

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/09.05.19.35-TDI

ONDAS DE GRAVIDADE DE MÉDIA ESCALA OBSERVADAS NA AEROLUMINESCÊNCIA NOTURNA SOBRE CACHOEIRA PAULISTA

Anderson Vestena Bilibio

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Geofísica Espacial/Ciências Atmosféricas, orientada pelos Drs. Cristiano Max Wrasse, e Nelson Jorge Schuch, aprovada em 21 de setembro de 2017.

URL do documento original: <http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3PJ9QL5>

> INPE São José dos Campos 2017

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE Gabinete do Diretor (GB) Serviço de Informação e Documentação (SID) Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970 São José dos Campos - SP - Brasil Tel.:(012) 3208-6923/6921 E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):

Presidente:

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

Membros:

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID) BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID) EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/09.05.19.35-TDI

ONDAS DE GRAVIDADE DE MÉDIA ESCALA OBSERVADAS NA AEROLUMINESCÊNCIA NOTURNA SOBRE CACHOEIRA PAULISTA

Anderson Vestena Bilibio

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Geofísica Espacial/Ciências Atmosféricas, orientada pelos Drs. Cristiano Max Wrasse, e Nelson Jorge Schuch, aprovada em 21 de setembro de 2017.

URL do documento original: <http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3PJ9QL5>

> INPE São José dos Campos 2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Bilibio, Anderson Vestena.

B4920 Ondas de gravidade de média escala observadas na aeroluminescência noturna sobre Cachoeira Paulista / Anderson Vestena Bilibio. – São José dos Campos : INPE, 2017. xviii + 67 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/09.05.19.35-TDI)

Dissertação (Mestrado em Geofísica Espacial/Ciências Atmosféricas) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.

Orientadores : Drs. Cristiano Max Wrasse, e Nelson Jorge Schuch.

Aeroluminescência.
 Ondas de gravidade de média escala.
 Mesosfera.
 Dinâmica de atmosfera.
 I.Título.

 ${\rm CDU}\ 535.241.44$



Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

Aluno (a): Anderson Vestena Bilibio

Título: "ONDAS DE GRAVIDADE DE MÉDIA ESCALA OBSERVADAS NA AEROLUMINESCÊNCIA NOTURNA SOBRE CACHOEIRA PAULISTA"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de *Mestre* em

Geofísica Espacial/Ciências Atmosféricas

Dr. Cristiano Max Wrasse

Presidente / Orientador(a) / INPE / São José dos Campos - SP

Dr. Nelson Jorge Schuch

Hisao Takahashi

Dr.

Dr.

Orientador(a) / INPE / Santa Maria - RS

Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Cosme Alexandre Oliveira Barros Figueiredo

Igo Paulino da Silva

Membro da Banca / INPE / São José dos Campos - SP

Convidado(a) / UFCG / Campina Grande - PB

Este trabalho foi aprovado por:

- () maioria simples
- (X) unanimidade

AGRADECIMENTOS

No momento que realizamos um trabalho desta magnitude não percebemos o quanto as pessoas que nos circundam são passiveis de nos ajudar nesta tarefa. Desta forma, de maneira geral, deixo aqui alguns agradecimentos a todas as pessoas que colaboraram diretamente ou indiretamente para a conclusão deste trabalho, especialmente aos seguintes:

- Primeiramente aos familiares, a todos que estão mais próximos de mim e principalmente meu pai, minha mãe e meu irmão, os quais sempre estarão comigo de alguma forma, me apoiando em todos esses anos de grandes esforços e estudos para meu desenvolvimento pessoal;
- Agradeço principalmente a Força maior que nos rodeia, por ter me orientado de forma a concluir com êxito este trabalho de Mestrado. Sem dúvidas, não tendo esta harmonia e proteção para com ela, não estaria obtendo este fruto, como resultados;
- Aos orientadores Drs. Cristiano Max Wrasse e Nelson Jorge Schuch, pelos conhecimentos, os quais me passaram. Além de sua paciência e tempo, empenho que dedicaram a mim, na orientação deste trabalho de pesquisa;
- A Universidade Federal de Santa Maria (UFSM) por ter me dado uma base sólida para ingressar no programa de Mestrado em Geofísica Espacial no Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE);
- A Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) por ter me concedido o auxílio de bolsa de estudo;
- Aos colegas de sala e de pesquisas em Geofísica Espacial, pelo apoio e ajuda no que fosse possível;
- Ao INPE, por todas as pessoas que constituem e contribuem de alguma forma para que a pesquisas e os estudos continuem dando frutos para a sociedade Brasileira.

RESUMO

Um estudo sobre ondas de gravidade de média escala, observados na região da mesosfera e baixa termosfera terrestre, foi realizado entre os anos de 1998 e 2013 no Observatório de Cachoeira Paulista, SP, (22,4°S; 45,0°O). Imagens da aeroluminescência noturna das emissões OH e OI (557,7 nm), foram usadas com o objetivo de investigar as características das ondas de gravidade de média escala. A análise das ondas foi realizada utilizando a técnica de keograma. Os resultados mostraram que os 142 eventos de ondas observados na emissão do OH e OI (557,7 nm) apresentaram as seguintes características: comprimentos de onda horizontais entre 50 e 500 km, períodos observados entre 20 e 80 minutos, velocidades de fases entre 40 e 100 m/s. As direções preferenciais de propagação das ondas de gravidade de média escala foram analisadas para cada estação do ano e apresentaram as seguintes características: verão (Nordeste e Sudeste), outono (Noroeste), inverno (quase isotrópica) e primavera (Nordeste e Sudeste). Também foi realizada a comparação na direção de propagação entre as ondas de gravidade de pequena e média escala. As direções preferenciais de propagação das ondas de pequena e média escala são semelhantes para cada estação do ano. Isto pode indicar que as possíveis fontes de geração das ondas de média escala podem estar relacionadas com os mesmos fenômenos meteorológicos que geram as ondas de gravidade de pequena escala em Cachoeira Paulista, tais como os sistemas frontais e os sistemas convectivos.

Palavras-chave: Aeroluminescência. Ondas de Gravidade de Média Escala. Mesosfera. Dinâmica da Atmosfera.

MEDIUM-SCALE GRAVITY WAVES OBSERVED IN THE AIRGLOW OVER CACHOEIRA PAULISTA

ABSTRACT

Medium-scale gravity waves were observed in the mesosphere and lower thermosphere region between 1998 and 2013 at the Observatory of Cachoeira Paulista, SP, (22.4°S; 45.0°O). Images obtained from OH and OI (557.7 nm) airglow emissions were used to investigate the wave characteristics, using the keograma technique. The results showed that 142 gravity wave events observed in the airglow emission have the following characteristics: horizontal wavelength between 50 and 500 km, observed period between 20 and 80 minutes, phase velocity between 40 and 100 m/s. Medium-scale gravity wave propagation directions were analyzed for each season of the year and presented the following propagation characteristics: summer propagation to Northeast and Southeast, autumn mainly propagation to Northwest, winter showed a quasi-isotropic propagation and during spring the waves propagated to Northeast and Southeast. A comparison of the propagation directions between small and medium scale gravity wave was also performed. The mainly propagation directions of small and medium-scale gravity waves are similar for each season of the year. This may indicate that the possible wave sources of medium-scale gravity wave may be related to the same meteorological phenomena that generate small-scale gravity waves over Cachoeira Paulista, such as frontal systems and convective systems

Keywords: Airglow, Gravity waves, medium scale, Mesosphere, Atmospheric Dynamics.

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.2 -Imagem ilustrativa do crescimento da amplitude em umapropagação ascendente para uma onda de gravidade.12

Figura 3.3 - Keograma obtido a partir das imagens da emissão do OH no Observatório de Cachoeira Paulista para a noite de 21 de Outubro de 1998. 22

Figura 4.7 - Direção preferencial de propagação das ondas de gravidade de média escala observada durante as campanhas: (a) e (b) SpreadFEx; (c) COPEX. Os diagramas são apresentados em função da velocidade de fase. 45

Figura 5.6 - Comparação dos ajustes obtidos para os parâmetros de ondas de gravidade. "CP", "CA" e "DF" indicam os observatórios de Cachoeira Paulista e São João do Cariri e Distrito Federal. "MP" e "M" representam ondas de gravidade de pequena e média escala e média escala, respectivamente. . 54

LISTA DE TABELAS

Tabela 3.1 -CaracterísticasdosfiltrosdeinterferênciautilizadosnoimageadorAll-Sky e altitudes médias das camadas da aeroluminescência....18

Tabela 3.2 -Representação das direções de propagação das ondas degravidade visualizadas a partir de keogramas.27

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO1			
2	FU	NDAMENTAÇÃO TEORICA	5	
	2.1	Níveis críticos1	3	
	2.2	Ondas canalizadas1	4	
3	INS	STRUMENTAÇÃO E METODOLOGIA 1	7	
	3.1	Imageador All-Sky1	7	
	3.2	Processamento das Imagens1	9	
	3.3	Metodologia de análise dos keogramas2	!1	
	3.4	Propagação de incerteza nos parâmetros das ondas de gravidade 2	28	
	3.5	Resultados da análise espectral dos keogramas2	29	
4 RESULTADOS OBSERVADOS		SULTADOS OBSERVADOS3	3	
	4.1	Resultados da observação da aeroluminescência	3	
	4.2 esca	Características gerais dos parâmetros de onda de gravidade de médi la	ia 54	
	4.3 de m	Variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidad édia escala	le 9	
5	DIS	SCUSSÕES DOS RESULTADOS 4	.7	
6	CC	NCLUSÕES5	7	
R	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 59			
A	APÊNDICE A – PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS			

1 INTRODUÇÃO

A presente Dissertação de Mestrado trata do estudo da propagação de ondas de gravidade de média escala e os seus efeitos na dinâmica da atmosfera terrestre, mais especificamente na região da mesosfera e baixa termosfera. Nessa região encontra-se uma ampla variedade de estruturas importantes, dentre as quais se destacam as camadas de aeroluminescência, as camadas de metais meteóricos e as nuvens noctilucentes (GARDNER, 1995).

Nos últimos anos as ondas de gravidade atmosféricas constituem uma área de grande atividade de pesquisas, devido aos efeitos destas ondas na circulação, estrutura e variabilidade atmosféricas (FRITTS e ALEXANDER, 2003).

Os efeitos das ondas de gravidade na atmosfera incluem turbulência, mistura de constituintes, transporte de momentum e energia, interação com marés e ondas planetárias, bem como alterações na temperatura da mesopausa e no fluxo do vento médio (FECHINE, 2007).

As possíveis fontes na geração das ondas de gravidade, na troposfera, estão associadas aos fluxos de ar sobre as montanhas, tempestades convectivas, atividades frontais, o cisalhamento de vento e as interações onda-onda (FRITTS; ALEXANDER, 2003).

Ondas de gravidade de pequena escala observadas utilizando imageadores *All-Sky*, foram amplamente estudadas nos últimos 20 anos, em termos de seus parâmetros físicos e de suas características morfológicas (WRASSE, 2004; MEDEIROS et al., 2007; BAGESTON, 2009; SUZUKI et al., 2009; TAYLOR et al., 2009). Na grande maioria destes estudos foram investigadas ondas de gravidade com comprimento de onda horizontal menor do que 50 km, as quais são classificadas de onda de gravidade de pequena escala.

Contudo, ondas de gravidade de média escala, com comprimento de onda horizontal maior do que 50 km são difíceis de serem observadas diretamente nas imagens obtidas pela emissão da aeroluminescência noturna. Takahashi et al. (2009) e Taylor et al. (2009) utilizaram a técnica de keograma para estudar as ondas de gravidade de média escala durante a campanha SpreadFex, do inglês (Spread-F Experiment). Paulino et al (2012) realizaram um estudo similar para as ondas de gravidade de média escala observadas na região norte do Brasil durante a campanha científica COPEX, do inglês (COnjugate Point EXperiment).

Essien (2015) realizou um estudo sobre ondas de gravidade de média escala sobre a região nordeste do Brasil. Neste estudo foram utilizados 11 anos de dados de observação da aeroluminescência.

Os estudos sobre ondas de gravidade de média escala, citados anteriormente, foram realizados nas regiões Norte, Nordeste e central do Brasil. Até o presente momento não foram realizados estudos da atividade de onda de gravidade de média escala sobre a região Sudeste do Brasil.

