do sensor; eixo em torno do qual haverá uma deflexão de ângulo como efeito de uma velocidade angular aplicada no IA.

Para medições mais precisas é interessante que o coeficiente de rigidez torcional da barra de torção seja pequeno e permita ângulos maiores de saída. No entanto, uma vez que o eixo de rotação do corpo girante esteja desalinhado com o IA do girômetro (devido à deflexão causada pela deformação mecânica da barra de torção), o sensor se torna sensível a rotações em torno do SA. Essa medição indesejada em torno do SA causa um desvio chamado de erro de acoplamento cruzado, que será mostrado mais adiante neste trabalho.

Barras de torção mais rígidas resultam em sensores menos susceptíveis ao erro de acoplamento cruzado. Outra solução que minimiza este tipo de erro é mostrada na Seção 5.3, com o *rate integrating gyro*.

### **5.3. Girômetro de Malha Fechada – *Rate Integrating Gyro***

O *rate integrating gyro* possui estrutura similar ao *rate gyro*, com a diferença de que, ao invés de uma mola de torção, ele possui um atuador que exerce torque

sobre a estrutura de *gimbal* em torno do eixo de saída do giroscópio de forma que o mecanismo de medição fique o mais próximo possível de zero, isto é, mantendo o momento angular do corpo girante alinhado ao eixo de referência do veículo. A velocidade angular é medida em termos do esforço desse atuador.

#### 5.4. Girômetro Vibratório (CVG – *Coriolis Vibratory Gyro*)

O girômetro vibratório se baseia no princípio observado por Foucault de que um corpo vibrante tende a manter seu plano de vibração ainda que a estrutura ao seu redor esteja sendo rotacionada. Ele possui uma massa vibrando sobre um plano; quando o sensor é submetido a uma velocidade angular em torno do eixo de entrada. Essa massa vibrante sofre uma aceleração de Coriolis, que é proporcional à velocidade angular aplicada, como pode ser observado na Equação 5.2.

$$\vec{a}_{CR} = 2(\vec{v} \times \vec{\Omega}) \quad (5.2)$$

Na Equação 5.2,  $\vec{a}_{CR}$  é a aceleração de Coriolis,  $\vec{v}$  é a velocidade da massa vibrante e  $\vec{\Omega}$  é a velocidade angular aplicada ao sensor.

Foram desenvolvidos girômetros baseados em variadas formas de massas vibrantes, por exemplo: barra vibrante, diapasão, cilindro vibrante, etc.

No CVG do tipo diapasão, há duas massas vibrantes, vibrando na mesma direção, mas com sentidos opostos. Quando o sensor é rotacionado, uma força de Coriolis atua em ambas as massas, numa direção ortogonal à direção de vibração, mas com sentidos opostos.

## **5.5. Girômetros MEMS**

Os girômetros MEMS consistem de implementações microfabricadas dos girômetros explicados nas seções anteriores, sendo os do tipo vibratório os mais comuns. Em geral, esse tipo de sensor pode ser classificado em um dos três seguintes tipos (TITTERTON et al., 2004):

- Girômetro do tipo barra vibrante simples;
- Girômetro do tipo diapasão;
- Girômetro do tipo cápsula ressonante.

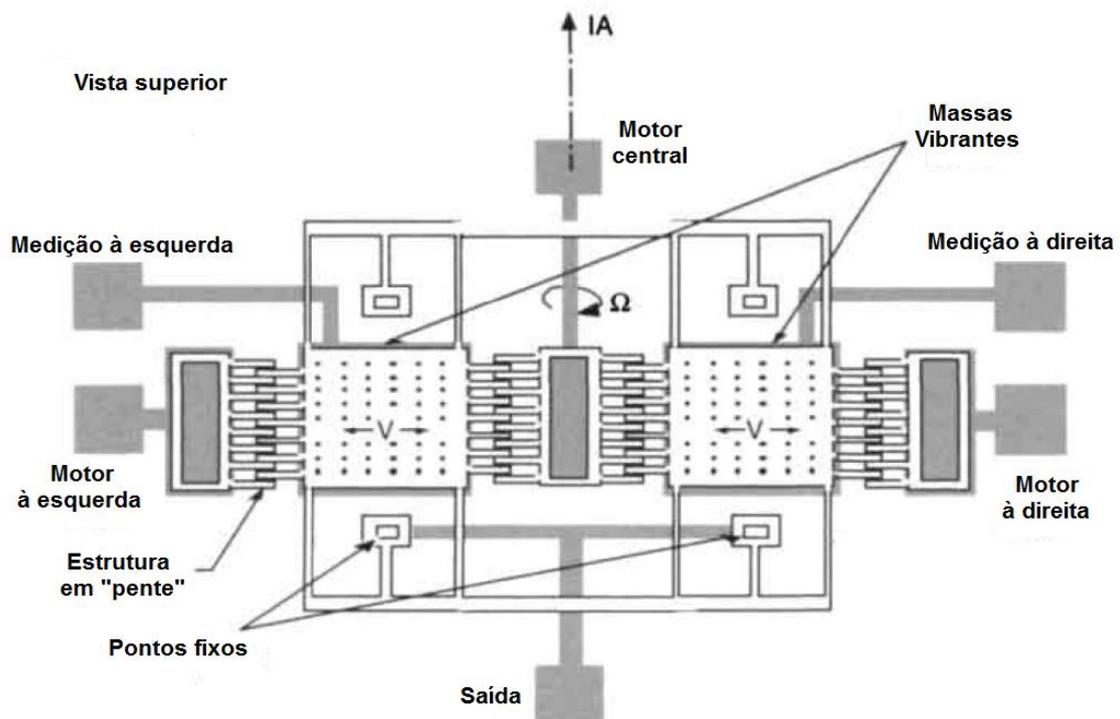
### **5.5.1. Girômetro MEMS do Tipo Barra Vibrante Simples**

O girômetro MEMS do tipo barra vibrante possui uma massa vibrante em forma de uma barra, fixada em seus dois extremos. Esse tipo de sensor é particularmente vulnerável (1) a erros de acoplamento cruzado devido a assimetrias nas estruturas que suportam mecanicamente a massa vibrante; (2) a erros induzidos por vibrações externas ao sensor; e (3) a erros causados pela reação da força dos atuadores na superfície de fixação do sensor.

### **5.5.2. Girômetro MEMS do Tipo Diapasão**

O girômetro MEMS do tipo diapasão possui duas massas vibrantes, vibrando na mesma direção, mas com defasagem de  $180^\circ$ . O IA é perpendicular ao eixo de vibração das massas e passa equidistante entre as massas vibrantes. A Figura 5.3 ilustra os elementos de um girômetro MEMS vibratório do tipo diapasão.

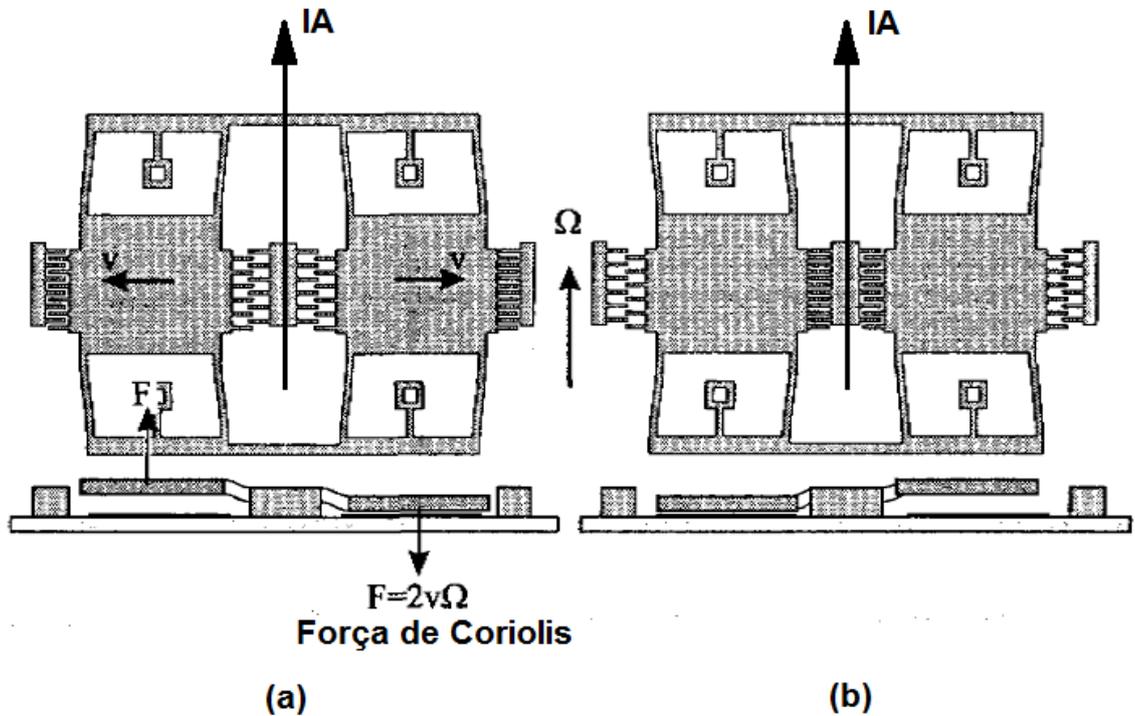
Figura 5.3: Elementos de um girômetro MEMS vibratório.



Fonte: Titterton et al. (2004).

Quando é aplicada uma velocidade angular em torno do IA, como as massas estão vibrando em sentidos opostos, elas sofrerão forças de Coriolis em sentidos opostos, sob o ponto de vista de um observador no sensor. A medição da aceleração de Coriolis é feita a partir do deslocamento do plano de vibração das massas vibrantes, que causa alteração na capacitância de capacitores, conforme ilustra a Figura 5.4.

Figura 5.4: Vista superior de um girômetro MEMS vibratório do tipo diapasão, ilustrando sua operação.



Fonte: Adaptado de Lawrence (1998).

Em (a) pode-se observar a força de Coriolis atuando em sentidos opostos quando as massas estão se afastando do IA; em (b) podem-se observar as mesmas forças, quando as massas estão se aproximando do IA.

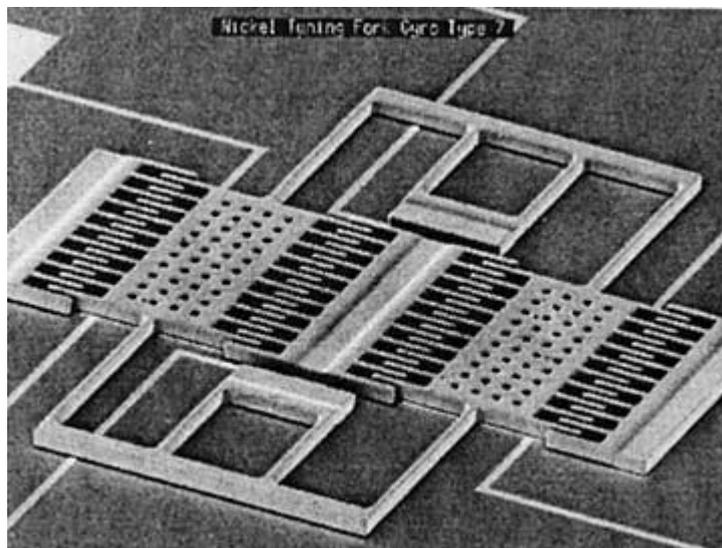
Note que, neste caso, a força de Coriolis se dará no mesmo plano do sensor. A velocidade angular é tomada em termos da diferença entre a medida em torno da massa à esquerda do IA e da massa à direita do IA.

Nesse tipo de sensor, as forças dos atuadores de cada uma das massas se neutralizam, anulando a reação da superfície de fixação do sensor e, portanto, o erro associado a ela. Além disso, o sensor também é robusto a vibrações lineares externas, pois estas afetam igualmente as duas massas vibrantes, e são anuladas quando é medida a diferença de deslocamento dos eixos de

vibração das duas massas. Por essas razões, esse tipo de sensor se tornou o mais comum comercialmente dentro da tecnologia MEMS.

A Figura 5.5 consiste de uma foto de um girômetro MEMS vibratório do tipo diapásão, onde há um mecanismo de “pente” que atua nos garfos para gerar a vibração necessária.

Figura 5.5: Exemplo de girômetro MEMS vibratório do tipo diapásão, acionado por “pentes”.



Fonte: Bernstein et al. (1993).

### 5.5.3. Girômetro MEMS do Tipo Cápsula Ressonante

O girômetro MEMS do tipo cápsula ressonante possui uma massa vibrante em forma de uma casca tridimensional, simétrica ao redor do IA. Exemplos de formas da massa vibrante são cilíndrica, anelar, e formato de taça de vinho, embora a forma de anel seja a mais utilizada dentre os sensores MEMS do tipo cápsula ressonante.

A vantagem deste tipo de sensor com relação ao girômetro do tipo diapasão, é a de ser menos susceptível a erros por sensibilidade térmica. Em contrapartida, seu comportamento vibracional é consideravelmente mais complexo (TITTERTON et al., 2004).

## 5.6. Erros dos Girômetros MEMS

Assim como no caso dos acelerômetros MEMS, os girômetros MEMS também sofrem de erros determinísticos e de erros aleatórios, como listado na Tabela 5.1, que contém os erros de maior influência na saída dos girômetros MEMS.

Tabela 5.1: Erros obtidos nas leituras dos acelerômetros MEMS.

<b>Desvios Determinísticos</b>	<b>Desvios Aleatórios ou não compensáveis</b>
Viés Fixo	Ruído gaussiano branco ou <i>Angle Random Walk (ARW)</i>
Erros do fator de escala	Instabilidade do viés
Desalinhamento do eixo de entrada	Histerese
Sensibilidade à aceleração	Histerese térmica
Anisoelasticidade	<i>Rate Random Walk</i>
Banda morta	
Threshold	
Sensibilidade à temperatura	

### 5.6.1. Viés Fixo

O erro do viés fixo consiste de uma saída não nula do sensor quando não há velocidade angular sendo aplicada (TITTERTON et al., 2004). Esse desvio pode ser decorrente de interações eletromagnéticas entre os elementos do sensor, torques residuais das barras flexíveis que sustentam as massas vibrantes, etc. Ele possui características semelhantes ao viés fixo dos acelerômetros, descrito na Seção 3.3.1.

O viés fixo tem dimensão de velocidade angular (rad/s, °/s, etc.) e pode ser determinado em laboratório e compensado durante a aplicação; no entanto, seguem algumas ressalvas:

- Como já foi dito, os girômetros MEMS possuem um viés particularmente sensível a temperatura; portanto, deve ser feito um modelamento térmico desse viés;
- Há uma componente do viés fixo que é aleatória e varia lentamente com o tempo, chamada de instabilidade do viés, que será explicada mais adiante;
- Assim como ocorre com os acelerômetros, os girômetros MEMS também sofrem do *turn-on to turn-on bias*, uma variação aleatória do viés fixo toda vez que o sensor é ligado.

### 5.6.2. Erros do Fator de Escala

O fator de escala dos girômetros é definido como a razão da variação na saída com uma variação na entrada que se deseja medir (IEEE, 2001). Assim como ocorre nos acelerômetros, o fator de escala nominal é dado pela inclinação da reta que melhor ajusta a relação entre a saída e a entrada do sensor, e pode

ser dado em  $V/(^{\circ}/s)$ ,  $mA/(^{\circ}/s)$ ,  $Hz/(^{\circ}/s)$ ,  $LSB/(^{\circ}/s)$ ,  $V/(rad/s)$ , etc., dependendo do tipo de saída do sensor.

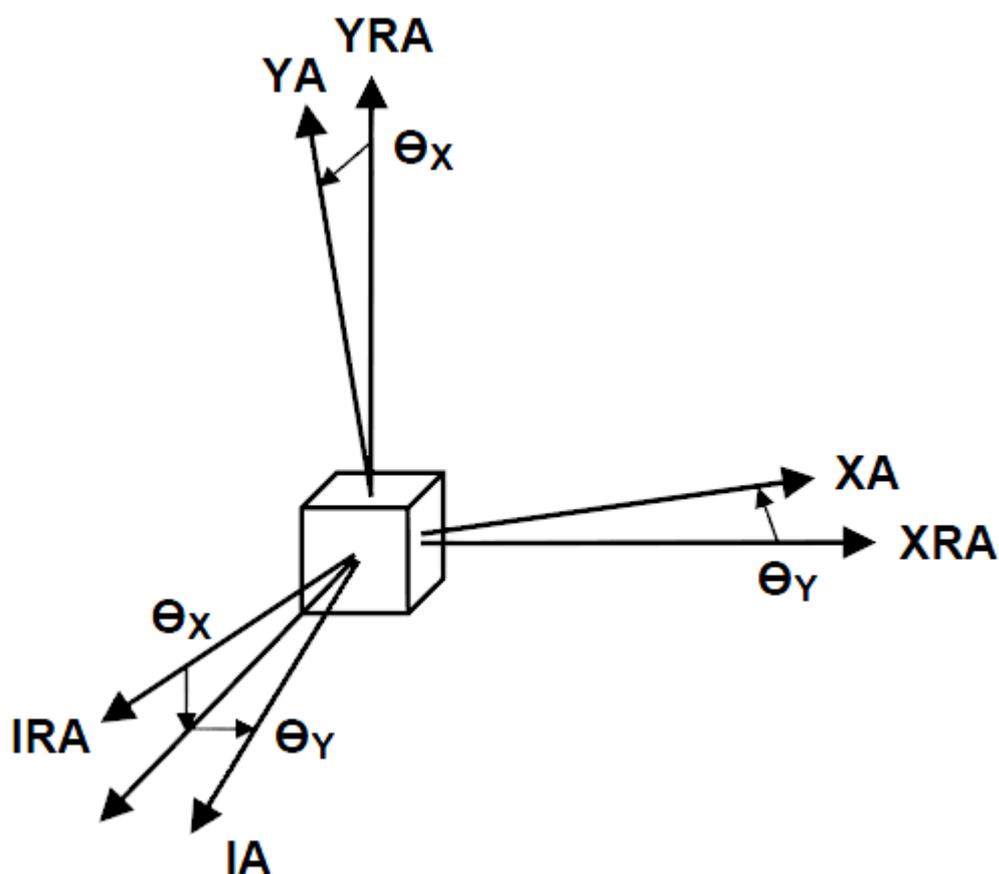
Apesar disso, sabe-se que essa relação não é linear e, muitas vezes, pode ser melhor ajustada por polinômios de ordem superior a um e até por funções assimétricas. Embora o modelamento seja possível em laboratório, para aplicações de dinâmica lenta costuma-se considerar o fator de escala como constante e determinar em laboratório o erro máximo a ser obtido pela não linearidade do fator de escala (em relação ao fundo de escala, utilizando-se de porcentagem ou ppm).

