



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/04.07.20.06-TDI

## **TÉCNICAS DE DESSATURAÇÃO DE RODAS DE REAÇÃO E ESTIMAÇÃO DE ATITUDE POR FILTRO DE KALMAN APLICADOS AO CONASAT**

Philippe Massad Bringhenti

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Valdemir Carrara, e Helio Koiti Kuga, aprovada em 09 de maio de 2016.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3LFCSL2>

INPE  
São José dos Campos  
2016

## **PUBLICADO POR:**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@inpe.br

## **COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):**

### **Presidente:**

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

### **Membros:**

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **BIBLIOTECA DIGITAL:**

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:**

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

### **EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:**

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO  
**INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS**

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/04.07.20.06-TDI

## **TÉCNICAS DE DESSATURAÇÃO DE RODAS DE REAÇÃO E ESTIMAÇÃO DE ATITUDE POR FILTRO DE KALMAN APLICADOS AO CONASAT**

Philippe Massad Bringhenti

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Valdemir Carrara, e Helio Koiti Kuga, aprovada em 09 de maio de 2016.

URL do documento original:

<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3LFCSL2>

INPE  
São José dos Campos  
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

---

Bringhenti, Philipe Massad.

B771t Técnicas de dessaturação de rodas de reação e estimação de atitude por filtro de kalman aplicados ao CONASAT / Philipe Massad Bringhenti. – São José dos Campos : INPE, 2016.  
xxiv + 75 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/04.07.20.06-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2016.

Orientadores : Drs. Valdemir Carrara, e Helio Koiti Kuga.

1. Dessaturação. 2. Rodas de reação. 3. Filtro de Kalman.  
4. Estimação de atitude. 5. Controle de atitude. I.Título.

CDU 629.7.062.2:629.78

---



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Philippe Massad Bringhenti**

Título: "TÉCNICAS DE DESSATURAÇÃO DE RODAS DE REAÇÃO E ESTIMAÇÃO DE ATITUDE POR FILTRO DE KALMAN APLICADOS AO CONASAT"

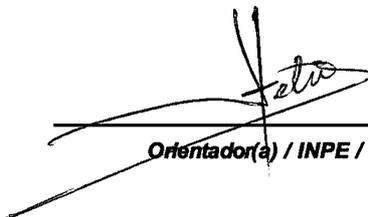
Aprovado (a) pela Banca Examinadora  
em cumprimento ao requisito exigido para  
obtenção do Título de **Mestre** em  
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica  
Espacial e Controle**

Dr. Valdemir Carrara



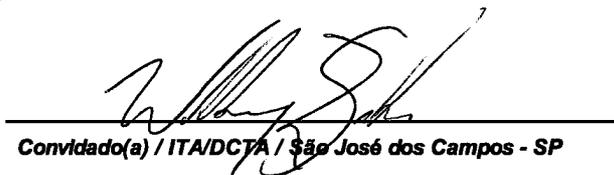
\_\_\_\_\_  
*Presidente / Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP*

Dr. Helio Koiti Kuga



\_\_\_\_\_  
*Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP*

Dr. William Reis Silva



\_\_\_\_\_  
*Convidado(a) / ITA/DCTA / São José dos Campos - SP*

Dr. Alexandre Carvalho Leite



\_\_\_\_\_  
*Convidado(a) / IFF / Rio de Janeiro - RJ*

**Este trabalho foi aprovado por:**

*maioria simples*

*unanimidade*

**São José dos Campos, 09 de Maio de 2016**



*Dedico esse trabalho aos meus pais, por sempre estarem ao meu lado, por toda a dedicação e apoio em todas as etapas da minha vida.*



## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço a minha família: meus pais, José Augusto Bringhenti, Jane Moronari Massad Bringhenti e irmãos, Juan e Soraya pelo apoio desde sempre.

A minha noiva, Larissa, por sempre estar ao meu lado e por todo amor, carinho e compreensão nesse tempo dedicado ao mestrado.

Aos meus queridos orientadores, Prof. Hélio Kuga e Prof. Valdemir Carrara, pela paciência, sabedoria e dedicação em ensinar.

Aos membros da banca e amigos, Prof. Alexandre Leite e Prof. William Reis, pelas palavras e importante colaboração com este trabalho.

