



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/02.03.03.48-TDI

EXCITAÇÃO DE ONDAS MHD ATRAVÉS DA EMISSÃO DE ONDAS GRAVITACIONAIS PRODUZIDAS POR BINÁRIAS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

Adam Smith Gontijo Brito de Assis

Dissertação de Mestrado do Curso
de Pós-Graduação em Astrofísica,
orientada pelo Dr. Oswaldo Duarte
Miranda, aprovada em 22 de
fevereiro de 2016.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3L4RUUL>>

INPE
São José dos Campos
2016

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):

Presidente:

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

Membros:

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Duca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/02.03.03.48-TDI

EXCITAÇÃO DE ONDAS MHD ATRAVÉS DA EMISSÃO DE ONDAS GRAVITACIONAIS PRODUZIDAS POR BINÁRIAS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS

Adam Smith Gontijo Brito de Assis

Dissertação de Mestrado do Curso
de Pós-Graduação em Astrofísica,
orientada pelo Dr. Oswaldo Duarte
Miranda, aprovada em 22 de
fevereiro de 2016.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3L4RUUL>>

INPE
São José dos Campos
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Assis, Adam Smith Gontijo Brito de.

As76e Excitação de ondas MHD através da emissão de ondas gravitacionais produzidas por binárias de estrelas de nêutrons / Adam Smith Gontijo Brito de Assis. – São José dos Campos : INPE, 2016.

xxvi + 142 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/02.03.03.48-TDI)

Dissertação (Mestrado em Astrofísica) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2016.

Orientador : Dr. Oswaldo Duarte Miranda.

1. Ondas gravitacionais. 2. Estrelas de nêutrons. 3. Ondas magnetohidro-dinâmicas. 4. Explosões de raios gamma. 5. Ondas eletromagnéticas. I.Título.

CDU 530.12:524.38



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

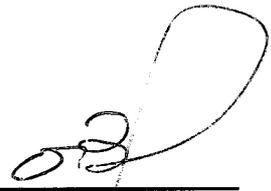
This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Adam Smith Gontijo Brito de Assis**

Título: "EXCITAÇÃO DE ONDAS MHD ATRAVÉS DA EMISSÃO DE ONDAS GRAVITACIONAIS PRODUZIDAS POR BINÁRIAS DE ESTRELAS DE NÊUTRONS".

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Mestre** em
Astrofísica

Dr. Odylio Denys de Aguiar



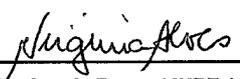
Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Oswaldo Duarte Miranda



Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dra. Maria Virgínia Alves



Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Manuel Máximo Bastos Malheiro de Oliveira



Convidado(a) / ITA / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

São José dos Campos, 22 de Fevereiro de 2016

“Space, the final frontier ... ”

CAPTAIN JAMES T. KIRK
em *Star Trek*.

A MINHA AVÓ **Dona Lourdes**, *in Memoriam*,
A MINHA FILHA **Luísa**,
A MINHA MULHER **Anna Clara**
A MINHA MÃE **Kátia**
A MINHA FAMÍLIA.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a meus professores do INPE, em especial, a meu orientador Dr. Oswaldo Duarte Miranda, pelo eminente "pacote" de orientação. Além dos fundamentos de Física de Plasmas e Ondas Gravitacionais, o "pacote" contém sabedoria e cooperação, essenciais para sondar o desconhecido.

A meu pais, Miguel e Kátia, por serem exímios pais ao me ensinarem as premissas fundamentais da vida. A meu pai, por mostrar a parte prática do conhecimento, quase sempre de um modo cômico, mas carregando em si diversos valores e qualidades. Ao importante apoio da minha mãe, em todas as fases da minha carreira acadêmica, desde um incipiente garoto com seus livros de divulgação científica até os dias solitários de São José dos Campos. Encorajando-me a seguir o caminho que sempre almejei. De fato, quando eu mais precisei, ela não me deixou desistir e, se fosse desistir, sabia que estaria lá para me reerguer.

A meu padrasto, Brás Justino, pela ajuda e colaboração comigo e com a minha família. Um pai, avô e companheiro.

A minha querida avó materna, Dona Lourdes, que não pôde ver a conclusão de mais uma etapa da minha vida. Seu carinho e simplicidade, pela eternidade levarei comigo. Não esqueço das tardes excepcionais na sua casa. Quero ter a oportunidade de ser o homem que seus olhos enxergavam quando me observava nas minhas visitas a Brasília.

A minha mulher Anna Clara Balzacchi, pelo amor e companheirismo. Apesar das dificuldades que enfrentamos durante nossa caminhada, continuamos amantes e tentamos buscar um futuro harmonioso. Sua companhia em São José dos Campos desde o início da nossa mudança foi decisiva para a produção deste trabalho.

Aos dias incríveis e incomensuráveis ao lado da minha filha Luísa Gontijo. Antes meus olhos eram voltados para o céu, buscando Estrelas e Constelações. Agora, compartilho meu tempo, observando também um universo, inteiro de beleza e paz, correndo pela casa. A qual me preocupo e preocuparei ensinar todas as coisas sensíveis à alma.

A meus amigos de Brasília, em especial, ao artista e filósofo Abdael Gaspar, pela sua companhia e amizade. Nunca vou esquecer das nossas conversas filosóficas, minhas primeiras discussões sobre o Universo, sobre o Conhecimento. Companheiro de "sebo" (para ler Descartes, Pascal, Espinoza), bar, viagem, música, momentos tristes,

tédio e de "paternidade". Dedico essa minha ínfima produção científica aos nossos maiores anseios acadêmicos.

A meu amigo de Brasília e São José dos Campos, Gabriel Diniz, pela companhia agradável e culta. Pelas discussões interessantes durante o café ou nos bares de São José. Estou sempre torcendo por você.

A meus amigos de mestrado, principalmente, Aysses do Carmo Oliveira, Luidhy Santana, Isabel de Jesus Lima e Lorena de Carmo Jesus. Pelo ótimo grupo unido que formamos. Às inúmeras assistências que precisei e que vocês estavam dispostos a resolver. Aos momentos de descontração dentro e fora do INPE. Permitindo estadias agradáveis em São José dos Campos.

À CAPES pela concessão da bolsa de mestrado e aos demais auxílios financeiros através do Programa de Apoio à Pós-Graduação (PROAP).

Por fim, agradeço a todos citados aqui, "diante da vastidão do espaço e da imensidão do tempo, é/'foi' uma alegria dividir um planeta e uma época" com vocês.

ERRATA

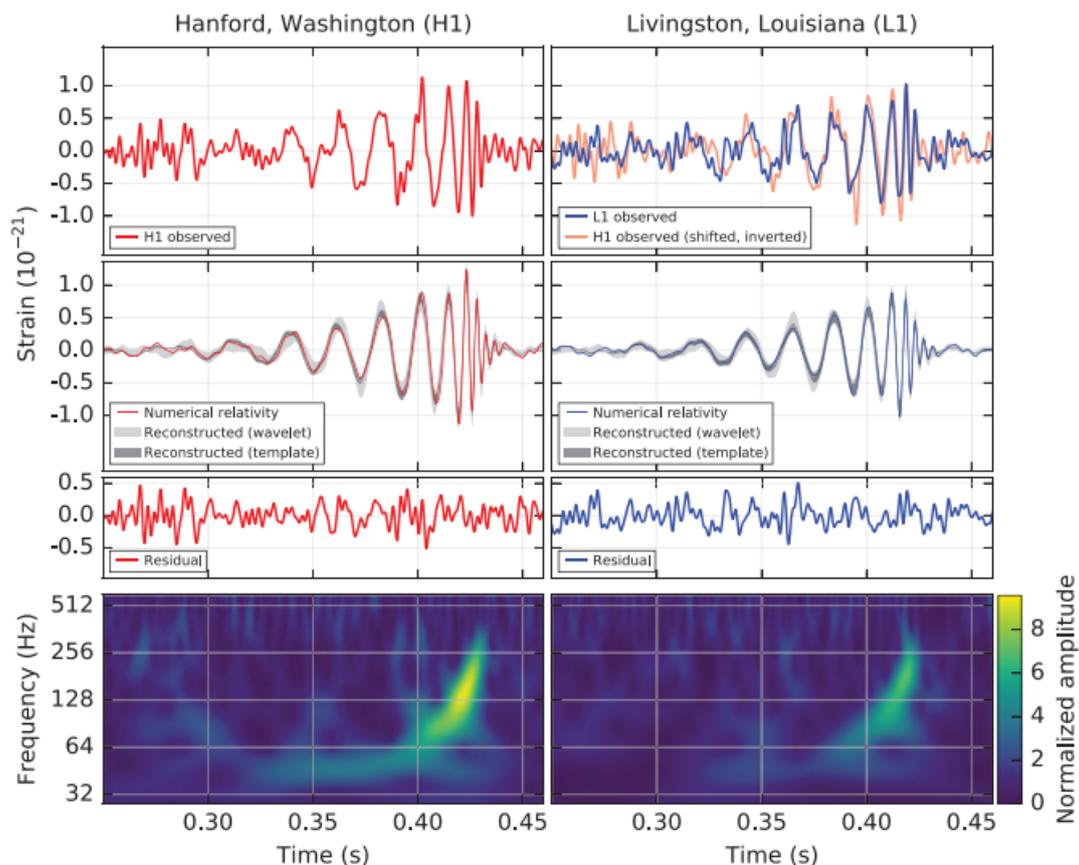
A existência das ondas gravitacionais foi prevista por Einstein em 1916. Durante 100 anos, surgiram fortes evidências, previstas pela teoria de Einstein, de que as ondas gravitacionais existem, como o decaimento orbital de sistemas binários devido à perda de energia transportada por estas ondas. No entanto, a detecção direta ainda não havia acontecido, muito desejada pela comunidade científica, capaz de testar a relatividade geral sob condições extremas e de abrir uma nova janela para observar o universo. Mas, no dia 14 de Setembro de 2015, às 09:50:45 (GMT), o evento, mencionado GW150914, foi observado pelos dois detectores do observatório LIGO em Hanford e Livingston nos EUA (ABBOTT et al., 2016). O sinal foi identificado pela primeira vez através do método de busca de baixa latência. Os dados de amplitude da onda gravitacional, adquiridos pelos interferômetros do LIGO, foram comparados com modelos de ondas preditos de forma teórica, com o objetivo de encontrar a forma de onda mais semelhante aos dados observados, como ilustrado na Figura 1. Os resultados apontaram firmemente para a coalescência de dois buracos negros a uma distância de mais de um bilhão de anos-luz, com massas de aproximadamente 36 vezes e 29 vezes a massa do Sol, respectivamente. O buraco negro remanescente teria uma massa de cerca de 62 vezes a massa do Sol. Além disso, pôde se concluir que o buraco negro remanescente possuía *spin*, resultado teórico obtido em 1963 pelo matemático Roy Kerr. Comparando as massas dos buracos negros antes e depois da fusão, observa-se que a coalescência converteu aproximadamente 3 vezes a massa do Sol na forma de ondas gravitacionais, a maioria emitida em uma fração de segundo. Este evento se estabeleceu como o evento mais energético observado depois do *Big Bang*, na frente das explosões de raios- γ (GRBs) e dos núcleos ativos de galáxias (AGNs).

O sinal observado, mostrado na Figura 1, está de acordo com as previsões da teoria da relatividade geral. A amplitude da onda gravitacional evolui com a coalescência dos dois buracos negros, aumentando sua frequência quando o sistema alcança o *merger*, como num sinal *chirp*. Após o colapso, o buraco negro remanescente oscila brevemente antes de estabilizar-se, a conhecida fase *ring-down*.

Projetos futuros incluem melhorias nos detectores *Advanced LIGO*, e a extensão da rede global de detectores para incluir o *Advanced Virgo*, KAGRA, o que irá melhorar a capacidade de localizar posições de fontes de ondas gravitacionais no céu e estimar suas propriedades físicas.

A redação da dissertação foi finalizada no dia 20 de Janeiro de 2016 e defendida

Figura 1 - Evento de onda gravitacional GW150914 observado pelo LIGO.



Dados obtidos pelos interferômetros do observatório LIGO em Hanford e Livingston. Compara-se a forma de onda observada e a forma prevista pela teoria da relatividade geral numérica. A forma de onda aponta firmemente a coalescência de dois buracos negros de massas 36 vezes e 29 vezes a massa do Sol, respectivamente. Na figura, é possível observar o sinal *chirp* da fase *spiral* e a oscilação da remanescente, a fase *ring-down*.

Fonte: Abbott et al. (2016).

no dia 22 de Fevereiro do mesmo ano. A divulgação oficial da detecção do primeiro evento de ondas gravitacionais, GW150914, aconteceu no dia 11 de Fevereiro de 2016 pelos fundadores do LIGO, Kip Thorne e Rainer Weiss. Portanto, o leitor, ciente dessas datas, poderá avaliar as afirmações do autor sobre a ausência da detecção direta de ondas gravitacionais e considerar essas passagens como uma evidência de que a ciência é dinâmica e surpreendente.

RESUMO

A coalescência de sistemas de binárias de nêutrons (ENs) produz quantidade significativa de ondas gravitacionais (OGs) e são fontes propícias a serem observadas pelos detectores avançados terrestres (por exemplo, *Advanced LIGO*), na faixa espectral de 10 Hz a 1 kHz. As ENs também possuem contrapartida observacional, no espectro eletromagnético, uma vez que estão relacionadas com os eventos de *Gamma-Ray Bursts* (GRBs) de curta duração ($t \lesssim 2s$). Explosões de raios- γ são os eventos mais violentos conhecidos desde o nascimento do universo, correspondendo a uma luminosidade de $10^{51} - 10^{52} \text{ erg s}^{-1}$. Emissão gravitacional, entretanto, ainda não foi detectada diretamente. A primeira evidência indireta foi obtida com a binária de pulsares PSR 1913+16, descoberta por Hulse & Taylor (1974). Contudo, devido aos intensos campos magnéticos de ENs e, conseqüentemente, ao plasma fortemente magnetizado circundante a essas fontes de OGs, os modos Alfvén e magneto-acústico de ondas magnetohidrodinâmicas (MHD) são excitados pelas polarizações das OGs, \times e $+$, respectivamente. Por sua vez, as ondas MHD excitadas interagem com o plasma do sistema, principalmente, por espalhamento Compton Inverso, que pode levar à geração de harmônicos maiores dos modos originais e se tornarem visíveis no domínio eletromagnético, sugerindo assim um mecanismo alternativo para detecção indireta de OGs. Este trabalho estuda a interação da onda gravitacional com as ondas Alfvén e magnetossônicas, durante a fase *spiral* da coalescência (frequência da OG, ω_g , num intervalo de [300 – 1500]Hz) de sistemas binários de estrelas de nêutrons. Até então, tal acoplamento tinha sido estudado para um sistema de ENs próximo ao *merger* ($\omega_g \approx 1.5\text{kHz}$). Discutimos diferenças das abordagens e, em seguida, estimamos a quantidade de energia transferida entre as ondas, nos permitindo identificar, num trabalho posterior, se a energia depositada pode ser um mecanismo alternativo de ignição da *Fireball* de GRB.

Palavras-chave: Ondas Gravitacionais. Estrelas de Nêutrons. Ondas magnetohidrodinâmicas. Explosões de raios gamma. Ondas Eletromagnéticas.

EXCITATION OF MHD WAVES BY GRAVITATIONAL WAVES GENERATED BY NEUTRON STAR BINARY SYSTEMS

ABSTRACT

The coalescence of binary neutron systems (NSs) produces a significant amount of gravitational waves (GWs) and are favourable sources to be observed by the ground advanced detectors (eg, *Advanced* LIGO) in the spectral range from 10 Hz - 1 kHz. The NSs also have observational contrast, the electromagnetic spectrum, as long as they are related to the events of *short* Gamma-Ray Bursts (GRBs) ($t \lesssim 2$ s). The GRBs are the most violent events known since the birth of the universe, corresponding to a luminosity of 10^{51} - 10^{52} erg s^{-1} . Gravitational emission, however, has not yet been detected directly. The indirect evidence was first obtained with the binary pulsar PSR 1913+16, discovered by Hulse & Taylor (1974). However, due to the intense magnetic fields NSs and hence the strongly magnetized plasma surrounding these sources of GWs, the Alfvén modes and magneto-acoustic magnetohydrodynamic waves (MHD) are excited by the polarizations of the GWs, \times and $+$, respectively. The MHD wave excited in turn interacts with the plasma system, mainly by inverse Compton scattering, which can lead to the generation of higher harmonics of the original mode and become visible in the electromagnetic domain, suggesting an alternative mechanism for indirect detection GWs. This work studies the interaction of gravitational waves with Alfvén and magneto-sonic waves during the spiral-phase of coalescence (frequency GW, ω_g in a range of [300 – 1500] Hz) of binary neutron star systems. Until then such engagement had been studied only for NSs system near the *merger* ($\omega_g \approx 1.5$ kHz). We discuss the differences in the approaches and then estimate the amount of energy transferred between the waves, allowing us to identify, in a subsequent work, if the energy deposited can be an alternative mechanism for the ignition *fireball* of GRB.

Keywords: Gravitational Waves. Neutron Stars. Magnetohydrodynamic Waves. Gamma ray bursts. Electromagnetic Waves.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
1	Evento de onda gravitacional GW150914 observado pelo LIGO. xii
2.1	Formação de estrelas compactas. 10
2.2	Esquema do plasma carregado corrotacionando a estrela de nêutrons. . . 14
2.3	Distribuição de durações (T_{90}) dos dados do experimento BATSE. 17
2.4	Modelo <i>Fireball</i> 19
3.1	Vetores do sistema no plano cartesiano. 30
3.2	Relação de massa-raio para fontes gravitacionais. 32
3.3	Decaimento orbital do sistema de pulsares PSR 1916+13 via emissão gravitacional. 34
3.4	A evolução do raio orbital de um sistema coalescendo por emissão gravitacional. 38
3.5	A amplitude h da onda gravitacional em função do tempo. 39
3.6	A amplitude h da onda gravitacional da fase <i>spiral</i> no espaço de Fourier 40
4.1	Esboço de uma OG viajando perpendicularmente através de um campo magnético congelado no plasma ideal. 61
4.2	Polarização das grandezas perturbadas no plasma. 66
5.1	Polarização das componentes do modo Alfvén. 72
5.2	Polarização das componentes da onda magnetossônica. 77
6.1	Radiação Eletromagnética durante as três fases da coalescência. 100
6.2	Evolução do campo magnético máximo em suas componentes poloidal e toroidal. 101
6.3	Gráfico da energia magnética pelo ângulo entre a onda Alfvén e o campo magnético de fundo. 104
6.4	Gráfico da energia magnética pelo ângulo entre a onda magnetossônica e o campo magnético de fundo. 105
6.5	Magnetosfera e vento ultra-relativístico do pulsar da nebulosa de Caranguejo (PSR B0531+21). 106
6.6	Gráfico da energia magnética em função da frequência da onda Alfvén, durante a coalescência - referente à $\beta = 0.6$ 110
6.7	Gráfico da energia magnética em função da frequência da onda Alfvén de um plasma ultrarelativístico ($\beta = 0.9999$), durante a coalescência. . . 111

6.8	Gráfico da energia magnética em função da frequência da onda magnetossônica de um plasma ultrarrelativístico ($\beta = 0.9999$), durante a coalescência.	114
6.9	Gráfico da potência irradiada em função da frequência de onda Alfvén durante a coalescência.	117

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

BATSE	–	<i>Burst And Transient Source Experiment</i>
EN	–	Estrela de Nêutrons
GRB	–	<i>Gamma-Ray Burst</i>
GRM	–	<i>General Relativistic Magnetohydrodynamic</i>
ISCO	–	<i>Inner-Most Stable Circular Orbit</i>
LIGO	–	<i>Laser Interferometer Gravitational Wave Observatory</i>
LISA	–	<i>Laser Interferometer Space Antenna</i>
MHD	–	Magnetohidrodinâmica
OA	–	Onda Alfvén
OEM	–	Onda eletromagnética
OG	–	Onda gravitacional
OMS	–	Onda magnetossônica
TT	–	<i>Transverse-traceless</i>
VIRGO	–	Observatório de Ondas Gravitacionais Franco-Italiano

LISTA DE SÍMBOLOS

$\eta_{ab} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1)$	– Tensor Métrico de Minkowski
Λ^a_b	– Tensor de <i>boost</i>
$a, b, c, d, \dots = 0, 1, 2, 3$	– Índices Latinos (Espaço-tempo quadri-dimensional)
$\alpha, \beta, \gamma, \dots = 1, 2, 3$	– Índices gregos (Espaço 3D)
\hat{e}_a	– Bases unitárias
G	– Constante Gravitacional Universal
c	– Constante velocidade da luz
M_{\odot}	– Massa do sol
h_+, h_{\times}	– Amplitude das duas polarizações da OG
\vec{r}'	– Vetor Posição de um elemento infinitesimal dentro da fonte
\vec{r}	– Vetor Posição de um elemento infinitesimal fora da fonte
δ_{ij}	– Delta de Kronecker
\hat{n}	– Vetor normal a superfície
$M_{\alpha\beta}$	– Momento de energia da OG
L_{OG}	– Luminosidade da Onda gravitacional
ν	– Frequência de rotação de um corpo massivo
m	– Massa total de um sistema binário
μ	– Massa reduzida ou Densidade de matéria-energia
M_c	– Massa <i>Chirp</i>
ω	– Frequência de onda MHD
ω_s	– Frequência orbital do sistema
ω_g	– Frequência do sinal gravitacional
\mathbf{k}	– Vetor de onda ou número de onda MHD
k_g	– Vetor de onda gravitacional ou número de onda gravitacional
t_{coal}	– Tempo da realização da coalescência
τ	– Tempo restante para a coalescência
Γ	– Índice Adiabático
γ	– fator de Lorentz
λ_D	– comprimento de Debye
ρ_m	– Densidade de matéria
ρ	– Densidade de carga
\vec{j}	– Densidade de corrente elétrica
v_A	– Velocidade de Alfvén Clássica
u_A	– Velocidade de Alfvén Generalizada
u_m	– Velocidade magneto-acústica mista
c_s	– Velocidade adiabática do som
\mathbf{F}	– Tensor de Campos eletromagnéticos de Maxwell
$\tilde{\mathfrak{F}}$	– Tensor de Campos eletromagnéticos de Maxwell dual
H	– Entalpia por unidade de massa
v	– Velocidade do fluido
β	– Velocidade do referencial

$W^{(B)}$
 n_n

- Energia do campo magnético
- Densidade de nêutrons no plasma

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
ERRATA	xi
1 INTRODUÇÃO	1
2 SISTEMAS BINÁRIOS EN-EN COMO PROGENITORES DE GRBs	7
2.1 Estrelas de nêutrons	8
2.1.1 Estrutura interna de uma estrela de nêutrons	10
2.1.2 Geração de campo magnético	11
2.1.3 Magnetosfera de um pulsar	12
2.1.3.1 Geração do plasma elétron-pósitron	15
2.2 Explosões de raios- γ	15
2.2.1 Emissão <i>prompt</i>	16
2.2.2 Emissão <i>afterglow</i>	18
2.2.3 Modelo <i>fireball</i>	18
3 SISTEMAS BINÁRIOS COMO FONTES DE ONDAS GRAVITACIONAIS	23
3.1 Equação de onda	24
3.1.1 Estados de polarização	26
3.2 Ondas gravitacionais na teoria linearizada	27
3.3 Observáveis da onda gravitacional	30
3.3.1 Polarização da onda gravitacional	30
3.3.2 Frequência da onda gravitacional	31
3.3.3 Luminosidade da onda gravitacional	32
3.4 Coalescência de binárias compactas	34
3.4.1 Detecção de ondas gravitacionais	34
3.4.2 Radiação do sistema binário na fase <i>spiral</i>	35
4 ACOPLAMENTO DAS ONDAS GRAVITACIONAIS COM O PLASMA MAGNETIZADO	43
4.1 Plasma como um fluido	44
4.2 Equações magnetohidrodinâmicas da relatividade geral	47

4.2.1	Equações de campo do eletromagnetismo	48
4.2.2	Equações de fluido	52
4.2.3	Conjunto fechado de equações GRM	53
4.3	Excitação do modo magnetossônico da onda MHD	58
4.3.1	Referencial próprio	59
4.3.2	Referencial do observador	63
4.3.3	Estimativa da energia depositada no plasma	65
5 EXCITAÇÃO DOS MODOS ALFVÉN E MAGNETOSSÔNICO		
 ATRAVÉS DAS OGs		69
5.1	Acoplamento próximo ao <i>merger</i>	70
5.1.1	Referencial comóvel	70
5.1.1.1	Ondas Alfvén	71
5.1.1.2	Ondas magneto-acústicas	76
5.1.2	Referencial do observador	82
5.1.2.1	Ondas Alfvén relativística	83
5.1.2.2	Ondas magneto-acústica relativística	85
5.2	Acoplamento durante a fase <i>spiral</i>	88
5.2.1	Referencial comóvel	89
5.2.1.1	Ondas Alfvén	90
5.2.1.2	Ondas magneto-acústicas	92
5.2.2	Referencial do observador	93
5.2.2.1	Ondas Alfvén relativísticas	93
5.2.2.2	Ondas magneto-acústica relativísticas	95
6 OBSERVÁVEIS DO ACOPLAMENTO		99
6.1	Energia depositada no plasma	100
6.1.1	Próximo ao <i>merger</i>	102
6.1.2	Durante a fase <i>spiral</i>	105
6.2	Potência da radiação	114
7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS		119
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS		123
ANEXO A - FORMALISMO GERAL DA TETRADA		137
ANEXO B - TRANSFORMADAS		139
B.1	Transformada de Laplace	139

B.2 Transformada de Fourier	139
ANEXO C - DEFINIÇÕES AUXILIARES.	141
C.1 Constantes auxiliares da seção 4.3.1	141
C.2 Constantes auxiliares da seção 4.3.2	142

1 INTRODUÇÃO

A gravidade é a mais fraca das forças fundamentais da natureza e, não é surpresa, que as Ondas Gravitacionais (OGs), pequenas deformações do espaço-tempo viajando na velocidade da luz, têm provado ser os sinais mais indescritíveis da astronomia. Há muito tempo, [Einstein \(1918\)](#) e [Eddington \(1922\)](#) estudaram o problema da radiação gravitacional. Porém, após cem anos de Relatividade Geral, as OGs ainda não foram detectadas diretamente. Em contraste, nas últimas décadas, houve uma grande evolução sobre o espectro eletromagnético; dentre as descobertas, são notáveis:

- Radiação Cósmica de Fundo (Cosmic Microwave Background - CMB) ([PENZIAS; WILSON, 1965](#)), ferramenta principal para explorar o Big Bang;
- Objetos *quasi*-estelares que estão em distâncias cosmológicas ([SCHMIDT, 1965](#)). São associados a buracos negros massivos;
- Pulsares ([HEWISH et al., 1968](#)), que auxiliam no estudo de estrelas de nêutrons e ajudam a entender a etapa final da evolução estelar;
- Sistemas Binários de raio-X ([SCHREIER et al., 1972](#)) abriram uma "janela" para fazer estudos detalhados sobre buracos negros e estrelas de nêutrons;
- Explosões de raios- γ (Gamma-Ray Bursts - GRBs) ([KLEBESADEL et al., 1973](#)), vindo de distâncias imensas;
- Expansão acelerada do universo ([PERLMUTTER et al., 1999](#); [RIESS et al., 1998](#)). Abriu estudos sobre a natureza da energia escura.

Durante 30 anos de observações, [Weisberg & Taylor \(2005\)](#) encontraram que a binária de pulsares PSR 1913+16, descoberta por [Hulse & Taylor \(1974\)](#), exibira uma diminuição do período orbital, como consequência da energia gravitacional irradiada; e a quantidade de decréscimo está de acordo com as previsões da Relatividade Geral com erro de 1% ([TAYLOR; WEISBERG, 1989](#); [WEISBERG; TAYLOR, 1984](#)). Esta é, portanto, a primeira evidência indireta das OGs. Medidas similares utilizando sistemas "duplos de pulsares" recentemente descobertos têm permitido melhorar esses testes experimentais da Relatividade Geral para o nível de 0,05% ([BECKER, 2009](#)).

Uma das razões que tornam as OGs difíceis de detectar é que a sua amplitude depende da razão G/c^4 , onde G é a constante gravitacional de Newton ($G =$

$6.7 \times 10^{-11} Nm^2kg^{-2}$) e c é a constante velocidade da luz ($c = 299792458m/s$). Para efeitos comparativos, detectar OGs é tornar possível uma haste de um metro de comprimento oscilar com uma amplitude de 10 bilionésimos do raio de um átomo de hidrogênio. Existem detectores de OG construídos que estão sendo propostos (como Einstein *Telescope*) para entrar em funcionamento nos próximos 10 anos que esperam detectar essas ínfimas vibrações do espaço-tempo. LIGO (ABBOTT et al., 2009; SIGG; COLLABORATION, 2008), Virgo (ACERNESE et al., 2008) e GEO 600 (GROTE; COLLABORATION, 2008), em funcionamento, estão melhorando rapidamente suas sensibilidades. As versões avançadas destes detectores devem obter dados com uma sensibilidade aproximadamente 10 vezes maior que a sensibilidade inicial (ABADIE et al., 2010), aproximando de uma detecção direta das OGs.

Embora a radiação gravitacional seja de difícil detecção, sua principal vantagem é diagnosticar todo o Universo, pois toda a matéria contida no universo sofre interação dela. Existem diversos tipos de objetos astronômicos que podem produzir quantidade significativa de OGs: Supernovas (SN) de Colapso Nuclear (MUELLER; JANKA, 1997; YAKUNIN et al., 2010), rotação de Estrelas de Nêutrons (EN) com pequena assimetria em sua forma (ANDERSSON et al., 2011), coalescência de binárias compactas (KALOGERA et al., 2004), Buracos Negros Supermassivos (BNSM) (BERENTZEN et al., 2009) e flutuações de densidade cosmológicas (ANANDA et al., 2007). Dentre esses objetos, a coalescência de binárias compactas, envolvendo estrelas de nêutrons e/ou buracos negros, é o principal alvo para os detectores terrestres de segunda geração, que estarão operacionais nos próximos anos, tal como *Advanced* LIGO (HARRY; COLLABORATION, 2010), Virgo (ACCADIA et al., 2011), e KAGRA (ASO et al., 2013). Estima-se que a taxa de *merger* de binárias EN-EN, dentro do horizonte de eventos de detectores avançados, esteja entre 0,4 e 100 ano^{-1} (ABADIE et al., 2010). Realizar estimativas teóricas das taxas de eventos astrofísicos representa uma contribuição peremptória para o desenvolvimento e avaliação do processo de detecção, auxilia no processo de tomada de decisão para escolher a melhor configuração de detector.

Estrelas de nêutrons configuram-se num excitante laboratório cósmico para física teórica. Suas formas de OGs e a amplitude nas frequências de interesse, de acordo com Phinney (1991), podem ser preditas com confiança (em contraste com os pulsares e supernovas de colapso nucleares) e a taxa de eventos pode ser determinada das observações eletromagnéticas (em contraste com a fusão de binárias de buracos negros de massas estelares). Em geral, ENs são remanescentes de uma explosão de SN que possuem campos magnéticos intensos e taxa de rotação elevada (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983). Sistemas binários de ENs são as fontes que conduzem com maior

probabilidade à detecção de OGs (PHINNEY, 1991; CUTLER et al., 1993).

Com a detecção iminente das OGs de *merger* de binárias de ENs, seria possível, por exemplo, extrair informações, principalmente, sobre a equação de estado da matéria em densidades nucleares (BAUSWEIN; JANKA, 2012; TAKAMI et al., 2014): a emissão pós-*merger* é caracterizada pela equação de estado e provê uma ferramenta poderosa para restringi-la dentre as equações de estado existentes (LATTIMER; PRAKASH, 2001). As propriedades do "chirp" da emissão de estágios finais da fase *spiral* são facilmente calculadas, bem modelada por métodos pós-Newtoniano (PHINNEY, 1991), e uma detecção permitiria determinar as massas individuais, taxa de *spins* dos objetos e a distância das fontes.

ENs também possuem contrapartida observacional, no espectro eletromagnético e em altas energias, já que estão relacionadas com os GRBs de curta duração, *short* GRBs - sGRBs, ($t \lesssim 2$ s) (KOUVELIOTOU et al., 1993; EICHLER et al., 1989), assim como os sistemas binários de BN-EN (NAKAR, 2007). Estes eventos, tipicamente, são considerados os mais energéticos e mais brilhantes do Universo, na faixa do espectro eletromagnético, desde o *Big-Bang*¹.

A física desses sistemas ainda é muito incerta. Apesar de os sistemas de binárias compactas (EN-EN e BN-EN) serem considerados os progenitores mais prováveis dos sGRBs, estes precisariam que a radiação estivesse concentrada num feixe muito estreito (ZHANG, 2011), para que as energias extremamente elevadas fossem alcançadas; porém, teoricamente, nesses sistemas de EN-EN, é bem improvável tal situação. Já em sistemas BN-EN, o BN, obrigatoriamente, deve possuir alta massa e elevado *spin* que é, em princípio, muito raro. Isto contradiz com a quantidade de sGRBs levantada pelos dados do catálogo BATSE², que detectou cerca de um GRB por dia durante 9 anos, entre 1991 e 2000, e que cerca de 200 deles eram os sGRBs. Com base nas observações, esses progenitores devem ser capazes de gerar um "outflow" com elevada luminosidade (entre 10^{47} e 10^{54} erg s^{-1}) e energia total (da ordem de 10^{49} e 10^{55} erg) (FISHMAN; MEEGAN, 1995; ZHANG; MÉSZÁROS, 2004). O *outflow* é constituído por três componentes básicos: fótons, matéria e campos magnéticos. Mas devido aos altos fatores de Lorentz ($\gamma \sim 100 - 1000$) (LÜ et al., 2012; LITHWICK; SARI, 2001), sugere-se que o ejetado deve possuir uma pequena contaminação de bárions para

¹Alguns poucos eventos isolados alcançam quantidades energéticas maiores, como a *hyernova* SN 2015L, chegando ao maior brilho observado de $\sim 10^{45}$ J. No limite teórico, existem quantidades energéticas maiores, como a massa-energia visível da Via Láctea de 10^{58} J. Entretanto ainda não se observou uma galáxia liberar tal energia

²BATSE-*Burst and Transient Source Experiment* (MEEGAN et al., 1992) realizado pelo *Compton Gamma-Ray Observatory* - CGRO. <http://www.batse.msfc.nasa.gov/batse/grb/catalog/current/>

que seja possível alcançar velocidades relativísticas (ZHANG, 2011). Mecanismos de dissipação magnética associados com a reconexão das linhas de campo magnética podem configurar numa importante via para a aceleração de partículas (PARKER, 1957). Entretanto, para GRBs, esse é um processo lento. Mecanismos alternativos sugerem participação das ondas Alfvén (MOORTGAT; KUIJPERS, 2003). Dadas as elevadas temperaturas que a matéria atinge na *fireball* (PIRAN; SHEMI, 1993), associadas com os intensos campos magnéticos, é plausível que ondas MHD sejam produzidas durante a coalescência dos sistemas de binárias compactas. Os efeitos do plasma podem também contribuir para mecanismos importantes de produção de radiação síncrotron, síncrotron auto-Compton (SSC) e espalhamento Compton (MEDVEDEV; LOEB, 1999).

Além das questões fundamentais sobre os GRBs, existem problemas ainda em aberto, como o "*no-host*" para diversos *s*GRBs que não apresentam brilho coincidente com a galáxia hospedeira (BERGER, 2010), bem como a geração de campo magnético (MEDVEDEV; LOEB, 1999; MEDVEDEV et al., 2005) em GRBs que estão ainda em aberto.

Em geral, as observações eletromagnéticas e de OG são complementares. Por exemplo, com observações eletromagnéticas, é muito difícil determinar a inclinação de um sistema binário, mas a partir da polarização da radiação gravitacional, que depende da orientação da dinâmica dentro da fonte relativa ao observador, a inclinação de um sistema binário é facilmente mensurada (SCHUTZ, 1996). Por outro lado, a amplitude da OG mensurada na Terra não permite uma determinação do deslocamento da fonte, porém, pode ser determinada facilmente, a partir do *redshift*, com radiação eletromagnética.

Por fim, o intuito deste projeto é esclarecer como o acoplamento entre as ondas gravitacionais, emitidas por sistemas binários de estrelas de nêutrons, e ondas magnetohidrodinâmicas acontece; e identificar, durante a *spiral-phase*, em que a amplitude da OG varia com a frequência, a quantidade de energia transferida às ondas MHD. Por sua vez, deixar o terreno preparado para estudar um mecanismo alternativo para detecção indireta de ondas gravitacionais através da assinatura eletromagnética, além de estudar a física associada aos GRBs de curto período.

Inferese do Princípio da Equivalência da Relatividade Geral que todas as formas de energia são equivalentes. Portanto não apenas fontes de matéria oscilando pode produzir OGs, mas também densidades de energia eletromagnética oscilando. Na teoria linearizada, isto significa que ondas eletromagnéticas (OEM) são geradas por

OGs. A detecção das OGs de forma indireta pode partir de um mecanismo que as torna "visíveis" no domínio eletromagnético. Isto é, um plasma fortemente magnetizado circundante a uma fonte de OGs tem seus modos de ondas MHD excitados que, por sua vez, produzem OEM na forma de radiação, por exemplo, ciclotron e síncrotron (MOORTGAT, 2001). Com a frequência do modo excitado MHD de valor igual a frequência da OG, portanto mais baixo que a frequência do plasma interestelar, conseqüentemente, não capaz de ser observada diretamente. A polarização \times e $+$ da OG acopla com os modos Alfvén e magneto-acústico, respectivamente (MOORTGAT; KUIJPERS, 2003). Essa interação é possível com plasma magnetizado, não com poeira ou um fluido ideal hidrodinâmico isotrópico (MOORTGAT; KUIJPERS, 2005).

No Capítulo 2 são levantadas questões fundamentais, em aberto, associadas aos GRBs na literatura, principalmente, na identificação do progenitor dos GRBs. E identifica-se, portanto, que a radiação gravitacional se configura como um provável e importante mecanismo de deposição de energia na *fireball*. Faz-se necessário identificar os sistemas binários de estrelas de nêutrons como fontes prováveis de detecção de OGs também. No Capítulo 3, é feita a linearização das Equações de Campo de Einstein para o período de coalescência do sistema de duas massas, verificando a amplitude $h(\tau)$ característica e a energia total liberada ao plasma circundante. Com o plasma congelado às linhas de campo magnético intenso, uma fração do total de energia de ligação do sistema é liberada na forma de OGs. Estas, por sua vez, causam deslocamentos das partículas constituintes do plasma, que induzem perturbações nas variáveis que descrevem o plasma. No Capítulo 4, realiza-se primeiro uma descrição do plasma como um único fluido neutro condutor (Teoria MHD), por conseguinte, obtém-se a relação de dispersão da interação através do conjunto fechado das equações MHD acopladas às polarizações da OG (\times e $+$). Com auxílio da relação de dispersão, no Capítulo 5, determinamos as grandezas perturbadas do plasma para duas situações: próximo ao colapso do sistema binário e durante a fase *spiral* da coalescência. No capítulo 6, a partir da modelagem realizada, estimamos a quantidade de energia transferida ao plasma nos dois cenários citados, além de determinar a potência irradiada devido ao espalhamento *Compton* Inverso das partículas no plasma. No Capítulo 7, é feita uma conclusão dos resultados obtidos e são discutidas as perspectivas promissoras baseadas nas contribuições deste trabalho.

2 SISTEMAS BINÁRIOS EN-EN COMO PROGENITORES DE GRBs

Durante a década de 60, surgiu uma variedade de descobertas notáveis - quarks, estrelas de raio-X, radiação cósmica de fundo (CMB), pulsares etc - levantando inúmeros questionamentos dentro da astronomia. Nesse ínterim, as explosões de raios- γ foram descobertas, se consolidando como um dos eventos astronômicos mais enigmáticos. Em contraste aos pulsares, quasares, estrelas de raio-X, cuja origem e o mecanismo, no decorrer de um ano de suas descobertas, foram entendidos (pelo menos o esboço), os GRBs se mantiveram misteriosos, atravessando o século. Após vários anos, vários modelos de seus processos de emissão e energéticos foram sugeridos pela comunidade científica (KATZ, 2002).

Os GRBs foram descobertos em 1967, por acaso, pelos satélites Vela (EUA) e Konus (USSR), quando estavam monitorando possíveis testes de bombas atômicas, proibidas pelo *Nuclear Test Ban Treaty*, assinado em 1963, durante a Guerra Fria. O satélite Vela detectou uma explosão de raio- γ inesperada, muito breve e intensa. Após análises dos dados, foi confirmado que o surto não se relacionava com um teste de arma nuclear, mas, em vez disso, se relacionava com um transiente astrofísico no céu. A partir de 1969, devido a atualizações no sistema do satélite Vela, os GRBs foram detectados com mais frequência, numa média de 5 explosões por ano. O grupo liderado por Ray Klebesadel divulgou os resultados no ano de 1973 (KLEBESADEL et al., 1973), onde a primeira detecção de GRB nos arquivos do Vela era o GRB 670702. Após Vela e Konus, outros experimentos e missões de detecção de GRB foram conduzidos: *Apollo 16*, *Ulysses*, BATSE, entre outros (KATZ, 2002).

Recentemente, os GRBs são detectados numa taxa média de um por dia. Estima-se que eles são 10 vezes mais energéticos que as supernovas mais energéticas. Em seus picos energéticos, chegam a ser 100 mil vezes mais brilhante que uma galáxia inteira, correspondendo a uma luminosidade de $10^{51} - 10^{52}$ erg/seg, cerca de $\sim 10^{-3} M_{\odot} c^2$. Possuem, tipicamente, segundos de duração, em média, por volta de 0.3 s (eventos curtos) e 30 s (eventos longos). As explosões são distribuídas com uma clara isotropia no céu (MEEGAN et al., 1992), mas não possuem distribuição homogênea, sugerindo a possibilidade de uma origem cosmológica (SCHMIDT et al., 1988), suas fontes residem em galáxias distantes, a cerca de bilhões de anos-luz. A origem cosmológica dos GRBs é suportada mais pela distribuição não Euclidiana espacial, dada pela razão média $\langle V/V_{max} \rangle = 0.334 \pm 0.008$ (SCHMIDT et al., 1988), proporcional à taxa de contagem, substancialmente menor que o valor da amostra uniforme Euclidiana 1/2 (PENDLETON et al., 1996). O valor $\langle V/V_{max} \rangle$ da amostra de curtas explosões (MAO

et al., 1994) é maior que a $\langle V/V_{max} \rangle$ da amostra de surtos longos, implicando no fato de que é mais difícil detectar uma explosão curta.

A visão estatística do cenário do GRB mudou com a descoberta feita pelo satélite Italiano-Holandês BeppoSax (PIRO et al., 1995) de uma emissão *afterglow* em raio-X (2-10 keV) do GRB 970228. Os surtos de raio- γ são seguidos por um *afterglow*, em mais baixa energia - emissão duradoura com comprimentos em onda raio-X, óptico e rádio. O *afterglow* em rádio tem sido observado, em alguns casos, muitos anos depois das explosões. Posições precisas do *afterglow* têm tornado possível a identificação das galáxias hospedeiras em quase todos os casos quando o *afterglow* foi detectado, e isto permitiu a determinação dos *redshifts* correspondentes, que variam de 0.16 a 4.5 (PIRAN, 2004).

Acredita-se que os GRBs são produzidos de acordo com os modelos de *fireball*, quando a energia cinética de um fluxo ultrarrelativístico é dissipado. As *fireballs* consistem primariamente de pares elétron-pósitron e radiação, junto com uma pequena quantidade de massa bariônica ($M \ll E/c^2$). O GRB propriamente dito é produzido pela dissipação interna dentro do fluxo, enquanto que o *afterglow* é produzido pelo choque externo com o meio circundante à explosão (PIRAN, 1999).

A exigência energética e as escalas de tempo sugerem que as explosões de duração longa de raios- γ envolvem a formação de um buraco negro através de um evento de colapso estelar catastrófico; e as explosões de duração curta, *merger* de estrelas de nêutrons. Deste último, já é sabido, que são as fontes mais promissoras de detecção de ondas gravitacionais pelo detector terrestre LIGO.

Este capítulo se inicia com um discussão sobre as estrelas de nêutrons, Seção 2.1, sua estrutura interna e magnetosfera. Após os aspectos das estrelas de nêutrons, estas são sugeridos como progenitores das explosões de raios- γ e, portanto, é discutido o modelo *fireball* de GRBs, assim como suas emissões em raios-*gamma*, *afterglow* (Seção 2.2), levantando alguns problemas no modelo de choques interno e externos; e do mecanismo central, discutidos na literatura.

2.1 Estrelas de nêutrons

Estrelas de nêutrons (ENs) são formadas sobre um colapso gravitacional, devido à perda de equilíbrio hidrostático das regiões centrais de estrelas normais (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983). Existem dois diferentes meios para isso:

- Núcleo de massa pequena ($M_{core} \lesssim 2M_{\odot}$) de estrelas massivas ($M \sim 10 - 25M_{\odot}$) da sequência principal;
- Estrela anã branca que acreta massa de uma companheira excedendo o limite de Chandrasekhar ($M_{ch} = 1.44M_{\odot}$).

