



Avaliação do Desempenho dos Métodos ICP, CPD e SVR para Registro Automático de Nuvens de Pontos Relativas a Telhados Extraídas de Dados *LiDAR* Aerotransportados

Performance Evaluation of ICP, CPD and SVR Methods for Automatic Registration of Roof Point Clouds Extracted from Airborne LiDAR Data

Paulo Roberto da Silva Ruiz¹, Cláudia Maria de Almeida², Marcos Benedito Schimalski³, Camilo Daleles Rennó⁴, Edson Aparecido Mitishita⁵ e Veraldo Liesenberg⁶

1 Centro Paula Souza, Etec Prof. Dr. Antônio Eufrásio de Toledo, Presidente Prudente, Brasil. paulo.ruiz2@etec.sp.gov.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7885-5015>

2 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Coordenação-Geral de Ciências da Terra, S. J. Campos, Brasil. claudia.almeida@inpe.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-6523-3169>

3 Universidade Estadual de Santa Catarina, Centro de Ciências Agroveterinárias, Lajes, Brasil. marcos.schimalski@udesc.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7401-3881>

4 Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, Coordenação-Geral de Ciências da Terra, S. J. Campos, Brasil. camilo.renno@inpe.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-9920-4473>

5 Universidade Federal do Paraná, Setor de Ciências da Terra – Departamento de Geomática, Curitiba, Brasil. mitishita@ufpr.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-1717-7657>

6 Universidade Estadual de Santa Catarina, Centro de Ciências Agroveterinárias, Lajes, Brasil. veraldo.liesenberg@udesc.br.

ORCID: <https://orcid.org/0000-0003-0564-7818>

Recebido: 10.2020 | Aceito: 03.2021

Resumo: A partir dos anos 2000, houve um aumento na aquisição de dados *LiDAR* (*Light Detection and Ranging*) em áreas urbanas, o que possibilitou diversos estudos e aplicações nas mais variadas áreas, verificando-se um crescimento dos acervos históricos. Com isso, são necessários métodos de processamento robustos para manipulação desses dados. Os métodos de registro de dados laser inserem-se nesse contexto, essenciais para promover a utilização de dados oriundos de distintos equipamentos e datas. Este estudo consiste em avaliar o desempenho de três métodos de registro: *Iterative Closest Point* (ICP), *Coherent Point Drift* (CPD) e *Support Vector Registration* (SVR). A metodologia contempla o pré-processamento dos dados *LiDAR* para a extração de três telhados de edifícios com características distintas, localizados no *campus* da UFPR, em Curitiba – PR. Foram utilizados dados do sensor Optech ALTM Pegasus HD 500, com frequência de 300 kHz e altura de voo de 1.600 m, densidade média de 1,71 pontos por m² e IFOV de 25°. Os métodos foram implementados na linguagem Python. Como resultados, foram obtidos os registros, dos quais foram extraídas suas acurácias e tempos de processamento. Os resultados evidenciaram que os métodos CPD e SVR são ótimas alternativas para superar as limitações do ICP, ressaltando-se o desempenho do CPD e a eficiência computacional do SVR, sendo que este último é particularmente adequado para lidar com dados ruidosos. **Palavras-chave:** Varredura a Laser. Métodos Não Paramétricos de Validação. Deslocamentos. Ruídos Aleatórios.

Abstract: From the 2000s onwards, there has been a massive acquisition of *LiDAR* (*Light Detection and Ranging*) data in urban areas, what enabled several studies and applications in the most diverse fields, with increasingly available historical databases. As a consequence, a search for robust methods to manipulate these data emerges. The data registration methods are crucial for using multisource laser data both in terms of acquisition date and sensor. This article evaluates the performance of three registration methods: *Iterative Closest Point* (ICP), *Coherent Point Drift* (CPD) and *Support Vector Registration* (SVR). The methodology copes with the pre-processing of the *LiDAR* data to extract roofs of three different buildings, located on the Federal University of Paraná (UFPR) campus, in Curitiba city. The data were collected by the Optech ALTM Pegasus HD 500 sensor, with a frequency of 300 kHz, flight height of 1,600 m, average density of 1.71 points per m² and an IFOV of 25°. Finally, the registrations based on the three employed methods were obtained, of which their accuracies and processing times were assessed. The results showed that the CPD and SVR methods are great alternatives to overcome the limitations of the ICP, but particular emphasis should be laid on the performance of CPD and on the computational efficiency of SVR, which is suitable for handling noisy data.

Keywords: Laser Scanning. Non-Parametric Validation Methods. Displacements. Random Noise.

1 INTRODUÇÃO

Dados tridimensionais obtidos por meio de sistemas de varredura a laser, conhecidos pelo acrônimo *LiDAR* (*Light Detection and Ranging*), são amplamente utilizados em diversas aplicações. Em aplicações voltadas ao meio urbano, há uma infinidade de projetos promissores, sobretudo no que tange àqueles voltados a oferecer apoio à tomada de decisão na esfera da administração pública e do planejamento urbano. Com o avanço tecnológico na aquisição, armazenamento e processamento desse tipo de dados, ampliaram-se as aplicações de sensoriamento remoto a laser em temáticas urbanas, sobretudo por conta do desenvolvimento de robustos algoritmos de visão computacional, proporcionando a geração de modelos tridimensionais de cidades (BILJECKI et al., 2015).

Dados *LiDAR* permitem ganho de eficiência e economia para a gestão pública, como, por exemplo, em sistemas de monitoramento de crescimento de árvores em calçadas, parques e áreas públicas, a fim de otimizar podas e supressões, diminuindo riscos de acidentes e problemas com a rede elétrica (GALVÍNCIO et al., 2016; HEO et al., 2019). Outra aplicação muito utilizada nos últimos anos pelas prefeituras é a atualização da Planta Genérica de Valores (PGV) e o cálculo do Imposto Predial e Territorial Urbano (IPTU), a exemplo de cidades como São Paulo capital (PREFEITURA DE SÃO PAULO, 2020) e Uberlândia – MG (ESTEIO, 2021). Projetos como esses podem auxiliar no equilíbrio das finanças públicas, colaborando com o aumento da arrecadação municipal. No Brasil, diversas empresas oferecem serviços de perfilamento a laser empregando sensores aéreos e terrestres, devido à facilidade e precisão na geração de modelos tridimensionais (BECKER; CENTENO, 2013; ARAÚJO, 2015).

Recentemente, levantamentos com sensores a laser vêm adquirindo popularidade em meio à administração pública. Um exemplo é o portal GeoSampa da prefeitura da cidade de São Paulo, que disponibiliza de forma livre imagens orbitais e aéreas, incluindo nuvens de pontos *LiDAR* da cidade e cuja aquisição ocorreu em 2017 (PREFEITURA DE SÃO PAULO, 2020). Uma nuvem de pontos é um conjunto de pontos expresso em um mesmo sistema de coordenadas. Em um sistema de coordenadas tridimensional, esses pontos são geralmente definidos por coordenadas X , Y e Z e comumente têm o objetivo de representar a superfície externa de um objeto (VOSSELMAN; MAAS, 2010). Assim, o desenvolvimento de métodos para a manipulação e processamento dos dados *LiDAR* podem auxiliar na extração de informações aplicáveis às questões urbanas.

Dessa forma, surge o desafio de integrar dados *LiDAR* com outros tipos de dados e a validação de métodos robustos de registro de nuvens de pontos 3D, que possam garantir a acurácia e menor esforço computacional, possibilitando a integração de dados. Neste contexto, este artigo buscou avaliar os métodos mais usuais para o registro de nuvens *LiDAR* obtidas por sensores aerotransportados. Os métodos avaliados foram o *Iterative Closest Point* (ICP), o *Coherent Point Drift* (CPD) e o *Support Vector Registration* (SVR). O popular ICP, desenvolvido por Besl e McKay (1992), é o mais comumente utilizado de acordo com a literatura. Desenvolvido por Myronenko e Song (2010), o CPD é considerado uma alternativa ao ICP, por apresentar boas acurácias e ser mais robusto a ruídos e *outliers* (ZHU et al., 2019). O SVR foi desenvolvido por Campbell e Petersson (2015), possuindo menor custo computacional e sendo frequentemente empregado no registro de imagens médicas.

Comumente, dados *LiDAR* obtidos em diferentes condições e níveis de aquisição podem apresentar deslocamentos horizontais ou verticais (IORDAN; POPESCU, 2015). Adicionalmente, há uma ampla gama de fatores que impactam a capacidade de detecção do sensor laser, e portanto, a acurácia dos dados, como, por exemplo, a potência do laser, as condições atmosféricas, a irradiação de fundo, o tipo de refletividade do alvo (difusa, especular ou ambas), inclinação do terreno, estrutura tridimensional do alvo, a abertura do laser ou diâmetro de varredura de cada pulso (que sofre influência do ângulo entre o sensor e o objeto escaneado), a sensibilidade do detector e o comprimento de onda do laser (BALTSAVIAS, 1999; SHAN; TOTH, 2008). Além disso, é um tipo de dado passível de apresentar ruídos que podem interferir no processamento (ULLRICH; PFENNIGBAUER, 2018).

Por essas razões, os métodos de registro foram avaliados em telhados com dimensões e geometrias distintas, com três níveis de deslocamentos, com e sem ruídos. No caso particular deste trabalho, introduziram-se ruídos aleatórios artificialmente, por meio da função *random.rand()*, em linguagem Python, de modo a

emular dados que poderiam ter sido coletados em datas distintas e/ou por diferentes sensores. A finalidade disso é avaliar o grau de convergência dos diferentes métodos para distintos conjuntos de dados, produzidos a partir de deslocamentos dos dados originais.

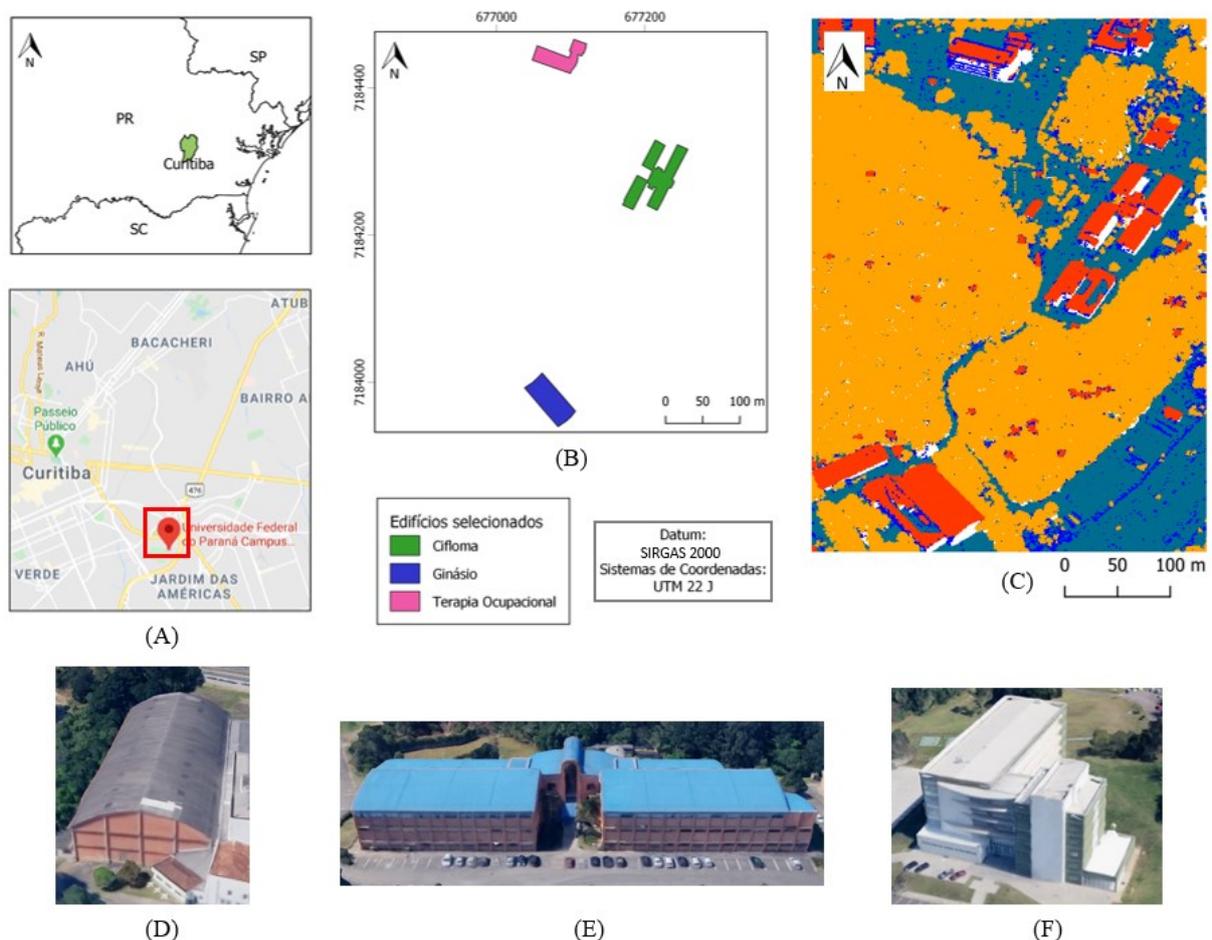
Este estudo, ao avaliar o desempenho de três métodos de registro, ICP, CPD e SVR, para a extração de três telhados de edifícios com características distintas, abordará tanto a qualidade dos resultados, aferida por suas acurácias, quanto a eficiência computacional dos métodos, medida pelos seus respectivos tempos de processamento.