Desta forma, a motivação para realizar o presente trabalho de mestrado foi a pequena quantidade de trabalhos publicados na literatura sobre ondas de gravidade de média escala. Assim sendo, o objetivo principal deste trabalho é a investigação das ondas de gravidade de média escala ($\lambda_H > 50 \text{ km}$) sobre a região Sudeste do Brasil.

Para atingir o objetivo foram propostos os seguintes objetivos específicos:

- Aplicar a técnica de keograma nos dados de imagens de aeroluminescência da emissão do OH e OI (557,7 nm), obtidos entre os anos de 1998 e 2013 no Observatório de Cachoeira Paulista (SP).
- 2. Validar a metodologia de análise espectral para obter os parâmetros das ondas de gravidade de média escala utilizando a técnica de keograma.
- Aplicar a análise espectral nos dados selecionados e obter os parâmetros característicos das ondas de gravidade, tais como: comprimento de onda horizontal, período, velocidade de fase horizontal e direção de propagação.
- Comparar os resultados gerais obtidos dos parâmetros de ondas de gravidade de média escala com os trabalhos publicados na literatura, bem como os de pequena escala observados em Cachoeira Paulista (SP).

A presente Dissertação de Mestrado está estruturada da seguinte forma: o Capítulo 2 apresenta a fundamentação teórica utilizada para compreender o fenômeno de ondas de gravidade. No Capítulo 3 é descrita a metodologia empregada, bem como a descrição de como se obtêm os parâmetros de ondas de gravidade a partir da técnica de keograma. No Capítulo 4 são apresentados os principais resultados observados e comparados aos trabalhos publicados na literatura. No Capítulo 5 são apresentadas as discussões dos resultados das ondas de gravidade de média e pequena escala para Cachoeira Paulista, SP. Por fim é apresentado no Capítulo 6 as principais conclusões deste trabalho e algumas considerações sobre trabalhos futuros. No Apêndice A é descrita a metodologia utilizada na propagação de incertezas dos parâmetros das ondas de gravidade de média escala.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEORICA

A atmosfera terrestre suporta um grande número de fenômenos ondulatórios, porém as ondas atmosféricas (internas) podem ser divididas em três tipos principais, conforme apresentado na Figura 2.1, são elas: ondas longitudinais ou ondas acústicas, são ondas cujo deslocamento ocorre na mesma direção de propagação; ondas verticais transversas ou ondas de gravidade, são ondas que se propagam horizontalmente e compostas de deslocamentos verticais; ondas horizontais transversas ou ondas de Rossby (ondas planetárias com período maior que 24 horas), são ondas que se propagam horizontais, perpendiculares à direção de propagação. As ondas atmosféricas podem ainda se apresentar como uma combinação destes três tipos de onda (BEER, 1974, *apud* FECHINE, 2007).

Figura 2.1 - Os três tipos principais de ondas que podem ocorrer na atmosfera terrestre.



Fonte: Adaptada de Beer (1974, p.2).

A partir de uma série de trabalhos publicados entre as décadas de 1950 e 1960, Hines propôs que os ventos irregulares observados na região da mesosfera e baixa termosfera poderiam ser explicados como sendo o resultado da propagação de ondas internas na atmosfera (HINES, 1974).

As ondas de gravidade são ondas atmosféricas verticais transversas resultantes do desequilíbrio entre o gradiente de pressão e a força de gravidade. Estas ondas apresentam um período entre 270 s e 8 horas. (FRITTS e ALEXANDER, 2003).

Chimonas e Hines (1986) afirmam que, além do transporte vertical de momentum e energia, as ondas de gravidade também são importantes quando estão sujeitas a algum processo de canalização, que inibe a propagação vertical, confinando o fluxo de energia e momentum a uma limitada faixa de alturas (FECHINE, 2007).

As ondas de gravidade podem ser descritas por meio da teoria linear ou teoria da perturbação de primeira ordem, que é válida para movimentos ondulatórios de pequena amplitude. Contudo nesta aproximação a velocidade do fluido deve ser muito menor que a velocidade de fase da onda, o que resulta na filtragem de todas as interações de ordem superior entre as ondas de diferentes comprimentos de onda e períodos (BEER, 1974). Porém, para a atmosfera real, devem-se levar em conta os processos dissipativos e as instabilidades, logo nesse regime, a teoria linear das ondas não é mais válida, e termos não lineares precisam ser levados em consideração no conjunto de equações para que se possa ter uma descrição completa do movimento (BEER, 1974).

As equações básicas que descrevem o movimento, no sistema de coordenadas cartesianas em que x é positivo para o Norte, y para o Leste e z na vertical para cima são descritas por Gossard e Hooke (1975) e apresentadas a seguir.

Equação do momento,

$$\left(\frac{d\vec{v}}{dt}\right) + 2\vec{\Omega} \times \vec{v} = -\frac{1}{\rho}\nabla p + \vec{g} + \frac{1}{\rho}\vec{F};$$
(2.1)

Equação da continuidade,

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \nabla \vec{v} = 0; \tag{2.2}$$

Equação da energia,

$$c_{v} \frac{dT}{dt} + p \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho}\right) = Q; \qquad (2.3)$$

Equação dos gases perfeitos,

$$p = \rho RT. \tag{2.4}$$

No primeiro termo da equação da conservação do momento tem-se, a variação temporal local da velocidade, dado pelo vetor $\vec{v} = (u, v, w)$, em que u é a velocidade para Leste (zonal), na direção (x); a velocidade para Norte (meridional) v, na direção (y) e a velocidade para cima (vertical) w, na direção (z). A Equação (2.1) estabelece o balanço entre as forças de diferentes naturezas. A força de Coriolis é representada pelo termo $\vec{\Omega} \times \vec{v}$; a velocidade angular da Terra é dada por $\vec{\Omega} = (0, \Omega_y, \Omega_z)$ e \vec{g} é a aceleração da gravidade. O termo $-\frac{1}{\rho}\nabla p$ é a força (por unidade de massa) devido ao gradiente de pressão, com as variáveis p e ρ representando a pressão atmosférica e a densidade, respectivamente. Já as forças externas são representadas pelo termo \vec{F} , as quais podem ser as forças dissipativas.

A equação da continuidade, Equação (2.2), representa a conservação de massa, dentro de um volume arbitrário de fluido. O termo $\frac{d\rho}{dt}$ é a variação da densidade de uma parcela de fluido e $\nabla \rho \vec{v}$ é o divergente do fluxo de massa.

Na Equação (2.3) da conservada de energia, o termo $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla$ é o operador de Stokes e representa a derivada total no sistema Euleriano. O termo $p \frac{D}{Dt} \left(\frac{1}{\rho}\right)$ representa o trabalho realizado pela massa de ar que sofre uma contração ou expansão. Os termos c_v e Q são respectivamente, o calor específico a volume constante, e o calor externo recebido por unidade de massa e tempo.

Por último, a equação dos gases perfeitos, Equação (2.4), pode ser aplicada para a condição de ar seco, onde R é a constante dos gases ideais e T é a temperatura.

Supondo uma atmosfera não ionizada e sem turbulência ou viscosidade, podese aplicar a teoria linear das ondas de gravidade. Nessa teoria linear considerase uma perturbação de primeira ordem (que representa o estado básico mais perturbado) nos parâmetros das Equações (2.1) a (2.4). Admitindo-se que as soluções para as equações básicas da atmosfera sejam do tipo onda-plana, tem-se:

$$(U, V, W, P) = (u_0, v_0, w_0, p_0) \exp[i(wt - kx - ly - mz)],$$
(2.5)

em que *U*, *V*, *W*, *P* são as quantidades perturbadas e os termos que apresentam subscrito zero indicam o estado básico.

A solução das equações pode ser generalizada, decompondo a onda de gravidade em duas componentes. Desta forma, admitindo um modelo de atmosfera básica (ideal) sem viscosidade, compressível, sem rotação da terra ($\Omega_z = 0$), sem difusividade, porém com cisalhamento vertical do vento, pode-se obter o seguinte conjunto de equações:

$$\frac{DU}{Dt} + Wu_0' \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial x} = 0, \quad u_0' = \frac{\partial u_0}{\partial z};$$
(2.6)

$$\frac{DV}{Dt} + Wv_0 \frac{1}{\rho_s} \frac{\partial P}{\partial y} = 0, \quad v_0 = \frac{\partial v_0}{\partial z};$$
(2.7)

$$\frac{1}{\rho_s C_s^2} \frac{DP}{Dt} + \frac{\partial U}{\partial x} + \left(\frac{\partial}{\partial z} - \Gamma\right) W = 0;$$
(2.8)

$$\left(\frac{D^2}{Dt^2} + N^2\right)W + \frac{1}{\rho_s}\frac{D}{Dt}\left(\frac{\partial}{\partial z} + \Gamma\right)P = 0,$$
(2.9)

em que u'e v' são as velocidades do vento para cada componente, zonal e meridional, para o estado perturbado. O parâmetro C_s^2 é a velocidade do som,

 ρ_0 e ρ_s são a densidade média do gás majoritário no estado básico e a densidade em uma altura de referência, respectivamente. O termo Γ representa a influência do gradiente de densidade nos termos inerciais, também conhecido como coeficiente de Eckart, o qual pode ser expresso pela seguinte equação:

$$\Gamma = \frac{1}{2\rho_0} \frac{\partial \rho_0}{\partial z} + \frac{g}{C_s^2},$$
(2.10)

o parâmetro *N* é a frequência angular de Brünt Väisälä, dada em radianos por segundo, representada pela seguinte equação:

$$N^{2} = -g\left(\frac{1}{\rho_{0}}\frac{\partial\rho_{0}}{\partial z} + \frac{g}{C_{s}^{2}}\right).$$
(2.11)

Considerando a aproximação hidrostática, $\rho \propto p \propto \exp(-gz/RT)$, tem-se uma expressão mais simples para a frequência angular de Brünt Väisälä, dada por:

$$N^{2} = \frac{g^{2}}{RT} \left(1 - \frac{RT}{C_{s}^{2}} \right) = \frac{g^{2}}{RT} \left(\frac{\gamma - 1}{\gamma} \right), \qquad (2.12)$$

em que, γ é uma constante adimensional, dada pela razão c_p/c_v , onde as variáveis de estado c_p e c_v representam, respectivamente, o calor específico a pressão constante e o calor específico a volume contaste, as quais estão relacionadas entre si pela constante dos gases ideais: $R = c_p - c_v$, com $c_v = 3/2R$ e $c_p = 5/2R$.

Reescrevendo o operador de Stokes dado pela derivada substantiva $\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla$, onde ∇ é o operador, ρ é a densidade do fluído e \vec{v} é a velocidade do fluído nas três componentes. Isto ocorre quando o fluido não possui fonte e nem sumidouro de massa, tem-se a seguinte relação:

$$\frac{D}{Dt} = ik[u(z) - c] = -i\omega, \qquad (2.13)$$

onde, $c = \frac{\omega}{k}$ é a velocidade de fase da onda, u(z) é a velocidade do vento e definindo ω como sendo a frequência angular aparente, tem-se:

$$\omega = \vec{k}[c - \vec{u}(z)]. \tag{2.14}$$

A frequência angular intrínseca $\hat{\omega}$ da onda, determinada por um observador que se desloca com o vento médio de fundo, está associada com a frequência angular aparente, ω , pela seguinte equação:

$$\hat{\omega} = \omega - \vec{k} \, \vec{u}, \tag{2.15}$$

os vetores $\vec{k} \in \vec{u}(z)$ representam o número de onda horizontal e o vento horizontal, respectivamente, e $\omega = c \cdot \vec{k}$.

Caso as ondas se movam mais rápido que o vento, $\hat{\omega}$ é positivo; caso contrário, é negativo. Na Equação (2.13) assume-se que as soluções sejam proporcionais a $\exp[i(kx - \omega t)]$. Substituindo a Equação (2.13) nas Equações de (2.8) a (2.9) para eliminar P e U, pode-se encontrar a seguinte relação:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \left[\frac{N^2}{(u_0 - c)^2} - \frac{u_0^{"}}{u_0 - c} - \frac{2\Gamma u_0^{"}}{u_0 - c} - k_H^2 - \Gamma^2\right] W = 0, \quad u_0^{"} = \frac{\partial^2 u_0}{\partial z^2}.$$
 (2.16)

Se os efeitos de compressibilidade forem desprezados (ondas acústicas), $\Gamma = 0$, a Equação (2.16) é conhecida como equação de Taylor-Goldstein. Essa equação é o ponto de partida para a análise dos efeitos do cisalhamento e gradientes térmicos sobre o regime de propagação das ondas de gravidade.