A condição de equilíbrio hidrostático para uma estrela não-relativística é escrita na forma:

$$\Gamma = \left| \frac{\partial \ln p}{\partial \ln V} \right| > 4/3 ,$$

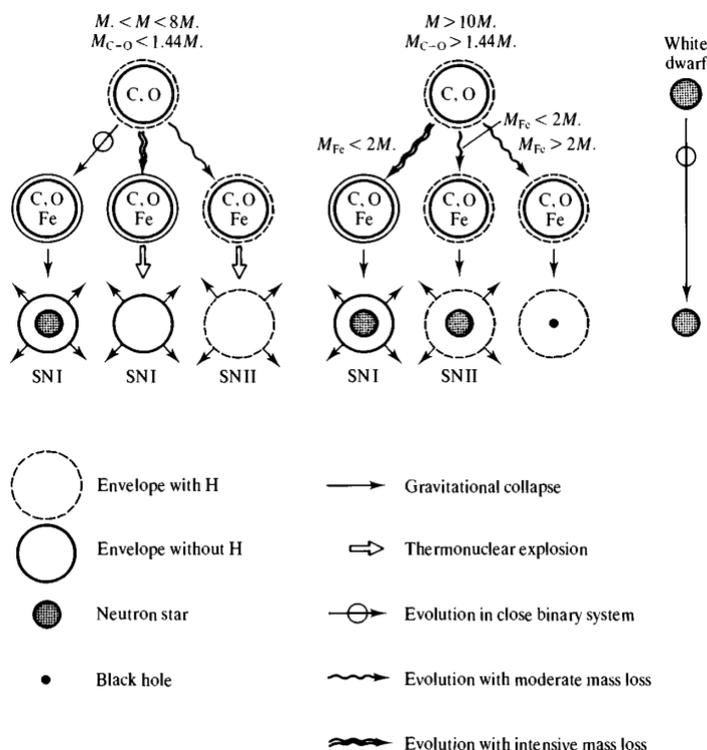
onde p é pressão e V , volume.

Para uma estrela sozinha de massa $M \approx 10 - 25M_{\odot}$, ocorre a queima do oxigênio e dos elementos mais pesados na região central. Lá se forma um núcleo de ferro, cuja massa e temperatura são gradualmente aumentados. Depois de cerca de 10^7 anos, a massa do núcleo se torna da ordem de $10M_{\odot}$, a densidade no centro alcança $10^9 - 10^{10} \text{ g cm}^{-3}$ e a temperatura, 10^{10} K , correspondente a energia da ordem de 1 MeV . Neste tempo, os elétrons, responsáveis pela pressão p , se tornam relativísticos, afetando a equação de estado. Enquanto para um gás relativístico $p \propto V^{-4/3}$, a condição de equilíbrio fica $\Gamma = 4/3$, trazendo a região central ao limite de estabilidade. Além disso, ocorre reação de fotodesintegração (IMSHENNIK; NADEZHIN, 1983) que é o ponto de início da neutronização da matéria:



A neutronização, que é acompanhada por um decréscimo da densidade de elétrons, conseqüentemente, da pressão, é irreversível (desde que os neutrinos deixem a estrela livremente); e leva toda a responsabilidade pela perda de equilíbrio hidrodinâmico. O núcleo da estrela instável alcança um novo estado estável caracterizado por $\rho_{core} \sim 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, $T \sim 10^2 \text{ K}$, $M \sim 1.2 - 1.6M_{\odot}$ e $R \sim 10 \text{ km}$, resultando numa estrela de nêutrons. Uma estrela de nêutrons formada por um colapso de uma estrela anã branca tem parâmetros análogos, podendo alcançar velocidades angulares consideráveis pela conservação do momento angular. Este objeto passa a se chamar *pulsar*. Geralmente, a velocidade de rotação de um pulsar alcança 500 m/s , que excede bastante a velocidade de estrelas ordinárias (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983).

Figura 2.1 - Formação de estrelas compactas.



Resumo dos caminhos possíveis da evolução estelar com relação a massa da estrela comum e a formação da estrela de nêutrons.

Fonte: Beskin et al. (1993).

Se a massa da região central da estrela exceder a $2 - 3M_{\odot}$, a pressão da matéria de nêutrons não pode compensar as forças gravitacionais. Neste caso, o colapso gravitacional deve resultar na formação de um buraco negro (BESKIN et al., 1993). Nem todo colapso gravitacional (nem cada explosão de uma supernova) é acompanhada por formação de estrelas de nêutrons. A Figura 2.1 ilustra, de forma resumida, os possíveis caminhos para a evolução e formação de estrelas de nêutrons. O objeto remanescente de uma explosão de supernova depende da massa da estrela ordinária como mostra o quadro resumo da Figura 2.1.

2.1.1 Estrutura interna de uma estrela de nêutrons

Modelos de colapso gravitacional mostram que a massa de ENs deve variar dentro de um intervalo curto, $1.2M_{\odot}$ a $1.6M_{\odot}$ (SHAPIRO; TEUKOLSKY, 1983). Ao mesmo tempo, a teoria da estrutura interna dá um espectro de massa muito mais amplo em

que a EN permanece estável (BESKIN et al., 1993).

A maioria dos modelos de estrutura de EN é baseada na solução de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (OPPENHEIMER; VOLKOFF, 1939):

$$\frac{dp(r)}{dr} = -\frac{G[\rho_m(r) + p(r)c^{-2}][m(r) + 4\pi r^3 p(r)c^{-2}]}{r^2[1 - 2Gm(r)r^{-1}c^{-2}]}, \quad (2.1a)$$

$$\frac{dm(r)}{dr} = 4\pi r^2 \rho_m(r), \quad (2.1b)$$

$$m(0) = 0. \quad (2.1c)$$

As Equações (2.1) representam o equilíbrio hidrostático de uma estrela fria de simetria esférica, com efeitos da teoria Geral da Relatividade; $m(r)$ é a massa gravitacional dentro de uma esfera de raio r , $p(r)$ e $\rho_m(r)$ são a pressão e densidade correspondentes, respectivamente.

Para densidades $\rho_m \gtrsim \rho_{core} = 2.4 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, existe uma incerteza significativa na equação de estado (ARNETT; BOWERS, 1977). Dessa forma, existem modelos de estrutura interna chamados *soft* ("mole"), derivada dos modelos em que (para densidades de ordem nuclear) a energia de interação média corresponde a atração, e *stiff* ("rígido"), derivada dos modelos em que já existe repulsão para densidade abaixo da densidade nuclear.

Em uma EN, é possível distinguir quatro regiões principais: (i) superfície; (ii) crosta externa, consiste de núcleos e elétrons relativísticos (para $\rho_m > 10^7 \text{ g cm}^{-3}$); (iii) crosta interna, fronteira em que $\rho_m = 4.3 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$, que consiste de núcleos não relativísticos e elétrons degenerados relativísticos, assim como líquido de nêutrons não relativísticos degenerados - de forma que a dissociação do núcleo e a formação dos nêutrons livres se tornam energeticamente vantajosas; e (iv) núcleo, onde a densidade limiar é $\rho_{core} = 2.4 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$, e a matéria nuclear (nêutrons, prótons e elétrons) consiste na forma líquida, o número de elétrons e prótons é cerca de 1% do número de nêutrons (BESKIN et al., 1993).

2.1.2 Geração de campo magnético

As ENs possuem um valor de campo magnético extremamente alto, da ordem de $10^{11} - 10^{13}$ Gauss. É comum associar o grande valor do campo magnético perto da superfície da EN como consequência da conservação do fluxo magnético durante o

colapso gravitacional (MANCHESTER; TAYLOR, 1977). Mas há também uma possibilidade de geração de campo associada a efeitos termomagnéticos (URPIN et al., 1986). Neste caso, o campo magnético é gerado por correntes de elétrons induzidas pelo gradiente de temperatura na crosta externa de uma EN.

Naturalmente, as estrelas comuns se encontram em sistemas binários. A maioria das estrelas massivas de sistemas binários evoluem primeiro na sequência principal, resultando numa supernova e, conseqüentemente, numa EN. Se o sistema não foi extinto pela explosão, há uma formação de um par de estrelas de nêutrons e uma estrela da sequência principal. Por sua vez, depois de um colapso em uma anã branca da companheira da sequência principal, se sua massa exceder o limite de Chandrasekhar, a dupla passa a ser um sistema binário de ENs. A existência desses sistemas é necessária para explicar a natureza de eventos extremamente energéticos, como explosão de raios- γ (GRB). Além de que, o *merger* dessas ENs são eventos promissores de detecção de ondas gravitacionais pelos detectores terrestres. Estima-se que, dentro do horizonte de eventos dos detectores avançados (*Advanced LIGO*, por exemplo), a taxa desses eventos está entre 0.4 e 100 por ano (ABADIE et al., 2010).

2.1.3 Magnetosfera de um pulsar

Como já foi dito antes, o campo magnético de uma estrela de nêutrons, ou melhor da superfície de um pulsar, é da ordem de $\sim 10^{11} - 10^{13}$ Gauss. Desde que a condutividade elétrica da estrela é grande o suficiente para manter a conservação do momento de dipolo magnético, o campo magnético pode ser suposto como congelado na estrela de nêutrons. Assim nas regiões internas da estrela deve valer a condição (BESKIN et al., 1993):

$$\vec{E}_{in} + \frac{\vec{\Omega} \times \vec{r}}{c} \times \vec{B}_{in} = 0, \quad (2.2)$$

onde \vec{r} é o vetor posição em relação ao centro da estrela e $\vec{\Omega}$ é a velocidade de rotação angular. Portanto, da equação (2.2), devido à rotação, surge um campo elétrico causado pela distribuição de cargas dentro do pulsar, da ordem de $\sim 10^{10} - 10^{12}$ V cm^{-1} , para um raio canônico da estrela de 10 km. As partículas influenciadas por este campo elétrico tão forte são aceleradas e se movem ao longo das linhas do campo magnético curvilíneo da estrela, que por sua vez emitem fótons de raios- γ duros. Estes últimos, absorvidos no campo magnético, geram pares elétron-pósitron.

Surge daí a magnetosfera do pulsar formada pelo plasma elétron-pósitron no campo magnético de uma estrela de nêutrons (BESKIN et al., 1993).

Porém, o plasma preenche a magnetosfera e, pela condição de neutralidade macroscópica de um plasma, blinda o campo elétrico longitudinal, com isso, o plasma, congelado às linhas de campo, rotaciona juntamente com a estrela como um corpo sólido. Este fenômeno é chamado de corrotação. A densidade de carga elétrica deste plasma em corrotação é calculada a partir do campo gerado pela polarização do plasma (BESKIN et al., 1993):

$$n_c = \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{B}}{2\pi c|e|}. \quad (2.3)$$

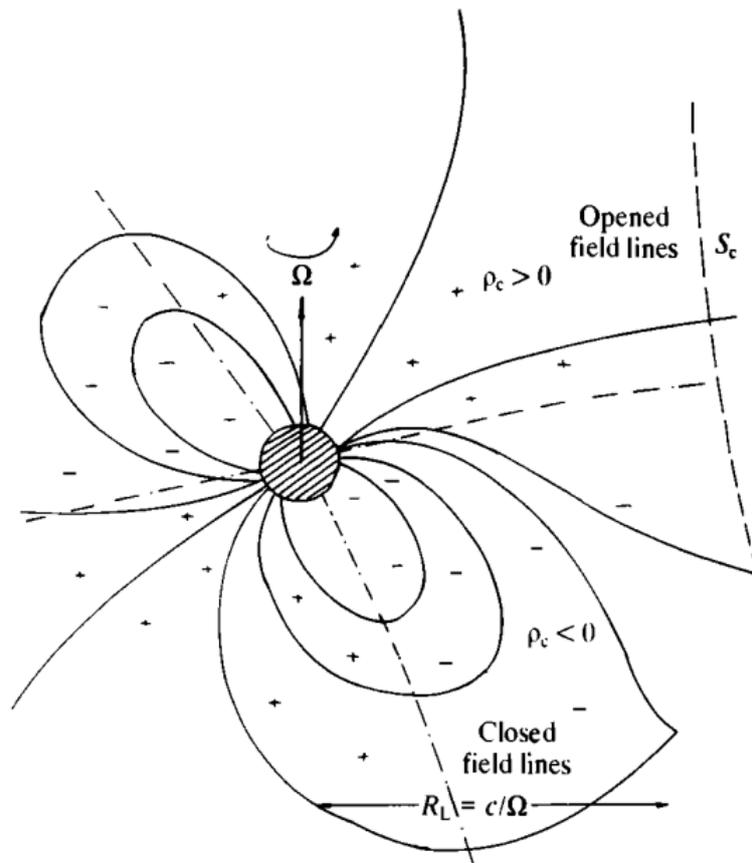
A densidade de corrotação de carga (2.3) é chamada de densidade Goldreich-Julian (GOLDREICH; JULIAN, 1969), onde e é a carga do elétron. Para efeito comparativo, a magnetosfera da Terra tem densidade $n_c = 10^6 \text{ cm}^{-3}$, enquanto que, para um pulsar, este valor alcança $n_c \sim 10^{11} - 10^{12} \text{ cm}^{-3}$.

A densidade de corrotação decresce rapidamente com a distância da estrela, $n_c(r) \simeq n_c(R)\left(\frac{r}{R}\right)^{-3}$. A rotação da carga ρ_c leva ao aparecimento das correntes elétricas de corrotação:

$$j_c \simeq \frac{\vec{\Omega} \cdot \vec{B}}{2\pi}. \quad (2.4)$$

Essas correntes, Equação (2.4), deformam e perturbam o campo magnético da estrela de nêutrons. Assim, perto da estrela, essas perturbações não são significativas, enquanto que em grandes distâncias, essas perturbações podem ser até dominantes. A Figura 2.2 ilustra os efeitos de corrotação do plasma. Definindo o tamanho característico da magnetosfera como $R_L = c/\Omega$, a corrotação é possível apenas até distâncias menores ou iguais a R_L . Usualmente, este valor é alguns milhares de vezes maior que o raio da estrela de nêutrons. Devido a essa ação, as linhas de campo distantes abrem. E o plasma, ao longo dessas linhas abertas, deixa a estrela e escapa da magnetosfera, violando a condição de blindagem. Surge uma diferença de potencial elétrico. Devido ao escape do plasma, há uma geração de um plasma de elétron-pósitron. Esses processos ativos são mantidos permanentemente na região cônica estreita perto dos polos magnéticos.

Figura 2.2 - Esquema do plasma carregado corrotacionando a estrela de nêutrons.



Esquema do plasma carregado corrotacionando a estrela de nêutrons. Correntes de corrotação levam a distorção do campo magnético perto do cilindro de luz. O campo magnético, então, difere substancialmente do campo de dipolo.

Fonte: Beskin et al. (1993).

2.1.3.1 Geração do plasma elétron-pósitron

A diferença de potencial, devido ao escape do plasma ao longo das linhas de campo, perto da calota polar, acelera as partículas (elétrons) em direção a estrela e as anti-partículas (pósitron) para longe da estrela. Como o campo magnético é curvilíneo, as partículas, com energia suficiente, começam a emitir fóton de alta-energia que, por sua vez, atravessa as linhas de campo, produzindo pares elétron-pósitron. Estas partículas, se movimentando em relação à estrela, emitem fótons de alta-energia que produzem pares perto da superfície da estrela. Assim, ocorre uma multiplicação de elétrons, pósitrons e fótons de raio- γ perto da EN. A energia dos fótons que surgem por causa da curvatura das linhas de campo magnético é dada por Landau e Lifshitz (1975):

$$E_{curv} \approx m_e c^2 \frac{\lambda}{r_{curv}} \gamma^3, \quad (2.5)$$

onde $\lambda = \hbar/m_e c = 3.9 \times 10^{-11}$ cm é o comprimento de onda de Compton, γ é o fator de Lorentz do movimento da partícula ao longo do campo magnético e r_{curv} , o raio da curvatura das linhas de campo, cerca de 8×10^7 cm para EN. A energia, dada pela Equação (2.5), é suficiente para a geração de pares se $\gamma \geq 10^6 - 10^7$.

2.2 Explosões de raios- γ

Estimativas revelam que *merger* de sistemas binários de estrelas de nêutrons, liberando $\sim 10^{53}$ erg em ~ 1 milissegundo (PACZYNSKI, 1986), é, provavelmente, o mecanismo central de GRBs de curta duração (NARAYAN et al., 1992), os quais abrangem cerca de 1/4 da população total de GRBs detectados. Modelagens numéricas têm sido realizadas para revelar como eventos de *merger* de compactas podem produzir um GRB (ROSSWOG; DAVIES, 2002). É exigida uma colimação significativa tanto para modelos associados aos neutrinos, a fim de produzir luminosidade isotrópica equivalente à detectada das explosões curtas (assumindo distâncias cosmológicas), quanto para modelos conduzidos magneticamente, com campos altos, de cerca de 10^{17} G. Caso contrário, os *mergers* podem também produzir explosões longas (ROSSWOG; RAMIREZ-RUIZ, 2003).

O mecanismo para interpretar a emissão *prompt* do GRB é a emissão síncrotron (MESZAROS; REES, 1993). É um mecanismo natural, utilizado com sucesso para interpretar *afterglows* e muitos outros fenômenos astrofísicos (ZHANG; MÉSZÁROS, 2004). Muitos dos espectros de GRB observados mostram-se consistentes com esta

interpretação (TAVANI, 1996).

2.2.1 Emissão *prompt*

Emissão *prompt*, definida como o período de tempo quando o detector de raios- γ detecta um sinal, pode ocorrer nos comprimentos de onda de raio- X , rádio e óptico, sendo mais facilmente detectada em raio- X . As emissões em mais baixa energia e raios- γ ocorrem simultaneamente (PIRAN, 2004). Mas apenas três casos em que ocorreu a observação simultânea de flashes ópticos com a emissão raio- X (AKERLOF et al., 1999).

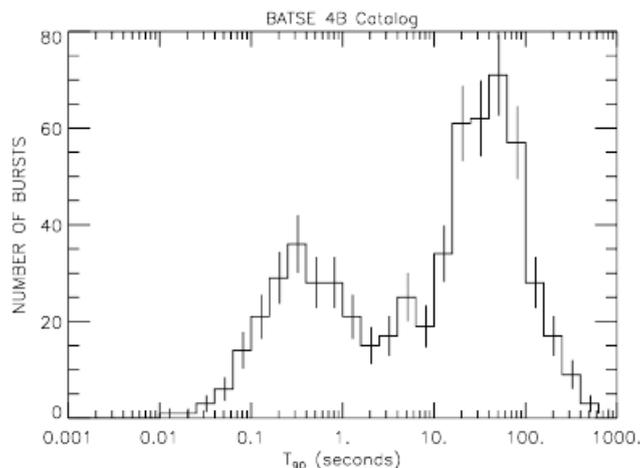
A principal motivação para este modelo de emissão *prompt* é explicar o tempo curto (abaixo de milissegundo) das variabilidades de tempo (MESZAROS; REES, 1993). Este modelo supõe que o comportamento da *fireball* é essencialmente hidrodinâmico, isto é, dominada por bárions e energia cinética. O mecanismo central ejeta energia intermitentemente na forma de mini-conchas. Estas colidem, produzindo choques que aceleram as partículas, prótons e elétrons. Com a introdução do campo magnético, ou carregado do mecanismo central ou gerado pelos dínamos turbulentos, esses elétrons emitem síncrotron, na banda do raio- γ (ZHANG; MÉSZÁROS, 2004). Isto é responsável pela emissão de GRB observada.

O espectro contínuo é não térmico. O espectro térmico, tipo Planck, é descartado para a grande maioria de explosões. Um excelente ajuste para espectro da emissão *prompt* é conhecido como função Band (BAND et al., 1993), que usa duas leis de potência que se juntam sem problemas. Três parâmetros independentes são envolvidos: índice espectral do fóton de baixa energia, índice espectral do fóton de alta energia e energia de transição (ZHANG; MÉSZÁROS, 2004).

Define-se T_{90} como o tempo que 90% das contagens de explosões de raios- γ levam para chegar no observador. Esta medida elimina os 5% iniciais e finais da emissão total da explosão. Analogamente, define-se T_{50} . A duração abrange 5 ordens de grandeza, variando de 0.01 seg até valores maiores que 100 seg. As curvas de luz são muito irregulares; algumas explosões consistem de componentes muito irregulares, equanto que outras são suaves com um ou algumas componentes. A maioria dos pulsos individuais são assimétricos.

A distribuição das durações dos GRBs, apresentada na Figura 2.3, tem sido estudada extensivamente e muitos concordam que a distribuição é bimodal (HURLEY, 2003), fornecendo a classificação de dois tipos de GRBs, explosões longas ($T_{90} > 2\text{seg}$)

Figura 2.3 - Distribuição de durações (T_{90}) dos dados do experimento BATSE.



Distribuição de durações (T_{90}) dos dados do experimento BATSE. Mostra que os GRBs podem ser divididos em duas classes, as explosões curtas e longas.

Fonte: Zhang e Mészáros (2004)

e explosões curtas ($T_{90} < 2\text{seg}$) (ZHANG; MÉSZÁROS, 2004). Especula-se que esses dois tipos têm origens diferentes. As candidatas para os GRBs longos são estrelas massivas, cujo colapso do núcleo forma um buraco negro (PACZYŃSKI, 1998). Para as explosões curtas, os prováveis candidatos são *merger* de binárias de ENs ou binárias de EN e buraco negro (EICHLER et al., 1989). Tem sido extensivamente procurado por um terceiro tipo de GRB com durações intermediárias. No entanto, não é claro se esta divisão é estatisticamente interessante (HAKKILA et al., 2000).

Recentemente, através do *Ramaty High Energy Spectroscopic Imager* (RHESSI), foi relatado que a emissão *prompt* do GRB 021206 evidenciara polarização linear muito alta, sendo o grau de polarização indicado de $80\% \pm 20\%$ (COBURN; BOGGS, 2003). Esta explosão forneceu energia na faixa de 25-100 keV (HURLEY, 2003). Várias explicações sobre a polarização da emissão surgiram: a polarização pode estar atribuída à radiação síncrotron (PIRAN, 2004), ao espalhamento Compton inverso de energia baixa, à radiação circundante à explosão (SHAVIV; DAR, 1995) ou ser consequência do espalhamento dos raios- γ contra um vento rico em bárions (EICHLER; LEVINSON, 2003).

A energia da emissão é um problema do modelo de choque interno; ela tem de ser extraída da energia cinética relativa entre as conchas colidindo, mas a eficiência

da radiação é tipicamente pequena, cerca de 1%-5% (KUMAR; PIRAN, 2000). Para alcançar alta eficiência observada num GRB (FRAIL et al., 2001), algumas sugestões são feitas, incluindo a dissipação não linear (BELOBORODOV, 2000) e colisões *quasi-elásticas* (KOBAYASHI; SARI, 2001).

2.2.2 Emissão *afterglow*

Até 1997, não havia contrapartida conhecida de GRBs em outros comprimentos de onda. O satélite BeppoSAX, detectou, em 1997, *afterglow* em raio- X do GRB 970228 (GROOT et al., 1997). O mesmo GRB apresentou um *afterglow* no óptico (SAHU et al., 1997). No comprimento do rádio, a detecção do *afterglow* ocorreu com o GRB 970508 (WAXMAN et al., 1998). As emissões *afterglow* dão uma assinatura em um espectro bastante largo, sendo detectadas de fótons com comprimentos de ondas menos energéticos que raios- γ : bandas de raio- X , óptico e rádio. Em cada banda, a curva de luz geralmente corresponde à lei de potência.

Para nenhum GRB foram detectados *afterglows* em todas as três principais bandas. A observação em raio- X é a mais comum, apenas $\sim 60\%$ de explosões detectadas pelo BeppoSAX em raio- X são também detectadas na faixa do óptico. Os outros $\sim 40\%$ são opticamente escuros. Com o satélite HETE, a fração de explosões negras são menores, cerca de 10%. *Afterglows* em rádio são detectados em cerca da metade de todos os *afterglows* dos GRBs observados.

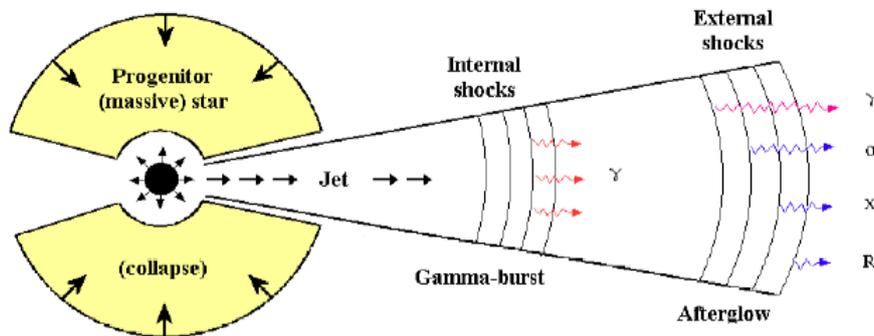
Uma incerteza no entendimento da emissão *prompt* do GRB está na localização deste dentro da *fireball*. A emissão *afterglow* limita o raio daquela emissão, que deve ser menor que o raio de desaceleração da *fireball*. Assim, alguns modelos sugerem que a emissão *prompt* ocorre sobre a desaceleração forte da *fireball* (MESZAROS; REES, 1993), enquanto outros modelos (MESZAROS; REES, 1993; ROSSI et al., 2004) sugerem que o GRB ocorre antes do raio de desaceleração. É importante notar que os cenários de choques internos e externos não são mutuamente exclusivos. É provável que ambos coexistam em torno da *fireball*, com componentes diferentes dominando em diferentes explosões (ZHANG; MÉSZÁROS, 2004).

2.2.3 Modelo *fireball*

O modelo padrão teórico de *fireball*, ilustrado na Figura 2.4, é consequência de vários testes observacionais que sugerem uma interpretação das observações do GRB e do *afterglow*. O principal ingrediente deste modelo é que o material responsável pelas emissões deve estar se movendo relativisticamente. Para um GRB típico de *fluence*

$\sim 10^{-6}$ erg cm $^{-2}$ e de distância ~ 3 Gpc, a energia total isotrópica liberada é em torno de $\sim 10^{51}$ erg. As *fireballs* consistem de pares elétron-pósitron e radiação, com uma pequena contaminação de massa bariônica, $M \ll E/c^2$. Essa esfera radiativa expande e esfria rapidamente até a energia dos fótons diminuir abaixo do limiar de energia de criação de pares, e se tornar transparente. Com a poluição de bárions, a maior parte da energia é eventualmente transferida aos bárions, que são acelerados a velocidades ultrarrelativísticas, alcançando fatores de Lorentz da ordem de $\sim 10^2 - 10^3$ (SHEMI; PIRAN, 1990). E, como consequência, o sinal da explosão fica enfraquecido. Se a massa bariônica é grande o suficiente - GRB opticamente espesso (LITHWICK; SARI, 2001) - quase toda a energia irradiada será convertida em energia cinética, e não haverá nenhum sinal de raio- γ observado. A presença de $10^{-9}M_{\odot}$ de bárions é suficiente para reduzir significativamente a radiação. Com bárions, carregando acima de $10^{-5}M_{\odot}$, a expansão nunca se torna relativística (FISHMAN; MEEGAN, 1995).

Figura 2.4 - Modelo *Fireball*.



Esquema de emissão de GRBs e *afterglow* a partir do modelo padrão de *fireball* de um sistema colapsando. A radiação γ , mais energética, se forma dos choques dentro da concha da *fireball*. O *afterglow*, radiação secundária, é formado devido a interações das conchas com o meio interestelar.

Fonte: Zhang e Mészáros (2004)

Uma fração substancial da energia cinética de bárions é transferida à população não térmica de elétrons relativísticos (MESZAROS; REES, 1993). Estes, por sua vez, resfriam, devido ao espalhamento Compton inverso e emissão síncrotron no campo magnético pós-choque (MEDVEDEV; LOEB, 1999), produzindo a radiação observada em GRBs e seus *afterglows* (KATZ, 1994). O choque pode ser ou interno, caso haja

formação de choques dentro da concha da *fireball* (PACZYŃSKI, 1998) - sendo responsável pela emissão *prompt* - ou externo, devido às interações da *fireball* com o meio interestelar em volta (MESZAROS; REES, 1993) - responsável pela emissão *afterglow*, como ilustrado na Figura 2.4. A radiação dos choques internos pode explicar a irregularidade do espectro (PILLA; LOEB, 1998), enquanto que a emissão síncrotron do choque externo provê um modelo de espectro de lei de potência, a função Band.

O fator de Lorentz (γ) da matéria durante a emissão *prompt* do GRB é um parâmetro fundamental para entender a física dos GRBs (LÜ et al., 2012). Seu valor limita inferiormente a quantidade permitida de poluição bariônica no fluxo. O γ pode ser determinado pelo ponto máximo da curva de luz do *afterglow* inicial (e a desaceleração do choque externo) ou pela compactidade (*compactness*) - parâmetro que determina se o GRB é opticamente fino para a produção de pares.

Existem várias motivações para considerar uma *fireball* com campos magnéticos intensos como geradora da radiação observada. Primariamente, desde que uma *fireball* de GRB exige um acúmulo muito pequeno de bárions para atingir o alto fator de Lorentz, um fluxo de Poynting torna fácil transportar uma quantidade grande de energia sem carregar bárions (ROSSI et al., 2004). Outro mecanismo de extração de energia, utilizando o processo de pares de neutrinos ($\nu\bar{\nu} \rightarrow e^-e^+$) (EICHLER et al., 1989), está associado com a correção do feixe do GRB (RUFFERT et al., 1997), assim a energia magnética satisfaz as necessidades energéticas. Além de que, campos magnéticos são úteis para jatos colimados (VLAHAKIS; KÖNIGL, 2003).

Uma fração grande, $\geq 10\%$, da energia da *fireball* pode ser convertida para a produção de fóton-méson com uma explosão de neutrinos de $\sim 10^{14}$ eV. Prótons de 10^{15} eV interagem com fótons de $\sim 1\text{MeV}$, carregando matéria de raios- γ para produzir neutrinos de 10^{14}eV . A detecção de neutrinos de GRBs constataria o cenário de *fireball* cosmológica para a produção de GRB (WAXMAN; BAHCALL, 1997).

Por fim, *mergers* de binárias compactas - EN-EN, EN-BN, BN-BN, BN-Estrela Anã etc - têm sido considerados como possíveis fontes de ondas gravitacionais (HAWKING; ISRAEL, 1989), além de serem ainda uma fonte abundante de neutrinos (CLARK; EARDLEY, 1977). Desde que estes eventos são possíveis progenitores de GRBs (EICHLER et al., 1989), uma coincidência entre um sinal de OG e um sinal de raio- γ aumentaria muito a precisão estatística do progenitor (FINN et al., 1999). Sobretudo, a detecção de uma explosão associada à radiação gravitacional poderia auxiliar a responder várias questões. Como identificar o progenitor do GRB, já que os sinais de *merger* e colapso de núcleo são diferentes; ajudaria a localizar a emissão *prompt* do GRB

(interno ou externo), desde que a OG está associada com a formação do mecanismo central, isto é, um atraso curto de tempo ($\lesssim 0.1$ seg) entre as duas emissões (GRB e OG) favoreceria um cenário interno, enquanto que um atraso maior ($\sim 10 - 100$ seg) favoreceria um modelo externo (FRYER et al., 1999); e ajudaria a fechar a configuração do jato do GRB (ROSSI et al., 2002), a partir da polarização da OG e das emissões *prompt* e *afterglow*.

3 SISTEMAS BINÁRIOS COMO FONTES DE ONDAS GRAVITACIONAIS

Ondas gravitacionais são consequências fundamentais da Teoria da Relatividade Geral de Einstein. Através dessa radiação, o universo ainda não foi observado diretamente. Existe um enorme interesse nesse tipo de onda, pois, além de ser possível realizar mais um teste da teoria de Einstein, permitiria observar objetos astronômicos exóticos, particularmente, Buracos Negros. Na maioria dos sistemas astronômicos, a gravidade é a interação dominante. Campos gravitacionais fortes são os conversores de massa em energia mais eficientes da Natureza. Casos onde este cenário se aplica, irradiando grande quantidade de energia gravitacional (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009), seguem abaixo:

- Estrelas de nêutrons, remanescentes das explosões da supernova, representam 0.1% da população estelar inteira de qualquer galáxia;
- Buracos negros de massas estelares, respondem por grande parte das fontes de energia em raio-X. Tendem a se concentrar perto do centro de aglomerados globulares;
- Buracos negros massivos no intervalo de 10^6 - $10^9 M_{\odot}$ que aparecem em galáxias que têm protuberâncias centrais, galáxias ativas energéticas e quasares; e
- Claro, o Big Bang. A singularidade exposta.

O espectro da onda gravitacional é distinto do espectro eletromagnético. Enquanto os emissores primários da radiação eletromagnética são as partículas carregadas, as ondas gravitacionais são emitidas pela massa e *momentum* acumulados no sistema inteiro. Devido à neutralidade global de carga, a radiação eletromagnética é tipicamente emitida em pequenas regiões, com comprimento de ondas pequenos, e transmite informação direta sobre as condições físicas de pequenas porções de fontes astronômicas. Já a radiação gravitacional tem comprimento de ondas longos e transmite informação direta sobre regiões em grande escala. Enquanto as ondas eletromagnéticas se acoplam fortemente com as cargas, sendo fáceis de detectar, mas facilmente espalhadas, as ondas gravitacionais se acoplam fracamente com a matéria, sendo difíceis de detectar, porém viajam sem ser afetadas substancialmente pela matéria. Essas discrepâncias sugerem que as observações eletromagnéticas podem ser pobres preditores dos fenômenos que os detectores de ondas gravitacionais

eventualmente podem observar, já que 96% da energia-massa do universo carregam nenhuma carga elétrica (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009).

Este capítulo se inicia com uma abordagem da teoria linearizada das Equações de Campo de Einstein - aproximação de campos fracos (Seção 3.1). Encontram-se as soluções de onda na aproximação Newtoniana de mais baixa ordem, na Seção 3.2, e suas observáveis (Seção 3.3). Por fim, são calculadas as amplitudes das ondas gravitacionais para sistemas de binárias compactas (Seção 3.4).

3.1 Equação de onda

Ondas gravitacionais são definidas como perturbações de algum espaço plano. Partindo dessa premissa, é possível simplificar a derivação das soluções de onda da Equação de Campo de Einstein, ignorando em grande escala a estrutura curvada do espaço-tempo causada pela distribuição de matéria. Isto é, as ondas gravitacionais de objetos astronômicos com campos gravitacionais intensos ou de eventos catastróficos podem ser descritas como pequenas ondulações do fundo plano. É necessário manter em mente que essas equações são definidas apenas localmente, e que elas não têm nenhum significado global, quando se considera a estrutura do espaço-tempo do universo em grande escala.

Na teoria da Relatividade Geral, a equação de Poisson para um campo gravitacional ϕ de uma densidade de matéria ρ_m :

$$\square\Phi = 4\pi\rho_m , \quad (3.1)$$

é trocada pela equivalente, mas covariante, Equações de Campo introduzida por Einstein (1915):

$$G_{ab} = R_{ab} - \frac{1}{2}g_{ab}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ab} , \quad (3.2)$$

onde G_{ab} é o tensor de Einstein; g_{ab} , o tensor métrico do espaço-tempo, T_{ab} é o tensor *momentum*-energia e R_{ab} e R , tensor e escalar de Ricci, respectivamente, contrações do tensor de curvatura de Riemann, R^a_{bcd} . Este é calculado com base na conexão métrica, Símbolo de Christoffel (Γ^a_{bc}):

$$R^a{}_{bcd} = \partial_c \Gamma^a{}_{bd} - \partial_d \Gamma^a{}_{bc} + \Gamma^e{}_{bd} \Gamma^a{}_{ec} - \Gamma^e{}_{bc} \Gamma^a{}_{ed} , \quad (3.3a)$$

$$\Gamma^a{}_{bc} = \frac{1}{2} g_{ad} (\partial_b g_{dc} + \partial_c g_{db} - \partial_d g_{bc}) . \quad (3.3b)$$

Assim a relatividade geral incorpora a energia potencial gravitacional de Newton embutida no tensor métrico. A Equação (3.2) descreve o efeito que uma distribuição de densidade local causa no espaço circundante. Este é curvado e a geodésica da luz ou das partículas é defletida na direção do centro de massa da distribuição de densidade de matéria, reproduzindo o efeito de uma força gravitacional (EINSTEIN, 1921).

Considere um espaço-tempo perturbado, cujo tensor métrico diverge ligeiramente da métrica de Minkowski (η_{ab}). O tensor métrico, adotando que o espaço-tempo é assintoticamente plano, $\lim_{r \rightarrow \infty} h_{ab} = 0$, é escrito como:

$$g_{ab} = \eta_{ab} + h_{ab}, \text{ com } |h_{ab}| \ll 1 . \quad (3.4)$$

A teoria de perturbação é uma aproximação da relatividade geral, correta para primeira ordem na dimensão de sua perturbação (SCHUTZ; RICCI, 2010). Define-se a elevação e o abaixamento dos índices da perturbação, $h^{ab} = \eta^{ac} \eta^{bd} h_{cd}$, e, em primeira ordem, tem-se a inversa do tensor métrico:

$$g^{ab} = \eta^{ab} - h^{ab} . \quad (3.5)$$

Para simplificar a derivação das equações de onda, é definida a perturbação métrica de traço-reverso:

$$\bar{h}_{ab} \equiv h_{ab} - \frac{1}{2} \eta_{ab} h , \quad (3.6)$$

onde $h = \eta_{ab} h^{ab}$, tal que $\bar{h} = \eta^{ab} h_{ab} = -h$. Existe uma considerável variação de coordenadas nas componentes. Esta variação de coordenadas é chamada de variação de *gauge*, por analogia ao eletromagnetismo. A variação para forçar o gauge de Lorentz (ou Hilbert) é:

$$\bar{h}^a_{b,a} = 0 .$$

Essa condição implica que $\partial_a T_{ab} = 0$, lei de conservação do tensor energia-*momentum* para métrica plana.

Portanto, as equações completas de Einstein, Equação (3.2), desconsiderando os termos de segunda ordem de h_{ab} , se reduzem apenas a um conjunto de equações de onda lineares desacopladas:

$$\square \bar{h}_{ab} = -\frac{16\pi G}{c^4} T_{ab} , \quad (3.7)$$

onde $\square = \eta^{ab} \partial_a \partial_b = \partial_t^2 - \nabla^2$. E as equações de campo no vácuo se reduzem a:

$$\square \bar{h}_{ab} = 0 . \quad (3.8)$$

Com o traço $\eta^{ab} \square \bar{h}_{ab} = -\square h = 0$, vem:

$$\square h_{ab} = 0 . \quad (3.9)$$

Os efeitos gravitacionais se propagam como ondas na velocidade da luz. É necessário observar que a perturbação h_{ab} está ligada a um sistema de coordenadas arbitrário e, então, o fato de h_{ab} ser não-nulo não é indicador da existência do campo gravitacional. O tensor de Riemann é que dá o critério absoluto para a existência do campo gravitacional e obedece a equação de onda, $\square R_{abcd} = 0$.

3.1.1 Estados de polarização

Uma simples solução das equações de campo no vácuo pode ser obtida quando se considera a onda gravitacional plana infinita propagando na direção do eixo z:

$$h_{ab} = h_{ab}(z, t) ,$$

encontrando as componentes do tensor de Riemann, suas contrações e resolvendo as equações de campo, nesse caso, a perturbação se reduz a duas componentes,

$h_+ = h_+(z, t)$ e $h_\times = h_\times(z, t)$, dadas na expressão:

$$h_{ab} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & h_+ & h_\times & 0 \\ 0 & h_\times & -h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (3.10)$$

As ondas gravitacionais são puramente transversais e caracterizadas por dois estados de polarização, h_+ e h_\times . Estas duas bases de polarização diferem por uma rotação de $\pi/4$ em torno do eixo de propagação, que corresponde a natureza quadrupolar do campo gravitacional, e uma rotação simétrica de π que caracteriza uma onda de spin 2 na classificação de spin de Fierz e Pauli (1939). Em contraste com as ondas eletromagnéticas, que as bases de polarização diferem por uma rotação de $\pi/2$ (spin 1) (D'INVERNO, 1992).

3.2 Ondas gravitacionais na teoria linearizada

Consideremos um sistema cuja dinâmica é determinada por forças não-gravitacionais, à baixa velocidade dentro da fonte. Usando a equação de onda, Equação (3.7), onde T_{ab} é o tensor energia-momentum da matéria, encontra-se a solução geral dessa equação:

$$h_{ab}(t, \vec{r}) = \frac{4G}{c^4} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} T_{ab} \left(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}, \vec{r}' \right) d^3x', \quad (3.11)$$

de forma que $t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}$ é definido como o tempo em que a partícula emitiu a onda ou tempo retardado.

Uma útil especialização do *gauge* de Lorentz é o gauge Transverso sem Traço (gauge-TT) que é um sistema de coordenada comóvel, que projeta o tensor h_{ab} perpendicularmente a sua direção de propagação e o traço do tensor projetado é removido. Isto é, introduzindo o tensor $\Lambda_{ij,kl}(\hat{n})$ que se propaga na direção \hat{n} para fora da fonte, tem-se que:

$$\Lambda_{ij,kl}(\hat{n}) = P_{ik}P_{jl} - \frac{1}{2}P_{ij}P_{kl}, \quad (3.12a)$$

$$P_{ij}(\hat{n}) = \delta_{ij} - n_i n_j, \quad (3.12b)$$

com as seguintes propriedades:

- Simétrico: $P_{ij} = P_{ji}$;
- Transverso: $n^i P_{ij}(\hat{n}) = 0$;
- Projetor: $P_{ik}P_{kj} = P_{ij}$; e
- Traço: $P_{ii} = 2$.

Lembrando que a solução está no espaço-tempo plano e que a lei de conservação é $\partial_a T^{ab} = 0$, então $\bar{h}^{a0} \propto \int_V T^{a0} d^3x' = \text{const}$. Escolhendo $\bar{h}^{a0}(t, r) \equiv \bar{h}_{a0} = 0$, o resultado é uma solução da onda plana no gauge-TT em termos das componentes espaciais $h_{\alpha\beta}$ de h_{ab} , tal que:

$$h_{\alpha\beta}^{TT} = \Lambda_{\alpha\beta,\gamma\theta} h_{\gamma\theta} , \quad (3.13a)$$

$$h_{\alpha\beta}^{TT}(t, \vec{r}) = \frac{4G}{c^4} \Lambda_{\alpha\beta,\gamma\theta} \int \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} T_{\gamma\theta} \left(t - \frac{|\vec{r} - \vec{r}'|}{c}, \vec{r}' \right) d^3x' . \quad (3.13b)$$

Portanto, esta escolha de coordenadas torna explícito que a perturbação é transversa, ortogonal à direção de propagação e sem traço, pois a perturbação não "comprime" ou "estica" elementos do espaço-tempo, mas induz uma "tensão", preservando seu volume. E o tensor $h_{\alpha\beta}$ é dado por:

$$h_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} h_+ & h_\times \\ h_\times & -h_+ \end{pmatrix} . \quad (3.14)$$

A solução para distâncias muito maiores que o tamanho característico da fonte fica:

$$h_{\alpha\beta}^{TT}(t, \vec{r}) = \frac{1}{r} \frac{4G}{c^4} \Lambda_{\alpha\beta,\gamma\theta} \int T_{\gamma\theta} \left(t - \frac{r}{c} + \frac{\vec{r}' \cdot \hat{n}}{c}, \vec{r}' \right) d^3x' . \quad (3.15)$$

Observe que $h_{\alpha\beta}^{TT}$ depende apenas da integral das componentes espaciais de T_{ab} . A Equação (3.15) é válida para ambas as fontes, relativísticas e não-relativísticas, para um observador suficientemente distante da fonte (THORNE, 1980; HAWKING; ISRAEL, 1987).