2 MATERIAL E MÉTODOS

2.1 Área de estudo

Foram selecionados três edifícios localizados no campus da Universidade Federal do Paraná (UFPR) na cidade de Curitiba – PR. Os edifícios são do Centro de Ciências Florestais e da Madeira (Cifloma), do Ginásio Poliesportivo do Departamento de Educação Física e da Clínica Escola da Terapia Ocupacional (Figura 1). A escolha deveu-se ao fato de esses edifícios apresentarem telhados com geometrias e quantidade de pontos *LiDAR* distintas devido às diferentes áreas dos telhados, o que proporciona uma diversidade ideal para avaliar os métodos de registros de dados 3D.

Figura 1 – Localização da área de estudo. (A) Área de estudo em Curitiba. (B) Delimitação manual do telhado dos edifícios. (C) Nuvem *LiDAR* classificada. (D) Ginásio. (E) Cifloma. (F) Terapia Ocupacional.



Fonte: Os autores (2020), Google, Inc (2020a, 2020b).

2.2 Material

Os dados de perfilamento *LiDAR* foram adquiridos em 07 de agosto de 2012. O sensor utilizado foi o Optech ALTM Pegasus HD 500, de propriedade da empresa ENGEFOTO Engenharia e Aerolevantamentos

S.A. A frequência adotada foi de 300 kHz e a altura de voo de 1.600 m, o que resultou em uma densidade média de 1,71 pontos por m² e IFOV de 25°.

Os métodos de registro foram implementados na linguagem de programação Python, adaptados da biblioteca Proreg (KENTA-TANAKA et al., 2019) desenvolvida para o registro de nuvens de pontos. Para a execução dos testes, foi utilizado um *notebook* Intel® Core™ i7-8750H @ 2.20 GHZ, com 8 GB de memória RAM, utilizando um único processador sem paralelismo computacional, visto que os programas utilizados não foram desenvolvidos para execução paralela.

2.3 Metodologia

Primeiramente, foi realizado um pré-processamento da nuvem de pontos *LiDAR* para extração dos telhados dos edifícios selecionados. A seguir, foram aplicados os níveis de deslocamento para definir as nuvens de pontos alvo, com e sem ruído. Na terceira etapa, foram aplicados os métodos de registro a cada um dos telhados. Na última etapa, foram calculadas as acurácias dos métodos de registro testados (Figura 2).

Figura 2 – Metodologia utilizada.



Fonte: Os autores (2021).

2.3.1 EXTRAÇÃO DE TELHADOS

Os procedimentos para esta etapa foram realizados na plataforma denominada LAStools (ISENBURG, 2014). Os pontos da nuvem *LiDAR* foram filtrados como pontos no solo ou acima do solo, empregando-se a função *lasground*. A partir daí, a função *lasheight* calcula a altura de cada ponto classificado como não solo. Os pontos referentes ao solo são utilizados para gerar o Modelo Digital de Terreno (MDT), mediante uma Rede Triangular Irregular (TIN) (AXELSSON, 2000). Os pontos classificados como acima do solo têm suas alturas em relação ao solo calculadas, empregando-se como superfície de referência a TIN. As alturas calculadas possibilitam a determinação do Modelo Digital de Superfície normalizado (MDSn). A seguir, a função *lasclassify* é utilizada para classificar os pontos acima do solo em uma das seguintes classes: edifícios (superfícies planas) e vegetação (superfícies irregulares). Ao final destes processos, a nuvem de pontos estará classificada como: solo, vegetação ou edifício. Para selecionar somente os pontos pertencentes às edificações, foi utilizada a função *las2las* (CARRILHO et al., 2019). Para separar somente os pontos pertencentes aos edifícios selecionados, utilizou-se a ferramenta de segmentação do *software* CloudCompare

(CLOUDCOMPARE, 2020).

2.3.2 DESLOCAMENTO E RUÍDO

No processo de registro, as nuvens de pontos referência correspondem aos telhados originais dos edifícios. A partir delas, foram definidas as nuvens de pontos alvo, aplicando três níveis de deslocamento. Para isto, foi utilizada a biblioteca Python Numpy, a qual é utilizada para realizar cálculos matemáticos em matrizes multidimensionais, fornecendo funções para a manipulação da nuvem de pontos. A função *deg2rad()* implementou uma rotação nos planos x, y, z a partir de três ângulos de rotação: 10°, 20° e 40°. Para simular a presença de ruído à nuvem rotacionada e verticalmente deslocada, empregou-se a função *random.rand()*. Essa função cria pontos aleatórios, introduzidos na nuvem alvo (Seção 2.3.3), empregando uma distribuição normal gaussiana (WALT et al., 2011).

Como mencionado, os dados *LiDAR* podem apresentar ruídos (ULLRICH; PFENNIGBAUER, 2018) e deslocamentos (IORDAN; POPESCU, 2015), sobretudo quando obtidos em diferentes datas e equipamentos, em condições e níveis de aquisição distintos (comprimento de onda do feixe laser, ângulo de visada, altura de voo, densidade de pontos, tipo de plataforma - aérea ou VANT, entre outros aspectos). Em testes preliminares, foram definidos deslocamentos e ruídos que permitissem explorar as características inerentes a cada método, bem como comparar seus desempenhos em situações críticas para o registro, verificando os graus de convergência de cada método. Neste sentido, foram definidas rotações horizontais no sentido anti-horário de 10°, 20° e 40°, acompanhadas por deslocamentos verticais descendentes progressivamente crescentes, em situações sem ruído e com ruído. Os ruídos correspondem à inserção de 1.000 pontos aleatórios aplicados sobre as nuvens alvo.

2.3.3 DADOS DE ENTRADA E SAÍDA

Os dados de entrada para os métodos consistem em duas nuvens de pontos, sendo elas: a nuvem de pontos referência (retratada em cor vermelha na seção de resultados) e a nuvem de pontos alvo (retratada em cor azul), que sofreu o deslocamento. O método deverá realizar o registro entre as duas nuvens de pontos de entrada, alinhando a nuvem referência com a nuvem alvo, isto é, a nuvem de cor vermelha deve ajustar-se à nuvem de cor azul. A saída do método consiste na nuvem de pontos resultado (retratada em cor verde), a qual corresponde ao resultado do registro. Portanto, a nuvem resultado (cor verde), que corresponde à rotação e translação da nuvem vermelha, deverá estar alinhada com a nuvem alvo (cor azul).

2.3.4 MÉTODOS DE REGISTRO

Foram definidos três métodos de registro de dados, sendo eles o ICP (BESL; MCKAY, 1992), o CPD (MYRONENKO; SONG, 2010) e o SVR (CAMPBELL; PETERSSON, 2015). Estes métodos utilizam uma transformação rígida para encontrar um alinhamento entre dois conjuntos de dados. O ICP é amplamente utilizado e abordado na literatura (CARNEVALI et al., 2019; COGIMA et al., 2020; MÉNDEZ et al., 2020). Por sua vez, o CPD e o SVR possuem significativas diferenças em suas concepções. O CPD é estruturado em um algoritmo probabilístico; já o SVR estrutura-se em técnicas de um dos mais tradicionais métodos de registro de nuvens para classificação de dados. Em prol do objetivo de avaliação de distintas abordagens para o registro de dados, estes métodos foram selecionados para este trabalho em vista de suas características peculiares.

2.3.4.1 *Iterative Closest Point*

Um dos mais usuais métodos de registro de nuvens de pontos é o ICP (da sigla em inglês *Iterative Closest Point*), desenvolvido por Besl e McKay (1992). O método utiliza um processo iterativo de duas etapas: identificação de pontos próximos e transformação rígida. O ICP utiliza o método de Horn (1987) para encontrar as relações entre dois sistemas de coordenadas a partir de pares de pontos correspondentes. Nesse método, a origem do sistema de coordenadas para cada nuvem de ponto é transferida para seu centroide. A realização desse deslocamento permite que o método seja realizado em duas etapas, sendo que a primeira consiste no

cálculo de rotações utilizando quatérnios, seguida pelo cálculo da translação. De acordo com Bradley e Sandifer (2007), quatérnio (q) refere-se a uma extensão do conjunto de números complexos. Um quatérnio é o quociente de duas linhas em um espaço tridimensional ou, de forma equivalente, o quociente de dois vetores. Os quatérnios são geralmente representados conforme mostra a Eq. (1).

$$q = a + b\mathbf{i} + c\mathbf{j} + d\mathbf{k} \quad (1)$$

em que a, b, c e d são números reais; e \mathbf{i}, \mathbf{j} e \mathbf{k} são os quatérnios básicos ou eixos complexos. A componente a é escalar, e as outras três são vetoriais.

O ICP aplica o método de Horn iterativamente sobre pares de pontos pseudoconjugados. Para convergir, é necessário um bom alinhamento inicial e uma alta porcentagem de sobreposição entre as nuvens de pontos. Uma nuvem de pontos é considerada como referência (\mathbf{b}), e os parâmetros de rotação e translação são calculados em cada iteração, sendo ela aplicada sobre a nuvem alvo (\mathbf{a}). As etapas de processamento do algoritmo são (Figura 3):

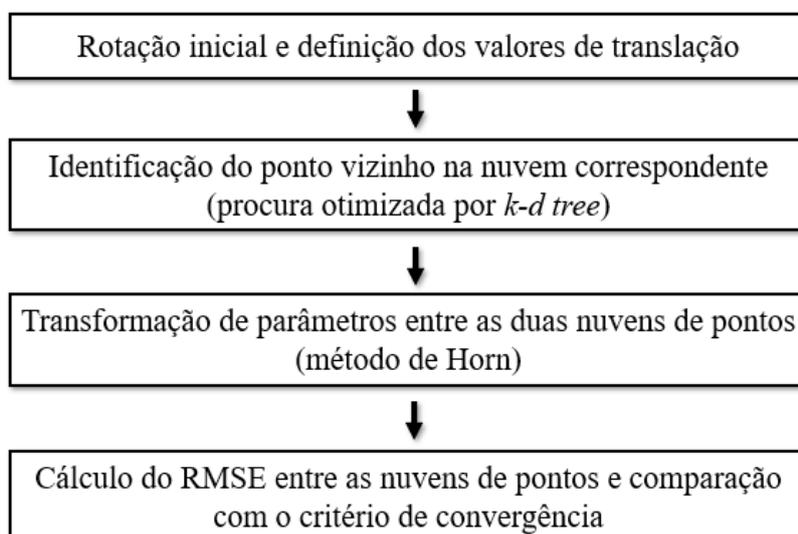
- a) **Etapa 1:** Rotação inicial e os valores de translação são definidos. Se os valores não foram definidos, os valores adotados são: $\mathbf{t} = [0 \ 0 \ 0]^T$ e $\mathbf{q} = [1 \ 0 \ 0 \ 0]^T$.
- b) **Etapa 2:** Para cada ponto na nuvem a , o próximo vizinho na nuvem b é localizado. Nesse passo, pares de pontos pseudoconjugados são estabelecidos. Essa procura é otimizada, utilizando-se uma estrutura de dados conhecida como $k-d$ tree, também chamada de k -dimensional tree.
- c) **Etapa 3:** A partir do método proposto por Horn, a transformação de parâmetros entre as duas nuvens de pontos é calculada e aplicada à nuvem a .
- d) **Etapa 4:** É calculada a raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE, sigla em inglês para *Root Mean Square Error*) entre as nuvens de pontos, conforme mostra a Eq. (2) e comparada com o critério de convergência.

Se o critério não é obtido, o processo é repetido desde a Etapa 2, após a aplicação dos parâmetros calculados na Etapa 3. Caso contrário, o algoritmo termina sua execução.

$$e = \sum_i ||Ra_i + \mathbf{t} - b_i||^2 \quad (2)$$

em que \mathbf{R} é a matriz de rotação, \mathbf{t} é a translação, \mathbf{a}_i é o ponto i do conjunto a , e \mathbf{b}_i é o ponto i do conjunto b homólogo ao ponto \mathbf{a}_i .

Figura 3 – Sequência de procedimentos do método ICP.



Fonte: Os autores (2021).

Conforme Besl e Mckay (1992), a principal característica do ICP é sua simplicidade aliada a uma baixa complexidade computacional, quando implementado com a busca pelo vizinho mais próximo por *k-d tree*. Por outro lado, suas principais desvantagens consistem na necessidade da existência de sobreposição entre as nuvens de pontos, o que conseqüentemente torna o método muito sensível a elevados deslocamentos, sobretudo quando há limitada ou total ausência de sobreposição de dados.

2.3.4.2 Coherent Point Drift

Proposto por Myronenko e Song (2010), o *Coherent Point Drift* (CPD) é um algoritmo probabilístico adequado para registros de dados. Em sua concepção, os autores incorporaram uma função de base radial gaussiana – GRBF (sigla em inglês para *Gaussian Radial Basis Function*). Em sua concepção de registro, duas nuvens de pontos são vistas como um simples modelo de mistura gaussiana – GMM (sigla em inglês para *Gaussian Mixture Model*), no qual um dos conjuntos é visto como dados de observação, e o outro, como centroides do GMM. Os centroides são forçados a moverem-se coerentemente para se alinharem com o conjunto de observação, conforme a Eq. (3). A estrutura topológica dos conjuntos de pontos é preservada pela restrição de coerência de movimento. A complexidade computacional é elevada, e para diminuí-la, são incorporadas a transformada rápida de Gauss – FGT (sigla em inglês para *Fast Gauss Transformation*) e a aproximação de matriz de baixa ordem - LRA (sigla em inglês para *Low-rank Matrix Approximation*).