Aos amigos Erik, Mário, Carol, Gustavo, Lucas, Meiri, Ronaldo, Flávia, Amanda e Ângela, que são a minha família em São José dos Campos.

Aos amigos, Vinícius, Ana, Henrique e Lucas Otal, vocês também fizeram parte dessa conquista.

Aos amigos da turma: Arnaldo Oliveira, André Andreatta, Anderson Brazil, Daniel Furlani e Guilherme Siqueli, pelo apoio nas disciplinas.

Aos professores da DMC, por me auxiliarem nessa jornada de aprendizado.

Ao INPE e projeto SIA, pela oportunidade única de estudo.



## RESUMO

Satélites apontados para a Terra precisam manter uma atitude fixa mesmo na presença de distúrbios, sejam esses de origem interna ou externa. Em muitas aplicações, um apontamento de alta precisão é alcançado utilizando rodas de reação, que armazenam a quantidade de movimento angular do corpo do satélite, mas são limitadas à compensação de torques internos e torques externos periódicos. Os torques seculares, como, por exemplo, o arrasto aerodinâmico e a pressão de radiação solar, acabam por saturar as rodas de reação (atingindo velocidades máximas positivas ou negativas), sendo necessária a ação de um torque externo por expulsão de massa ou de origem magnética para forçar a velocidade angular de volta aos limites permitidos e dessaturar as rodas, diminuindo o acúmulo de quantidade de movimento angular. Logo, uma lei de controle adequada é necessária para amenizar a influência dos torques de perturbação, permitindo o funcionamento nominal das rodas. Esse trabalho visa apresentar, simular e validar diferentes técnicas de dessaturação de rodas de reação em satélites de pequeno porte. O modelo de satélite escolhido foi o CONASAT, baseado em CubeSats, atualmente em desenvolvimento no INPE. Além disso, este trabalho também contempla o estudo e implementação de um filtro de Kalman para sistemas lineares, para estimação de *bias* de giroscópios e da atitude representada em quatérnios, melhorando as medidas fornecidas por um algoritmo de determinação de atitude como o algoritmo TRIAD. Quando a determinação de atitude é feita utilizando medidas do sensor solar, a estimação do *bias* nos giroscópios permite que o filtro apresente uma baixa deriva na estimação da atitude quando o satélite se encontra na sombra da Terra, diminuindo assim o erro no controle de atitude em toda a órbita.



# **REACTION WHEELS' DESATURATION TECHNIQUES AND ATTITUDE ESTIMATION USING KALMAN FILTER APPLIED TO CONASAT**

## **ABSTRACT**

Earth-pointed satellites must maintain a fixed attitude even in the presence of internal and external disturbances. In many applications, a high precision pointing is achieved using reaction wheels as actuators, which are used as momentum storage for the spacecraft, but are limited to the compensation of internal and periodical external torques only. Secular torques, such as aerodynamic drag and solar radiation pressure, tend to saturate the reaction wheels (leading to a maximum positive or negative speed), and it is necessary to apply an external torque (magnetic or mass expulsion) to force the wheels speed back to operational levels, decreasing the total angular momentum of the spacecraft. Therefore, an adequate control law is necessary to minimize the influence of disturbance torques, allowing the nominal operation of the wheels. This work aims to present, implement and validate methods of reaction wheels desaturation for small satellites. The satellite model studied on this work was the CONASAT, based on Cubesats (INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS, 2011), currently being developed at INPE. This work also covers the study and implementation of a Kalman filter for attitude (represented by quaternions) and gyroscope biases estimation, improving the measures provided by the TRIAD attitude determination algorithm. When using solar sensors for attitude determination, the gyros bias estimation allows a low drift filter in the attitude estimation when the spacecraft is in the Earth's shadow, decreasing the attitude control error during the entire orbit.



## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Sistema de controle de atitude.....	2
Figura 1.2: Diagrama de blocos de um sistema de controle de atitude .....	2
Figura 1.3: Exemplo de satélite controlado em três eixos .....	3
Figura 1.4: Estratégia de controle com uma malha de atitude e uma de dessaturação. ....	6
Figura 1.5: Estratégia de controle com apenas uma malha de atitude.....	6
Figura 1.6: Estrutura do CONASAT .....	7
Figura 2.1: Sistema de referência inercial .....	11
Figura 2.2: Sistema de referência orbital .....	12
Figura 2.3: Sistema de referência do corpo do satélite .....	13
Figura 3.1: Diagrama de blocos de um sistema de controle de atitude .....	18
Figura 3.2: Malha de controle mista .....	20
Figura 3.3: Exemplo de roda de reação. ....	22
Figura 3.4: Momento magnético gerado em uma espira .....	23
Figura 5.1: Fases de propagação e atualização do filtro de Kalman.....	32
Figura 6.1: Estratégia de controle simulada.....	38
Figura 6.2: <i>Bias</i> do giroscópio - eixo X.....	42
Figura 6.3: <i>Bias</i> do giroscópio - eixo Y .....	43
Figura 6.4: <i>Bias</i> do giroscópio - eixo Z .....	43
Figura 6.5: <i>Bias</i> do giroscópio nos três eixos .....	44

Figura 6.6: Atitude do CONASAT .....	44
Figura 6.7: Velocidade angular do CONASAT .....	45
Figura 6.8: Velocidade das rodas de reação .....	45
Figura 6.9: Erro de atitude - eixo X .....	46
Figura 6.10: Erro de atitude - eixo Y .....	47
Figura 6.11: Erro de atitude - eixo Z .....	47
Figura 6.12: Erro de apontamento em ângulo de Euler .....	48
Figura 6.13: Resíduos dos quatérnios .....	48
Figura 6.14: Períodos de passagens do satélite pela sombra da Terra .....	49
Figura 6.15: Estratégia utilizada para controle de atitude e dessaturação das rodas .....	50
Figura 6.16: Integral da quantidade de movimento angular quadrático para diferentes valores de ganhos e zona morta .....	51
Figura 6.17: Velocidade das rodas de reação utilizando a técnica de dessaturação .....	51
Figura 6.18: Momento magnético aplicado às bobinas .....	52
Figura 6.19: Velocidade das rodas de reação para uma lei de dessaturação bang-bang.....	52
Figura 6.20: Momento magnético para a lei de dessaturação bang-bang .....	53
Figura 6.21: Malha de controle única .....	54
Figura 6.22: Erro de apontamento - malha única.....	55
Figura 6.23: Velocidade das rodas - malha única .....	55
Figura 6.24: Malha de controle mista .....	57
Figura 6.25: Erro de apontamento - malha de controle mista.....	57

Figura 6.26: Velocidade das rodas - malha de controle mista .....	58
Figura 6.27: Momento magnético - malha de controle mista .....	58
Figura 6.28: Malha de controle mista chaveada .....	59
Figura 6.29: Erro de apontamento - malha de controle mista chaveada .....	60
Figura 6.30: Velocidade das rodas - malha de controle mista chaveada .....	61
Figura 6.31: Momento magnético - malha de controle mista chaveada .....	61
Figura 6.32: Malha de controle mista com limite de ganhos .....	63
Figura 6.33: Erro de apontamento - malha de controle mista com momento magnético limitado .....	63
Figura 6.34: Velocidade das rodas - malha de controle mista com momento magnético limitado .....	64
Figura 6.35: Momento magnético - malha de controle mista com momento magnético limitado .....	64
Figura 6.36: Integral da quantidade de movimento angular acumulado pelas rodas .....	66
Figura 6.37: Integral do momento magnético das bobinas .....	67
Figura 6.38: Integral do erro de atitude .....	67
Figura 6.39: Integral do erro de atitude ao final da simulação .....	68



## **LISTA DE TABELAS**

Tabela 3.1: Características das rodas de reação utilizadas na PMM (ROCKWELL COLLINS, 2014) e CONASAT (MARYLAND AEROSPACE, 2014) .....	22
---	----



## LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

CBERS	China-Brazil Earth Resources Satellite - Satélite Sino-Brasileiro de Recursos Terrestres
CONASAT	Constelação de nanosatélites
GPS	Global Positioning System - Sistema de Posicionamento Global
IGRF	International Geomagnetic Reference Field
INPE	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
LEO	Low Earth Orbit – Órbitas baixas da Terra
LQR	Linear Quadratic Regulator – Regulador linear quadrático
MEMS	Micro Electro-Mechanical System – Sistemas microeletromecânicos
PCD	Plataforma de Coleta de Dados
PD	Proporcional-Derivativo
PID	Proporcional-Integral-Derivativo
PMM	Plataforma Multi-Missão
PWM	Pulse Width Modulation - Modulação por largura de pulso
S/C	Spacecraft – Espaçonave
SCD	Satélite de Coleta de Dados
TRIAD	Tri-Axial Attitude Determination System