O fator de escala também sofre de sensibilidade à temperatura, sendo, normalmente, modelado através do ajuste de um polinômio ou caracterizado pelo erro máximo devido à sua variação.

### **5.6.3. Desalinhamento do eixo de entrada**

O erro do desalinhamento do eixo de entrada é causado pelo desalinhamento do eixo sensível do girômetro, e é dado em graus ou radianos, com relação aos dois eixos ortogonais a ele, como ilustra a Figura 5.6.

Figura 5.6: Eixos de um Girômetro e os ângulos de desalinhamento.



Fonte: IEEE (2004).

Na Figura 5.6, IRA é o eixo de entrada de referência (*Input Reference Axis*), os eixos XA e YA são ortogonais ao IA e ortogonais entre si, XRA é o eixo X de referência (*X Reference Axis*) e o YRA é o eixo Y de referência (*Y Reference Axis*).

O desalinhamento do eixo de entrada faz com que o girômetro se torne sensível a componentes de velocidade angular em torno de eixos perpendiculares ao IA, isto é, dos eixos XA e YA. Por esta razão, faz-se necessário determinar estes ângulos em laboratório e compensá-los na aplicação final.

#### **5.6.4. Sensibilidade à Aceleração**

A sensibilidade à aceleração se trata de um viés na saída do girômetro proporcional a uma aceleração externa a que ele está sendo submetido. Em giroscópios mecânicos, por exemplo, essa sensibilidade resulta de erros na construção da massa girante que fazem com que seu centro de gravidade não fique exatamente no eixo de rotação.

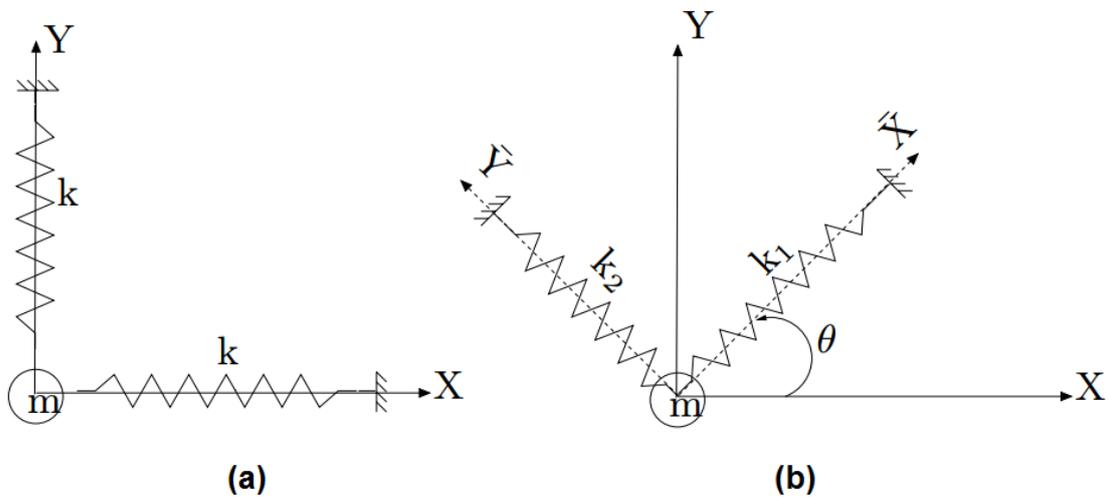
Em geral, chama-se de sensibilidade à aceleração, somente a parcela linear do erro causado pela aceleração a que o sensor é submetido, de modo que a constante de sensibilidade à aceleração tem dimensões de velocidade angular dividida por aceleração (por exemplo, °/h/g).

Dentre as parcelas de maior ordem do erro induzido por acelerações, um tipo particular de sensibilidade à aceleração é causado pela anisoelelasticidade, como é explicado a seguir.

#### **5.6.5. Anisoelelasticidade**

Os girômetros medem uma componente proporcional ao quadrado da aceleração devido à anisoelelasticidade das estruturas que suportam o elemento sensor. Essa componente é causada pela diferença na rigidez e pelo desalinhamento dos membros que sustentam o elemento sensor, como pode ser observado na Figura 5.7.

Figura 5.7: Diferença na rigidez e desalinhamento dos membros que sustentam o elemento sensor num girômetro.



Fonte: Phani et al. (2004).

Em (a) pode-se observar a rigidez das estruturas que sustentam o elemento sensor em um girômetro "ideal"; em (b) é representado um girômetro "não-ideal".

Essa diferença na rigidez resulta em um descasamento das frequências de ressonância levando a um erro na saída medida do sensor (PHANI et al., 2004).

#### 5.6.6. Banda/Zona Morta

Banda/zona morta é uma faixa de medição ao redor do zero na qual o sensor não é capaz de detectar pequenas variações na sua entrada (LAWRENCE, 1998). De acordo com o IEEE, a banda/zona morta é definida como o maior valor da mínima entrada em torno do zero que produz uma saída igual a pelo menos 10% do valor esperado usando o fator de escala nominal do sensor (IEEE, 2001).

### 5.6.7. *Threshold*

O *Threshold* é definido como o maior valor da mínima entrada em torno do zero que produz uma saída igual a pelo menos metade do valor esperado (LAWRENCE, 1998). O IEEE adiciona que, para determinar o *threshold*, deve-se considerar o fator de escala nominal do acelerômetro (IEEE, 2001). A Figura 3.12 ilustra os conceitos de banda morta, *threshold* e a resolução de sensores.

### 5.6.8. Sensibilidade à Temperatura

Como já foi dito, nos girômetros MEMS, o viés fixo e o fator de escala tendem a ser sensíveis à temperatura. Mas, adicionalmente, há outras formas de sensibilidade térmica conhecidas:

- Sensibilidade à variação da temperatura ( $^{\circ}/h$ )/( $^{\circ}C/s$ );
- Sensibilidade ao gradiente de temperatura, especificado em termos de ( $^{\circ}/h$ )/( $^{\circ}C/m$ ).

### 5.6.9. Ruído gaussiano branco ou *Angle Random Walk (ARW)*

Trata-se de um ruído gaussiano branco de origem termomecânica adicionado à saída do girômetro ainda que não estejam sendo aplicadas velocidades angulares sobre o sensor.

Esse tipo de erro em girômetros causa um aumento de longo termo no erro do ângulo calculado com essas medidas; esse erro consiste de um *random walk* de média zero e desvio padrão calculado por Woodman (2007) pela Equação 5.3.

$$\sigma_{\theta}(t) = \sigma \cdot \sqrt{\delta t \cdot t} \quad (5.3)$$

Na Equação 5.3,  $\sigma$  é o desvio padrão do ruído gaussiano branco na saída do girômetro,  $t$  é o tempo e  $\delta t$  é tempo entre amostras na leitura. Esse *random walk* é chamado de *Angle Random Walk* (ARW) (LAWRENCE, 1998). Em geral, os fabricantes informam a especificação de ARW do sensor em termos de:

$$ARW = \sigma_{\theta}(1) \quad (5.4)$$

Na Equação 5.4, o ARW é dado com unidade de  $^{\circ}/\sqrt{h}$

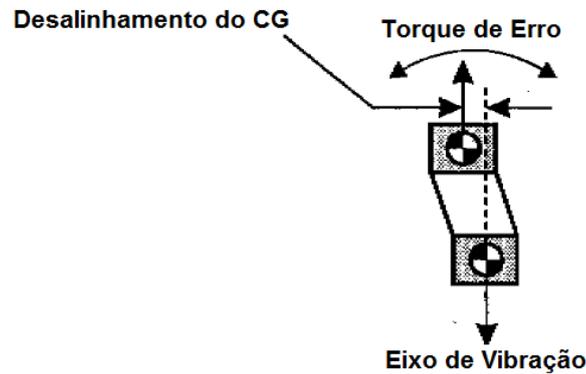
Também é muito utilizada a transformada rápida de Fourier (FFT), como será visto mais a frente, para caracterização de ruído; neste caso, o ruído é dado em  $^{\circ}/h/\sqrt{Hz}$ . Um método rápido para converter entre essas duas formas de especificação de ruído é através da Equação 5.5 (WOODMAN, 2007).

$$ARW \left( ^{\circ}/\sqrt{h} \right) = \frac{1}{60} \cdot FFT \left( ^{\circ}/h/\sqrt{Hz} \right) \quad (5.5)$$

#### 5.6.10. Instabilidade do viés (ou *flicker noise*)

Como no caso dos acelerômetros, há variações devido à eletrônica do sensor pelo efeito de *flicker noise*. No caso dos CVG do tipo diapasão, também as há pelo deslocamento lateral do centro de massa da massa vibrante, como pode ser visto na Figura 5.8.

Figura 5.8: Deslocamento do Centro de Gravidade (CG) de uma das Massas Vibrantes de um CVG do Tipo Diapasão.



Fonte: Adaptado de Lawrence (1998).

Em geral, esse erro é especificado como sendo o desvio padrão do viés, aqui tratado como uma variável aleatória, após decorridos 100 segundos de tempo. Por de exemplo, se um girômetro foi caracterizado com uma instabilidade de viés de  $0,01 \text{ } ^\circ/\text{h}$  significa que, para este sensor, se o valor do viés num determinado tempo  $t$  foi medido como sendo  $D_t$ , então após 100 s o novo viés é dado por uma variável aleatória de valor esperado  $D_t$  e desvio padrão  $0,01 \text{ } ^\circ/\text{h}$  (WOODMAN, 2007).

Esse erro também é, em geral, modelado como um *random walk*, sendo, portanto, também conhecido como *Bias Random Walk*.

#### 5.6.11. Histerese

O fenômeno de histerese observado na saída dos acelerômetros também ocorre na saída dos girômetros, sendo dado por uma diferença indesejada na medida de um sensor causada entre os casos em que a entrada é sempre crescente e em que a entrada é sempre decrescente (LAWRENCE, 1998).

#### 5.6.12. Rate Random Walk

O *rate random walk* é um erro estocástico caracterizado pelo aumento linear de sua variância com o tempo e densidade espectral de potência que cai à taxa de  $1/f^2$  (GREWAL et al., 2007).



## 6 CARACTERIZAÇÃO DE GIRÔMETROS MEMS

### 6.1. Modelamento de Girômetros MEMS

O modelo sugerido pelo IEEE é o (IEEE, 2004) mostrado na Equação 6.1.

$$S_0 V = [I + D][1 + 10^{-6} \varepsilon_k]^{-1} \quad (6.1)$$

Na Equação 6.1,  $S_0$  é o fator de escala nominal,  $V$  é a saída (que pode ser analógica, sendo chamada  $V_o$ , digital,  $V_d$ , em frequência,  $F$ , e outras),  $I$  é a velocidade angular aplicada,  $D$  é o viés e  $\varepsilon_k$  é o erro do fator de escala (em ppm).

Note que o que IEEE (2004) chama de fator de escala neste modelo, dado em  $^{\circ}/h/V$  (IEEE, 2004), é o inverso do fator de escala definido por IEEE (2001), que teria dimensões de  $V/^{\circ}/h$  (IEEE, 2001). Com exceção deste Capítulo 6, adota-se a definição dada por IEEE (2001).

A velocidade angular aplicada  $I$  é decomposta em termos dos ângulos de desalinhamento do eixo de entrada da forma mostrada na Equação 6.2.

$$I = \omega_{IRA} + \omega_{XRA} \text{sen} \theta_Y - \omega_{YRA} \text{sen} \theta_X \quad (6.2)$$

Na Equação 6.2,  $\omega_{IRA}$ ,  $\omega_{XRA}$  e  $\omega_{YRA}$  são as componentes da velocidade angular em torno dos eixos IRA, XRA e YRA, respectivamente,  $\theta_X$  e  $\theta_Y$  são desalinhamentos do IA em torno de XRA e de YRA, respectivamente.

O viés  $D$  pode ser detalhado como mostrado na Equação 6.3.

$$D = D_F + D_R + E \quad (6.3)$$

Na Equação 6.3,  $D_F$  é o viés fixo,  $D_R$  é o viés aleatório e  $E$  é o erro causado por sensibilidades a fatores do meio ambiente (como temperatura, aceleração e vibração).

A parcela aleatória do viés,  $D_R$ , inclui o ruído gaussiano branco, a deriva do viés (instabilidade do viés), erro de quantização, dentre outros.

E a parcela do viés sensível a fatores do meio ambiente é modelada como a expressão mostrada pela Equação 6.4.

$$E = D_T \Delta T + \overrightarrow{D_{\nabla T}} \cdot \nabla T + D_{\dot{T}} \dot{T} + D_c a_{VR} + D_{\Delta F} a_{V\Delta F} + D_D a_{VD} + D_P a_{VP} + D_{SR} a_{VSR} + D_a a + D_{RI} a_{VOF} (\omega_{XRA} + \omega_{YRA}) + D_{RBB} a_{VBB} \quad (6.4)$$

Na Equação 6.4,  $D_T \Delta T$  é o erro de deriva ocasionado pela mudança da temperatura e  $D_T$  é o coeficiente de sensibilidade à variação de temperatura,  $\overrightarrow{D_{\nabla T}} \cdot \nabla T$  é o erro de deriva atribuído ao gradiente de temperatura e  $D_{\nabla T}$  é o coeficiente de sensibilidade ao gradiente de temperatura,  $D_{\dot{T}} \dot{T}$  é o erro de deriva causado pela taxa de variação de temperatura no tempo e  $D_{\dot{T}}$  é o coeficiente de sensibilidade à taxa de variação da temperatura com o tempo,  $D_c a_{VR}$ ,  $D_{\Delta F} a_{V\Delta F}$ ,  $D_D a_{VD}$ ,  $D_{RBB} a_{VBB}$ ,  $D_P a_{VP}$ ,  $D_{SR} a_{VSR}$  e  $D_{RI} a_{VOF} (\omega_{XRA} + \omega_{YRA})$  são erros de deriva causados por vibrações em diversas frequências específicas, prejudiciais à medição do girômetro, e não serão abordadas neste estudo, e  $D_a a$  é o erro de deriva causado por acelerações aplicadas ao longo de qualquer eixo, onde  $D_a$  é o coeficiente de sensibilidade a acelerações naquele eixo.

Assim, como no caso dos acelerômetros, serão forçados os erros de maior influência somente, pois, visa-se uma aplicação de dinâmica lenta. Uma

caracterização dos parâmetros restantes pode ser alvo de outras publicações futuras.

A exemplo de outros autores da literatura (TITTERTON, 2004, LAWRENCE, 1998), o modelo utilizado neste trabalho será dado por:

$$V = S_f[\omega_{IRA} + \omega_{XRA}\text{sen}\theta_Y - \omega_{YRA}\text{sen}\theta_X + D_F + D_R + D_T\Delta T] \quad (6.5)$$

Na Equação 6.5,  $S_f$  é o fator de escala em  $V/^\circ/h$  como definido por IEEE (2001), ou seja, o inverso do fator  $S_0$  definido por IEEE (2004), como pode ser visto na Equação 6.6.

$$S_f = \frac{1}{S_0} \quad (6.6)$$

Embora o erro do fator de escala tenha sido omitido do modelo, poder-se-ia considerar  $S_f$  como não-linear e sensível à temperatura, visando compensar os erros do fator de escala. Neste trabalho, considera-se o fator de escala como uma constante e não é tratada a sua sensibilidade à temperatura.

## 6.2. Determinação dos Parâmetros do Modelo de Girômetros MEMS

O IEEE (2004) elaborou um documento que consiste em um guia para especificação e teste de CVGs. Baseado nesse documento, listou-se uma série de procedimentos de teste para determinação dos parâmetros do modelo descrito na Seção 6.1.

Cabe ressaltar que, para cada excitação a que o girômetro é submetido, é calculada uma média das amostras obtidas durante esse período de excitação;

a essa média está associada uma determinada dispersão, que é calculada em termos de desvio padrão. Os parâmetros determinados pela análise dos dados dos ensaios têm, também, uma dispersão associada a eles como consequência da propagação das incertezas de cada uma das medidas utilizadas nos cálculos.

### 6.2.1. Teste de Determinação do Fator de Escala

O teste de determinação do fator de escala é o primeiro ensaio a ser realizado com o sensor. Consiste em submeter o girômetro a velocidades angulares conhecidas com o objetivo de estimar um polinômio que melhor ajuste a relação da saída do sensor pela sua entrada. Para tal ensaio é necessária uma mesa de ensaios servo-assistida.

Antes de realizar o ensaio, é necessário permitir que o sensor atinja a estabilização térmica. O laboratório deve prover condições que minimizem a variação de temperatura do sensor durante a realização do teste, isto é, temperatura ambiente controlada. O sensor deve estar em um invólucro fechado que minimize a troca de calor por convecção durante o teste; este ponto é crítico para este ensaio, visto que o girômetro estará sujeito a diferentes velocidades angulares e a troca de calor por convecção irá variar com a velocidade angular, podendo influenciar na temperatura do sensor. Durante este ensaio, a temperatura do girômetro deve ser medida.