É realizada uma expansão multipolar de $h_{\alpha\beta}^{TT}$ em espaço infinito para fontes não relativísticas, isto é, as velocidades típicas dentro da fonte são muito menores que a velocidade da luz. Portanto, a solução de onda em termos de menor ordem da expansão é:

$$h_{\alpha\beta}^{TT}(t, \vec{r}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{M}_{\alpha\beta}^{TT}(t - r/c) , \quad (3.16)$$

onde

$$M^{\alpha\beta} \equiv \int \rho(t, \vec{r}) (x^\alpha x^\beta) d^3x .$$

Em função do momento quadrupolo (basicamente o momento de inércia newtoniano com o traço removido) fica:

$$h_{\alpha\beta}^{TT}(t, \vec{r}) = \frac{1}{r} \frac{2G}{c^4} \ddot{Q}_{\alpha\beta}^{TT}(t - r/c) , \quad (3.17)$$

com

$$Q^{\alpha\beta}(t) \equiv \int \rho(t, \vec{r}) \left(x^\alpha x^\beta - \frac{1}{3} r^2 \delta^{\alpha\beta} \right) d^3x .$$

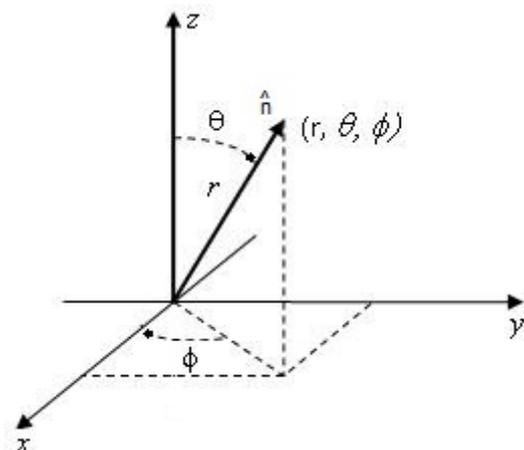
Finalmente, para uma onda gravitacional que se propaga numa direção genérica \hat{n} , de acordo com a Figura 3.1, vem:

$$\begin{aligned} h_+(t, \theta, \phi) = \frac{1}{r} \frac{G}{c^4} & \left[\ddot{M}_{11} (\cos^2 \phi - \sin^2 \phi \cos^2 \theta) \right. \\ & + \ddot{M}_{22} (\sin^2 \phi - \cos^2 \phi \cos^2 \theta) \\ & - \ddot{M}_{33} \sin^2 \theta - \ddot{M}_{12} \sin(2\phi) (1 + \cos^2 \theta) \\ & \left. + \ddot{M}_{13} \sin \phi \sin(2\theta) + \ddot{M}_{23} \cos \phi \sin(2\theta) \right] \end{aligned} \quad (3.18a)$$

$$\begin{aligned} h_\times(t, \theta, \phi) = \frac{1}{r} \frac{G}{c^4} & \left[(\ddot{M}_{11} - \ddot{M}_{22}) \sin(2\phi) \cos \theta \right. \\ & + 2 \ddot{M}_{12} \cos(2\phi) \cos \theta - 2 \ddot{M}_{13} \cos \phi \sin \theta \\ & \left. + 2 \ddot{M}_{23} \sin \phi \sin \theta \right] . \end{aligned} \quad (3.18b)$$

Com a projeção no sistema de coordenadas gauge-TT, a emissão de radiação gravi-

Figura 3.1 - Vetores do sistema no plano cartesiano.



Plano cartesiano que serve de referência para o sistema irradiando ondas gravitacionais numa linha de visada arbitrária.

Fonte: Produção do autor.

tacional não é isotrópica; em algumas direções, o feixe será mais intenso. Também, movimentos simetricamente esféricos não emitem qualquer radiação gravitacional.

3.3 Observáveis da onda gravitacional

3.3.1 Polarização da onda gravitacional

Como consequência do princípio de equivalência da relatividade geral, partículas sozinhas isoladas não podem ser usadas para detectar ondas gravitacionais, pois elas caem livremente em qualquer campo gravitacional e não sofrem efeito da passagem das ondas gravitacionais. Entretanto, o que deve ser observado é a alteração da homogeneidade do campo gravitacional devido às forças de maré induzidas pelas ondas. Esta alteração pode ser medida através da comparação das posições ou interações de duas ou mais partículas. Portanto, supondo um anel de partículas livres no plano (x, y) , a onda com polarizações $+$ e \times viajando na direção z causa deformações de maré no anel circular, o deixando no formato de um anel elíptico com a mesma área. Este é o princípio básico por trás dos detectores de ondas gravitacionais (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009).

As polarizações são as duas observáveis primárias dependentes do tempo de uma onda gravitacional. A polarização da onda de uma fonte depende da orientação da fonte em relação ao observador. Conseqüentemente, mensurando a polarização da

onda gravitacional emitida por uma fonte, aquela provê informações da orientação do sistema binário, por exemplo.

3.3.2 Frequência da onda gravitacional

Em muitos casos de emissão de radiação gravitacional, a frequência é dominada por um movimento existente, tal como o *spin* de um pulsar. A frequência da radiação, com imprecisão de poucos fatores, estará relacionada com a frequência natural do corpo auto-gravitante (SATHYAPRAKASH; SCHUTZ, 2009). Definida em função da densidade média de massa-energia da fonte $\bar{\rho}$, essa frequência é:

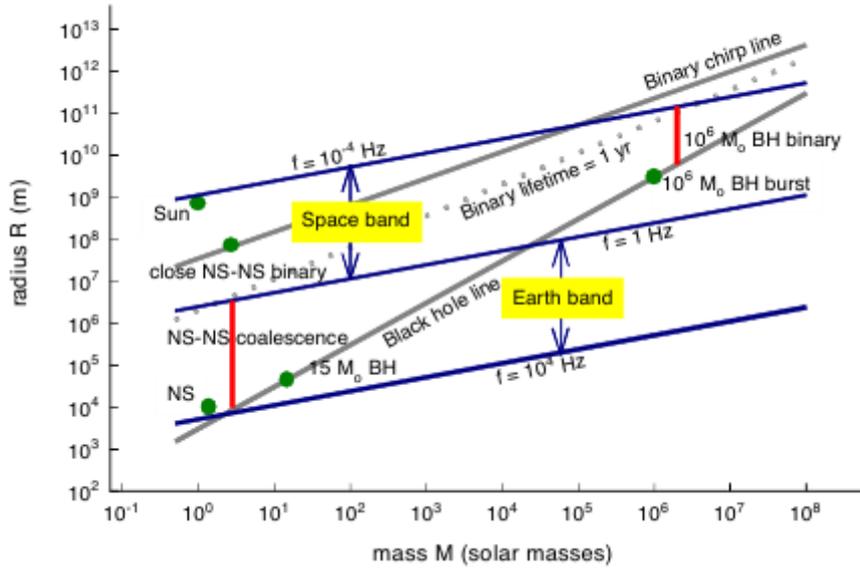
$$f_0 = \sqrt{\pi G \bar{\rho} / 4\pi} . \quad (3.19)$$

Apesar da fórmula estar no regime Newtoniano, ela provê uma boa aproximação da ordem de magnitude da frequência natural, mesmo para sistemas altamente relativísticos como buracos negros. A frequência natural é determinada pelo tamanho R e massa M da fonte. Para estrelas de nêutrons de massa $1.4M_{\odot}$ e raio 10 km, a frequência é $f_0 = 1.9$ kHz.

A Figura 3.2 mostra um diagrama de massa em função do raio para fontes comuns de ondas gravitacionais. É notável que as ondas gravitacionais entre 1 e 10^4 Hz são em princípio acessíveis aos detectores terrestres, enquanto em frequências menores são observadas apenas nos detectores espaciais. A linha de buraco negro intercepta a linha de detectores terrestres, de forma a limitar estes para observar objetos de massas estelares. Isto é, de acordo com Sathyaprakash e Schutz (2009), nenhum sistema com massa acima de $10^4 M_{\odot}$ pode produzir radiação quadrupolo na banda de frequência dos detectores em Terra.

A detecção de onda gravitacional restringe o esforço em quatro bandas de frequência, de acordo com Cutler e Thorne (2002): (i) via impressão da polarização da radiação cósmica de fundo (CMB), é a banda de frequência extremamente baixa (ELF), 10^{-15} a 10^{-18} Hz. E é a única fonte esperada ser amplificada por flutuações gravitacionais primordiais pela inflação do universo. (ii) ondas via atraso no sinal de pulsares estão na banda muito baixa (VLF), 10^{-7} a 10^{-9} Hz (LOMMEN, 2002). (iii) o detector espacial tipo *e*-LISA (ARMANO et al., 2015) operará na banda de frequência baixa (LF), 10^{-4} a 1 Hz e (iv) os detectores interferométricos e massa-ressonantes que operam na banda alta (HF), 1 a 10^4 Hz.

Figura 3.2 - Relação de massa-raio para fontes gravitacionais.



Relação de massa-raio para fontes gravitacionais. O eixo horizontal é a de massa do sistema irradiando, e o eixo vertical é o tamanho orbital do sistema.

Fonte: Sathyaprakash e Schutz (2009)

3.3.3 Luminosidade da onda gravitacional

A luminosidade da onda gravitacional na aproximação quadrupolo é obtida pela integração do fluxo de energia dado pela fórmula geral do tensor de energia-*momentum* da onda gravitacional da expressão de Isaacson (MISNER et al., 1973):

$$L_{OG} = \frac{1}{5} \frac{G}{c^5} \left(\sum_{\alpha\beta} \ddot{Q}_{\alpha\beta} \ddot{Q}_{\alpha\beta} - \frac{1}{3} \ddot{Q}^2 \right), \quad (3.20)$$

onde Q é o traço da matriz $Q_{\alpha\beta}$. Esta equação pode ser usada para estimar o efeito de perda de energia de um sistema que emite radiação gravitacional.

Note que a expressão da luminosidade, a Equação (3.20), se torna adimensional se multiplicada pelo fator de escala $L_0 = c^5/G = 3.6 \times 10^{52}$ W, uma luminosidade enorme. Isto é, a luminosidade da emissão gravitacional (L_{OG}), mesmo derivando de eventos extremamente energéticos e catastróficos, será atenuada pelo fator L_0 , que é consequência do pequeno valor da constante G e do alto valor da constante c . Mas, observando o fator de escala L_0 é notável seu valor imenso, quando comparado com

a luminosidade do sol que é apenas 3.8×10^{26} W, com a de uma galáxia típica 10^{37} W e, até mesmo, com a emissão de todas as galáxias no universo visível, na faixa do óptico, que apresenta luminosidade é da ordem de 10^{49} W.

Sistemas de ondas gravitacionais sempre emitem uma fração de L_0 . Entretanto, alguns sistemas chegam perto deste valor, excedendo a luminosidade eletromagnética típica, como por exemplo, sistemas binárias compactos (BONAZZOLA S., 1997). No entanto, parece que, em boa aproximação, o espaço-tempo é muito rígido. Mesmo no caso mais otimista, a amplitude da emissão gravitacional é quase duas ordens de magnitudes mais baixo que o nível de ruído (referindo a 1 seg de dados) do LIGO-I.

Como exemplo, suponha um estrela de massa M e raio R , rotacionando em uma frequência ν . A estrela rotacionando não possui simétrica axial perfeitamente, caso contrário não emitiria radiação gravitacional. Então, o desvio da simetria é caracterizado por um número adimensional ε e o momento de inércia da parte assimétrica do objeto é dado por εI . A ordem de magnitude da luminosidade da onda gravitacional pode ser estimada como:

$$L_{OG} = \frac{G}{c^5} \varepsilon^2 I_{zz}^2 \nu^6 ,$$

onde $I_{zz} \sim MR^2$ é o momento de inércia ao longo do eixo de rotação. Isso mostra que objetos compactos ($R \sim R_{schwarzschild}$) em rápida rotação ($v = 2\pi R\nu \sim c$), tal como estrelas girando, podem emitir enorme luminosidade, mesmo para um pequeno ε .

Se uma fonte em uma distância r irradia energia E num tempo T , predominantemente na frequência f_g , então, escrevendo $\dot{h} = 2\pi f_g h$ e, definindo a luminosidade aparente da radiação (\mathcal{F}) como $\mathcal{F} \sim \dot{h}^2/16\pi$ (SCHUTZ, 1985) ou, em termos da energia E , $\mathcal{F} \sim E/(4\pi r^2 T)$, a amplitude da onda gravitacional é da ordem:

$$h \sim \frac{1}{\pi f_g r} \sqrt{\frac{E}{T}} . \quad (3.21)$$

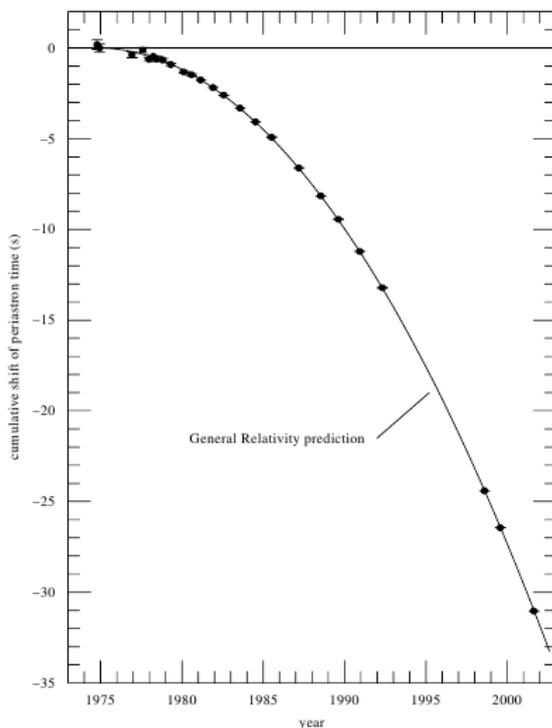
Está visível que a amplitude depende do fluxo integrado $E/4\pi r^2$ da onda. A detectabilidade de uma fonte é uma função da luminosidade aparente e do tempo de observação. Mas não se deve negligenciar a dependência da fórmula na frequência: sinal de maior frequência tem amplitudes menores.

3.4 Coalescência de binárias compactas

3.4.1 Detecção de ondas gravitacionais

A fórmula do quadruplo para ondas gravitacionais, Equação (3.20), tem sido indiretamente verificada por meio do sistema binário de estrelas de nêutrons de Hulse & Taylor PSR1913+16 (HULSE; TAYLOR, 1975), com precisão de 1%, como mostrado por Weisberg e Taylor (2003) na Figura 3.3, e na descoberta do sistema de pulsar PSR0797-3039 por Lyne et al. (2004). Estes reportam que a mudança na taxa de tempo no período orbital de 2,45 horas no PSR0737-3039 é de $-1.1(3) \times 10^{-12} s s^{-1}$, consistente com o valor esperado, via emissão de ondas gravitacionais, que é de $-1.24 \times 10^{-12} s s^{-1}$.

Figura 3.3 - Decaimento orbital do sistema de pulsares PSR 1916+13 via emissão gravitacional.



Decaimento orbital do sistema de pulsares PSR 1913+16 via emissão gravitacional. O eixo vertical se refere ao acúmulo de deslocamento do periélio do sistema e o eixo horizontal ao ano de observação. Os pontos, dados de observação, já contêm as barras de erro, e a Relatividade Geral é a teoria que melhor ajusta os pontos.

Fonte: Weisberg e Taylor (2003)

A confirmação ainda é indireta. A radiação gravitacional não foi vista diretamente, apesar de que existem muitos objetos que poderiam ser fortes o suficiente para serem vistos pelos atuais detectores: estrelas de nêutrons, explosões de supernova, universo jovem.

3.4.2 Radiação do sistema binário na fase *spiral*

Considere um sistema binário com massas m_1 e m_2 e posições \vec{r}_1 e \vec{r}_2 , longe da coalescência. Inicialmente, é desconsiderado qualquer perda de energia devido à emissão de ondas gravitacionais. Elas se orbitam no plano (x,y) de um referencial (x,y,z). Na aproximação newtoniana, a dinâmica se reduz ao problema de um corpo com massa igual a massa reduzida:

$$\mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} .$$

A equação de movimento é $\ddot{\vec{r}} = -\frac{Gm}{r^3}\vec{r}$, onde $m = m_1 + m_2$ e $\vec{r} = \vec{r}_1 + \vec{r}_2$, a coordenada relativa. A frequência orbital do movimento circular é dada por:

$$\omega_s^2 = \frac{Gm}{R^3} , \quad (3.22)$$

onde R é o raio orbital do movimento "centrífugo", com os movimentos de oscilação dados por:

$$x_0 = R \cos(\omega_s t + \pi/2) , \quad (3.23a)$$

$$y_0 = R \text{sen}(\omega_s t + \pi/2) , \quad (3.23b)$$

$$z_0 = 0 . \quad (3.23c)$$

Desde que a órbita do sistema é circular, uma rotação da fonte por um ângulo $\Delta\phi$ em torno de z é a mesma translação no tempo Δt , isto é, com $\omega_s \Delta t = \Delta\phi$. Assim, a dependência de h_+ e h_\times em ϕ é apenas através de $\omega_s t$. O ângulo θ é igual ao ângulo ι , entre a normal à órbita e a linha de visada. Logo, as ondas gravitacionais recebidas por um sistema binário em fase *spiral* é:

$$h_+(t) = \frac{1}{r} \frac{4G\mu\omega_s^2 R^2}{c^4} \frac{(1 + \cos^2 \iota)}{2} \cos(2\omega_s t) , \quad (3.24a)$$

$$h_\times(t) = \frac{1}{r} \frac{4G\mu\omega_s^2 R^2}{c^4} \cos \iota \sin(2\omega_s t) . \quad (3.24b)$$

Como no caso eletromagnético, em que a disposição dos vetores de campo elétrico e magnético causam polarizações de três tipos: linear, circular e elíptica, as ondas gravitacionais possuem polarizações diferentes no plano (h_+, h_\times) :

- Se a órbita for vista na borda, $\iota = \pi/2$, então h_\times desaparece e a onda gravitacional é linearmente polarizada;
- Se $\iota = 0$, h_+ e h_\times têm a mesma amplitude, no plano (h_+, h_\times) , a radiação descreve um círculo parametrizado em t , e a radiação é circularmente polarizada;
- Se ι está entre 0 e $\pi/2$, as amplitudes de h_+ e h_\times são diferentes e então a radiação é elipticamente polarizada.

No entanto, a emissão de ondas gravitacionais custa energia ao sistema; pela conservação de energia:

$$E_{orbital} = E_{cin} + E_{pot} = -\frac{Gm_1m_2}{2R} ,$$

e portanto, para compensar a perda de energia por radiação gravitacional, R deve decrescer no tempo, então $E_{orbital}$ se torna mais e mais negativa. Com o decréscimo de R , ω_s cresce. Por sua vez, se ω_s cresce, a potência irradiada por radiação gravitacional cresce (MAGGIORE, 2008):

$$P_{OG} = \frac{32}{5} \frac{c^5}{G} \left(\frac{GM_c \omega_g}{2c^3} \right)^{10/3} , \quad (3.25)$$

onde a massa *chirp* é dada por $M_c = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}}$ e ω_g é a frequência da emissão gravitacional.

Então R decresce mais, esse processo de perda em escala de tempo suficientemente

longa lidera a coalescência do sistema binário. Tão longa quanto $\dot{\omega}_s \ll \omega_s^2$ e, portanto, a energia orbital do sistema é dada por:

$$E_{orbital} = - \left(\frac{G^2 M_c^5 \omega_g^2}{32} \right)^{1/3}. \quad (3.26)$$

Rearranjando a expressão (3.25), sendo $P_{OG} = -\frac{dE_{orbital}}{dt}$, e definindo um tempo t_{coal} de coalescência do sistema, tal que $\tau = t_{coal} - t$, é fácil obter a frequência da onda gravitacional em função de τ e valores numéricos, como a massa chirp $M_c = 1.21M_\odot$ de um sistema de duas estrelas, cada uma com massa de $1.4M_\odot$, dada por:

$$f_g(\tau) \approx 134\text{Hz} \left(\frac{1.21M_\odot}{M_c} \right)^{5/8} \left(\frac{1\text{seg}}{\tau} \right)^{3/8}. \quad (3.27)$$

Para um sistema com massa *chirp* de $1.21M_\odot$ em 10 Hz, o detector consegue observar a radiação emitida dentro de $\tau = 17\text{min}$ de coalescência.

O número de ciclos gastos na banda larga do detector $f \in [f_{min}, f_{max}]$ em um intervalo de tempo dt é dado, integrando, entre o intervalo, a expressão $dN_{ciclos} = f_{OG}(t)dt$. Assim:

$$N_{ciclos} \simeq 1.6 \times 10^4 \left(\frac{10\text{Hz}}{f_{min}} \right)^{5/3} \left(\frac{1.2M_\odot}{M_c} \right)^{5/3}. \quad (3.28)$$

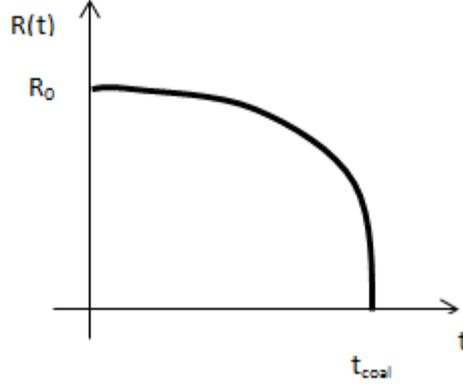
Isto significa que os interferômetros em terra podem seguir a evolução do sinal por milhares de ciclos.

Como a frequência cresce, o raio orbital encolhe, como mostra na Figura 3.4, seguindo a curva $R(\tau) = R_0 \left(\frac{\tau}{\tau_0} \right)^{1/4}$, com R_0 sendo o tamanho da órbita inicial do sistema no tempo t_0 e $\tau_0 = t_{coal} - t_0$. Através da Lei de Kepler $R_0^2 = Gm(1/\omega_s(\tau_0))^3$, τ_0 pode ser expresso como:

$$\tau_0 = 9.829 \times 10^6 \text{anos} \left(\frac{2\pi}{\omega_s} \frac{1}{1\text{hr}} \right)^{8/3} \left(\frac{M_\odot}{m} \right)^{2/3} \left(\frac{M_\odot}{\mu} \right). \quad (3.29)$$

Agora, considerando uma partícula que se move em uma órbita *quasi*-circular no plano (x, y) com raio $R = R(t)$ e uma frequência angular $\omega_s = \omega_s(t)$, a condição $\dot{\omega}_s \ll$

Figura 3.4 - A evolução do raio orbital de um sistema coalescendo por emissão gravitacional.



A evolução do raio orbital de um sistema coalescendo por emissão gravitacional, na aproximação Newtoniana de mais baixa ordem.

Fonte: Maggiore (2008)

ω_s^2 se torna $GM_c\omega_s/c^3 \ll 0.5$. Isto significa, em termos de f_g , que \dot{R} é desprezível, quando $f_g \ll 13\text{kHz}(1.2M_\odot/M_c)$. Então assume-se que o sistema se encontra na fase *spiral* e os termos proporcionais a \dot{R} no cálculo da forma de onda, pelo menos para ordens baixas, não são desprezíveis. Similarmente para os termos envolvendo a derivada de $\omega_g(t)$.

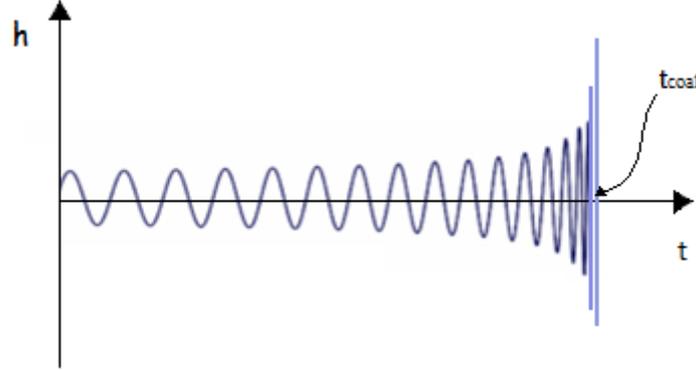
Por fim, a amplitude da radiação gravitacional pode ser expressa diretamente em termos do tempo que falta para o fim da coalescência τ medido observacionalmente (MAGGIORE, 2008):

$$h_+(t) = \frac{1}{r} \left(\frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/4} \left(\frac{5}{c\tau} \right)^{1/4} \left(\frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \right) \cos \phi(\tau), \quad (3.30a)$$

$$h_\times(t) = \frac{1}{r} \left(\frac{GM_c}{c^2} \right)^{5/4} \left(\frac{5}{c\tau} \right)^{1/4} \cos \iota \sin \phi(\tau), \quad (3.30b)$$

lembrando que $\tau = t - t_{coal}$, t é o tempo do observador e t_{coal} é o valor de t quando a coalescência se realiza. As equações acima mostram que ambas a frequência e a amplitude, crescem com a coalescência aproximando o efeito "*chirping*", como na Figura 3.5.

Figura 3.5 - A amplitude h da onda gravitacional em função do tempo.



A amplitude da onda gravitacional variando com o tempo de um sistema binário coalescendo até instantes antes do *merger*.

Fonte: Produção do autor.

A amplitude também pode ser escrita no espaço de frequência, espaço de Fourier, em função de f_g , frequência da onda gravitacional que descreve a evolução do sistema. Basta usar a transformada de Fourier na expressão (3.30). Então:

$$h_+(f_g) = Ae^{i\psi_+(f_g)} \frac{c}{r} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/6} \frac{1}{f_g^{7/6}} \left(\frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \right), \quad (3.31a)$$

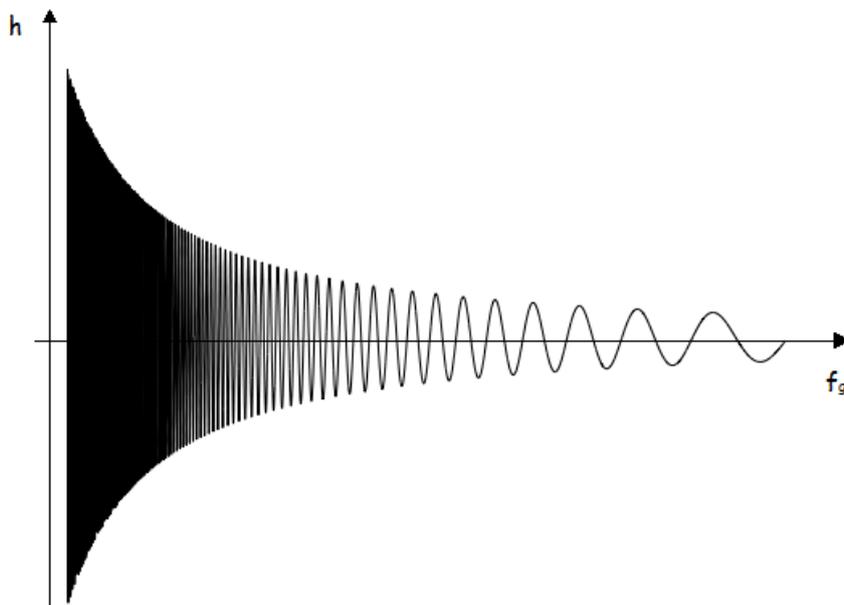
$$h_\times(f_g) = Ae^{i\psi_\times(f_g)} \frac{c}{r} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/6} \frac{1}{f_g^{7/6}} \cos^2 \iota, \quad (3.31b)$$

onde $A = \frac{1}{\pi^{2/3}} \left(\frac{5}{24} \right)^{1/2}$, $\psi_+(f_g)$ e $\psi_\times(f_g)$ são as fases das polarizações $+$, \times , respectivamente, da onda gravitacional. Sem termos pós-Newtonianos, podem ser escritas como:

$$\psi_+(f_g) = 2\pi f_g t_{coal} - \phi_c - \frac{\pi}{4} + \frac{3}{4} \left(\frac{GM_c}{c^3} 8\pi f_g \right)^{-5/3},$$

$$\psi_\times(f_g) = \psi_+(f_g) + \pi/2 .$$

Figura 3.6 - A amplitude h da onda gravitacional da fase *spiral* no espaço de Fourier



A amplitude da onda gravitacional de um sistema binário coalescendo até instantes antes do *merger*, no espaço de Fourier, variando com a frequência da radiação gravitacional.

Fonte: Produção do autor.

Note que, à primeira vista, das Equações (3.31), a amplitude da OG parece decair quando o sistema se aproxima do colapso. Comportamento contrário ao discutido no gráfico da Figura 3.5. Entretanto, é importante lembrar que as expressões (3.31) descrevem a amplitude $h_{\times,+}$ no espaço de Fourier; portanto, observando a Figura 3.6, $h_{\times,+}(f_g)$ representa o número de energia "carregada" por todos os harmônicos de f_g . Isto é, quanto maior f_g , menos energia é dividida entre os harmônicos, pois menos harmônicos existem para f_g , apesar de que uma quantidade maior de energia está associada com frequências maiores, semelhante a um histograma. Dessa forma, para um *burst* de OG ($h_{\times,+}(t) \propto e^{i\omega_g t}$), a sua contraparte no espaço de frequências é uma delta de Dirac em ω_g , pois não há harmônicos, além do modo original, e toda energia é carregada pela onda nesta frequência ω_g .

Enfim, de qualquer maneira, a energia total carregada pela onda gravitacional é a mesma, utilizando, qualquer uma das expressões dadas pelas Equações (3.30) e (3.31). A equação da energia liberada na radiação gravitacional será discutida oportunamente.

Até então, a perturbação gravitacional foi deduzida para distâncias grandes da fonte. Para perto das estrelas, como num sistema binário de estrelas de nêutrons, o campo gravitacional é intenso e isso tem consequências importantes na dinâmica do sistema binário quando os dois objetos estão próximos. Uma modificação importante na dinâmica vem do fato que, na geometria de Schwarzschild, existe uma distância mínima entre as estrelas de forma que a órbita continue circularmente estável, chamada última órbita circular estável - *Inner-Most Stable Circular Orbit* (ISCO) (CUTLER; THORNE, 2002). Em coordenadas de Schwarzschild, este valor está localizado em:

$$r_{(ISCO)} = \frac{6Gm}{c^2} .$$

Assim, para sistemas binários de compactas, a fase *spiral* adiabática, vindo através de uma sucessão de órbitas *quasi*-circulares e controladas pela emissão de radiação gravitacional, pode apenas realizar-se em distâncias $r \gtrsim r_{(ISCO)}$. Aproximando de $r_{(ISCO)}$, a dinâmica do sistema é dominada por efeitos de campos fortes e as duas estrelas mergulham em direção uma da outra. A fase *spiral* termina com o início do *merger* das duas estrelas. Da lei de Kepler, a frequência da fonte, quando a fase *spiral* acaba, fica:

$$\begin{aligned} f_{s(ISO)} &= \frac{1}{6\sqrt{6}} \frac{c^3}{2\pi Gm} , \\ &\approx 2.2 \text{kHz} \left(\frac{M_\odot}{m} \right) . \end{aligned} \quad (3.32a)$$

Por exemplo, para um sistema binário de estrelas de nêutrons com massa típica $m_1 = m_2 = 1.4M_\odot$, a frequência $f_{s(ISO)} \sim 800$ Hz, enquanto que para um sistema binário de buracos negros com massa total de $10 M_\odot$, $f_{s(ISO)} \sim 200$ Hz.

Por fim, numa aproximação Newtoniana, a energia total irradiada durante a *spiral-phase* é dada por:

$$\begin{aligned} \Delta E_{rad} &\sim \frac{\pi}{2G} (GM_c)^{5/3} \left(2f_{s(ISO)} \right)^{2/3} , \\ &\sim 4.2 \times 10^{-2} M_\odot c^2 \left(\frac{M_c}{1.21M_\odot} \right)^{5/3} \left(\frac{2f_{s(ISO)}}{1\text{kHz}} \right)^{2/3} . \end{aligned} \quad (3.33)$$

Além de ter a constante da velocidade da luz ao quadrado, a expressão acima depende da massa fortemente; portanto, para objetos de massas estelares, é irradiada uma quantidade grande de energia, tornando os sistemas binários em coalescência as fontes mais interessantes de ondas gravitacionais e podendo superar com facilidade, em níveis energéticos, emissões intensas no espectro eletromagnético, como explosões de raios- γ .

4 ACOPLAMENTO DAS ONDAS GRAVITACIONAIS COM O PLASMA MAGNETIZADO

Em um espaço-tempo plano e vazio, ondas gravitacionais (OGs) e eletromagnéticas (OEMs) não se interagem. Entretanto, se existe um campo eletromagnético e uma curvatura de fundo, as duas ondas podem se acoplar e trocar energia. Apesar da interação fraca das OGs com a matéria, o acoplamento OG-OEM pode ser alterado pela presença de um plasma fortemente magnetizado, que é o estado da matéria comum em cenários astrofísicos e cosmológicos. A interação da onda gravitacional com o plasma astrofísico pode excitar o plasma através de ondas Alfvén ou magnetossônicas e produzir ondas eletromagnéticas observáveis.

Historicamente, no início, considerou-se a excitação de uma onda gravitacional através da propagação de uma onda eletromagnética num campo magnético forte constante no espaço e no tempo. Notavelmente, este processo foi investigado por [Gertsenshtein \(1962\)](#). O autor, através das equações de campo fraco, com tensor de energia-momentum sobre o campo eletromagnético, encontra baixos valores para o que ele chamou de fração de transferência de energia eletromagnética para gravitacional (α). Para um tempo de viagem de um raio de luz de $T \sim 10^7$ anos, considerando um campo interestelar $B \sim 10^{-5}$ Gauss, constante ao longo de um comprimento de $R \sim 10$ anos-luz, tem-se $\alpha = G/(\pi c^3)B^2RT \sim 10^{-17}$. A OEM é transformada em uma OG de mesma frequência e vetor de onda ([BOCCALETTI et al., 1970](#)). Um pouco depois, com cenário semelhante (em um espaço contendo um campo magnético estacionário), [Zel'dovich \(1974\)](#), interessado em obter onda eletromagnética a partir da onda gravitacional, verificou que hB_0 é a fonte da radiação eletromagnética, onde h é a variação da métrica que causa alongamento e compressão das linhas de B_0 . Este resultado, mesmo que primário, é importante e será verificado no decorrer do capítulo. Além disso, o autor foi o primeiro a destacar que num universo com um campo magnético homogêneo, variando de acordo com a lei $B = B_0(1 + z)^2$, onde z é o *redshift* e B_0 , o campo magnético em $z = 0$, a interação pode dar valores substanciais. Já que no início do universo, a intensidade da radiação gravitacional deveria ser muito alta - tais processos poderiam ter importância para a formação de estrutura do universo ([BRODIN; MARKLUND, 1999](#)) - deixando uma impressão no espectro da radiação cósmica de fundo, através da interação entre as ondas gravitacionais primordiais e os campos magnéticos de origem cosmológicas ([MARKLUND et al., 2000](#)). O estudo do acoplamento, em princípio, poderia ser usado para restringir os campos magnéticos cosmológicos.

Por outro lado, as ondas gravitacionais podem perturbar campo eletromagnéticos indiretamente. Desde que ondas gravitacionais de alta frequência produzidas, por exemplo, por *merger* de estrelas de nêutrons, viajam através da magnetosfera desse sistema, esta radiação interage, indiretamente, com os campos eletromagnéticos acoplados à matéria (MACEDO; NELSON, 1983). O acoplamento pode excitar os modos de onda magnetohidrodinâmicas (MHD) e o processo é capaz de levar à geração de harmônicos superiores desses modos, produzindo radiação eletromagnética observável na banda de frequência do rádio (MARKLUND et al., 2000). Outra interpretação é dada por Brodin e Marklund (1999), que interpretou o processo como um decaimento de um *gráviton* com energia $\hbar\omega_0$ em um *fóton* com energia $\hbar\omega_1$ e um *plasmon* com energia $\hbar\omega_2$; tal que a taxa de crescimento das ondas no plasma é dada por $\left(\frac{k_{2x}\omega_0}{k_2\omega_1}\right)^2 \frac{\omega_1\omega_2}{4} |h_{\times}|^2$, para $h_+ = 0$.

Neste capítulo, assumindo que a aproximação da teoria MHD ideal (discutida na Seção 4.1) é válida, encontramos o conjunto fechado de equações magnetohidrodinâmicas relativísticas que descrevem o acoplamento das ondas gravitacionais, lançadas durante a coalescência de um sistema binário de estrelas compactas, com um vento relativístico - plasma magnetizado circundante à binária (estudado na Seção 4.2). As soluções diretas dessas equações descrevem o acoplamento no sistema comóvel ao plasma, verificamos que as polarizações (+ e \times) da OG se acoplam aos modos MHD, Alfvén e magnetossônicos. Logo em seguida, identificamos as velocidades de fase dos modos de propagação das ondas MHD excitadas. A partir disso, somos capazes de investigar a fração de energia da OG transferida aos modos de propagação das ondas magnetohidrodinâmicas. E, por conseguinte, calcular a potência irradiada pelos harmônicos superiores do modo excitado original. Por fim, na Seção 4.3, como caso particular, as ondas magnetossônicas são estudadas - restringindo a propagação da OG (monocromática, plana, linearmente polarizada) perpendicular ao campo magnético de fundo, no referencial comóvel ao plasma e no referencial do observador ("laboratório"). Uma discussão mais qualitativa inicial do modo *fast* magneto-acústico é encontrada em Papadopoulos et al. (2001).

4.1 Plasma como um fluido

Fluidos compostos de partículas carregadas possuem comportamento modificado por campos eletromagnéticos. A esses fluidos, se dá o nome de plasmas. De acordo com Bittencourt (2004), um plasma é um gás ionizado, quase neutro, em que a energia potencial é muito menor que a energia térmica. As interações coulombianas desse gás não são binárias, mas, entre um número muito grande de partículas carregadas

contidas num pequeno volume. Assim, cada partícula carregada não é livre em seu movimento, no sentido de que ela está sempre condicionada a manter a neutralidade macroscópica do plasma. Existem alguns critérios para que um gás ionizado seja considerado um plasma: (i) para manter a neutralidade, qualquer partícula carregada fica blindada e a dimensão do sistema (L) tem que ser muito maior que o comprimento de Debye¹, dado por $\lambda_D = [\epsilon_0 k_B T_e / (n_0 e^2)]^{1/2}$, desde que, geralmente, a temperatura dos íons sejam menores que a temperatura dos elétrons; (ii) ainda para manter a neutralidade, é necessário que o gás ionizado tenha muitas partículas carregadas numa esfera de raio λ_D ; e (iii) o plasma tem que ser capaz de manter a estabilidade de sua neutralidade, exigindo a condição de que a frequência de colisão dos elétrons-prótons seja maior que a frequência de colisão dos elétrons com partículas neutras do plasma. Esta última colisão tem o efeito de dificultar o movimento dos elétrons, se esta resistência for grande, impede os elétrons de se movimentarem para blindar qualquer perturbação de carga no plasma.

Na maioria dos fenômenos em plasma, considera-se este como um *ensemble* de partículas carregadas, capaz de derivar propriedades estatísticas de funções de distribuição de velocidades das partículas, para cada espécie no plasma - este é modelo da teoria cinética, utilizando a equação de Boltzman (BITTENCOURT, 2004). Isto é, conceitualmente, análogo ao tratamento de uma galáxia completa de estrelas em termos das funções de distribuição de órbitas estelares (CLARKE; CARSWELL, 2007). A descrição do plasma como uma distribuição *Maxwelliana* para estudar o acoplamento OG-OEM é dado em Macedo e Nelson (1983). Alternativamente, se pode adotar um fluido aproximado, de forma que, ao invés de derivar propriedades médias, seja possível calcular a média sobre os elementos de fluido, regiões relativamente homogêneas com escala de tamanho entre λ_D e L. Estes modelos tratam o plasma como multifluidos (um fluido para cada espécie existente no plasma) ou como um único fluido, soma de todos os constituintes do plasma (teoria MHD). Este último é menos detalhado que a teoria de multifluidos. No entanto, a teoria MHD é muito usada para tratar muitas situações que ocorrem tanto em plasmas em laboratórios (fusão nuclear) quanto em plasmas espaciais e astrofísicos. Nesta aproximação, as equações que descrevem o plasma derivam das equações de fluido: conservação de massa, conservação de momento e conservação de energia. O tratamento do plasma como multifluidos para a interação das OGs com o magnetoplasma foi investigado pelo Servin e Brodin (2003).

¹De forma que ϵ_0 é a constante de permissividade do vácuo, k_B , constante de Boltzman, T_e é a temperatura dos elétrons que constitui o plasma, n_0 densidade do plasma (considerando a condição de quase-neutralidade) e e é a carga elementar do elétron.

O plasma como um único fluido é descrito com auxílio de grandezas da teoria dos fluidos: densidade de matéria $\rho_m(\vec{r}, t)$, velocidade $\vec{v}(\vec{r}, t)$ e pressão $p(\vec{r}, t)$. Essas grandezas são definidas da soma sobre todas os constituintes do plasma, desconsiderando efeitos de colisão. E as equações de conservação, calculadas a partir da teoria cinética, se rearranjam para conter os efeitos deste tratamento. Algumas simplificações são plausíveis para as aplicações utilizando este modelo. Da equação de movimento (4.1), os termos que envolvem a força gravitacional se anulam e a viscosidade ² é negligenciada, desde que é uma fonte de dissipação de calor. Além disso, assumindo, a neutralidade macroscópica, a densidade de carga $\rho(\vec{r}, t)$ é desconsiderada. Da equação de energia (4.2), os termos devido à força gravitacional se anulam, desde que é uma força conservativa e não dissipativa. Novamente, os efeitos de dissipação de energia são negligenciados: viscosidade, dissipação Joule ($\vec{j} \cdot \vec{E} = 0$) e fluxo de calor ($\vec{Q} = 0$). Dessa forma, obtém-se a equação adiabática para um gás de índice politrópico ($4/3 \leq \Gamma \leq 5/3$). Em contraste com algumas aproximações MHD (CHEN, 1974), devido a velocidades relativísticas, o deslocamento de correntes não será desconsiderado. As expressões de conservação do plasma depois das simplificações serão apresentadas convenientemente na próxima seção.

$$\rho_m \left[\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \nabla) \vec{v} \right] = \rho \vec{E} + \vec{j} \times \vec{B} + \rho_m \vec{g} - \nabla \cdot \mathbb{P} , \quad (4.1)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{3}{2} p \right] + \nabla \cdot \left[\frac{3p}{2} \vec{v} \right] + \rho \vec{v} \cdot \vec{E} + \rho_m \vec{v} \cdot \vec{g} - \vec{v} \cdot [\nabla \cdot \mathbb{P}] + \nabla \cdot \vec{Q} + \vec{v} \cdot (\vec{j} \times \vec{B}) \\ + \nabla \cdot [\mathbb{P} \cdot \vec{v}] - \vec{j} \cdot \vec{E} - \vec{j}_m \cdot \vec{g} = 0 . \end{aligned} \quad (4.2)$$

Para complementar a descrição do plasma como modelo de único fluido deve se considerar que existe deriva de elétrons relativa aos íons, controlada pelos campos elétrico (\vec{E}) e magnético (\vec{B}), mas impedida pelas colisões com os íons. Comumente, a resistência imposta nos metais é descrita pela lei de Ohm simples ($\vec{j} = \sigma \vec{E}$, onde σ é a condutividade elétrica). Mas, nos plasmas, a descrição é mais complicada. Partindo da equação de conservação de momento, entre as partículas em colisão, ainda no tratamento cinético, é obtida Lei de Ohm generalizada:

²O tensor de pressão é descrito apenas pela diagonal de $\mathbb{P} = p\mathbb{I}$.

$$\frac{m_e}{n_n e^2} \frac{\partial \vec{j}}{\partial t} - \frac{1}{n_n e} \nabla \cdot \mathbb{P}_e = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} - \frac{1}{n_n e} [\vec{j} \times \vec{B}] - \frac{1}{\sigma} \vec{j}. \quad (4.3)$$

Entretanto, com o intuito de evitar efeitos dissipativos, a resistividade do plasma é desprezada, isto é, $\sigma \rightarrow \infty$. Convenientemente, os termos que envolvem a densidade de corrente elétrica \vec{j} são desconsiderados. Dessa forma, a lei de Ohm generalizada simplificada se torna $\vec{E} = -\vec{v} \times \vec{B}$ (BITTENCOURT, 2004). O fenômeno resistivo adicionado nas equações pode limitar a excitação paramétrica dos modos MHD. No caso da OG, com frequência ω_g , propagando paralelamente ao campo magnético, o valor limiar para excitação paramétrica é proporcional à $\frac{\eta \omega_g}{\mu_0 v_A^2}$ (SERVIN et al., 2000), onde η é a resistividade do plasma e v_A^2 velocidade de Alfvén.

4.2 Equações magnetohidrodinâmicas da relatividade geral

O efeito da OG é induzir pequenas perturbações no espaço-tempo, causando modificações nas quantidades que descrevem o plasma que, supostamente, está em equilíbrio com seus parâmetros. No texto, as grandezas não perturbadas ³ - os parâmetros de fundo - possuem o superíndice (0) e as grandezas perturbadas ⁴ ficam com a notação (1), como seguem abaixo:

$$\begin{aligned} \rho_m(\vec{r}, t) &= \rho_m^{(0)} + \rho_m^{(1)}(\vec{r}, t), \\ \vec{v}(\vec{r}, t) &= \vec{v}^{(1)}(\vec{r}, t), \\ \vec{E}(\vec{r}, t) &= \vec{E}^{(1)}(\vec{r}, t), \\ \vec{B}(\vec{r}, t) &= \vec{B}^{(0)} + \vec{B}^{(1)}(\vec{r}, t), \\ \rho(\vec{r}, t) &= \rho^{(1)}(\vec{r}, t), \\ p(\vec{r}, t) &= p^{(0)} + p^{(1)}(\vec{r}, t), \\ \vec{j}(\vec{r}, t) &= \vec{j}^{(1)}(\vec{r}, t). \end{aligned}$$

³Devido à aproximação MHD ideal, a condição de quase neutralidade ($\vec{E}^{(0)} = \vec{j}^{(0)} = \rho^{(0)} = 0$) deve ser satisfeita. E, dado que as equações são calculadas no referencial co-móvel, é plausível considerar que o plasma está em repouso ($\vec{v}^{(0)} = 0$).