## LISTA DE SÍMBOLOS

$(X, Y, Z)$	Sistema de coordenadas inercial
$(x_o, y_o, z_o)$	Sistema de coordenadas orbital
$(x, y, z)$	Sistema de coordenadas do corpo do satélite
$\mathbf{q}$	Quatérnio
$\boldsymbol{\varepsilon}$	Parcela vetorial do quatérnio
$\eta$	Parcela escalar do quatérnio
$\boldsymbol{\Omega}$	Matriz antissimétrica 4x4
$\boldsymbol{\omega}$	Vetor de velocidades angulares do satélite
$\mathbf{b}$	Viés ou <i>bias</i> do giroscópio
$\mathbf{w}$	Ruído de medidas do giroscópio
$\mathbf{I}$	Matriz de inércia
$\mathbf{T}_r$	Torque fornecido pelas rodas de reação
$\mathbf{T}_{ext}$	Somatório dos torques externos do satélite
$\mathbf{u}_k$	Comando calculado pela lei de controle
$k_p$	Ganho proporcional
$k_i$	Ganho integral
$k_d$	Ganho derivativo
$h_r$	Quantidade de movimento angular das rodas de reação
$\mathbf{M}$	Vetor de momento magnético das bobinas
$\mathbf{B}$	Vetor do campo magnético da Terra
$Z$	Zona morta de controle
$\mathbf{x}$	Vetor de estados do sistema
$\Phi$	Matriz de transição de estados
$\Gamma$	Matriz de adição do ruído de processo
$\mathbf{Q}$	Matriz de covariância do ruído de processo
$\mathbf{R}$	Matriz de covariância das medidas
$\mathbf{H}$	Matriz de sensibilidade das medidas
$y$	Vetor de medidas
$\mathbf{P}$	Matriz de covariância dos estados
$\mathbf{K}$	Ganho de Kalman



# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO</b> .....	<b>1</b>
1.1	Objetivos do trabalho .....	4
1.2	CONASAT .....	7
1.3	Revisão bibliográfica .....	8
1.4	Organização do trabalho .....	9
<b>2</b>	<b>MOVIMENTO DE ATITUDE</b> .....	<b>11</b>
2.1	Sistemas de referência .....	11
2.2	Sistema inercial .....	11
2.3	Sistema orbital .....	12
2.4	Sistema do corpo do satélite .....	12
2.5	Cinemática e dinâmica de atitude .....	13
<b>3</b>	<b>CONTROLE DE ATITUDE</b> .....	<b>17</b>
3.1	Estratégias propostas para este trabalho .....	19
3.2	Rodas de reação .....	21
3.3	Bobinas magnéticas .....	23
<b>4</b>	<b>DESSATURAÇÃO</b> .....	<b>25</b>
4.1	Conventional Cross Product Law - CCPL .....	25
4.2	Método bang-bang .....	27
<b>5</b>	<b>FILTRO DE KALMAN</b> .....	<b>29</b>
5.1	Equações de estado .....	29
5.2	Etapas do filtro .....	31
5.3	Representação da matriz de covariância reduzida .....	33
<b>6</b>	<b>RESULTADOS</b> .....	<b>37</b>
6.1	Resultados obtidos com o filtro de Kalman .....	37
6.2	Resultados para dessaturação com CCPL e bang-bang .....	49
6.3	Resultados para malha de controle única .....	53
6.4	Resultados para malha de controle mista .....	56
6.5	Resultados para malha de controle mista chaveada .....	59
6.6	Resultados para malha de controle mista com limite de ganhos .....	62

6.7	Comparação entre os métodos estudados.....	65
<b>7</b>	<b>CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>69</b>
7.1	Sugestões para trabalhos futuros.....	71
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRAFICAS .....</b>	<b>73</b>

# 1 INTRODUÇÃO

Grande parte dos satélites precisa controlar sua orientação durante sua permanência em órbita ou então para realizar tarefas específicas. Essa orientação é denominada de atitude e define para onde o satélite aponta em relação à uma referência externa. Citam-se, como exemplos, um satélite que necessite tomar imagens da Terra e para isso precisa apontar suas câmeras em direção à superfície terrestre; telescópios espaciais precisam mudar a sua atitude dependendo do objeto a ser estudado; satélites de comunicação precisam manter suas antenas apontadas para a Terra, etc.