Desta forma, pode-se reescrever a equação de Taylor-Goldstein da seguinte maneira:

$$\frac{\partial^2 W}{\partial z^2} + \left[\frac{N^2}{(u_0 - c)^2} - \frac{u_0^{"}}{u_0 - c} - k_H^2\right] W = 0,$$
(2.17)

onde, $k_H = 2\pi/\lambda_H$ é o número de onda horizontal, c é a velocidade de fase da onda, u_0 é o vento médio zonal, W é a velocidade vertical somados os estados básico e perturbado, e N^2 a frequência de Brünt Väisälä.

Assumindo que N^2 e u_0 sejam funções da altura e variam lentamente, pode-se usar a aproximação WKB¹ para resolver a equação de Taylor-Goldstein. Desta forma, a relação de dispersão para ondas de gravidade pode ser expressa por:

$$m^{2} = \frac{N^{2}}{\left(u_{0} - c\right)^{2}} - \frac{u_{0}^{''}}{u_{0} - c} - k_{H}^{2}, \qquad (2.18)$$

em que, $m = 2\pi/\lambda_z$ é o número de onda vertical. O termo $N^2/(u_0 - c)^2$ representa o efeito da temperatura, enquanto que o termo u''/(uo - c) representa o efeito do cisalhamento do vento sobre número de onda vertical da onda de gravidade.

A partir da equação de Taylor-Goldstein é possível obter dois tipos de soluções de ondas: 1) $m^2 > 0$, as ondas são denominadas propagantes, pois se propagam livremente em função da altura; 2) $m^2 < 0$, as ondas são dominadas evanescentes, ou seja, são ondas que não se propagam na vertical e estando sujeitas a sofrerem algum tipo de reflexão.

As ondas propagantes são caracterizadas por propagarem-se tanto na horizontal quanto na vertical, enquanto que as ondas evanescentes não se propagam verticalmente (GOSSARD; HOOKE, 1975). De acordo com suas

¹ *Wentzel-Kramer-Brillouin*, aproximação WKB, pode ser empregada quando as propriedades do meio variam lentamente em relação ao comprimento de onda vertical.

características as ondas propagantes, que incluem as ondas de gravidade internas, quando se propagam de modo ascendente, aumentam a amplitude de oscilação à medida que a densidade da atmosfera diminui, conforme mostra a Figura 2.2. Porém, se não ocorrer a dissipação de energia, a amplitude da onda torna-se tão grande que esta pode sofrer um processo de quebra, podendo transferir momentum e energia para o meio, acelerando ou desacelerando o fluxo básico e provocando turbulência.

Existe também distintas regiões do espectro onde as ondas ocorrem conforme ilustrado na Figura 2.3. A região de alta frequência ($\omega > \omega_a$) é dominada pelas ondas acústicas e a região de baixa frequência ($\omega < \omega_g$) é dominada pelas ondas de gravidade internas, onde ω_a é a frequência de corte acústica e $\omega_g = N$ é a frequência de Brünt-Väisälä. No intervalo entre estas frequências ($\omega_g < \omega < \omega_a$) as ondas são denominadas evanescentes.

Figura 2.2 - Imagem ilustrativa do crescimento da amplitude em uma propagação ascendente para uma onda de gravidade.



Fonte: Adaptada de Hargreaves (1992, p.126).

Figura 2.3 - Diagrama ilustrando as regiões de existência das ondas de gravidade, ondas evanescentes e ondas acústicas.



Fonte: Beer (1974, p.55).

2.1 Níveis críticos

Ao considerar que os ventos na atmosfera variam em função da altura, uma onda de gravidade propagante pode encontrar uma região onde o vento médio de fundo apresenta a mesma velocidade de fase da onda ($\bar{u} = c$). A região onde isto ocorre é denominada de nível crítico, o qual pode ser representado pela singularidade na solução da equação de Taylor-Goldstein.

O comportamento de uma onda de gravidade ao se aproximar de um nível crítico é ilustrado na Figura 2.4. Quando uma onda se aproxima de um nível crítico (z_c) a frequência intrínseca da onda tende a zero $(\widehat{\omega} \rightarrow 0)$ e por consequência, o número de onda vertical tende a infinito $(m \rightarrow \infty)$. Caso o tempo necessário para a onda atingir o nível crítico for muito grande $(t \rightarrow \infty)$, a onda será absorvida no nível crítico, em vez de ser refletida ou transmitida.

Os níveis críticos podem ocorrer tanto na baixa atmosfera, devido as correntes de jato, quanto na alta atmosfera, os quais exercem um importante efeito sobre o espectro das ondas de gravidade. Estes níveis críticos filtram as ondas com comprimentos de onda horizontal pequeno, pois essas ondas apresentam uma baixa velocidade de fase vertical (BEER, 1974).

Figura 2.4 - Representação ilustrativa de uma onda de gravidade propagando-se em direção a um nível crítico, representada pela linha tracejada.



Fonte: Adaptada de Gossard e Hooke (1975, p. 178).

2.2 Ondas canalizadas

Uma onda de gravidade propagando-se verticalmente e de modo ascendente pode atingir uma região e\ou um nível onde as características do ambiente, tais como, o vento básico (\bar{u}) e N^2 , mudam de forma abrupta em função da altura, nesta região o número de onda vertical da onda pode se tornar nulo. Logo se esta condição existir pode ocorrer a reflexão da onda de gravidade (PITTEWAY; HINES, 1965).

Contudo a reflexão pode ser parcial ou completa. Caso for parcial parte da onda é transmitida acima deste nível, mas com uma amplitude reduzida. A onda transmitida pode ser tanto propagante, número de onda vertical real, quanto evanescente, número de onda vertical imaginário. Assim a onda refletida propaga-se para baixo onde pode ser novamente refletida para cima, por um ambiente favorável em uma altura inferior, ou mesmo pela superfície terrestre. Caso a distância entre os níveis de reflexão for um múltiplo do número de onda vertical, as ondas incidentes e refletidas sofrem interferência construtiva, e a onda de gravidade é dita aprisionada ou canalizada, conforme pode ser visto na Figura 2.5. Por consequência disto, as ondas canalizadas são capazes de transportar energia por grandes distâncias horizontais, sofrendo pouca atenuação dentro de um duto que funciona como um guia de onda. Se a espessura do duto não for um múltiplo do número de onda vertical, a onda sofre uma interferência destrutiva (NAPPO, 2002).

Figura 2.5 - Imagem ilustrando uma reflexão e transmissão de onda entre dois níveis. Caso as ondas incidentes e refletidas estiverem em fase, a onda poderá ser canalizada.



Fonte: Adaptada de Nappo (2002, p. 86).

Analisando o número de onda vertical observa-se que as ondas de gravidade canalizadas são ondas propagantes $m^2 > 0$ confinadas entre duas regiões evanescentes $m^2 < 0$ ou entre uma região evanescente e o solo, mostrando algum tipo de ressonância (FRANCIS, 1975). A Figura 2.6 apresenta a condição de uma onda canalizada, no qual uma onda propagante está entre duas regiões evanescentes.

Entretanto, quando o mecanismo responsável pela canalização deve-se ao gradiente de temperatura, o duto é denominado térmico, e quando o mecanismo deve-se ao gradiente de vento médio, o duto é chamado Doppler. Quando o mecanismo responsável pela canalização for devido a ambos os gradientes, o duto é denominado duto dual ou Doppler-Térmico (ISLER; TAYLOR; FRITTS, 1997).

Figura 2.6 - Ilustração do perfil do número de onda vertical que permite a formação de um canal Doppler, no qual apresenta as regiões onde a onda é propagante e evanescente.



Fonte: Adaptada de Chimonas e Hines (1986).
3 INSTRUMENTAÇÃO E METODOLOGIA

No presente capítulo é apresentada a metodologia para a obtenção dos parâmetros de ondas de gravidade de média escala, utilizando a técnica de keograma. São descritos os procedimentos envolvidos para a construção dos keogramas. A partir dos keogramas, são calculados os parâmetros das ondas de gravidade de media escala. Para validar os resultados, foram simuladas ondas de gravidade com diferentes parâmetros e desta forma, avaliar a propagação de incertezas nos parâmetros das ondas de gravidade de média

3.1 Imageador All-Sky

Um dos equipamentos que pode ser utilizado para a observação de ondas de gravidade é o imageador *All-Sky*. Este equipamento é capaz de detectar as variações na intensidade das emissões de aeroluminescência noturna nas regiões da mesosférica e termosférica terrestre, e em seguida, registrá-las por meio de imagens em arquivos digitais (MEDEIROS, 2001). O imageador *All-Sky* é composto por um sistema óptico com uma lente olho de peixe, além de um conjunto de lentes para o sistema telecêntrico, filtros de interferência, lentes para a reconstrução da imagem e uma câmera CCD (da sigla em inglês, *Charge-Coupled Device*) que registra em forma de imagem as emissões da aeroluminescência. A CCD do imageador consiste de uma área coletora de 6,45 cm², com uma matriz de 1024x1024 com pixels de 14 bits. Apresenta uma alta eficiência quântica (80% no visível), baixa corrente escura (0,5 elétrons/pixel/s) baixo ruído de leitura (15 elétrons rms) e alta linearidade (0,05 %). As imagens são agrupadas para 512x512 pixels para melhorar a relação sinal-ruído (MEDEIROS, 2001).

Na Tabela 3.1 são apresentadas as características dos filtros de interferência utilizados para medir as emissões da aeroluminescência no Observatório de Cachoeira Paulista, (22,4°S; 45,0°O) (MEDEIROS, 2001).

17

Tabela 3.1 -	Características dos filtros de interferência utilizados no imageador Al	<i>II-</i>
	Sky e altitudes médias das camadas da aeroluminescência.	

Espécie Fotoquímica (Filtro)	Comprimento de Onda (nm)	Largura de Altura Médi Banda (nm) (km)		Tempo de Integração (s)	
OI	557,7	2,65	~96	90	
OI	630,0	3,3	~275	90	
Fundo Luminoso	578,0	2,67	-	90	
O ₂ (0-1)	865,5	12	~94	90	
OH	715-930 ²	215	87	15	

Fonte: Adaptada de (Medeiros, 2001).

A Figura 3.1 mostra uma representação do imageador *All-Sky* utilizado nas observações da emissão da aeroluminescência atmosférica no Observatório de Cachoeira Paulista.

Figura 3.1 - Esquematização do imageador utilizado para medir as emissões da aeroluminescência noturna.



Fonte: Wrasse (2004, p.38).

 $^{^2}$ Com interceptação em 865,5 nm, que corresponde às emissões da banda Atmosférica do $O_2(0\mathchar`-1)$

O imageador *All-Sky* funciona da seguinte maneira: a luz resultante da aeroluminescência noturna incide sobre a lente olho de peixe (*Fish-eye*), em seguida, o feixe luminoso atravessa um conjunto de lentes do sistema telecêntrico, o qual projeta a luz perpendicularmente sobre o filtro de interferência. A componente da luz filtrada passa para um sistema de lentes que irá reconstruir a imagem. Por fim, o foco da luz incidente é obtido sobre a superfície da CCD por meio de uma lente comercial. A imagem obtida pela câmera é então transferida e arquivada em um computador (MEDEIROS, 2001; WRASSE, 2004; PAULINO, 2012).

É importante mencionar que neste trabalho foram utilizados dois imageadores *All-Sky*. O primeiro imageador foi instalado em Cachoeira Paulista em outubro de 1998, fruto de uma cooperação internacional entre o INPE e a "Utah State University" (EUA). O segundo imageador, com características similares ao primeiro, foi adquirido pelo INPE em 2001 e instalado em Cachoeira Paulista em junho de 2004. A descrição apresentada anteriormente refere-se ao primeiro imageador instalado em Cachoeira Paulista. É importante frisar que os filtros de interferência utilizados pelos dois imageadores apresentam as mesmas características.

Contudo, as CCDs utilizadas pelos imageadores apresentavam pequenas diferenças, enquanto a CCD do primeiro imageador possuía uma área coletora de 6,45 cm², com uma matriz de 1024x1024 pixels, a CCD do segundo imageador possuía uma área coletora de 6,95 cm² com uma matriz de 1340x1300 pixels. Ambas CCDs necessitavam de um sistema de refrigeração por líquido refrigerante.