⁴As grandezas perturbativas possuem módulo muito menor que as mesmas grandezas respectivas no equilíbrio, isto é, por exemplo, $\vec{B}^{(1)}(\vec{r}, t) \ll \vec{B}^{(0)}$.

Estudar a não linearidade da interação das ondas pode revelar novos tipos de instabilidades que não podem ser encontradas usando teoria de estabilidade linear. Diferente do escopo do trabalho, em Brodin et al. (2000), foi dada atenção aos fenômenos que são induzidos por termos de alta ordem na amplitude gravitacional. Em particular, aquele autor apresentou que ondas eletrostáticas podem ser excitadas na superfície ressonante, ondas de plasma e OEM longitudinais podem ser excitadas. E esta abordagem permite a presença de um fluxo de deriva relativa aos fluidos constituintes do plasma, alterando o acoplamento forte entre as ondas OG e OEM.

Daqui em diante, assumindo a teoria linearizada da gravidade, cuja métrica g^{ab} diverge, ligeiramente, da métrica de Minkowski, $\eta^{ab} = \text{diag}(-1, +1, +1, +1)$. A perturbação h^{ab} no espaço-tempo é descrita pela matriz (3.10), com as polarizações $h_{+, \times} = h_{+, \times}(z, t)$, causada por uma onda gravitacional monocromática, com frequência ⁵ $\omega_g = k_g$, se propagando na direção z , cujo vetor de onda é $\vec{k}_g = (0, 0, 0, k_g)$.

4.2.1 Equações de campo do eletromagnetismo

As equações de Maxwell em termos dos tensores de campo eletromagnético de Maxwell, F , tensor de campo de Maxwell, seu *dual*, \mathfrak{F} , (JACKSON, 1998), e da quadri-densidade de corrente, $j^b = (\rho, \vec{j}_m)$, são escritas na forma covariante abaixo:

$$\nabla_b F^{ab} = 4\pi j^a, \quad (4.4a)$$

$$\nabla_b \mathfrak{F}^{ab} = 0, \quad (4.4b)$$

onde

$$F^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & E_x & E_y & E_z \\ -E_x & 0 & B_z & -B_y \\ -E_y & -B_z & 0 & B_x \\ -E_z & B_y & -B_x & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathfrak{F}^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & B_x & B_y & B_z \\ -B_x & 0 & -E_z & E_y \\ -B_y & E_z & 0 & -E_x \\ -B_z & -E_y & E_x & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.5)$$

Com base no formalismo 3+1, na Equação (A.2), as equações de Maxwell⁶ podem ser

⁵Será adotado $c = 1$, quando não explícito.

⁶Expressões em unidades Gaussianas.

descritas num referencial comóvel ao plasma. Para isso, é feita uma transformação de coordenadas nos tensores de Maxwell, F e \mathfrak{F} , dada por:

$$F_{ij} = e_i^a e_j^b F^{ab} , \quad (4.6a)$$

$$\mathfrak{F}_{ij} = e_i^a e_j^b \mathfrak{F}^{ab} , \quad (4.6b)$$

desde que as bases vetoriais do referencial comóvel são escritas em função das amplitudes das OGs:

$$\hat{e}_0 = \left(\frac{\partial}{\partial t}, 0, 0, 0 \right) , \quad (4.7)$$

$$\hat{e}_1 = \left(0, \left[1 - \frac{h_+}{2} \right] \frac{\partial}{\partial x}, \frac{-h_\times}{2} \frac{\partial}{\partial y}, 0 \right) , \quad (4.8)$$

$$\hat{e}_2 = \left(0, \frac{-h_\times}{2} \frac{\partial}{\partial x}, \left[1 + \frac{h_+}{2} \right] \frac{\partial}{\partial y}, 0 \right) , \quad (4.9)$$

$$\hat{e}_3 = \left(0, 0, 0, \frac{\partial}{\partial z} \right) . \quad (4.10)$$

Tem-se, por exemplo:

$$F_{01} = e_0^0 e_1^1 F_{01} + e_0^0 e_1^2 F_{02} = - \left(1 - \frac{h_+}{2} \right) E_x + \frac{h_\times}{2} E_y ,$$

ou

$$F^{01} = \left(1 - \frac{h_+}{2} \right) E_x - \frac{h_\times}{2} E_y .$$

Portanto, desconsideram-se os termos de segunda ordem $\mathcal{O}(h_{+, \times}^2)$ ou superiores, na mudança de base dos tensores de Maxwell, obtém-se:

$$F^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & \left(1 - \frac{h_+}{2}\right)E_x - \frac{h_\times}{2}E_y & \left(1 + \frac{h_+}{2}\right)E_y - \frac{h_\times}{2}E_x & E_z \\ -\left(1 - \frac{h_+}{2}\right)E_x + \frac{h_\times}{2}E_y & 0 & B_z & -\left(1 - \frac{h_+}{2}\right)B_y - \frac{h_\times}{2}B_x \\ -\left(1 + \frac{h_+}{2}\right)E_y + \frac{h_\times}{2}E_x & -B_z & 0 & \left(1 + \frac{h_+}{2}\right)B_x + \frac{h_\times}{2}B_y \\ -E_z & \left(1 - \frac{h_+}{2}\right)B_y + \frac{h_\times}{2}B_x & -\left(1 + \frac{h_+}{2}\right)B_x - \frac{h_\times}{2}B_y & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.11)$$

$$\mathfrak{F}^{ab} = \begin{pmatrix} 0 & \left(1 - \frac{h_+}{2}\right)B_x - \frac{h_\times}{2}B_y & \left(1 + \frac{h_+}{2}\right)B_y - \frac{h_\times}{2}B_x & B_z \\ -\left(1 - \frac{h_+}{2}\right)B_x + \frac{h_\times}{2}B_y & 0 & -E_z & \left(1 - \frac{h_+}{2}\right)E_y + \frac{h_\times}{2}E_x \\ -\left(1 + \frac{h_+}{2}\right)B_y + \frac{h_\times}{2}B_x & E_z & 0 & -\left(1 + \frac{h_+}{2}\right)E_x - \frac{h_\times}{2}E_y \\ -B_z & -\left(1 - \frac{h_+}{2}\right)E_y - \frac{h_\times}{2}E_x & \left(1 + \frac{h_+}{2}\right)E_x + \frac{h_\times}{2}E_y & 0 \end{pmatrix}. \quad (4.12)$$

O tensor métrico (g^{ab}) e sua inversa (g_{ab}), desconsiderando os termos de segunda ordem ou maior, podem ser escritos como:

$$g^{ab}(t, z) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 + h_+ & h_x & 0 \\ 0 & h_x & 1 - h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (4.13)$$

$$g_{ab}(t, z) = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 - h_+ & -h_x & 0 \\ 0 & -h_x & -1 + h_+ & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}. \quad (4.14)$$

Os tensores acima são usados para calcular as conexões Γ^a_{bc} :

$$\begin{aligned} \Gamma_{[02]2} &= -\Gamma_{[01]1} = \frac{1}{2} \frac{\partial h_+}{\partial t}, & \Gamma_{[32]2} &= -\Gamma_{[31]1} = \frac{1}{2} \frac{\partial h_+}{\partial z}, \\ \Gamma_{[20]1} &= -\Gamma_{[01]2} = \frac{1}{2} \frac{\partial h_\times}{\partial t}, & \Gamma_{[13]2} &= -\Gamma_{[32]1} = \frac{1}{2} \frac{\partial h_\times}{\partial z}, \end{aligned}$$

onde, por exemplo $\Gamma_{[01]1}$ representa $\Gamma_{011} = -\Gamma_{101}$. Assim, com a definição da derivada covariante $\nabla_c F^{ab} = \partial_c F^{ab} + \Gamma^a_{dc} F^{db} + \Gamma^b_{cd} F^{ad}$ (D'INVERNO, 1992), aplicada

aos tensores de Maxwell nas Equações 4.11 e 4.12, junto com as conexões Γ^a_{bc} , as equações de Maxwell acopladas às ondas gravitacionais, num referencial comóvel, são dados por:

$$\nabla \times \vec{E}^{(1)} + \frac{\partial \vec{B}^{(1)}}{\partial t} = -\vec{j}_B^{(1)} , \quad (4.15a)$$

$$\nabla \times \vec{B}^{(1)} - \frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = 4\pi\vec{j}^{(1)} + \vec{j}_E^{(1)} , \quad (4.15b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}^{(1)} = 4\pi\rho^{(1)} , \quad (4.15c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 . \quad (4.15d)$$

Nota-se, nas Equações (4.15), que surgem densidades de corrente relativas ao acoplamento gravitacional. Essas densidades de corrente induzidas pelas OGs, \vec{j}_B e \vec{j}_E , são dadas, respectivamente, nas Equações (4.16) abaixo:

$$\vec{j}_B^{(1)} = -\frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} h_+ \\ h_\times \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (4.16a)$$

$$\vec{j}_E^{(1)} = \frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} h_\times \\ -h_+ \\ 0 \end{pmatrix} . \quad (4.16b)$$

Importante destacar que as funções, no espaço de Fourier ou Laplace, $h_{+, \times}$ são arbitrárias, sua forma depende da fonte de radiação gravitacional.

Por fim, para completar as equações que descrevem os campos eletromagnéticos, considerando o plasma altamente condutor ($\sigma \rightarrow \infty$), o campo elétrico pode ser eliminado em função do campo magnético pela aproximação da lei de Ohm generalizada, desconsiderando os termos de segunda ordem ou maiores:

$$\vec{E}^{(1)} = -\vec{v}^{(1)} \times \vec{B}^{(0)} . \quad (4.17)$$

4.2.2 Equações de fluido

Aqui é feita uma abordagem semelhante a que [Moortgat \(2006\)](#) fez em seu trabalho. Da equação de conservação de energia MHD ideal, que não leva em conta nenhum efeito dissipativo - viscosidade, efeito Joule, fluxo de calor e resistividade - encontra-se a equação adiabática:

$$p^{(0)} = k(\rho_m^{(0)})^\Gamma, \quad (4.18)$$

onde Γ é o índice adiabático, $4/5 \leq \Gamma \leq 5/3$.

Considerando novamente as condições MHD ideal, a primeira lei da termodinâmica ([CALLEN, 1985](#)), $dU = dQ - pdV$, onde U é energia interna do sistema por unidade de massa, p é pressão, Q , o fluxo de calor e V , volume específico por unidade de massa ($V = 1/\rho_m$), torna-se $dU = -pdV$ ou, substituindo a Equação (4.18), vem:

$$U^{(0)} = \frac{p^{(0)}}{\rho_m^{(0)}(\Gamma - 1)},$$

definindo a matéria-energia total relativística com respeito a quadri-velocidade de um fluido como ⁷:

$$\mu^{(0)} = \rho_m(c^2 + U^{(0)}) = \rho_m^{(0)}c^2 + \frac{p^{(0)}}{\Gamma - 1}, \quad (4.19)$$

e escrevendo a entalpia por unidade de massa, $H = U + pV$, ([CALLEN, 1985](#)) relativística como:

$$H^{(0)} = \mu^{(0)} + p^{(0)}. \quad (4.20)$$

Obtém-se, facilmente, a expressão da velocidade adiabática do som relativística comóvel, dada por:

$$c_s^2 = \left. \frac{\partial p}{\partial \mu} \right|_{ad} = \frac{\Gamma p^{(0)}}{H^{(0)}}. \quad (4.21)$$

⁷Para melhor visualização, a constante da luz c fica explícita.

A entalpia assume o valor da densidade de matéria $\mu^{(0)}$ quando a pressão do plasma é negligenciada, ou seja, considera-se a aproximação de plasma frio. A conservação da energia e *momentum* segue da divergência do tensor energia-*momentum* para um plasma magnetizado, tal que:

$$\nabla_b T^{ab} = \nabla_b \left[(\mu + p) u^a u^b + p g^{ab} + \frac{1}{4\pi} \left(F^a{}_c F^{bc} - \frac{1}{4\pi} F^{cd} F_{cd} \right) \right].$$

Portanto, com auxílio da conservação de densidade de matéria em repouso: $\partial \rho_m^{(1)} / \partial t + \rho_m^{(0)} \nabla \cdot \vec{v}^{(1)} = 0$, a equação de conservação da densidade de matéria-energia num referencial comóvel para a primeira ordem fica:

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + \Gamma p^{(0)} \nabla \cdot \vec{v}^{(1)} = 0. \quad (4.22)$$

Ainda do tensor de energia-*momentum*, a equação de conservação de *momentum* num referencial comóvel para primeira ordem é dada por:

$$\left(\mu^{(0)} + p^{(0)} \right) \frac{\partial \vec{v}^{(1)}}{\partial t} + \nabla p^{(1)} = \vec{j}^{(1)} \times \vec{B}^{(0)}, \quad (4.23)$$

de forma que o gradiente da pressão pode ser substituído pela equação (4.21), escrita na maneira $\nabla p^{(1)} = c_s^2 \nabla \mu^{(1)}$.

4.2.3 Conjunto fechado de equações GRM

Dessa forma, obtém-se um conjunto fechado de equações diferenciais parciais em função de (z, t) para as 16 variáveis $\vec{B}, \vec{E}, \vec{j}, \rho_m, \vec{v}, \mu, \rho, p$ que constitui a descrição MHD da relatividade geral de uma onda se propagando através de um plasma magnetizado relativístico, usando unidades Gaussianas. A derivação das expressões do conjunto fechado, nesta seção, se assemelha ao método utilizado por [Moortgat \(2006\)](#), cuja abordagem é didática e superior comparando aos trabalhos anteriores sobre o mesmo assunto.

Equações do campo eletromagnético:

$$\nabla \times \vec{E}^{(1)} + \frac{\partial \vec{B}^{(1)}}{\partial t} = -\vec{j}_B^{(1)} , \quad (4.24a)$$

$$\nabla \times \vec{B}^{(1)} - \frac{\partial \vec{E}^{(1)}}{\partial t} = 4\pi \vec{j}^{(1)} + \vec{j}_E^{(1)} , \quad (4.24b)$$

$$\nabla \cdot \vec{E}^{(1)} = 4\pi \rho^{(1)} , \quad (4.24c)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 , \quad (4.24d)$$

e, equações de conservação do plasma:

$$\frac{\partial p^{(1)}}{\partial t} + \Gamma p^{(0)} \nabla \cdot \vec{v}^{(1)} = 0 , \quad (4.25a)$$

$$\frac{\partial \rho_m^{(1)}}{\partial t} + \rho_m^{(0)} \nabla \cdot \vec{v}^{(1)} = 0 , \quad (4.25b)$$

$$\left(\mu^{(0)} + p^{(0)} \right) \frac{\partial \vec{v}^{(1)}}{\partial t} + \nabla p^{(1)} = \vec{j}^{(1)} \times \vec{B}^{(0)} , \quad (4.25c)$$

$$\vec{E}^{(1)} + \vec{v}^{(1)} \times \vec{B}^{(0)} = 0 , \quad (4.25d)$$

onde, os termos gravitacionais são:

$$\vec{j}_B^{(1)} = -\frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} h_+ \\ h_\times \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (4.26)$$

$$\vec{j}_E^{(1)} = \frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\partial}{\partial z} \begin{pmatrix} h_\times \\ -h_+ \\ 0 \end{pmatrix} , \quad (4.27)$$

e as constantes:

$$\begin{aligned}\mu^{(0)} &= \rho_m^{(0)} + \frac{p^{(0)}}{\Gamma - 1} , \\ H^{(0)} &= \mu^{(0)} + p^{(0)} , \\ c_s^2 &= \frac{\Gamma p^{(0)}}{H^{(0)}} \text{ ou } \nabla p^{(1)} = c_s^2 \nabla \mu^{(1)} .\end{aligned}$$

A expressão encontrada para $\vec{j}_E^{(1)}$ difere por um sinal negativo da expressão encontrada por Moortgat (2006). Partindo do valor de $\vec{j}_E^{(1)}$ daquele autor, não é possível encontrar os outros resultados que ele obteve e que serão encontrados, novamente, utilizando o valor de $\vec{j}_E^{(1)}$ daqui, Equação (4.27). Inferi-se, então, que o valor de $\vec{j}_E^{(1)}$, apresentado neste trabalho, é o correto e aquele autor se equivocou ao escrever sua expressão.

Das Equações (4.24) e (4.25), com um pouco de "malabarismo" matemático, chega-se na equação diferencial geral que descreve o sistema acoplado de OGs em um plasma magnetizado, para a variável $\vec{v}^{(1)}(z, t)$:

$$\begin{aligned}\left(\frac{\partial^2}{\partial t^2} - u_m^2 \nabla \nabla \cdot \right) \vec{v}^{(1)} - \left[\vec{u}_A \frac{\partial^2}{\partial t^2} - (\vec{u}_A \cdot \nabla) \nabla \right] \vec{v}^{(1)} \cdot \vec{u}_A \\ = (\vec{u}_A \cdot \nabla)^2 \vec{v}^{(1)} - \vec{u}_A (\vec{u}_A \cdot \nabla) (\nabla \cdot \vec{v}^{(1)}) \\ + \frac{1}{\sqrt{4\pi\omega_{tot}}} \left[\nabla (\vec{u}_A \cdot \vec{J}_B^{(1)}) - \frac{\partial}{\partial t} (\vec{J}_E^{(1)} \times \vec{u}_A) - (\vec{u}_A \cdot \nabla) \vec{J}_B^{(1)} \right] .\end{aligned}\quad (4.28)$$

Torna-se necessário definir a velocidade de Alfvén generalizada - u_A - e a velocidade compressional mista - u_m :

$$u_A^2 = \frac{|\vec{B}^{(0)}|^2}{4\pi\omega_{tot}} , \quad (4.29)$$

$$u_m^2 = \frac{\gamma p^0}{\omega_{tot}} + \frac{|\vec{B}^{(0)}|^2}{4\pi\omega_{tot}} , \quad (4.30)$$

onde $\omega_{tot} = H^{(0)} + \frac{|\vec{B}^{(0)}|^2}{4\pi}$.

Para resolver o sistema de equações diferenciais algebricamente, aplica-se a transfor-

mada de Fourier, (B.4), tal que ω e k são a frequência e o vetor de onda dos modos MHD, respectivamente. Considera-se, a propagação da onda gravitacional ao longo do eixo- z , $\vec{k}_g = (0, 0, k_g)$, com um ângulo arbitrário em relação ao campo magnético ambiente, que está no plano $x - z$, $\vec{B}^{(0)} = B_x^{(0)}\hat{x} + B_z^{(0)}\hat{z}$. Além disso, a velocidade Alfvén e a velocidade do plasma perturbada são escritas, respectivamente, como: $\vec{u}_A = u_{A\perp}\hat{x} + u_{A\parallel}\hat{z}$ e $\vec{v}^{(1)}(z, t) = v_x^{(1)}(z, t)\hat{x} + v_y^{(1)}(z, t)\hat{y} + v_z^{(1)}(z, t)\hat{z}$. Então a relação de dispersão fica:

$$D\vec{v}^{(1)} = \mathbf{J}_{OG}^{(1)}, \quad (4.31)$$

onde

$$D = \begin{pmatrix} \omega^2(1 - u_{A\perp}^2) - k^2 u_{A\parallel}^2 & 0 & -(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp} \\ 0 & \omega^2 - k^2 u_{A\parallel} & 0 \\ -(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp} & 0 & \omega^2(1 - u_{A\parallel}^2) - k^2(u_m^2 - u_{A\parallel}^2) \end{pmatrix}, \quad (4.32a)$$

$$\mathbf{J}_{OG}^{(1)} = -u_{A\perp}\omega k \begin{pmatrix} u_{A\parallel}h_+ \\ u_{A\parallel}h_\times \\ -u_{A\perp}h_+ \end{pmatrix}. \quad (4.32b)$$

A Equação (4.31), juntamente com (4.32), descreve o acoplamento, *a priori*, para todos os sistemas que seguem as aproximações citadas neste capítulo. O lado esquerdo da Equação (4.31) é puramente magnetohidrodinâmico, tal que os modos Alfvén e magnetossônicos são retirados. O lado direito, puramente gravitacional, quando não-nulo e significativo, modifica o comportamento dos modos MHD, como uma fonte de perturbação das grandezas do plasma. A função $h_{+, \times}$ é arbitrária e deve ser utilizada no espaço das frequências. No próximo capítulo, duas funções para $h_{+, \times}$ serão inseridas na Equação (4.32b); no primeiro momento, analisaremos efeitos de uma função pulso $h_{+, \times}(z, t) = h_{+, \times} e^{i\omega_g(z-t)}$ (uma aproximação da emissão gravitacional em instantes antes do *merger* de sistemas binários compactos), comumente utilizada na literatura científica. E para uma abordagem mais completa, numa próxima seção, utilizaremos o sinal $h_{+, \times}$, Equações (3.31), para obter a evolução das grandezas perturbativas, ao longo da coalescência de sistemas binários, e identificaremos a contribuição para a deposição de energia da OG, na fase *spiral*, acoplada ao plasma fortemente magnetizado. Esta última ainda não foi abordada na literatura

científica.

Uma abordagem inicial é retirar uma solução homogênea para as ondas no plasma, o que exige calcular o determinante de D. Lembrando que $u_A^2 = u_{A\perp}^2 + u_{A\parallel}^2$ e $u_m^2 = c_s^2 + u_A^2$, vem:

$$\omega = \pm k_A u_{A\parallel} , \quad (4.33)$$

$$\omega = \pm \frac{k_{s,f}}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(u_m^2 + c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}\right) \sqrt{1 \pm \sqrt{(1 - \sigma)}}} , \quad (4.34)$$

sendo $\sigma(\theta) \equiv \frac{4c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}}{\left(u_m^2 + c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}\right)^2}$.

Estas soluções representam 6 equações que descrevem os modos excitados do plasma MHD. O sinal negativo dentro da raiz da Equação (4.34) se refere às ondas magnetossônicas lentas (*slow*), com velocidade de fase $u_s = \omega/k_s$, e o sinal positivo, às ondas magnetossônicas rápidas (*fast*), com velocidade de fase $u_f = \omega/k_f$, dadas na Equação (4.35). Os termos $1/(1 - u_A^2)$ na expressão (4.34), e suas derivações, não existem ou não foram explicitados nas expressões em Moortgat (2006). A inserção desse termo nas expressões não modifica a física, apenas a magnitude dos resultados.

O modo rápido, pela dependência com u_m , para um plasma de β_{pl} baixo, isto é, magnetizado fortemente, $u_A \gg c_s$, se reduz ao modo magneto-acústico ligeiramente alterado pela presença do gás com velocidade, essencialmente, dada pela Equação (4.29). Quando for um β_{pl} alto, $c_s \gg u_A$, se reduz a uma onda sonora com velocidade como na Equação (4.21). Já para o modo lento, o comportamento é o contrário.

O efeito acima pode ser visto, similarmente, sobre o ângulo entre a OG e o campo magnético. Para propagação da onda paralela ao campo magnético, $u_f \rightarrow u_A$ e $u_s \rightarrow c_s$, enquanto, para propagação perpendicular, $u_f \rightarrow u_m$ e $u_s \rightarrow 0$.

$$u_{f,s}^2 = c_s \frac{u_{A\parallel}}{\sqrt{1 - u_A^2}} \left(\frac{1 \pm \sqrt{1 - \sigma}}{\sqrt{\sigma}} \right) . \quad (4.35)$$

No próximo capítulo, torna-se necessário encontrar soluções do sistema linear não homogêneo, quando inseridos a fonte gravitacional. O que exige a inversa de D, dada

na Equação (4.37). As soluções podem ser escritas pela relação abaixo:

$$v_\alpha^{(1)} = \left(D^{-1} \vec{J}_{OG}^{(1)} \right)_\alpha, \quad (4.36)$$

onde

$$D^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{\omega^2(u_{A\parallel}^2 - 1) - k^2(u_m^2 - u_{A\parallel}^2)}{\Lambda} & 0 & \frac{(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp}}{\Lambda} \\ 0 & \frac{1}{\omega^2 - k^2u_{A\parallel}} & 0 \\ \frac{(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp}}{\Lambda} & 0 & \frac{\omega^2(1 - u_{A\perp}^2) - k^2u_{A\parallel}^2}{\Lambda} \end{pmatrix}, \quad (4.37)$$

sendo $\Lambda(\omega, k)$ o determinante da matriz D , dado por:

$$\Lambda(\omega, k) = u_{A\parallel}^2 c_s^2 k^4 + \omega^2 \left[(u_{A\perp}^2 - 1)u_m^2 + u_{A\parallel}^2 u_A^2 \right] k^2 - \omega^4 (u_A^2 - 1).$$

ou, em função de seus auto-valores:

$$\Lambda(\omega, k) = (1 - u_A^2)(\omega^2 - k^2 u_s^2)(\omega^2 - k^2 u_f^2).$$

4.3 Excitação do modo magnetossônico da onda MHD

Nesta seção, se faz necessária uma especialização das expressões encontradas. Considera-se um pulso de radiação gravitacional, $h(z, t) = h e^{i\omega_g(z-t)}$, emitido em instantes próximo ao *merger* de duas estrelas de nêutrons, se propagando através do plasma circundante às estrelas. A onda gravitacional é monocromática, plana, polarizada linearmente, $h_+(z, t)$, perpendicular ao campo magnético ambiente, que está, estritamente, no eixo- x , $\vec{B}^{(0)} = B^{(0)}\hat{e}_x$, de um vento ultrarrelativístico. Supõe-se que a matéria fortemente magnetizada circundante a binárias de estrelas de nêutrons tem um plasma com o parâmetro $\beta_{pl} = (c_s/v_a)^2 = 4\pi p/B^{(0)2} \ll 1$. Isto é, a pressão do gás pode ser desprezada com respeito à pressão magnética. E a corrente de deslocamento passa a ser importante (MOORTGAT, 2006), devido à velocidade clássica de Alfvén (BITTENCOURT, 2004), definida como:

$$v_A^2 \equiv \frac{B^{(0)2}}{4\pi\mu^{(0)}} \gg 1. \quad (4.38)$$

4.3.1 Referencial próprio

Com as aproximações citadas acima, desconsiderando a pressão ambiente em relação à densidade de matéria em repouso, assim, a entalpia se reduz à $H^{(0)} = \mu^{(0)}$ e aplicando nas equações do conjunto fechado (4.24) e (4.25), com a definição da velocidade de Alfvén (4.38), é possível encontrar uma equação diferencial particular para a variável $\vec{v}^{(1)}(\vec{r}, t)$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \vec{v}^{(1)}}{\partial t^2} - c_s^2 \nabla (\nabla \cdot \vec{v}^{(1)}) + \vec{v}_A \times \left\{ \nabla \times \left[\nabla \times (\vec{v}^{(1)} \times \vec{v}_A) \right] \right\} + \\ \vec{v}_A \times \left(\frac{\partial^2 \vec{v}^{(1)}}{\partial t^2} \times \vec{v}_A \right) = -\vec{v}_A^2 \frac{\partial^2 h_+^{(1)}}{\partial z \partial t} \hat{e}_z . \end{aligned} \quad (4.39)$$

Ao invés de resolver a equação diferencial (4.39) nas coordenadas espaciais e temporal, é mais fácil resolver uma equação algébrica associada, no espaço de Laplace (com $s \equiv ik$) e Fourier, utilizando as expressões (B.2) e (B.4). Desde que a frequência ou o número de onda seja uma pequena parte imaginária positiva, permitindo amortecimento ou crescimento, a transformada de Laplace é uma maneira de lidar com singularidades devido à ressonância e à resposta instável de um plasma a uma perturbação (LANDAU; LIFSHITZ, 1975).

Dessa forma, a perturbação $\vec{v}^{(1)}(\vec{r}, t)$ pode ser escrita como uma transformação de Fourier de $\tilde{\vec{v}}^{(1)}(\vec{k}, \omega)$. Já o termo gravitacional, $h_+(z, t) = h_+ e^{i\omega_g(z-t)}$, após a transformação de Laplace, lembrando que a frequência da onda MHD é $\omega = k$, é dado por:

$$\tilde{h}_+(k, \omega) = \frac{ih_+\omega}{2} \frac{\omega + k}{\omega_g - k} \delta(\omega - \omega_g) ,$$

onde $\delta(\omega - \omega_g)$ é a função de delta de Dirac e mostra que a quantidade de energia depositada ao plasma é máxima quando as ondas gravitacional e MHD são coerentes. O caráter ressonante é esperado para uma função pulso.

Portanto, a equação algébrica para a variável $\tilde{\vec{v}}^{(1)}(k, \omega)$ (com os índices \sim subentendidos, para limpar um pouco a notação) fica:

$$\begin{aligned}
-\omega^2 \vec{v}^{(1)} + (c_s^2 + v_A^2) (\vec{k} \cdot \vec{v}^{(1)}) \vec{k} + (\vec{k} \cdot \vec{v}_A) [(\vec{v}_A \cdot \vec{k}) \vec{v}^{(1)} - (\vec{k} \cdot \vec{v}^{(1)}) \vec{v}_A - (\vec{v}_A \cdot \vec{v}^{(1)}) \vec{k}] - \\
\omega^2 v_A^2 \vec{v}^{(1)} + \omega^2 \vec{v}_A (\vec{v}^{(1)} \cdot \vec{v}_A) = -\frac{ih_+\omega v_A^2}{2} \frac{\omega + k}{\omega_g - k} \delta(\omega - \omega_g) \hat{e}_z .
\end{aligned} \tag{4.40}$$

A onda gravitacional se propaga perpendicularmente ao campo magnético ambiente, desde que $v_A \propto B^{(0)}$, então $\vec{v}_A \cdot \vec{k} = 0$. Supondo que a perturbação está na direção de propagação da onda gravitacional, $\vec{v}^{(1)} \cdot \vec{k} = v_z^{(1)} k$, a solução⁸ da Equação (4.40) é dada por:

$$v_z(\omega, k) = \frac{ih_+\omega}{2} \frac{u_A^2}{\omega^2 - k^2 u_A^2} \frac{\omega + k}{\omega_g - k} \delta(\omega - \omega_g) , \tag{4.41}$$

onde $u_A^2 \equiv v_A^2/(1 + v_A^2)$ é a velocidade de Alfvén generalizada, dado que $v_A^2 \gg c_s^2$ (baixo β_{pl}).

A partir das Equações (4.24), aplicando as transformadas de Laplace e Fourier, as grandezas perturbativas que descrevem o plasma fora do equilíbrio são escritas em função da velocidade perturbativa $v_z^{(1)}$:

$$\frac{B_x(\omega, k)}{B^{(0)}} = \frac{\omega + k u_A^2}{(\omega + k) u_A^2} v_z(\omega, k) , \tag{4.42a}$$

$$\frac{E_y(\omega, k)}{B^{(0)}} = -v_z(\omega, k) , \tag{4.42b}$$

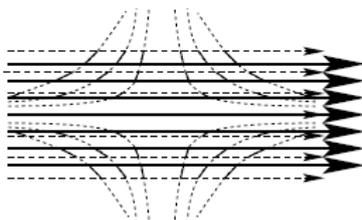
$$\frac{\mu^{(1)}(\omega, k)}{\mu^{(0)}} = \frac{k}{\omega} v_z(\omega, k) , \tag{4.42c}$$

$$j_y(\omega, k) = i \frac{\mu^{(0)} \omega}{B^{(0)}} v_z(\omega, k) . \tag{4.42d}$$

A perturbação do campo magnético está ao longo do campo de fundo, correspondendo à compressão (aumento da intensidade do campo) ou à rarefação (diminuição do campo) das linhas de campo, como mostra a Figura 4.1. Note que as linhas de campo permanecem em linha reta sobre a ação da OG. Os vetores $\vec{E}^{(1)}$, $\vec{B}^{(1)}$, \vec{k} são

⁸Para evitar excesso de notação, os índices (1) são retirados das grandezas perturbativas. Retornam quando há ambiguidade de notação.

Figura 4.1 - Esboço de uma OG viajando perpendicularmente através de um campo magnético congelado no plasma ideal.



Movimentos de maré da OG são indicados com linhas pontilhadas. As linhas e, respectivamente, linhas tracejadas com setas são as linhas de campo magnético de metade de um ciclo de intervalo. Seus deslocamento individuais relativos são apresentados por seções em negrito ao longo de curvas de maré.

Fonte: Papadopoulos et al. (2001)

perpendiculares entre si, fazendo com que a onda no plasma excitada pelas OGs tenha uma propagação paralela ($\vec{k} \parallel \vec{B}^{(0)}$) e modo transversal ($\vec{E}^{(1)} \perp \vec{k}$). Essas ondas geradas são chamadas de ondas magnetossônicas. Sua polarização é linear - o vetor de campo elétrico sempre aponta para a mesma direção. E o plasma se comporta como um fluido compressível, pois $\nabla \cdot \vec{v}^{(1)} \neq 0$.

Como resultado, nenhuma excitação de onda Alfvén é esperada ocorrer pela polarização h_+ da OG em primeira ordem. Não há perturbações no campo magnético que causa cisalhamento das linhas de campo. Espera-se tal acoplamento, com as mesmas condições, em um cálculo de alta ordem (PAPADOPOULOS et al., 2001).

As grandezas perturbativas no domínio (\vec{r}, t) podem ser determinadas com auxílio das transformadas inversas de Laplace e Fourier. Assim, aplicando as transformadas nas expressões (4.42) é possível encontrar⁹:

⁹As constantes são explícitas no Anexo C, 141.

$$\frac{E_y(z, t)}{u_A B^{(0)}} = \zeta \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \zeta_1 e^{-i\Delta k z} - \zeta_2 e^{-2ikz} \right] \right\}, \quad (4.43a)$$

$$-\frac{v_z(z, t)}{u_A} = \zeta \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \zeta_1 e^{-i\Delta k z} - \zeta_2 e^{-2ikz} \right] \right\}, \quad (4.43b)$$

$$\frac{B^{(0)} j_y(z, t)}{u_A \mu^{(0)} \omega_g} = \zeta \Im \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \zeta_1 e^{-i\Delta k z} - \zeta_2 e^{-2ikz} \right] \right\}, \quad (4.43c)$$

$$\frac{B_x(z, t)}{B^{(0)}} = \zeta \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \zeta_3 e^{-i\Delta k z} - \zeta_2 e^{-2ikz} \right] \right\}, \quad (4.43d)$$

$$-\frac{\mu(z, t)}{\mu^{(0)}} = \zeta \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \zeta_4 e^{-i\Delta k z} - \zeta_2 e^{-2ikz} \right] \right\}. \quad (4.43e)$$

Lembrando que o plasma está altamente magnetizado, $v_A^2 \gg 1$ ou $u_A^2 \approx 1$, e considerando que a interação das ondas são mais eficientes se elas são ressonantes - coerentes - consequentemente, $\Delta k = k - \omega_g \approx 0$. Realiza-se uma expansão de Taylor nas Equações (4.43) em torno de $\Delta k = 0$, de forma que $e^{-i\Delta k z} \simeq 1 - iz\Delta k - \frac{z^2}{2}\Delta k^2 - \dots$, restando apenas os termos dominantes, já que $\zeta_2 = u_A \xi \left(\frac{\Delta k}{\omega_g} \right)$:

$$\frac{E_y(z, t)}{u_A B^{(0)}} \simeq -\frac{h_+}{2} k z \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.44a)$$

$$\frac{v_z(z, t)}{u_A} \simeq -\frac{h_+}{2} k z \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.44b)$$

$$\frac{B^{(0)} j_y(z, t)}{u_A \mu^{(0)} \omega_g} \simeq \frac{h_+}{2} k z \Re \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.44c)$$

$$\frac{B_x}{B^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} k z \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.44d)$$

$$\frac{\mu(z, t)}{\mu^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} k z \Re \left[e^{ik(z-u_A t)} \right]. \quad (4.44e)$$

As Equações (4.44) descrevem as perturbações originadas pela excitação de ondas *fast* magnéto-acústica que se propagam com a velocidade de Alfvén, próxima a velocidade da luz, na mesma direção em que a onda gravitacional e cresce linearmente com a distância z .

4.3.2 Referencial do observador

Considere agora a dinâmica do sistema para um referencial em repouso (laboratório). O plasma segue relativisticamente na direção z com fator de Lorentz $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$. As grandezas perturbativas que descrevem o plasma neste referencial são encontradas ou pelas transformações de Lorentz (D'INVERNO, 1992) sobre as Equações (4.24), a partir daí resolvendo da mesma maneira como foi apresentada na Seção 4.3.1, ou realizando as transformações de Lorentz nas expressões finais (4.43), desde que o *boosting* é linear e a fase da onda plana é um invariante¹⁰. Esta última abordagem é utilizada ao longo das próximas linhas.

As grandezas do referencial comóvel serão representadas com "linha"e, do referencial de laboratório, sem "linha". Portanto, para um referencial S' se movendo com parâmetro β na direção z em relação a um referencial S, as variáveis se transformam como:

$$t = \gamma(t' + \beta z') , \quad (4.45a)$$

$$z = \gamma(z' + \beta t') , \quad (4.45b)$$

ou, usando o formalismo de transformação tensorial, o tensor de *boost* Λ^a_b é dado por:

$$\Lambda^a_b = \begin{pmatrix} \gamma & 0 & 0 & -\gamma\beta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ -\gamma\beta & 0 & 0 & \gamma \end{pmatrix} . \quad (4.46)$$

Do tensor de Maxwell, Equação (4.11), aplicando a transformação tensorial $F'^{ab} = \Lambda^a_c \Lambda^b_d F^{cd}$, seguem as relações eletromagnéticas entre os referenciais:

¹⁰Pelos postulados da Relatividade Restrita, os observadores nos dois referenciais - laboratório e comóvel - devem observar uma onda plana, pois, em princípio, uma distorção da geometria da onda permitiria que o observador no referencial do laboratório pudesse afirmar que está em movimento (D'INVERNO, 1992).

$$\begin{aligned}
E_x &= \gamma[E'_x + \beta B'_y] & B_x &= \gamma[B'_x - \beta E'_y], \\
E_y &= \gamma[E'_y - \beta B'_x] & B_y &= \gamma[B'_y + \beta E'_x], \\
E_z &= E'_z & B_z &= B'_z.
\end{aligned} \tag{4.47}$$

Como consequência direta das expressões (4.47), obtêm-se $E_z^{(0)} = 0$, $E_y^{(0)} = -\beta B_x$ e $B_x^{(0)} = \frac{B_x^{(0)}}{\gamma}$. A transformação da velocidade de Alfvén generalizada é $u'_A = \frac{u_A - \beta}{1 - \beta u_A}$, derivada das Equações (4.45). E, para a velocidade perturbativa do fluido, sua transformação é dada por $v'_z \approx \gamma^2 v_z$. As relações entre os referenciais da densidade de matéria μ e da densidade de corrente elétrica no sentido j_y são, respectivamente, $\mu' = \gamma^2 \mu$ e $j'_y = j_y$. Por fim, as outras grandezas envolvidas na descrição do plasma não sofrem alteração ou por serem constantes ou por não estarem na direção z .

As Equações (4.43) para um observador em repouso, isto é, referencial de laboratório, com base nas transformações citadas, são dadas por:

$$\frac{E_y(z, t)}{u_A B^{(0)}} = \Lambda \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \Lambda_1 e^{-i\Delta k z} - \Lambda_2 e^{-2ikz} \right] \right\}, \tag{4.48a}$$

$$-\frac{B_x(z, t)}{B^{(0)}} = \Lambda \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \Lambda_3 e^{-i\Delta k z} - \Lambda_4 e^{-2ikz} \right] \right\}, \tag{4.48b}$$

$$-\frac{v_z(z, t)}{u_A - \beta} = \Lambda \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \Lambda_5 e^{-i\Delta k z} - \Lambda_6 e^{-2ikz} \right] \right\}, \tag{4.48c}$$

$$\frac{B^{(0)} j_y(z, t)}{u_A \mu^{(0)} \omega_g} = \Lambda \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \Lambda_7 e^{-i\Delta k z} - \Lambda_8 e^{-2ikz} \right] \right\}, \tag{4.48d}$$

$$-\frac{\mu(z, t)}{\mu^{(0)}} = \lambda \Re \left\{ e^{ik(z-u_A t)} \left[1 - \Lambda_9 e^{-i\Delta k z} - \Lambda_6 e^{-2ikz} \right] \right\}, \tag{4.48e}$$

onde $\Delta k' = \omega_g \left(\frac{1}{u_A} - 1 \right)$ e $\omega'_g = \omega_g \frac{(1+\beta)}{\sqrt{1-\beta^2}}$. As constantes $\lambda, \Lambda, \Lambda_1, \Lambda_2, \dots, \Lambda_9$ são explicitadas no Anexo C, 141.

Com a condição de plasma altamente magnetizado, $u_A^2 \approx 1$, realiza-se, como no referencial comóvel, expansão de Taylor nas expressões (4.48) em torno de $\Delta k = 0$, obtém-se:

$$-\frac{E_y(z, t)}{u_A B^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} (1 - \beta) k z \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.49a)$$

$$\frac{B_x(z, t)}{B^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} (1 - \beta) k z \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.49b)$$

$$\frac{v_z(z, t)}{u_A - \beta} \simeq \frac{h_+}{2} (1 - \beta) k z \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.49c)$$

$$\frac{B^{(0)} j_y(z, t)}{u_A \hat{\mu}^{(0)} \omega_g} \simeq \frac{h_+}{4} \frac{kz}{\gamma^2} \Re \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.49d)$$

$$\frac{\mu(z, t)}{\mu^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{4} \frac{kz}{\gamma^2} \Im \left[e^{ik(z-u_A t)} \right], \quad (4.49e)$$

onde $\hat{\mu}^{(0)} \equiv \frac{B^{(0)^2}{4\pi}}{u_A} \frac{1-u_A^2}{u_A}$. Compara-se as expressões (4.44) e (4.49), as soluções crescem linearmente com a distância z e com a frequência da onda gravitacional, $k = \omega$. Aparentemente, observa-se que o acoplamento quando o plasma escapa com velocidade relativística é menos eficiente do que o plasma em repouso com respeito à fonte de onda gravitacional.

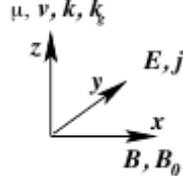
A OG viaja na direção positiva de z , deforma anéis de partícula do plasma no plano $x - y$ em elipses com eixos alternando periodicamente ao longo da direção do campo magnético (eixo- x) e do eixo- y . Conseqüentemente, o campo uniforme é periodicamente comprimido e dilatado, conduzindo a uma modulação da intensidade do campo magnético, que resulta em gradientes de pressão magnética na direção- z (Figura 4.2), na tentativa de restabelecer um campo uniforme, excita parte da matéria comprimida pela onda magneto-acústica. A onda gravitacional age como um direcionador, dado que a evolução das ondas magnetossônicas rápidas com amplitude é proporcional à amplitude e frequência da OG e à intensidade do campo magnético de fundo (MOORTGAT, 2006).

4.3.3 Estimativa da energia depositada no plasma

Como citado nos capítulos anteriores, o ambiente de binária de estrelas de nêutrons, com campo $B \sim 10^7$ T, é composto de um vento de pares elétron-pósitron ¹¹ com alto fator de Lorentz ($\gamma \sim 10^2$). Na verdade, devido às linhas de campo abertas, uma estabilidade na densidade de Goldreich-Julian de carga não pode ser mantida em todo lugar. Processos com as partículas "primárias" (com fatores $\gamma \sim 10^7$) carregadas, tais como curvatura da radiação e emissão de Compton Inverso, resultam em uma

¹¹Se estes não forem seus constituintes, o importante é que a composição do plasma satisfaça a condição de MHD ideal.

Figura 4.2 - Polarização das grandezas perturbadas no plasma.



São representadas as direções das grandezas perturbadas pela excitação das ondas magnetossônicas *fast*. Destaca-se a coerência das ondas gravitacional e MHD, e o campo $\vec{B}^{(1)}$ perturbado paralelo ao campo de fundo.

Fonte: Moortgat (2006)

casca de pares e^\pm "secundários", cujo fator de Lorentz, conseqüentemente, é $\gamma \sim 10^2$. Ajusta-se a densidade do vento local dentro do cilindro de luz ($\leq R_L = c/\Omega \simeq 300$ km) à densidade de Goldreich-Julian da ordem de $n_{GJ} \sim 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ (BESKIN et al., 1993), dada a rotação orbital da binária nos instantes finais da fase *spiral* da ordem de $\Omega \sim 10^3$ rad/s.