Para satélites que requeiram apontamento normal à superfície da Terra, a atitude precisa ser estabilizada e corrigida, sendo necessário um sistema de controle capaz de manter esse apontamento dentro dos limites definidos no projeto. Satélites de imageamento e de posicionamento global (GPS) são exemplos de satélites que requerem este tipo de apontamento e que, portanto, contam com sistemas de controle de atitude a bordo.

A precisão do apontamento depende da missão. Por exemplo, para satélites de observação de condições meteorológicas, o controle deve ser capaz de manter a atitude com uma precisão de aproximadamente  $\pm 1^\circ$ . Para satélites de comunicação, o erro de atitude deve ser mantido entre  $\pm 0.5^\circ$ . Já para observações astronômicas utilizando um telescópio como o Hubble Space Telescope, é necessária uma precisão bem mais elevada de até 0.007 segundos de arco (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014).

O controle de atitude é o processo de adquirir e manter uma determinada orientação no espaço (WERTZ, 1978). Quando o objetivo é levar o satélite para uma nova atitude a partir de uma desconhecida, a manobra é chamada de aquisição de atitude. E quando o objetivo é manter uma determinada atitude é chamada de estabilização de atitude.

O sistema de controle de atitude em três eixos normalmente utiliza: um conjunto de três rodas de reação, bobinas magnéticas, giroscópios, sensores solares e sensor de estrelas (CARRARA; MILANI, 2007). Isso garante uma boa precisão e faixa de operação angular.

Uma representação do sistema de controle de atitude pode ser vista na Figura 1.1 ou em forma de diagrama de blocos na Figura 1.2, onde  $\theta$  é a atitude do satélite,  $\theta_{ref}$  é a atitude de referência,  $e$  é o erro de atitude e  $N_c$  é o torque de controle.

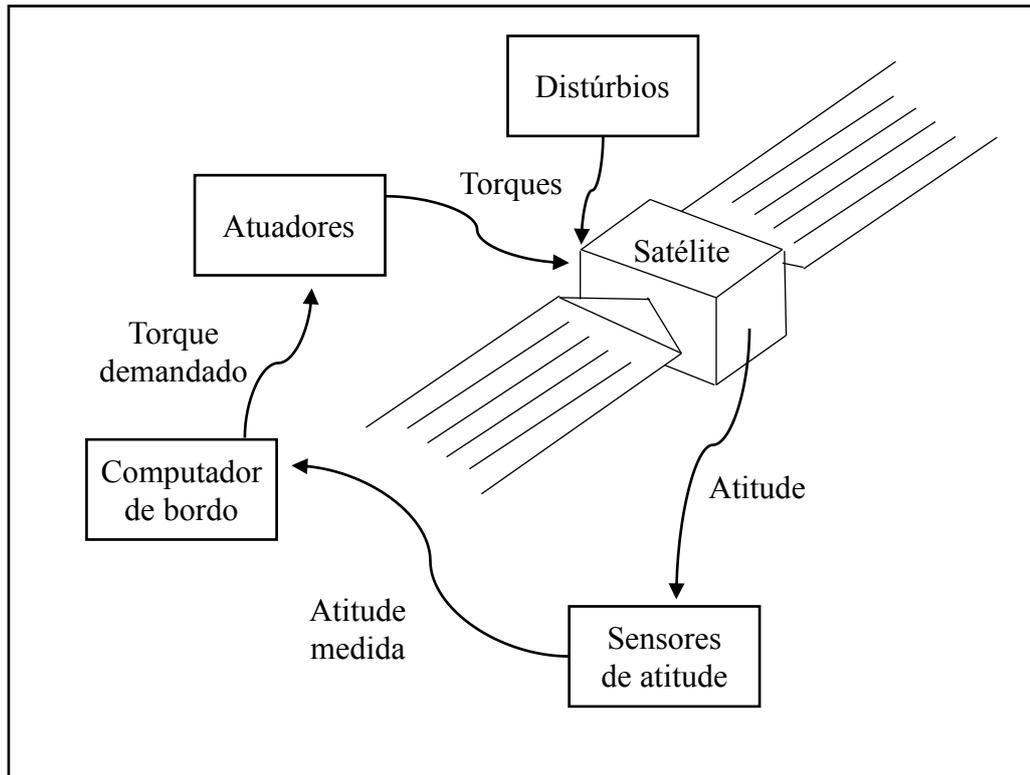


Figura 1.1: Sistema de controle de atitude.