3.2 Processamento das Imagens

Para analisar as imagens obtidas pelo imageador *All-Sky* e determinar as características das ondas de gravidade de média escala, é necessário utilizar um sistema de coordenadas que relacione a distância entre os pixels na imagem original com uma distância física na altura da camada da aeroluminescência (GARCIA et al, 1997).

19

O método que consiste em transformar as coordenadas da imagem original para coordenadas geográficas, é conhecido como calibração espacial, que consiste em mapear cada ponto da imagem original a um ponto nas coordenadas geográficas via transformação de coordenada (GARCIA et al, 1997).

A calibração espacial consiste na transformação de coordenadas da imagem original para coordenadas geográficas e o método baseia-se no mapeamento das estrelas mais brilhantes da imagem original para a coordenada geográfica, em termos de azimute e elevação (GARCIA et al, 1997). Este procedimento é realizado manualmente, e envolve *softwares* que forneçam um mapa celeste para o mesmo local e horário da observação da aeroluminescência. Contudo, WRASSE e RODRIGES (2008) desenvolveram um *software* denominado *All-Sky Calibration* que executa as principais etapas do processo de mapeamento de coordenadas. As calibrações espaciais das imagens utilizadas no presente trabalho foram realizadas com o *software All-Sky Calibration*. Maiores informações sobre o processo de calibração espacial utilizando o *software All-Sky Calibration* pode ser encontrado no trabalho de Almeida (2010).

A seguir são descritos na Figura 3.2 os principais passos para o préprocessamento das imagens antes da construção dos keogramas:

- a) Aquisição da imagem da emissão do OH obtido pelo imageador All-Sky;
- b) Alinhar o topo da imagem original com o Norte geográfico;
- c) Remoção das estrelas da imagem que será analisada (MAEKAWA, 2000);
- d) Mapear as imagens da coordenada padrão para coordenada geográfica, (km/pixel).

Figura 3.2 - Ilustração das principais etapas do pré-processamento das imagens. (A) imagem original, (B) imagem em coordenada padrão, (C) a imagem com as estrelas removidas e (D) a imagem mapeada em coordenadas geográficas. A imagem apresenta uma onda de gravidade observada na camada de emissão do OH, em 10 de Junho de 1999, às 00:06 horário local no Observatório de Cachoeira Paulista (SP).



3.3 Metodologia de análise dos keogramas

Keogramas consistem de amostras zonais e meridionais de imagens da aeroluminescência em função do tempo (PAULINO, 2012). Em geral, as amostras para o keograma são obtidas para uma linha e uma coluna da imagem que passam pelo centro da mesma. Com o uso de keograma, é possível estudar separadamente as oscilações que ocorrem exclusivamente em cada direção (Norte/Sul e Leste/Oeste). A partir dos keogramas pode-se obter os parâmetros da onda de gravidade por relações geométricas entre as suas componentes (PAULINO, 2012).

A Figura 3.3 apresenta um keograma para a emissão do OH obtida em Cachoeira Paulista na noite de 21 de Outubro de 1998. Observam-se estruturas de grande porte tanto na componente zonal quanto na meridional do keograma.



Figura 3.3 - Keograma obtido a partir das imagens da emissão do OH no Observatório de Cachoeira Paulista para a noite de 21 de Outubro de 1998.

Paulino (2012) desenvolveu a metodologia de análise de ondas de gravidade de média escala a partir da técnica de keogramas. Uma das dificuldades em se trabalhar com a técnica de keogramas é a identificação dos padrões de uma mesma onda nas duas componentes do keograma. Paulino (2012) também menciona que uma onda pode atravessar o campo de visão do imageador apenas na parte Norte ou Sul e, assim sendo, não será registrada no keograma zonal. Da mesma maneira, uma onda pode cruzar as imagens no Leste ou Oeste, e consequentemente, nada será registrada no keograma meridional. Outra dificuldade apontada por Paulino (2012) é a pequena amplitude das

oscilações (<10%) o que dificulta a separação espectral das ondas de gravidade de média escala.

Um modo de enfatizar as ondas de gravidade de média escala encontradas em um conjunto de imagens é por meio da aplicação de filtros digitais. Paulino (2012) utilizou um filtro passa alta em seu conjunto de imagens e também realizou a subtração de uma imagem adjacente para destacar as oscilações presentes nos dados. De forma análoga, no presente trabalho foram testados diversos tipos de filtros, mas os melhores resultados obtidos foram com a aplicação de um filtro passa banda para comprimentos de onda horizontal entre 5 km e 384 km, e o segundo entre 5 km e 256 km. Esses intervalos foram escolhidos devido à projeção adotada em cada um dos bancos de dados, a saber: projeção de 768x768 km para os dados do primeiro imageador, e projeção de 512x512 km para os dados do segundo imageador. Além disso, também foi aplicada uma suavização de 11 km e 16,5 km no conjunto de dados do primeiro, e segundo imageador, respectivamente.

Para validar a metodologia de filtragem adotada no presente trabalho, utilizouse o mesmo conjunto de dados apresentado por Paulino (2012, pg. 81), Figura 4.8. Os resultados encontrados por Paulino (2012) para a onda analisada foram: $\lambda_H \cong 360 \ km$, $\tau \cong 60 \ min.$, $C_H \cong 100 \ m/s$ e $\varphi \cong 26^\circ$, enquanto que os resultados encontrados, com a presente metodologia, para a mesma onda de gravidade foram: $\lambda_H \cong 362 \ km$, $\tau \cong 60 \ min.$, $C_H \cong 100 \ m/s$ e $\varphi \cong 23^\circ$. Desta forma, ambas as metodologias utilizadas apresentam os mesmos resultados, validando a escolha dos filtros utilizados no presente trabalho.

A Figura 3.4 apresenta o mesmo keograma da Figura 3.3 no qual foi aplicado a metodologia de filtragem descrito anteriormente. Observa-se que as estruturas horizontais presentes na Figura 3.3 foram removidas, e que as estruturas de grande porte foram realçadas, tanto na componente zonal quanto na meridional do keograma.

Figura 3.4 - Keograma obtido a partir das imagens da emissão do OH, no qual foi aplicada a metodologia de filtragem para realçar as oscilações de média escala.



Para analisar as oscilações presentes nas componentes zonal e meridional dos keogramas, seleciona-se uma região que contenha a oscilação em ambas as componentes do keograma. Em seguida, aplica-se a Transformada de Fourier Rápida (FFT) em uma dimensão, em função do tempo, para cada uma das amostras contidas na região selecionada. A Equação (3.19) representa a Transforada de Fourier Rápida do domínio do tempo (t) para o domínio da frequência (ω):

$$F(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} f(t) e^{-\frac{2\pi\omega n}{N}t},$$
(3.19)

onde, $F(\omega)$ é a Transformada Rápida de Fourier da função f(t), $\omega = 0$, ..., N - 1o índice de frequência e N, representa o número de pontos da série temporal. Utilizando a Transformada de Fourier, pode-se obter o espectro cruzado pela seguinte relação:

$$C(\omega) = F_s(\omega) * F_{s+1}^*(\omega), \qquad (3.20)$$

onde, $C(\omega)$ é o espectro cruzado entre duas séries temporais. $F_S(\omega)$ e $F_{S+1}^*(\omega)$ são as transformadas de Fourier das séries $f_S(t)$ e $f_{S+1}(t)$, respectivamente, e $F_{S+1}^*(\omega)$ o complexo conjugado de $F_{S+1}(\omega)$.

O espectro cruzado de potência unidimensional é definido pelo módulo quadrático $|C^2|$. Se o número de séries temporais selecionados for *S*, o espectro resultante será a média aritmética de todo o conjunto dos *S* – 1 espectros calculados (WRASSE, 2004; FIGUEIREDO, 2017).

A amplitude do espectro pode ser determinada por $2\sqrt{|C(\omega)|}$, e a diferença de fase do espectro cruzado é definida por (FIGUEIREDO, 2017):

$$\Delta\phi(NS, LO) = \operatorname{arctg}\left(\frac{\operatorname{Im} C(NS, LO)}{\operatorname{Re} C(NS, LO)}\right), -\pi \le \phi \le \pi,$$
(3.21)

Para a frequência ω na qual a amplitude do espectro é máxima, a fase do espectro cruzado representa a diferença de fase causada pela propagação da onda entre estas séries temporais.

As principais etapas para a determinação dos parâmetros das ondas de gravidades são descritos a seguir (PAULINO, 2012; FIGUEIREDO, 2017):

a) Determinar o período,

$$\tau = \frac{1}{f(\omega)};\tag{3.22}$$

b) Calcular o comprimento de onda para as componentes zonal e meridional ($\lambda_{NS,LO}$),

$$\lambda_{NS,LO} = \frac{\Delta d}{\frac{\Delta \phi}{360}},\tag{3.23}$$

onde, Δd , é a distância entre as séries temporais;

c) Calcular o comprimento de onda horizontal (PAULINO, 2012):

$$\lambda_{H} = \frac{\lambda_{NS} \cdot \lambda_{LO}}{\sqrt{\lambda_{NS}^{2} + \lambda_{LO}^{2}}}; \qquad (3.24)$$

d) Calcular a velocidade de fase horizontal (C_H) e a direção de propagação de fase (φ), dadas por:

$$C_{H} = \frac{\lambda_{H}}{\tau}, \qquad (3.25)$$

$$\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{\lambda_H}{\lambda_{NS}} \right). \tag{3.26}$$

Observando os keogramas também é possível identificar a direção de propagação das ondas de gravidade, pela visualização da inclinação da fase da onda nas componentes do keograma. A Tabela 3.2 apresenta um resumo das possíveis direções de propagação das ondas de gravidade obtidas pela técnica de keogramas.

Tabela 3.2 -Representação das direções de propagação das ondas de gravidade
visualizadas a partir de keogramas.

Onda	Keogramas	Direção de Propagação	
	200 150 100 W 0 0 100 0 100 0 100 100 100 10	Norte (0°)	
	200 150 (m) 100 S ² 50 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	Nordeste (45°)	
	200 150 150 100 \overrightarrow{u} 50 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	Leste (90°)	
	200 150 150 100 E ⁻ 50 0 0 100 2 ⁻ 50 0 0 150 150 150 0 150 0 150 0 150 0 100 0 100 0 100 0 100 0 100 0 100 0 100 0 100 0 100 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	$\begin{array}{c} \text{Sudeste} \\ (135^\circ) \end{array}$	
	200 150 100 100 B ² 300 0 150 150 150 150 150 150 100 B ² 300 C ² 3	Sul (180°)	
	$\begin{array}{c} 200 \\ 150 \\ \hline 150 \\ \hline 100 \\ \hline 1$	$\begin{array}{c} \text{Sudoeste} \\ (225^\circ) \end{array}$	
	200 150 150 150 150 150 150 150 1	Oeste (270°)	
	200 150 150 100 H 50 0 0 100 100 100 100 100 100	Noroeste (315°)	

Fonte: Figueiredo (2017, p.68).

3.4 Propagação de incerteza nos parâmetros das ondas de gravidade

Para avaliar as incertezas nos cálculos dos parâmetros das ondas de gravidade de média escala, desenvolveu-se uma rotina para simular ondas de gravidade em um amplo espectro de frequências e distintos períodos, velocidades de fase e direções de propagação.

O método escolhido foi simular ondas de gravidade de pequena escala $(10 \le \lambda \le 50 \text{ km}, \text{ e } \Delta \lambda = 10 \text{ km})$ e de média escala $(50 \le \lambda \le 500 \text{ km}, \text{ e } \Delta \lambda = 50 \text{ km})$. Para as ondas de pequena escala foram simulados períodos entre $10 \le \tau \le 60$ minutos, $\Delta \tau = 10$ minutos, enquanto que para as ondas de média escala foram simulados períodos entre $30 \le \tau \le 360$, $\Delta \tau = 30$ minutos. Com estas informações foram simuladas 3.600 combinações de comprimento de onda horizontal, período, velocidade de fase e direções de propagação. Essas simulações foram utilizadas para gerar um banco de dados de keogramas com um intervalo de tempo de 12 horas.