A frequência da onda gravitacional emitida pelo sistema, na sua última orbita mais estável (ISCO), é da ordem de $\omega_g = 4\pi \cdot 10^3$ rad/s, para uma distância da ordem de $\sim 10^6$ m da fonte; considerando que os parâmetros de fundo permanecem constantes dentro do raio do cilindro de luz (R_L), onde as linhas de campo magnético continuam fechadas. Porém, é importante que a região de interação entre as ondas permita conter um ciclo de onda gravitacional. Em Papadopoulos et al. (2001), o comprimento desta região foi dado como $r \approx \frac{\lambda_g}{2\pi(1-v_A/c)}$, isto é, quanto menor o parâmetro β_{pl} , maior deve ser esta distância, chegando a milhares de vezes o valor de λ_g . Já, em Servin e Brodin (2003), uma estimativa da região em que o campo magnético $B^{(1)}$ seja comparável ao campo não perturbado é $r \sim \lambda_g/h_+ \sim 10^8$ m. Outra forma é considerar a extensão da região de interação poderia ser $r \ll 1/\Delta k \sim 0,03pc$ ($\sim 10^{14}$ m), distância em que o plasma está livre de força (MOORTGAT, 2006), lembrando que Δk representa a coerência das duas ondas. Entretanto, nesta seção, observando que o campo magnético de fundo decai como dipolo $B^{(0)} = B_\star(R_\star/r)^3$, a energia total do campo magnético depende do raio da estrela R_\star e, inversamente, da distância de interação, que consideramos o raio de luz R_L , dada a equação de B_x em (4.49) e amplitude de OG, $h_+ \sim 10^{-3}$, fica:

$$U_B = r^3 \frac{[B^{(1)}]^2}{2\mu_0} \sim 10^{31} J .$$

A quantidade total de energia que é transferida da OG ao plasma é substancial, mas para este caso ainda é muito menor que a média de energia observada do GRB (MORTGAT, 2006). Contrário dos resultados de Macedo e Nelson (1983), Servin et al. (2000), a conversão entre as ondas não se torna eficiente para plasma tênues, isto é a quantidade de energia transferida não é limitada pela densidade do plasma, basta observar as Equações (4.48). O modelo apresentado é idealizado em muitas maneiras: um fundo uniforme, ondas monocromáticas, vento ultra-relativístico, pressão negligenciada. Portanto, um cálculo mais rigoroso será abordado no próximo capítulo e outras estimativas da energia depositada no plasma serão necessárias.

5 EXCITAÇÃO DOS MODOS ALFVÉN E MAGNETOSSÔNICO ATRAVÉS DAS OGs

O transporte de ondas MHD através de ondas gravitacionais é interessante em fontes compactas fortemente magnetizadas com emissão de radiação gravitacional de alta frequência. Os modos não-radiais de estrelas relativísticas produzem OG com frequências da ordem de kHz. Essa excitação pode ocorrer de várias maneiras:

- No colapso de núcleo de uma estrela ordinária, levando à formação de um estrela de nêutrons;
- Em ENs recém nascidas, os modos- r e - f quadrupolos podem se tornar instáveis à emissão de radiação gravitacional, devido à instabilidade *Chandrasekhar-Friedman-Schutz* (CFS) (ANDERSSON; KOKKOTAS, 2001);
- Em *merger* de binárias de ENs, o objeto resultado da fusão das duas estrelas pode emitir grande amplitude de OG, devido à excitação dos seus modos não-radiais (SHIBATA; URYU, 2001);
- Por fim, no acoplamento do *spin-down* da EN com campo magnético muito grande, levando a ruptura da crosta, o modo quadrupolo *torsional* na crosta da estrela pode ser excitado (DUNCAN, 1998).

Em todos os casos acima citados, a onda gravitacional de alta frequência viaja através da magnetosfera de objetos compactos. E, provavelmente, são acompanhadas por ventos livre de força ultrarrelativísticos. Assumindo as aproximações de campo fraco e MHD ideal, as várias maneiras citadas seguem à proposta abordada no capítulo anterior e podem ser descritas pelo modelo apresentado.

Na Seção 5.1, o estudo é estendido a um caso mais geral: OGs, monocromáticas, emitidas próximo ao *merger*, se propagando com ângulos arbitrários ao campo magnético de fundo que está no plano (x, z) . Também nos dois referenciais, comóvel e laboratório. Encontramos, assim como Moortgat e Kuijpers (2004), que o modo Alfvén é excitado pela polarização \times e que os modos *slow* e *fast* magneto-acústicos se acoplam a polarização $+$ da onda gravitacional. O mesmo tratamento é feito na Seção 5.2, porém agora analisando a excitação das ondas MHD por ondas gravitacionais lançadas ao plasma circundante à binárias de estrelas de nêutrons, durante a coalescência do sistema, fazendo a frequência da radiação gravitacional varia de ≈ 300 Hz a cerca de 1.5 kHz. Em posse das equações que descrevem a excitação das

ondas MHD no plasma, podemos calcular a quantidade de energia da OG depositada no plasma.

5.1 Acoplamento próximo ao *merger*

No capítulo anterior, o campo magnético ambiente se encontrava no eixo- x , de forma que a onda gravitacional interagiu perpendicularmente com o campo magnético, excitando ondas magneto-sônicas no plasma, associadas à amplitude h_+ da OG. Daqui em diante, não há restrição do ângulo entre a propagação da OG e o campo magnético de fundo, apenas permitindo que este esteja no plano $x - z$, sem perda de generalidade. Nenhuma consideração *a priori* é feita sobre a temperatura, e, distintamente do caso anterior, a pressão de equilíbrio do sistema não é negligenciada. As aproximações MHD continuam válidas - fluido sem colisões, viscosidade e resistividade insignificante, sem fluxo de calor.

Em primeiro lugar, adequaremos a Equação (4.31), que descreve o acoplamento geral entre o plasma magnetizado e a radiação gravitacional, com a função $h_{+,x}$ impulsiva, monocromática, plana, $h_{+,x}(z, t) = h_{+,x} e^{i\omega_g(z-t)}$, do capítulo anterior. Substituindo na expressão (4.26) e aplicando a transformação, temporal, de Fourier (B.4) e, espacial, de Laplace (B.2), as expressões $\vec{j}_B^{(1)}$ e $\vec{j}_E^{(1)}$ ficam:

$$\vec{j}_B^{(1)} = -\frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{\omega}{\omega_g - k} \begin{pmatrix} h_+ \\ h_x \\ 0 \end{pmatrix} \delta(\omega - \omega_g) ,$$

$$\vec{j}_E^{(1)} = -\frac{B_x^{(0)}}{2} \frac{k}{\omega_g - k} \begin{pmatrix} h_x \\ -h_+ \\ 0 \end{pmatrix} \delta(\omega - \omega_g) .$$

5.1.1 Referencial comóvel

Com base nas considerações acima, a relação de dispersão, Equação (4.31), fica:

$$D\vec{v}^{(1)} = \mathbf{J}_{OG}^{(1)} , \quad (5.1)$$

onde

$$D = \begin{pmatrix} \omega^2(1 - u_{A\perp}^2) - k^2 u_{A\parallel}^2 & 0 & -(\omega^2 - k^2) u_{A\parallel} u_{A\perp} \\ 0 & \omega^2 - k^2 u_{A\parallel} & 0 \\ -(\omega^2 - k^2) u_{A\parallel} u_{A\perp} & 0 & \omega^2(1 - u_{A\parallel}^2) - k^2(u_m^2 - u_{A\parallel}^2) \end{pmatrix}, \quad (5.2a)$$

$$\mathbf{J}_{OG}^{(1)} = -\frac{i\omega^2 u_{A\perp}}{\omega_g - k} \begin{pmatrix} u_{A\parallel} h_+ \\ u_{A\parallel} h_\times \\ -u_{A\perp} h_+ \end{pmatrix} \delta(\omega - \omega_g), \quad (5.2b)$$

lembrando que $\vec{u}_A = u_{A\perp} \hat{x} + u_{A\parallel} \hat{z}$ e $\vec{v}^{(1)} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$.

Já é conhecida, do capítulo anterior, a solução homogênea do sistema, Equação (5.1), que descreve as velocidades de fase $u_{A\parallel} = \omega/k_A$, $u_{f,s} = \omega/k_{f,s}$ dos modos Alfvén e magnetossônicos, respectivamente:

$$\omega = \pm k_A u_{A\parallel}, \quad (5.3)$$

$$\omega = \pm \frac{k_{s,f}}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(u_m^2 + c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}\right) \sqrt{1 \pm \sqrt{1 - \sigma}}}, \quad (5.4)$$

sendo $\sigma(\theta) \equiv \frac{4c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}}{\left(u_m^2 + c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}\right)^2}$, com $\theta = \tan^{-1}(u_{A\perp}/u_{A\parallel})$.

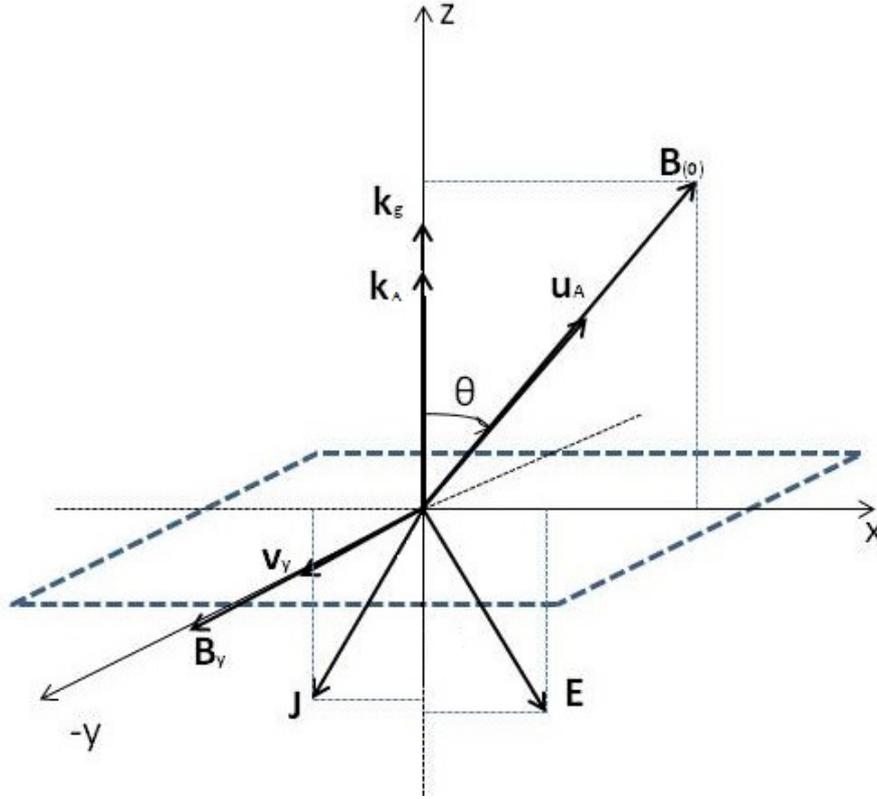
As soluções do sistema linear não-homogêneo são encontradas, dada a inversa de D , Equação (4.37), e $\mathbf{J}_{OG}^{(1)}$, Equação (5.2b), pelo sistema:

$$v_\alpha^{(1)} = \left(D^{-1} \vec{J}_{OG}^{(1)}\right)_\alpha. \quad (5.5)$$

5.1.1.1 Ondas Alfvén

A polarização \times da onda gravitacional se acopla ao modo Alfvén excitado no plasma. A solução desta onda no espaço (ω, k) sai do termo D_{yy}^{-1} . De $v_y = D_{yy}^{-1} J_{OG_{yy}}^{(1)}$, vem:

Figura 5.1 - Polarização das componentes do modo Alfvén.



Polarização das grandezas perturbativas da onda Alfvén excitadas pelo acoplamento da onda gravitacional com o plasma.

Fonte: Produção do autor.

$$v_y^{(1)}(k, \omega) = -\frac{i h_{\times} \omega u_{A\parallel} u_{A\perp}}{2 \omega^2 - k^2 u_{A\parallel}^2} \frac{(\omega + k)}{(\omega_g - k)} \delta(\omega - \omega_g) . \quad (5.6)$$

A contraparte no espaço de Fourier da função impulsiva h_{\times} possui caráter ressonante nas frequências, isto é, as perturbações desenvolvidas pelo acoplamento são maiores quando há coerência entre as ondas, em concordância com o resultado preliminar do Capítulo 4.

O vetor de onda Alfvén (OA) \vec{k}_A é tido paralelo ao vetor de OG \vec{k}_g . Por sua vez, a propagação das ondas é paralela ao campo magnético de fundo ($\vec{k}_A \parallel \vec{B}^{(0)}$), tal que a perturbação da velocidade se dá, perpendicularmente, a esta propagação ($\vec{v} \perp \vec{k}_A$) e ao campo $\vec{B}^{(0)}$ ($\vec{v}^{(1)} \perp \vec{B}^{(0)}$), como apresentado no diagrama cartesiano na Figura 5.1.

As outras grandezas que descrevem o plasma são calculadas com base nas Equações (4.24), em função de $v_y^{(1)}$ e são dadas abaixo, Equações (5.7). Nesta situação, o acoplamento não causa perturbação na pressão $p^{(1)}$ e na densidade de matéria-energia $\mu^{(1)}$, já que as ondas Alfvén são não-compressionais. Porém, a divergência do campo elétrico não é nulo, conseqüentemente, as ondas de Alfvén são acompanhadas por perturbações na densidade de carga.

$$-\frac{E_z^{(1)}(k, \omega)}{B_x^{(0)}} = \frac{E_x^{(1)}(k, \omega)}{B_z^{(0)}} = -v_y^{(1)}(k, \omega) , \quad (5.7a)$$

$$B_y^{(1)}(k, \omega) = -v_y^{(1)}(k, \omega) \frac{B_x^{(0)}}{u_{A\parallel} u_{A\perp}} \frac{\omega + k u_{A\parallel}^2}{\omega + k} , \quad (5.7b)$$

$$j_x^{(1)}(k, \omega) = -\frac{i\omega}{4\pi} \frac{1 - u_{A\parallel}^2}{u_{A\parallel}^2} E_x^{(1)} , \quad (5.7c)$$

$$j_z^{(1)}(k, \omega) = \frac{i\omega}{4\pi} B_x^{(0)} v_y^{(1)}(k, \omega) , \quad (5.7d)$$

$$\rho^{(1)}(k, \omega) = \frac{ik}{4\pi} E_z^{(1)}(k, \omega) . \quad (5.7e)$$

As polarizações dos vetores acima perturbados devido ao acoplamento estão representadas na Figura 5.1.

Com auxílio das expressões (5.7) no espaço das frequências, torna-se trivial achar as perturbações no espaço $z - t$. Definindo as fases como $\phi_A^\pm \equiv \pm k_A z - \omega t$ e $\phi_g \equiv \omega_g(z - t)$, as soluções das grandezas perturbativas, com auxílio das transformadas inversas de Fourier e Laplace (Anexo B, 139), lembrando que $\tan \theta = u_{A\perp}/u_{A\parallel}$, ficam:

$$\frac{v_y^{(1)}(z, t)}{u_{A\perp}} = \frac{h_\times}{4} \left[\frac{1 + u_{A\parallel}}{1 - u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^+} - \frac{1 - u_{A\parallel}}{1 + u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^-} - 4 \frac{u_{A\parallel}}{1 - u_{A\parallel}^2} e^{i\phi_g} \right], \quad (5.8a)$$

$$\frac{B_y^{(1)}(z, t)}{B_x^{(0)}} = \frac{h_\times}{4} \left[\frac{1 + u_{A\parallel}}{1 - u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^+} + \frac{1 - u_{A\parallel}}{1 + u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^-} - 2 \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{1 - u_{A\parallel}^2} e^{i\phi_g} \right], \quad (5.8b)$$

$$\frac{\rho^{(1)}(z, t)}{iB_x^{(0)}\omega_g \tan \theta} = \frac{h_\times}{4} \left[\frac{1 + u_{A\parallel}}{1 - u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^+} + \frac{1 - u_{A\parallel}}{1 + u_{A\parallel}} e^{i\phi_A^-} - 4 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_{A\parallel}^2} e^{i\phi_g} \right], \quad (5.8c)$$

$$-j_x^{(1)}(z, t) = \frac{i\omega_g}{4\pi} \frac{1 - u_{A\parallel}^2}{u_{A\parallel}^2} E_x^{(1)}(z, t), \quad (5.8d)$$

$$j_z^{(1)}(z, t) = \frac{i\omega_g}{4\pi} E_z^{(1)}(z, t), \quad (5.8e)$$

$$-\frac{E_z^{(1)}(z, t)}{B_x^{(0)}} = \frac{E_x^{(1)}(z, t)}{B_z^{(0)}} = -v_y^{(1)}(k, \omega). \quad (5.8f)$$

As soluções são oscilações no espaço e no tempo, dependentes das frequências da onda Alfvén e da onda gravitacional e fortemente dependente da amplitude da radiação gravitacional e do campo magnético, implícito na velocidade Alfvén.

As condições para a evolução das soluções das ondas Alfvén são menos favoráveis, comparadas às ondas magnetossônicas (condições apresentadas na próxima seção), por causa da dependência angular da condição de ressonância. Para interagir coerentemente com a OG ($\Delta k = k_A - \omega_g \approx 0$), a velocidade de fase $u_{A\parallel}$ da OA tem que aproximar da velocidade da luz ($u_{A\parallel} = u_A \cos \theta \rightarrow 1$). Isto significa que o vetor de onda Alfvén deve ser quase paralelo ao campo magnético de fundo (pois $\vec{B}^{(0)} = B^{(0)} \cos \theta \hat{z}$). Por outro lado, as amplitudes das Equações (5.8) são proporcionais a componente transversal $B \sin \theta \simeq B^{(0)} \theta$, para baixos ângulos. Portanto, no limite ultrarrelativístico, onde a fase $u_{A\parallel} \rightarrow 1$, a interação coerente com a OG é possível, menos eficiente que no modo magnetossônico.

É fácil observar que a amplitude do recuo da onda Alfvén $\propto (1 + u_{A\parallel})^{-1}$ é menos dominante que a frente de onda $\propto (1 - u_{A\parallel})^{-1}$. Isto é:

$$(1 + u_{A\parallel})^{-1} \ll (1 - u_{A\parallel})^{-1}.$$

Do limite ultrarrelativístico, a frente de onda evolui linearmente com a distância, com $k_A = \omega/u_{A\parallel} \approx \omega + \Delta k$ (para primeira ordem em Δk), por exemplo, $v_y^{(1)}$ das Equações (5.8), fica:

$$\begin{aligned} \frac{v_y^{(1)}(z, t)}{u_{A\perp}} &\simeq \frac{h_\times}{2} \left[\frac{e^{i\phi_A^+} - e^{i\phi_g}}{1 - u_{A\parallel}} \right] \\ &\simeq \frac{h_\times}{2} e^{i\phi_g} \left[\frac{e^{i(k_A - \omega_g)z} - 1}{1 - u_{A\parallel}} \right]. \end{aligned}$$

Mas, assumindo ainda a coerência das ondas $k_A - \omega_g \approx 0$, com expansão de Taylor, tem-se:

$$\frac{e^{i(k_A - \omega_g)z} - 1}{1 - u_{A\parallel}} \approx \frac{1 + i\Delta kz - 1}{1 - \omega/k_A} = \frac{k_A}{\Delta k} i\Delta kz = \frac{\omega}{u_{A\parallel} \Delta k} i\Delta kz .$$

Logo, $v_y^{(1)}$ fica:

$$v_y^{(1)}(z, t) \simeq i \frac{h_\times}{2} \frac{u_{A\perp}}{u_{A\parallel}} \omega_g z e^{i\phi_g} ,$$

ou, usando as expressões das velocidades de fase $u_{A\parallel}$ e $u_{A\perp}$, finalmente, tem-se:

$$v_y^{(1)}(z, t) \simeq -\frac{h_+ \operatorname{sen}\theta}{2 \cos\theta} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] . \quad (5.9)$$

Note que, no decorrer da fatoração, $\omega \rightarrow \omega_g$, quando se assume a coerência das ondas Alfvén com a onda gravitacional. Analogamente, as perturbações, Equações (5.8), ultrarrelativísticas ficam:

$$\frac{B_y^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}} \simeq -\frac{h_{\times}}{2} \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.10a)$$

$$\frac{\rho^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}\omega_g} \simeq -\frac{h_{\times}}{2} \frac{\text{sen}^2\theta}{\cos^2\theta} \omega_g z \Re[e^{i\phi_g}] , \quad (5.10b)$$

$$\frac{E_x^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}} \simeq \frac{h_{\times}}{2} \text{sen}\theta \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.10c)$$

$$\frac{E_z^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}} \simeq -\frac{h_{\times}}{2} \frac{\text{sen}^2\theta}{\cos\theta} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.10d)$$

$$\frac{4\pi j_x^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}\omega_g} \simeq -\frac{h_{\times}}{2} \frac{\text{sen}^3\theta}{\cos^2\theta} \omega_g z \Re[e^{i\phi_g}] , \quad (5.10e)$$

$$\frac{4\pi j_z^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}\omega_g} \simeq -\frac{h_{\times}}{2} \frac{\text{sen}^2\theta}{\cos\theta} \omega_g z \Re[e^{i\phi_g}] . \quad (5.10f)$$

A dependência do ângulo de inclinação da OG com o campo magnético é bem notável, além de que as oscilações crescem linearmente com a distância e com a frequência da onda gravitacional. Para a condição de ressonância, $\theta \rightarrow 0^\circ$, então, a interação não é muito eficiente comparada ao modo magnetossônico, já que o termo $\text{sen}\theta$ está no numerador.

Em [Moortgat \(2006\)](#) não foram desenvolvidas as expressões (5.10). Aquele autor apenas apresentou a componente do campo magnético perturbado, mesmo assim, esta componente apresenta sinal diferente da expressão acima. Outro possível erro de digitação daquele autor

5.1.1.2 Ondas magneto-acústicas

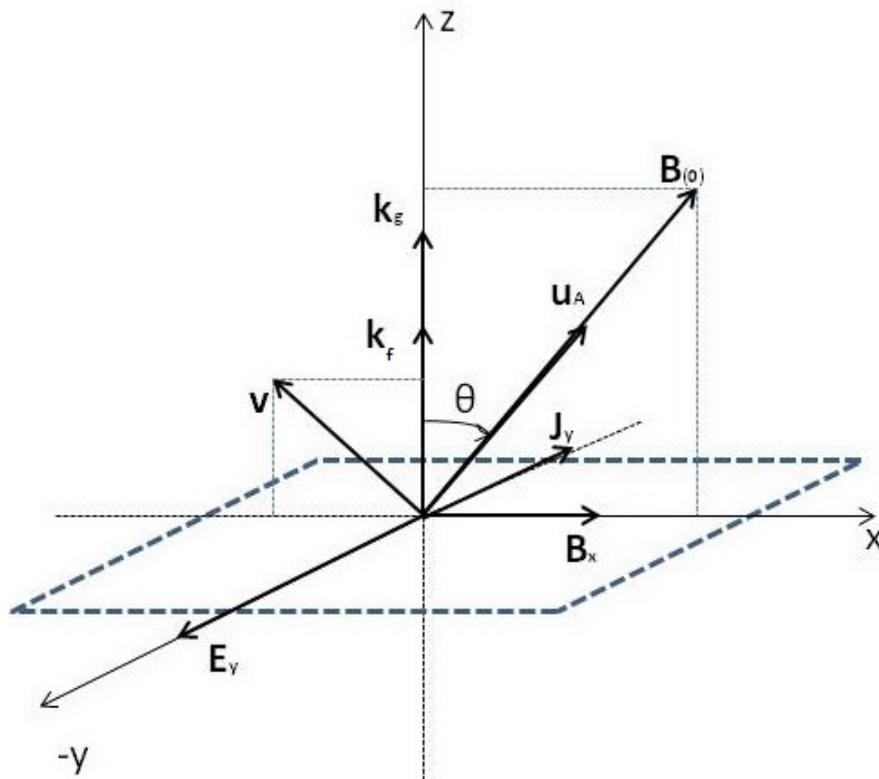
Como apresentado na Seção 4.3 do capítulo anterior, a polarização + da onda gravitacional excita as ondas magnetossônicas. As soluções ¹ de $v_x = D_{xx}^{-1} J_{OG_{xx}}^{(1)} + D_{xz}^{-1} J_{OG_{zz}}^{(1)}$ e $v_z = D_{zx}^{-1} J_{OG_{xx}}^{(1)} + D_{zz}^{-1} J_{OG_{zz}}^{(1)}$ ficam:

$$v_z^{(1)}(\omega, k) = \frac{i}{2} \frac{h_{+}\omega^3 u_{A\perp}^2}{(\omega^2 - k^2 u_f^2)(\omega^2 - k^2 u_s^2)} \frac{\omega + k}{\omega_g - k} \delta(\omega - \omega_g) , \quad (5.11)$$

$$v_x^{(1)}(\omega, k) = -\frac{v_z(\omega, k)}{\tan\theta} \left[1 - \frac{c_s^2 k^2}{\omega^2(1 - u_A^2)} \right] . \quad (5.12)$$

¹Grandeza perturbativa $v_x^{(1)}$ na Equação (5.12) difere da encontrada por [Moortgat \(2006\)](#) pelo termo $(1 - u_A^2)$. Como já mencionado antes, este termo não aparece nas deduções daquele autor, ocasionando diferenças nas expressões finais do acoplamento.

Figura 5.2 - Polarização das componentes da onda magnetossônica.



Polarização das grandezas da onda magnetossônica excitadas pelo acoplamento da onda gravitacional com o plasma.

Fonte: Produção do autor.

Notavelmente, a transferência de energia é maior quando há coerência entre as ondas. Os vetores de onda magnetossônicos (OMS) $\vec{k}_{f,s}$ são tidos paralelos ao vetor de OG \vec{k}_g . Por sua vez, a propagação das ondas é perpendicular ao campo magnético de fundo ($k_{f,s} \perp \vec{B}^{(0)}$), de modo que a perturbação, por exemplo, da velocidade excitada pelo modo *fast* se dá, paralelamente, a esta propagação ($\vec{v} \parallel \vec{k}_f$) e, ortogonal, ao campo $\vec{B}^{(0)}$ ($\vec{v}^{(1)} \perp \vec{B}^{(0)}$), como apresentado no diagrama cartesiano na Figura 5.2.

Ao contrário das ondas Alfvén, as ondas magnetossônicas provocam perturbações na pressão do plasma e, conseqüentemente, perturbações na densidade de matéria. A divergência do campo elétrico é nula. Portanto, as grandezas perturbadas devido ao acoplamento, Equação (4.24), no espaço (ω, k) ficam:

$$p^{(1)}(k, \omega) = \frac{k}{\omega} \Gamma p^{(0)} v_z^{(1)}(\omega, k) , \quad (5.13a)$$

$$\mu^{(1)}(k, \omega) = \frac{p^{(1)}}{c_s^2} , \quad (5.13b)$$

$$E_y^{(1)}(k, \omega) = -v_z^{(1)}(\omega, k) B_x^{(0)} + v_x^{(1)}(\omega, k) B_z^{(0)} , \quad (5.13c)$$

$$j_y^{(1)}(k, \omega) = -\frac{i\omega}{B^{(0)} \cos(\theta)} \frac{\Gamma p^{(0)}}{c_s^2} v_x^{(1)}(\omega, k) , \quad (5.13d)$$

e a componente magnético é:

$$\begin{aligned} \frac{B^{(1)}(k, \omega)}{B^{(0)}} = & v_z^{(1)}(\omega, k) \text{sen } \theta - v_x^{(1)}(\omega, k) \text{cos } \theta \\ & - \frac{\omega}{\omega + k} \frac{1 - u_A^2}{u_A^2} \frac{v_x^{(1)}(\omega, k)}{\text{cos } \theta} , \end{aligned} \quad (5.14)$$

onde Γ é o índice adiabático.

As polarizações dos vetores acima perturbados devido ao acoplamento estão representadas na Figura 5.2.

Usando, analogamente, as definições $\phi_s^\pm \equiv \pm k_s z - \omega t$, $\phi_f^\pm \equiv \pm k_f z - \omega t$ e $\phi_g \equiv \omega_g(z - t)$, as soluções das grandezas perturbativas no espaço (z, t) , com auxílio das transformadas de Fourier e Laplace nas Equações (5.13) (Anexo B, 139), são:

$$v_z^{(1)}(z, t) = \frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}^2}{u_f^2 - u_s^2} \left\{ u_s^2 \left[\frac{1 + u_s e^{i\phi_s^+}}{1 - u_s u_s} - \frac{1 - u_s e^{i\phi_s^-}}{1 + u_s u_s} - \frac{4e^{i\phi_g}}{1 - u_s^2} \right] - u_f^2 \left[\frac{1 + u_f e^{i\phi_f^+}}{1 - u_f u_f} - \frac{1 - u_f e^{i\phi_f^-}}{1 + u_f u_f} - \frac{4e^{i\phi_g}}{1 - u_f^2} \right] \right\}, \quad (5.15a)$$

$$v_x^{(1)}(z, t) \tan \theta = \frac{h_+}{4} \frac{c_s^2 u_{A\perp}^2}{(1 - u_A^2)(u_f^2 - u_s^2)} \left[\frac{1 + u_f e^{i\phi_f^+}}{1 - u_f u_f} - \frac{1 - u_f e^{i\phi_f^-}}{1 + u_f u_f} - \frac{4u_f^2 e^{i\phi_g}}{1 - u_f^2} - \frac{1 + u_s e^{i\phi_s^+}}{1 - u_s u_s} + \frac{1 - u_s e^{i\phi_s^-}}{1 + u_s u_s} + \frac{4u_s^2 e^{i\phi_g}}{1 - u_s^2} \right] - v_z^{(1)}(z, t), \quad (5.15b)$$

$$\frac{p^{(1)}}{\Gamma p^{(0)}} = \frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}^2 u_s}{u_f^2 - u_s^2} \left[\frac{1 + u_s e^{i\phi_s^+}}{1 - u_s u_s} + \frac{1 - u_s e^{i\phi_s^-}}{1 + u_s u_s} - \frac{4e^{i\phi_g}}{1 - u_s^2} \right] - \frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}^2 u_f}{u_f^2 - u_s^2} \left[\frac{1 + u_f e^{i\phi_f^+}}{1 - u_f u_f} + \frac{1 - u_f e^{i\phi_f^-}}{1 + u_f u_f} - \frac{4e^{i\phi_g}}{1 - u_f^2} \right], \quad (5.15c)$$

$$E_y^{(1)}(z, t) = B_z^{(0)} v_x^{(1)}(z, t) - B_x^{(0)} v_z^{(1)}(z, t), \quad (5.15d)$$

$$j_{my}^{(1)}(z, t) = -\frac{i\omega_g}{B^{(0)} \cos \theta} \frac{\Gamma p^{(0)}}{c_s^2} v_x^{(1)}(z, t), \quad (5.15e)$$

$$\mu^{(1)}(z, t) = \frac{p^{(1)}(z, t)}{c_s^2}. \quad (5.15f)$$

Similarmente ao modo Alfvén, as soluções (5.15) são perturbações no espaço e no tempo, dependentes da fase das ondas magneto-acústicas e gravitacional. As OMS possuem caráter eletromagnético e compressional, daí a dependência com a velocidade do som adiabática. A resolução da componente do campo magnético magnetossônico é mais complicada e sua expressão revela também a natureza mista - campos eletromagnéticos e gás - deste modo:

$$B_x^{(1)}(z, t) = \frac{B_x^{(0)} h_+}{4(u_f^2 - u_s^2)} [C(z, t) + D(z, t)], \quad (5.16)$$

definindo $C(z, t)$ e $D(z, t)$ como:

$$C(z, t) \equiv \left[\frac{2(u_f^2 - u_s^2)(1 + u_A^2)}{(1 - u_f^2)(1 - u_s^2)} e^{i\phi_g} - \frac{u_f(u_f + u_A^2)}{1 - u_f} e^{i\phi_f^+} \right. \\ \left. - \frac{u_f(u_f - u_A^2)}{1 + u_f} e^{i\phi_f^-} + \frac{u_s(u_s + u_A^2)}{1 - u_s} e^{i\phi_s^+} + \frac{u_s(u_s - u_A^2)}{1 + u_s} e^{i\phi_s^-} \right],$$

e

$$D(z, t) \equiv -u_f^2 u_s^2 \left\{ \frac{2(u_f^2 - u_s^2) \frac{1+(u_{A\parallel}^2 - u_{A\perp}^2)}{u_{A\parallel}^2} e^{i\phi_g}}{(1 - u_f^2)(1 - u_s^2)} \right. \\ \left. - \left[\frac{1 - u_A^2}{u_{A\parallel}} + \frac{1 + u_f}{u_f} \right] \frac{e^{i\phi_f^+}}{1 - u_f} - \left[\frac{1 - u_A^2}{u_{A\parallel}^2} - \frac{1 - u_f}{u_f} \right] \frac{e^{i\phi_f^-}}{1 + u_f} \right. \\ \left. + \left[\frac{1 - u_A^2}{u_{A\parallel}^2} + \frac{1 + u_s}{u_s} \right] \frac{e^{i\phi_s^+}}{1 - u_s} + \left[\frac{1 - u_A^2}{u_{A\parallel}} - \frac{1 - u_s}{u_s} \right] \frac{e^{i\phi_s^-}}{1 + u_s} \right\}.$$

Utilizou-se, quando necessário, $u_f u_s = \frac{c_s u_{A\parallel}}{(1 - u_A^2)^{1/2}}$ e $u_f^2 + u_s^2 = u_m^2 + \frac{c_s^2 u_A^2}{1 - u_A^2}$. Note que as Equações (5.15) e (5.16), no limite $c_s \rightarrow 0$, $u_f \rightarrow u_A$, $u_s \rightarrow 0$ retornam ao caso particular da Seção 4.3.

Algumas Equações (5.15) diferem das equações apresentadas por Moortgat (2006). A componente do campo elétrico nas duas formulações possuem sinais contrários. Diferente das expressões daquele autor, aqui, a componente $v_x^{(1)}$ é inversamente proporcional a $(1 - u_A^2)$ e o termo $D(z, t)$ do campo magnético, Equação (5.16), é proporcional ao quadrado de $u_f u_s$. Diferenças que numa estimativa numérica podem ser significativas, mas não influenciam numa interpretação física do processo.

Em geral, para u_A , c_s e θ arbitrários, sempre se tem $u_f > u_s$. No limite ultrarrelativístico, onde a fase $u_f \rightarrow 1$ e $u_s \rightarrow 0$, a interação coerente com a OG é possível. Novamente, a amplitude do recuo da onda $fast \propto (1 + u_f)^{-1}$ é insignificante comparada a frente de onda $\propto (1 - u_f)^{-1}$. Isto é:

$$(1 + u_f)^{-1} \ll (1 - u_f)^{-1}.$$

Assim, do limite ultrarrelativístico, a frente de onda evolui linearmente com a dis-

tância, pois com $k_f = \omega/u_f \approx \omega + \Delta k$, para primeira ordem em Δk , por exemplo, $v_z^{(1)}$ na Equação (5.15):

$$\begin{aligned} v_z^{(1)}(z, t) &\approx -\frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}^2 u_f}{u_f^2 - u_s^2} \left[\frac{1 + u_f e^{i\phi_f^+}}{1 - u_f} - \frac{4u_f}{1 - u_f} e^{i\phi_g} \right], \\ &\approx -\frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}}{u_f} e^{-i\omega_g t} \left[\frac{e^{ik_f z} - e^{i\omega_g z}}{1 - u_f} \right], \\ &\approx -\frac{h_+}{2} \frac{u_{A\perp}^2}{u_f} e^{i\phi_g} \left[\frac{e^{i(k_f - \omega_g)z} - 1}{1 - u_f} \right]. \end{aligned}$$

Mas, assumindo ainda a coerência das ondas $k_f - \omega_g \approx 0$, juntamente com expansão de Taylor, tem-se:

$$\frac{e^{i(k_f - \omega_g)z} - 1}{1 - u_f} \approx \frac{1 + i\Delta k z - 1}{1 - \omega/k_f} = \frac{k_f}{\Delta k} i\Delta k z = \frac{\omega}{u_f \Delta k} i\Delta k z.$$

Logo, $v_z^{(1)}$ fica:

$$v_z^{(1)}(z, t) \simeq -i \frac{h_+}{2} \frac{u_{A\perp}^2}{u_f^2} \omega_g z e^{i\phi_g},$$

ou, usando as aproximações para as velocidades de fase u_A e u_f , finalmente, tem-se:

$$v_z^{(1)}(z, t) \simeq \frac{h_+}{2} \text{sen}^2 \theta \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}]. \quad (5.17)$$

Note que $\omega \rightarrow \omega_g$, quando se supõe coerência das ondas magnetossônicas com a onda gravitacional. Analogamente, as perturbações, Equação (5.15), e o campo magnético, Equação (5.16), aproximadas a uma situação ultrarrelativística, ficam:

$$v_x^{(1)}(z, t) \simeq -\frac{h_+}{2} \text{sen}\theta \cos\theta \omega_g z \Im[e^{i\phi}] , \quad (5.18a)$$

$$\frac{B_x^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} \text{sen}\theta \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.18b)$$

$$\frac{E_y^{(1)}(z, t)}{B^{(0)}} \simeq -\frac{h_+}{2} \text{sen}\theta \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.18c)$$

$$\frac{B_x j_y^{(1)}(z, t)}{H^{(0)} \omega_g} \simeq \frac{h_+}{2} \text{sen}^2 \theta \omega_g z \Re[e^{i\phi_g}] , \quad (5.18d)$$

$$\frac{p^{(1)}}{\Gamma p^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} \text{sen}^2 \theta \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.18e)$$

$$\frac{\mu^{(1)}(z, t)}{H^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{2} \text{sen}^2 \theta \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] . \quad (5.18f)$$

A condição de ressonância é garantida, pois já se supõe que $u_f \rightarrow 1$. Não há uma preocupação com o ângulo de inclinação do campo magnético, como no modo Alfvén. Na maioria das soluções no referencial em repouso para o caso ultrarrelativístico, o termo $\text{sen}\theta$ se encontra sozinho sem nenhuma outra dependência com o ângulo, portanto, o campo magnético ambiente precisa estar perpendicular à onda gravitacional, para uma maior eficiência de acoplamento.

Apesar das diferenças entre as deduções deste trabalho da equações dos modos magneto-acústicos com as deduções de [Moortgat \(2006\)](#), já comentadas anteriormente, as Equações (5.18) são parecidas, exceto pelo termo $H^{(0)}$ ². Indicando que o trabalho daquele autor pode apresentar erros de digitação, validando as expressões deduzidas aqui.

5.1.2 Referencial do observador

Finalmente, considere agora o vento relativístico que flui na direção z com fator de Lorentz $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$. As grandezas perturbativas que descrevem o plasma neste referencial são encontradas, realizando as transformações de Lorentz nas expressões finais (5.8) e (5.15) (junto com a componente do campo magnético (5.16) do modo magneto-acústico), desde que o *boosting* é linear e a fase da onda plana é um invariante ([D'INVERNO, 1992](#)).

As grandezas do referencial comóvel serão representadas com "linha"e, do referencial de laboratório, sem "linha". Portanto, para um referencial S' se movendo com parâ-

²Provavelmente, aquele autor tomou como $\mu^{(0)}$, negligenciando a pressão no plasma $p^{(0)}$.

metro β na direção z em relação a um referencial S, os campos elétrico e magnético se transformam como está na Equação (5.19).

$$\begin{aligned} E_x &= \gamma[E'_x + \beta B'_y] & B_x &= \gamma[B'_x - \beta E'_y] , \\ E_y &= \gamma[E'_y - \beta B'_x] & B_y &= \gamma[B'_y + \beta E'_x] , \\ E_z &= E'_z & B_z &= B'_z . \end{aligned} \quad (5.19)$$

Como consequência direta dessas expressões, obtêm-se: $E_z^{(0)} = 0$, $E_y^{(0)} = -\beta B_x$ e $B_x^{(0)} = \frac{B_x^{(0)}}{\gamma}$. As velocidades de fase dos modos MHD se transformam como segue: $u'_{A\perp} = \frac{u_{A\perp}}{\gamma(1-\beta u_{A\parallel})}$, $u'_{A\parallel} = \frac{u_{A\parallel} - \beta}{1-\beta u_{A\parallel}}$, $u'_f = \frac{u_f - \beta}{1-\beta u_f}$ e $u'_s = \frac{u_s - \beta}{1-\beta u_s}$. E, para as velocidades perturbativas do fluido, as transformações são dadas por $v'_z \approx \gamma^2 v_z$ e $v'_{x,y} \approx \gamma v_{x,y}$.

Usando o formalismo covariante da Relatividade Restrita, a quadri-densidade de corrente $j^a = (\rho, \vec{j})$ se transforma de acordo com:

$$j'^a = \Lambda^a_c j^c ,$$

ou seja,

$$j_z^{(1)} = \gamma[j_z'^{(1)} + \beta \rho'^{(1)}] , \quad (5.20)$$

$$\rho^{(1)} = \gamma[\beta j_z'^{(1)} + \rho'^{(1)}] . \quad (5.21)$$

As outras componentes de direções transversais de \vec{j} não sofrem transformação. A relação da densidade de matéria μ entre os referenciais é $\mu' = \gamma^2 \mu$. As outras grandezas envolvidas na descrição do plasma não sofrem alteração ou por serem constantes ou por não estarem na direção z .

5.1.2.1 Ondas Alfvén relativística

Sendo o fator de Lorentz associado com a velocidade de Alfvén para pequenos θ definido como $\gamma_{u_A}^2 = 1/(1 - u_{A\parallel}^2) + \mathcal{O}[\theta^2]$, e as devidas transformações de referencial,

a velocidade $v_y^{(1)}$ no referencial de laboratório fica:

$$v_y^{(1)} = \frac{h_\times}{4} \frac{u_{A\perp}}{\gamma^2(1 - \beta u_{A\parallel})} \left[\frac{(1 - \beta)(1 + u_{A\parallel})}{(1 + \beta)(1 - u_{A\parallel})} e^{i\phi_A^+} - \frac{(1 + \beta)(1 - u_{A\parallel})}{(1 - \beta)(1 + u_{A\parallel})} e^{i\phi_A^-} - 4 \frac{(u_{A\parallel} - \beta)(1 - \beta u_{A\parallel})}{(1 - \beta^2)(1 - u_{A\parallel}^2)} e^{i\phi_g} \right] - 4(u_{A\parallel} - \beta)(1 - \beta u_{A\parallel}) e^{i\phi_g} ,$$

ou melhor:

$$v_y^{(1)} = \frac{h_\times}{4} \frac{u_{A\perp} \gamma_{u_A}^2}{1 - u_{A\parallel} \beta} \left\{ \left[\frac{1 + u_{A\parallel}}{1 + \beta} \right]^2 \frac{e^{i\phi_A^+}}{\gamma^4} - \left[\frac{1 + \beta}{1 + u_{A\parallel}} \right]^2 \frac{e^{i\phi_A^-}}{\gamma_{u_A}^4} - 4[u_{A\parallel}(1 + \beta^2) - \beta(1 + u_{A\parallel}^2)] e^{i\phi_g} \right\} . \quad (5.22)$$

Analogamente, as outras componentes da onda Alfvén podem ser escritas em função do campo magnético no referencial comóvel $B^{(1)'}_y$ e da componente velocidade $v_y^{(1)}$ no referencial de laboratório, dado na Equação (5.22), como:

$$B_y^{(1)} = \gamma B_y'^{(1)} - \beta \gamma^2 B_z^{(0)} v_y^{(1)} , \quad (5.23a)$$

$$E_x^{(1)} = \gamma \beta B_y'^{(1)} - \gamma^2 B_x^{(0)} v_y^{(1)} , \quad (5.23b)$$

$$E_z^{(1)} = B_x^{(0)} v_y^{(1)} , \quad (5.23c)$$

$$j_{m_x}^{(1)} = \frac{i\omega_g}{8\pi\gamma^2\gamma_{u_A}^2} \frac{B_z^{(0)} v_y^{(1)}}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} , \quad (5.23d)$$

$$j_{m_z}^{(1)} = \frac{B_x^{(0)}}{8\pi} \left[i\omega_g v_y^{(1)} + 2\gamma\beta \frac{\partial v_y^{(1)}}{\partial z} \right] , \quad (5.23e)$$

$$\rho_m^{(1)} = \frac{B_x^{(0)}}{8\pi} \left[i\omega_g \beta v_y^{(1)} + 2\gamma \frac{\partial v_y^{(1)}}{\partial z} \right] , \quad (5.23f)$$

onde

$$B_y^{(1)} = \frac{h_\times}{4} \gamma_{u_A}^2 \gamma B_x^{(0)} \left\{ \left[\frac{1+u_{A\parallel}}{1+\beta} \right]^2 \frac{e^{i\phi_A^+}}{\gamma^4} + \left[\frac{1+\beta}{1+u_{A\parallel}} \right]^2 \frac{e^{i\phi_A^-}}{\gamma_{u_A}^4} - 2[(1+u_{A\parallel}^2)(1+\beta^2) - 4\beta u_{A\parallel}] e^{i\phi_g} \right\}. \quad (5.24)$$

Dedica-se compreender as expressões próximo ao *merger*, como no referencial comóvel na Seção 5.1.1, no limite ultrarrelativístico, onde a fase $u_{A\parallel} \rightarrow 1$. Portanto, considera-se $(1+u_{A\parallel})^{-1} \ll (1-u_{A\parallel})^{-1}$, $k_A - \omega_g \approx 0$, $\frac{e^{i(k_A - \omega_g)z} - 1}{1-u_{A\parallel}} \approx \frac{\omega}{u_{A\parallel} \Delta k} i \Delta k z$, $\omega \rightarrow \omega_g$. A frequência sofre deslocamento para o vermelho *redshift* - efeito Doppler - $\omega_g' = \omega_g \frac{(1-\beta)}{(1-\beta^2)^{1/2}}$. As perturbações de $v_y^{(1)}$, $B_y^{(1)}$ e $E_x^{(1)}$ das Equações (5.23), aproximadas a uma situação ultrarrelativística, ficam:

$$v_y^{(1)}(z, t) \approx -\frac{h_\times}{4\gamma^2} \frac{\text{sen}\theta}{\cos\theta} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}], \quad (5.25a)$$

$$B_y^{(1)}(z, t) = -\frac{h_\times}{4} B^{(0)} \omega_g z \text{sen}\theta [1 - \cos(\theta)(1+\beta)] \Im[e^{i\phi_g}], \quad (5.25b)$$

$$E_x^{(1)}(z, t) = -\frac{h_\times}{4} B^{(0)} \omega_g z \text{sen}\theta [\beta - \cos(\theta)(1+\beta)] \Im[e^{i\phi_g}], \quad (5.25c)$$

lembrando que as expressões (5.25) são válidas para ângulos θ pequenos, para manter a condição de ressonância.