Nessas condições, a leitura do sensor será dada pela Equação 6.7.

$$\begin{cases} \omega_{IRA} = \omega \\ \omega_{XRA} = \omega_{YRA} = 0 \\ \Delta T = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad (6.7)$$

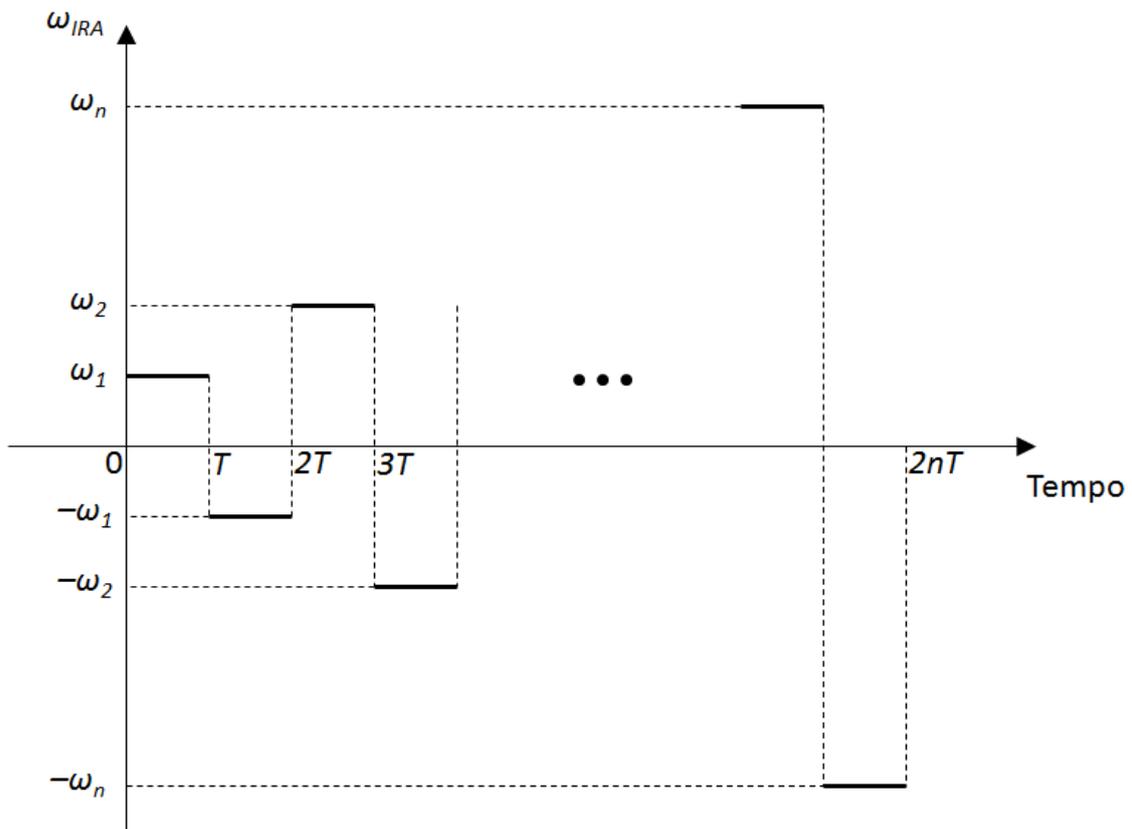
$$V_+ = S_f[\omega + D_F + D_R]$$

Se for calculada a esperança da saída do sensor dentro de um intervalo de tempo  $T$ , obtém-se a expressão da Equação 6.8.

$$E[V_+] = E[S_f[\omega + D_F + D_R]] = S_f[\omega + D_F] \quad (6.8)$$

Como ainda não se conhece o viés do sensor, então para cada velocidade angular positiva a que ele é submetido, deve-se repetir o ensaio para valores negativos de igual magnitude, conforme ilustra o gráfico da Figura 6.1.

Figura 6.1: Velocidade angular a ser aplicada no sensor a ser caracterizado durante o ensaio de determinação do fator de escala.



Ao se calcular a diferença entre os valores esperados para as médias das saídas em cada período complementar obtém-se, para o  $i$ -ésimo período, a Equação 6.9.

$$E[V_+] - E[V_-] = S_f[\omega_i + D_F] - S_f[(-\omega_i) + D_F] = S_f[2\omega] \Rightarrow \quad (6.9)$$

$$S_f = \frac{E[V_+] - E[V_-]}{2\omega}$$

Elimina-se, portanto, o viés fixo. Note que, para este cálculo ser válido, o girômetro não pode ser desligado entre um período positivo e o seu complementar negativo, pois o viés irá ter seu valor ligeiramente alterado pelo *turn-on to turn-on bias*. Perceba também que a média estará contaminada por um ruído aleatório composto do ruído gaussiano branco e da instabilidade do viés; o primeiro afetará menos a média calculada quanto maior for o  $T$  escolhido, enquanto que a segunda será maior quanto maior for o  $T$  escolhido. Desse modo, há um valor de tempo em cada posição,  $T$ , que possibilita a melhor medida em teoria. Esse tempo deve ser determinado através de métodos de caracterização de ruído, como a variância de Allan, explicada mais adiante.

Aconselha-se realizar o teste com o eixo de rotação da mesa apontado para cima, de modo que as massas vibrantes do CVG estejam no plano horizontal e a influência da gravidade seja constante, sendo eliminada junto com o viés. Além disso, o sensor deve ser fixado sobre o eixo de rotação da mesa servo-assistida, de modo a minimizar os efeitos da aceleração centrípeta.

É possível, ao invés de calcular o fator de escala constante, fazer o ajuste de um polinômio com ordem maior que 1, podendo-se também considerar assimetria do fator de escala.

As incertezas das medidas  $V_+$  e  $V_-$  se propagam no cálculo do fator de escala, de modo que o desvio padrão desse último pode ser calculado conforme ilustra a Equação 6.10.

$$\sigma_{S_f} = \sqrt{\sigma^2(V_+) + \sigma^2(V_-)} \quad (6.10)$$

### 6.2.2. Teste de Determinação do Viés Fixo

O teste de determinação do viés fixo tem por objetivo a determinação do viés fixo do girômetro, que deve ser feita somente depois de realizados os ensaios para determinação do fator de escala (ver Seção 6.2.1).

O teste consiste de fazer uma aquisição de dados da saída do girômetro em repouso, com o sensor fixado sobre uma superfície estável. O ambiente deve possuir temperatura controlada e, ao mesmo tempo, o sensor deve preferencialmente estar em um invólucro vedado que minimize as trocas de calor por convecção.

Após energizar o girômetro, deve-se aguardar que a sua temperatura se estabilize e, só então, iniciar a aquisição. A temperatura do girômetro deve ser medida. Quanto mais próximo o ponto de medida da temperatura estiver do elemento sensível, melhor, pois outros componentes eletrônicos na placa estarão dissipando calor de modo que haverá um gradiente de temperatura na superfície da placa. Atualmente é comum girômetros MEMS com sensor de temperatura integrado, esta é a melhor situação possível.

Nesta situação, sua saída deveria ser nula; mas não é, devido à existência do viés fixo e de ruídos aleatórios, como pode ser observado ao se substituir as variáveis controladas no modelo de girômetro na Equação 6.11.

$$\begin{cases} \omega_{IRA} = \omega_{XRA} = \omega_{YRA} = 0 \\ \Delta T = 0 \end{cases} \Rightarrow \quad (6.11)$$
$$V = S_f [D_F + D_R]$$

O fator de escala  $S_f$  foi determinado em ensaio anterior. O viés fixo  $D_F$  estará contaminado por um ruído aleatório de média zero. Então toma-se a média de uma aquisição feita por tempo longo o suficiente que permita uma medição do

viés com a precisão necessária para a aplicação. O valor esperado para a média da saída do girômetro é dado pela expressão da Equação 6.12.

$$E[V] = S_f D_F \Rightarrow D_F = \frac{E[V]}{S_f} \quad (6.12)$$

Quando se tratar de um girômetro de maior precisão, deve-se atentar para o fato de que a rotação da Terra poderá influenciar as medidas do girômetro, dependendo da orientação do eixo de entrada.

As incertezas das medidas  $V$  e  $S_f$  se propagam no cálculo do fator de escala, de modo que o desvio padrão desse último pode ser calculado conforme ilustra a Equação 6.13.

$$\sigma_{D_f} = D_f \sqrt{\frac{\sigma_V^2}{(E[V])^2} + \frac{\sigma_{S_f}^2}{S_f^2}} \quad (6.13)$$

### 6.2.3. Teste para Determinação do Desalinhamento do Eixo de Entrada

Com este ensaio, busca-se determinar os ângulos  $\theta_x$  e  $\theta_y$  de desalinhamento do eixo de entrada, IA, em torno dos eixos de referência XRA e YRA respectivamente.

Tomados os mesmos cuidados com relação ao ambiente do laboratório e a estabilização térmica do sensor, o sensor deve ser submetido a quatro diferentes excitações, todas sobre uma mesa de ensaios servoassistida, com seu eixo de rotação voltado para cima, e por um período  $T$ :

1. Aplicação de velocidade angular positiva conhecida  $\omega$  em torno de XRA;

2. Aplicação de velocidade angular negativa conhecida  $-\omega$  em torno de XRA;
3. Aplicação de velocidade angular positiva conhecida  $\omega$  em torno de YRA;
4. Aplicação de velocidade angular negativa conhecida  $-\omega$  em torno de YRA.

Embora as rotações não tenham se dado em torno do eixo de referência de entrada, IRA, o girômetro poderá demonstrar sensibilidade a essas rotações devido a um desalinhamento do eixo de entrada IA com relação ao eixo de entrada de referência, IRA. Os valores esperados para a média da saída do girômetro em cada um dos períodos de ensaio são dados pelas Equações 6.14 a 6.17.

$$E[V_1] = S_f[\omega \text{ sen}\theta_Y + D_F] \quad (6.14)$$

$$E[V_2] = S_f[(-\omega) \text{ sen}\theta_Y + D_F] \quad (6.15)$$

$$E[V_3] = S_f[-\omega \text{ sen}\theta_X + D_F] \quad (6.16)$$

$$E[V_4] = S_f[-(-\omega) \text{ sen}\theta_X + D_F] = S_f[\omega \text{ sen}\theta_X + D_F] \quad (6.17)$$

Assim, calculando-se as diferenças entre as Equações 6.14 e 6.15, e entre as Equações 6.16 e 6.17, e se forem considerados os desalinhamentos dos eixos de entrada como pequenos, podem-se obter os desalinhamentos, como mostrado nas Equações 6.18 e 6.19.

$$\theta_X \cong \text{sen}\theta_X = \frac{E[V_4] - E[V_3]}{2\omega S_f} \quad (6.18)$$

$$\theta_Y \cong \text{sen}\theta_Y = \frac{E[V_1] - E[V_2]}{2\omega S_f} \quad (6.19)$$

É importante que o girômetro não seja desligado entre o período de velocidade angular positiva e o período de velocidade angular negativa. Se isso ocorrer haverá uma ligeira variação do viés devido ao erro de *turn-on to turn-on bias* e o viés não mais se anulará ao se calcularem as diferenças.

As incertezas das medidas  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_3$ ,  $V_4$  e  $S_f$  se propagam nos cálculos dos desalinhamentos, de modo ilustrado pelas Equações 6.20 e 6.21.

$$\sigma_{\theta_X} = \theta_X \sqrt{\frac{\sigma_{V_3}^2 + \sigma_{V_4}^2}{(V_3 + V_4)^2} + \frac{\sigma_{S_f}^2}{S_f^2}} \quad (6.20)$$

$$\sigma_{\theta_Y} = \theta_Y \sqrt{\frac{\sigma_{V_1}^2 + \sigma_{V_2}^2}{(V_1 + V_2)^2} + \frac{\sigma_{S_f}^2}{S_f^2}} \quad (6.21)$$

#### 6.2.4. Ensaio de Determinação da Sensibilidade Térmica do Viés

Para determinação da sensibilidade térmica do viés para girômetros é realizado um ensaio similar ao executado para os acelerômetros; faz-se o ensaio para a determinação do viés fixo repetidas vezes, cada vez em um degrau de temperatura diferente; em seguida, faz-se um ajuste considerando as saídas médias em cada período.

#### 6.2.5. Teste para Caracterização do Ruído

O procedimento para o ensaio de caracterização do ruído de girômetros MEMS é o mesmo do ensaio para determinação do viés fixo, com a diferença apenas na etapa seguinte, de processamento dos dados. Esse processamento pode

ser feito com ferramentas como a transformada rápida de Fourier (FFT) e a variância de Allan, explicados mais adiante.

#### **6.2.6. Ensaio de Determinação da Repetibilidade do Viés**

O ensaio de determinação da repetibilidade do viés tem por objetivo caracterizar o erro de *turn-on to turn-on bias*, que consiste numa alteração do valor do viés cada vez que o sensor é ligado. O ensaio é similar ao ensaio para determinação de repetibilidade de viés de acelerômetros: executa-se o ensaio de determinação de viés do girômetro repetidas vezes sob as mesmas condições, mas entre cada repetição, desliga-se o sensor e submete-se o sensor a um ciclo de excitações semelhante às excitações que o sensor sofrerá no período “entre operações” na aplicação final. Essas excitações podem ser variações térmicas, choques mecânicos, vibração, etc. Entretanto, é comum permitir, pelo menos, que o sensor entre em equilíbrio térmico com o meio ambiente antes de ligá-lo novamente.



## 7 FERRAMENTAS DE CARACTERIZAÇÃO DE RUÍDO

Segundo IEEE (1997), os métodos de análise estocástica mais adotados pela comunidade de sistemas inerciais são por Densidade Espectral de Potência e por variância de Allan, pois, dentre os métodos menos restritivos, eles possuem aplicação mais geral na investigação de modelos estocásticos. Assim, são investigados esses dois métodos, com uma abordagem voltada para acelerômetros e girômetros.

### 7.1. Densidade Espectral de Potência

A Densidade Espectral de Potência (PSD, do inglês *Power Spectral Density*) é uma ferramenta poderosa para analisar e caracterizar um conjunto de dados e modelar processos estocásticos (HOU, 2004). Ela permite visualizar a distribuição da potência total de um sinal em componentes de frequência ou a densidade de potência como uma função da frequência (IEEE, 1998).

Papoulis (2002) define a PSD de um processo estocástico estacionário como a transformada de Fourier  $S(\omega)$  da sua função autocorrelação  $R(\tau) = E[x(t + \tau)x^*(t)]$ .

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} R(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau \quad (7.1)$$

Para processos estocásticos reais, e dado que a função autocorrelação de um processo estocástico estacionário é sempre par, segue a Equação 7.2 (PAPOULIS et al., 2002).

$$S(\omega) = 2 \int_0^{\infty} R(\tau)\cos(\omega\tau)d\tau \quad (7.2)$$

Em geral, é desejável determinar a PSD a partir de um conjunto finito de amostras daquele processo. Para solucionar este problema faz-se uma estimação da função autocorrelação para um intervalo de tempo determinado e supõe-se que ela vale zero fora desse intervalo. É possível demonstrar que a estimativa da PSD, feita dessa forma, é menos enviesada quanto maior o intervalo de tempo definido (IEEE, 1998).

Considere um conjunto de  $N$  amostras obtidas da saída de um sensor, adquiridas com intervalo entre amostras de  $\Delta t$ , de modo que o tempo total da aquisição é de  $T = N \cdot \Delta t$ . Neste caso, a PSD pode ser estimada como mostrado na Equação 7.3 (IEEE, 1998).

$$\widetilde{S}^1(\omega_j) = \frac{\Delta t^2}{T} |X_j|^2, \quad j = 0, 1, \dots, [N/2] - 1 \quad (7.3)$$

Na Equação 7.3,  $X_j$  é a transformada discreta de Fourier da função discreta obtida pela amostragem da medição no tempo  $x(t)$ , e  $\widetilde{S}^1$  é a PSD de um só lado estimada na frequência  $\omega_j$ .

Em geral, alguma técnica de média no eixo da frequência é necessária, uma vez que o desvio padrão da medida estimada para a PSD em uma dada frequência é igual ao valor obtido naquela frequência (IEEE, 1998).

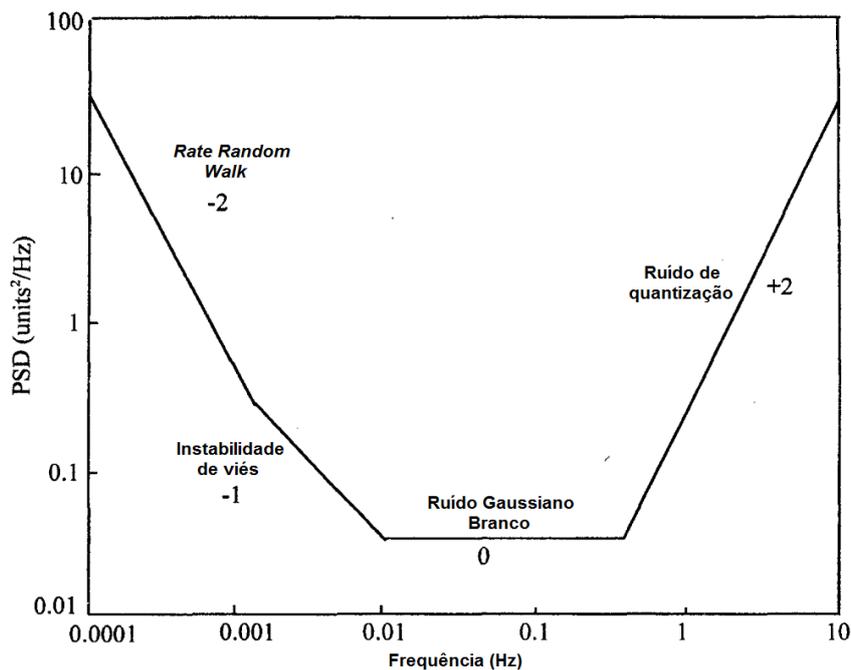
Diferentes componentes estocásticas e determinísticas do sinal podem ser visualizadas a partir da representação da PSD em um gráfico *log-log*:

- Uma senóide de frequência  $f_0$  aparece na PSD como um pico de sinal sobre  $f_0$ , podendo também estar distribuída entre mais valores de frequência caso  $f_0$  não coincida com algum dos valores discretos de frequência da PSD;

- Um ruído gaussiano branco tem, por definição, potência constante em todas as frequências e aparece como uma reta paralela ao eixo da frequência;
- A instabilidade de viés surge como uma reta de inclinação  $-1$ ;
- Como o *random walk* é a integral do ruído gaussiano branco, então a sua PSD se caracteriza por uma reta com inclinação  $-2$ ;
- Erro de quantização pode ser visualizado como uma reta de inclinação  $+2$  no gráfico.