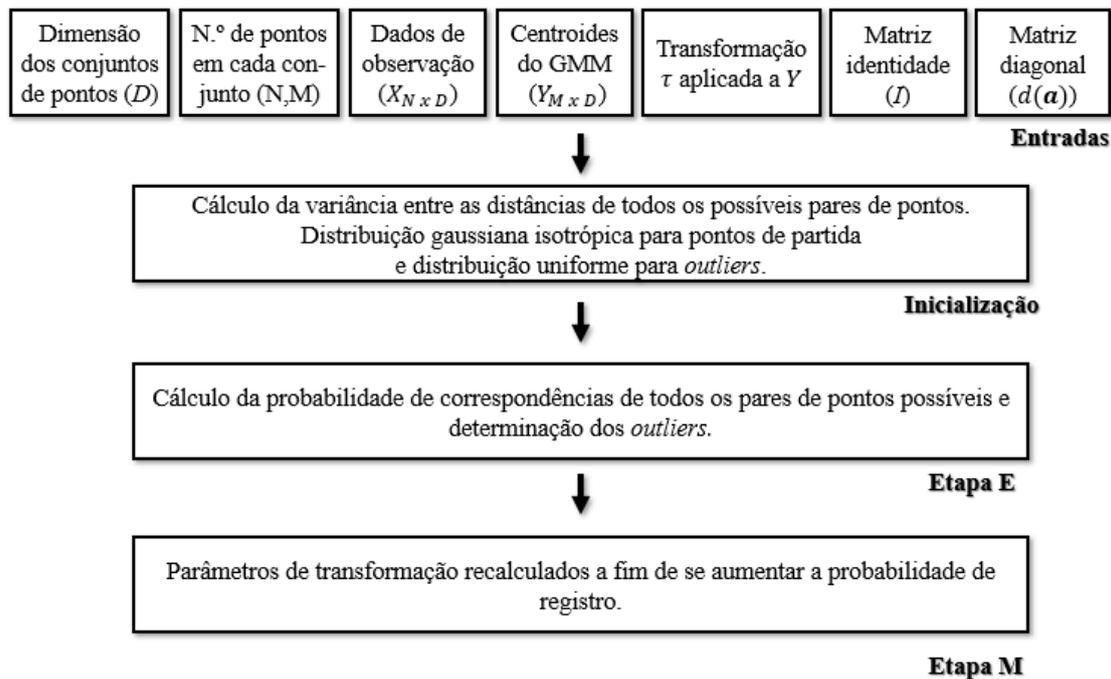
$$p(y) = \prod_{j=1}^M \sum_{i=1}^N \pi_i \mathcal{N}(y_j | g(x_i), \sigma^2 \mathbf{I}_D) \quad (3)$$

em que $\mathcal{N}(\cdot)$ é a distribuição gaussiana; $g(\cdot)$ é a transformação rígida ou não rígida; σ^2 são as covariâncias isotrópicas iguais; \mathbf{I} é a matriz identidade, e π_i é o coeficiente de mistura.

O algoritmo CPD é implementado mediante as etapas descritas na sequência (Figura 4):

- a) **Entradas:** D – dimensão dos conjuntos de pontos; N, M – número de pontos em cada conjunto de pontos; $X_{N \times D} = (X_1, \dots, X_n)^T$ - o primeiro conjunto de pontos (dados de observação); $Y_{M \times D} = (Y_1, \dots, Y_n)^T$ - o segundo conjunto de pontos (centroides do GMM); $\tau(Y, \theta)$ – transformação τ aplicada a Y , em que θ é um conjunto de parâmetros de transformação; \mathbf{I} – matriz identidade; $d(\mathbf{a})$ – matriz diagonal formada a partir do vetor \mathbf{a} .
- b) **Inicialização:** Dada a estimativa inicial do registro, é calculada a variância entre as distâncias de todos os possíveis pares de pontos. Assume-se distribuição gaussiana isotrópica independente para pontos de partida, e distribuição uniforme para *outliers*.
- c) **Etapa E:** Com base na variação atual, calcula-se a probabilidade de correspondências de todos os pares de pontos possíveis e determinam-se os *outliers*.
- d) **Etapa M:** Os parâmetros de transformação são recalculados para aumentar a probabilidade de registro.

Figura 4 – Sequência de procedimentos do método CPD.



Fonte: Os autores (2021).

Segundo Peng et al. (2019), as taxas de *outliers* e as probabilidades de correspondência gaussiana são determinantes na distribuição dos pontos de dados. Como esses parâmetros são corrigidos no CPD, existem dois problemas que influenciam severamente seu desempenho, conforme esses autores. O primeiro é que a medida de similaridade depende apenas da distância euclidiana entre os pontos. O segundo problema diz respeito ao fato de que, com a presença de deformações, ruídos, oclusões ou *outliers*, os pares de pontos mais próximos podem não estar em correspondência, ao passo que os pares de pontos que possuem estruturas vizinhas semelhantes provavelmente estão em correspondência. Portanto, a contribuição de cada componente gaussiano para o GMM não é a mesma. A similaridade da estrutura da vizinhança dos pares de pontos deve ser introduzida na proporção dos componentes GMM (PENG et al., 2019).

2.3.4.3 Support Vector Registration

Neste trabalho, o terceiro método selecionado foi o *Support Vector Registration* (SVR). Proposto por Campbell e Petersson (2015), esse método expande a região de convergência e é eficiente para tratar de oclusões e ausência de dados, como aquelas que surgem quando um objeto é visualizado em locais diferentes. A ideia central é que a robustez do registro depende da representação de dados utilizada. Os autores apresentam uma estrutura para registro e fusão de conjuntos de pontos robustos usando uma representação contínua de dados, uma mistura gaussiana parametrizada com vetor de suporte (SVGM, sigla em inglês para *Support Vector-parameterised Gaussian Mixture*). Um conjunto de pontos discreto é mapeado para o domínio contínuo, treinando uma Máquina de Vetor de Suporte (SVM, *Support Vector Machine*) e mapeando-o para um GMM. Um registro eficiente é garantido pela SVGM por ser compacta e robusta ao ruído, fragmentação e oclusão, apontam os autores.

Primeiro, uma SVM classifica os dados, construindo um hiperplano que separa os dados de duas classes diferentes, maximizando a margem entre elas e, ao mesmo tempo, permitindo alguns rótulos incorretos. Uma SVM de uma classe pode ser usada para encontrar o hiperplano que separa ao máximo os pontos de dados da origem ou do ponto de vista no espaço de recurso. Os dados de treinamento são mapeados para um espaço de característica de maior dimensão, onde podem ser linearmente separáveis da origem, com uma função *kernel* não linear. A função de saída $f(x)$ da SVM de uma classe é dada pela Eq. (4)

$$f(x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i K(x_i, x) - \rho \tag{4}$$

em que x_i são os vetores pontuais, α_i são os pesos, x é o vetor de entrada, ρ é a tendência, l é o número de amostras de treinamento, e K é a função núcleo que avalia o produto interno dos vetores de dados mapeados para um espaço de recurso. Para isso, é utilizada uma função de base radial gaussiana (RBF, sigla em inglês para *Gaussian Radial Basis Function*), apresentada na Eq. (5).

$$K(x_i, x) = \exp(-\gamma \|x_i - x\|_2^2) \tag{5}$$

em que γ é a largura do núcleo gaussiano.

Uma vez que os conjuntos de pontos estão em forma de modelo de mistura, o problema de registro pode ser colocado como uma minimização da distância entre as misturas. Portanto, a função objetivo para registro rígido é definida na Eq. (6).

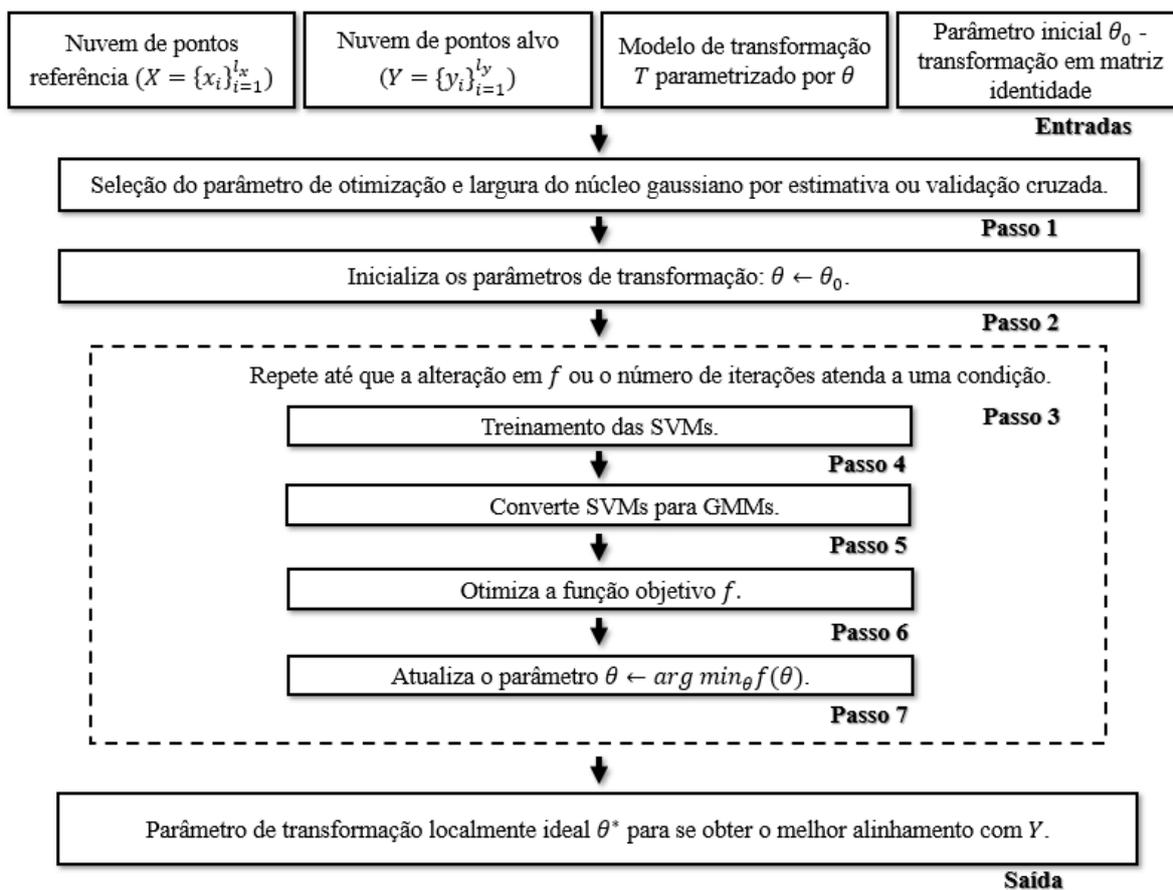
$$f(x) = - \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n \phi_i x \phi_j y N(0 | \mu'_i, x - \mu'_i, y, 2\sigma^2) \tag{6}$$

em que m é o número de pontos do modelo deslocados, e n é o número de pontos de referência, sendo que ambos são GMMs convertidos de SVMs treinados em m e n . E $\mu'_i, x = T(\mu_i, x, \theta)$ pode ser expresso na forma de uma transformada de Gauss discreta.

Conforme Campbell e Petersson (2015), foram utilizados métodos de otimização de Newton, pois são eficientes em termos de tempo e processamento computacional e possuem bom dimensionamento. No entanto, como a função objetivo não é convexa no espaço de pesquisa, essa abordagem é suscetível a mínimos locais, principalmente para movimentos grandes e conjuntos de pontos com simetrias. O algoritmo SVR é implementado da seguinte forma (Figura 5):

- a) **Entradas:** Nuvem de pontos referência $X = \{x_i\}_{i=1}^{l_x}$, nuvem de pontos alvo $Y = \{y_i\}_{i=1}^{l_y}$, modelo de transformação T parametrizado por θ , parâmetro inicial θ_0 como a transformação em matriz identidade.
 - i. **Passo 1:** Seleciona o parâmetro de formulação de otimização e a largura do núcleo gaussiano por estimativa ou validação cruzada.
 - ii. **Passo 2:** Inicializa os parâmetros de transformação: $\theta \leftarrow \theta_0$.
 - iii. **Passo 3: Repete** - Até que a alteração em f ou o número de iterações atenda a uma condição.
 - 1. **Passo 4:** Treinamento das SVMs,
 - 2. **Passo 5:** Converte SVMs para GMMs.
 - 3. **Passo 6:** Otimiza a função objetivo f , conforme a Eq. (5).
 - 4. **Passo 7:** Atualiza o parâmetro $\theta \leftarrow \arg \min_{\theta} f(\theta)$.
- b) **Saída:** Parâmetro de transformação localmente ideal θ^* , de tal modo que $T(X, \theta^*)$ é o melhor alinhamento com Y .

Figura 5 – Sequência de procedimentos do método SVR.



Fonte: Os autores (2021).

Segundo Campbell e Petersson (2015), os resultados mostraram que o SVR é mais robusto que outros métodos, pois possui uma maior região de convergência entre os dados para registro. Essa é uma consequência esperada da representação SVGM, pois é comprovadamente robusta à falta de dados. Além disso, os resultados do tempo de computação mostram que o método se adapta bem ao tamanho do conjunto de pontos, em grande parte devido à propriedade de compactação de dados do algoritmo SVM (CAMPBELL; PETERSSON, 2015).

2.3.5 ACURÁCIA DO REGISTRO

Como o objetivo do registro é avaliar a convergência entre as nuvens de pontos, neste trabalho foi utilizada a análise relativa do produto cartográfico, a qual utiliza os próprios dados a serem analisados (DRESCH, 2015). Conforme Mikhail e Ackerman (1976), o conceito de acurácia é bem amplo por contemplar tanto os erros sistemáticos quanto os aleatórios e, por isso, também envolve a medida de precisão, vinculada a erros aleatórios. Nesse sentido, para avaliar a acurácia de dados *LiDAR*, comumente é utilizada a RMSE, raiz quadrada do erro quadrático médio. Em estudos de registro de dados, essa medida fornece a distância entre as nuvens de pontos. Ou seja, para cada ponto na nuvem de pontos registrada é encontrado o ponto mais próximo na nuvem de pontos alvo. Assim, a RMSE referente à distância entre os pares de pontos foi usada como medida de desvio entre as nuvens de pontos registrada e alvo.