Em Moortgat (2006), apenas a componente da velocidade é calculada, e está de acordo com o resultado obtido aqui.

5.1.2.2 Ondas magneto-acústica relativística

Em um vento livre de força, dominado pelo fluxo de *Poynting*, a densidade de energia magnética intensa domina a densidade de matéria, o plasma flui com velocidade ultrarrelativística. Neste regime, a velocidade de fase do modo *fast* se aproxima da velocidade de Alfvén, $u_f \simeq u_A \rightarrow 1$, e a velocidade de fase do modo *slow* se torna insignificante, $u_s \rightarrow 0$. Portanto, considerando o fator de Lorentz associado com as velocidades magnetossônicas definido como $\gamma_{u_{f,s}}^2 = 1/(1-u_{f,s}^2)$ e as devidas transformações de referencial, a velocidade $v_z^{(1)}$ no referencial de laboratório fica:

$$\begin{aligned}
\gamma^2 v_z^{(1)}(z, t) &= \frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}^2}{\gamma^2(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \frac{(1 - \beta u_f)^2(1 - \beta u_s)^2}{(u_f - \beta)^2(1 - \beta u_s)^2 - (u_s - \beta)^2(1 - \beta u_f)^2} \\
&\quad \left\{ \frac{u_s - \beta}{1 - \beta u_s} \left[\frac{(1 - \beta)(1 + u_s)}{(1 + \beta)(1 - u_s)} e^{i\phi_s^+} - \frac{(1 + \beta)(1 - u_s)}{(1 - \beta)(1 + u_s)} e^{i\phi_s^-} - 4 \frac{(u_s - \beta)(1 - \beta u_s)}{(1 - u_s^2)(1 - \beta^2)} e^{i\phi_g} \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{u_f - \beta}{1 - \beta u_f} \left[\frac{(1 - \beta)(1 + u_f)}{(1 + \beta)(1 - u_f)} e^{i\phi_f^+} - \frac{(1 + \beta)(1 - u_f)}{(1 - \beta)(1 + u_f)} e^{i\phi_f^-} - 4 \frac{(u_f - \beta)(1 - \beta u_f)}{(1 - u_f^2)(1 - \beta^2)} e^{i\phi_g} \right] \right\}, \\
&= \frac{h_+}{4} \frac{u_{A\perp}^2 \gamma_{u_s}^2}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \frac{(1 - \beta u_f)^2(1 - \beta u_s)^2}{(u_f - \beta)^2(1 - \beta u_s)^2 - (u_s - \beta)^2(1 - \beta u_f)^2} \\
&\quad \left\{ \frac{u_s - \beta}{1 - \beta u_s} \left[\left(\frac{1 + u_s}{1 + \beta} \right)^2 \frac{e^{i\phi_s^+}}{\gamma^4} - \left(\frac{1 + \beta}{1 + u_s} \right)^2 \frac{e^{i\phi_s^-}}{\gamma_{u_s}^4} - 4(u_s - \beta)(1 - \beta u_s) e^{i\phi_g} \right] \right. \\
&\quad \left. - \frac{u_f - \beta}{1 - \beta u_f} \left[\left(\frac{1 + u_f}{1 + \beta} \right)^2 \frac{e^{i\phi_f^+}}{\gamma^4} - \left(\frac{1 + \beta}{1 + u_f} \right)^2 \frac{e^{i\phi_f^-}}{\gamma_{u_f}^4} - 4(u_f - \beta)(1 - \beta u_f) e^{i\phi_g} \right] \right\}.
\end{aligned}$$

Como no referencial em repouso do modo Alfvén na Seção 5.1.2.1, no limite ultrarelativístico, $\frac{e^{i(k_A - \omega_g)z} - 1}{1 - u_f} \approx \frac{\omega}{u_f \Delta k} i \Delta k z$, a componente z da velocidade então fica:

$$v_z^{(1)}(z, t) = \frac{h_+}{8\gamma^4} \frac{\text{sen}^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}]. \quad (5.26)$$

A componente x da velocidade, usando que:

$$\tan \theta' = \frac{u_{A\perp}'}{u_{A\parallel}'} = \frac{u_{A\perp}}{\gamma(u_{A\parallel} - \beta)},$$

torna-se:

$$v_x^{(1)} = \frac{h_+}{8\gamma^2} \frac{\text{sen} \theta (\cos \theta - \beta)}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}], \quad (5.27)$$

desde que $u_s \rightarrow 0$. Analogamente, as outras componentes da onda magneto-acústica podem ser escritas como:

$$B_x^{(1)} \simeq \frac{h_+}{8\gamma^2} B_x^{(0)} \omega_g z \left[1 + \beta \frac{\text{sen}^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \right] \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.28a)$$

$$E_y^{(1)} \simeq -\frac{h_+}{4\gamma} \frac{\text{sen} \theta}{1 - \beta \cos \theta} B^{(0)} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.28b)$$

$$j_y^{(1)} \simeq \frac{h_+}{8\gamma^3} \frac{H^{(0)}}{B_x^{(0)}} \frac{\text{sen}^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \omega_g z \Re[e^{i\phi_g}] , \quad (5.28c)$$

$$\frac{p^{(1)}}{\Gamma p^{(0)}} \simeq \frac{h_+}{8\gamma^2} \frac{\text{sen}^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (5.28d)$$

$$\mu^{(1)} \simeq \frac{h_+}{8\gamma^2} \frac{H^{(0)} \text{sen}^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \omega_g z \Im[e^{i\phi_g}] . \quad (5.28e)$$

Nota-se, então, que, em ventos ultrarrelativísticos, ocorre o *redshift* da frequência da OG e a interação é suprimida por γ^{-2} . A eficiência maior de interação nem sempre é quando o campo magnético está perpendicular à onda gravitacional. Vai depender também da velocidade β .

A modelagem é de um problema astrofísico muito rico, onde todos os três modos de onda de plasma fundamental são excitados, dois dos quais podem interagir coerentemente com as ondas gravitacionais. Evoluem linearmente com a distância, dissipando a energia da OG no plasma. Ondas Alfvén são excitadas na teoria linearizada pelas OGs polarizadas \times , se propagando em um ângulo com respeito a um campo magnético ambiente. Ondas magneto-acústicas são excitadas pela polarização $+$ da OG. Todas as perturbações da OMS são mais eficientes quando a onda gravitacional está ortogonal ao campo magnético ambiente. Resultado congruente com [Papadopoulos et al. \(2001\)](#).

As oscilações obtidas acima são as que mais diferem do trabalho de [Moortgat \(2006\)](#). Principalmente, as expressões (5.26) e (5.27), que aparecem invertidas, se comparadas com os resultados apresentados aqui. A impressão que essas diferenças deixa é que o trabalho daquele autor, além de confuso, possui muitos erros de digitação, pois muito das deduções foram apresentadas aqui com clareza, chegando em resultados satisfatórios, muitas vezes semelhantes ao trabalho de [Moortgat \(2006\)](#). Diferindo apenas em sinais e algumas ordens das constantes. Munidos dessas discrepâncias entre os resultados dos dois trabalhos, entramos em contato com Moortgat para discutir as diferenças e tentar encontrar um ponto médio das deduções. Entretanto, Moortgat respondeu aos nosso questionamento com resposta evasiva, sugerindo possíveis descuidos dele com a digitação das equações, porém sem assumir e nem mos-

trar interesse em identificar os erros prováveis em sua formulação. Terminou a breve conversa, informando-nos que já não está mais nesta área de pesquisa e, portanto, deveríamos confiar nas nossas deduções, mesmo que elas apresentem diferenças das equações do trabalho dele.

5.2 Acoplamento durante a fase *spiral*

Nós refletiremos, agora, sobre a interação da emissão gravitacional com o plasma circundante à binárias de estrelas de nêutrons, porém, diferente do caso anterior, durante o período de coalescência do sistema. Desde o instante em que a interação é significativa até a última órbita mais estável do sistema. Assumindo que as aproximações de campo fraco nas equações completas de Einstein são válidas, assim como o plasma fortemente magnetizado é ideal, sem colisões, sem viscosidade, sem fluxo de calor. A energia de ligação do sistema decresce quanto mais alcança o *merger*, liberando, provavelmente, ondas gravitacionais de alta frequência no meio.

Mantém-se o campo magnético ambiente no plano $x - z$, sem perda de generalidade. A onda gravitacional interage obliquamente com o campo de fundo com um ângulo θ . Nenhuma consideração *a priori* é feita sobre a temperatura, e a pressão de equilíbrio do sistema não é negligenciada. Adequaremos a Equação (4.31), que descreve o acoplamento geral entre o plasma magnetizado e a radiação gravitacional, com a função $h_{+, \times}$ evoluindo com a frequência no espaço de Fourier, dada por:

$$h_+(f_g) = A e^{i\psi_+(f_g)} \frac{c}{r} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/6} \frac{1}{f_g^{7/6}} \left(\frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \right), \quad (5.29a)$$

$$h_\times(f_g) = A e^{i\psi_\times(f_g)} \frac{c}{r} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/6} \frac{1}{f_g^{7/6}} \cos^2 \iota, \quad (5.29b)$$

onde $A = \frac{1}{\pi^{2/3}} \left(\frac{5}{24} \right)^{1/2}$, M_c é a massa *chirp* e $\psi_{+, \times}(f)$, as fases das polarizações $+$, \times da OG, respectivamente. O ângulo entre a normal da órbita do sistema e a linha de visada é dado por ι . A frequência da onda gravitacional é representada por f_g e varia com a evolução do sistema.

Nas próximas linhas, as soluções para os modos Alfvén e magnetossônicos nos referenciais comóvel e "laboratório" são encontradas. Desde que a transformação, temporal, de Fourier (B.4) e, espacial, de Laplace (B.2) das expressões $\vec{j}_B^{(1)}$ e $\vec{j}_E^{(1)}$, Equações (4.26) e (4.27), sejam:

$$\vec{j}_B^{(1)}(k, \omega) = i \frac{B_x^{(0)}}{2} \omega \begin{pmatrix} h_+ \\ h_\times \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$\vec{j}_E^{(1)}(k, \omega) = i \frac{B_x^{(0)}}{2} k \begin{pmatrix} h_\times \\ -h_+ \\ 0 \end{pmatrix},$$

as funções $h_{+, \times}$ são dependentes de f_g . Aqui estamos interessados apenas em obter as soluções que descrevem o plasma durante a fase *spiral*, sem considerações relativas à interação. Nenhum argumento sobre a coerência das ondas MHD e gravitacional, neste ponto, será útil. Uma vez que as frequências são parâmetros livres e independentes entre si, neste modelo. Entretanto, no próximo capítulo, para estudar a energia depositada, os argumentos de coerência serão utilizados.

5.2.1 Referencial comóvel

Com base nas considerações acima, a relação de dispersão fica:

$$D\vec{v}^{(1)} = \mathbf{J}_{OG}^{(1)}, \quad (5.30)$$

onde

$$D = \begin{pmatrix} \omega^2(1 - u_{A\perp}^2) - k^2 u_{A\parallel}^2 & 0 & -(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp} \\ 0 & \omega^2 - k^2 u_{A\parallel} & 0 \\ -(\omega^2 - k^2)u_{A\parallel}u_{A\perp} & 0 & \omega^2(1 - u_{A\parallel}^2) - k^2(u_m^2 - u_{A\parallel}^2) \end{pmatrix}, \quad (5.31a)$$

$$\mathbf{J}_{OG}^{(1)} = -u_{A\perp} \omega k \begin{pmatrix} u_{A\parallel} h_+ \\ u_{A\parallel} h_\times \\ -u_{A\perp} h_+ \end{pmatrix}, \quad (5.31b)$$

lembrando que $\vec{u}_A = u_{A\perp} \hat{x} + u_{A\parallel} \hat{z}$ e $\vec{v}^{(1)} = v_x \hat{x} + v_y \hat{y} + v_z \hat{z}$.

Note que a parte direita da expressão (5.30) não possui nenhum termo explicitando

a ressonância do acoplamento. Claro, não foi imposto ao sistema que o sinal era impulsivo, apenas que o lado direito da expressão descrevesse a evolução do sistema na fase *spiral*. É importante que nas oscilações do plasma e na deposição de energia na interação apareça o termo ressonante, uma vez que o modelo deve conter o caso particular do colapso, retornando os resultados adquiridos na seção anterior.

Como o lado esquerdo do sistema de equações não foi modificado, isto é, o plasma magnetizado continua na teoria MHD ideal, a solução homogênea do sistema (5.1) que descreve as velocidades de fase $u_{A\parallel} = \omega/k_A$, $u_{f,s} = \omega/k_{f,s}$ do modo Alfvén e magnetossônicos, respectivamente, é a mesma e dada por:

$$\omega = \pm k_A u_{A\parallel} , \quad (5.32)$$

$$\omega = \pm \frac{k_{s,f}}{\sqrt{2}} \sqrt{\left(u_m^2 + c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}\right) \sqrt{1 \pm \sqrt{(1 - \sigma)}}} , \quad (5.33)$$

sendo $\sigma(\theta) \equiv \frac{4c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}}{\left(u_m^2 + c_s^2 \frac{u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}\right)^2}$, com $\theta = \tan^{-1}(u_{A\perp}/u_{A\parallel})$.

E as soluções do sistema linear não-homogêneo são encontradas, dada a inversa de D , Equação (4.37), e $\mathbf{J}_{OG}^{(1)}$, Equação (5.31b), pelo sistema:

$$v_\alpha^{(1)} = \left(D^{-1} \vec{J}_{OG}^{(1)}\right)_\alpha . \quad (5.34)$$

5.2.1.1 Ondas Alfvén

A polarização \times da onda gravitacional se acopla ao modo Alfvén excitado no plasma. A solução desta onda no espaço (ω, k) sai do termo D_{yy}^{-1} . De $v_y = D_{yy}^{-1} J_{OG_{yy}}^{(1)}$, tem-se que:

$$v_y^{(1)}(k, \omega) = -h_\times(f_g) \frac{\omega u_{A\parallel} u_{A\perp}}{\omega^2 - k^2 u_{A\parallel}^2} \omega k . \quad (5.35)$$

A componente $v_y^{(1)}$ evolui com a amplitude da onda gravitacional liberada pelo sistema em coalescência e apresenta um termo ressonante que depende da velocidade

de Alfvén.

O vetor de onda Alfvén (OA) \vec{k}_A é tido paralelo ao vetor de OG \vec{k}_g . Por sua vez, a propagação das ondas é paralela ao campo magnético de fundo ($\vec{k}_A \parallel \vec{B}^{(0)}$), tal que a perturbação da velocidade se dá, perpendicularmente, a esta propagação ($\vec{v} \perp \vec{k}_A$) e ao campo $\vec{B}^{(0)}$ ($\vec{v}^{(1)} \perp \vec{B}^{(0)}$).

As outras grandezas que são calculadas com base nas Equações (4.24) não sofrem modificação explícita da seção anterior, apenas o termo $v_y^{(1)}$ que agora é descrito como na Equação (5.35), portanto:

$$-\frac{E_z^{(1)}(k, \omega)}{B_x^{(0)}} = \frac{E_x^{(1)}(k, \omega)}{B_z^{(0)}} = -v_y^{(1)}(k, \omega) , \quad (5.36a)$$

$$B_y^{(1)}(k, \omega) = -v_y^{(1)}(k, \omega) \frac{B_x^{(0)}}{u_{A\parallel} u_{A\perp}} \frac{\omega + k u_{A\parallel}^2}{\omega + k} , \quad (5.36b)$$

$$j_x^{(1)}(k, \omega) = -\frac{i\omega}{4\pi} \frac{1 - u_{A\parallel}^2}{u_{A\parallel}^2} E_x^{(1)} , \quad (5.36c)$$

$$j_z^{(1)}(k, \omega) = \frac{i\omega}{4\pi} E_z^{(1)}(k, \omega) , \quad (5.36d)$$

$$\rho^{(1)}(k, \omega) = \frac{ik}{4\pi} E_z^{(1)}(k, \omega) . \quad (5.36e)$$

As soluções do sistema algébrico estão no espaço de frequência. Seria interessante observar elas no espaço (z, t) . Então, por exemplo, para $v_y^{(1)}(k, \omega)$, usando as transformadas inversas de Fourier e Laplace (Anexo B, página 139), vem:

$$v_y^{(1)}(z, t) \simeq -h_{\times}(\tau) \frac{u_{A\perp}}{u_{A\parallel}} \left[(1 - u_{A\parallel}) \delta'(t + z/u_{A\parallel}) + (1 + u_{A\parallel}) \delta'(t - z/u_{A\parallel}) \right] ,$$

onde $\delta'(t \pm z/u_{A\parallel})$ é a derivada em relação à $t \pm z/u_{A\parallel}$ da função δ . A interpretação das oscilações não se torna fácil. Além de que, o interesse da seção é também verificar o acoplamento em função da frequência da OG e não sobre o tempo que o sistema espera coalescer. Fundamentalmente, a frequência aponta a evolução do sistema mais intuitivo que o tempo. Por conseguinte, as perturbações sempre serão apresentadas no espaço de Fourier.

5.2.1.2 Ondas magneto-acústicas

De $v_x = D_{xx}^{-1}J_{OG_{xx}}^{(1)} + D_{xz}^{-1}J_{OG_{zz}}^{(1)}$ e $v_z = D_{zx}^{-1}J_{OG_{xx}}^{(1)} + D_{zz}^{-1}J_{OG_{zz}}^{(1)}$, vem:

$$v_z^{(1)}(\omega, k) = \frac{h_+(f_g)}{2} \frac{\omega^3 u_{A\perp}^2}{(\omega^2 - k^2 u_f^2)(\omega^2 - k^2 u_s^2)} (\omega + k) , \quad (5.37)$$

$$v_x^{(1)}(\omega, k) = -\frac{v_z(\omega, k)}{\tan \theta} \left[1 - \frac{c_s^2 k^2}{\omega^2 (1 - u_A^2)} \right] , \quad (5.38)$$

recordando que $\tan \theta = \frac{u_{A\perp}}{u_{A\parallel}}$. Semelhante ao modo Alfvén, a transferência de energia dos modos magnetossônicas depende da evolução do sistema e das velocidades de fase $u_{s,f}$.

A propagação das ondas é perpendicular ao campo magnético de fundo ($\vec{k}_{f,s} \perp \vec{B}^{(0)}$), tal que a perturbação, por exemplo, da velocidade excitada pelo modo *fast*, se dá, paralelamente, a esta propagação ($\vec{v} \parallel \vec{k}_f$) e, ortogonal, ao campo $\vec{B}^{(0)}$ ($\vec{v}^{(1)} \perp \vec{B}^{(0)}$).

Novamente, as outras grandezas, que são calculadas com base nas Equações (4.24), não sofrem modificação explícita da seção anterior, exceto o termo $v_z^{(1)}$ que agora é descrito como na Equação (5.37); portanto, no espaço (ω, k) , ficam:

$$p^{(1)}(k, \omega) = \frac{k}{\omega} \Gamma p^{(0)} v_z^{(1)}(\omega, k) , \quad (5.39a)$$

$$\mu^{(1)}(k, \omega) = \frac{p^{(1)}}{c_s^2} , \quad (5.39b)$$

$$E_y^{(1)}(k, \omega) = -v_z^{(1)}(\omega, k) B_x^{(0)} + v_x^{(1)}(\omega, k) B_z^{(0)} , \quad (5.39c)$$

$$j_y^{(1)}(k, \omega) = -\frac{i\omega}{B^{(0)} \cos \theta} \frac{\Gamma p^{(0)}}{c_s^2} v_x^{(1)}(\omega, k) , \quad (5.39d)$$

$$(5.39e)$$

e

$$\frac{B^{(1)}(k, \omega)}{B^{(0)}} = v_z^{(1)}(\omega, k) \sin \theta - v_x^{(1)}(\omega, k) \cos \theta - \frac{\omega}{\omega + k} \frac{1 - u_A^2}{u_A^2} \frac{v_x^{(1)}(\omega, k)}{\cos \theta}, \quad (5.40)$$

onde Γ é o índice adiabático. Utilizou-se, quando necessário, $u_f u_s = \frac{c_s u_{A\parallel}}{(1 - u_A^2)^{1/2}}$ e $u_f^2 + u_s^2 = u_m^2 + \frac{c_s^2 u_{A\parallel}^2}{1 - u_A^2}$.

As soluções do sistema algébrico estão no espaço de frequência. Na transformação dessas equações para o espaço z, t , aparecem termos, como $\delta'(t \pm z/u_{f,s})$, que são as derivadas em relação à $t \pm z/u_{f,s}$ da função δ . O interesse da seção é também verificar o acoplamento em função da frequência da OG e não sobre o tempo que o sistema espera coalescer. Analogamente ao modo Alfvén, as perturbações magnetossônicas sempre serão apresentadas no espaço de Fourier.

5.2.2 Referencial do observador

Vamos verificar o comportamento das soluções para um referencial em repouso em relação ao vento relativístico que flui na direção z com fator de Lorentz $\gamma = 1/(1 - \beta^2)^{1/2}$. Convenientemente, para evitar erros conceituais, o *boost* será feito nas grandezas perturbativas no espaço (z, t) das expressões (5.36) e (5.39), mas as soluções no referencial "laboratório" vão ser apresentadas no espaço de Fourier.

Como de costume, as grandezas do referencial comóvel serão representadas com "linha" e, do referencial de laboratório, sem "linha". As velocidades de fase dos modos MHD se transformam como segue: $u'_{A\perp} = \frac{u_{A\perp}}{\gamma(1 - \beta u_{A\parallel})}$, $u'_{A\parallel} = \frac{u_{A\parallel} - \beta}{1 - \beta u_{A\parallel}}$, $u'_f = \frac{u_f - \beta}{1 - \beta u_f}$ e $u'_s = \frac{u_s - \beta}{1 - \beta u_s}$. E, para as velocidades perturbativas do fluido, as transformações são dadas por $v'_z \approx \gamma^2 v_z$ e $v'_{x,y} \approx \gamma v_{x,y}$.

5.2.2.1 Ondas Alfvén relativísticas

Como o interesse é identificar a quantidade de energia da OG é transferida para as ondas MHD, apenas as componentes da velocidade e do campo magnético são derivadas nesta seção. O processo similar que segue é aplicado às outras grandezas perturbadas.

De:

$$v_y^{(1)'} \simeq -h_{\times}(\tau) \frac{u_{A\perp}'}{u_{A\parallel}'} \left[(1 - u_{A\parallel}') \delta'(t + z/u_{A\parallel}') + (1 + u_{A\parallel}') \delta'(t - z/u_{A\parallel}') \right].$$

vem:

$$\begin{aligned} \gamma v_y^{(1)} &\simeq -h_{\times}(\tau) \frac{u_{A\perp}}{\gamma^2(u_{A\parallel} - \beta)} \left[\frac{(1 - u_{A\parallel})(1 + \beta)}{1 - \beta u_{A\parallel}} \delta'(t + z/u_{A\parallel}) + \frac{(1 + u_{A\parallel})(1 - \beta)}{1 - \beta u_{A\parallel}} \delta'(t - z/u_{A\parallel}) \right], \\ &\simeq -\frac{h_{\times}(\tau)}{\gamma^3} \frac{u_{A\perp}}{(u_{A\parallel} - \beta)(1 - \beta u_{A\parallel})} \left\{ \left[\frac{1 - u_{A\parallel}}{1 - \beta} \right] \delta'(t + z/u_{A\parallel}) + \left[\frac{1 + u_{A\parallel}}{1 + \beta} \right] \delta'(t - z/u_{A\parallel}) \right\}. \end{aligned}$$

Retornando ao espaço de frequência, pelas transformadas inversas de Fourier e Laplace, obtém-se:

$$v_y^{(1)}(k, \omega) = \frac{h_{\times}(f_g)}{2\gamma^2} \frac{\omega u_{A\perp} u_{A\parallel}}{\omega^2 - k^2 u_{A\parallel}^2} \left[\frac{\omega}{1 - \beta u_{A\parallel}} + \frac{k u_{A\parallel}}{u_{A\parallel} - \beta} \right]. \quad (5.41)$$

A componente do campo magnético $B_y^{(1)}$, manuseando $B_y = \gamma [B_y' + \beta E_x']$ juntos com as transformações anteriores, é:

$$B_y^{(1)}(k, \omega) = \frac{h_{\times}(f_g) B_x^{(0)}}{2} \frac{u_{A\parallel}}{u_{A\parallel} - \beta} \frac{[1 - \beta u_{A\parallel} (1 + \beta)] [\omega(\omega - k u_{A\parallel}^2)]}{1 - \beta u_{A\parallel} \omega^2 - k^2 u_{A\parallel}^2}. \quad (5.42)$$

As grandezas perturbadas dependem, notavelmente, da amplitude da onda gravitacional durante a coalescência do sistema. De fato, próximo ao colapso, as oscilações serão mais intensas. Observe também que γ varia com a evolução do sistema, já que β descreve a velocidade do plasma circundante às estrelas. E os valores de β se aproximam do valor unitário quando o sistema está próximo do colapso, num caso ultrarrelativístico. Distintamente, $u_{A\parallel} \rightarrow 1$, para ângulos pequenos, pois possui dependência com o campo magnético de fundo do sistema, e este se mantém sempre intenso durante o processo.

Os resultados obtidos das oscilações possuem bastante relevância para determinar a energia da OG depositada no magnetoplasma.

5.2.2.2 Ondas magneto-acústica relativísticas

Como foi realizado para o modo Alfvén, as soluções no espaço (k, ω) nas Equações (5.39) são transformadas para o espaço (z, t) , que, por sua vez, sofrem transformações de Lorentz, e daí retornam para o espaço de Fourier, com auxílio das transformadas inversas (B.2) e (B.4).

Utilizando $\tan \theta' = \frac{u_{A\perp}'}{u_{A\parallel}'} = \frac{u_{A\perp}}{\gamma(u_{A\parallel} - \beta)}$ e $1 - u_{A'} = \frac{1 - u_A^2}{\gamma^2(1 - \beta u_{A\parallel})^2}$, quando for necessário, obtém-se:

$$v_z^{(1)}(k, \omega) = \frac{h_+}{2\gamma^2} \frac{\omega u_{A\perp}^2}{1 - \beta u_{A\parallel}^2} \frac{(1 - \beta u_f)(1 - \beta u_s)}{(u_f - u_s) \left[(u_f + u_s)(1 + \beta^2) - 2\beta(1 + u_f u_s) \right]} \cdot \left\{ u_f(1 - \beta u_s) \left[\frac{u_f k(1 - \beta u_f) + \omega(u_f - \beta)}{\omega^2 - k^2 u_f^2} \right] - u_s(1 - \beta u_f) \left[\frac{u_s k(1 - \beta u_s) + \omega(u_s - \beta)}{\omega^2 - k^2 u_s^2} \right] \right\}, \quad (5.43a)$$

$$v_x^{(1)}(k, \omega) = -\frac{h_+}{2} \frac{\omega u_{A\perp} (u_{A\parallel} - \beta) c_s^2}{1 - u_A^2} \frac{(1 - \beta u_f)^2 (1 - \beta u_s)^2}{(u_f - u_s) \left[(u_f + u_s)(1 + \beta^2) - 2\beta(1 + u_f u_s) \right]} \cdot \left\{ \frac{1 - \beta u_s}{(u_s - \beta)^2} u_s \frac{[u_s k(1 - \beta u_s) + \omega(u_s - \beta)]}{\omega^2 - k^2 u_s^2} - \frac{1 - \beta u_f}{(u_f - \beta)^2} u_f \frac{[u_f k(1 - \beta u_f) + \omega(u_f - \beta)]}{\omega^2 - k^2 u_f^2} \right\} \quad (5.43b)$$

Como hábito, a componente do campo magnético $B_x^{(1)}$ é mais complicada para calcular, ainda mais quando o interesse é na expressão transformada para o referencial em repouso, no espaço de frequência. De início, o foco é encontrar $B_x = \gamma[B_x' - \beta E_y']$, portanto, para facilitar (os índices "linha"(') , daqui em diante, são subentendidos, mas as expressões pertencem ao referencial comóvel). Resgata-se que:

$$\begin{aligned} E_y^{(1)}(k, \omega) &= -v_z^{(1)}(\omega, k) B_x^{(0)} + v_x^{(1)}(\omega, k) B_z^{(0)}, \\ \frac{B_x^{(1)}(k, \omega)}{B^{(0)}} &= v_z^{(1)}(\omega, k) \sin \theta - v_x^{(1)}(\omega, k) \cos \theta \\ &\quad - \frac{\omega}{\omega + k} \frac{1 - u_A^2}{u_A^2} \frac{v_x^{(1)}(\omega, k)}{\cos \theta}. \end{aligned}$$

Daí, é fácil ver que:

$$E_y^{(1)}(k, \omega) = - \left[B_x^{(1)}(k, \omega) + \frac{\omega}{\omega + k} \frac{1 - u_A^2}{u_A^2} \frac{B^{(0)}}{\cos \theta} v_x^{(1)} \right], \quad (5.44)$$

ou, no espaço (z, t) :

$$E_y^{(1)}(z, t) = - \left[B_x^{(1)}(z, t) + \frac{1 - u_A^2}{u_A^2} \frac{B^{(0)}}{\cos \theta} \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\omega}{\omega + k} v_x^{(1)}(k, \omega) \right\} \right], \quad (5.45)$$

onde $\hat{v}_x^{(1)}(z, t) = \mathcal{L}^{-1} \left\{ \frac{\omega}{\omega + k} v_x^{(1)}(k, \omega) \right\}$. Com os índices linha ($'$) de volta, obtém-se:

$$E_y^{(1)'}(z, t) = - \left[B_x^{(1)'}(z, t) + \frac{1 - u_A'^2}{u_A'^2} \frac{B^{(0)'}}{\cos \theta'} \hat{v}_x^{(1)'}(z, t) \right]. \quad (5.46)$$

Retornando na expressão $B_x = \gamma [B_x' - \beta E_y']$, em função das grandezas sem "linha", no referencial em repouso:

$$B_x^{(1)}(z, t) = \gamma \left[B_x^{(1)'}(z, t)(1 + \beta) + \frac{\beta}{\gamma (u_{A\parallel} - \beta)^2} B_z^{(0)} \hat{v}_x^{(1)'}(z, t) \right]. \quad (5.47)$$

Por fim, determinando as funções $B_x^{(1)'}(z, t)$ e $\hat{v}_x^{(1)'}(z, t)$ no espaço de Fourier, encontra-se o campo magnético dependente das suas velocidades de fase u_s, u_f :

$$B_x^{(1)}(k, \omega) = - \frac{h_+}{2\gamma^2} \omega \frac{(1 - \beta u_f)^2 (1 - \beta u_s)^2}{(u_f - u_s) [(u_f + u_s)(1 + \beta^2) - 2\beta(1 + u_f u_s)]} [\Xi(k, \omega) + \Pi(k, \omega)], \quad (5.48)$$

definindo Ξ e Π como:

$$\begin{aligned} \Xi(k, \omega) \equiv & \frac{B_x^{(0)}}{1 - \beta} \left\{ \frac{u_s}{\omega^2 - k^2 u_s^2} \left[\omega \frac{u_s - \beta}{1 - \beta u_s} + \frac{k u_s}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \left[(u_{A\parallel} - \beta)^2 + \frac{u_{A\perp}^2}{\gamma^2} \right] \right] \right. \\ & - \frac{u_f}{\omega^2 - k^2 u_f^2} \left[\omega \frac{u_f - \beta}{1 - \beta u_f} + \frac{k u_f}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \left[(u_{A\parallel} - \beta)^2 + \frac{u_{A\perp}^2}{\gamma^2} \right] \right] \\ & + 2 \frac{(u_s - \beta)^2 (u_f - \beta)^2}{(1 - \beta u_f)^2 (1 - \beta u_s)^2} \\ & \left. \left[\frac{u_s}{\omega^2 - k^2 u_s^2} \frac{1 - \beta u_s}{(u_s - \beta)^2} \left[\omega \frac{u_s - \beta}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} \left[1 - \frac{u_{A\perp}^2}{\gamma^2 (1 - \beta u_{A\parallel})^2} \right] + k u_s \frac{1 - \beta u_s}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \right] \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{u_f}{\omega^2 - k^2 u_f^2} \frac{1 - \beta u_f}{(u_f - \beta)^2} \left[\omega \frac{u_f - \beta}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} \left[1 - \frac{u_{A\perp}^2}{\gamma^2 (1 - \beta u_{A\parallel})^2} \right] + k u_f \frac{1 - \beta u_f}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \right] \right] \right\} \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \Pi(k, \omega) \equiv & -\frac{\beta}{\gamma} B_z^{(0)} \frac{\omega}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \frac{1 - u_A^2}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} \frac{(u_f - u_{A\parallel}) \left[(u_f + u_{A\parallel})(1 + \beta^2) - 2\beta(1 + u_f u_{A\parallel}) \right]}{(1 - \beta u_f)^2 (1 - \beta u_s)^2} \\ & \left[\frac{u_s (u_s - \beta)(1 - \beta u_s)}{\omega^2 - k^2 u_s^2} - \frac{u_f (u_f - \beta)(1 - \beta u_f)}{\omega^2 - k^2 u_f^2} \right]. \end{aligned}$$

Devido à proposta de generalidade, a Equação (5.48) ficou extensa, pois não há nenhuma restrição para os valores de β , ω , u_A ou $u_{f,s}$. As oscilações são gerais, podendo assumir quaisquer valores, dependendo da evolução do sistema. Semelhante para as Equações (5.43). Note que o termo $\Xi(k, \omega)$ se torna significativo quando a onda gravitacional se propaga perpendicularmente ao campo magnético ambiente e o termo $\Pi(k, \omega)$, negligenciado. Caso o ângulo seja $\theta = 0^\circ$, acontece exatamente o inverso. Isso significa que o modo *fast*, com característica eletromagnética e compressional, predomina, quando $\theta = \pi/2$. Caso contrário, o modo *slow*, puramente compressional, predomina. Sempre temos $u_f > u_s$, portanto, o modo *fast* interage coerentemente com a onda gravitacional mais facilmente que o modo *slow*. Realizando $\beta \rightarrow 0$, a equação retorna a descrever o campo perturbado no referencial comóvel.

6 OBSERVÁVEIS DO ACOPLAMENTO

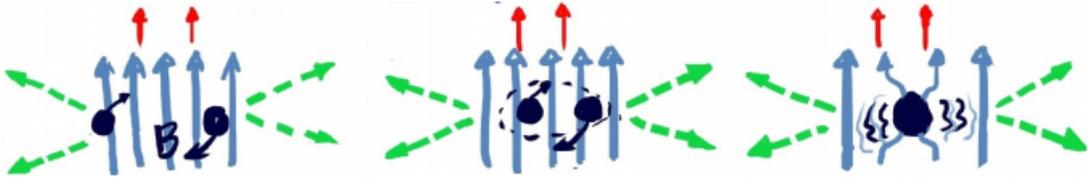
O ambiente da coalescência de um sistema binário de estrelas de nêutrons ou pulsares é considerado ter um plasma elétron-pósitron circundante às duas estrelas, altamente magnetizado, devido aos seus elevados campos magnéticos $B^{(0)}$, cujas linhas estão congeladas na matéria. A extensão das linhas fechadas do campo, comprimento do raio de luz $R_L = c/\Omega$, é determinada pela frequência orbital angular Ω . Por causa da corrotação do plasma, as linhas de campo mais afastadas se abrem, produzindo um vento elétron-pósitron ultrarrelativístico livre de força. Os efeitos são mais relevantes quando o sistema entra em colapso, na fase do *merger*.

Enquanto o sistema coalesce, uma grande fração da energia de ligação das binárias é lançada na forma de ondas gravitacionais que se propagam através do plasma pré-existente, causando forças de maré na matéria, congelada às linhas de campo. Dessa forma, as OGs podem excitar ondas magnetohidrodinâmicas, ondas Alfvén e ondas magneto-acústicas (ver Figura 6.1), transferindo energia da oscilação para o plasma.

O presente capítulo tem a intenção de mostrar a quantidade de energia depositada pela OG no magnetoplasma (na Seção 6.1). A interação da radiação gravitacional com os modos MHD produzem perturbações no campo eletromagnético de fundo. Estas perturbações armazenam energia devido às oscilações. Como discutido no capítulo anterior, as oscilações são mais intensas quando as binárias estão próximas de seu colapso não-radial. Porém, durante a fase *spiral*, devido ao plasma fortemente magnetizado, as ondas MHD alcançam velocidade de fase próxima da luz, ingrediente principal para ocorrer interação coerente com as ondas gravitacionais. Assim, é importante avaliar a transferência de energia em frequências mais baixas, quando o acoplamento começa a ser significativo, até a alta frequência do *merger*.

Em posse das expressões do campo magnético perturbado, compara-se a ordem de grandeza das energias, dependendo do cenário de evolução das estrelas de nêutrons. O acoplamento também pode levar à geração de harmônicos superiores do modo MHD original, capaz de irradiar na banda de frequência do rádio. Estimativas para este efeito no caso de uma binária de pulsar são dadas nos trabalhos de [Marklund et al. \(2000\)](#) e [Moortgat \(2006\)](#). Na Seção 6.2, estimamos a potência irradiada e a frequência dessa onda eletromagnética, concordando com frequência de rádio, devido ao espalhamento *Compton* Inverso das ondas excitadas com as partículas do plasma.

Figura 6.1 - Radiação Eletromagnética durante as três fases da coalescência.



Ilustra a emissão eletromagnética durante as três fases da coalescência de binárias compactas, da esquerda para a direita: *inspiral*, *merger* e *ringdown*. As linhas verdes tracejadas representam a radiação magnetossônica *fast* e as linhas preenchidas vermelhas representam as ondas Alfvén. As linhas de campo magnético são as linhas verticais azuis.

Fonte: Yang e Zhang (2015)

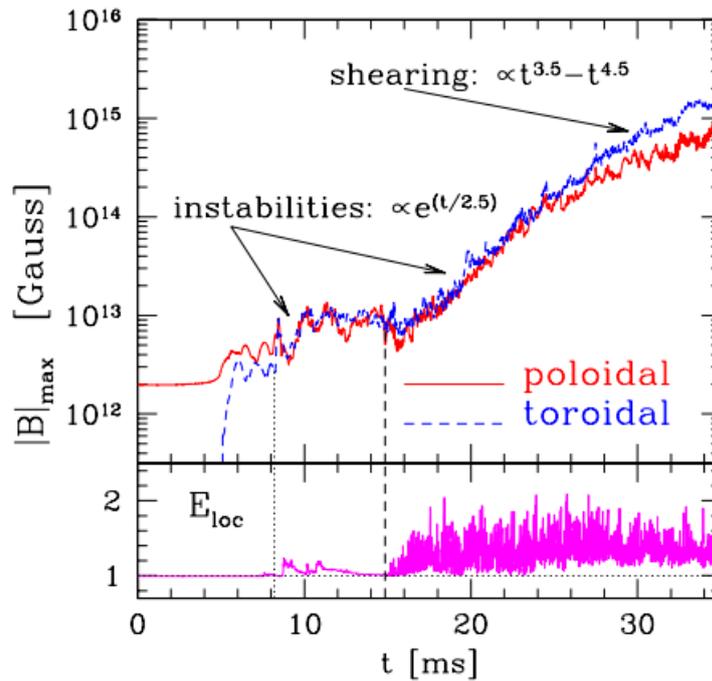
6.1 Energia depositada no plasma

Em estrelas de nêutrons isoladas, o campo magnético ancorado nas calotas polares da estrela cai como dipolo, $B(r) = B_*(R_*/r)^3$. Entretanto, num sistema binário, o campo magnético pode ser considerado constante dentro do raio do cilindro de luz. Este comportamento é observado em simulações numéricas, resolvendo a fase *spiral* e o *merger* de binárias de estrelas de nêutrons com equações completas da Relatividade Geral. Em Rezzolla et al. (2011), os autores consideraram simulação de duas ENs de massas iguais a $1.5M_\odot$, raio equatorial de 13.6 km, e uma separação inicial de $\simeq 45$ km entre os centros. O campo magnético poloidal confinado nas estrelas tem intensidade de 10^{12} G. Depois de 8 ms ou ~ 3 órbitas, o *merger* das ENs formam um estrela de nêutrons hipermassiva meta-estável que perde *momentum* angular através da emissão de OGs e, em ~ 3 ms, colapsa em um buraco negro de massa $M = 2.91M_\odot$. O campo magnético, ilustrado na Figura 6.2, é predominantemente poloidal e constante até instantes antes do *merger*. Devido a instabilidades de Kelvin-Helmholtz disparadas por cisalhamento das superfícies das estrelas no *merger*, o campo evolui até 10^{15} G.

Com a aproximação MHD, o plasma é congelado nas linhas de campo que são forçadas a permanecerem num cilindro de luz. A matéria congelada nas linhas de campo corrotaciona com a estrela, produzindo perturbações no fluxo magnético. A coalescência do sistema aumenta com a frequência orbital Ω e domina sobre qualquer movimento rotacional. Assim no final da fase *spiral*, a rotação orbital da binária determina o raio do cilindro de luz. Em distâncias menores que $R_L = c/\Omega$, as linhas

de campo são fechadas; depois disso, as linhas de campo se abrem e o plasma está livre para fluir ao longo do campo em um vento livre de força em que a componente toroidal do campo domina a componente poloidal.

Figura 6.2 - Evolução do campo magnético máximo em suas componentes poloidal e toroidal.



O campo poloidal, representado pela linha vermelha, domina durante a fase *spiral* da coalescência, e permanece constante até o *merger* das estrelas de nêutrons, quando surge a componente toroidal (linha tracejada azul) e, devido a instabilidades de Kelvin-Helmholtz, as componentes passam a evoluir com o sistema.

Fonte: Rezzolla et al. (2011)

A morfologia do vento do pulsar é completamente determinada pela geometria do campo magnético, desde que as partículas carregadas estejam congeladas às linhas de campo.

Com as linhas de campo abertas, partículas fluem para o exterior e uma estável densidade de carga não pode ser mantida na densidade de Goldreich-Julian, $n_{GJ} = \vec{\Omega} \cdot \vec{B} / (2\pi c |e|)$, em todo lugar. Como resultado, um forte campo elétrico longitudinal ao campo magnético se desenvolve e partículas "primárias" carregadas são extraídas da superfície com alto fator de Lorentz $\gamma_p \simeq 10^7$. Processos tais como, curvatura

da radiação e emissão Compton Inverso, resultam em uma cascata de pares e^\pm "secundários" com uma densidade equivalente à $n_s = Mn_p$, onde M é chamada de multiplicidade. Devido à conservação de energia, o fator de Lorentz das partículas "secundárias" é $\gamma_s = \gamma_p/M$, alcançando fatores $\gamma \simeq 10^2$.

Com essas considerações, conhecendo a perturbação do campo magnético causada pela interação com a onda gravitacional, somos capazes de calcular a energia depositada no plasma pela radiação gravitacional.

6.1.1 Próximo ao *merger*

Binárias de estrelas de nêutrons, no fim da fase *spiral*, emitem radiação gravitacional de alta frequência, $f_g = 1.5$ kHz, com a frequência orbital do sistema de mesma ordem. Nestas frequências, o plasma está confinado a uma distância máxima de $R_L \simeq 10^5$ m. A distância de interação deve corresponder, no mínimo, a um ciclo da onda gravitacional, para que a onda perturbe o campo magnético através da matéria, produzindo oscilações no plasma. Como o comprimento de onda gravitacional é $\lambda_g = c/f_g$, numa frequência $f_g = 1.5$ kHz, este valor é da ordem do raio do cilindro de luz.

Assim, a densidade de energia magnética integrada sobre um volume V é dada por:

$$W^{(B)} = \int_V \frac{|B(\vec{r}, t)|^2}{2\mu_0} d^3r . \quad (6.1)$$

Resgatando as expressões que descrevem a oscilação do campo magnético próximo ao *merger*, $B_y^{(1)}$ relativo ao modo Alfvén e $B_x^{(1)}$, ao modo magneto-acústico:

$$B_y(z, t) = -\frac{h_\times}{4} \frac{B^{(0)}}{u_A} \omega_g z \text{sen}\theta [1 - \cos\theta(1 + \beta)] \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (6.2)$$

$$B_x^{(1)} \simeq \frac{h_+}{8\gamma^2} B^{(0)} \omega_g z \text{sen}\theta \left[1 + \beta \frac{\text{sen}^2\theta}{(1 - \beta \cos\theta)^2} \right] \Im[e^{i\phi_g}] , \quad (6.3)$$

basta apenas definir os limites de integração. Assumindo que as grandezas de fundo - campo magnético, densidade de partículas carregadas, intensidade da amplitude da OG - são constantes dentro do raio de cilindro de luz (GIACOMAZZO et al., 2011). Adota-se R_L sendo o limite superior da integral. A coerência das ondas gravitacional e MHD é garantida, desde que as velocidades Alfvén e magneto-acústica *fast*

alcançam a velocidade da luz.