Utilizando o banco de dados das ondas simuladas, foi aplicada a análise espectral para cada um desses keogramas e os resultados obtidos foram comparados com os valores simulados. Os resultados mostram que a incerteza nos cálculos do comprimento de onda horizontal, para as ondas de gravidade de pequena escala, foi menor do que 3%, enquanto que a incerteza para o período, menor do que 2%.

De forma análoga, os resultados da incerteza para as ondas de média escala foram menores do que 3% para os comprimentos de onda horizontal e menores do que 5% para os períodos. As incertezas na direção de propagação das ondas de gravidade, de pequena e média escala, foram menores do que 10%.

As incertezas calculadas foram obtidas pela diferença direta entre o valor simulado e o resultado da análise espectral. Contudo, estas incertezas não podem ser utilizadas para as ondas de gravidade observadas. Nesse contexto, é necessário empregar a teoria da propagação de incertezas.

Desta forma, foi empregada a equação geral que descreve a propagação de incertezas apresentada por Bevington e Robinson (2003, Eq. 3.14, pg. 41). As Equações 2.21 à 2.25 foram submetidas à propagação de incertezas e os detalhes podem ser encontrados no Apêndice A.

De forma análoga a Figueiredo (2017), no presente estudo também foi utilizado uma incerteza de 5% no período, como consequência do nível de significância³ de 95% para o espectro de frequência.

3.5 Resultados da análise espectral dos keogramas

Nesta seção é apresentado um exemplo de uma onda de gravidade de média escala observada no Observatório de Cachoeira Paulista (SP) durante a noite de 21 de outubro de 1998. A Figura 3.5 apresenta o keograma da Figura 3.4, no qual se destaca a região, retângulo branco, em que foi aplicada a metodologia para determinação dos parâmetros da onda de gravidade de média escala.

Os resultados da análise espectral são apresentados na Figura 3.6. A coluna da esquerda apresenta os parâmetros da componente zonal, enquanto que na coluna da direita estão os parâmetros da componente meridional. Os painéis superiores indicam a região, em cada componente, onde foi aplicada a análise espectral. Os painéis intermediários apresentam a amplitude do espectro cruzado e os painéis inferiores a diferença de fase do espectro cruzado, para cada componente do keograma.

Desta forma, foi possível caracterizar a onda de gravidade de média escala que apresenta um comprimento de onda horizontal (λ_H) em torno de 226,4 ± 11,5 km; período (τ) de 99,5 ± 5,0 minutos; velocidade horizontal de fase (C_H) de 37,9 ± 2,7 m/s e direção de propagação (φ) de 136,2° ± 0,1°. A linha pontilhada no painel intermediário da Figura 3.6 representa o nível de significância de 95% para a determinação do período. A direção de propagação

³ Nível de significância: é a probabilidade de rejeitar a hipótese nula, mesmo que ela seja verdadeira. Para o presente estudo, a hipótese nula, é de 1 – 0, 95 = 0, 05, isto é, há uma probabilidade de 5% de escolher um pico na amplitude acima do espectro de fundo devido a um ruído.

da onda pode ser inferida a partir das cristas da fase da onda nos painéis superiores. Outra forma de visualizar a direção de propagação é analisar o sinal da diferença de fase do espectro cruzado, painéis inferiores, e compará-los com a Tabela 3.2.



Figura 3.5 - Keograma para noite de 21 de outubro de 1998 onde destaca-se a região em que foi aplicada a análise espectral.

Figura 3.6 - Resultados da análise espectral aplicado na região destacada da Figura 3.5. Os painéis superiores apresentam a região do keograma onde foi aplicada a análise espectral. Os painéis intermediários representam a amplitude do espectro cruzado, para o período calculado e os painéis inferiores a diferença de fase do espectro cruzado.



4 RESULTADOS OBSERVADOS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos parâmetros das ondas de gravidade de média escala observados no observatório de Cachoeira Paulista, SP. Estes resultados são comparados com estudos recentes realizados neste mesmo tema.

4.1 Resultados da observação da aeroluminescência

Os dados de observações da aeroluminescência utilizados no presente trabalho foram obtidos em dois momentos distintos: 1°) entre Setembro de 1998 e Agosto de 2000; 2°) entre Junho de 2004 e Junho de 2013. A Figura 4.1 apresenta o número total de horas de observação (4952 horas), agrupados por mês, para os 10 anos e 10 meses de observações da aeroluminescência. Destaca-se na Figura 4.1, o número de horas de céu limpo (3303 horas) as quais são propícias para observações de ondas de gravidade.

Outro ponto relevante que pode ser notado a partir da Figura 4.1, é ausência de observações entre Setembro de 2000 e Maio de 2004. Isto se deve a troca de imageadores conforme mencionado na Seção 3.1.

A partir desse banco de dados de imagens de aeroluminescência, foram selecionadas 750 noites de observação. Para identificar ondas de gravidade nas imagens da aeroluminescência foi estabelecida a condição de céu claro, isto é, noites sem cobertura de nuvens onde fosse possível visualizar com clareza as estrelas presentes nas imagens.

Desta forma, foram selecionadas 311 noites que apresentaram padrões de ondas nos keogramas. Essas noites foram pré-selecionadas para a caracterização dos parâmetros de ondas de gravidade utilizando a metodologia descrita na Seção 3.3. Assim sendo, foi possível analisar 142 eventos de ondas que se enquadram nos critérios de ondas de gravidade de média escala, $(\lambda_H > 50 km)$.

33

Figura 4.1 - Horas de observação da aeroluminescência em função dos meses do ano. As barras vermelhas representam o total de horas de observação, enquanto que as barras azuis representam a quantidade de horas com o céu limpo.



4.2 Características gerais dos parâmetros de onda de gravidade de média escala

A Figura 4.2(a) apresenta a distribuição do comprimento de onda horizontal das ondas de gravidade de média escala referente aos 142 eventos observados. O comprimento de onda horizontal está distribuído principalmente entre 50 e 400 km, com um valor médio em torno de 238 ± 152 km. O valor médio do comprimento de onda horizontal e seu respectivo desvio padrão foram obtidos a partir de uma distribuição gaussiana, conforme apresentado na figura.

Os resultados apresentados na Figura 4.2(b) mostram a distribuição do período observado das ondas de gravidade, os quais variam em torno de 20 - 80 minutos, majoritariamente. O período médio foi de ~49 ± 18 minutos. Observase que não foram encontrados períodos menores que 20 minutos nos dados analisados.

A distribuição de velocidade de fase observada das ondas de gravidade de média escala está apresentada na Figura 4.2(c). Nota-se que a grande maioria das ondas apresenta velocidades de fase entre 40 e 100 m/s. É importante salientar que alguns eventos, como visualizado na Figura 4.2(c), apresentaram velocidades maiores do que 200 m/s. O valor médio da velocidade de fase observado foi ~61 \pm 27 m/s, calculado de forma análoga as figuras anteriores.

A Figura 4.2(d) apresenta a distribuição da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala em função da velocidade de fase horizontal. Observa-se que a direção de propagação das ondas é quase isotrópica, isto é, estão distribuídas praticamente em quase todas as direções. Nas Figuras 4.2(c) e 4.2(d) observa-se que a maior parte das ondas (96,5%) apresentam velocidades de fase menores que 200 m/s. Por outro lado, somente 3,5% dos eventos de ondas apresentam velocidade de fase maior que 200 m/s, as quais se propagam para Nordeste, Leste e Sudeste.

Para entender o comportamento dos parâmetros de ondas de gravidade de média escala encontrados neste estudo, os mesmos serão comparados com os trabalhos realizados por: Ding et al. (2004); Suzuki et al. (2009), Essien (2015), os quais realizaram estudos de longo prazo.

Ding et al. (2004), apresentaram 7 anos de observações de ondas de gravidade de média escala, entre 1995 e 2001, obtidas no sítio da Universidade de Adelaide, Austrália (34,5° S, 138,5° E). Os autores encontraram em torno de 1300 casos de ondas de gravidade de média escala. As principais características das ondas de gravidade observadas foram: comprimento de onda horizontal entre 10 a 200 km; período entre 10 e 30 minutos; velocidade de fase entre 20 a 250 m/s. Ao comparar os resultados de Ding et al. (2004), com o presente trabalho, percebe-se que o comprimento de onda horizontal e o período observado são menores, enquanto que, a velocidade de fase horizontal é maior.

35

Figura 4.2 - Distribuição dos parâmetros de ondas de gravidade de média escala, onde se destacam: (a) comprimento de onda horizontal; (b) período observado; (c) velocidade de fase horizontal observado e (d) direção de propagação. O valor médio e o desvio padrão para cada parâmetro de onda foi obtido a partir de uma distribuição gaussiana.



Suzuki et al. (2009), utilizando a emissão do Na, observaram ondas de gravidade de média escala no observatório de Resolute Bay, Canada (74,7°N; 265,1°E), entre os anos de 2005 e 2006. Os autores encontraram 143 eventos de ondas de gravidade, sendo que 61 de média escala e 82 de pequena escala. A distribuição do comprimento de onda horizontal encontrado, para as ondas de média escala, foi em torno de 100 e 400 km, majoritariamente. Esses valores são semelhantes aos encontrados no presente trabalho, contudo vale ressaltar que os autores também encontraram casos com comprimento de onda horizontal em torno de 1000 km. Os períodos observados e as velocidades de fase encontradas por Suzuki et al. (2009) concentram-se, principalmente, de 20 a 80 minutos e 40 a 120 m/s, respectivamente. Esses resultados são semelhantes aos encontrados neste trabalho.

Recentemente, Essien (2015) utilizou a emissão do OH para estudar as características das ondas de gravidade de média escala, observadas entre os anos de 2000 e 2010, no observatório de São João do Cariri (7,40°S; 36,50°O). O autor encontrou os seguintes resultados para os parâmetros de ondas de gravidade: comprimento de onda horizontal entre 50 e 450 km; período entre 10 e 100 minutos; velocidade de fase entre 20 e 120 m/s. Nota-se que os limites superiores para os parâmetros de onda encontrados por Essien (2015) são maiores do que o presente trabalho.

Além disso, estudos de ondas de gravidade de média escala também foram realizados durante algumas campanhas observacionais realizadas no Brasil, tais como, as campanhas SpreadFEx e COPEX.

Durante a campanha SpreadFEx, realizada entre 22 de Setembro e 9 de Novembro de 2005, Taylor et al. (2009) identificaram 26 eventos de ondas de gravidade de média escala nos observatórios de São João do Cariri e Brasília (14,8° S; 47,6° O). As principais características das ondas de gravidade de média escala encontradas, em ambos os observatórios, foram: comprimento de onda horizontal entre 50 e 350 km; período entre 20 e 100 minutos; velocidade de fase entre 40 e 80 m/s. Estes resultados são análogos aos encontrados neste trabalho.

Takahashi et al. (2009) realizaram um estudo no qual correlacionaram os comprimentos de onda horizontal das ondas de gravidade com a distância entre bolhas de plasma observadas durante a campanha SpreadFEx. Contudo, ondas com comprimento de onda horizontal maiores do que 200 km foram considerados ondas de gravidade de média escala. Os autores encontraram uma relação linear entre as ondas de gravidade e a distância entre as bolhas de plasma.

Paulino et al. (2011), apresentaram os resultados das ondas de gravidade de média escala observados durante a campanha COPEX, realizada entre Outubro e Dezembro de 2002, em Boa Vista (2,80°N; 60,70°O). Os principais parâmetros de ondas encontrados pelos autores foram: comprimento de onda horizontal entre 50 e 250 km; período entre 20 e 120 minutos; velocidade de

fase entre 25 a 75 m/s. Por se tratar de um período de campanha, os parâmetros de ondas gravidade se assemelham com os parâmetros deste trabalho. Os autores também determinaram uma relação linear entre o comprimento de onda horizontal das ondas de gravidade de média escala com a inter distância entre as bolhas de plasma.

É importante salientar que nos trabalhos de Ding et al. (2004) e Suzuki et al. (2009), os autores consideram ondas de gravidade de média escala as ondas com comprimento de onda horizontal maiores do que 100 km, enquanto que nos demais trabalhos este valor foi de 50 km, o mesmo critério adotado neste estudo.

A Tabela 4.3 apresenta um sumário dos principais resultados descritos em função dos autores, local de observação, período de observação, número de eventos e os parametros das ondas de gravidade de média escala.