A Figura 7.1 ilustra um gráfico *log-log* típico para a PSD dos dados de acelerômetros.

Figura 7.1: Gráfico *log-log* típico para a PSD dos dados de acelerômetros.



Fonte: Adaptado de IEEE (1998).

É comum se encontrar especificação de ruído dada em termos da raiz quadrada da PSD. Para acelerômetros, por exemplo, é comum a especificação de  $\mu g / \sqrt{Hz}$ , em vez de  $\mu g^2 / Hz$ . O ruído de sensores inerciais também pode ser informado como a integral da PSD em um determinado intervalo de frequências. Por exemplo, para acelerômetros (IEEE, 1998) o ruído pode ser especificado de acordo com a Equação 7.4.

$$Ruído_{RMS} = \sqrt{\int_{f_1}^{f_2} PSD(f)df} \quad [\mu g] \quad (7.4)$$

## 7.2. Variância de Allan

A variância de Allan (AVAR, do inglês Allan *Variance*) é uma técnica de análise no domínio do tempo de fácil interpretação. Ela foi desenvolvida na década de 1960, e foi adotada como um método para caracterização da instabilidade da fase e da frequência de osciladores de precisão. Devido às similaridades com os sensores inerciais, o método foi adaptado para a caracterização de deriva aleatória desses sensores (IEEE, 1997).

A AVAR de um vetor de dados  $a$  é obtida dividindo-o em  $N$  blocos de tamanho  $t$  no tempo e calculando a variância do vetor obtido pela média dos dados em cada um dos  $N$  blocos. Para cada valor de  $t$  tem-se um valor de AVAR, como mostra a Equação 7.5 (WOODMAN, 2007).

$$AVAR(t) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_0^{N-1} (a(t)_{i+1} - a(t)_i)^2 \quad (7.5)$$

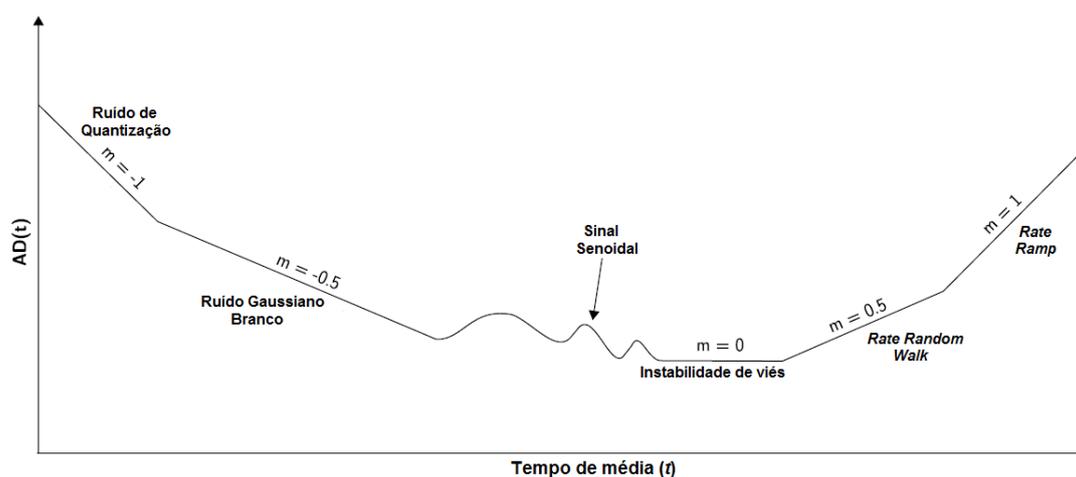
Assim como é realizado no método do PSD, aqui também é possível analisar as características do ruído de um sinal traçando um gráfico do AVAR. Em geral, é traçado um gráfico *log-log* do desvio de Allan (AD, do inglês Allan

*Deviation*), que é a raiz quadrada da variância de Allan, como mostra a Equação 7.6.

$$AD(t) = \sqrt{AVAR(t)} \quad (7.6)$$

Um gráfico típico é ilustrado na Figura 7.2.

Figura 7.2: Ilustração de um gráfico típico do desvio de Allan para um sensor inercial.



Fonte: Adaptado de Woodman (2007).

A relação entre o PSD e o AVAR se dá pela Equação 7.7 (IEEE, 1997).

$$AVAR(\tau) = 4 \int_0^{\infty} PSD(f) \frac{\text{sen}^4(\pi f \tau)}{(\pi f \tau)^2} df \quad (7.7)$$

### 7.2.1. Determinação dos Parâmetros de Ruído de Sensores Inerciais MEMS através da AVAR

Zhang et al. (2008) mostra como é possível determinar os parâmetros que caracterizam os ruídos aleatórios de sensores inerciais MEMS através do gráfico *log-log* do desvio de Allan.

A Tabela 7.1 indica, para cada fonte de erro (listada na primeira coluna), o valor numérico que a caracteriza (indicado na terceira coluna), em termos de um determinado valor, no gráfico, da reta com inclinação típica do erro (indicada na segunda coluna). Na Tabela 7.1, o argumento da função do desvio padrão de Allan é dado em horas.

Tabela 7.1: Valores dos coeficientes que caracterizam cada um dos erros aleatórios.

Fonte de Erro	Inclinação da Curva	Valor do Coeficiente
Erro de Quantização	- 1	$Q = \sigma(\sqrt{3})$
<i>Random Walk</i>	-1/2	$N = \sigma(1)$
Instabilidade do Viés	0	$B = \frac{\sigma(f_0)}{0.664}$
<i>Rate Random Walk</i>	+1/2	$Q = \sigma(3)$

## 8 ENSAIOS REALIZADOS

Foram realizados ensaios de caracterização sobre uma Unidade de Medição Inercial (UMI) composta pelos sensores listados na Tabela 8.1.

Tabela 8.1: Girômetros e Acelerômetros Caracterizados.

	Acelerômetro	Girômetro
UMI	ADXL345 (Analog Devices)	L3G4200D (STMicroelectronics)

Foram levantados parâmetros referentes aos modelos de acelerômetro e girômetro MEMS definidos nas Seções 4.1 e 6.1 através dos procedimentos de ensaio descritos nas Seções 4.2 e 6.2, respectivamente.

Os ensaios foram realizados no laboratório de sistemas inerciais da NavCon Navegação e Controle.

### 8.1. Laboratório e Equipamentos Utilizados

Para realização dos testes de caracterização foi utilizada a mesa de ensaios servo-assistida de um eixo, modelo 1291BR, com as seguintes características:

- Precisão de rotação: 0,01% (para uma revolução);
- Taxa máxima de rotação: 2000 °/s;
- Precisão de posição estática:  $\pm 15$  arc sec;
- Capacidade de carga: 23 kg;
- Interface da controladora: Serial RS-232.

Na Figura 8.1 pode ser observada uma foto da mesa de ensaios fixada sobre uma plataforma.

Figura 8.1: Mesa de ensaios servo-assistida de um eixo utilizada nos testes de caracterização.



Também foi utilizada a câmara térmica Friocell, fabricada pelo MMM Group, capaz de levantar temperaturas de 0°C a +90°C; ela opera com histerese de  $\pm 0,2^\circ\text{C}$ . Na Figura 8.2 há uma foto da câmara térmica utilizada.

Figura 8.2: Câmara térmica utilizada nos testes de caracterização.



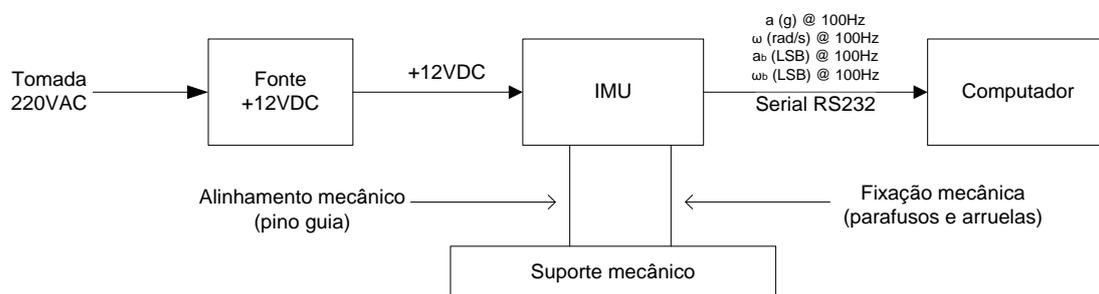
Cabe ressaltar que o laboratório utilizado para os testes possui temperatura controlada e fica num local da empresa de baixo movimento de pessoas.

## 8.2. A Unidade de Medição Inercial (UMI)

A UMI é composta por um acelerômetro MEMS triaxial digital, um girômetro MEMS triaxial digital, um magnetômetro triaxial digital, um módulo GPS, sensores de pressão estática e dinâmica e um módulo de processamento e armazenamento de dados.

Sua interface se dá via porta serial RS-232, por onde a UMI fornece dados brutos ( $a_b, \omega_b$ ) e dados compensados ( $a, \omega$ ) dos sensores inerciais a uma taxa de 100 Hz. O diagrama de blocos da Figura 8.3 ilustra as interfaces elétricas e mecânicas da UMI utilizadas durante os testes de caracterização.

Figura 8.3: Diagrama de blocos das interfaces da UMI durante os testes de caracterização.



Os eixos de referência da UMI não coincidem com os eixos dos componentes acelerômetro e girômetro instalados internamente; portanto, é necessário fazer a conversão de acordo com a Tabela 8.2.

Tabela 8.2: Relação entre os Eixos de Referência da UMI e os Eixos de Referência dos Componentes Acelerômetro Triaxial e Girômetro Triaxial.

Eixo da UMI	Eixo do acelerômetro triaxial	Eixo do girômetro triaxial
X	Y	- Y
Y	X	- X
Z	- Z	- Z

A seguir são descritos resumidamente os sensores inerciais da UMI.

### 8.2.1. Acelerômetro ADXL345

O ADXL345 é um acelerômetro MEMS triaxial digital de malha aberta fabricado pela Analog Devices. O sensor consiste de uma estrutura microfabricada de

silício policristalino construída sobre um *wafer* de silício. Molas de silício policristalino suspendem a massa de prova; quando o sensor é submetido a uma aceleração, a massa de prova deflete a mola e se desloca, causando um desbalanceamento em um capacitor diferencial, o que resulta em uma saída de amplitude proporcional à aceleração.

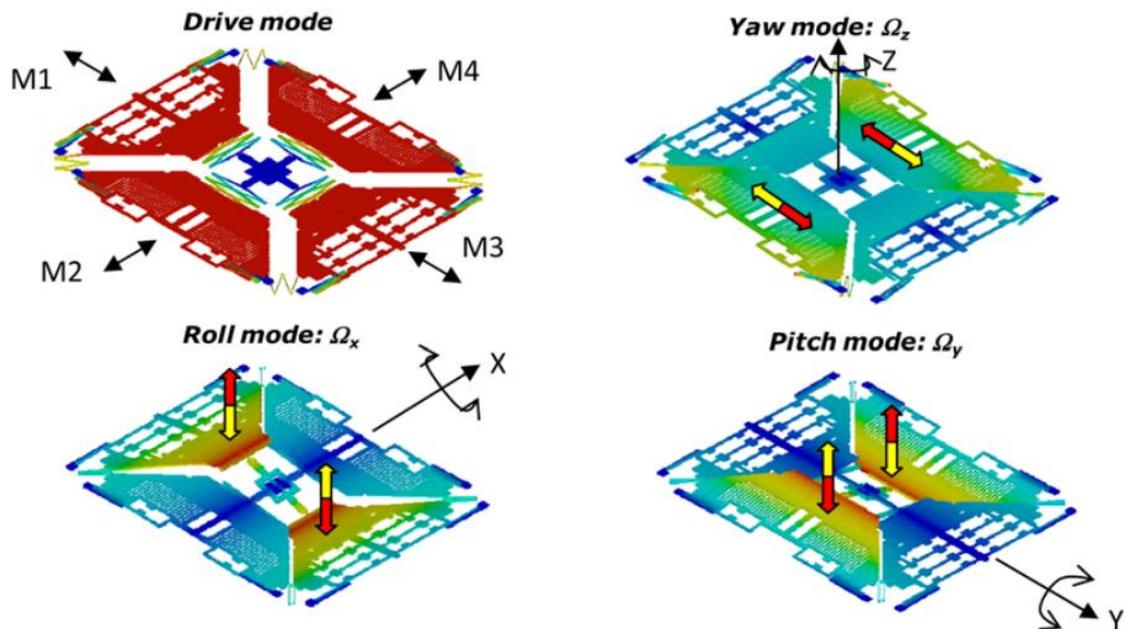
Esse sensor possui as seguintes características, de acordo com a sua *datasheet*:

- Fundo de escala:  $\pm 2g$ ,  $\pm 4g$ ,  $\pm 8g$ ,  $\pm 16g$  (selecionável);
- Taxa de amostragem: de 0,1 Hz a 3200 Hz (selecionável);
- Faixa de passagem: de 0,1 Hz a 1600 Hz (de acordo com a taxa de amostragem);
- Interface: *Serial Peripheral Interface* (SPI), serial síncrona;
- Densidade espectral do ruído branco:  $290 \frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$  (eixos X e Y),  $430 \frac{\mu g}{\sqrt{Hz}}$  (eixo Z);
- Instabilidade de viés:  $50\mu g$  (determinado pela AVAR apresentada na *datasheet*).

### 8.2.2. Girômetro L3G4200D

O L3G4200D é um CVG MEMS triaxial digital fabricado pela STMicroelectronics. Ele possui quatro massas vibrantes que vibram sobre eixos ortogonais, todas na horizontal, como mostra a Figura 8.4.

Figura 8.4: Massas Vibrantes do CVG MEMS L3G4200D e as Forças de Coriolis Sofridas de Acordo com a Direção da Velocidade Angular Aplicada.



Fonte: STMicroelectronics (2011).

O sentido e a direção de cada uma das forças de Coriolis sofridas pelas massas permite determinar o vetor velocidade angular sofrido pelo sensor.

Esse girômetro possui as seguintes características, de acordo com a sua *datasheet*:

- Fundo de escala:  $\pm 250^\circ/\text{s}$ ,  $\pm 500^\circ/\text{s}$  ou  $\pm 2000^\circ/\text{s}$  (selecionável);
- Taxa de amostragem: de 100 Hz a 800 Hz (selecionável);
- Faixa de passagem: de 12,5 Hz a 110 Hz (selecionável);
- Ruído (densidade espectral de potência):  $0,03 \text{ } ^\circ/\text{s} / \sqrt{\text{Hz}}$ .

### **8.3. Resultados dos Ensaio**

Para cada um dos sensores, foi determinado:

- Parâmetros dos modelos definidos para acelerômetro e girômetro;
- Desvio padrão do ruído gaussiano branco;
- Instabilidade de viés pelo método da variância de Allan;
- A transformada rápida de Fourier foi analisada apenas qualitativamente, buscando-se eventuais influências modais.

A instabilidade de viés pelo método da variância de Allan foi calculada através de um código Matlab proprietário da NavCon.

Para estimação dos parâmetros do modelo térmico linear, foi utilizado o menor erro quadrático médio. Segundo SIQUEIRA (2014), o algoritmo de mínimos quadrados é um dos estimadores de parâmetros mais amplamente difundidos pela comunidade científica; e é muito utilizado para o ajuste de curvas, obtendo-se um polinômio de ordem  $n$  (no caso, considera-se um polinômio de primeiro grau – linear).

#### **8.3.1. Acelerômetro ADXL345**

##### **8.3.1.1. Determinação dos Parâmetros dos Modelos Matemáticos**

Através dos ensaios descritos na Seção 4.2 foi possível determinar os parâmetros mostrados na Tabela 8.3.

Tabela 8.3: Parâmetros de Modelamento determinados para o acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

Parâmetro	Valor obtido	Desvio Padrão
$K_{0x}$ @ 27,40°C (mg)	-55	$\pm 2,0$
$K_{0y}$ @ 27,40°C (mg)	3,1	$\pm 1,9$
$K_{0z}$ @ 27,40°C (mg)	100	$\pm 3,1$
$K_{1x}$ (LSB/g)	259,36	$\pm 1,0$
$K_{1y}$ (LSB/g)	259,20	$\pm 0,1$
$K_{1z}$ (LSB/g)	250,19	$\pm 1,5$
$\delta_{0x}$ (rad)	0,0211	$\pm 0,00079$
$\delta_{Px}$ (rad)	0,0030	$\pm 0,00011$
$\delta_{Py}$ (rad)	0,0081	$\pm 0,0039$
$\delta_{0y}$ (rad)	0,0022	$\pm 0,0010$
$\delta_{Pz}$ (rad)	0,0068	$\pm 0,00021$
$\delta_{0z}$ (rad)	0,0072	$\pm 0,00022$

Segundo a *datasheet* do acelerômetro, os fatores de escala dos acelerômetros devem estar dentro da faixa de 230 a 282 LSB/g, com um valor típico de 256 LSB/g. Portanto os fatores de escala encontrados estão dentro do esperado. Com relação aos desalinhamentos entre os eixos a *datasheet* diz que o típico é de  $\pm 0,1^\circ$ , ou  $\pm 0,0017$  rad. No entanto, cabe ressaltar que os desalinhamentos calculados referem-se aos eixos do sistema; portanto, podem haver desalinhamentos entre o componente e o sistema causado pela fixação

mecânica da placa onde está o acelerômetro ou até por causa da solda que fixa o componente à placa, bem como desalinhamentos causados devido à fixação do sistema na mesa de ensaios. Convém citar que o maior desalinhamento encontrado é de 0,0211 radianos, que é do acelerômetro do eixo X com relação ao eixo Y; isso equivale a  $1,2^\circ$  e que  $\text{sen}(1,2^\circ)=0,0211$ , portanto ainda é um ângulo pequeno.