Fonte: Adaptado de Fortescue et al. (2003)

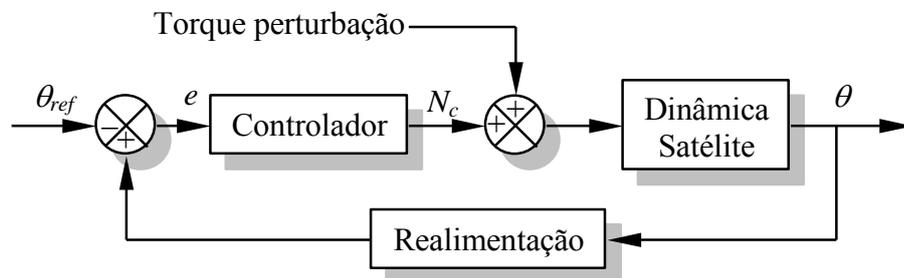


Figura 1.2: Diagrama de blocos de um sistema de controle de atitude

Um satélite pode ser projetado para utilizar controle em três eixos (Figura 1.3) utilizando propulsores a gás, rodas de reação ou bobinas magnéticas.

Em satélites apontados para a Terra é comum o uso da nomenclatura arfagem, rolamento e guinada (ou *pitch*, *roll*, *yaw*) para o movimento de rotação dos eixos do corpo. No exemplo da Figura 1.3, o eixo de arfagem  $x$  é normal ao plano da órbita, o eixo de rolamento  $y$  é apontado na direção da velocidade da órbita, e o eixo de guinada  $z$  é apontado na direção do nadir, ou seja, normal à superfície terrestre.