Autores	Local (País)	Tempo de Obs.	Ev. de ondas (Emissão)	λ _H (km)	τ (min)	С _н (m/s)	φ Pref.
Presente trabalho	Cachoeira Paulista (Brasil)	~11 anos 1998-2013	142 (OH, OI)	50-400	20-80	40-100	lso
Ding et al. (2004)	Adelaide (Austrália)	7 anos 1995-2001	1300 (OH, OI)	10-200	10-30	20-250	SE
Suzuki et al. (2009)	Resolute Bay (Canada)	1 ano 2005-2006	61 (Na)	100-400	20-80	40-120	L
Essien (2015)	São João do Cariri (Brasil)	11 anos 2000-2010	537 (OH)	50-450	10-100	20-120	NE
Taylor et al. (2009)	Cariri e Brasília (Brasil)	3 meses Set-Nov 2005	26 (OH)	50-350	20-100	40-80	NE
Paulino et al. (2011)	Boa Vista (Brasil)	2 meses Out-Dez 2002	15 (OH)	50-250	20-120	25-75	NO

Tabela 4.1 - Sumário dos parâmetros de ondas de gravidade de média escala.

4.3 Variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala

Para estudar a variação sazonal na direção de propagação das ondas de gravidade de média escala, as observações foram separadas em estações do ano, da mesma forma como realizado por Essien (2015). Para o verão foram considerados os meses de: Janeiro, Fevereiro e Março; o Outono: Abril, Maio e Junho; inverno: Julho, Agosto e Setembro; e a primavera: Outubro, Novembro e Dezembro.

Os resultados da variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala são apresentados e comparados com os mesmos

autores descritos na seção anterior (DING et al., 2004; SUZUKI et al., 2009, ESSIEN, 2015; TAYLOR et al., 2009; TAKAHASHI et al., 2009; PAULINO et al., 2011).

A Figura 4.3 apresenta a direção de propagação das ondas de gravidade de média escala observadas durante o verão. A Figura 4.3(a) apresenta os resultados do presente estudo, onde é possível observar que as direções preferenciais de propagação das onda são para Nordeste e Sudeste, com a maioria dos casos (~67%) se propagando para Sudeste. Nesta estação foram observados ~15% do total de eventos de ondas de gravidade. Além disso, a velocidade de fase das ondas apresenta magnitude inferior a 100 m/s.

Em Adelaide, Figura 4.3(b), as ondas apresentam direção preferencial para Sudeste durante o verão, enquanto que, em São João do Cariri, Figura 4.3(c), as ondas se propagam preferencialmente para Norte, Nordeste e Sudeste. Nota-se que os resultados apresentados na Figura 4.3(c) são similares ao do presente estudo. Suzuki et al. (2009) não apresentam a variação sazonal da direção propagação das ondas de média escala. Contudo, a Figura 4.3(d) apresenta os resultados gerais reportados por Suzuki et al. (2009), em Resolute Bay, Canada (74,7°N; 265,1°E), no qual se observa que as ondas se propagam preferencialmente para Norte, Sul, Sudoeste, Oeste e Noroeste.

Figura 4.3 - Variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala durante o verão. Em (a) os resultados do trabalho atual; (b) Ding et al.(2004, p.7); (c) Essien (2015, p.74); (d) Suzuki et al.(2009, p.5).



Fonte: Adaptada de Ding et al.(2004, p.7); Essien (2015, p.74) e Suzuki et al.(2009, p.5).

A Figura 4.4 apresenta a direção de propagação das ondas de gravidade de média escala observadas durante o outono. Observa-se que em Cachoeira Paulista, Figura 4.4(a), a direção de propagação preferencial das ondas são para Noroeste (67%) e Nordeste (19%). Em apenas 6 eventos (~17%) as ondas apresentam velocidade de fase horizontal superior a 100 m/s. Na Austrália, Figura 4.4(b), as ondas se propagam preferencialmente para Sul e Sudeste, enquanto que, em São João do Cariri, Figura 4.4(c), as ondas apresentam comportamento similar ao deste estudo. Na Figura 4.4(d) são apresentados novamente todas as direções de propagação das ondas de média escala observadas por Suzuki et al. (2009).

Figura 4.4 - Idem a Figura 4.3 para a estação de outono. Em (a) os resultados do trabalho atual; (b) Ding et al.(2004, p.7); (c) Essien (2015, p.74); (d) Suzuki et al.(2009, p.5).



Fonte: Adaptada de Ding et al.(2004, p.7); Essien (2015, p.74) e Suzuki et al.(2009, p.5).

A Figura 4.5 apresenta os resultados da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala observadas durante o inverno. A Figura 4.5(a) apresenta os resultados obtidos no presente trabalho, onde nota-se que as ondas apresentam uma distribuição quase isotrópica. Também é importante mencionar que esta estação representa 44% das observações de ondas de gravidade. Cerca de 30% destas ondas possuem velocidade de fase igual ou superior a 100 m/s. Em Adelaide, Figura 4.5(b), observa-se uma distribuição quase isotrópica na direção de propagação, com uma direção preferencial para Sudeste. Em São João do Cariri, Figura 4.5(c) as ondas apresentam comportamento anisotrópico, com direção preferencial para Nordeste. Na Figura 4.5(d) são apresentados os resultados gerais reportados por Suzuki et al. (2009). É importante salientar que durante o inverno as ondas de gravidade de média escala apresentam um comportamento quase isotropico em todos os

observatorios, com alguma direção preferencial de propagação peculiar com a região onde as ondas foram observadas.

Figura 4.5 - Idem a Figura 4.4 para a estação de inverno. Em (a) os resultados do trabalho atual; (b) Ding et al.(2004, p.7); (c) Essien (2015, p.74); (d) Suzuki et al.(2009, p.5).



Fonte: Adaptada de Ding et al.(2004, p.7); Essien (2015, p.74) e Suzuki et al.(2009, p.5).

A Figura 4.6 apresenta os resultados para a direção de propagação das ondas observadas durante a primavera. A Figura 4.6(a) apresenta os resultados do presente estudo no qual destacam-se as direções preferenciais de propagação para Nordeste e Sudeste (resultados similares aos meses de verão). Nesta estação foram observadas ~15% ondas de gravide de média escala. Observa-se que dois eventos de ondas apresentam velocidade de fase muito maiores que 100 m/s. Para a Austrália, Figura 4.6(b), observa-se uma direção de propagação preferencial das ondas para Sul-Sudeste. Em São João do Cariri, Figura 4.6(c), a direção preferencial é para Nordeste. A Figura 4.6(d), apresenta-se os resultados gerais encontrados por Suzuki et al. (2009) para o Resolute Bay, Canada.

Figura 4.6 - Idem a Figura 4.5 para a estação de primavera. Em (a) os resultados do trabalho atual; (b) Ding et al.(2004, p.7); (c) Essien (2015, p.74); (d) Suzuki et al.(2009, p.5).



Fonte: Adaptada de Ding et al.(2004, p.7); Essien (2015, p.74) e Suzuki et al.(2009, p.5).

A Figura 4.7 apresenta os principais resultados da direção de propagação das onda de gravidade de média escala observados durante as campanhas SpreadFEx, reportados por Taylor et al. (2009), e COPEX, apresentados por Paulino et al. (2011).

Os resultados da campanha SpreadFEx são apresentados nas Figura 4.7(a) e Figura 4.7(b) no qual observa-se que as direções preferenciais de propagação das ondas observadas em Brasília são para Leste e Sudeste, enquanto que para São João do Cariri são para Nordeste, Leste e Sudeste. Vale ressaltar que a campanha SpreadFEx ocorreu entre Setembro e Novembro de 2005. Já na campanha COPEX, Figura 4.7(c), as direções preferenciais de propagação são para Norte e Noroeste. Esta campanha ocorreu entre Outubro e Dezembro de 2002. Na Tabela 4.1, também é apresentada a direção de propagação majoritária das ondas de gravidade para cada um dos estudos que foram discutidos nessa seção. Além disso, a Figura 4.8 apresenta as principais direções de propagação das ondas de gravidade de média escala observadas sobre o território brasileiro. São destacados na figura os resultados das campanhas SpreadFEx e COPEX, além das observações de longo prazo realizados neste estudo e por Essien (2015). As direções de propagação das ondas de gravidade representadas pelas setas azul (vermelho) representam a estação de verão (inverno).

Figura 4.7 - Direção preferencial de propagação das ondas de gravidade de média escala observada durante as campanhas: (a) e (b) SpreadFEx; (c) COPEX. Os diagramas são apresentados em função da velocidade de fase.



Fonte: Adaptada de Taylor et al. (2009, p.9) e Paulino et al. (2011, p.4).

Figura 4.8 - Direções preferencias de propagação das ondas de gravidade de média escala observadas sobre o Brasil. A seta azul (vermelho) indicam a estação de verão (inverno). As setas em preto indicam as direções de propagação das ondas de gravidade para as localidades de Boa Vista e Brasília.



5 DISCUSSÕES DOS RESULTADOS

Nesse capítulo são discutidos os resultados dos parâmetros de ondas de gravidade de pequena e média escala observados na região Sudeste do Brasil.

A Figura 5.1 apresenta os resultados da variação sazonal das ondas de gravidade de pequena escala reportados por Wrasse et al. (2006). A Figura 5.2 apresenta a variação sazonal das ondas de gravidade de média escala encontrados no presente trabalho. As principais características da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala foram apresentadas no capítulo anterior e não serão discutidas aqui com o mesmo nível de detalhes.

Figura 5. 1 - Variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidade de pequena escala ($\lambda_H < 50 \ km$) observadas em Cachoeira Paulista. (a) Direção de propagação para o verão; (b) outono; (c) inverno e (d) primavera.



Comparando os resultados apresentados na Figura 5.1 e Figura 5.2 observa-se que as direções preferenciais de propagação das ondas de gravidade de pequena e média escala são muito semelhantes em cada uma das estações do ano. Também vale ressaltar que as ondas de gravidade de pequena escala apresentam, em sua maioria, velocidades de fase inferiores a 30 m/s. Por outro lado, as ondas de gravidade de média escala, em sua maioria apresentam velocidades de fase maiores do que 50 m/s.

Figura 5. 2 - Variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidade de média escala ($\lambda_H > 50 \text{ km}$) observadas em Cachoeira Paulista. (a) Direção de propagação para o verão; (b) outono; (c) inverno e (d) primavera.



Para tentar explicar as direções preferenciais de propagação das ondas de gravidade de pequena escala Medeiros (2001) e Medeiros et al. (2004) realizaram um estudo sobre o processo de filtragem exercido pelo vento neutro sobre as ondas de gravidade.

Medeiros (2001) afirma que a anisotropia detectada na direção de propagação das ondas, principalmente no inverno e verão, pode ser devida à presença de níveis críticos, os quais podem ocorrer em qualquer altura onde a velocidade horizontal do vento, ao longo da direção da onda, for igual a velocidade de fase horizontal da onda. É importante mencionar que os resultados encontrados por Medeiros (2001) e Medeiros et al. (2004) referem-se as ondas de gravidade de

pequena escala observadas em Cachoeira Paulista, entre os anos de 1998 e 1999, mesmo período deste estudo.

Medeiros et al. (2004) construíram um gráfico polar, o qual os autores chamaram de diagrama de bloqueio, que mostra os ângulos e as velocidades proibidas para a propagação das ondas de gravidade cima deste níveis (Ryan (1991); Ryan e Tuan (1991); Taylor et al. (1993)). Ondas de gravidade com velocidade de fase horizontal e direção dentro desta região são absorvidas e consequentemente, não podem ser mais observadas. Ondas de gravidade com velocidade de fase horizontal fora da região proibida não encontram níveis críticos e podem ser observadas nas camadas da aeroluminescência (MEDEIROS, 2001).

A Figura 5.3 apresenta os resultados encontrados por Medeiros et al. (2004) para as ondas de gravidade de pequena escala, onde pode ser observado que a direção preferencial de propagação das ondas de gravidade (na grande maioria dos casos) está fora da região de bloqueio das ondas. Desta forma, os autores conseguiram explicar a anisotropia na direção de propagação das ondas de gravidade observadas em Cachoeira Paulista.

Contudo, a direção de propagação das ondas de gravidade depende também da sua fonte de geração, seja ela na troposfera, estratosfera ou mesmo na mesosfera. Wrasse (2004) utilizou um modelo de *ray tracing* para determinar as retrotrajetórias das ondas observadas por Medeiros (2001) e assim localizar as possíveis regiões de geração das ondas de gravidade.