Os valores de *bias* estão todos dentro do esperado. Segundo a *datasheet*, os *bias* dos eixos X e Y devem ser menores que 150 mg (em módulo) e do eixo Z menor que 250 mg; portanto, acima dos valores encontrados para esta UMI.

Foi feito um modelamento linear do viés com a temperatura, e as constantes de sensibilidade térmica foram determinadas pelo método do menor erro quadrático médio. Os valores encontrados estão listados na Tabela 8.4:

Tabela 8.4: Parâmetros de Compensação Térmica dos eixos do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

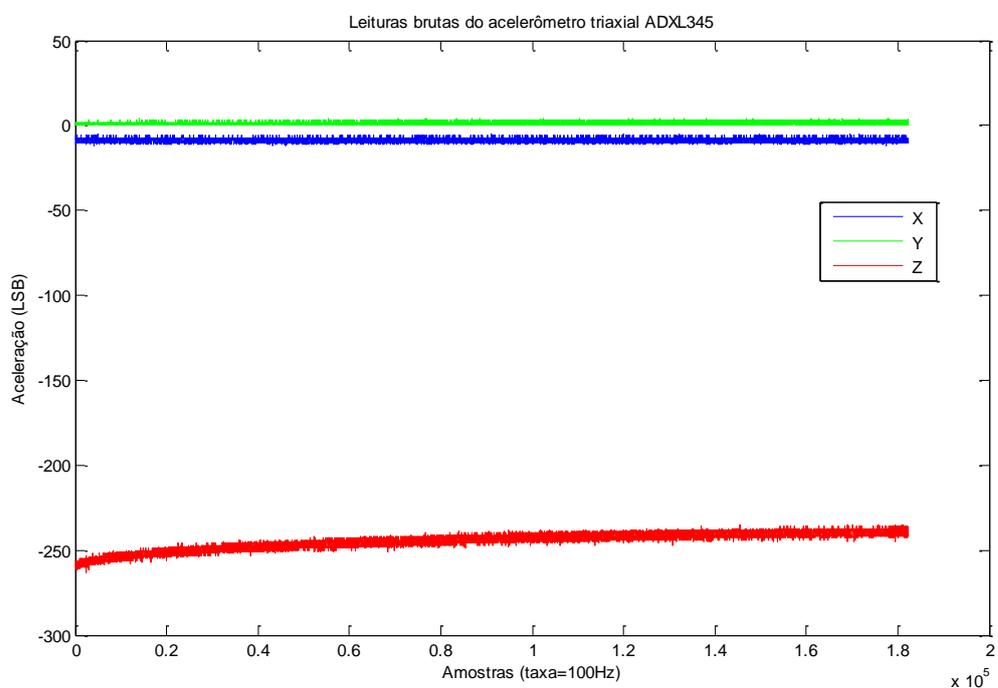
$A_{1x}$ (mg/°C)	0,0496
$A_{1y}$ (mg/°C)	0,192
$A_{1z}$ (mg/°C)	5,0

Os valores de  $A_1$  encontrados referem-se à variação do *bias* com a temperatura. A *datasheet* diz que a variação de *bias* típica é de  $\pm 0,4$  mg/°C para os eixos X e Y e de  $\pm 0,8$  mg/°C para o eixo Z. Portanto, têm-se valores com ordens de grandeza fora do típico para os eixos X e Z. O do eixo X varia cerca de 10 vezes menos que o típico com a temperatura e o do eixo Z varia cerca de 6 vezes mais. A *datasheet* não diz a faixa aceitável de variação de *bias* com a temperatura, apenas comenta a respeito do valor típico.

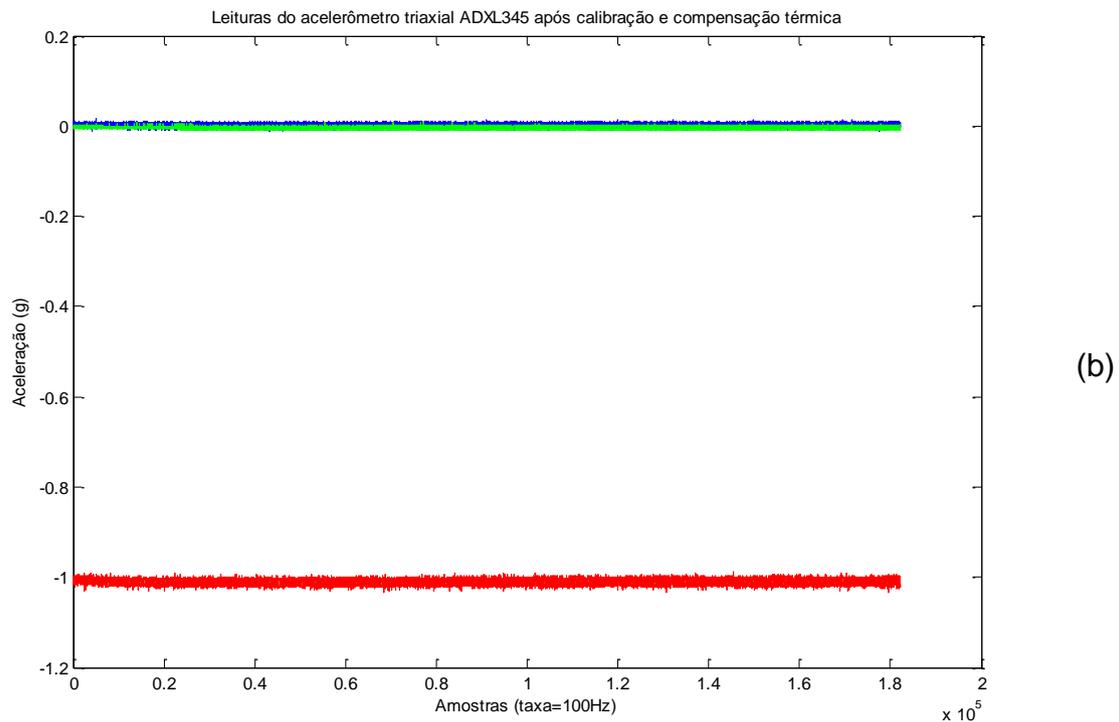
Mais uma vez, a estrutura de fixação do equipamento na mesa de ensaios e a própria estrutura interna da UMI (parafusos, soldas do acelerômetro) podem explicar uma variação da medição com a temperatura (sendo consequência de uma variação no alinhamento do eixo).

Para ilustrar, foram feitas novas aquisições e as saídas compensadas foram comparadas com as saídas brutas, como mostram as Figuras 8.5, 8.6 e 8.7.

Figura 8.5: Comparação entre as medidas brutas e as compensadas após aplicação dos parâmetros determinados (sensor em repouso com o eixo Z na vertical, com sentido positivo apontado para baixo).

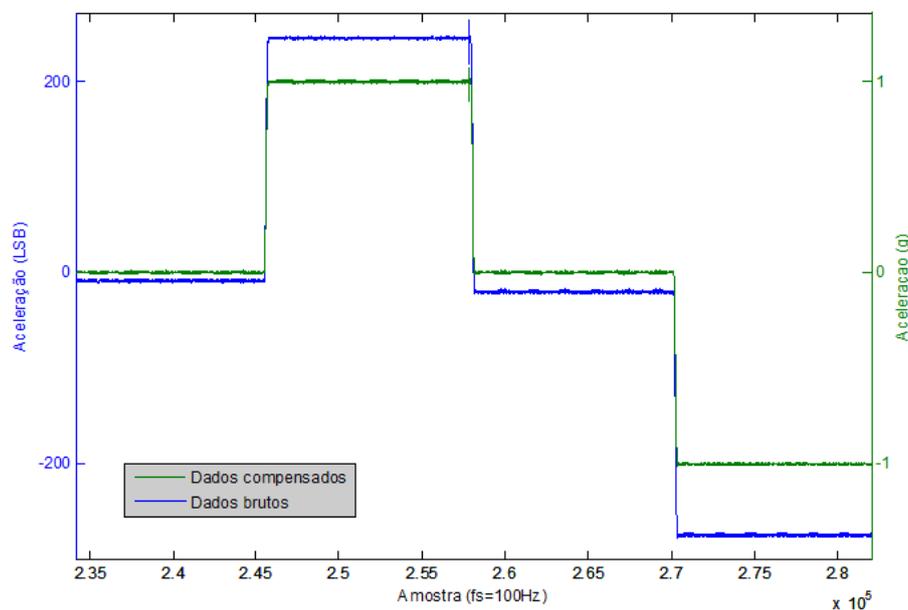


(a)



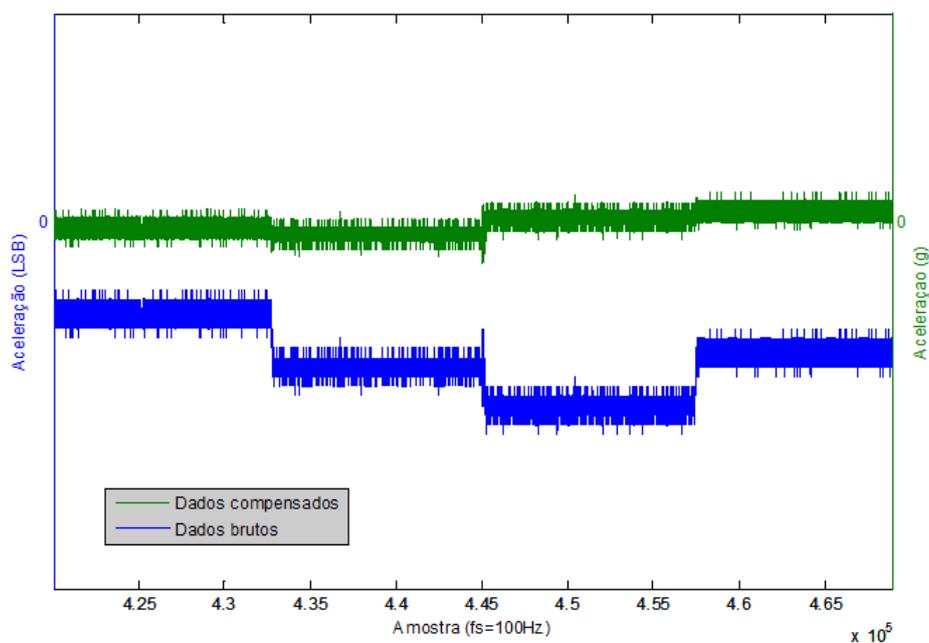
Na Figura 8.5 (a) podem-se observar leituras brutas dos eixos X (azul), Y (verde) e Z (vermelho). Note como a saída do eixo Z varia com o tempo, embora o sensor esteja parado; após aplicação do modelo térmico do viés essa variação é atenuada significativamente, como pode ser observado na Figura 8.5 (b), que ilustra as leituras compensadas. Os erros por viés também são significativamente reduzidos, o que pode ser verificado pelo fato de as saídas X e Y estarem coincidentes e muito próximas de zero. Note também, através da escala do gráfico da Figura 8.5 (b), como a força específica medida no eixo Z está próxima de 1 g, que consiste da aceleração causada pela força normal aplicada pelo anteparo à UMI.

Figura 8.6: Comparação entre as medidas brutas (em azul, escala da esquerda) e as compensadas (em verde, escala da direita) após aplicação dos parâmetros determinados (sensor no teste de quatro posições com o IA perpendicular ao eixo da mesa de ensaios).



Na Figura 8.6 é possível observar como os parâmetros determinados, aplicados nas medidas brutas seguindo o modelo definido no Capítulo 2, permitem obter leituras de aceleração coerentes: nas posições I e III, com o eixo de entrada na horizontal, a medida é muito próxima de zero; na posição II, com o sentido positivo do eixo de entrada apontado para cima, a leitura é próxima de +1g; e na posição IV, com o sentido positivo do eixo de entrada apontado para baixo, obtém-se uma leitura próxima de -1g.

Figura 8.7: Comparação entre as medidas brutas e as compensadas após aplicação dos parâmetros determinados (sensor no teste de quatro posições com o IA paralelo ao eixo da mesa de ensaios).



Na Figura 8.7, em azul é possível observar uma variação na leitura do acelerômetro bruto ao longo do ensaio de quatro posições, ainda que o eixo de entrada esteja sempre na horizontal. Isso é causado pelo desalinhamento do eixo de entrada. Em verde, as leituras compensadas, pode-se ver uma atenuação desses desalinhamentos; esse erro residual pode ser devido à desalinhamentos na estrutura de fixação da UMI à mesa de ensaios.

### 8.3.1.2. Caracterização do Ruído

A Tabela 8.5 mostra os valores de desvio padrão encontrados para as medidas acelerométricas dos eixos do acelerômetro ADXL345, na UMI.

Tabela 8.5: Desvio Padrão das Medidas Acelerométricas por Eixo do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

Eixo	$\sigma$ (mg)
X	2,9
Y	2,7
Z	4,3

Os valores obtidos estão na mesma ordem de grandeza dos oferecidos pela *datasheet*. Para os eixos X e Y, é sugerida uma densidade de ruído de  $290 \mu g/\sqrt{Hz}$ , o que, a 50 Hz (faixa de passagem), dá um valor de ruído de 2,0 mg; para o eixo Z, apresenta-se uma densidade de ruído de  $430 \mu g/\sqrt{Hz}$ , o que, a 50 Hz, dá um valor de ruído de 3,0 mg.

Vale ressaltar que, quando o desvio padrão de uma certa aquisição foi calculada, foi incluída uma série de erros que vão além do ruído branco considerado pela informação de densidade de ruído oferecida pela *datasheet*, como a instabilidade de *bias* e o erro de quantização, que contaminam a medida.

Foram traçados os gráficos do desvio padrão de Allan (raiz quadrada da variância de Allan) para os três eixos do sensor. Esses gráficos podem ser vistos nas Figuras 8.8, 8.9 e 8.10:

Figura 8.8: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo X do Acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

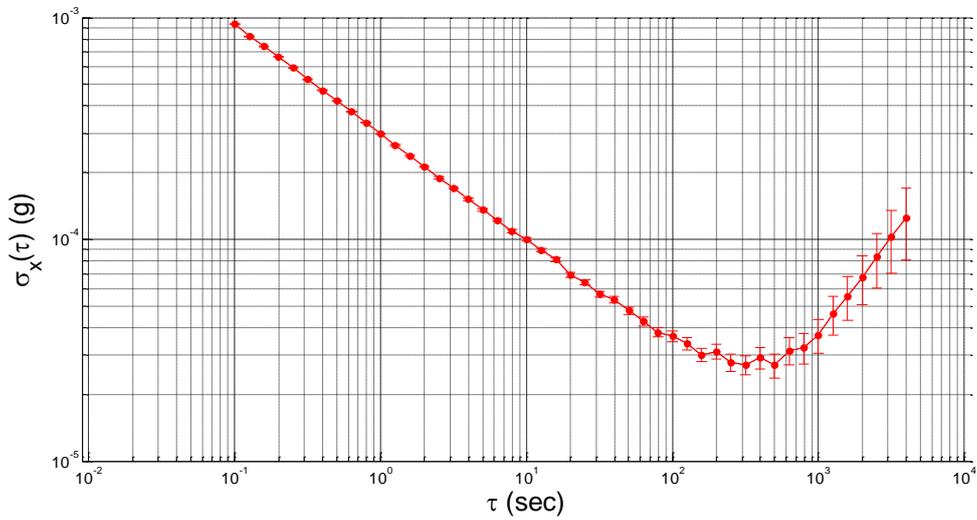


Figura 8.9: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Y do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

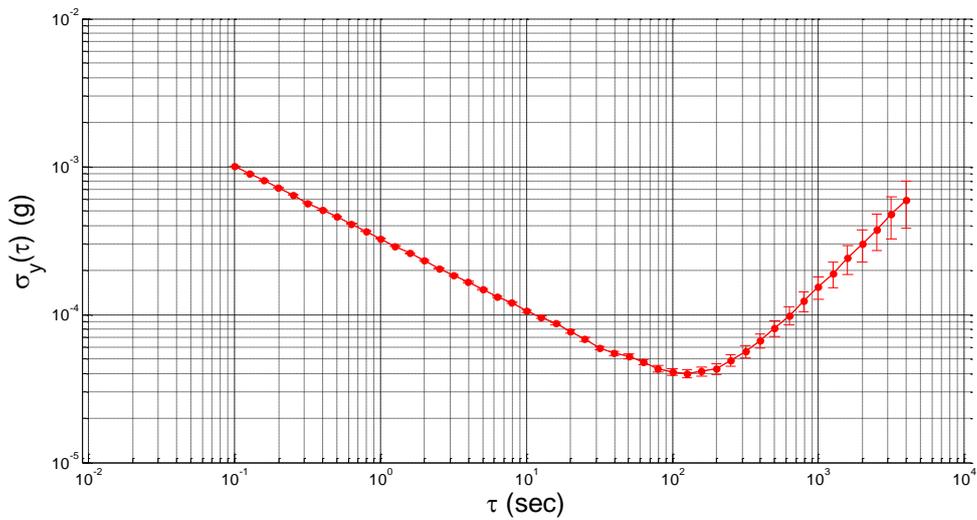
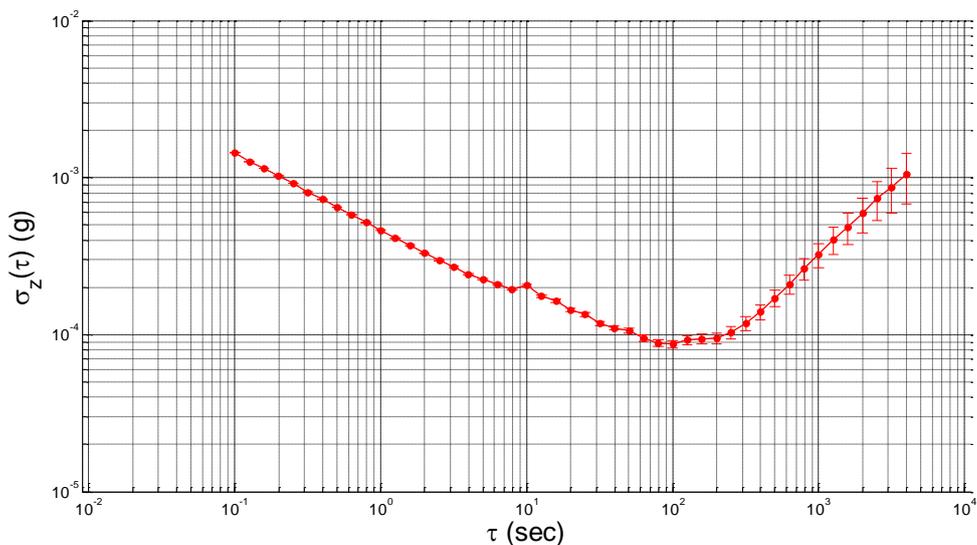


Figura 8.10: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Z do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.