Conforme Jordan e Popescu (2015), por sua natureza tridimensional, em dados *LiDAR* são comumente analisadas as acurácias horizontais (X, Y) e verticais (Z). É possível obter a acurácia total do registro de dados (HYNDMAN; KOEHLER, 2006; FGDC, 2014), apresentada na Eq. (7).

$$RMSE = \sqrt{\left[\left(\sqrt{\left[\frac{\sum (X_{r,i} - X_{a,i})^2}{n} \right]} \right)^2 + \left(\sqrt{\left[\frac{\sum (Y_{r,i} - Y_{a,i})^2}{n} \right]} \right)^2 + \left(\sqrt{\left[\frac{\sum (Z_{r,i} - Z_{a,i})^2}{n} \right]} \right)^2 \right]} \quad (7)$$

em que $X_{r,i}$, $Y_{r,i}$ e $Z_{r,i}$ são os pontos na nuvem-registrada e $X_{a,i}$, $Y_{a,i}$ e $Z_{a,i}$ referem-se aos pontos na nuvem alvo.

As medidas de acurácia acompanham a unidade de resolução dos dados. Desta forma, as acurácias apresentadas neste trabalho são dadas em cm.

2.3.6 DETERMINAÇÃO DA SIGNIFICÂNCIA ESTATÍSTICA

Em geral, para determinar a significância estatística de resultados, utilizam-se testes de hipótese que integram a chamada estatística paramétrica, cujas pressuposições incluem, em geral, a exigência de normalidade dos dados e independência entre observações. No caso particular deste trabalho, os valores de RMSE claramente não seguem uma distribuição normal. Ademais, a independência das observações não se verifica no caso dos experimentos aqui reportados, visto que os pontos das nuvens apresentam autocorrelação espacial. Dessa forma, a utilização de testes estatísticos paramétricos, como ANOVA (*ANalysis Of VAriance*) ou teste *t* de *Student*, comumente empregados na literatura, não são adequados para esse tipo de estudo. Sendo assim, optou-se por uma abordagem não paramétrica para comparação par a par dos resultados, objetivando verificar a significância estatística dos mesmos.

O teste não paramétrico adotado neste trabalho baseia-se no método de Monte Carlo (METROPOLIS; ULAM, 1949). Inicialmente, extraem-se aleatoriamente 10% de amostras do universo de valores que compõem a nuvem de pontos de cada método de registro, considerando-se cada um dos três telhados analisados. Para esta amostra, é calculado o RMSE total, que diferirá ligeiramente do valor originalmente calculado para toda a nuvem de pontos. Este procedimento é repetido 1.000 vezes, de modo a permitir que se comparem par a par cada um dos resultados simulados. Na sequência, a significância estatística é avaliada com base na proporção de vezes em que o RMSE simulado é menor (melhor acurácia) para um grupo em relação ao outro. Caso a diferença entre dois grupos não for significativa, espera-se que esta proporção observada não seja muito alta (ou muito baixa). Neste trabalho, empregou-se um nível de significância de 5%, ou seja, a diferença entre os resultados de dois grupos será considerada significativa quando as proporções forem menores que 5% ou maiores que 95%.

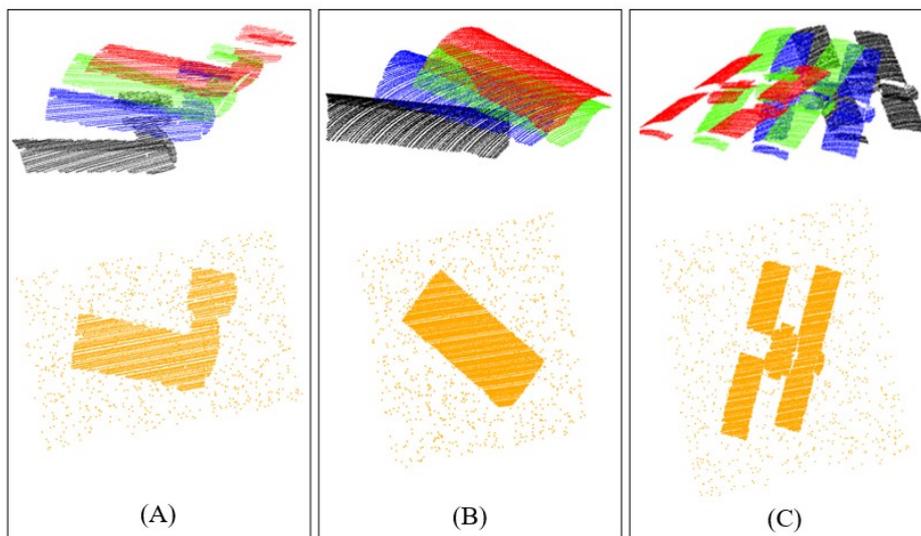
2.3.7 TEMPO DE PROCESSAMENTO

O tempo de processamento de cada método de registro foi verificado por meio da função *time.time()*, presente na biblioteca *time* do Python. Trata-se de uma função simples e robusta para medir o tempo de execução de um determinado código. Foi computado o tempo de execução total do método de registro, exceto a inserção dos deslocamentos e ruídos.

3 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Através da aquisição de dados pelo sistema *LIDAR* e de seu processamento, foi gerada a nuvem de pontos dos alvos propostos (Figura 6).

Figura 6 – Nuvens de pontos. (A) Terapia Ocupacional. (B) Ginásio. (C) Cifloma. **Vermelho:** nuvem de pontos referência; **verde:** nuvem de pontos alvo (10°); **azul:** nuvem de pontos alvo (20°); **preto:** nuvem de pontos alvo (40°); **laranja:** exemplo de ruído no deslocamento, sendo 20° para (A) e (C) e 10° para (B), para fins de visualização.



Fonte: Os autores (2021).

Os deslocamentos médios, planimétricos e altimétricos, entre as nuvens de pontos referência e as nuvens de pontos alvo são apresentados na Tabela 1, bem como a quantidade de pontos de cada telhado.

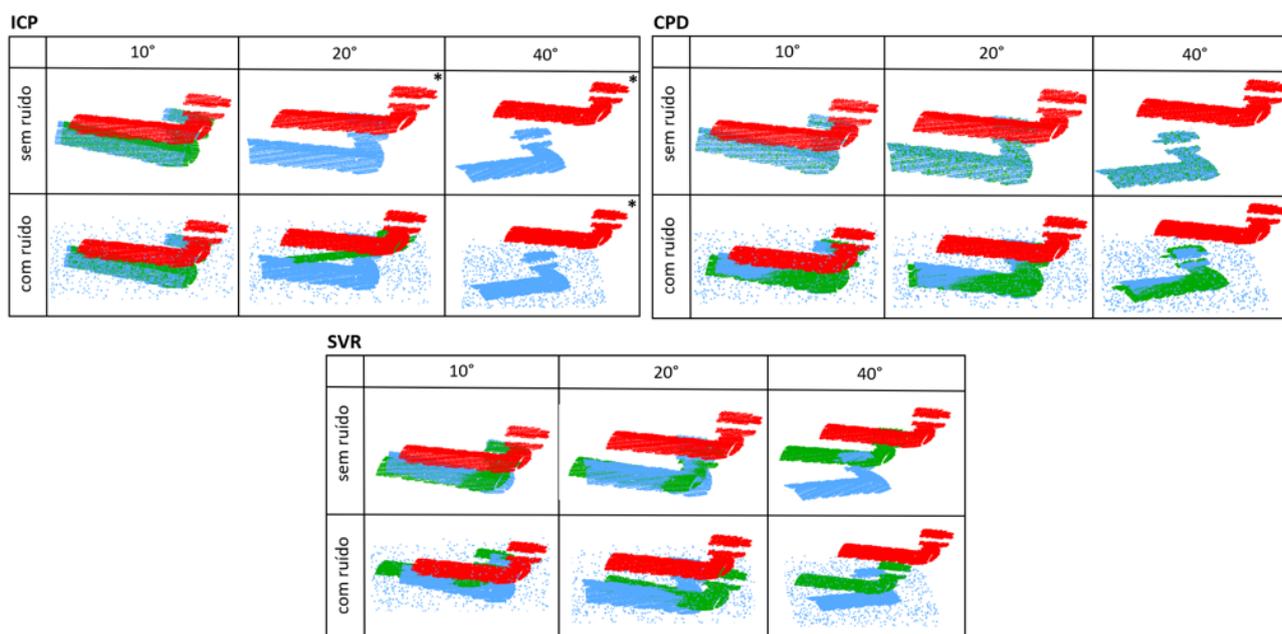
Tabela 1 – Quantidade de pontos *LiDAR* de cada telhado e média dos deslocamentos entre a nuvem de pontos referência e as respectivas nuvens de pontos alvo.

| Edifício | Quantidade de pontos | Deslocamento | Referência x Alvo | | |
|---------------------|----------------------|--------------|------------------------|-------------------|------------|
| | | | Horizontal - X, Y (cm) | Vertical - Z (cm) | Total (cm) |
| Terapia Ocupacional | 4.132 | 10° | 8,6154 | 6,562 | 10,830 |
| | | 20° | 17,456 | 11,822 | 21,083 |
| | | 40° | 35,518 | 20,234 | 40,877 |
| Ginásio | 5.956 | 10° | 6,549 | 5,349 | 8,456 |
| | | 20° | 20,179 | 11,570 | 23,260 |
| | | 40° | 44,564 | 25,617 | 51,402 |
| Cifloma | 8.058 | 10° | 53,082 | 9,304 | 53,891 |
| | | 20° | 73,409 | 19,761 | 76,022 |
| | | 40° | 123,737 | 30,907 | 127,539 |

Fonte: Os autores (2021).

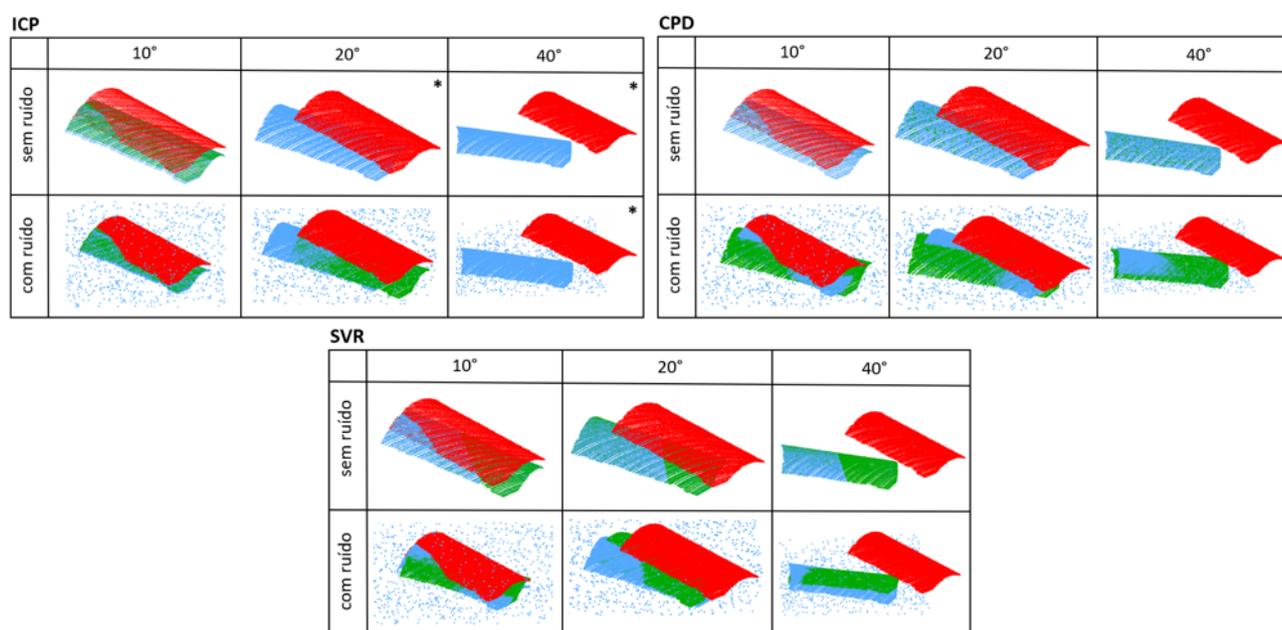
A representação das nuvens de pontos geradas pelos métodos de registro aplicados nos distintos alvos (Figura 7, 8 e 9) estão dispostas em colunas que se referem aos deslocamentos empregados, e as linhas, aos testes com e sem ruído.

Figura 7 – Resultados dos métodos de registro aplicados ao telhado do Edifício da Terapia Ocupacional. **Vermelho:** nuvem de pontos referência; **azul:** nuvem de pontos alvo; **verde:** nuvem de pontos resultado. O * refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.