Utilizando coordenadas esféricas (r, ϕ, φ) , nos respectivos intervalos $r \in [0, R_L]$, $\phi \in [0, 2\pi]$ e $\varphi \in [0, \pi]$, a integral na Equação (6.1) aplicada à componente $B_y^{(1)}$ - Equação (6.2) - fica:

$$\begin{aligned} W_{OA}^{(B)} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\phi \int_0^{R_L} \frac{h_\times^2}{32\mu_0 c^2} \frac{|B^{(0)}|^2}{u_A^2} \omega_g^2 z^2 [1 - \cos\theta(1 + \beta)]^2 \tan^2 \theta r^2 \sin\varphi d\phi d\varphi dr \\ &= \frac{\pi h_\times^2}{40\mu_0 c^2} \frac{|B^{(0)}|^2}{u_A^2} \omega_g^2 R_L^5 [1 - \cos\theta(1 + \beta)]^2 \tan^2 \theta, \end{aligned}$$

recordando que θ é o ângulo entre o campo magnético de fundo e a OG.

Usando valores canônicos próximo ao *merger* de duas estrelas de nêutrons, facilmente discutidos na literatura: $B^{(0)} = 10^{12}$ T, $\beta = 0.9999$ ou $\gamma = 10^2$; próximo ao *merger*, $\omega = 1.5 \times 10^3$ Hz; campo fortemente magnetizado, $u_A \approx 1$; condição de ressonância, $\theta = 0,01^\circ$; e amplitude da onda gravitacional ¹, $h_{+, \times} \sim 0,001$. A energia associada ao modo Alfvén resulta em:

$$W_{OA}^{(B)} \sim 10^{33} \text{ J}. \quad (6.4)$$

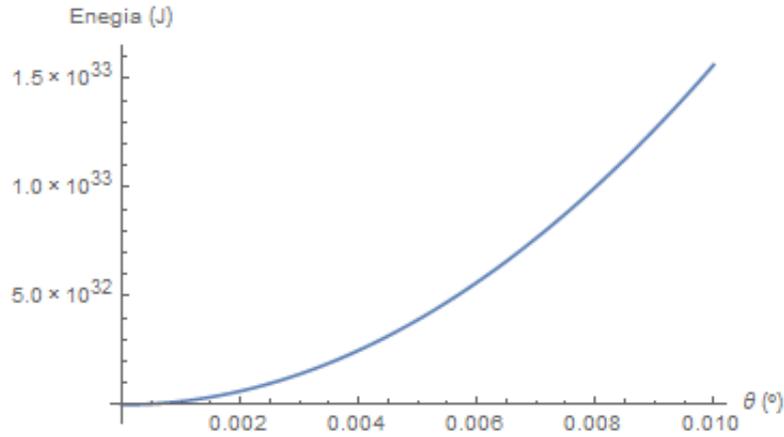
Agora, analogamente, a integral da densidade de energia magnética para a componente $B_x^{(1)}$ - Equação (6.3) - torna-se:

$$\begin{aligned} W_{OMS}^{(B)} &= \int_0^{2\pi} \int_0^\pi \int_0^{R_L} \frac{h_+^2}{32\gamma^4 \mu_0 c^2} \frac{|B^{(0)}|^2}{u_f^2 (1 + u_f)^2} \omega_g^2 z^2 \sin^2 \theta \left[1 + \beta \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \right]^2 r^2 \sin\varphi dr d\varphi d\phi \\ &= \frac{\pi_+^2}{40\gamma^4 \mu_0 c^2} \frac{|B^{(0)}|^2}{u_f^2 (1 + u_f)^2} \omega_g^2 R_L^5 \sin^2 \theta \left[1 + \beta \frac{\sin^2 \theta}{(1 - \beta \cos \theta)^2} \right]^2. \end{aligned}$$

Com os mesmo valores: $B^{(0)} = 10^{12}$ T, $\beta = 0.9999$ ou $\gamma = 10^2$, $\omega = 1.5 \times 10^3$ Hz, $h_{+, +} \sim 0,001$, e considerando $\theta \approx \pi/2$, $u_f \rightarrow 1$, a energia pode ser estimada como:

¹Usando uma aproximação Newtoniana, $h \simeq (2\alpha\beta)^{-1}$, onde a distância entre as estrelas é $d = \alpha R_\odot$ e o raio da estrela, $r = \beta R_\odot$.

Figura 6.3 - Gráfico da energia magnética pelo ângulo entre a onda Alfvén e o campo magnético de fundo.



A transferência de energia da OG para o modo Alfvén cresce diretamente com o ângulo θ , porém, a condição de ressonância, $\theta \rightarrow 0$, não favorece o modo Alfvén.

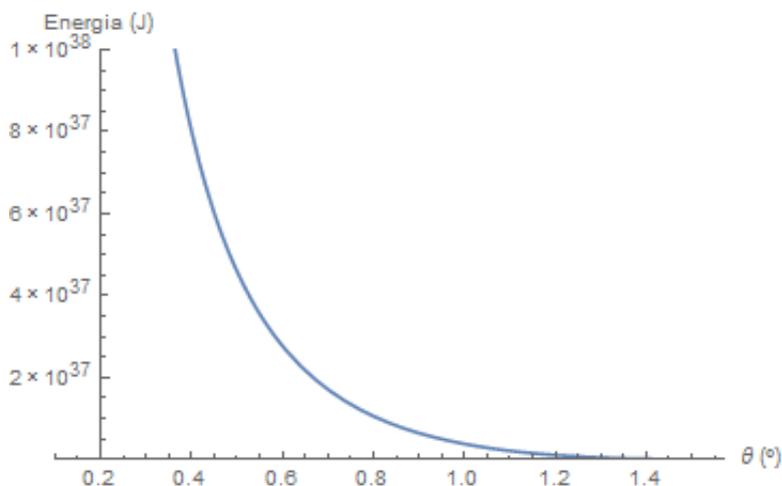
Fonte: Produção do autor.

$$W_{OMS}^{(B)} \sim 10^{34} \text{ J} . \quad (6.5)$$

A ordem de grandeza dos resultados (6.4), (6.5) é semelhante, parecendo que a transferência de energia entre os modos é igualmente eficaz. Entretanto, basta notar que na expressão da energia do modo Alfvén, $W_{OA}^{(B)}$, o termo $\sin\theta$ está no numerador e só é válida para valores de θ muito pequenos. Então, quanto mais paralelo o campo magnético da OG, menor é a transferência de energia (ver Figura 6.3). Já no modo magnetossônico, a expressão não está restrita a um valor de θ , a imposição de $\theta \approx \pi/2$ nem é a inclinação mais eficiente para a transferência de energia (ver Figura 6.4), porém esta é a relação para o modo magneto-acústico *fast*, que interage coerentemente com a onda gravitacional.

Moortgat (2006) apresenta uma estimativa da energia depositada no plasma através da integral da densidade de energia magnética, apenas para o modo magnetossônico. Foi considerado que a interação se dava até uma distância máxima da ordem de $R_{max} \sim 10^{14}$ m, com os mesmos parâmetros para OMS apresentados aqui. Todavia, estimou-se o valor, para um vento ultrarrelativístico colimado (na forma de um cone), da ordem de 10^{35} J. Comparável ao resultado obtido aqui, $W_{OMS}^{(B)} \sim 10^{34}$ J, para a excitação da OMS.

Figura 6.4 - Gráfico da energia magnética pelo ângulo entre a onda magnetossônica e o campo magnético de fundo.



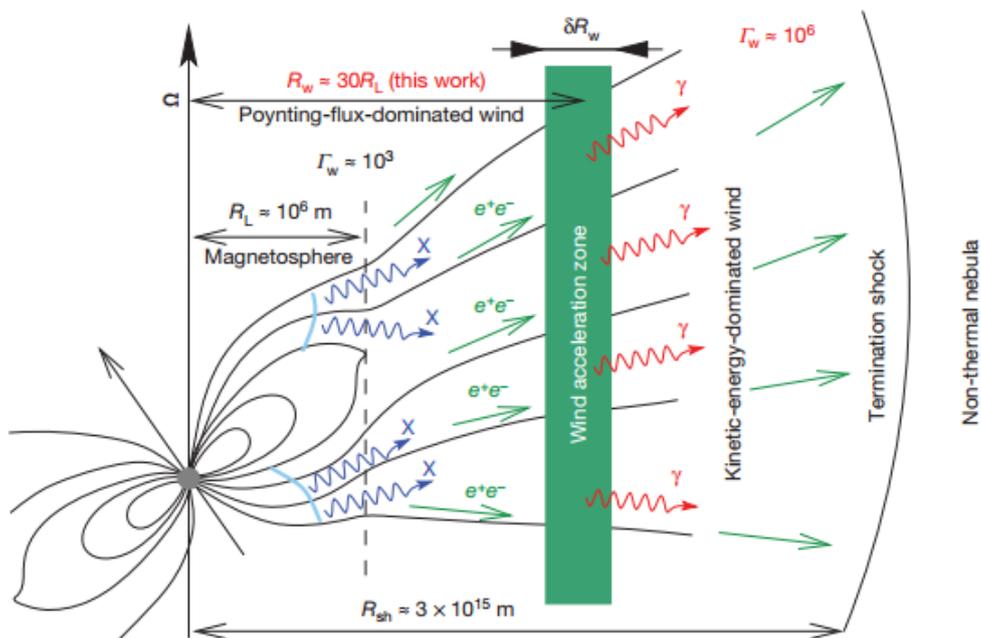
Apesar da condição de coerência favorecer o modo magneto-acústico, a transferência de energia da OG para o modo magnetossônico decresce com θ . O acoplamento é mais intenso para $\theta \approx 0$. Entretanto, nessas condições, o modo se torna puramente compressional (modo *slow*), que não interage coerentemente com a onda gravitacional.

Fonte: Produção do autor.

6.1.2 Durante a fase *spiral*

O intuito, agora, é verificar a quantidade de energia da onda gravitacional transferida para o plasma durante a fase *spiral*. Uma vez que, as frequências mais baixas da OG podem contribuir, substancialmente, para a energia depositada no plasma. Portanto, primeiro, se a frequência orbital do sistema determina o raio do cilindro de luz ($R_L = c/\Omega$), e esta frequência evolui com a coalescência das binárias, a distância de interação da onda gravitacional com os modos MHD se modifica. É peremptório determinar qual o intervalo de frequência que o acoplamento é significativo, respeitando as aproximações de campo fraco. De acordo com Aharonian et al. (2012), a magnetosfera de uma estrela de nêutrons, possivelmente, se estende até $R_L \approx 10^6$ m, que corresponde a frequência da onda gravitacional de 300 Hz, longe do *merger* (ver Figura 6.5). Próximo ao *merger*, a frequência da radiação gravitacional é de 1.5 kHz, cuja distância do cilindro de luz alcança 10^5 m, como dito na seção anterior. Então, consideramos a fase *spiral* de duas estrelas de nêutrons irradiando na faixa de frequência de 300 Hz a 1.5 kHz. Coincidentemente, próximo aos limites de observação dos detectores de OGs Avançados.

Figura 6.5 - Magnetosfera e vento ultra-relativístico do pulsar da nebulosa de Caranguejo (PSR B0531+21).



A complexidade da magnetosfera e vento ultrarrelativístico do pulsar da nebulosa de Caranguejo (PSR B0531+21). Um plasma de elétron-pósitron denso na magnetosfera produzido por processos de criação de pares num vento de elétron-pósitron no cilindro de luz, que tem $R_L < 10^6 \text{ m}$. Em uma distância R_w , o fluxo de *Poynting* é convertido em energia cinética de movimento da matéria, deixando a matéria com fator de Lorentz de pelo menos $\gamma \simeq 10^4$.

Fonte: Aharonian et al. (2012)

No Capítulo 5, as oscilações foram obtidas no espaço de Fourier para o cenário mais geral. Então, pelo Teorema de *Parseval*, a integral da densidade de energia magnética sobre o espaço \mathfrak{R} pode, alternativamente, ser escrita como:

$$W^{(B)} = \int_{\mathfrak{R}_{\vec{r}}} \frac{|B(\vec{r})|^2}{2\mu_0} d^3r = \int_{\mathfrak{R}_{\vec{k}}} \frac{|B(\vec{k})|^2}{2\mu_0} d^3k, \quad (6.6)$$

permitindo que a energia excitada pela onda gravitacional possa ser calculada da integral do campo magnético perturbado no espaço de frequências. Assim, basta substituir a expressão do campo magnético perturbado do modo Alfvén, dado pela Equação (6.7) abaixo, na integral com os limites angulares respeitando os intervalos: $\phi \in [0, 2\pi]$ e $\varphi \in [0, \pi]$. A variável k é para estar no intervalo $[k_1, k_2]$, desde que $k_{1,2}$ sejam constantes que seguem a relação $k_{1,2} = \omega_{1,2}/u_{A\parallel}$. Essa notação será útil nas próximas linhas para interpretar a ressonância da interação.

$$B_y^{(1)}(k, \omega) = \frac{h_{\times}(f_g)B_x^{(0)}}{2} \frac{u_{A\parallel}}{u_{A\parallel} - \beta} \frac{[1 - \beta u_{A\parallel}(1 + \beta)] [\omega(\omega - ku_{A\parallel}^2)]}{1 - \beta u_{A\parallel}} \frac{1}{\omega^2 - k^2 u_{A\parallel}^2} \quad (6.7)$$

A integral indefinida da densidade de energia magnética para o modo Alfvén, fazendo $k \rightarrow k_0 = \omega_0/u_{A\parallel}$, fica:

$$W_{OA}^{(B)} = \pi \frac{|h_{\times}(f_g)|^2 |B_x^{(0)}|^2}{2\mu_0} \frac{u_{A\parallel}^2}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} \frac{[1 - \beta u_{A\parallel}(1 + \beta)]^2}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \omega^3 \left\{ k_0 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[1 - \frac{\omega_0}{\omega} \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}} \right] \frac{1}{u_{A\parallel}^2} - \frac{1 + 3u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}^3} \tanh^{-1} \left(\frac{\omega_0}{\omega} \right) - \frac{1}{u_{A\parallel}^2} \log(\omega_0^2 - \omega^2) \right\}. \quad (6.8)$$

A variável ω , que é a frequência da onda MHD, ao receber valores próximos de ω_0 , amplifica a energia por comportamento ressonante, por isso, antes de estimar números, é de extrema importância definir os domínios das funções não polinomiais em ω_0 .

Os domínios das funções $\tanh^{-1}(\omega_0/\omega)$ e $\log(\omega_0^2 - \omega^2)$ são definidos, respectivamente:

$$\begin{aligned} \{ \tanh^{-1}(\omega_0/\omega) \in \Re \ / \ |\omega_0/\omega| < 1 \} , \\ \{ \log(\omega_0^2 - \omega^2) \in \Re \ / \ \omega_0^2 > \omega^2 \} . \end{aligned}$$

Portanto, a integral definida da densidade de energia magnética da Equação (6.7), considerando o intervalo de integração de k como $[\omega_1/u_{A\parallel}, \omega_2/u_{A\parallel}]$, torna-se:

$$\begin{aligned} W_{OA}^{(B)} = \pi \frac{|h_{\times}(f_g)|^2 |B_x^{(0)}|^2}{2\mu_0} \frac{u_{A\parallel}^2}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} \frac{[1 - \beta u_{A\parallel}(1 + \beta)]^2}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \omega^3 \\ \left\{ k_2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \left[1 - \frac{\omega_2}{\omega} \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}} \right] \frac{1}{u_{A\parallel}^2} - \frac{1 + 3u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}^3} \tanh^{-1} \left(\frac{\omega_2}{\omega} \right) - \frac{1}{u_{A\parallel}^2} \log(\omega_2^2 - \omega^2) \right. \\ \left. - k_1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \left[1 - \frac{\omega_1}{\omega} \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}} \right] \frac{1}{u_{A\parallel}^2} + \frac{1 + 3u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}^3} \tanh^{-1} \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right) + \frac{1}{u_{A\parallel}^2} \log(\omega_1^2 - \omega^2) \right\} , \end{aligned} \quad (6.9)$$

as constantes $\omega_{1,2}$ podem validar a função $\tanh^{-1}(\omega_{1,2}/\omega)$ e/ou $\log(\omega_{1,2}^2 - \omega^2)$. Dessa forma, podemos interpretar o modelo descrito aqui da seguinte maneira. Respeitando o limite angular para a coerência da onda Alfvén com a onda gravitacional (isto é, pequenos θ), a ressonância depende das fases das ondas e das respectivas frequências. Enquanto as estrelas de nêutrons se aproximam, o sistema emite radiação gravitacional com frequência f_g e, por conseguinte, excita o plasma com uma amplitude $h_{\times}(f_g)$. Esses valores variam de acordo com a evolução do sistema, já estabelecido aqui, de 300 Hz a 1.5 kHz. Assim, a onda Alfvén, assumindo interação coerente dentro desse intervalo, adquire as mesmas frequências da onda gravitacional, durante a fase *spiral*, desde o início do acoplamento efetivo até instantes antes do *merger*, onde as aproximações realizadas corroboram. Enfim, a Equação (6.9) representa a transferência de energia no intervalo de acoplamento válido, entre $\omega_1 = 300$ Hz e $\omega_2 = 1500$ Hz. As frequências f_g e ω se tornam iguais, seguindo a condição de coerência, e variam dentro desse mesmo intervalo, podendo causar ressonância ou não.

Dando sequência aos argumentos acima, a constante ω_2 nos primeiros termos dentro dos colchetes da Equação (6.9) é sempre maior que $\omega \in [300, 1500]$ Hz. Então a função $\tanh^{-1}(\omega_2/\omega)$ é desconsiderada, por não estar no domínio dos Reais \Re ,

invalidando a expressão. A função $\log(\omega_1^2 - \omega^2)$, analogamente, nos últimos termos dentro dos colchetes da equação, é desconsiderada, pois, sempre dentro de [300, 1500] Hz, ω_1 será menor que ω . Concluindo as verificações de validação da Equação (6.9), reescrevemos a energia transferida como:

$$W_{OA}^{(B)} = \pi \frac{|h_{\times}(\omega)|^2 |B_x^{(0)}|^2}{2\mu_0} \frac{u_{A\parallel}^2}{(u_{A\parallel} - \beta)^2} \frac{[1 - \beta u_{A\parallel}(1 + \beta)]^2}{(1 - \beta u_{A\parallel})^2} \omega^3 \left\{ k_2 + \frac{\omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \left[1 - \frac{\omega_2}{\omega} \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}} \right] \frac{1}{u_{A\parallel}^2} - \frac{1}{u_{A\parallel}^2} \log(\omega_2^2 - \omega^2) - k_1 - \frac{\omega^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \left[1 - \frac{\omega_1}{\omega} \frac{1 + u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}} \right] \frac{1}{u_{A\parallel}^2} + \frac{1 + 3u_{A\parallel}^2}{2u_{A\parallel}^3} \tanh^{-1} \left(\frac{\omega_1}{\omega} \right) \right\}, \quad (6.10)$$

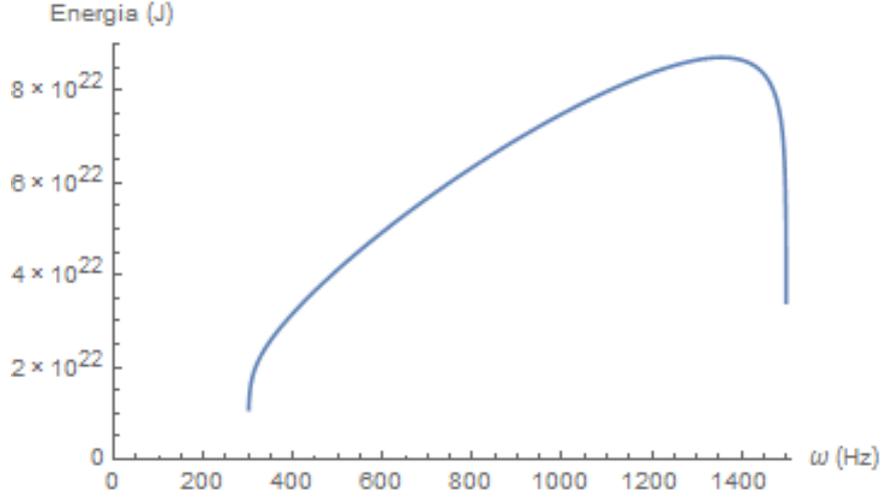
com

$$|h_{\times}(\omega)|^2 = \frac{1}{\pi^{4/3}} \frac{5}{24} \frac{c^2}{r^2} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \frac{1}{\omega^{7/3}} \cos^4 \iota,$$

lembrando que o ângulo entre a normal da órbita do sistema e a linha de visada é dado por ι . Este, daqui em diante, para obter o máximo de alinhamento com a emissão da binária, será considerado $\iota = 0^\circ$. Estamos interessados no acoplamento dentro do raio de luz, assim r na expressão de h_{\times} toma valores entre 10^5 m e 10^6 m; para facilitar a análise, r é considerado aproximadamente 10^6 m.

O equacionamento (6.10) é bem geral. Apesar da restrição da frequência ω variar no intervalo de acoplamento efetivo, este pode se adequar a outros sistemas semelhantes, intensas fontes de radiação gravitacional associadas a plasmas fortemente magnetizados. Além disso, não existe nenhuma imposição para o parâmetro β , apenas não deixar de considerar que ele está amarrado com a evolução das estrelas, pois descreve a velocidade das partículas do vento que sofre influencia da rotação das estrelas. No gráfico da Figura 6.6, considerando um vento, em média, durante a fase *spiral*, com $\beta = 0.6$, e $\theta = 0.01^\circ$, deixa explícito a dependência da energia com a frequência das ondas gravitacional e Alfvén. As ondas interagem coerentemente desde 300 Hz, porém a maior transferência é dada pela frequência 1.5 kHz, como esperado. Devido aos termos $1/(\omega_{1,2}^2 - \omega^2)$, deveria estourar quando $\omega_{1,2} = \omega$, mas o gráfico está limitado nas proximidades de 300 Hz e 1500 Hz, evitando essa aparência.

Figura 6.6 - Gráfico da energia magnética em função da frequência da onda Alfvén, durante a coalescência - referente à $\beta = 0.6$.



O gráfico representa a transferência de energia da onda gravitacional para a onda Alfvén, durante a fase *spiral* da coalescência. O parâmetro β está constante e seu valor é de $\beta = 0.6$. De qualquer forma, enquanto o acoplamento for efetivo, a interação é mais intensa próximo a frequência de colapso das estrelas.

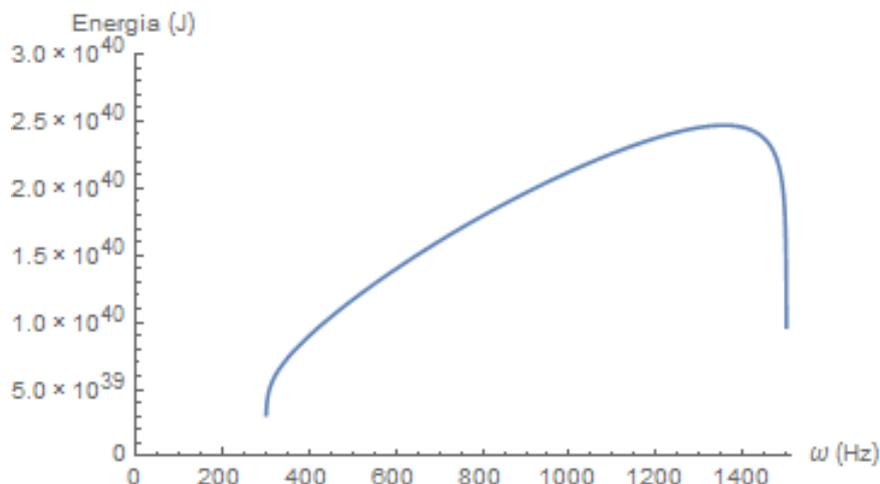
Fonte: Produção do autor.

Ainda do gráfico, é fácil notar que, nessas condições, a energia armazenada pela perturbação magnética é da ordem de $W^{(B)} \sim 10^{23}$ J. Baixo em comparação com os resultados obtidos na seção anterior. Contudo, a razão desse valor é o parâmetro β ; fisicamente, o acoplamento é mais eficiente nos estágios finais da fase *spiral* (ver Figura 6.7), daí, utilizando os valores: $B^{(0)} = 10^{12}$ T, $\beta = 0.9999$ ou $\gamma = 10^2$, $\omega \simeq 1.5 \times 10^3$ Hz, $u_A \approx 1$, $\theta = 0,01^\circ$. A energia transferida pela onda gravitacional para o plasma através da excitação da onda Alfvén é:

$$W_{OA}^{(B)} \simeq 10^{40} \text{ J} . \quad (6.11)$$

Este valor é sete ordens de grandeza maior que o valor $W_{OA}^{(B)} \sim 10^{33}$ J, obtido pela equação aproximada no cenário perto do *merger*. Uma diferença realmente significativa. Vamos tentar argumentar a favor dessa discrepância. Primeiro, observe, novamente, o gráfico da Figura 6.6, para $\beta = 0.6$, e o gráfico da Figura 6.7, para $\beta = 0.9999$. Claramente, notamos que a energia dissipada no plasma tem valores importantes para frequências mais baixas e quase nada difere da ordem de gran-

Figura 6.7 - Gráfico da energia magnética em função da frequência da onda Alfvén de um plasma ultrarrelativístico ($\beta = 0.9999$), durante a coalescência.



O gráfico representa a transferência de energia da onda gravitacional para a onda Alfvén excitada num plasma ultrarrelativístico ($\beta = 0.9999$), durante a fase *spiral* da coalescência.

Fonte: Produção do autor.

deza da energia associada às frequências maiores, se β se mantiver constante. Além de que a energia é fortemente dependente do valor de β , já que o o máximo das duas curvas tem 20 ordens de grandeza de diferença para uma variação de aproximadamente 40% do valor do β . E depois, se estreitarmos a faixa de frequência em que o acoplamento coerente acontece, impondo $\omega_1 \approx \omega_2 = 1.5$ kHz, tentamos nos aproximar da função pulso do cenário de colapso e somos capazes de verificar se as frequências baixas contribuem para o acoplamento coerente entre as ondas. Com isso, alcançamos uma energia da ordem de $W^{(B)} \simeq 10^{36}$ J. Portanto, o valor $W_{OA}^{(B)} \sim 10^{40}$ J aparece por causa das contribuições das frequências mais baixas ² e do valor de β constante e ultrarrelativístico. Este valor é um limite superior para a energia transferida no acoplamento. E se faz necessário determinar uma expressão de β em função da frequência orbital do sistema durante a coalescência. Muito provavelmente, no *merger*, β atingirá o valor 0,9999, mas também é provável que β tenha valor menor em 300 Hz, o que poderá reduzir a estimativa da energia da OG perdida ao plasma, no acoplamento mais fraco.

Analogamente, estima-se a energia transferida ao modo magnetossônico pela integral

² Desconsideradas pelos trabalhos anteriores, que apresentavam apenas resultados para os cenários próximo ao *merger*.

da Equação (6.6) da componente do campo magnético perturbado:

$$B_x^{(1)}(k, \omega) = -\frac{h_+}{2\gamma^2}\omega \frac{(1 - \beta u_f)^2(1 - \beta u_s)^2}{(u_f - u_s)[(u_f + u_s)(1 + \beta^2) - 2\beta(1 + u_f u_s)]} [\Xi(k, \omega) + \Pi(k, \omega)], \quad (6.12)$$

onde as funções $\Xi(k, \omega)$ e $\Pi(k, \omega)$ são definidas no capítulo anterior.

Antes de integrar, é interessante fazer algumas considerações sobre a Equação (6.12). A velocidade de fase u_s do modo *slow* magnetossônico é sempre menor do que a velocidade do modo *fast*, $u_s < u_f$. Assim, uma boa aproximação é considerar $u_s \rightarrow 0$ e o termo $\Pi(k, \omega)$, conseqüentemente, também pode ser desconsiderado, supondo uma excitação de ondas MHD com a onda gravitacional perpendicular ao campo magnético de fundo ($\vec{k}_g \perp \vec{B}^{(0)}$); já que o termo $\Xi(k, \omega)$ depende de $B_z^{(0)}$.

Portanto, a integral indefinida do campo magnético perturbado do modo magnetossônico na variável k e fazendo $k = \omega_0/u_f$ é:

$$W_{OMS}^{(B)} = -\pi \frac{|h_+(f_g)|^2 |B_x^{(0)}|^2}{4\mu_0\gamma^6} \frac{(1 - u_f\beta)^2}{u_f^3(u_f - 2\beta + u_f\beta^2)^2} \frac{\omega^3}{(1 - u_A\beta)^4(1 - \beta)^2} \left\{ -2\frac{\omega_0}{\omega}(1 - u_f\beta)^2\xi^2 + \frac{\omega^2}{\omega_0^2 - \omega^2} \left[(1 - u_f\beta)^2\frac{\omega_0}{\omega}\xi^2 + 2\frac{(u_f - \beta)(1 - u_f\beta)}{(u_A - \beta)^2}\xi \cdot \zeta + \frac{(u_f - \beta)^2}{(u_A - \beta)^4}\frac{\omega_0}{\omega}\zeta^2 \right] + \left[3(1 - u_f\beta)^2\xi^2 + \frac{(u_f - \beta)^2}{(u_A - \beta)^4}\zeta^2 \right] \tanh^{-1} \left[\frac{\omega_0}{\omega} \right] - 2\frac{(u_f - \beta)(1 - u_f\beta)}{(u_A - \beta)^2}\xi \cdot \zeta \log[\omega_0^2 - \omega^2] \right\}, \quad (6.13)$$

onde os termos ξ e ζ são definidos como $\xi \equiv u_{A\perp}^2 + [(u_A - \beta)^2 + 2\beta^2]\gamma$, $\zeta \equiv -2u_{A\perp}^2\beta^2 + (1 - u_A\beta)^2[(u_A - \beta)^2 + 2\beta^2]\gamma$.

Similar à expressão da energia do modo Alfvén, a equação da energia (6.13) contém as funções $\tanh^{-1}[\omega_0/\omega]$, $\log(\omega_0^2 - \omega^2)$, cujos domínios, esclarecidos anteriormente, dependem da frequência de ressonância ω_0 . Quando $\omega_0 > \omega$, desconsidera-se a função $\tanh^{-1}[\omega_0/\omega]$, enquanto que, para $\omega_0 < \omega$, negligencia a função $\log(\omega_0^2 - \omega^2)$. Sendo a faixa de frequência de interação das ondas correspondente à $\omega_0 \in [\omega_1, \omega_2] \equiv [300, 1500]$ Hz, a integral definida é dada por:

$$\begin{aligned}
W_{OMS}^{(B)} = & -\pi \frac{|h_+(f_g)|^2 |B_x^{(0)}|^2}{4\mu_0\gamma^6} \frac{(1 - u_f\beta)^2}{u_f^3(u_f - 2\beta + u_f\beta^2)^2} \frac{\omega^3}{(1 - u_A\beta)^4(1 - \beta)^2} \\
& \left\{ -2\frac{\omega_2}{\omega}(1 - u_f\beta)^2\xi^2 - 2\frac{(u_f - \beta)(1 - u_f\beta)}{(u_A - \beta)^2}\xi \cdot \zeta \log[\omega_2^2 - \omega^2] \right. \\
& + \frac{\omega^2}{\omega_2^2 - \omega^2} \left[(1 - u_f\beta)^2\frac{\omega_2}{\omega}\xi^2 + 2\frac{(u_f - \beta)(1 - u_f\beta)}{(u_A - \beta)^2}\xi \cdot \zeta + \frac{(u_f - \beta)^2}{(u_A - \beta)^4}\frac{\omega_2}{\omega}\zeta^2 \right] \\
& - 2\frac{\omega_1}{\omega}(1 - u_f\beta)^2\xi^2 + \left[3(1 - u_f\beta)^2\xi^2 + \frac{(u_f - \beta)^2}{(u_A - \beta)^4}\zeta^2 \right] \tanh^{-1} \left[\frac{\omega_1}{\omega} \right] \\
& \left. + \frac{\omega^2}{\omega_1^2 - \omega^2} \left[(1 - u_f\beta)^2\frac{\omega_1}{\omega}\xi^2 + 2\frac{(u_f - \beta)(1 - u_f\beta)}{(u_A - \beta)^2}\xi \cdot \zeta + \frac{(u_f - \beta)^2}{(u_A - \beta)^4}\frac{\omega_1}{\omega}\zeta^2 \right] \right\}, \tag{6.14}
\end{aligned}$$

com

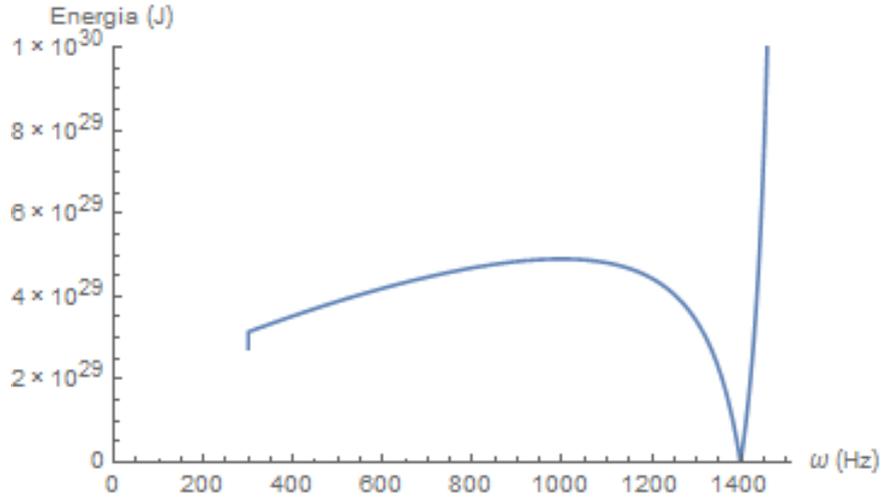
$$|h_+(f_g)|^2 = \frac{1}{\pi^{4/3}} \frac{5}{24} \frac{c^2}{r^2} \left(\frac{GM_c}{c^3} \right)^{5/3} \frac{1}{f_g^{7/3}} \left(\frac{1 + \cos^2 \iota}{2} \right)^2.$$

Novamente, o ângulo entre a normal da órbita do sistema e a linha de visada é $\iota = 0^\circ$ e r , o valor médio 10^6 m.

A energia dissipada, $W_{OMS}^{(B)}$, pela OG depende da coerência da frequência das ondas, ω . O gráfico da Figura 6.8 apresenta a energia armazenada pela oscilação do campo magnético excitada pela frequência da onda gravitacional, para um valor de β ultrarrelativístico ($\beta = 0.9999$). No extremos da interação, 300 Hz e 1.5 kHz, a energia tende ao infinito, por causa do efeito ressonante. Claramente, frequências mais baixas contribuem para o acoplamento, já que a energia quase nada difere da ordem de grandeza da energia dissipada por frequências altas. O parâmetro β ainda continua constante, não representando bem a velocidade do plasma durante a evolução do sistema. Assim, os valores encontrados dão um limite superior da energia, enquanto que o resultado de Moortgat (2006), $W_{OMS}^{(B)} \sim 10^{34}$ J, pode ser considerado um limite inferior para energia.

Antes da energia "estourar", o valor da energia transferida da OG para o modo *fast* magnetossônico nos estágios finais da fase *spiral*, $\omega \approx 1.5 \times 10^3$ Hz, utilizando os valores - $B^{(0)} = 10^{12}$ T, $u_A \approx u_f \approx 1$ e $\theta \approx \pi/2$ - fica:

Figura 6.8 - Gráfico da energia magnética em função da frequência da onda magnetossônica de um plasma ultrarrelativístico ($\beta = 0.9999$), durante a coalescência.



O gráfico representa a transferência de energia da onda gravitacional para a onda magnetossônica excitada num plasma ultrarrelativístico ($\beta = 0.9999$), durante a fase *spiral* da coalescência.

Fonte: Produção do autor.

$$W_{OMS}^{(B)} \sim 10^{41} \text{ J} . \quad (6.15)$$

Comparando com o resultado $W_{OMS}^{(B)} \sim 10^{34} \text{ J}$, há sete ordens de grandeza de diferença. Coincidentemente, a mesma diferença para a energia do modo Alfvén nos dois cenários. Um indício de que há, de fato, contribuição das frequências mais baixas na energia transferida pelo acoplamento e que não se deve desconsiderar tal acréscimo.

6.2 Potência da radiação

O plasma magnetizado circundante às estrelas de nêutrons não permanece livre de força depois que uma onda gravitacional o atravessa. As ondas magnetohidrodinâmicas excitadas impõem forças e acelerações em toda parte do plasma local. Como resultado, o vento é esperado irradiar (MOORTGAT; KUIJPERS, 2004).

Sempre que o movimento do elétron tem energia cinética suficiente comparada ao fóton, um conjunto de energia pode ser transferida do elétron ao fóton. Tal processo de espalhamento é chamado de *Compton Inverso* (RYBICKI; LIGHTMAN, 1986). Este processo converte um fóton de baixa energia a um de alta energia por um fator de or-

dem γ^2 . Então, nesse modelo, desde que, num plasma t ene fortemente magnetizado ($\beta_{pl} \ll 1$), as ondas MHD se comportam similarmente às ondas eletromagnéticas no vácuo na velocidade da luz. As ondas MHD podem ser tratadas simplesmente como fótons incidentes com frequência $\omega = \omega_g$. Elas não t em frequência suficiente para serem medidas da Terra, mas a interação com as partículas da magnetosfera faz com que o acoplamento seja visível na faixa da radiofrequência. A potência irradiada   relativa   transferência de energia convertida do elétron no plasma para o fóton da onda MHD.

Para um caso de uma distribui o isotrópica de fótons espalhados numa distribui o isotrópica de elétrons de densidade n_e , o conjunto de potência perdida pelo elétron e, portanto, convertida em radia o crescente  :

$$P_{compt} = \frac{4}{3} \sigma_T c \gamma^2 \beta^2 \varepsilon_{EM} n_e , \quad (6.16)$$

onde $\sigma_T = 8\pi r_0^2/3$   a se o de choque de *Thomson* para o raio clássico do elétron r_0 , ε_{EM}   a densidade de energia eletromagnética e os fatores γ e β referentes às partículas "secundárias" no plasma. O termo $4/3$ se refere a uma distribui o angular isotrópica da radia o incidente.

  necessário conhecer n_e . Então, da expressão de densidade de corota o do plasma em rela o às estrelas, a densidade de carga no cilindro de luz pode ser calculada partindo de:

$$\frac{\rho}{\epsilon_0} = \nabla \cdot \vec{E} ,$$

e lembrando que:

$$\vec{E} = -\frac{1}{c} (\vec{\Omega} \times \vec{r}) \times \vec{B} .$$

Portanto, a densidade de carga de elétrons "secundários" no cilindro de luz de binárias de estrelas de nêutrons com campo magnético de fundo $B^{(0)}$ e frequência angular orbital $\vec{\Omega}$ fica:

$$n_e = \frac{2M\epsilon_0\vec{\Omega} \cdot \vec{B}^{(0)}}{c|e|} . \quad (6.17)$$

Supondo a situação em que o sistema está próximo do colapso e que o campo magnético ambiente está paralelo com o eixo de rotação orbital do sistema, com base nos valores: $M = 10^5$, $\Omega \sim 10^3$ Hz e $B^{(0)} \sim 10^{12}$ T, a densidade de corrotação é

$$n_e \sim 10^{19} \text{m}^{-3} .$$

Com isso, o total da potência da radiação *Compton* Inverso é calculada com a Equação (6.16):

$$P_{compt}^{tot} = \frac{4}{3}\sigma_T\gamma^2\beta^2cW^{(B)}n_e ,$$

ou, substituindo $\sigma_T = 66,5 \times 10^{-30} \text{m}^2$, $\gamma = 10^2$ e $\beta \simeq 0.9999$:

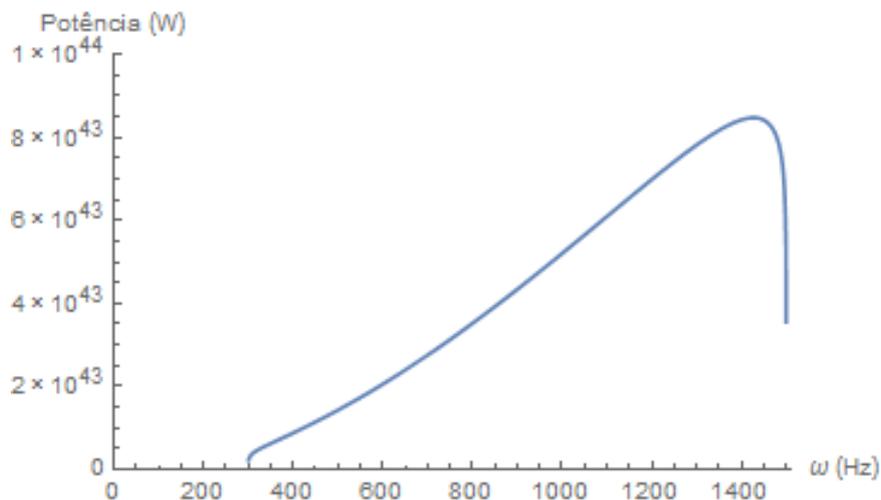
$$P_{compt}^{tot} \simeq 10^3 W^{(B)} .$$

No cenário próximo ao *merger*, para um *burst* de OG, a radiação do vento inteiro será emitida tão breve quanto a passagem da OG através do plasma, excitando as ondas MHD. O *burst* da radiação eletromagnética será comprimido à duração $\Delta t \simeq L/(2c\gamma^2)$ para uma região isotrópica de tamanho L (MOORTGAT; KUIJPERS, 2005). Se a escala de tamanho é para ser do tamanho do raio do cilindro de luz, $L \sim R_L \simeq 10^6$ m, então a radiação eletromagnética dura $\Delta t \sim 10^{-6}$ seg.

De acordo com a seção anterior, nas condições citadas, os valores da energia magnética, $W^{(B)}$, alcançam ordens de 10^{35} J, para o modo magnetossônico. Assim uma radiação eletromagnética de frequência $\omega \sim \gamma^2\omega_g$, próximo ao colapso, $\omega \simeq 10$ MHz, irradiaria potência de espalhamento que decai com r , a partir do cilindro de luz, da ordem de 10^{38} J/s. Para o modo Alfvén, a potência irradiada está próxima de 10^{36} J/s.

Anteriormente, estimou-se a quantidade de potência irradiada pelo acoplamento entre onda gravitacional com o plasma, em instantes antes do *merger*, onde os parâmetros do plasma são estimados para conter a física do sistema próximo do colapso.

Figura 6.9 - Gráfico da potência irradiada em função da frequência de onda Alfvén durante a coalescência.



A geometria do gráfico é semelhante ao gráfico da energia em função da frequência. Apenas ordens de grandeza, devido à densidade de corotação difere significativamente. A potência irradiada cresce quando o sistema entra no colapso.

Fonte: Produção do autor.

Mas, por exemplo, a frequência orbital da binária varia com a coalescência, da mesma ordem que a frequência gravitacional. Então, fazendo uma estimativa da potência irradiada em função da evolução da fase *spiral*, podemos calcular a potência pela Equação (6.16), com auxílio da expressão do modo Alfvén, Equação (6.10), e da densidade de corotação, Equação (6.17), com $\Omega \simeq \omega$, variando de 300 Hz a 1.5 kHz. O resultado está apresentado no gráfico da Figura 6.9. A potência irradiada no limite da fase *spiral*, comparando com o resultado acima, é da ordem de $P_{compt} \sim 10^{43}$ J/s. A diferença era esperada, já que a energia dissipada no plasma era superior também. O parâmetro β ainda continua constante nessa análise, com valores ultrarrelativísticos, que indicam um limite superior dos resultados da potência e da energia. Para efeito de comparação, alterando para $\beta = 0.999$ ou $\gamma \sim 10$, a potência cai para 10^{38} J/s; mostrando que o acoplamento e suas variáveis de observação dependem fortemente da velocidade do plasma.

Apesar do processo *Compton* Inverso estar fixado pela frequência da onda gravitacional e pelo fator de Lorentz das partículas - uma vez que tem a mesma frequência no domínio do rádio em todo o vento - esta radiação pode apenas escapar suficientemente longe, onde a frequência de plasma relativístico cai abaixo da frequência

de emissão. Geralmente, um problema astrofísico, tal como binárias de estrelas de nêutrons, tem $\omega_g/2\pi \lesssim 10^3$ Hz, com densidade de plasma para uma típica matéria interestelar corresponde à $\omega_{pl}/2\pi \gtrsim 10^3$ Hz.