Conforme explicado na Seção 7.2.1, o cálculo do parâmetro que caracteriza a instabilidade do viés pode ser obtido através do valor do desvio de Allan quando a curva tem inclinação zero, isto é, quando está na horizontal, dividida pelo fator 0,664.

Dos gráficos das Figuras 8.8, 8.9 e 8.10 encontram-se as instabilidades de viés listadas na Tabela 8.6.

Tabela 8.6: Instabilidades de viés das medidas acelerométricas por eixo do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

Eixo	B ( $\mu\text{g}$ )
X	40,7
Y	60,1
Z	131

Também é possível, conforme explicado na Seção 7.2.1, obter do gráfico *log-log* do desvio de Allan o parâmetro que caracteriza o ruído gaussiano branco;

para isto, prolonga-se a parte do gráfico que possui inclinação  $-1/2$ , e se observa qual o valor da variância de Allan dessa reta para um bloco de tempo de 1h.

Dos gráficos das Figuras 8.8, 8.9 e 8.10, encontram-se os erros de random walk de velocidade listados na Tabela 8.7.

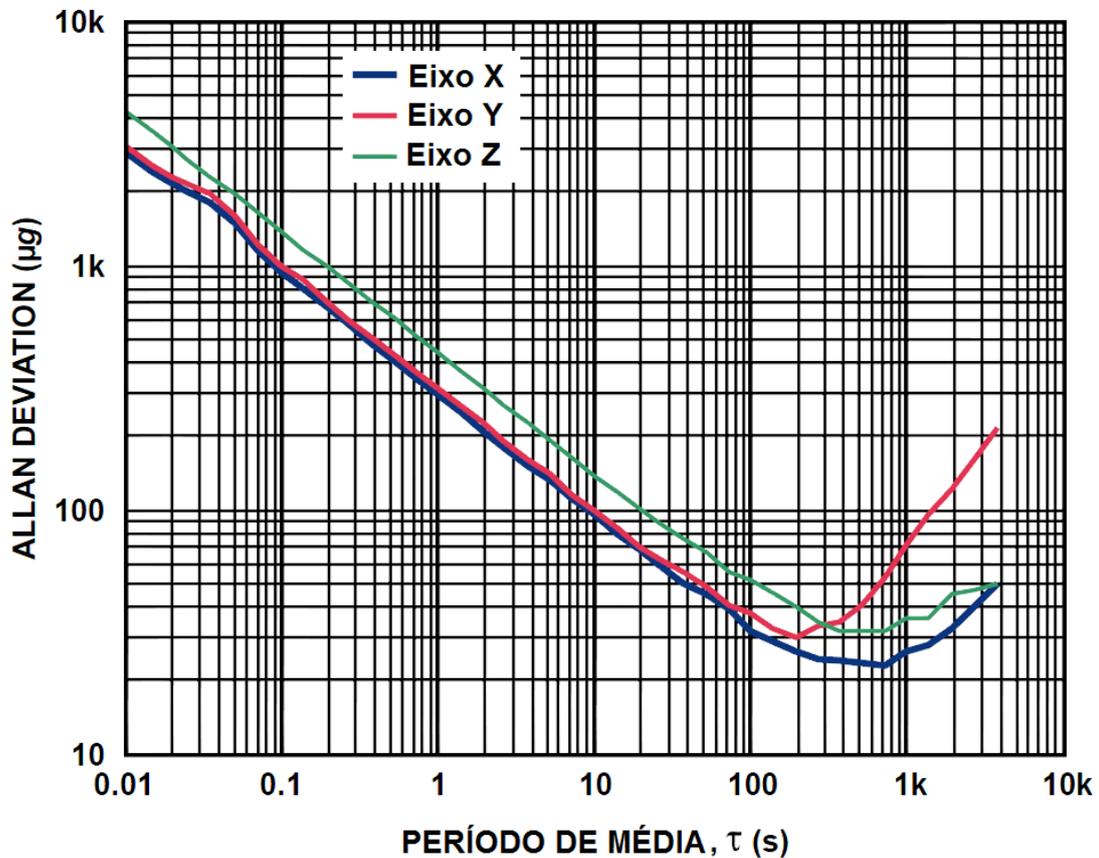
Tabela 8.7: *Random walk* de velocidade das medidas acelerométricas por eixo do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.

Eixo	N ( $\mu g/\sqrt{Hz}$ )
X	301
Y	327
Z	491

Nos gráficos de desvio padrão de Allan ilustrados na Figuras 8.8 a 8.10 é possível observar a forma de “U” explicada na Seção 7.2.

O gráfico ilustrado na Figura 8.11, mostra o desvio padrão de Allan fornecido pela Analog Devices para o acelerômetro ADXL345:

Figura 8.11: Desvio padrão de Allan fornecido pela Analog Devices para o acelerômetro ADXL345.

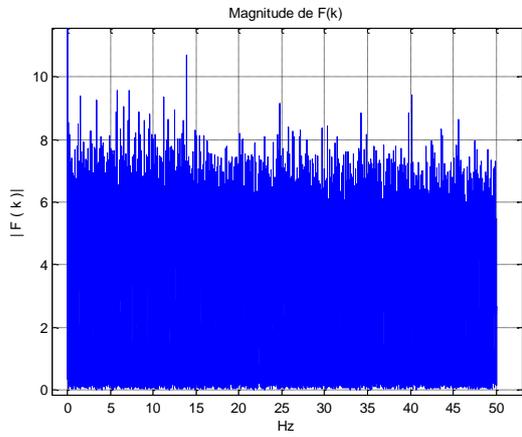


Fonte: Adaptado de Analog Devices.

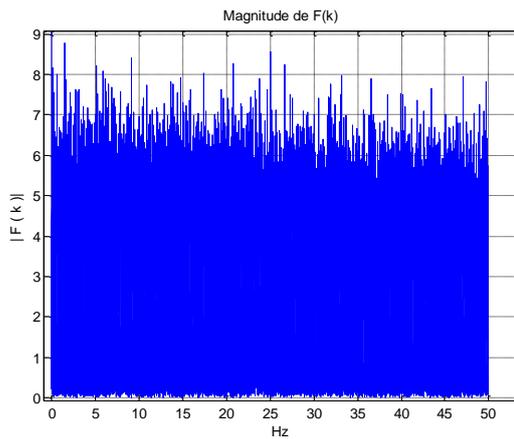
Na Figura 8.11 é possível observar a forma de “U” muito semelhante às formas ilustradas nas Figuras 8.8 a 8.10, obtidas experimentalmente neste trabalho; os valores de mínimo do gráfico da Figura 8.11 ficam bem próximos entre si, na faixa de 20 a 40  $\mu\text{g}$ ; um pouco menores, portanto, do que as instabilidades de viés medidas através do AVAR levantado experimentalmente, que foram de 40,7  $\mu\text{g}$ , 60,1  $\mu\text{g}$  e 131  $\mu\text{g}$ . Isso pode ter ocorrido por erros sistemáticos ou por pequenas variações de temperatura ocorridas durante os ensaios.

As transformadas rápidas de Fourier também foram calculadas e seus módulos foram traçados nos gráficos apresentados na Figura 8.12.

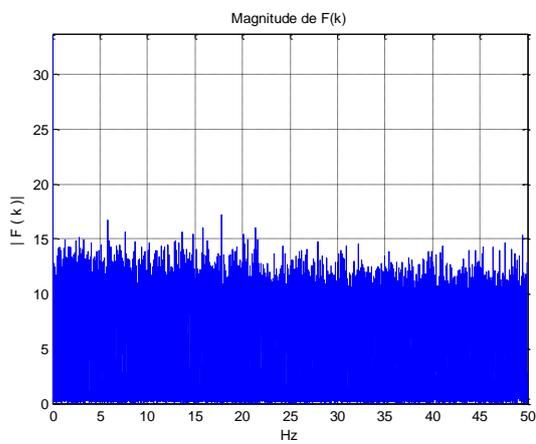
Figura 8.12: Gráficos dos módulos das FFTs das medidas dos três eixos do acelerômetro ADXL345 instalado na UMI.



(a)



(b)



(c)

Na Figura 8.12 (a), pode-se observar a FFT das medidas do eixo X; na Figura 8.12 (b) do eixo Y; na Figura 8.12 (c) do eixo Z.

Observando os gráficos não é possível observar nenhum comportamento modal do sinal; aparentemente, trata-se majoritariamente de ruído gaussiano branco, como esperado.

### **8.3.2. Girômetro L3G4200D**

#### **8.3.2.1. Determinação dos Parâmetros dos Modelos Matemáticos**

Através dos ensaios descritos na Seção 6.2 foi possível determinar os parâmetros do modelo de girômetro, como relaciona a Tabela 8.8.

Para comparação, a *datasheet* do girômetro L3G4200D foi consultada; o fundo de escala do sensor foi configurado para 250 °/s. O viés lá especificado para esse fundo de escala é de  $\pm 10$  °/s (típico); desse modo, os valores encontrados estão bem abaixo. Os fatores de escala determinados em ensaio também estão compatíveis com o *datasheet*, que especifica 0,00875 °/s/LSB (típico), de modo que o maior desvio é do girômetro Y, que tem um fator de escala de 0,0090 °/s/LSB, menos de 3% maior que o especificado.

A *datasheet* não traz informações sobre os desalinhamentos entre os eixos de entrada, mas os valores são compatíveis com os obtidos para os desalinhamentos dos eixos de entrada do acelerômetro.

Tabela 8.8: Parâmetros determinados após ensaios de caracterização do girômetro L3G4200D.

Parâmetro	Valor	Desvio Padrão
$D_{F_x}$ (@ 28,99°C) ( $^{\circ}/s$ )	0,51	0,13
$D_{F_y}$ (@ 28,99°C) ( $^{\circ}/s$ )	-0,64	0,14
$D_{F_z}$ (@ 28,99°C) ( $^{\circ}/s$ )	0,23	0,15
$S_{f_x}$ ( $^{\circ}/s/LSB$ )	0,0085	$8,1 \cdot 10^{-5}$
$S_{f_y}$ ( $^{\circ}/s/LSB$ )	0,0090	$9,1 \cdot 10^{-5}$
$S_{f_z}$ ( $^{\circ}/s/LSB$ )	0,0089	$9,2 \cdot 10^{-5}$
$\theta_{XY}$ (rad)	0,0053	0,00047
$\theta_{YX}$ (rad)	0,0018	0,00051
$\theta_{XZ}$ (rad)	0,00033	0,00045
$\theta_{ZX}$ (rad)	-0,0022	0,00054
$\theta_{YZ}$ (rad)	-0,0019	0,00051
$\theta_{ZY}$ (rad)	0,0070	0,00054

Tabela 8.9: Parâmetros de modelamento térmico após ensaios de caracterização do girômetro L3G4200D.

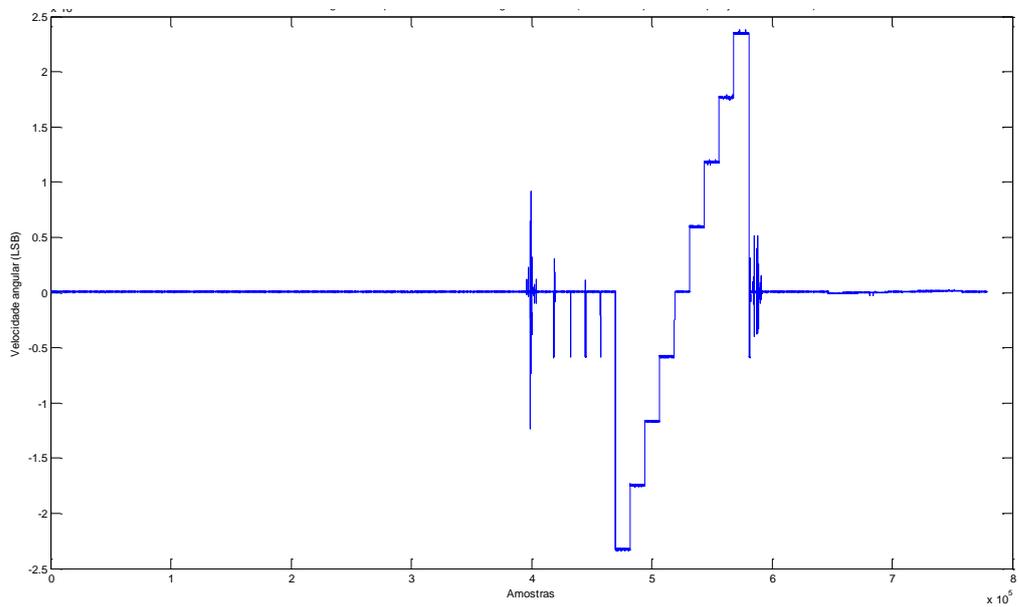
$D_{Tx}$	-0,0031 °/s/°C
$D_{Ty}$	0,0143 °/s/°C
$D_{Tz}$	0,0080 °/s/°C

Com relação ao coeficiente de sensibilidade do viés ao gradiente de temperatura ( $D_T$ ), a *datasheet* fala em  $\pm 0,03$  °/s/°C (típico), maior, portanto, do que o que foi medido.

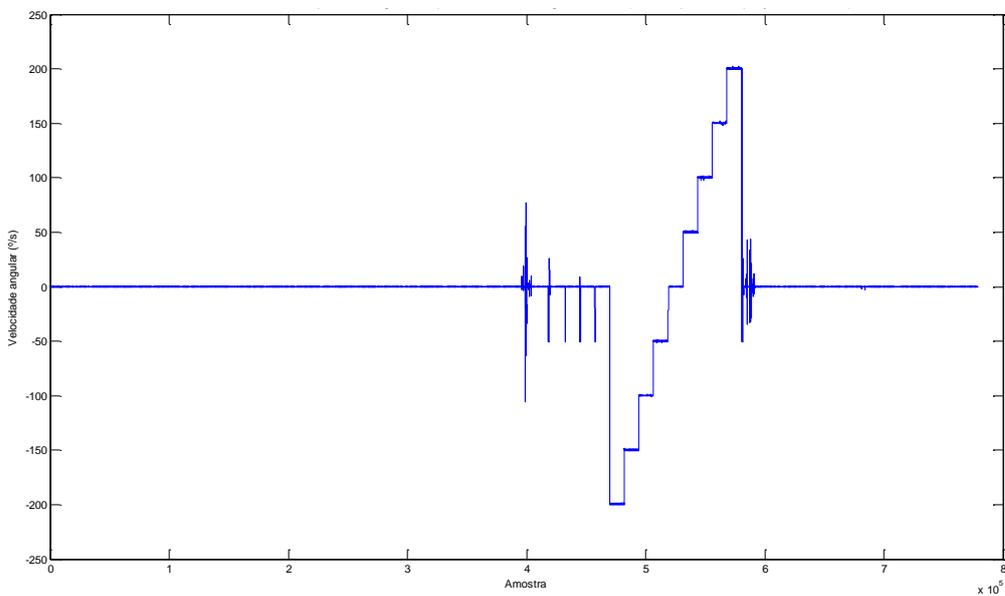
Para fins de comparação, as Figuras 8.13 a 8.15 mostram a saída de um dos eixos do girômetro antes e após a aplicação dos parâmetros determinados segundo o modelo definido para girômetros.

Na Figura 8.13 (a), pode-se observar a saída digital não compensada, expressa em LSBs (*Least Significant Bits*) para um ensaio onde o girômetro foi submetido a uma curva de degrau com passos de 50 °/s na velocidade angular em torno de seu eixo de entrada; na Figura 8.13 (b) a saída compensada mede valores de velocidade angular próximos aos valores conhecidos que foram configurados na mesa de ensaios.

Figura 8.13: Comparação da medida do eixo X do girômetro L3G4200D instalado na UMI submetido a diferentes velocidades angulares em torno do eixo IRA antes e após a aplicação dos parâmetros determinados.