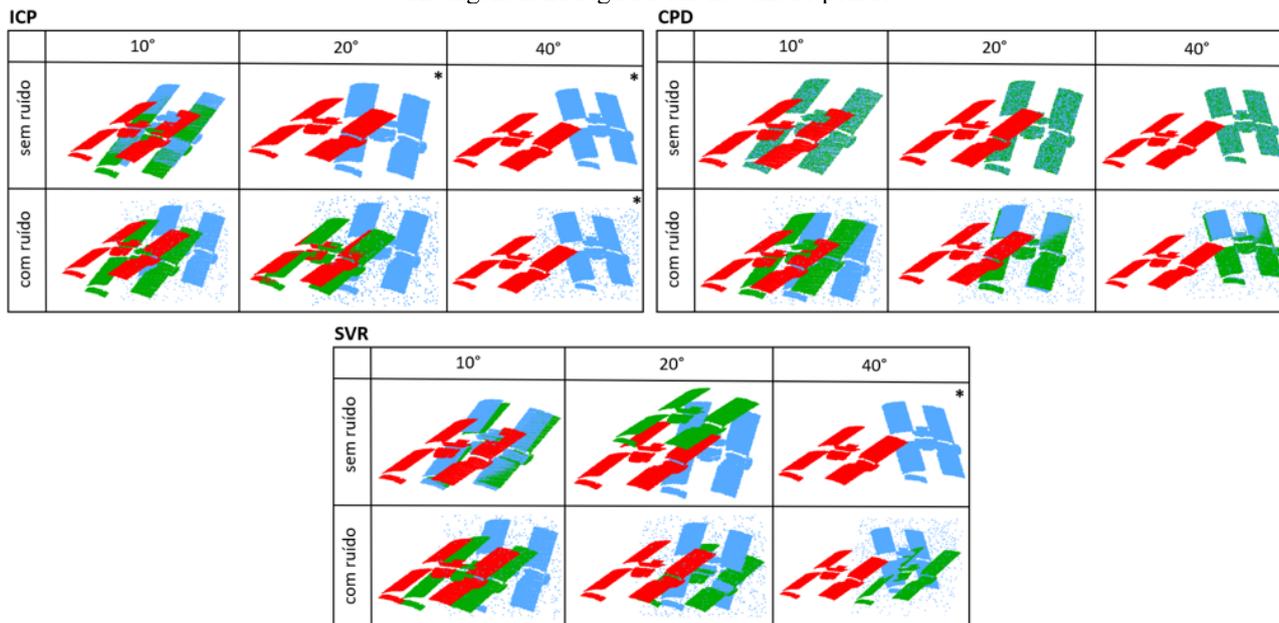
Fonte: Os autores (2021).

Figura 8 – Resultados dos métodos de registro aplicados ao telhado do Ginásio. **Vermelho:** nuvem de pontos referência; **azul:** nuvem de pontos alvo; **verde:** nuvem de pontos resultado. O * refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.



Fonte: Os autores (2021).

Figura 9 – Resultados dos métodos de registro aplicados ao telhado do Cifloma. **Vermelho:** nuvem de pontos referência; **azul:** nuvem de pontos alvo; **verde:** nuvem de pontos resultado. O * refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.



Fonte: Os autores (2021).

Quanto ao telhado da Terapia Ocupacional (Figura 7), o SVR apresentou relativamente boa correspondência de registro para o deslocamento de 10° sem ruído, ao passo que o método CPD se mostra eficiente nos testes com deslocamentos e ruídos. No caso do telhado do Ginásio (Figura 8), verifica-se que o CPD e o SVR possuem resultados similares, com deslocamentos de 10°, 20° e 40° na presença de ruído. Devido a sua geometria e quantidade de pontos, no telhado do Cifloma, os três métodos apresentaram os piores valores de RMSE total (mais elevados), em todos os tipos de deslocamentos e condições de ruído (presença e ausência), conforme observado na Tabela 2. Isto também pode ser explicado pela aleatoriedade do deslocamento vertical, o qual já se iniciou com valores comparativamente mais elevados do que nos dois outros edifícios.

Em todos os telhados, o ICP foi incapaz de realizar o registro em grandes deslocamentos, correspondente a 20° sem ruído e 40° com e sem ruído (Figuras 7, 8 e 9). Este resultado reforça a necessidade de sobreposição de dados. No deslocamento de 20°, os ruídos da nuvem alvo se sobrepuseram à nuvem de pontos referência, permitindo ao ICP obter o registro, embora com baixa acurácia.

A Tabela 2 apresenta as acurácias dos métodos de registro obtidas em cada teste realizado, sendo que os valores totais da RMSE podem ser visualizados sob a forma de gráficos nas Figuras 10, 11 e 12, com barras visualizáveis em escala logarítmica, e os números acima delas, em valores reais. De forma geral, as melhores acurácias referem-se aos testes sem ruído, e à medida que há o aumento do deslocamento, verifica-se uma piora da acurácia em todos os métodos empregados, conforme igualmente relatado por Carrea et al. (2014) e Opromolla et al. (2015). O ICP apresentou as menores acurácias, não apresentando resultados quando há grandes deslocamentos, em virtude da escassa sobreposição de dados. Em contrapartida, o CPD apresentou os melhores resultados. As acurácias do SVR são similares às alcançadas pelo ICP, não fornecendo resultados em apenas um teste.

Conforme as colunas de valor total da Tabela 2, a RMSE do ICP para o telhado do Edifício da Terapia Ocupacional, com ângulo de deslocamento de 10° e sem ruído, corresponde a aproximadamente 643% da RMSE obtida pelo CPD, demonstrando a superioridade deste último. Na mesma comparação, considerando a presença de ruído, o ICP apresentou menor RMSE, correspondente a 63% da RMSE do CPD, em virtude da elevada sobreposição de dados. No caso de um deslocamento de 20°, também com ruído, a RMSE do ICP é cerca de 6,8 vezes maior que a RMSE do CPD. Comparando-se o ICP com o SVR, conclui-se que o ICP apresenta aproximadamente metade do valor da RMSE obtida pelo SVR para ângulo de 10° e sem ruído. Com a presença de ruído e mantendo-se o ângulo de 10°, a RMSE do SVR é cerca de 7,5 vezes maior que a do ICP e, para um ângulo de 20°, a RMSE do ICP é 1,2 vezes maior que a do SVR. Na comparação entre CPD e SVR, sem ruído, a RMSE do SVR é aproximadamente 1.190% maior que a do CPD para o ângulo de 10°, 1.700%

maior para o ângulo de 20°, e 6.700% maior para o ângulo de 40°. Na presença de ruído, a diferença entre os valores de RMSE decaí consideravelmente, sendo de apenas 4,7 vezes maior para o ângulo de 10°, 5,6 vezes maior para o ângulo de 20°, e 8,2 vezes maior para o ângulo de 40°, mais uma vez demonstrando a superioridade do CPD.

Para o telhado do Ginásio, o valor de RMSE do ICP, com ângulo de deslocamento de 10° e sem ruído, corresponde a cerca de 4.600% da RMSE do CPD. Na presença de ruído, a RMSE do CPD é quase 5 vezes maior que a do ICP para um ângulo de 10°, porém a do ICP é 2,6 vezes maior que a do CPD para um ângulo de 20°. Comparando-se o ICP com o SVR, na ausência de ruído, a RMSE do ICP é quase 25 vezes maior que a do SVR. Com ruído, a RMSE do SVR é 3,2 vezes maior que a do ICP para um ângulo de deslocamento de 10°, contudo a do ICP é 2,3 vezes maior que a do SVR para um ângulo de 20°. Comparando-se o CPD com o SVR, a RMSE do CPD foi inferior à RMSE do SVR em todos os casos, à exceção do ângulo de deslocamento de 10° com ruído, evidenciando a superioridade do CPD. Na ausência de ruído, para um ângulo de 10°, a RMSE do SVR é 185% maior que a do CPD, quase 250% maior que a do CPD para um ângulo de 20°, e 193% maior para um ângulo de 40°. Na presença de ruído, à semelhança do telhado do edifício anterior, as diferenças decrescem substancialmente no SVR, sendo a RMSE do CPD 1,5 vezes maior que a do SVR para um ângulo de 10°. Contudo, a RMSE do SVR ultrapassa a do CPD para os demais ângulos, sendo 1,14 vezes maior para um ângulo de 20°, e 2,5 vezes maior para um ângulo de 40°.

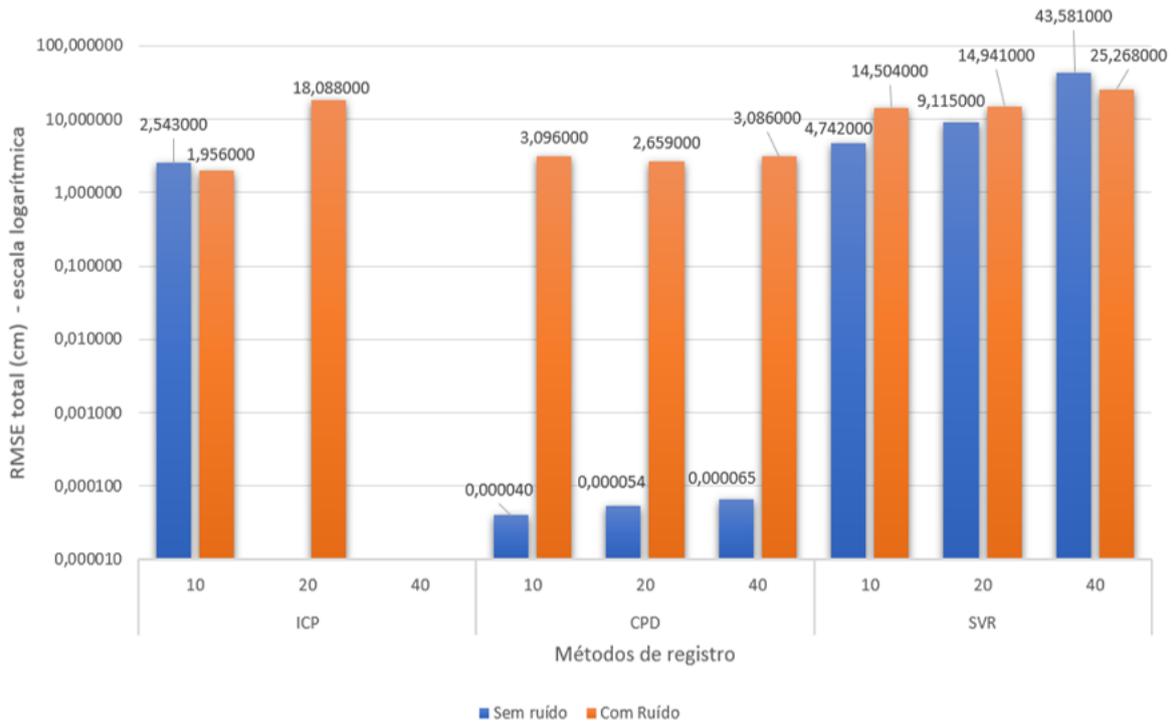
Em relação ao telhado do Edifício do Cifloma, a RMSE do ICP é 1,06 vezes maior que a do CPD para um ângulo de 10°, com e sem ruído. Na presença de ruído, para um ângulo de 20°, o ICP apresenta uma RMSE 1,65 vezes maior que a do CPD. Na comparação entre ICP e SVR, a RMSE do ICP apresenta valores superiores, sendo 1,06 vezes maior para um ângulo de 10° e sem ruído, 1,04 vezes maior para um ângulo de 10° e com ruído, e 1,63 vezes maior para um ângulo de 20° com ruído. Finalmente, na comparação entre CPD e SVR, a RMSE do SVR é sempre superior, porém com diferença inferior a 0,2%.

Tabela 2 – Acurácias horizontais (X, Y), acurácias verticais (Z) e acurácias totais por método em cada teste aplicado aos telhados dos edifícios. N/C refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| | | ICP | | | CPD | | | SVR | | |
|---------------------|-----------|-----------|--------|------------|-----------|----------|------------|-----------|----------|------------|
| | | X, Y (cm) | Z (cm) | Total (cm) | X, Y (cm) | Z (cm) | Total (cm) | X, Y (cm) | Z (cm) | Total (cm) |
| Terapia Ocupacional | 10° | 2,543 | 0,381 | 2,571 | 0,000006 | 0,000040 | 0,000040 | 4,264 | 2,075 | 4,742 |
| | 20° | N/C | N/C | N/C | 0,000010 | 0,000053 | 0,000054 | 8,865 | 2,118 | 9,115 |
| | 40° | N/C | N/C | N/C | 0,000014 | 0,000064 | 0,000065 | 43,530 | 2,114 | 43,581 |
| | 10° Ruído | 1,935 | 0,283 | 1,956 | 2,959 | 0,908 | 3,096 | 14,232 | 2,796 | 14,504 |
| | 20° Ruído | 16,943 | 6,332 | 18,088 | 2,465 | 0,995 | 2,659 | 14,654 | 2,918 | 14,941 |
| | 40° Ruído | N/C | N/C | N/C | 3,051 | 0,459 | 3,086 | 25,208 | 1,737 | 25,268 |
| Ginásio | 10° | 1,298 | 0,489 | 1,387 | 0,000003 | 0,000000 | 0,000003 | 0,050514 | 0,023336 | 0,055644 |
| | 20° | N/C | N/C | N/C | 0,000004 | 0,000001 | 0,000004 | 0,093531 | 0,034465 | 0,099679 |
| | 40° | N/C | N/C | N/C | 0,000007 | 0,000001 | 0,000007 | 0,128232 | 0,041677 | 0,134835 |
| | 10° Ruído | 1,014 | 0,336 | 1,068 | 5,138 | 0,627 | 5,176 | 3,298 | 1,893 | 3,465 |
| | 20° Ruído | 15,109 | 1,381 | 15,172 | 5,895 | 0,502 | 5,916 | 6,503 | 1,834 | 6,756 |
| | 40° Ruído | N/C | N/C | N/C | 2,422 | 0,690 | 2,518 | 3,738 | 5,037 | 6,273 |
| Cifloma | 10° | 46,599 | 9,753 | 47,609 | 43,832 | 9,449 | 44,839 | 44,160 | 8,953 | 45,058 |
| | 20° | N/C | N/C | N/C | 43,699 | 11,376 | 45,156 | 46,556 | 22,148 | 51,556 |
| | 40° | N/C | N/C | N/C | 44,142 | 11,050 | 45,504 | N/C | N/C | N/C |
| | 10° Ruído | 48,234 | 9,924 | 49,244 | 45,382 | 8,730 | 46,214 | 46,706 | 8,252 | 47,429 |
| | 20° Ruído | 73,762 | 19,783 | 76,369 | 44,975 | 10,701 | 46,230 | 45,906 | 10,053 | 46,994 |
| | 40° Ruído | N/C | N/C | N/C | 45,986 | 10,659 | 47,205 | 53,758 | 9,086 | 54,521 |