A Figura 5.4 apresenta os resultados da posição final das retrotrajetórias das ondas de gravidade observadas em Cachoeira Paulista entre 1998 e 1999. Observa-se que a localização das possíveis fontes de geração das ondas estão distribuídas principalmente ao Sul, Oeste e ao Norte do observatório.

As duas metodologias descritas anteriormente tentam explicar a propagação e a origem das ondas de gravidade de pequena escala observadas em Cachoeira Paulista. Conforme mencionado, as direções de propagação das ondas de pequena e média escala observadas em Cachoeira Paulista são muito semelhantes para cada estação do ano. Desta forma, acredita-se que os mecanismos de geração das ondas de gravidade de pequena e média escala sejam similares. É importante frisar que a propagação das ondas de gravidade de média escala também estão sujeitas a ação do vento e da temperatura, além das caraterísticas intrínsecas da própria onda.

Essien (2015) realizou um estudo semelhante ao apresentado por Medeiros et al. (2004), para as ondas de gravidade de pequena e média escala observadas em São João do Cariri. O autor construiu diagramas de bloqueio para explicar a sazonalidade na direção de propagação das ondas de gravidade de pequena e média escala. Essa sazonalidade na direção de propagação também pode ser explicada pelo processo de filtragem do vento neutro sobre as ondas, no qual as ondas de gravidade de pequena escala são mais susceptíveis ao processo de filtragem em comparação com as ondas de média escala. Desta forma, pode-se assumir o mesmo comportamento para as ondas observadas em Cachoeira Paulista.

Para o caso de Cachoeira Paulista, Wrasse (2004) encontrou que aproximadamente 16% das ondas observadas tem sua origem na troposfera, onde as possíveis fontes de geração destas ondas estariam, em média, a uma distância de 400 km em torno do observatório. Os principais fenômenos meteorológicos associados a geração das ondas de gravidade na troposfera, segundo Wrasse (2004) seriam: frentes frias (22%), sistemas convectivos associados a nuvens do tipo cumulonimbus (25%) além do efeito orográfico (33%).

No caso das ondas de gravidade de média escala acredita-se que os principais mecanismos de geração destas ondas também estejam associados com as frentes frias e os sistemas convectivos. Contudo, conforme descrito por Paulino (2012) as ondas de média escala poderiam ser geradas a grandes distancias do local onde as ondas são observadas.

Essien (2015) tentou correlacionar a ocorrência de ondas de gravidade de média escala com a variação do ciclo solar, porém o autor não conseguiu estabelecer nenhum tipo de relação entre elas.

50

Figura 5. 3 - Variação sazonal da direção de propagação das ondas de gravidade de pequena escala observadas em Cachoeira Paulista em função do diagrama do bloqueio. (a) Direção de propagação para o verão; (b) outono; (c) inverno e (d) primavera.



Fonte: Adaptada, Medeiros et al. (2004, p5.).

Figura 5. 4 - Distribuição sazonal da posição final das retrotrajetórias das ondas de gravidade que atingiram a região da troposfera terrestre. Os símbolos representam as posições finais das ondas de gravidade para cada uma das estações do ano.



Fonte: Wrasse (2004, p.102).

Taylor et al. (1997) investigaram a relação que ocorre entre os parâmetros das ondas de gravidade observados, e tentaram estabelecer uma tendência entre o comprimento de onda horizontal e o período observado. Segundo Taylor et al. (1997), o comprimento de onda horizontal é uma medida direta obtida por meio das imagens da aeroluminescência, portanto é considerada um parâmetro intrínseco, assim como a direção de propagação. Por outro lado, a velocidade de fase horizontal da onda e o período são parâmetros observados, pois dependem de medidas do vento neutro nesta região para se determinar os seus valores intrínsecos.

Neste trabalho, os parâmetros de ondas de gravidade de média escala são determinados por outro tipo de metodologia, e primeiramente determina-se o período observado da onda em cada uma das direções (zonal e meridional), depois a velocidade de fase em cada componente é determinada, e por fim calcula-se o comprimento de onda horizontal da onda e sua direção de propagação.

Taylor et al. (2009) e Paulino (2012) utilizaram a Equação (5.1) para tentar estabelecer uma relação entre o comprimento de onda horizontal (λ_H) e o período observado (τ_0) das ondas de gravidade:

$$\lambda_H = a \tau_0^b, \tag{5.27}$$

onde, a e b são os coeficientes linear e angular da equação. Segundo Paulino (2012) essa relação é importante porque relaciona as características espaciais (λ_H) e temporais (τ_0) das ondas de gravidade.

A Figura 5.5 apresenta a distribuição do comprimento de onda horizontal em função do período observado para as ondas de gravidade de pequena e média escala observadas em Cachoeira Paulista. O ajuste aplicado aos dados foi obtido utilizando a Equação (5.27). O ajuste apresenta uma correlação de R²=0,69. Observa-se claramente duas regiões na distribuição dos parâmetros de ondas de pequena e média escala observados em Cachoeira Paulista.
A Figura 5.6 apresenta uma comparação dos ajustes realizados para ondas de pequena e média escala obtidos no presente estudo e para os resultados obtidos por Taylor et al. (2009) e Paulino (2012) nas campanhas de observação de ondas de gravidade realizadas no Brasil. Estes resultados estão sumarizados na Tabela 5.1, onde são apresentados os coeficientes para os ajustes, bem como a correlação do ajuste em função dos parâmetros das ondas. Os tipos de ondas foram classificados como "PM" para pequena e média escala e "M" para média escala. "CP", "CA" e "DF" indicam os observatórios de Cachoeira Paulista, São João do Cariri e Distrito Federal, respectivamente.

Figura 5. 5 - Distribuição do comprimento de onda horizontal em função do período das ondas de gravidade de pequena e média escala observados em Cachoeira Paulista.



Figura 5.6 - Comparação dos ajustes obtidos para os parâmetros de ondas de gravidade. "CP", "CA" e "DF" indicam os observatórios de Cachoeira Paulista e São João do Cariri e Distrito Federal. "MP" e "M" representam ondas de gravidade de pequena e média escala e média escala, respectivamente.



Tabela 5. 1 - Sumário dos ajustes obtidos para a relação entre o comprimento de onda horizontal e o período observado para as ondas de pequena e média escala observados no Brasil.

Autores	Tipo onda	Coef. a	Exp. b	Correlação (R ²)
Presente Trabalho	PM - CP	1,08	1,22	0,69
Taylor et al. (2009)	PM – CA e DF	2,50	1,06	0,91
Paulino (2012)	M - CA	5,31	0,84	0,38

A Figura 5.6 apresenta de forma geral o comportamento do comprimento de onda horizontal em função do período observado. Esta relação representa a velocidade de fase das ondas, ao analisar os parâmetros das ondas para um período de 10 minutos, por exemplo, é possível observar que as ondas observadas em Cachoeira Paulista apresentam velocidade de fase menor do que as ondas observadas no Distrito Federal (Taylor et al., 2009) e em São João do Cariri (Paulino et al., 2012). Por outro lado, ao observar os parâmetros das ondas para um período de 100 minutos, é possível notar que tanto as ondas observadas em Cachoeira Paulista quanto no Distrito Federal (Taylor et al., 2012).

al., 2009) apresentam a mesma velocidade, ~50 m/s, contudo as ondas observadas e em São João do Cariri (Paulino et al., 2012) apresentam uma velocidade um pouco menor, da ordem de 40 m/s.

De forma geral as principais características das ondas de gravidade apresentadas neste estudo são importantes para o conhecimento científico sobre os processos de geração, propagação e dissipação das ondas. Essas ondas podem ser utilizadas como parâmetros de entrada nos modelos que tentam explicar a propagação das ondas de gravidade ao longo da atmosfera, desde a troposfera, passando pela mesosfera, ate a baixa termosfera (VADAS, 2007; VADAS e CROWLEY, 2010; VADAS et al., 2014).

6 CONCLUSÕES

O presente estudo teve por objetivo caracterizar as ondas de gravidade de média escala observadas na região Sudeste do Brasil, entre 1998 e 2013. Foram analisados 750 noites de observação, nas quais foram identificados 142 eventos de onda de gravidade de média escala. Os parâmetros de ondas de gravidade foram obtidos a partir das observações das emissões do OH e OI 557,7 nm. A técnica de keograma foi utilizada para caracterizar os parâmetros das ondas de gravidade de média escala em Cachoeira Paulista (SP) e as principais contribuições do presente trabalho são:

- A validação da metodologia de análise utilizando a t keograma foi realizada por meio da simulação de um amplo espectro de ondas de gravidade de pequena e média escala. Verificou-se que a incerteza na determinação dos parâmetros de ondas de gravidade de pequena escala foi inferior a 3% para o comprimento de onda horizontal, inferior a 2% para o período observado; enquanto que para as ondas de média escala foi inferior a 3% para o comprimento de onda horizontal, 5% para o período observado e inferior a 10% na direção de propagação das ondas.
- As principais características das ondas de gravidade de média escala observados estão distribuídos da seguinte forma: comprimento de onda horizontal entre 50 - 400 km; período observado de 20 - 80 minutos; velocidade fase horizontal de 40 -100 m/s.
- As direções preferenciais de propagação das ondas de gravidade de média escala, foram analisadas para cada estação do ano, e apresentaram as seguintes características: verão (Nordeste e Sudeste), outono (Noroeste), inverno (isotrópica) e primavera (Nordeste e Sudeste).
- A comparação entre os parâmetros de ondas de gravidade de pequena e média escala também foi realizada em função da direção de propagação e da velocidade de fase das ondas. As direções preferenciais de propagação das ondas de pequena e média escala são semelhantes para cada estação do ano. Com base nos resultados

obtidos Essien (2015) pode-se afirmar que as ondas de media escala também podem sofrem a influência do vento neutro, principalmente se a velocidade de fase da onda for pequena. Wrasse (2004) destacou as principais fontes de geração das ondas de pequena escala, acredita-se que as ondas de média escala observadas devam ser geradas pelos mesmos fenômenos meteorológicos apontados por Wrasse (2004), a saber: sistemas frontais e sistemas convectivos.

Como possíveis trabalhos futuros, sugere-se o cálculo dos parâmetros intrínsecos das ondas de gravidade de média escala, utilizando para isto os dados observados pelo radar meteórico instalado em Cachoeira Paulista (SP). Outro estudo de grande importância seria a aplicação da técnica de *ray tracing* para determinar a possível região de origem das ondas, bem como os fenômenos meteorológicos associados na geração das ondas gravidade de média escala.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMEIDA, L. M. Características das Ondas de Gravidade Observadas na Região Central do Brasil, 2009. Dissertação (Mestrado em Geociências) - Universidade do Vale do Paraíba, UNIVAP, São José dos Campos, 2010.

BAGESTON, V. Caracterização de ondas de gravidade mesosféricas na estação antártica comandante ferraz. IBI: <8JMKD3MGP7W/36FCLLE>. (sid.inpe.br/mtc-m19@80/2009/11.25.17.35-TDI). Tese (Doutorado em Geofísica Espacial) -Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, 2009. Disponível em: <<u>http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/36FCLLE></u>.

BEER, T. Atmospheric waves. New York: Halsted Press; London: Adam Hilger., 1974. 315 p.

BEVINGTON, P. R.; ROBINSON, D. K. Data reduction and error analysis for the physical sciences. 3 ed. New York: McGraw-Hill, 2003.

CHIMONAS, G.; HINES, C. O. Doppler Ducting of Atmospheric Gravity Waves. **Journal of Geophysical Research**, v. 91, n. D1, p. 1219–1230, 20 jan. 1986.

DING, F. et al. Occurrence characteristics of medium-scale gravity waves observed in OH and OI nightglow over Adelaide (34.5°S, 138.5°E). **Journal of Geophysical Research D: Atmospheres**, v. 109, n. 14, p. 1–10, 2004.

ESSIEN, P. Long-Term Observation of Medium Scale Gravity Waves Over Brazilian Equatorial Region. [s.l.] Universidade Federal de Campina Grande -UFCG, Campina Grande, 2015.

ESSIEN, P. et al. Seasonal characteristics of small- and medium-scale gravity waves in the mesosphere and lower thermosphere region over Brazilian equatorial sector. **Annales Geophysicae**, n. Submetid, p. 1–26, 2017.

