

Experimentos Numéricos para Integração Temporal da Equação de Burgers

Antonio Maurício Zarzur; Haroldo Fraga de Campos Velho; Saulo Ribeiro de Freitas;
Stephan Stephany

mauricio.zarzur@gmail.com

Os métodos tradicionais para solução numérica de equações diferenciais parciais são normalmente classificados em duas famílias: explícitos e implícitos. Métodos explícitos são facilmente implementáveis, já que utilizam apenas informações já conhecidas para calcular o passo de tempo seguinte, mas sua estabilidade é condicionada por uma relação entre a discretização temporal e a espacial de acordo com o teorema da equivalência de Lax. Esta condição pode implicar em passos de tempo muito pequenos, fazendo com que a simulação tenha alto custo computacional. Esquemas implícitos podem levar a uma abordagem estável sem restrições às discretizações, mas por outro lado podem resultar em sistemas de equações não lineares cuja solução é complexa e também computacionalmente cara. Uma proposta mais recente é a combinação desses dois métodos em esquemas chamados IMEX (Implícito-Explícito), desenvolvidos para solucionar equações contendo tanto escalas de tempo rápidas quanto lentas. Nessa abordagem, os termos lentos, que frequentemente são não lineares mas não causam instabilidade, são resolvidos explicitamente, enquanto os termos rápidos são resolvidos implicitamente para evitar passos temporais muito pequenos. Este trabalho propõe uma série de experimentos numéricos com o objetivo de verificar a eficiência e acurácia de métodos IMEX na solução da equação de Burgers em duas dimensões, a qual é uma das equações fundamentais da mecânica de fluidos computacional. Uma vez que possui solução analítica conhecida, é amplamente utilizada para testar algoritmos numéricos como neste trabalho, com casos de teste já validados na literatura. Dois esquemas IMEX foram aqui propostos, implementados computacionalmente e verificados, além de um método explícito e outro implícito. Todas as soluções obtidas para os casos de teste foram então comparadas à solução analítica. Os resultados mostram que os métodos implementados possuem acurácia semelhante à dos métodos explícito e implícito, sendo capazes de resolver todos os casos de teste propostos. Além disso, os esquemas propostos se mantêm estáveis com resoluções espaciais que o método puramente explícito não é capaz de tratar. Os tempos de execução das implementações IMEX são significativamente menores que aqueles dos métodos puramente implícitos devido ao tratamento linear dos termos lentos, mas sem acarretar em perda de acurácia. Assim, este trabalho mostra que métodos IMEX são alternativas viáveis na solução numérica de equações diferenciais parciais, combinando as vantagens de abordagens explícitas e implícitas, além de mitigar suas desvantagens.

Diferenças finitas. Equação de Burgers. Integração temporal. Métodos IMEX.