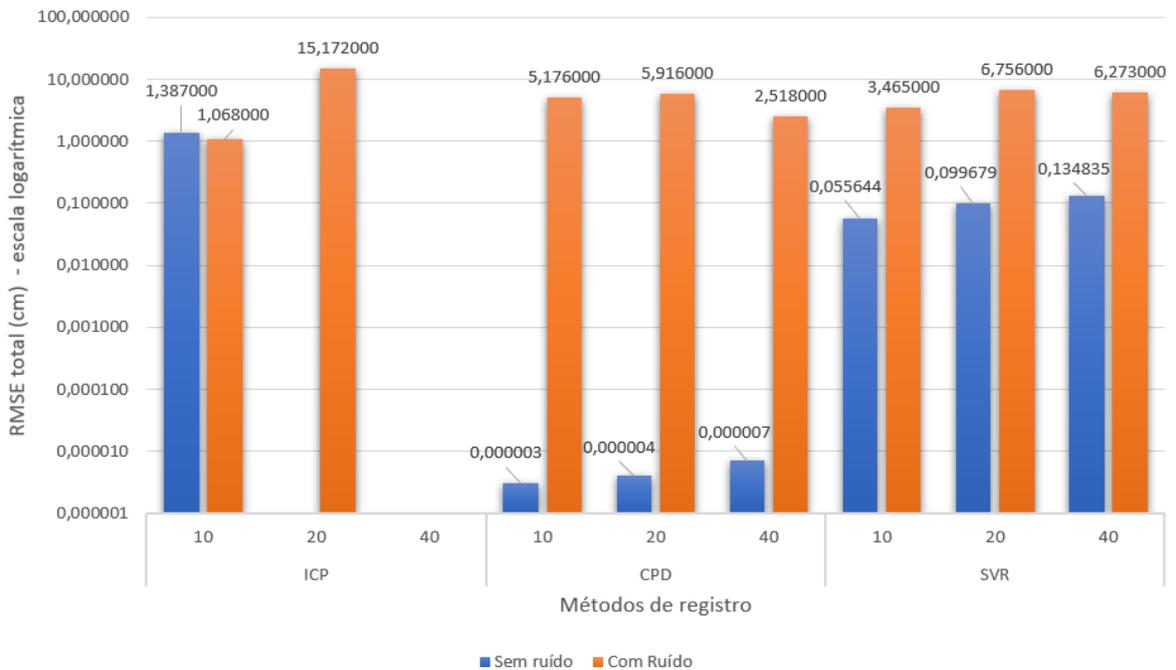
Fonte: Os autores (2021).

Figura 10 – Valores de RMSE total (cm) com e sem ruído para os três métodos de registro relativos ao telhado do Edifício da Terapia Ocupacional.



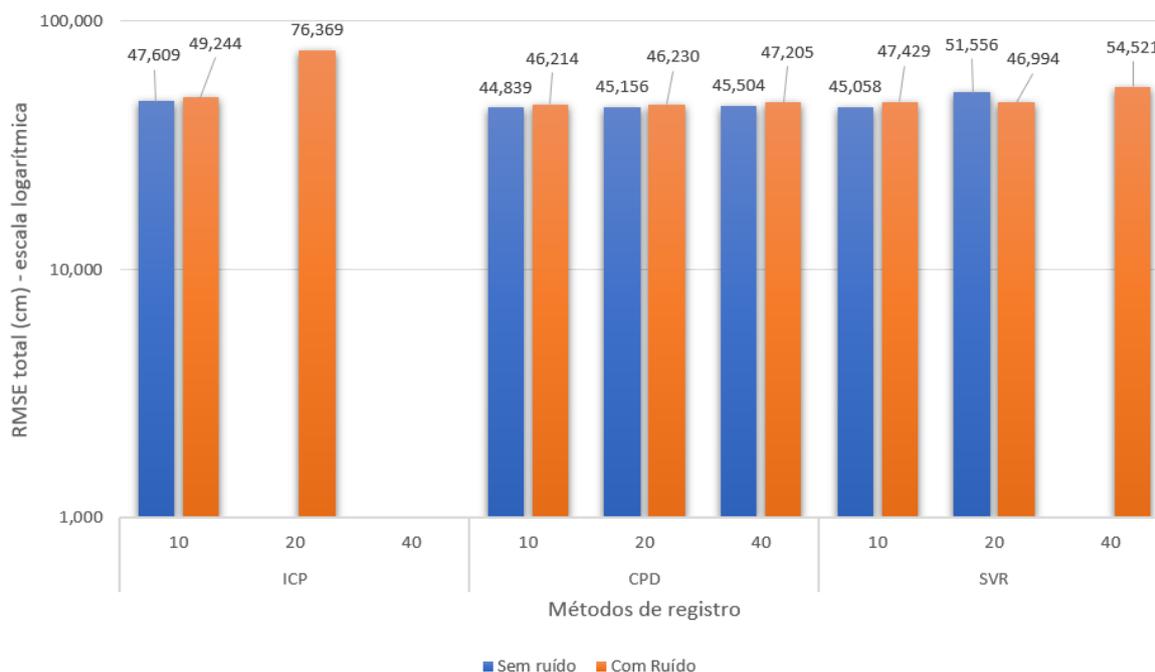
Fonte: Os autores (2021).

Figura 11 – Valores de RMSE total (cm) com e sem ruído para os três métodos de registro relativos ao telhado do Edifício do Ginásio.



Fonte: Os autores (2021).

Figura 12 – Valores de RMSE total (cm) com e sem ruído para os três métodos de registro relativos ao telhado do Edifício do Cifloma.



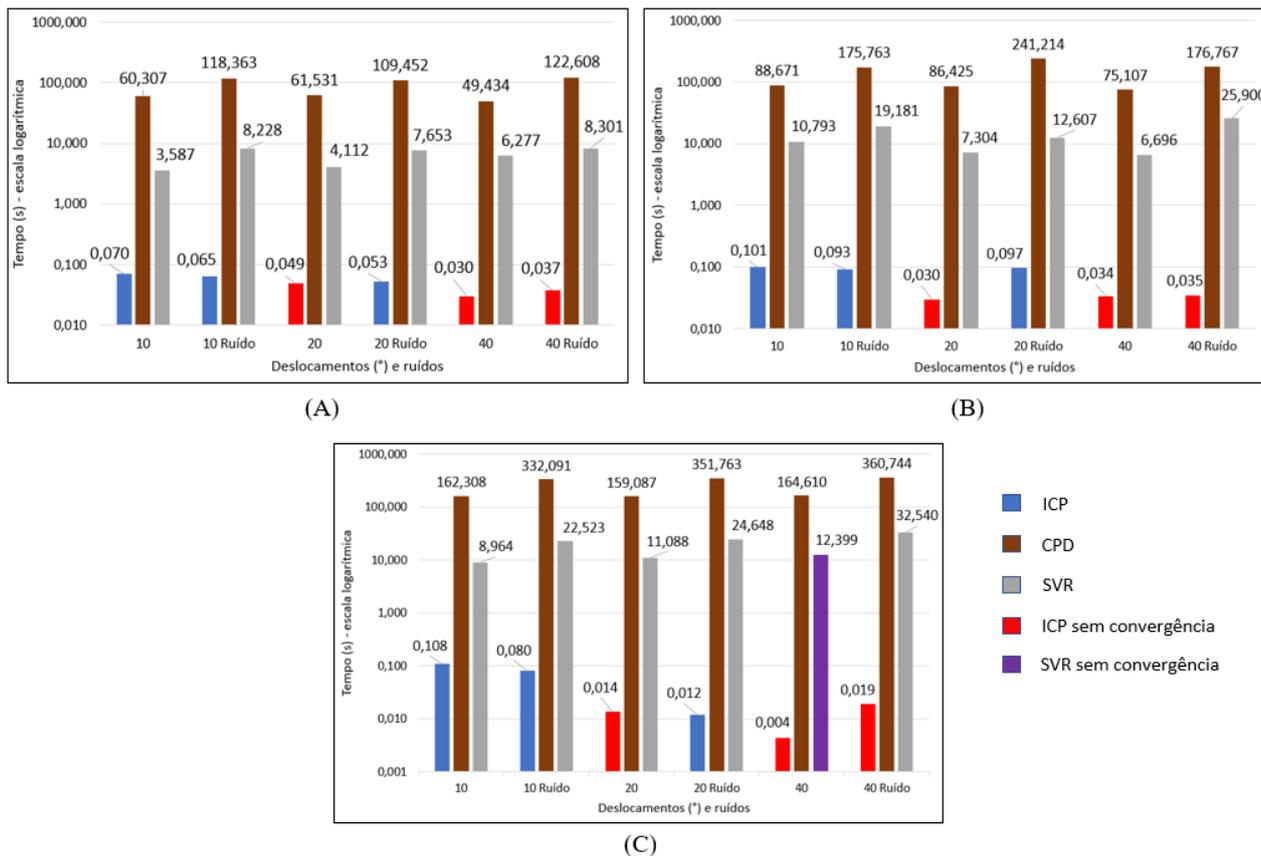
Fonte: Os autores (2021).

O CPD apresentou as melhores acurácias referentes ao telhado da Terapia Ocupacional nos testes sem ruído. Observa-se que, nos testes com ruído, o CPD só foi superado pelo ICP no teste com deslocamento de 10°. A acurácia do SVR ficou bem distante das acurácias dos outros métodos, porém, comparado com o ICP, o SVR foi capaz de convergir, mesmo alcançando baixa acurácia. No caso do telhado do Ginásio, o CPD também apresentou as melhores acurácias, exceto no descolamento de 10° com ruído, sendo superado pelo ICP e SVR. O CPD também apresentou os melhores resultados no telhado do Cifloma, sendo acompanhado pelo SVR, o qual apresentou melhores acurácias verticais nos testes com ruído. Constatações semelhantes acerca desses métodos foram relatadas por Zhu et al. (2019) e Méndez et al. (2020). Conforme destacam Cheng et al. (2018), Zhu et al. (2019) e Li et al. (2020), as acurácias do registro entre nuvens de pontos *LiDAR* devem estar dentro da faixa de centímetros e, preferencialmente, milímetros. Portanto, as acurácias dos registros alcançados neste trabalho são compatíveis com o reportado na literatura.

O telhado do Edifício da Terapia Ocupacional possui o menor número de pontos (Tabela 1), porém é dotado de certa complexidade em função do formato em “L”. Seus valores de RMSE (Tabela 2), quando comparados aos telhados dos outros dois edifícios, mostram-se intermediários. O telhado do Edifício do Ginásio apresenta um número de pontos relativamente superior ao da Terapia Ocupacional e, apesar de curvo, não apresenta descontinuidades, isto é, consiste em uma única superfície curva. Por este motivo, seus valores de RMSE são, em média, os de maior acurácia. Por fim, o telhado do Edifício do Cifloma apresenta tanto um elevado número de pontos (praticamente o dobro do telhado da Terapia Ocupacional) quanto alta complexidade geométrica, visto que possui vários blocos interconectados. Por conseguinte, os valores de RMSE do Cifloma são os mais elevados e, portanto, de menor acurácia. Soma-se a isto o fato de que seu deslocamento vertical já se iniciou com valores comparativamente mais elevados do que nos dois outros edifícios, conforme anteriormente exposto.

Os tempos computacionais foram muito distintos, o que pode ser visualizado na Figura 13, com barras visualizáveis em escala logarítmica, e os números acima delas, em valores reais. Os registros do telhado da Terapia Ocupacional, por possuir menos pontos, foram os mais rápidos a serem processados. Em contrapartida, no telhado do Cifloma, os registros apresentaram os maiores tempos de processamento. Em todos os casos, o ICP apresentou tempos menores de 10 s. No caso do SVR, verificou-se variação entre 3 e 38 s, enquanto o CPD foi o mais lento, variando entre 49 e 360 s.

Figura 13 – Tempos de processamento dos métodos. (A) – Terapia Ocupacional. (B) – Ginásio. (C) – Cifloma.



Fonte: Os autores (2021).

No que diz respeito à relação entre o tempo de processamento e a quantidade de pontos, esta varia de método para método, porém se observa uma tendência de aumento no tempo de processamento em função do maior número de pontos (Tabela 3), salvo algumas exceções. Houve casos de não convergência dos registros para o método ICP sem ruído e com ângulos de deslocamento de 20° e 40°, bem como com ruído e com ângulo de 40°. A não convergência também foi excepcionalmente observada para o método SVR no caso do telhado do Edifício do Cifloma, especificamente para o ângulo de deslocamento de 40° sem a presença de ruído.

Tabela 3 – Relação entre o tempo de processamento (s) e a quantidade de pontos. O * refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| Ângulo de deslocamento | Terapia Ocupacional | | | Ginásio | | | Cifloma | | | | | | |
|------------------------|---------------------|-------|-----------|----------|---------------|-------|-----------|----------|---------------|-------|-----------|----------|-----------|
| | N.º de pontos | ICP | CPD | SVR | N.º de pontos | ICP | CPD | SVR | N.º de pontos | ICP | CPD | SVR | |
| Sem ruído | 10° | 4.132 | 1,70E-05 | 0,014600 | 0,000868 | 5.956 | 1,69E-05 | 0,014888 | 0,001812 | 8.058 | 1,34E-05 | 0,020142 | 0,001112 |
| | 20° | | 1,18E-05* | 0,014891 | 0,000995 | | 5,08E-06* | 0,014511 | 0,001226 | | 1,68E-06* | 0,019743 | 0,001376 |
| | 40° | | 7,27E-06* | 0,011963 | 0,001519 | | 5,74E-06* | 0,012610 | 0,001124 | | 5,47E-07* | 0,020428 | 0,001539* |
| Com ruído | 10° | 5.132 | 1,26E-05 | 0,023063 | 0,001603 | 6.956 | 1,34E-05 | 0,025268 | 0,002757 | 9.058 | 8,85E-06 | 0,036663 | 0,002486 |
| | 20° | | 1,03E-05 | 0,021327 | 0,001491 | | 1,39E-05 | 0,034677 | 0,001812 | | 1,31E-06 | 0,038835 | 0,002721 |
| | 40° | | 7,30E-06* | 0,023890 | 0,001617 | | 5,01E-06* | 0,025412 | 0,003723 | | 2,11E-06* | 0,039826 | 0,003592 |

Fonte: Os autores (2021).