FECHINE, J. **Estudo de frentes mesosféricas na região equatorial.** 313 p. (INPE-15179-TDI/1295). Tese (Doutorado em Geofísica Espacial) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2007.

FIGUEIREDO, C. A. O. B. Estudo de Distprubios Ionosféricos Propagantes no Continente Sul Americano. 2017. 199 p. IBI: <8JMKD3MGP3W34P/3NCM7GP>. (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.17.10.11-TDI). ese (Doutorado em Geofísica Espacial/Ciências Atmosféricas) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, 2017. Disponível em: <http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3NCM7GP>.

FRANCIS, S. H. Global propagation of atmospheric gravity waves: A review. **Journal of Atmospheric and Terrestrial Physics**, v. 37, n. 6–7, p. 1011–1054, jun. 1975.

FRITTS, D. C.; ALEXANDER, M. J. Gravity wave dynamics and effects in the middle atmosphere. **Reviews of Geophysics**, v. 41, n. 1, p. 1–64, 2003.

GARCIA, F. J.; TAYLOR, M. J.; KELLEY, M. C. Two-dimensional spectral analysis of mesospheric airglow image data. **Applied Optics**, v. 36, n. 29, 7374p, 10 out. 1997.

GARDNER, C. S. Introduction to ALOHA/ANLC-93: The 1993 airborne lidar and observations of the Hawaiian Airglow/Airborne Noctilucent Cloud Campaigns. **Geophysical Research Letters**, v. 22, n. 20, p. 2789–2792, 15 out. 1995.

GOSSARD, E. E.; HOOKE, W. H. Waves in the atmosphere: Atmospheric infrasound and gravity waves - Their generation and propagation. Amsterdam, Elsevier Scientific Publishing Co. (Developments in Atmospheric Science, No. 2), 1975, v.2. 470 p.

HARGREAVES, J. K. **The solar-terrestrial environment.** Cambridge: Press, Cambridge University, 1992.

HINES, C. O. INTERNAL ATMOSPHERIC GRAVITY WAVES AT IONOSPHERIC HEIGHTS. **Canadian Journal of Physics**, v. 38, n. 11, p. 1441–1481, nov. 1960.

HINES, C. O. **The Upper Atmosphere in Motion.** Washington: American Geophysical Union, 1974.

60

ISLER, J. R.; TAYLOR, M. J.; FRITTS, D. C. Observational evidence of wave ducting and evanescence in the mesosphere. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres**, v. 102, n. D22, p. 26301–26313, 27 nov. 1997.

MAEKAWA, R. Observations of gravity waves in the mesopause region by multicolor airglow imaging. [s.l.] Kyoto University, 2000.

MEDEIROS, A. F. Observações de Ondas de Gravidade Através do Imageamento da Aeroluminescência. (INPE-10478-TDI/932) Tese (Doutorado em Geofísica Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
- INPE, São José dos Campos, 2001, 187p. Disponível em: <<u>http://urlib.net/sid.inpe.br/jeferson/2004/04.16.14.15</u>>. 2001.

MEDEIROS, A. F. et al. Observations of atmospheric gravity waves using airglow all-sky CCD imager at Cachoeira Paulista, Brazil (23° S, 45° W). **Geofisica Internacional**, v. 43, n. 1, p. 29–39, 2004.

MEDEIROS, A. F. et al. Gravity waves observations over Brazil during SFX campaign: ray tracing results and wave source estimation. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON COUPLING PROCESSES IN THE EQUATORIAL ATMOSPHERE - CPEA, 2007, Kyoto. **Proceedings...** Kyoto University, 2007. v. 1, p. 73.

NAPPO, C. J. **An introduction to atmospheric gravity waves**. London: Academic Press, 2002.

PAULINO, I. et al. Mesospheric gravity waves and ionospheric plasma bubbles observed during the COPEX campaign. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, v. 73, n. 11–12, p. 1575–1580, 2011.

PAULINO, I. Estudo da Propagação de Ondas de Gravidade na Termosfera-lonosfera. IBI: <8JMKD3MGP7W/3BB4LPS>. (sid.inpe.br/mtcm19/2012/02.07.16.25-TDI). Tese (Doutorado em Geofísica Espacial/Ciências Atmosféricas) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, 2012, 274p. Disponível em: <<u>http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3BB4LPS</u>> PITTEWAY, M. L. V.; HINES, C. O. THE REFLECTION AND DUCTING OF ATMOSPHERIC ACOUSTIC–GRAVITY WAVES. Canadian Journal of Physics, v. 43, n. 12, p. 2222–2243, dez. 1965.

RYAN, E. Critical layer directional filtering of atmospheric gravity waves: A comparison of airglow observation and a wind profile model. [s.l.] The Univ. of Cincinnati, Ohio, 1991.

RYAN, E.; TUAN, T. blocking by critical layers, paper presented at Middle Atmosphere Periodic Structure and Associated Radiance (MAPSTAR) Meeting, Air Force Geophys. "Air Force Geophys" Lab., Boston, Mass, 1991.

SUZUKI, S. et al. Statistical characteristics of polar cap mesospheric gravity waves observed by an all-sky airglow imager at Resolute Bay, Canada. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 114, n. 1, p. 1–8, 2009.

TAKAHASHI, H. et al. Response of the airglow OH emission, temperature and mesopause wind to the atmospheric wave propagation over Shigaraki, Japan. **Earth, Planets and Space**, v. 51, n. 7–8, p. 863–875, 26 jul. 1999.

TAKAHASHI, H. et al. Simultaneous observation of ionospheric plasma bubbles and mesospheric gravity waves during the SpreadFEx campaign. **Annales Geophysicae**, v. 27, n. 4, p. 1477–1487, 2 abr. 2009.

TAYLOR, M. J. et al. Characteristics of mesospheric gravity waves near the magnetic equator, Brazil, during the SpreadFEx campaign. **Annales Geophysicae**, v. 27, n. 2, p. 461–472, 2009.

TAYLOR, M.; PENDLETON, W.; CLARK, S. Image measurements of shortperiod gravity waves at equatorial latitudes. **Journal of Geophysical Research: Atmospheres**, v. 102, n. D22, p. 26283–26299, 1997.

TAYLOR, M.; RYAN, E.; TUAN, T. Evidence of preferential directions for gravity wave propagation due to wind filtering in the middle atmosphere. **Journal of Geophysical**, v. 98, p. 6047-6057, 1993.

62

VADAS, S. L. Horizontal and vertical propagation and dissipation of gravity waves in the thermosphere from lower atmospheric and thermospheric sources. **Journal of Geophysical Research: Space Physics**, v. 112, n. A6, 2007.

VADAS, S. L.; CROWLEY, G. Sources of the traveling ionospheric disturbances observed by the ionospheric tiddbit sounder near wallops island on 30 october 2007. **Journal of Geophysical Research: Space Physics,** v. 115, n. A7, 2010.

VADAS, S. L.; LIU, H.-L.; LIEBERMAN, R. S. Numerical modeling of the global changes to the thermosphere and ionosphere from the dissipation of gravity waves from deep convection. Journal of Geophysical Research: Space **Physics**, v. 119, n. 9, p. 7762–7793, 2014. ISSN 2169-9402. 2

WRASSE, C. M. Estudos de Geração e Propagação de Ondas de Gravidade Atmosféricas. (INPE-12249-TDI/978). Tese (Doutorado em Geofísica Espacial) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE, São José dos Campos, 2004, 253p. Disponível em: <<u>http://urlib.net/sid.inpe.br/jeferson/2004/05.24.10.59</u>>

WRASSE, C. M. et al. Mesospheric gravity waves observed near equatorial and low–middle latitude stations: Wave characteristics and reverse ray tracing results. **Annales Geophysicae**, v. 24, n. 12, p. 3229–3240, 2006.

WRASSE, C. M.; RODRIGES, I. All-Sky Calibration, São José dos Campos, SPINPE, , 2008.

63

APÊNDICE A – PROPAGAÇÃO DE INCERTEZAS

Neste Apêndice são apresentadas as equações envolvidas na propagação das incertezas na metodologia utilizada para calcular os parâmetros das ondas de gravidade de média escala. A equação geral que descreve a propagação de incertezas pode ser representada da seguinte forma (BEVINGTON; ROBINSON, 2003):

$$\sigma_x^2 = \sigma_u^2 \left(\frac{\partial x}{\partial u}\right)^2 + \sigma_v^2 \left(\frac{\partial x}{\partial v}\right)^2, \qquad (A.1)$$

onde, x = f(u, v) é uma função que depende de duas variáveis, $u \in v$.

A Equação A.1 é então utilizada para determinar a propagação de incerteza no comprimento de onda das componentes zonal (λ_{LO}) e meridional (λ_{NS}):

$$\lambda_{LO,NS} = \frac{\Delta d}{\frac{\Delta \phi}{360^{\circ}}},\tag{A.2}$$

Reescrevendo a Equação A.1 em termos da Equação A.2, tem-se:

$$\sigma_{\lambda_{LO,NS}}^{2} = \sigma_{d}^{2} \left(\frac{\partial \lambda_{LO,NS}}{\partial d} \right)^{2} + \sigma_{\phi}^{2} \left(\frac{\partial \lambda_{LO,NS}}{\partial \phi} \right)^{2}, \qquad (A.3)$$

logo, a incerteza para $\sigma_{_{\!\!\!\!\!\!\lambda_{_{LO,NS}}}}$, em km , pode ser escrita:

$$\sigma_{\lambda_{LO,NS}} = \sqrt{\sigma_d^2 \left(\frac{1}{\Delta\phi}\right)^2 + \sigma_{\phi}^2 \left(\frac{\Delta d}{\Delta\phi^2}\right)^2}$$
(A.4)

A propagação de incerteza para o comprimento de onda horizontal da onda de gravidade pode ser determinada a partir da relação:

$$\lambda_{H} = \frac{\lambda_{NS} \cdot \lambda_{LO}}{\sqrt{\lambda_{NS}^{2} + \lambda_{LO}^{2}}}.$$
(A.5)

Utilizando a definição de propagação de incerteza (Equação A. 1) na Equação A. 5, obtém-se a propagação de incerteza para (σ_{λ_H}) em km:

$$\sigma_{\lambda_{H}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\lambda_{NS}}^{2} (\lambda_{LO})^{6} \cdot \sigma_{\lambda_{LO}}^{2} (\lambda_{NS})^{6}}{\left(\lambda_{LO}^{2} + \lambda_{NS}^{2}\right)^{3}}}.$$
(A.6)

Após calcular o comprimento de onda horizontal com sua respectiva incerteza, calcula-se a velocidade de fase horizontal (C_H), em (m/s):

$$C_{H} = \frac{\lambda_{H}}{\tau}, \qquad (A.7)$$

de forma análoga, tem-se:

$$\sigma_{C_{H}}^{2} = \sigma_{\lambda_{H}}^{2} \left(\frac{\partial C_{H}}{\partial \lambda_{H}}\right)^{2} + \sigma_{\tau}^{2} \left(\frac{\partial C_{H}}{\partial \tau}\right)^{2}, \qquad (A.8)$$

a incerteza (σ_{C_H}), em (m/s), pode ser reescrita:

$$\sigma_{C_H} = \sqrt{\sigma_{\lambda_H}^{2} \left(\frac{1}{\tau}\right)^{2} + \sigma_{\tau}^{2} \left(\frac{\lambda_H}{\tau^{2}}\right)^{2}}.$$
(A.9)

Por fim, calcula-se a direção de propagação (φ) da onda de gravidade, pela equação:

$$\varphi = \cos^{-1} \left(\frac{\lambda_H}{\lambda_{NS}} \right), \tag{A.10}$$

e a incerteza (σ_{φ}) é expressa pela seguinte relação:

$$\sigma_{\varphi} = \sqrt{\frac{\sigma_{\lambda_H}^2}{\lambda_{NS}^2 (1 - \lambda_H^2 / \lambda_{NS}^2)} + \frac{\sigma_{\lambda_{NS}}^2 \lambda_H^2}{\lambda_{NS}^4 (1 - \lambda_H^2 / \lambda_{NS}^2)}},$$
(A.11)

Desta forma, estas são as equações utilizadas para calcular os parâmetros das ondas de gravidade de média escala, bem como, a propagação de incerteza para cada uma das grandezas.