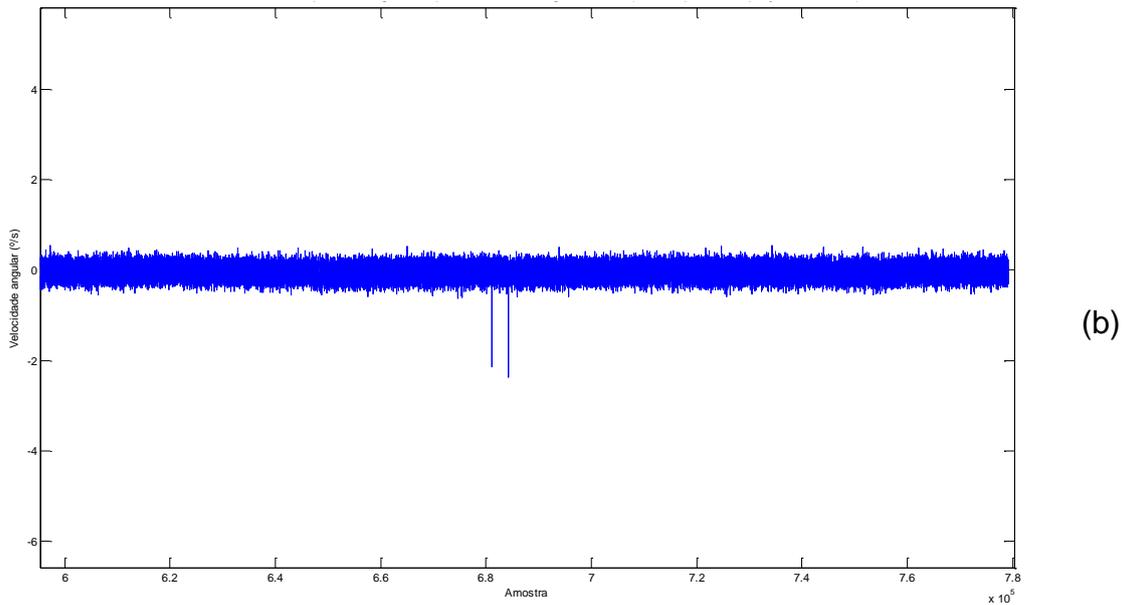
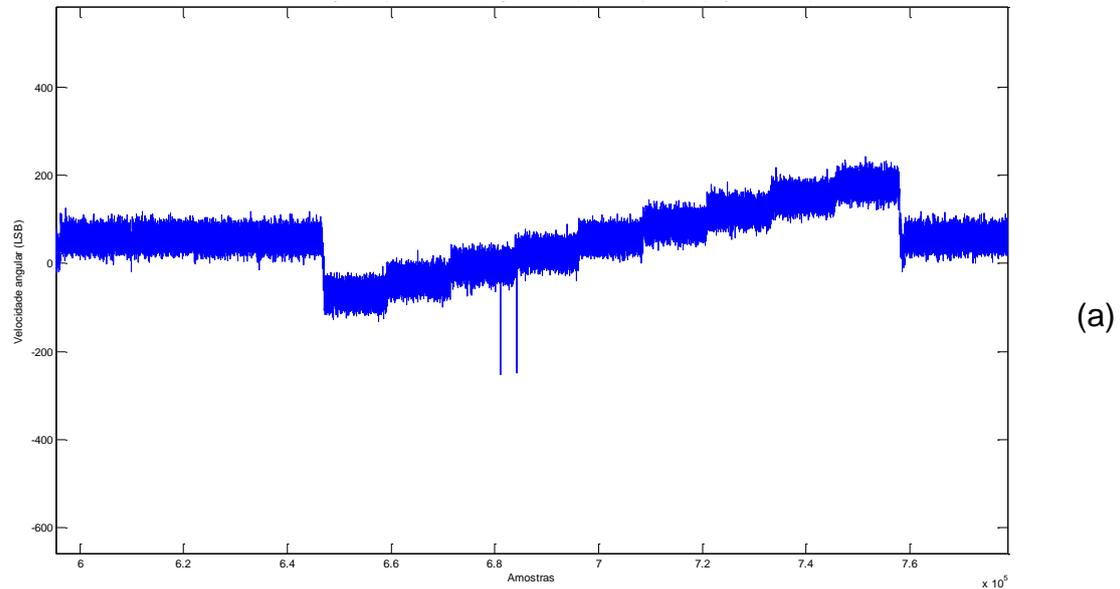


(a)



(b)

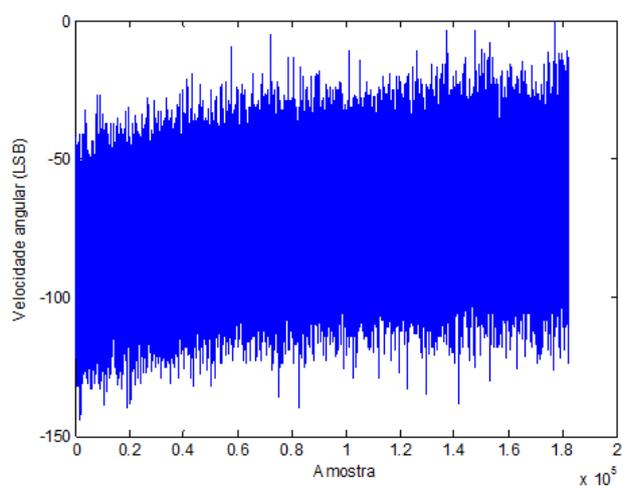
Figura 8.14: Comparação da medida do eixo X do girômetro L3G4200D instalado na UMI, submetido a diferentes velocidades angulares em torno de um eixo perpendicular ao eixo IRA, antes e após a aplicação dos parâmetros determinados.



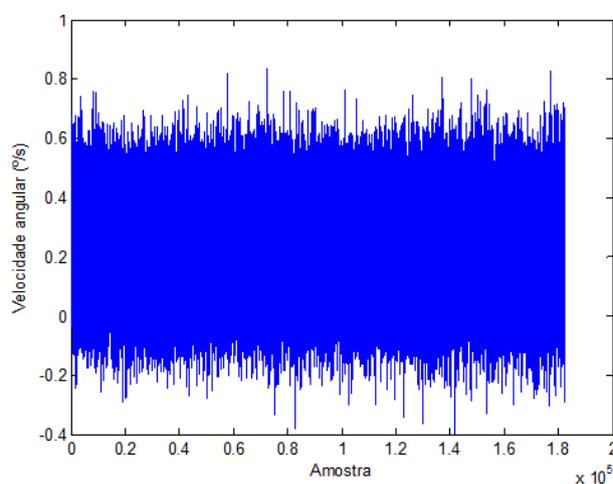
Na Figura 8.14 (a), pode-se observar a saída do girômetro não compensada, quando este é submetido aos degraus de velocidade angular em torno de um eixo ortogonal ao seu eixo de entrada. Nesta situação, esperava-se leitura nula, no entanto, devido ao desalinhamento do eixo de entrada, o sensor se torna

sensível a rotações nos outros eixos ortogonais ao IA. Na Figura 8.14 (b) é possível observar a saída compensada, com atenuação considerável dos erros observados na Figura 8.14 (a).

Figura 8.15: Comparação da medida do eixo Z do girômetro L3G4200D instalado na UMI em repouso, mas submetido à variação de temperatura, antes e após a aplicação dos parâmetros determinados.



(a)



(b)

Na Figura 8.15 (a), pode-se observar a saída não-compensada do girômetro em estado de repouso, ilustrando uma variação indesejada durante um processo de resfriamento, devido ao erro de sensibilidade térmica do viés. Na

Figura 8.15 (b), pode-se notar que essa variação foi significativamente compensada.

### 8.3.2.2. Caracterização do Ruído

Na Tabela 8.10 pode ser observado os valores medidos de desvio padrão das saídas do sensor estando em repouso.

Tabela 8.10: Desvio padrão das medidas girométricas da UMI.

Eixo X	0,127 °/s
Eixo Y	0,138 °/s
Eixo Z	0,153 °/s

Pode-se notar que esses valores são compatíveis com os oferecidos pela *datasheet*, ela sugere uma densidade de ruído de  $0,03 \text{ }^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$ , o que leva a  $0,21 \text{ }^\circ/\text{s}$  com uma faixa de passagem de 50 Hz, superior aos valores encontrados.

Os gráficos das Figuras 8.16 a 8.18 mostram os desvios padrões de Allan para o girômetro L3G4200D.

Figura 8.16: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo X do girômetro L3G4200D instalado na UMI.

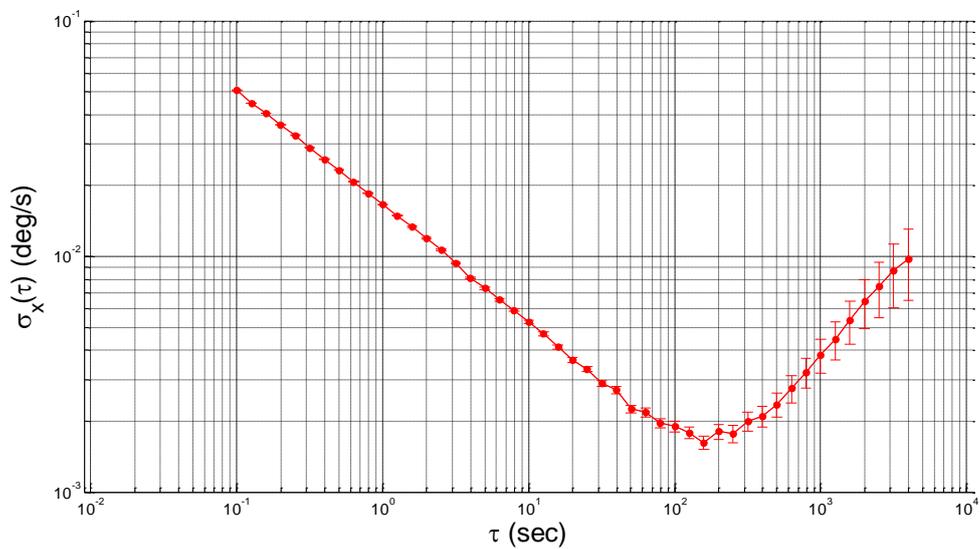


Figura 8.17: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Y do girômetro L3G4200D instalado na UMI.

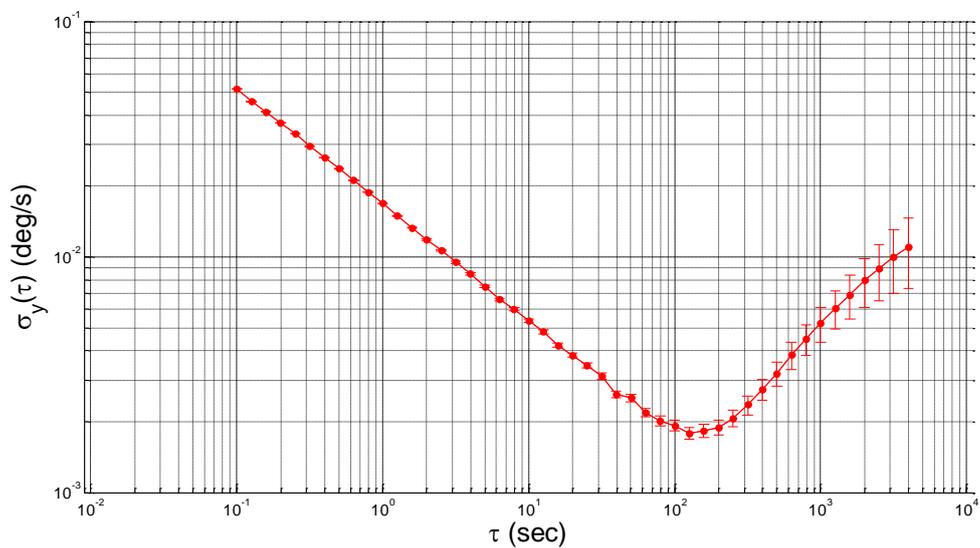
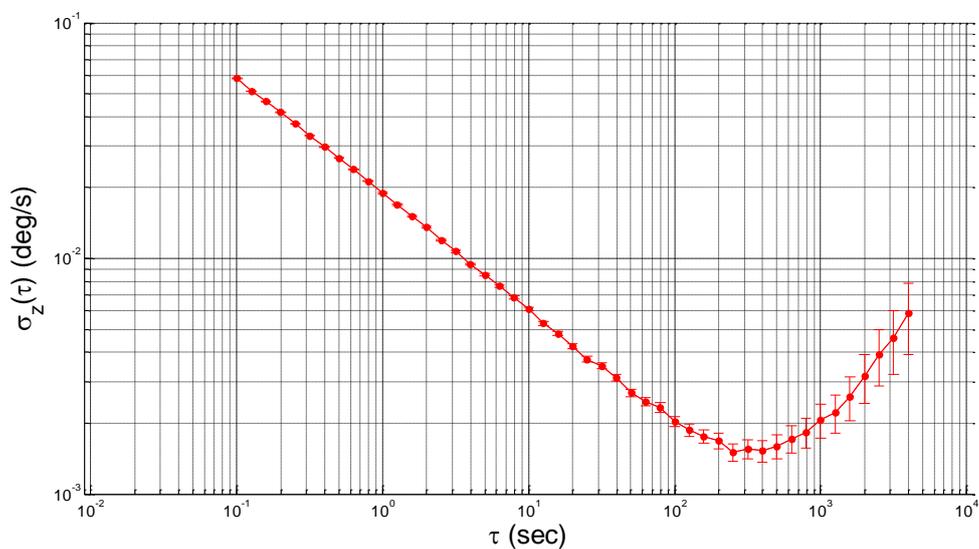


Figura 8.18: Gráfico do desvio padrão de Allan para o eixo Z do girômetro L3G4200D instalado na UMI.



Nos gráficos ilustrados nas Figuras 8.16 a 8.18, obtém-se a forma de “U” descrita no Capítulo 7. Nas três figuras é possível observar como o erro de ARW, caracterizado por uma região reta com inclinação  $-1/2$ , prevalece. Conforme explicado na Seção 7.2.1, o cálculo do parâmetro que caracteriza o ruído gaussiano branco pode ser obtido através do valor do desvio de Allan quando a curva tem inclinação zero, isto é, quando está na horizontal, dividida pelo fator 0,664.

Dos gráficos das Figuras 8.16, 8.17 e 8.18, podem-se encontrar os valores de ARW listados na Tabela 8.11.

Tabela 8.11: Valores de ARW por eixo do girômetro triaxial L3G4200D instalado na UMI.

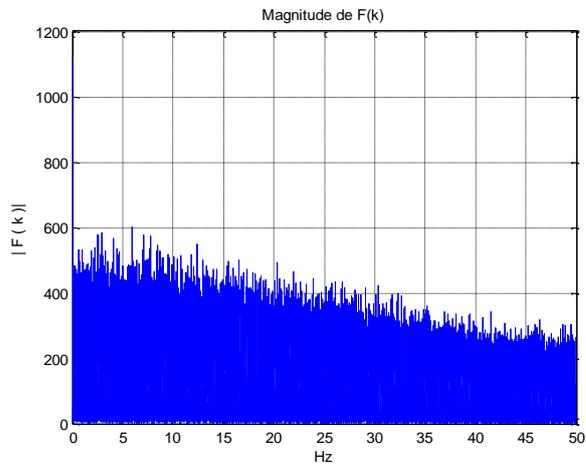
Eixo X	$0,016 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$
Eixo Y	$0,017 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$
Eixo Z	$0,019 \text{ } ^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$

Note que esses valores são compatíveis com a especificação de  $0,03^\circ/\text{s}/\sqrt{\text{Hz}}$  da *datasheet*.

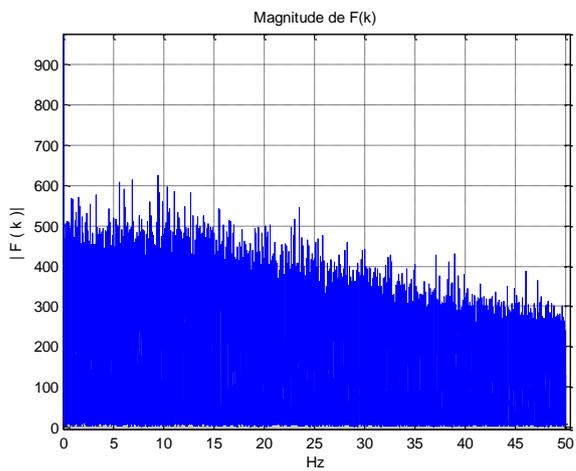
Os gráficos dos desvios padrões de Allan trazem outra informação importante: a instabilidade de viés. Os valores encontrados para os eixos X, Y e Z foram de 8,80 %/h, 9,70 %/h e de 8,16 %/h.

Na Figura 8.19, pode-se ver os gráficos do módulo da FFT que foram traçados para os três eixos do girômetro triaxial L3G4200D.

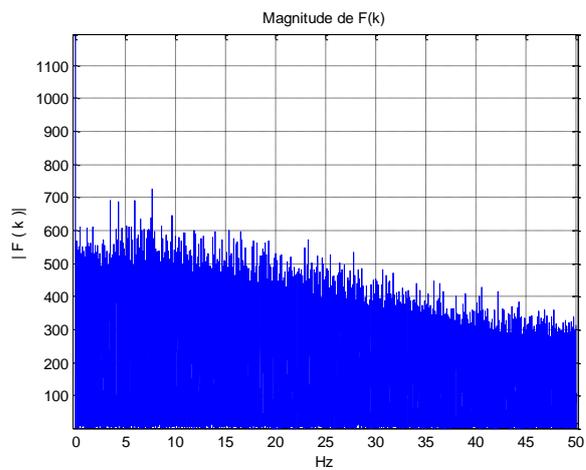
Figura 8.19: Gráficos do módulo da FFT que foram traçados para os três eixos do girômetro triaxial L3G4200D



(a)



(b)



(c)

Na Figura 8.19 (a), pode-se observar o módulo da FFT das medidas do eixo X; na Figura 8.19 (b) do eixo Y; na Figura 8.19 (c) do eixo Z.