As características do ICP são observadas pelos resultados. Houve casos de não convergência dos

registros para o método ICP sem ruído e com ângulos de deslocamento de 20° e 40°, bem como com ruído e com ângulo de 40°, de acordo com o observado nas Figuras 7, 8 e 9, em que não se vê a nuvem de pontos resultante em cor verde. Isto se explica pelo fato de que o ICP requer sobreposição de dados, o que não se verificou para os ângulos de 20° e 40° sem ruído, e para o ângulo de 40° com ruído. No caso do deslocamento de 20° com ruído, os pontos aleatórios introduzidos artificialmente permitiram a sobreposição.

Por sua vez, os aspectos do CPD são igualmente verificados nos resultados. A taxa de *outliers* e as probabilidades de correspondências são determinantes para o sucesso do método CPD. Como se trata de dados idênticos com deslocamentos, no caso do registro de dados sem ruído, a existência de *outliers* é baixa, e a correspondência de pontos é ideal, independentemente de sobreposição. Por essa razão, a probabilidade de correspondência é capaz de obter bons resultados, mesmo sem sobreposição e grandes deslocamentos. Entretanto, quando são acrescentados ruídos, essa característica não é verificada, devido à grande presença de *outliers*, o que proporciona dificuldades para gerar as probabilidades de correspondências entre os pontos, degradando os resultados.

Por fim, as características do SVR também se manifestaram nos resultados obtidos, no sentido de que os resultados com ruído, para cada um dos tipos de telhados e respectivos métodos, mostraram incremento de erro comparativamente inferior aos incrementos verificados no método CPD. No caso do telhado do Edifício da Terapia Ocupacional, os valores de RMSE relativos aos dados com ruído são, em média, 60.000 vezes maiores do que os observados para os dados sem ruído para o CPD. Já para o SVR, os valores de RMSE com ruído para os ângulos de 10° e 20°, superam em cerca de 2,4 vezes aqueles sem ruído. Excepcionalmente, para o ângulo de 40°, a RMSE com ruído apresentou um decréscimo de 42% em relação ao valor de RMSE sem ruído. Para o telhado do Ginásio, os valores de RMSE referentes aos dados ruidosos resultantes do método CPD apresentam-se $1,2 \cdot 10^6$ superiores aos respectivos valores sem ruído. No caso do SVR, o incremento da RMSE para os dados com ruído foi apenas 60 vezes maior em relação aos dados com ausência de ruído. Para o telhado do Edifício do Cifloma, observou-se que os valores de RMSE com ruído são 1,03 vezes maiores que aqueles sem ruído no método CPD. No caso do método SVR, verificou-se que a RMSE com ruído para o ângulo de 10° é apenas 1,05 vezes maior que a RMSE sem ruído. Por outro lado, verificou-se incomumente que a RMSE para o ângulo de 20° sem ruído é 1,1 vezes maior do que a RMSE com ruído. Não é consistente avaliar o incremento do erro para dados com ruídos processados pelo ICP, visto que 50% dos experimentos realizados por este método não apresentaram resultados devido à não convergência dos dados.

Com relação à determinação da significância estatística dos resultados deste trabalho, ao se analisar a RMSE total de cada método em relação a cada um dos telhados estudados, constata-se a diferença de acurácia de grande magnitude entre os métodos de registro, conforme observável na Tabela 2. Esta diferença estatisticamente significativa foi corroborada pelos testes não paramétricos, e em função de sua obviedade, os resultados de testes intermétodos não são apresentados. As perguntas a serem respondidas pelos testes não paramétricos referem-se, enfim, a avaliar se o impacto do deslocamento (Tabelas 4, 5 e 6) e do ruído (Tabelas 7 e 8), este último apenas em certos casos, produzem diferenças estatisticamente significantes na acurácia dos resultados intramétodos. Isto se explica pelo fato de que a maioria dos testes realizados para avaliar o impacto do ruído forneceu resultados com diferenças explícitas, e desta forma, tampouco serão apresentados. Cabe salientar, por fim, que não foram conduzidos testes comparando-se de forma pareada os três telhados, método a método, uma vez que tais comparações são improcedentes em vista de suas características geométricas distintas, do diferente número de pontos que compõem cada nuvem e dos respectivos valores aleatórios de deslocamento vertical a que foram submetidos, os quais são díspares entre si e certamente resultariam em análises tendenciosas.

De acordo com a Tabela 4, relativa ao Edifício da Terapia Ocupacional, observa-se que o único teste realizado para o método ICP evidencia que a presença de ruído melhora a qualidade dos resultados, no caso de um menor deslocamento, visto que o menor ângulo e a presença de ruído pressupõem maior sobreposição de dados. Nota-se que os resultados para o CPD sem ruído foram significantes em todas as comparações, com 100% dos casos. Isto evidencia que este método é sensível ao deslocamento, em virtude da restrição de coerência na movimentação de pares de pontos quando do registro. Para as comparações com ruído, os resultados não foram homogêneos, ocorrendo significância para as comparações entre 10° e 20°, em que 20° apresenta resultados superiores, e entre 20° e 40°, em que os resultados com deslocamento de 20° são

superiores aos de 40°. A ausência de significância ocorreu para comparação entre 10° e 40°, distantes, em média, 0,01 cm. O CPD é um método altamente impactado por *outliers*. Considerando que os ruídos introduzidos nas nuvens alvo com diferentes deslocamentos são aleatórios e independentes entre si, é plausível supor-se que os ruídos introduzidos no deslocamento de 20°, ocasionalmente, não produziram tanto impacto em termos de *outliers*, em média, quanto os dois outros conjuntos de ruídos. Para o SVR, todos os resultados demonstraram diferenças estatisticamente significantes, indicando que quanto menor o deslocamento, tanto na presença como na ausência de ruído, melhores os resultados.

Tabela 4 - Resultados dos testes não paramétricos para comparações pareadas entre os deslocamentos para cada método de registro - Edifício da Terapia Ocupacional. O * refere-se ao nível de significância de 5%. N/C refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| Telhado do Edifício da Terapia Ocupacional | | | | |
|--|--------------------|--|---------------------|---|
| Condições de ruído | Método de registro | Pergunta do teste sobre a comparação pareada entre deslocamentos intramétodo | Percentual de casos | Os resultados são significativamente diferentes?* |
| Sem ruído | ICP | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 20°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 20° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | CPD | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 20° é melhor que CPD 40°. | 100% | Sim. |
| | SVR | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 20° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| Com ruído | ICP | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 20° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | CPD | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 20°. | 0% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 40°. | 46% | Não. |
| | | Proporção em que CPD 20° é melhor que CPD 40°. | 100% | Sim. |
| | SVR | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 20°. | 97% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 20° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |

Fonte: Os autores (2021).

A Tabela 5, referente ao Edifício do Ginásio, mostra mais uma vez que o teste realizado para o método ICP demonstra que a ocorrência de ruído incrementa a acurácia, para um menor deslocamento. No caso do método CPD sem ruído, todos os testes foram significantes, corroborando as mesmas afirmações enunciadas para o Edifício da Terapia Ocupacional. Porém, no caso dos testes realizados com ruído, todos eles foram significantes, indicando, contudo, que o deslocamento de 10° produz resultados superiores ao de 20°, e o deslocamento de 40° fornece melhores resultados que os deslocamentos de 10° e 20°. Isto pode ser explicado, à semelhança do ocorrido com o Edifício da Terapia Ocupacional, pela aleatoriedade do ruído introduzido no deslocamento de 40°, o qual não gerou tanto impacto desfavorável no que diz respeito a *outliers*. Em relação

ao SVR, todos os resultados sem ruído indicaram significância, demonstrando que os menores deslocamentos produzem melhores resultados. Com o acréscimo de ruído, o comportamento do SVR produziu um melhor resultado para o deslocamento de 10°, entretanto, o deslocamento de 40° apresentou melhores resultados do que o de 20°, o que pode ser compreendido pela aleatoriedade do ruído introduzido, que, neste caso, revelou-se mais desfavorável para o deslocamento de 20°.

Tabela 5 - Resultados dos testes não paramétricos para comparações pareadas entre os deslocamentos para cada método de registro - Edifício do Ginásio. O * refere-se ao nível de significância de 5%. N/C refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| Telhado do Edifício do Ginásio | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------|---|----------------------------|--|
| Condições de ruído | Método de registro | Pergunta do teste sobre a comparação pareada entre deslocamentos intramétodo | Percentual de casos | Os resultados são significativamente diferentes?* |
| Sem ruído | ICP | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 20°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 20° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | CPD | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 20° é melhor que CPD 40°. | 100% | Sim. |
| | SVR | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 20° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| Com ruído | ICP | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 20° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | CPD | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 40°. | 0% | Sim. |
| | | Proporção em que CPD 20° é melhor que CPD 40°. | 0% | Sim. |
| | SVR | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 20° é melhor que SVR 40°. | 0% | Sim. |

Fonte: Os autores (2021).

A Tabela 6, correspondente ao Edifício do Cifloma, indica uma vez mais que o teste relativo ao método ICP acusa que a ocorrência de ruído eleva a qualidade dos resultados para um menor deslocamento. Os resultados para o método CPD mostraram-se invariavelmente não significantes, tanto na presença como na ausência de ruído, embora os menores ângulos tenham produzido, na sua maioria, os melhores resultados. Para o método SVR, no caso de ausência de ruído, há diferença estatisticamente significativa para os deslocamentos de 10° e 20°, em que se verifica a superioridade do primeiro. Na presença de ruído, o deslocamento de 20° gerou excepcionalmente um resultado, na sua maioria, superior ao de 10°, porém sem significância estatística. Para os demais testes, comprovam-se os melhores resultados para os menores ângulos de deslocamento, com significância estatística plena.

Tabela 6 - Resultados dos testes não paramétricos para comparações pareadas entre os deslocamentos para cada método de registro - Edifício do Cifloma. O * refere-se ao nível de significância de 5%. N/C refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| Telhado do Edifício do Cifloma | | | | |
|---------------------------------------|---------------------------|---|----------------------------|---|
| Condições de ruído | Método de registro | Pergunta do teste sobre a comparação pareada entre deslocamentos intramétodo | Percentual de casos | Os resultados são significativamente diferentes? * |
| Sem ruído | ICP | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 20°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 20° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | CPD | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 20°. | 61% | Não. |
| | | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 40°. | 74% | Não. |
| | | Proporção em que CPD 20° é melhor que CPD 40°. | 65% | Não. |
| | SVR | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que SVR 20° é melhor que SVR 40°. | N/C | -- |
| Com ruído | ICP | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 20°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que ICP 10° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | | Proporção em que ICP 20° é melhor que ICP 40°. | N/C | -- |
| | CPD | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 20°. | 52% | Não. |
| | | Proporção em que CPD 10° é melhor que CPD 40°. | 85% | Não. |
| | | Proporção em que CPD 20° é melhor que CPD 40°. | 85% | Não. |
| | SVR | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 20°. | 35% | Não. |
| | | Proporção em que SVR 10° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |
| | | Proporção em que SVR 20° é melhor que SVR 40°. | 100% | Sim. |

Fonte: Os autores (2021).

A Tabela 7 fornece o resultado para o teste relativo ao impacto do ruído com deslocamento de 10° para o método ICP, referente ao Edifício do Ginásio, demonstrando que a presença de ruído melhora significativamente a qualidade dos resultados em função da sobreposição dos dados.

Tabela 7 - Resultado do teste não paramétrico entre as condições de ruído com deslocamento de 10° relativo ao método ICP - Edifício do Ginásio. O * refere-se ao nível de significância de 5%. N/C refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| Método de registro | Pergunta do teste sobre a comparação pareada entre condições de ruído intramétodo | Percentual de casos | O resultado é significativamente diferente? * |
|---------------------------|--|----------------------------|--|
| ICP | Proporção em que ICP 10° sem ruído é melhor que ICP 10° com ruído. | 0% | Sim. |

Fonte: Os autores (2021).

Para o Edifício do Cifloma, os testes não paramétricos para comparações pareadas entre as condições de ruído em função dos deslocamentos e métodos de registro acusaram diferenças estatisticamente significantes para os casos apresentados na Tabela 8. Em relação ao método ICP, à semelhança do Edifício da

Terapia Ocupacional, a ocorrência de ruído para um deslocamento de 10° incrementa a qualidade dos resultados em virtude da sobreposição dos dados. O CPD, por tratar-se de um método sensível a *outliers*, revela melhores resultados na ausência de ruído para todos os ângulos de deslocamento, com significância estatística. Da mesma forma, o SVR significativamente apresenta melhores resultados na ausência de ruído para um menor deslocamento. Contudo, para o deslocamento de 20°, o SVR produz melhores resultados com significância estatística na presença de ruído, visto que é um método eminentemente robusto a ruídos.