Em trabalhos anteriores, autores propuseram detecção de tal frequência eletromagnética. Sugerido por [Marklund et al. \(2000\)](#), a observação, apesar das dificuldades devido à ionosfera, poderia ser realizada pelo telescópio ALFA (*Astronomical Low Frequency Array*) numa faixa de frequência de 30 kHz a 30 MHz. Supondo que 10% da energia é transferida aos números harmônicos com frequência para detecção, é estimado o nível mínimo de detecção para 1000 Jy ³. Sugerido por [Moortgat e Kuijpers \(2005\)](#), a radiação eletromagnético derivada do acoplamento poderia ser detectada pelo Rádio Telescópio LOFAR ⁴, apesar de ser identificados problemas em relação à baixa frequência da onda e sua dispersão com o meio interestelar.

³1 Jy (Jansky) = $10^{-26} \frac{\text{W}}{\text{m}^2}$

⁴*Low Frequency Array*, ver <http://www.lofar.org/>.

7 CONCLUSÕES E PERSPECTIVAS

Gravidade é a mais fraca das forças fundamentais da natureza. Contudo é a interação dominante nos sistemas astronômicos, o que torna o estudo das Ondas Gravitacionais interessante para estudar o Universo, capaz, a partir de sua detecção, de fornecer informações importantes de objetos exóticos, como os Buracos Negros. OGs são perturbações do espaço-tempo que se propagam através do tecido do Universo na velocidade da luz. Objetos extremamente massivos que possuem oscilação não-radial emitem OGs, cuja detecção direta ainda não aconteceu. Contudo, com a entrada em operação do *Advanced LIGO* e mais para a próxima década, do *Einstein Telescope*, espera-se que a janela de observação em ondas gravitacionais seja finalmente aberta. Indiretamente, a radiação gravitacional é sugerida pela observação do decaimento, por exemplo, do período orbital de sistema binários de pulsares, como nas binárias PSR 1913+16 de Hulse & Taylor. Outro mecanismo de detecção indireta de ondas gravitacionais foi proposto neste trabalho.

Durante a *spiral-phase*, a emissão gravitacional, dependente da frequência orbital do sistema, excita os modos de ondas magneto-hidrodinâmicas (MHD), Alfvén e magneto-acústica, num plasma fortemente magnetizado circundante à forte radiação gravitacional. E uma quantidade de energia é transferida às ondas MHD. O intuito do trabalho foi verificar, também, se, frequências mais baixas de acoplamento, entre as ondas, contribuem para a energia depositada pela onda gravitacional no plasma, por conseguinte, para a potência irradiada perdida pelos elétrons na magnetosfera. Ao longo das páginas, na teoria linearizada¹, obtivemos o conjunto fechado das equações MHD acopladas às polarizações (\times e $+$) da perturbação gravitacional relativo ao plasma, tanto para o cenário durante a fase *spiral* (ainda não realizada em outros trabalhos), quanto no limite próximo ao *merger*. Um equacionamento semelhante, para o caso próximo ao *merger*, mas com alguns passos obscuros, é apresentado em Moortgat (2006). Deduzimos novamente as equações, para entender as aproximações realizadas pelo autor. Diferenças apareceram entre as duas deduções e aqui tentamos apresentar todas as distinções, explicitando corretamente as aproximações realizadas.

Alcançamos a clara identificação dos modos de excitação no plasma e como se dá a interação das mesmas com a onda gravitacional: ondas Alfvén são ondas não-compressionais de cisalhamento que têm componentes eletromagnéticos ortogonais

¹Fenômenos interessantes em plasmas, que são ausentes na teoria linearizada, podem se originar. Efeitos gravitacionais não-lineares são estudados em Brodin et al. (2000).

com uma velocidade de deriva correspondente no plasma, um fluxo de corrente ao longo do campo elétrico e um desvio da neutralidade de carga causada pela divergência do campo elétrico, mas nenhuma componente de pressão ou densidade. Para interagir coerentemente com uma OG tem de encontrar a amplitude significativa em função do ângulo entre o vetor de onda Alfvén e o campo magnético de fundo.

A interação mais efetiva ocorre entre a OG e as ondas magneto-acústicas. A velocidade de fase dessas ondas pode facilmente se aproximar da velocidade da luz em um plasma magnetizado fortemente. Ondas magnetossônicas são ondas compressionais, que excitam a pressão, densidade, e gradientes de campo magnético ao longo da direção do vetor de onda, mas nenhuma perturbação na neutralidade da carga. As perturbações do campo elétrico e magnético e o vetor de onda são mutuamente ortogonais, mas a velocidade de deriva não é exatamente perpendicular ao campo magnético. Claro que a movimentação do plasma em uma OG é não-compressional, mas isto gera compressão do campo magnético, se ela se propaga através de um campo magnético congelado, desde que o acoplamento é com o modo magnetossônico da ondas MHD.

Nenhuma interação coerente pode ocorrer com o modo *slow* da onda magnetossônica e OG, pois a velocidade de fase desse modo é sempre muito menor que da onda gravitacional e dos outros modos. Por conseguinte, a amplitude não cresce com o tempo ou com a distância e não pode se tornar significativa.

A transferência de energia entre as ondas se dá quando o acoplamento for coerente. Interação ressonante no vácuo ou na presença de um campo eletromagnético de fundo requer apenas que as frequências da OGs e onda magnetohidrodinâmica coincidam, desde que ambas têm a velocidade de fase igual à c . Estimamos a energia depositada no plasma durante e no fim da fase *spiral*. Algumas ordens de grandeza diferem entre o caso mais geral e a aproximação ultrarrelativística. Identificamos essa diferença, principalmente, como contribuição das frequências mais baixas da onda gravitacional durante a coalescência. Um resultado interessante que ainda não tinha sido obtido. Em [Moortgat \(2006\)](#) e outros autores, apenas consideravam o cenário próximo ao colapso, usando uma função pulso da onda gravitacional. Obviamente, esta última abordagem não é ruim em todo caso, já que o acoplamento é mais intenso próximo do *merger*, devido ao crescimento da amplitude da onda gravitacional.

Algumas aproximações baseadas em simulações numéricas da coalescência da ENs com as equações completas da Relatividade Geral foram necessárias para estimar a energia dissipada pela OG e a potência irradiada pelo plasma, durante a fase

spiral. Consideramos a intensidade do campo magnético poloidal constante dentro do raio do cilindro de luz antes do *merger*, assim como a densidade do plasma e^\pm . Entretanto, nas expressões de energia magnética e potência irradiada, o parâmetro β está livre - e por falta de uma equação eficiente e correta que descrevesse β em função da onda gravitacional - foi mantido um valor ultrarrelativístico, $\beta \approx 0.9999$. Possivelmente, a energia e potência são limites superiores para aproximações de fraco acoplamento. Assim, um ponto que deve ser mais bem avaliado é como obter uma forma de descrever o parâmetro β em função da frequência de onda gravitacional. Essa é uma questão que pretendemos tratar no início do Doutorado, visto que a obtenção de uma equação que permita relacionar ω_g com β permitirá tornar nosso modelo totalmente autoconsistente, além de permitir com segurança identificar a energia corretamente depositada no plasma ($W_{OA,OMS}^{(B)}$). O que pode ser concluído, com certeza, neste momento, é que $W_{OA,OMS}^{(B)}$ estará entre o caso estudado por Moortgat (2006) (que é claramente limite inferior) e os valores do modo Alfvén e magnetossônico, respectivamente, 10^{40} J e 10^{41} J, aqui obtido, que é o limite superior.

Por fim, este trabalho pretende também deixar o terreno preparado para estudarmos a física associada aos GRBs, de curto período, através de um modelo completo que envolva o mecanismo de geração de ondas gravitacionais, excitação de ondas MHD, Alfvén e magneto-acústicas, e sua contribuição para a energia depositada na *fireball* e aceleração de matéria nesses sistemas binários. Propondo uma alternativa atraente, como por exemplo, para as teorias que sugerem uma *Fireball* abastecida de neutrinos (WAXMAN; BAHCALL, 1997) ou contaminada de bárions.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ABADIE, J. et al. Topical review: Predictions for the rates of compact binary coalescences observable by ground-based gravitational-wave detectors. **Classical and Quantum Gravity**, v. 27, n. 17, p. 173001, set. 2010. 2, 12
- ABBOTT, B. P. et al. Ligo: the laser interferometer gravitational-wave observatory. **Reports on Progress in Physics**, v. 72, n. 7, p. 076901, jul. 2009. 2
- _____. Observation of gravitational waves from a binary black hole merger. **Physical Review Letters**, v. 116, n. 6, p. 061102, feb 2016. xi, xii
- ACCADIA, T. et al. Status of the virgo project. **Classical and Quantum Gravity**, v. 28, n. 11, p. 114002, jun. 2011. 2
- ACERNESE, F. et al. Status of virgo. **Classical and Quantum Gravity**, v. 25, n. 11, p. 114045, jun. 2008. 2
- AHARONIAN, F. A.; BOGOVALOV, S. V.; KHANGULYAN, D. Abrupt acceleration of a ‘cold’ ultrarelativistic wind from the crab pulsar. **Nature**, v. 482, p. 507–509, fev. 2012. 105, 106
- AKERLOF, C.; BALSANO, R.; BARTHELMY, S.; BLOCH, J.; BUTTERWORTH, P.; CASPERSON, D.; CLINE, T.; FLETCHER, S.; FRONTERA, F.; GISLER, G.; HEISE, J.; HILLS, J.; KEHOE, R.; LEE, B.; MARSHALL, S.; MCKAY, T.; MILLER, R.; PIRO, L.; PRIEDHORSKY, W.; SZYMANSKI, J.; WREN, J. Observation of contemporaneous optical radiation from a γ -ray burst. **Nature**, v. 398, p. 400–402, abr. 1999. 16
- ANANDA, K. N.; CLARKSON, C.; WANDS, D. Cosmological gravitational wave background from primordial density perturbations. **Physical Review D**, v. 75, n. 12, p. 123518, jun. 2007. 2
- ANDERSSON, N.; FERRARI, V.; JONES, D. I.; KOKKOTAS, K. D.; KRISHNAN, B.; READ, J. S.; REZZOLLA, L.; ZINK, B. Gravitational waves from neutron stars: promises and challenges. **General Relativity and Gravitation**, v. 43, p. 409–436, fev. 2011. 2
- ANDERSSON, N.; KOKKOTAS, K. D. The r-mode instability in rotating neutron stars. **International Journal of Modern Physics D**, v. 10, p. 381–441, 2001. 69

- ARMANO, M. et al. The LISA pathfinder mission. **Journal of Physics Conference Series**, v. 610, n. 1, p. 012005, maio 2015. 31
- ARNETT, W. D.; BOWERS, R. L. A microscopic interpretation of neutron star structure. **The Astrophysical Journal**, v. 33, p. 415, abr. 1977. 11
- ASO, Y.; MICHIMURA, Y.; SOMIYA, K.; ANDO, M.; MIYAKAWA, O.; SEKIGUCHI, T.; TATSUMI, D.; YAMAMOTO, H. Interferometer design of the kagra gravitational wave detector. **Physical Review D**, v. 88, n. 4, p. 043007, ago. 2013. 2
- BAND, D.; MATTESON, J.; FORD, L.; SCHAEFER, B.; PALMER, D.; TEEGARDEN, B.; CLINE, T.; BRIGGS, M.; PACIESAS, W.; PENDLETON, G.; FISHMAN, G.; KOUVELIOTOU, C.; MEEGAN, C.; WILSON, R.; LESTRADE, P. Batse observations of gamma-ray burst spectra. i - spectral diversity. **The Astrophysical Journal**, v. 413, p. 281–292, ago. 1993. 16
- BAUSWEIN, A.; JANKA, H.-T. Measuring neutron-star properties via gravitational waves from neutron-star mergers. **Physical Review Letters**, v. 108, n. 1, p. 011101, jan. 2012. 3
- BECKER, W. **Neutron stars and pulsars**. Germany: Editora Springer, 2009. 1
- BELOBORODOV, A. M. On the efficiency of internal shocks in gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 539, p. L25–L28, ago. 2000. 18
- BERENTZEN, I.; PRETO, M.; BERCIK, P.; MERRITT, D.; SPURZEM, R. Binary black hole merger in galactic nuclei: Post-newtonian simulations. **The Astrophysical Journal**, v. 695, p. 455–468, abr. 2009. 2
- BERGER, E. A short gamma-ray burst "no-host" problem? investigating large progenitor offsets for short grbs with optical afterglows. **The Astrophysical Journal**, v. 722, p. 1946–1961, out. 2010. 4
- BESKIN, V. S.; GUREVICH, A. V.; ISTOMIN, Y. N. **Physics of the pulsar magnetosphere**. UK: Cambridge University Press, 1993. 10, 11, 12, 13, 14, 66
- BITTENCOURT, J. A. **Fundamentals of plasma physics**. New York: Springer-Verlag, 2004. ISBN 0-387-20975-1. 44, 45, 47, 58
- BOCCALETTI, D.; SABBATA, V.; FORTINI, P.; GUALDI, C. Conversion of photons into gravitons and vice versa in a static electromagnetic field. **Nuovo Cimento B Serie**, v. 70, p. 129–146, dez. 1970. 43

- BONAZZOLA S., G. E. **Relativistic gravitation and gravitational radiation**. UK: Cambridge University Press, 1997. 33
- BRODIN, G.; MARKLUND, M. Parametric excitation of plasma waves by gravitational radiation. **Physical Review Letters**, v. 82, p. 3012–3015, abr. 1999. 43, 44
- BRODIN, G.; MARKLUND, M.; DUNSBY, P. K. S. Nonlinear gravitational wave interactions with plasmas. **Physical Review D**, v. 62, n. 10, p. 104008, nov. 2000. 48, 119
- CALLEN, H. B. **Thermodynamics and an introduction to thermostatics**. 2. ed. USA: Wiley, 1985. 512 p. ISBN 0-471-86256-8. 52
- CHEN, F. F. **Introduction to plasma physics**. New York: Plenum Press, 1974. 46
- CLARK, J. P. A.; EARDLEY, D. M. Evolution of close neutron star binaries. **The Astrophysical Journal**, v. 215, p. 311–322, jul. 1977. 20
- CLARKE, C.; CARSWELL, B. **Principles of astrophysical fluid dynamics**. UK: Cambridge University Press, 2007. 45
- COBURN, W.; BOGGS, S. E. Polarization of the prompt γ -ray emission from the γ -ray burst. **Nature**, v. 423, p. 415–417, maio 2003. 17
- CUTLER, C.; APOSTOLATOS, T. A.; BILDSTEN, L.; FINN, L. S.; FLANAGAN, E. E.; KENNEFICK, D.; MARKOVIC, D. M.; ORI, A.; POISSON, E.; SUSSMAN, G. J. The last three minutes - issues in gravitational-wave measurements of coalescing compact binaries. **Physical Review Letters**, v. 70, p. 2984–2987, maio 1993. 3
- CUTLER, C.; THORNE, K. S. An overview of gravitational-wave sources. **ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints**, abr. 2002. 31, 41
- D'INVERNO, R. A. **Introducing Einstein's relativity**. New York: Oxford University Press, 1992. 27, 50, 63, 82
- DUNCAN, R. C. Global seismic oscillations in soft gamma repeaters. **The Astrophysical Journal**, v. 498, p. L45–L49, maio 1998. 69
- EDDINGTON, A. S. The propagation of gravitational waves. **Royal Society of London Proceedings Series A**, v. 102, p. 268–282, dez. 1922. 1

EICHLER, D.; LEVINSON, A. Polarization of gamma-ray bursts via scattering off a relativistic sheath. **The Astrophysical Journal**, v. 596, p. L147–L150, out. 2003. [17](#)

EICHLER, D.; LIVIO, M.; PIRAN, T.; SCHRAMM, D. N. Nucleosynthesis, neutrino bursts and gamma-rays from coalescing neutron stars. **Nature**, v. 340, p. 126–128, jul. 1989. [3](#), [17](#), [20](#)

EINSTEIN, A. Die feldgleichungen der gravitation. **Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften**, Berlin, p. 844–847, 1915. [24](#)

_____. Über gravitationswellen. **Sitzungsberichte der Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften.**, Berlin, p. 154–167, 1918. [1](#)

_____. **The meaning of relativity**. New York: Princeton University Press, 1921. [25](#)

ELLIS, G. F. R.; ELST, H. van. Cosmological models (cargèse lectures 1998). In: LACHIEZE-REY, M., Cargèse. **NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C**. France, 1999. [137](#)

FIERZ, M.; PAULI, W. On relativistic wave equations for particles of arbitrary spin in an electromagnetic field. **Royal Society of London Proceedings Series A**, v. 173, p. 211–232, nov. 1939. [27](#)

FINN, L. S.; MOHANTY, S. D.; ROMANO, J. D. Detecting an association between gamma ray and gravitational wave bursts. **Physical Review D**, v. 60, n. 12, p. 121101, dez. 1999. [20](#)

FISHMAN, G. J.; MEEGAN, C. A. Gamma-ray bursts. **Annual Review of Astronomy & Astrophysics**, v. 33, p. 415–458, 1995. [3](#), [19](#)

FRAIL, D. A. et al. Beaming in gamma-ray bursts: Evidence for a standard energy reservoir. **The Astrophysical Journal**, v. 562, p. L55–L58, nov. 2001. [18](#)

FRYER, C. L.; WOOSLEY, S. E.; HARTMANN, D. H. Formation rates of black hole accretion disk gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 526, p. 152–177, nov. 1999. [21](#)

GERTSENSHTEIN, M. E. Wave resonance of light and gravitational waves. **Journal of Experimental and Theoretical Physics**, v. 14, n. 1, 1962. [43](#)

GIACOMAZZO, B.; REZZOLLA, L.; BAIOTTI, L. Accurate evolutions of inspiralling and magnetized neutron stars: Equal-mass binaries. **Physical Review D**, v. 83, n. 4, p. 044014, feb 2011. [102](#)

GOLDREICH, P.; JULIAN, W. H. Pulsar electrodynamics. **The Astrophysical Journal**, v. 157, p. 869, ago. 1969. [13](#)

GROOT, P. J.; GALAMA, T. J.; PARADIJS, J. van; STROM, R.; TELTING, J.; RUTTEN, R. G. M.; PETTINI, M.; TANVIR, N.; NABER, R.; KOUVELIOTOU, C.; ZAND, J. in 't; HEISE, J.; COSTA, E.; FEROCI, M.; PIRO, L.; FRONTERA, F.; ZAVATTINI, G.; NICASTRO, L.; PALAZZI, E. GRB 970228. **IAU Circulars**, v. 6584, p. 1, mar. 1997. [18](#)

GROTE, H.; COLLABORATION, L. S. The status of GEO 600. **Classical and Quantum Gravity**, v. 25, n. 11, p. 114043, jun. 2008. [2](#)

HAKKILA, J.; HAGLIN, D. J.; ROIGER, R. J.; MALLOZZI, R. S.; PENDLETON, G. N.; MEEGAN, C. A. Properties of gamma-ray burst classes. **The Astrophysical Journal**, v. 538, p. 165–180, set. 2000. [17](#)

HARRY, G. M.; COLLABORATION, L. S. Advanced ligo: the next generation of gravitational wave detectors. **Classical and Quantum Gravity**, v. 27, n. 8, p. 084006, abr. 2010. [2](#)

HAWKING, S. W.; ISRAEL, W. **Three hundred years of gravitation**. UK: Cambridge University Press, 1987. [28](#)

_____. 300 years of gravitation. **Journal of the British Astronomical Association**, v. 99, p. 196, ago. 1989. [20](#)

HEWISH, A.; BELL, S. J.; PILKINGTON, J. D. H.; SCOTT, P. F.; COLLINS, R. A. Observation of a rapidly pulsating radio source. **Nature**, v. 217, p. 709–713, fev. 1968. [1](#)

HULSE, R. A.; TAYLOR, J. H. Discovery of a pulsar in a binary system. **The Astrophysical Journal**, v. 195, p. L51–L53, jan. 1975. [34](#)

HURLEY, K. Observational properties of cosmic gamma-ray bursts. In: LECTURE NOTES IN PHYSICS, BERLIN SPRINGER VERLAG, Berlin. **Supernovae and Gamma-Ray Bursters**. Germany: Springer, 2003. v. 598, p. 301–316. [16](#), [17](#)

IMSHENNIK, V. S.; NADEZHIN, D. K. The terminal phases of stellar evolution and the supernova phenomenon. **Astrophysics and Space Physics Reviews**, v. 2, p. 75–161, 1983. 9

JACKSON, J. D. **Classical electrodynamics**. 3. ed. USA: Wiley, 1998. 832 p. ISBN 0-471-30932-X. 48

KALOGERA, V. et al. The cosmic coalescence rates for double neutron star binaries. **The Astrophysical Journal**, v. 601, p. L179–L182, fev. 2004. 2

KATZ, J. I. Low-frequency spectra of gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 432, p. L107–L109, set. 1994. 19

_____. **The biggest bangs: the mystery of gamma-ray bursts, the most violent explosions in the universe**. New York: Oxford University Press, 2002. ISBN 0195145704. 7

KLEBESADEL, R. W.; STRONG, I. B.; OLSON, R. A. Observations of gamma-ray bursts of cosmic origin. **The Astrophysical Journal**, v. 182, p. L85, jun. 1973. 1, 7

KOBAYASHI, S.; SARI, R. Ultraefficient internal shocks. **The Astrophysical Journal**, v. 551, p. 934–939, abr. 2001. 18

KOUVELIOTOU, C.; MEEGAN, C. A.; FISHMAN, G. J.; BHAT, N. P.; BRIGGS, M. S.; KOSHUT, T. M.; PACIESAS, W. S.; PENDLETON, G. N. Identification of two classes of gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 413, p. L101–L104, ago. 1993. 3

KUMAR, P.; PIRAN, T. Some observational consequences of gamma-ray burst shock models. **The Astrophysical Journal**, v. 532, p. 286–293, mar. 2000. 18

LANDAU, L. D.; LIFSHITZ, E. M. **The classical theory of fields**. 4. ed. New York: Pergamon Press, 1975. 15, 59

LATTIMER, J. M.; PRAKASH, M. Neutron star structure and the equation of state. **The Astrophysical Journal**, v. 550, p. 426–442, mar. 2001. 3

LITHWICK, Y.; SARI, R. Lower limits on lorentz factors in gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 555, p. 540–545, jul. 2001. 3, 19

LOMMEN, A. N. New limits on gravitational radiation using pulsars. In: PHYSIKZENTRUM BAD HONNEF, 2002, Max-Planck-Institut für

extraterrestrische Physik. **Neutron Stars, Pulsars, and Supernova Remnants**. Germany, 2002. p. 114. 31

LÜ, J.; ZOU, Y.-C.; LEI, W.-H.; ZHANG, B.; WU, Q.; WANG, D.-X.; LIANG, E.-W.; LÜ, H.-J. Lorentz-factor-isotropic-luminosity/energy correlations of gamma-ray bursts and their interpretation. **Astrophysical Journal**, v. 751, p. 49, maio 2012. 3, 20

LYNE, A. G.; BURGAY, M.; KRAMER, M.; POSSENTI, A.; MANCHESTER, R. N.; CAMILO, F.; MCLAUGHLIN, M. A.; LORIMER, D. R.; D'AMICO, N.; JOSHI, B. C.; REYNOLDS, J.; FREIRE, P. C. C. A double-pulsar system: A rare laboratory for relativistic gravity and plasma physics. **Science**, v. 303, p. 1153–1157, fev. 2004. 34

MACEDO, P. G.; NELSON, A. H. Propagation of gravitational waves in a magnetized plasma. **Physical Review D**, v. 28, p. 2382–2392, nov. 1983. 44, 45, 67

MAGGIORE, M. **Gravitational Waves: Theory and experiments**. New York: Oxford University Press, 2008. ISBN 9780198570745. 36, 38

MANCHESTER, R. N.; TAYLOR, J. H. **Pulsars**. San Francisco: W. H. Freeman, 1977. 12

MAO, S.; NARAYAN, R.; PIRAN, T. On the bimodal distribution of gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 420, p. 171–176, jan. 1994. 8

MARKLUND, M.; BRODIN, G.; DUNSBY, P. K. S. Radio wave emissions due to gravitational radiation. **The Astrophysical Journal**, v. 536, p. 875–879, jun. 2000. 43, 44, 99, 118

MEDVEDEV, M. V.; FIORE, M.; FONSECA, R. A.; SILVA, L. O.; MORI, W. B. Long-time evolution of magnetic fields in relativistic gamma-ray burst shocks. **The Astrophysical Journal**, v. 618, p. L75–L78, jan. 2005. 4

MEDVEDEV, M. V.; LOEB, A. Generation of magnetic fields in the relativistic shock of gamma-ray burst sources. **The Astrophysical Journal**, v. 526, p. 697–706, dez. 1999. 4, 19

MEEGAN, C. A.; FISHMAN, G. J.; WILSON, R. B.; HORACK, J. M.; BROCK, M. N.; PACIESAS, W. S.; PENDLETON, G. N.; KOUVELIOTOU, C. Spatial distribution of gamma-ray bursts observed by BATSE. **Nature**, v. 355, p. 143–145, jan. 1992. 3, 7

- MESZAROS, P.; REES, M. J. Relativistic fireballs and their impact on external matter - models for cosmological gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 405, p. 278–284, mar. 1993. 15, 16, 18, 19, 20
- MISNER, C. W.; THORNE, K. S.; WHEELER, J. A. **Gravitation**. San Francisco: W. H. Freeman, 1973. 32
- MOORTGAT, J. Watching gravitational waves. **ArXiv General Relativity and Quantum Cosmology e-prints**, abr. 2001. 5
- MOORTGAT, J.; KUIJPERS, J. Gravitational waves in magnetized relativistic plasmas. **Physical Review D**, v. 70, n. 2, p. 023001, jul. 2004. 69, 114, 137
- _____. Indirect visibility of gravitational waves in magnetohydrodynamic plasmas. In: CHEN, P. AND BLOOM, E. AND MADEJSKI, G. AND PATROSIAN, V., 22., 2005, Stanford. **Texas Symposium on Relativistic Astrophysics**. Stanford California, 2005. p. 326–331. 5, 116, 118
- MOORTGAT, J. B. **General relativistic plasma dynamics**. Tese (Doutorado) — Radboud Universiteit Nijmegen, The Netherlands, maio 2006. 52, 53, 55, 57, 58, 65, 66, 67, 76, 80, 82, 85, 87, 99, 104, 113, 119, 120, 121
- MOORTGAT, J. B.; KUIJPERS, J. Gravitational wave interaction with gamma-ray burst plasma. In: IAU JOINT DISCUSSION, 25., 2003, IAU. **Non Electromagnetic Windows for Astrophysics, 25th meeting of the IAU**. Sidney, 2003. v. 1, p. 3. 4, 5
- MUELLER, E.; JANKA, H.-T. Gravitational radiation from convective instabilities in type ii supernova explosions. **Astronomy and Astrophysics**, v. 317, p. 140–163, jan. 1997. 2
- NAKAR, E. Short-hard gamma-ray bursts. **Physics Reports**, v. 442, p. 166–236, abr. 2007. 3
- NARAYAN, R.; PACZYNSKI, B.; PIRAN, T. Gamma-ray bursts as the death throes of massive binary stars. **The Astrophysical Journal**, v. 395, p. L83–L86, ago. 1992. 15
- OPPENHEIMER, J. R.; VOLKOFF, G. M. On massive neutron cores. **Physical Review**, v. 55, p. 374–381, fev. 1939. 11
- PACZYNSKI, B. Gamma-ray bursters at cosmological distances. **The Astrophysical Journal**, v. 308, p. L43–L46, set. 1986. 15

- PACZYŃSKI, B. Are gamma-ray bursts in star-forming regions? **The Astrophysical Journal**, v. 494, p. L45–L48, fev. 1998. 17, 20
- PAPADOPOULOS, D.; STERGIOULAS, N.; VLAHOS, L.; KUIJPERS, J. Fast magnetosonic waves driven by gravitational waves. **Astronomy and Astrophysics**, v. 377, p. 701–706, out. 2001. 44, 61, 66, 87
- PARKER, E. N. Sweet’s mechanism for merging magnetic fields in conducting fluids. **Journal of Geophysical Research**, v. 62, p. 509–520, dez. 1957. 4
- PENDLETON, G. N.; MALLOZZI, R. S.; PACIESAS, W. S.; BRIGGS, M. S.; PREECE, R. D.; KOSHUT, T. M.; HORACK, J. M.; MEEGAN, C. A.; FISHMAN, G. J.; HAKKILA, J.; KOUVELIOTOU, C. The intensity distribution for gamma-ray bursts observed with BATSE. **The Astrophysical Journal**, v. 464, p. 606, jun. 1996. 7
- PENZIAS, A. A.; WILSON, R. W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 Mc/s. **The Astrophysical Journal**, v. 142, p. 419–421, jul. 1965. 1
- PERLMUTTER, S. et al. Measurements of ω and λ from 42 high-redshift supernovae. **The Astrophysical Journal**, v. 517, p. 565–586, jun. 1999. 1
- PHINNEY, E. S. The rate of neutron star binary mergers in the universe - minimal predictions for gravity wave detectors. **The Astrophysical Journal**, v. 380, p. L17–L21, out. 1991. 2, 3
- PILLA, R. P.; LOEB, A. Emission spectra from internal shocks in gamma-ray burst sources. **The Astrophysical Journal**, v. 494, p. L167–L171, fev. 1998. 20
- PIRAN, T. Gamma-ray bursts and the fireball model. **Physics Reports**, v. 314, p. 575–667, jun. 1999. 8
- _____. The physics of gamma-ray bursts. **Reviews of Modern Physics**, v. 76, p. 1143–1210, out. 2004. 8, 16, 17
- PIRAN, T.; SHEMI, A. Fireballs in the galactic halo and gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 403, p. L67–L69, fev. 1993. 4
- PIRO, L.; SCARSI, L.; BUTLER, R. C. Sax: the wideband mission for x-ray astronomy. In: SOCIETY OF PHOTO-OPTICAL INSTRUMENTATION ENGINEERS (SPIE) CONFERENCE SERIES, 1995, San Diego. **X-Ray and EUV/FUV Spectroscopy and Polarimetry**. USA: SPIE, 1995. v. 2517, p. 169–181. 8

- REZZOLLA, L.; GIACOMAZZO, B.; BAIOTTI, L.; GRANOT, J.; KOUVELIOTOU, C.; ALOY, M. A. The missing link: Merging neutron stars naturally produce jet-like structures and can power short gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal Letters**, v. 732, p. L6, maio 2011. [100](#), [101](#)
- RIESS, A. G. et al. Observational evidence from supernovae for an accelerating universe and a cosmological constant. **The Astronomical Journal**, v. 116, p. 1009–1038, set. 1998. [1](#)
- ROSSI, E.; LAZZATI, D.; REES, M. J. Afterglow light curves, viewing angle and the jet structure of γ -ray bursts. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 332, p. 945–950, jun. 2002. [21](#)
- ROSSI, E. M.; BELOBORODOV, A. M.; REES, M. J. Heating and deceleration of grb fireballs by neutron decay. In: AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS CONFERENCE SERIES, 2004, Sante Fe. **Gamma-Ray Bursts: 30 Years of Discovery**. USA: AIP, 2004. v. 727, p. 198–202. [18](#), [20](#)
- ROSSWOG, S.; DAVIES, M. B. High-resolution calculations of merging neutron stars - i. model description and hydrodynamic evolution. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 334, p. 481–497, ago. 2002. [15](#)
- ROSSWOG, S.; RAMIREZ-RUIZ, E. On the diversity of short gamma-ray bursts. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 343, p. L36–L40, ago. 2003. [15](#)
- RUFFERT, M.; JANKA, H.-T.; TAKAHASHI, K.; SCHAEFER, G. Coalescing neutron stars - a step towards physical models. ii. neutrino emission, neutron tori, and gamma-ray bursts. **Astronomy and Astrophysics**, v. 319, p. 122–153, mar. 1997. [20](#)
- RYBICKI, G. B.; LIGHTMAN, A. P. **Radiative processes in astrophysics**. New York: Wiley, 1986. 400 p. ISBN 0-471-82759-2. [114](#)
- SAHU, K. C.; LIVIO, M.; PETRO, L.; MACCHETTO, F. D.; PARADIJS, J. van; KOUVELIOTOU, C.; FISHMAN, G. J.; MEEGAN, C. A.; GROOT, P. J.; GALAMA, T. The optical counterpart to γ -ray burst GRB970228 observed using the hubble space telescope. **Nature**, v. 387, p. 476–478, maio 1997. [18](#)
- SATHYAPRAKASH, B. S.; SCHUTZ, B. F. Physics, astrophysics and cosmology with gravitational waves. **Living Reviews in Relativity**, v. 12, p. 2, mar. 2009. [23](#), [24](#), [30](#), [31](#), [32](#)

- SCHMIDT, M. Large redshifts of five quasi-stellar sources. **The Astrophysical Journal**, v. 141, p. 1295, abr. 1965. [1](#)
- SCHMIDT, M.; HIGDON, J. C.; HUETER, G. Application of the $v/v(\text{max})$ test to gamma-ray bursts. **The Astrophysical Journal**, v. 329, p. L85–L87, jun. 1988. [7](#)
- SCHREIER, E.; LEVINSON, R.; GURSKY, H.; KELLOGG, E.; TANANBAUM, H.; GIACCONI, R. Evidence for the binary nature of centaurus X-3 from UHURU x-ray observations. **The Astrophysical Journal**, v. 172, p. L79, mar. 1972. [1](#)
- SCHUTZ, B. F. **A first course in general relativity**. UK: Cambridge University Press, 1985. 392 p. ISBN 0521277035. [33](#)
- _____. Gravitational wave sources. **Classical and Quantum Gravity**, v. 13, p. A219–238, 1996. [4](#)
- SCHUTZ, B. F.; RICCI, F. Gravitational waves, sources, and detectors. **ArXiv e-prints**, maio 2010. [25](#)
- SERVIN, M.; BRODIN, G. Resonant interaction between gravitational waves, electromagnetic waves, and plasma flows. **Physical Review D**, v. 68, n. 4, p. 044017, ago. 2003. [45](#), [66](#)
- SERVIN, M.; BRODIN, G.; BRADLEY, M.; MARKLUND, M. Parametric excitation of alfvén waves by gravitational radiation. **Physical Review D**, v. 62, p. 8493–8500, dez. 2000. [47](#), [67](#)
- SHAPIRO, S. L.; TEUKOLSKY, S. A. **Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects**. New York: Wiley, 1983. 663 p. [2](#), [8](#), [9](#), [10](#)
- SHAVIV, N. J.; DAR, A. Gamma-ray bursts from minijets. **The Astrophysical Journal**, v. 447, p. 863, jul. 1995. [17](#)
- SHEMI, A.; PIRAN, T. The appearance of cosmic fireballs. **The Astrophysical Journal**, v. 365, p. L55–L58, dez. 1990. [19](#)
- SHIBATA, M.; URYU, K. Binary neutron star mergers in fully general relativistic simulations. In: AMERICAN INSTITUTE OF PHYSICS CONFERENCE SERIES, 20., 2001, Austin, Texas. **RELATIVISTIC ASTROPHYSICS: 20th Texas Symposium on relativistic astrophysics**. USA: AIP, 2001. v. 586, p. 717–728. [69](#)

- SIGG, D.; COLLABORATION, L. S. Status of the LIGO detectors. **Classical and Quantum Gravity**, v. 25, n. 11, p. 114041, jun. 2008. 2
- TAKAMI, K.; REZZOLLA, L.; BAIOTTI, L. Constraining the equation of state of neutron stars from binary mergers. **Physical Review Letters**, v. 113, n. 9, p. 091104, ago. 2014. 3
- TAVANI, M. Shock emission model for gamma-ray bursts. **Physical Review Letters**, v. 76, p. 3478–3481, maio 1996. 16
- TAYLOR, J. H.; WEISBERG, J. M. Further experimental tests of relativistic gravity using the binary pulsar PSR 1913 + 16. **The Astrophysical Journal**, v. 345, p. 434–450, out. 1989. 1
- THORNE, K. S. Multipole expansions of gravitational radiation. **Reviews of Modern Physics**, v. 52, p. 299–340, abr. 1980. 28
- URPIN, V. A.; LEVSHAKOV, S. A.; IAKOVLEV, D. G. Generation of neutron star magnetic fields by thermomagnetic effects. **Monthly Notices of the Royal Astronomical Society**, v. 219, p. 703–717, abr. 1986. 12
- VLAHAKIS, N.; KÖNIGL, A. Relativistic magnetohydrodynamics with application to gamma-ray burst outflows. i. theory and semianalytic trans-alfvénic solutions. **The Astrophysical Journal**, v. 596, p. 1080–1103, out. 2003. 20
- WAXMAN, E.; BAHCALL, J. High energy neutrinos from cosmological gamma-ray burst fireballs. **Physical Review Letters**, v. 78, p. 2292–2295, mar. 1997. 20, 121
- WAXMAN, E.; KULKARNI, S. R.; FRAIL, D. A. Implications of the radio afterglow from the gamma-ray burst of 1997 may 8. **The Astrophysical Journal**, v. 497, p. 288–293, abr. 1998. 18
- WEISBERG, J. M.; TAYLOR, J. H. Observations of post-newtonian timing effects in the binary pulsar PSR 1913 + 16. **Physical Review Letters**, v. 52, p. 1348–1350, abr. 1984. 1
- _____. The relativistic binary pulsar B1913+16. In: ASTRONOMICAL SOCIETY OF THE PACIFIC CONFERENCE SERIES, 2003, Mediterranean Agronomic Institute of Chania. **Radio Pulsars**. Greece: ASP, 2003. v. 302, p. 93. 34
- YAKUNIN, K. N.; MARRONETTI, P.; MEZZACAPPA, A.; BRUENN, S. W.; LEE, C.-T.; CHERTKOW, M. A.; HIX, W. R.; BLONDIN, J. M.; LENTZ, E. J.;

MESSER, O. E. B.; YOSHIDA, S. Gravitational waves from core collapse supernovae. **Classical and Quantum Gravity**, v. 27, n. 19, p. 194005, out. 2010. [2](#)

YANG, H.; ZHANG, F. Plasma-wave generation in a dynamic spacetime. **ArXiv e-prints**, ago. 2015. [100](#)

ZEL'DOVICH, Y. B. Electromagnetic and gravitational waves in a stationary magnetic field. **Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics**, v. 38, p. 652, abr. 1974. [43](#)

ZHANG, B. Open questions in GRB physics. **Comptes Rendus Physique**, v. 12, p. 206–225, abr. 2011. [3](#), [4](#)

ZHANG, B.; MÉSZÁROS, P. Gamma-ray bursts: progress, problems & prospects. **International Journal of Modern Physics A**, v. 19, p. 2385–2472, 2004. [3](#), [15](#), [16](#), [17](#), [18](#), [19](#)

ANEXO A - FORMALISMO GERAL DA TETRADA

A divisão 3+1 é o formalismo mais conveniente quando um sistema possui uma direção preferencial, como o tempo (MOORTGAT; KUIJPERS, 2004). As equações covariantes 1+3 são transparentes, imediatamente, em termos de representação das relações entre quantidades 1+3 definidas covariantemente, com claro significado geométrico e/ou físico (ELLIS; ELST, 1999). Usando o formalismo de tetrada, as equações determinadas formam um conjunto completo de equações, garantindo a existência de uma métrica e conexão correspondente.

De acordo com Ellis e Elst (1999), uma **tetrad** é um conjunto de quatro bases unitárias ortogonais $\{\mathbf{e}_i\}_{i=0,1,2,3}$, que podem ser escritas em termos de uma base coordenada local, por meios das componentes tetradas $e_i^a(x^b)$:

$$\hat{e}_i = e_i^a(x^b) \frac{\partial}{\partial x^a} \Leftrightarrow \hat{e}^i(f) = e_i^a(x^b) \frac{\partial f}{\partial x^a}, \quad e_i^a = \hat{e}_i(x^a), \quad (\text{A.1})$$

a última igualdade declara que a componente a -ésima do vetor tetrada i -ésimo é apenas a derivada direcional da coordenada a -ésima na direção \mathbf{e}_i .

As expressões (A.1) podem ser vistas como uma mudança geral das bases vetoriais, de forma que:

$$T^{kl}_{ij} = e_c^k e_d^l e_i^a e_j^b T^{cd}_{ab}, \quad (\text{A.2})$$

onde as componentes inversas $e^i_a(x^b)$ são definidas por:

$$e_i^a e^i_b = \delta^a_b \Leftrightarrow e_j^a e^i_a = \delta^i_j. \quad (\text{A.3})$$

As componentes da métrica na formada tetrada são dadas por:

$$g_{ij} = g_{ab} e_i^a e_j^b = \hat{e}_i \cdot \hat{e}_j = \eta_{ij}, \quad (\text{A.4})$$

mostrando que as bases vetoriais são unitárias mutualmente ortogonais.

ANEXO B - TRANSFORMADAS

B.1 Transformada de Laplace

Se $f = f(z)$ é uma função real ou complexa, definida para todo $z \geq 0$, e o parâmetro $s \in \mathbb{C}$, a transformada de Laplace se define como:

$$F(s) = \mathcal{L}\{f\}(s) \equiv \int_0^{\infty} f(t)e^{-sz} dz, \quad (\text{B.1})$$

para todo $s \geq 0$ em que a integral diverge. O parâmetro s possui unidade inversa da unidade de comprimento do sistema, dessa forma está associada à variável número de onda (k).

Em princípio é possível recuperar $f(z)$ de $F(s)$ via:

$$f(z) = \mathcal{L}^{-1}\{F\}(z) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi i}} \int_{\eta-i\infty}^{\eta+i\infty} F(s)e^{sz} ds, \quad (\text{B.2})$$

onde η é uma constante arbitrária positiva escolhida para que o contorno da integração deixe ao lado direito de todas as singularidades em $F(s)$, de forma que $F(s)$ é definida para $\mathbb{R} \geq \eta$.

B.2 Transformada de Fourier

Define-se $F(\omega)$ a partir da transformada de Fourier da função $f(t)$, por:

$$F(\omega) = \mathcal{F}\{f\}(\omega) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-i\omega t} dt. \quad (\text{B.3})$$

A relação inversa, obtém-se $f(t)$ de $F(\omega)$:

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}\{F\}(t) \equiv \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega)e^{i\omega t} d\omega. \quad (\text{B.4})$$

ANEXO C - DEFINIÇÕES AUXILIARES

C.1 Constantes auxiliares da seção 4.3.1

$$\begin{aligned}\Delta k &\equiv k - \omega_g , \\ \xi &\equiv \frac{u_A}{(1 + u_A)^2} , \\ \zeta &\equiv \frac{h_+}{4} \zeta_2^{-1/2} , \\ \zeta_1 &\equiv 4\xi , \\ \zeta_2 &\equiv u_A \xi \left(\frac{\Delta k}{\omega_g} \right)^2 , \\ \zeta_3 &\equiv 2\xi \frac{1 + u_A^2}{u_A} , \\ \zeta_4 &\equiv 4u_A \xi .\end{aligned}$$

C.2 Constantes auxiliares da seção 4.3.2

$$\begin{aligned}
\Lambda &= \frac{h_+}{4} \frac{1 + u_A}{1 - u_A} \frac{(1 - \beta)^2}{1 - \beta u_A}, \\
\Lambda_1 &= \frac{2(1 - u_A \beta) \{ \beta(1 - 4u_A + \beta) + u_A^2 [2 - \beta(1 - \beta)] \}}{(1 - \beta)^3 u_A (1 + u_A)^2}, \\
\Lambda_2 &= \gamma^2 \left(\frac{1 - u_A}{1 + u_A} \frac{1 + \beta}{1 - \beta} \right)^2 \frac{u_A - 2\beta + u_A \beta^2}{u_A}, \\
\Lambda_3 &= 2 \frac{(1 - \beta u_A) (1 + u_A + 2\beta^2) - [1 + (4 - u_A)u_A] \beta}{(1 - \beta)^3 (1 + u_A)^2}, \\
\Lambda_4 &= -\gamma^2 \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \frac{1 - u_A}{1 + u_A} \right)^2 (\beta^2 - 2u_A \beta + 1), \\
\Lambda_5 &= 4 \frac{u_A - \beta}{(1 + u_A)^2} \frac{(1 - \beta u_A)}{(1 - \beta)^2}, \\
\Lambda_6 &= \left(\frac{1 + \beta}{1 - \beta} \frac{1 - u_A}{1 + u_A} \right)^2, \\
\Lambda_7 &= \frac{4u_A}{(1 + u_A)^2} \frac{1 + u_A \beta}{1 - \beta}, \\
\Lambda_8 &= \left(\frac{1 + u_A}{1 - u_A} \right)^2 \frac{\gamma^2 u_A (1 + \beta)^4}{u_A - 2\beta + u_A \beta^2}, \\
\Lambda_9 &= \frac{4}{(1 - \beta)^2} \frac{(u_A - \beta)^2}{(1 + u_A)^2}, \\
\lambda &= \frac{h_+}{4} \frac{1 + u_A}{1 - u_A} \frac{1 - \beta}{1 + \beta}.
\end{aligned}$$

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.