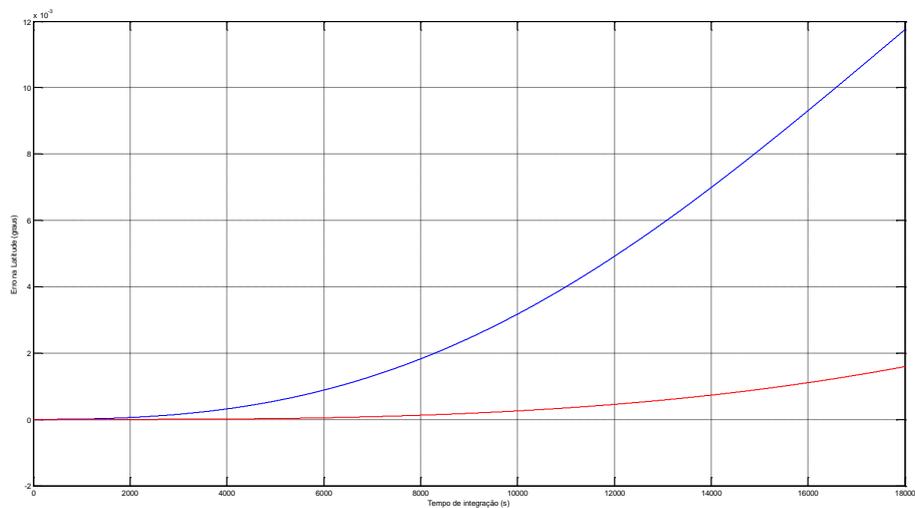
Não foi observada nenhuma característica modal nas FFTs, apenas um contorno gerado por um filtro passa-baixas interno ao girômetro digital.

#### **8.4. Simulação de Navegação usando Dados Compensados e Não Compensados**

Para validar ainda mais o método de caracterização utilizado, aplicou-se uma rotina de integração das medidas dos sensores inerciais sobre os dados compensados de um ensaio com a UMI em repouso, e comparou-se os resultados com os dos dados não compensados (isto é, os dados em unidades de engenharia obtidos a partir dos parâmetros de viés e fator de escala da *datasheet*). A rotina, implementada em MATLAB, foi cortesia da NavCon, e se baseia nas equações de Titterton et al. (2004).

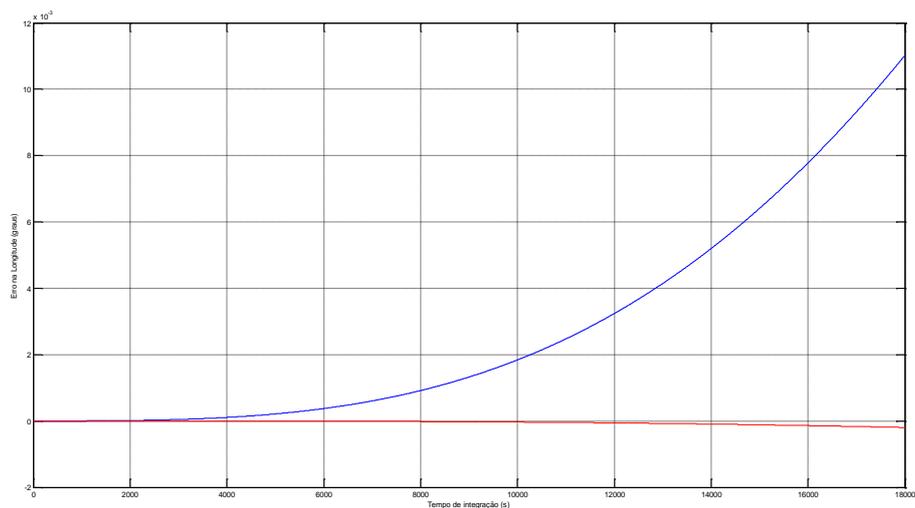
O gráfico da Figura 8.20 ilustra os erros na latitude obtidos da integração de três minutos dos dados compensados (vermelho) e dos dados não compensados (azul).

Figura 8.20 – Comparação dos erros na latitude com e sem compensação.



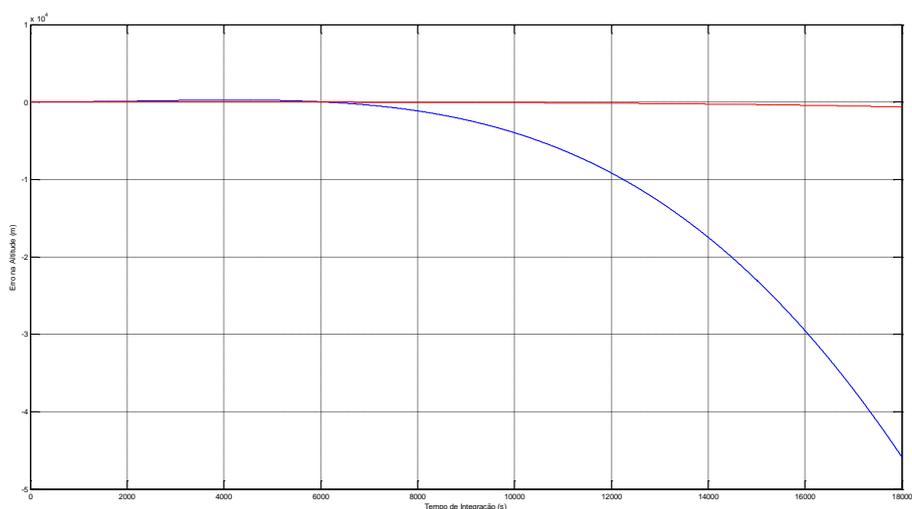
O gráfico da Figura 8.21 ilustra os erros na longitude obtidos da integração de três minutos dos dados compensados (vermelho) e dos dados não compensados (azul).

Figura 8.21 – Comparação dos erros na longitude com e sem compensação.



O gráfico da Figura 8.22 ilustra os erros na longitude obtidos da integração de três minutos dos dados compensados (vermelho) e dos dados não compensados (azul).

Figura 8.22 – Comparação dos erros na altitude com e sem compensação.



Nos gráficos das Figuras 8.20, 8.21 e 8.22, pode-se observar que a compensação dos erros dos sensores inerciais MEMS reduziu consideravelmente o erro no cálculo da latitude, da longitude e da altitude, respectivamente. Essa redução pode ser melhor observada na Tabela 8.12, que mostra o erro total no cálculo da posição para as situações com compensação e sem compensação.

Tabela 8.12: Erro no cálculo da posição.

Condição	Erro (m)
Sensores inerciais não compensados	45.800
Sensores inerciais compensados	636

Na Tabela 8.12, os dados dos sensores inerciais foram convertidos para unidades de engenharia a partir dos parâmetros nominais fornecidos pelo fabricante, enquanto que na condição dos sensores inerciais compensados, foram utilizados os parâmetros determinados durante os ensaios neste trabalho.

## 9 CONCLUSÃO

Neste trabalho, apresentou-se uma revisão da bibliografia a respeito de sensores inerciais MEMS: seu princípio de funcionamento, suas principais fontes de erro e sua caracterização. Foram sugeridos modelos para acelerômetros MEMS e para girômetros MEMS baseados na bibliografia estudada. Apresentaram-se procedimentos de ensaio de laboratório para determinação dos parâmetros de caracterização de acelerômetros e girômetros estudados. As normas do IEEE (1998, 2004) foram a principal referência para a definição desses ensaios, embora a empresa NavCon tenha contribuído consideravelmente para enriquecer os procedimentos aplicados.

Tendo por base esse alicerce teórico, uma UMI contendo uma tríade de acelerômetros MEMS e de girômetros MEMS foi submetida aos ensaios de caracterização. Os resultados foram apresentados aqui e os parâmetros determinados para os acelerômetros e girômetros ficaram, em geral, dentro do especificado pelos fabricantes dos sensores. Esse resultado indica que o modelo aqui definido, bem como os métodos para determinação de parâmetros desse modelo, estão de acordo com as normas e terminologias aceitas na área de Sistemas de Navegação Inercial.

Também foi feita uma comparação dos dados brutos dos sensores com os dados compensados após a aplicação dos parâmetros determinados utilizando-se o modelo matemático definido. Em geral, após uma caracterização como a que foi realizada, é feita uma análise do erro residual de cada um dos parâmetros determinados. Essa análise não foi o escopo deste trabalho, portanto limitou-se, somente, a fazer uma análise qualitativa do processo.

Por fim, foi executada uma rotina de integração sobre os dados dos sensores inerciais, adquiridos nos ensaios, após compensação e antes da compensação. Com isso, observou-se que o erro no cálculo da posição foi reduzido consideravelmente, de 45.800 metros para 636 metros. Esse resultado, portanto, agrega valor ao método de caracterização utilizado neste trabalho.

Como foi visto, os sensores inerciais MEMS trouxeram grandes vantagens, como a diminuição da quantidade de componentes dos sistemas inerciais, diminuição do custo e redução do tamanho desses sistemas. Mas os resultados experimentais aqui obtidos reforçam a noção de que, para a sua aplicação, a caracterização dos sensores inerciais do tipo MEMS é fundamental. Os erros causados por desalinhamento do eixo de entrada e a sensibilidade do viés à temperatura foram observados em todos os sensores caracterizados. A instabilidade do viés e outros erros de deriva do viés têm impacto nas medidas de baixa dinâmica e precisam ser também considerados quando se pretende utilizar sensores MEMS nessas aplicações.

### **9.1. Trabalhos Futuros**

Embora, neste trabalho, tenha sido apresentado, também, um método para determinação dos parâmetros referentes a repetibilidade e a estabilidade de sensores inerciais MEMS, os experimentos não contemplaram os procedimentos apresentados. Para tal consumação, seria necessário obter componentes previamente caracterizados por métodos validados, o que não foi possível. Portanto uma ideia de trabalho futuro é submeter um sensor cujos parâmetros de repetibilidade e estabilidade sejam bem conhecidos, e comparar os resultados dos ensaios com esses valores.

Estudos futuros também podem abordar erros específicos citados neste trabalho, mas com um nível de profundidade maior, de modo análogo ao que foi feito por Gulmammadov (2009) com relação à deriva do viés ou por Phani et al. (2004) com relação à anisotropia; ambos estudos realizados fora do Brasil.

Uma análise dos resíduos deixados por diferentes métodos de caracterização também pode ser realizada. Neste caso, o foco seria na comparação entre os diferentes métodos.

Por fim, uma outra sugestão de trabalho futuro é a implementação dos modelos matemáticos aqui definidos em um ambiente de simulação, e seu melhoramento incremental através de comparação com ensaios em laboratório, com o objetivo de desenvolver ferramentas para especificação de requisitos de sensores *a priori* em um determinado projeto. Para isto, sugere-se um estudo dos trabalhos de Savage (1998, 2000, 2006, 2007, 2009), Grigorie et al. (2014) e Ambrósio (2010).



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALLAN, D. W. Statistics of atomic frequency standards. **Proceedings of the IEEE**, v. 54, n. 2, p. 221-230, 1966.

AMBRÓSIO, F. V. **Uma ferramenta para a simulação e validação de sistemas de navegação inercial**. 2010, 234p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica com área de concentração em Informática Industrial) – Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2010.

ANALOG DEVICES. **3-Axis,  $\pm 2$  g/ $\pm 4$  g/ $\pm 8$  g/ $\pm 16$  g Digital accelerometer ADXL345 Datasheet Rev E**. Norwood: Analog Devices. Disponível em: <http://www.analog.com/media/en/technical-documentation/data-sheets/ADXL345.pdf>. Acesso em: 10 mai. de 2016.

BARRETT, J. M. **Analysing and modeling low-cost MEMS IMUs for use in an inertial navigation system**. 2014, 95p. Dissertação (Mestrado em Robotics Engineering) - Worcester Polytechnic Institute, Worcester, 2014.

BEZOLD, M. **An attitude determination system with MEMS gyroscope drift compensation for small satellites**. 2013, 96p. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica) - University of Kentucky, Lexington, 2013.

BRITTING, K. R. **Inertial navigation systems analysis**. 1.<sup>st</sup> ed. Hoboken, Wiley, 1971. ISBN 0-471-10485-X.

DEPARTMENT OF DEFENSE (DoD). **Modeling and simulation glossary**. Washington, D.C.: 1998. (DoD 5000.59-M).

GEORGIA STATE UNIVERSITY. **HyperPhysics: gyroscope**. Atlanta, 2011. Disponível em: <http://hyperphysics.phy-astr.gsu.edu/hbase/gyr.html>. Acesso em: 10 mai. de 2016.

GRANZIERA, J. F. **Simulação e implementação de um determinador de atitude em tempo real utilizando sensores microfabricados**. Universidade Estadual de Londrina, 2006.

GREWAL, M. S., WEILL, L. R., ANDREWS, A. P. **Global positioning systems, inertial navigation, and integration**. 2. ed. Hoboken: Wiley, 2007. ISBN 0-470-04190-0.

GRIGORIE, T. L., BOTEZ, R. M. **Modelling and simulation based Matlab/Simulink of a strap-down inertial navigation system' errors due to the inertial sensors**. Intech, 2014. Disponível em:

<http://www.intechopen.com/books/matlab-applications-for-the-practical-engineer/modelling-and-simulation-based-matlab-simulink-of-a-strap-down-inertial-navigation-system-errors-due>. Acesso em: 10 mai. de 2016.

GULMAMMADOV, F. **Analysis, modeling and compensation of bias drift in MEMS inertial sensors**. IEEE, 2009. (978-1-4244-3628-6/09).

HOU, H. **Modeling inertial sensors errors using Allan variance**. 2004, 147p. Dissertação (Mestrado em Geomatics Engineering) - University of Calgary, Calgary, 2004.

INSTITUTE OF ELECTRICAL AND ELECTRONICS ENGINEERS (IEEE). **Standard specification format guide and test procedure for linear, single-axis, nongyroscopic accelerometers**. New York: IEEE, 1998. (IEEE Std 1293-1998). ISBN 0-7381-1430-8.

\_\_\_\_\_. **Standard for inertial sensor terminology**. New York: IEEE, 2001. (IEEE Std 528-2001).

\_\_\_\_\_. **Standard specification format guide and test procedure for Coriolis vibratory gyros**. New York: IEEE, 2004. (IEEE Std 1431-2004). ISBN 0-7381-4006-6.

\_\_\_\_\_. **Standard specification format guide and test procedure for single-axis interferometric fiber optic gyros**. New York: IEEE, 1997. (IEEE Std 952-1997).

INTERNATIONAL SOCIETY OF AUTOMATION (ISA). **Automation, systems, and instrumentation dictionary**. 4. ed. North Carolina: ISA, 2003. 528p.

LAWRENCE, A. **Modern inertial technology**. 2. ed. New York: Springer, 1998. ISBN 0-387-98507-7.

PAPOULIS, A., PILLAI, A. U. **Probability, random variables and stochastic processes**. 4. ed. New York: McGraw-Hill, 2002.

PARK, M. **Error analysis and stochastic modeling of MEMS based inertial sensors for land vehicle navigation applications**. 2004, 135p. Dissertação (Mestrado em Geomatics Engineering) - University of Calgary, Calgary, 2004.

PHANI, A. S., SESHIA, A. A. Identification of anisoelasticity and nonproportional damping in MEMS gyroscopes. In: NSTI NANOTECHNOLOGY CONFERENCE AND TRADE SHOW, 2004, Boston, EUA. **Proceedings...** Boston: NSTI, 2004, vol. 2, p.343-346. ISBN 0-9728422-8-4.

SAVAGE, P. G. A **Unified mathematical framework for strapdown algorithm design**. AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics, vol. 29, n. 2, p. 237-249. 2006.

\_\_\_\_\_. **Performance analysis of strapdown systems**. NATO RTO Lecture Series: Low-Cost Inertial Navigation Sensors Integration Technology, Section 10 mai de 2009. (EN-SET-116).

\_\_\_\_\_. **Strapdown analytics**. 2. ed. .Strapdown Associates, Inc. Minnesota, 2007.

\_\_\_\_\_. **Strapdown analytics**. Strapdown Associates, Inc. Minnesota, 2000.

\_\_\_\_\_. Strapdown inertial navigation integration algorithm design part 1: Attitude Algorithms. **AIAA Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v.21, n.1, p.19-28. 1998.

SIQUEIRA, R. H. **Caracterização e calibração de unidade de giros em configuração redundante para teste de desempenho em determinação de atitude**. 2014, 114p. Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais com área de concentração em Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

STMICROELECTRONICS. **Everything about STMicroelectronics' 3-axis digital MEMS gyroscopes Rev 1**. Geneva: STMicroelectronics, 2011. (022032 Rev 1). Disponível em:  
[http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/technical\\_article/59/f5/1a/06/82/b5/4c/57/DM00034730.pdf/files/DM00034730.pdf/jcr:content/translations/en.DM00034730.pdf](http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/technical_article/59/f5/1a/06/82/b5/4c/57/DM00034730.pdf/files/DM00034730.pdf/jcr:content/translations/en.DM00034730.pdf). Acesso em: 10 de mai. de 2016.

STMICROELECTRONICS. **L3G4200D MEMS motion sensor: ultra-stable three-axis digital output gyroscope Rev 3**. Geneva: STMicroelectronics, 2010. (17116 Rev 3). Disponível em:  
<http://www.st.com/content/ccc/resource/technical/document/datasheet/04/46/d6/00/be/d9/46/ae/CD00265057.pdf/files/CD00265057.pdf/jcr:content/translations/en.CD00265057.pdf>. Acesso em: 10 mai. de 2016.

TITTERTON, D. H.; WESTON, J. L. **Strapdown inertial navigation technology**. 2. ed. Stevenage: The Institution of Electrical Engineer, 2004. ISBN 0-86341-358-7.

TUTHILL, J. **Design and simulation of a nano-satellite attitude dDetermination system**. 2009, 149p. Dissertação (Mestrado em Astronautical Engineering) - Naval Postgraduate School, Monterey, 2009.

WOODMAN, O. J. **An introduction to inertial navigation**. University of Calgary, 2007. (ISSN 1476-2986)

ZHANG, X., LI, Y., MUMFORD, P., RIZOS, C. Allan variance analysis on error characters of MEMS inertial sensors for an FPGA-based GPS/INS system. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON GPS/GNSS'08, 2008, Yokohama, Japan. **Proceedings...** Yokohama: IEEE, 2008.