Tabela 8 - Resultados dos testes não paramétricos para comparações pareadas entre as condições de ruído em função dos deslocamentos e métodos de registro - Edifício do Cifloma. O * refere-se ao nível de significância de 5%. N/C refere-se aos casos em que não houve convergência no registro das nuvens de pontos.

| Método de registro | Pergunta do teste sobre a comparação pareada entre condições de ruído intramétodo | Percentual de casos | Os resultados são significativamente diferentes?* |
|--------------------|---|---------------------|---|
| ICP | Proporção em que ICP 10° sem ruído é melhor que ICP 10° com ruído. | 100% | Sim. |
| CPD | Proporção em que CPD 10° sem ruído é melhor que CPD 10° com ruído. | 100% | Sim. |
| | Proporção em que CPD 20° sem ruído é melhor que CPD 20° com ruído. | 100% | Sim. |
| | Proporção em que CPD 40° sem ruído é melhor que CPD 40° com ruído. | 100% | Sim. |
| SVR | Proporção em que SVR 10° sem ruído é melhor que SVR 10° com ruído. | 100% | Sim. |
| | Proporção em que SVR 20° sem ruído é melhor que SVR 20° com ruído. | 0% | Sim. |

Fonte: Os autores (2021).

4 CONCLUSÕES

Pela apresentação dos resultados, é notória a superioridade dos métodos CPD e SVR sobre o ICP, mostrando-se muito bem adaptados a grandes deslocamentos e em situações de ruído. Os resultados confirmaram o que a literatura destaca sobre as limitações do ICP (ZHU et al., 2019), requerendo uma boa sobreposição entre as nuvens de pontos. De acordo com os resultados deste trabalho, verificou-se que, a partir de 20°, na ausência de ruído, tem-se um deslocamento elevado, com baixa sobreposição de dados. Verificando os resultados, nota-se que o CPD é superior devido às suas boas convergências em todos os níveis de deslocamentos, sobretudo sem ruído. A análise da acurácia também comprova esse bom desempenho do CPD. Contudo, revela uma importante proximidade dos resultados obtidos pelo SVR nos dados com ruído para os Edifícios do Ginásio e do Cifloma. Os tempos de processamento são determinantes para diferenciar o desempenho computacional entre CPD e SVR. Como visto, o CPD exige um maior esforço computacional, apresentando os maiores tempos de processamento quando comparados com aqueles obtidos pelos métodos ICP e SVR. Por sua vez, os tempos do SVR são menores, abaixo de 40 s. Cabe conclusivamente salientar que a maior eficiência de processamento computacional do SVR relatada pela literatura (CAMPBELL; PETERSSON, 2015) foi observada nos experimentos conduzidos neste trabalho, em que o tempo despendido pelo SVR é consideravelmente menor do que o CPD e muito próximo ao ICP.

Os tipos de telhados, deslocamentos e ruído foram suficientes para apontarem diferenças significativas entre os métodos. Com o aumento do número de pontos *LiDAR*, do deslocamento e do ruído há uma significativa perda de acurácia dos métodos avaliados.

O ICP apresentou as já conhecidas necessidades de alinhamento e sobreposição entre as nuvens de pontos. Os resultados comprovam também sua sensibilidade a ruído. Porém, seu custo computacional é baixo, visto que apresentou os menores tempos de processamento. Portanto, o ICP é ideal para o registro de dados

com pequeno deslocamento, considerável sobreposição e baixo nível de ruído.

O CPD e o SVR apresentam-se como alternativa ao ICP. O CPD apresentou as melhores acurácias no maior nível de deslocamento testado, mas mostrou-se sensível a ruídos. Já o SVR é sensível a grandes deslocamentos, mas apresenta bons resultados em testes com ruído. Destaca-se ainda o esforço computacional, em que o CPD exige um tempo de processamento elevado quando comparado ao SVR.

Percebe-se que os fatores limitantes dos processos de registro são a complexidade geométrica dos telhados, os deslocamentos e o ruído, importantes variáveis a serem consideradas. Além disto, entre os métodos analisados, o CPD apresentou bons resultados, e o SVR, baixo custo computacional.

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Programa de Pós-Graduação em Sensoriamento Remoto do Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) pela concessão de bolsa de doutorado para o primeiro autor, código de financiamento 001. A segunda autora e os quinto e sexto autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pela concessão de bolsas de produtividade em pesquisa através dos Processos n.º 303523/2018-2, 306107/2020-1, 313887/2018-7, respectivamente.

Contribuição dos Autores

O primeiro autor contribuiu na conceituação, análise, investigação, metodologia, resultados, conclusões e redação. A segunda autora contribuiu na supervisão, metodologia, validação e redação. O terceiro autor contribuiu com a supervisão da metodologia e correção da redação. O quarto autor contribuiu com as análises estatísticas dos resultados. O quinto autor contribuiu com a disponibilização e curadoria dos dados utilizados neste trabalho. O sexto autor contribuiu com a correção da redação.

Conflitos de Interesse

Os autores declaram que não há conflitos de interesse.

Referências

- ARAÚJO, A. L. **Cadastro 3D no Brasil a partir de varredura a laser (*laser scanning*)**. 178 f. Tese (Doutorado em Engenharia Civil) – Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2015.
- AXELSSON, P. DEM generation from laser scanner data using adaptative TIN models. **International Archives of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 33, n. B4/1; PART 4, p. 110-117, 2000.
- BALTSAVIAS, E. P. Airbone Laser Scanning: Basic Relations and Formulas. **ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing**, v. 54, n. 2-3, p. 199-214, 1999.
- BECKER, J. H.; CENTENO, J. A. S. Avaliação de métodos de filtragem de nuvem de pontos derivados do sistema laser scanner aerotransportado para obtenção de mdt. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 65, n. 4, p. 651-659, 2013.
- BESL, P. J.; MCKAY, N. D. A method of registration of 3-D shapes. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 14, n. 2, p. 239-256, 1992.
- BILJECKI, F.; STOLER, J.; LEDOUX, H.; ZLATANOVA, S.; ÇOLTEKIN, A. Applications of 3D city models: state of the art review. **ISPRS Int. J. Geo-Inf.**, v. 4, p. 2842-2889, 2015.
- BRADLEY, R. E.; SANDIFER, C. E. **Leonhard Euler: life, work and legacy**. Amsterdã: Elsevier Science, 2007.
- CAMPBELL, D.; PETERSSON, L. An Adaptive Data Representation for Robust Point-Set Registration and Merging. **IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV)**, Santiago, pp. 4292-4300, 2007.

2015.

- CARNEVALI, L.; LANFRANCHI, F.; RUSSO, M. Built Information Modeling for the 3D Reconstruction of Modern Railway Stations. **Heritage**, v. 2, p. 2298-2310, 2019.
- CARREA, D.; ABELLÁN, A.; DERRON, M.; JABOYEDOFF, M. Building a LiDAR point cloud simulator: Testing algorithms for high resolution topographic change. **EGU General Assembly Conference Abstracts**, eid 15030, p. 15030, 2014.
- CARRILHO, A. C.; SANTOS, R. C.; PESSOA, G. G.; GALO, M. Extração automática de edificações a partir de dados *LiDAR* aerotransportado. **Revista Brasileira de Cartografia**, v. 71, n. 3, p. 832-855, 2019.
- CHENG, L.; CHEN, S.; LIU, X.; XU, H.; WU, Y.; LI, M.; CHEN, Y. Registration of Laser Scanning Point Clouds: A Review. **Sensors**, v. 18, n. 5, 1641, 2018.
- CLOUDCOMPARE (version 2.11) [GPL software]. 2020. Disponível em: <<http://www.cloudcompare.org/>>. Acesso em: 07 jul. 2020.
- COGIMA, C. K.; NASCIMENTO, R. V. C.; PAIVA, P. V. V.; CARVALHO, M. A. G.; DEZEN-KEMPTER, E. Scan-to-HBIM aplicado à igreja da Pampulha de Oscar Niemeyer. **Gestão e Tecnologia de Projetos**, São Carlos, v.15, n.1, p.117-134, jan. 2020.
- DRESCH, G. **Avaliação automática da acurácia de dados *LiDAR* aerotransportado**. 105 f. Dissertação (Mestrado em Ciências Geodésicas) – Setor de Ciências da Terra, Universidade Federal do Paraná, Curitiba, 2015.
- ESTEIO – Engenharia e Aerolevantamentos S.A. **Serviços Executados – SIGs em Prefeituras**. Disponível em: <<https://www.esteio.com.br/executados/sig/uberlandia/>>. Acesso em: 16 mar. 2021.
- FGDC (Federal Geographic Data Committee). **2014 FGDC Annual Report**. Appendix C - National Geospatial Data Asset Themes. Washington, 2014. Disponível em: <<https://www.fgdc.gov/resources/whitepapers-reports/annual%20reports/2014/web-version/AppendixC.html>>. Acesso em: 19 mar. 2021.
- GALVÍNCIO, J. D.; OLIVEIRA, T. H.; MOURA, M. S. B.; COSTA, V. S. Analysis of spatial variation of tree heights in an urban area using LiDAR data. **Journal of Hyperspectral Remote Sensing**, v. 6, n. 2, p. 1116-1124, 2016.
- GOOGLE, INC. **Google Maps**. Disponível em: <<https://www.google.com/maps/place>>. Acesso em: 19 ago. 2020a.
- GOOGLE, INC. **Google Earth Maps**. Disponível em: <<https://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>>. Acesso em: 19 ago. 2020b.
- HEO, H. K.; LEE, D. K.; PARK, J. H.; THORN, J. H. Estimating the heights and diameters at breast height of trees in an urban park and along a street using mobile LiDAR. **Landscape and Ecological Engineering**, v. 15, p. 253-263, 2019.
- HORN, B. K. P. Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions. **Journal of the Optical Society of America A**, v. 4, n. 4, p. 629-642, 1987.
- HYNDMAN, R. J.; KOEHLER, A. B. Another look at measures of forecast accuracy. **International Journal of Forecasting**, v. 22, i. 4, p. 679-688, 2006.
- IORDAN, D.; POPESCU, G. The accuracy of LiDAR measurements for the different land cover categories. **Scientific Papers. Series E. Land Reclamation, Earth Observation & Surveying, Environmental Engineering**, v. 15, 2015.
- ISENBURG, M. **LAStools**. Germany, 2014. Disponível em: <<https://rapidlasso.com/lastools/>>. Acesso em: 07 jul. 2020.
- KENTA-TANAKA et al. **Probreg**. 2019. Disponível em: <<https://probreg.readthedocs.io/en/latest/>>. Acesso em: 07 jul. 2020.
- LI, W.; WANG, C.; WEN, C.; ZHANG, Z.; LIN, C.; LI, J. Pairwise registration of TLS point clouds by deep multi-scale local features. **Neurocomputing**, v. 386, p. 232-243, 2020.

- MÉNDEZ, D.; FORERO SR., M. G.; MURCÍA, H. F. Comparative study of point cloud registration techniques between ICP and others. **Proc. SPIE 11510, Applications of Digital Image Processing, XLIII**, 115101H, 2020.
- METROPOLIS, N.; ULAM, S. The Monte Carlo Method. **Journal of the American Statistical Association**, v. 44, n. 247, p. 335-41, 1949.
- MIKHAIL, E.; ACKERMAN, F. **Observations and Least Squares**. Lanham, Maryland: University Press of America, 1976.
- MYRONENKO, A.; SONG, X. Point Set Registration: Coherent Point Drift. **IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence**, v. 32, n. 12, p. 2262-2275, 2010.
- OPROMOLLA, R.; FASANO, G.; RUFINO, G.; GRASSI, M. A model-based 3d template matching technique for pose acquisition of an uncooperative space object. **Sensors**, v. 15. p. 6360-82, 2015.
- PENG, L.; LI, G.; XIAO, M.; XIE, L. Robust CPD Algorithm for Non-Rigid Point Set Registration Based on Structure Information. **PLoS ONE** 11(2): e0148483. Disponível em: <<https://doi.org/10.1371/journal.pone.0148483>>. Acesso em: 18 nov. 2019.
- PREFEITURA DE SÃO PAULO. **Portal GeoSampa Mapa**. São Paulo, 2020. Disponível em: <http://geosampa.prefeitura.sp.gov.br/PaginasPublicas/_SBC.aspx>. Acesso em: 07 jul. 2020.
- SHAN, J.; TOTH, C. K. **Topographic laser ranging and scanning: principles and processing**. [S.l.]: CRC Press, 2008.
- ULLRICH, A.; PFENNIGBAUER, M. Noisy LiDAR point clouds: impact on information extraction in high-precision LiDAR surveying. In: Laser Radar Technology and Applications XXIII, **Proc. of SPIE**, v. 10636, 2018.
- VOSSelman, G.; MAAS, H.-G. **Airborne and Terrestrial Laser Scanning**. Scotland (UK): CRC Press, Taylor & Francis Group, 2010.
- WALT, S. V.; COLBERT, S. C.; VAROQUAUX, G. The NumPy Array: A Structure for Efficient Numerical Computation. **Computing in Science & Engineering**, 13, p. 22-30, 2011.
- ZHU, H.; GUO, B.; ZOU, K.; LI, K. V.; MIHAYLOVA, L.; LEUNG, H. A review of point set registration: from pairwise registration to groupwise registration. **Sensors**, v. 19, p. 1191-1211, 2019.

Biografia do autor principal



Paulo Roberto da Silva Ruiz, brasileiro, nascido em 13 de agosto de 1981 na cidade de Parapuã, oeste do estado de São Paulo. É licenciado em Geografia pela Universidade Estadual Paulista (UNESP), tecnólogo em Banco de Dados pela Faculdade de Tecnologia de São Paulo (FATEC), Mestre e Doutor em Sensoriamento Remoto pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE). Possui experiência em Educação, Geoprocessamento, Sensoriamento Remoto e Tecnologia da Informação. Atualmente, é professor e sócio fundador de uma *startup* de Geotecnologia e Inteligência Artificial.



Esta obra está licenciada com uma Licença [Creative Commons Atribuição 4.0 Internacional](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/) – CC BY. Esta licença permite que outros distribuam, remixem, adaptem e criem a partir do seu trabalho, mesmo para fins comerciais, desde que lhe atribuam o devido crédito pela criação original.