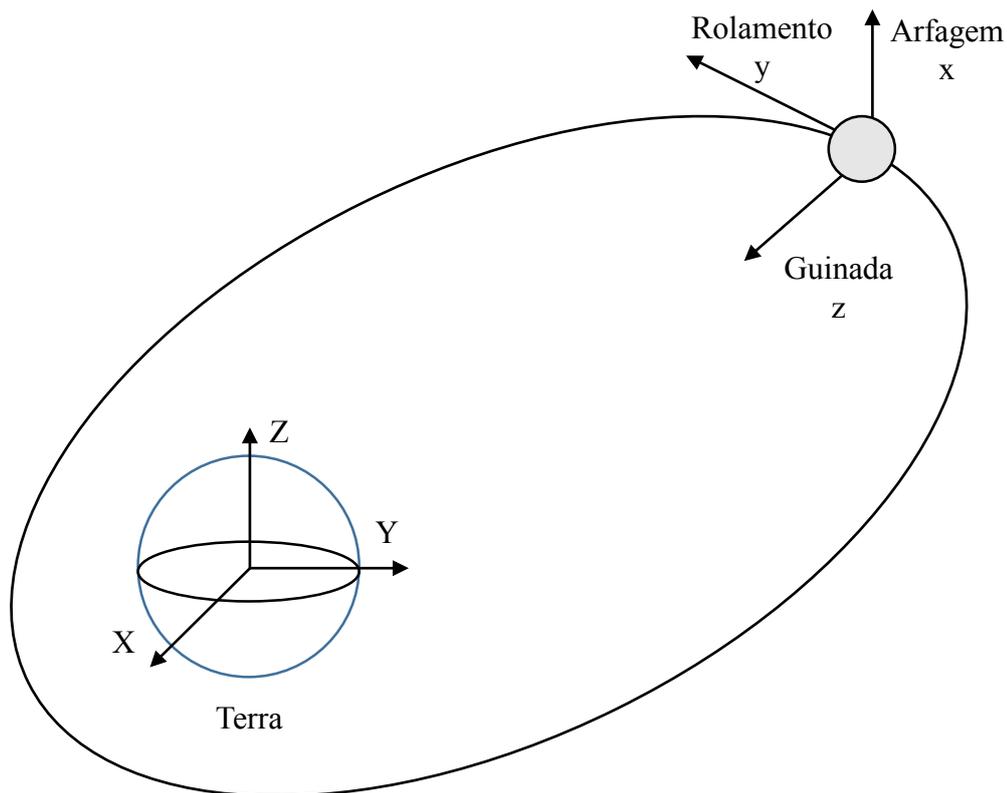


Figura 1.3: Exemplo de satélite controlado em três eixos

Os propulsores a gás funcionam ejetando massa, o que pode causar distúrbios no movimento de translação do satélite, influenciando a sua órbita, além de interferir em elementos sensíveis dos satélites (SIDI, 1997), como, por exemplo, lentes ou espelhos de um telescópio. Para minimizar a influência na órbita, são colocados 2 propulsores paralelos e em sentidos e lados opostos do satélite (GERLACH, 1965).

Usualmente as rodas de reação são montadas de maneira ortogonal e alinhadas com os eixos principais de inércia do satélite. Possuem a vantagem de utilizar energia renovável. As rodas trocam quantidade de movimento angular com o corpo do satélite, acrescentando ou removendo, quando aceleradas ou freadas (WERTZ, 1978).

Os torques de perturbação, como aqueles devido à pressão de radiação solar, gradiente de gravidade e arrasto atmosférico, fazem com que as rodas de reação acumulem quantidade de movimento angular com o passar do tempo e atinjam sua velocidade máxima de operação (tanto positiva quanto negativa) depois de algum tempo, sendo então necessário outro meio de remover o excesso de quantidade de movimento angular para que as rodas possam operar dentro dos limites permitidos e manter o satélite na atitude desejada.

A dessaturação ativa pode ser feita utilizando jatos de gás ou bobinas magnéticas. Os jatos de gás fornecem mais torque, fazendo com que a dessaturação ocorra mais rapidamente, mas, como o consumo de propelente não é renovável, ocorre limitação na duração da vida útil do satélite. Já as bobinas magnéticas podem ser utilizadas continuamente, pois as baterias são recarregadas com o uso de painéis solares. As desvantagens são que os torques gerados são muito pequenos, resultando em manobras de dessaturação longas, e como a direção do torque aplicado é sempre ortogonal ao campo magnético terrestre, não se consegue produzir portanto torque nos 3 eixos em qualquer instante na órbita. Nesse caso, deve-se considerar que serão gerados torques em 3 eixos durante o período de toda órbita, pois a direção do campo magnético terrestre não é constante durante esse período.

No entanto, as bobinas magnéticas fornecem torques que podem ser utilizados para manobras mais suaves e não geram forças no corpo do satélite, o que mudaria a órbita.

## **1.1 Objetivos do trabalho**

O objetivo deste trabalho é apresentar e simular técnicas de dessaturação de rodas de reação e estimação de atitude, utilizadas em futuros satélites brasileiros, desenvolvidos no INPE, entre eles o CONASAT.

Para dessaturar as rodas de reação, o sistema de controle necessita de informações a respeito da atitude e velocidade angular do satélite. Essas informações são fornecidas pelos sensores, entre eles giroscópios, magnetômetros, sensores solares ou ainda sensores de estrelas.

A constelação de satélites CONASAT, devido a seu porte, utilizará giroscópios do tipo MEMS, de baixo custo, mas com alto ruído e *bias*, o que dificulta a precisão do sistema de controle. Para determinar a atitude estes satélites contarão com magnetômetros e sensores solares analógicos.

Na simulação do CONASAT será implementado um filtro de Kalman para estimar a atitude e o *bias* do giroscópio de forma a aumentar a precisão no conhecimento da atitude, permitindo assim que o erro no processo de estimação seja pequeno mesmo durante as fases em que o satélite se encontra na sombra da Terra, sem poder contar com as medidas do sensor solar. A atitude estimada será apresentada na forma dos quatérnios, na Seção 2.5, e que possui

um problema de singularidade na sua matriz de covariância. Essa singularidade será tratada utilizando a representação de matriz de covariância em sua forma reduzida.

Nesse trabalho serão aplicados diversos métodos visando a dessaturação das rodas por meio de bobinas magnéticas. O fato de não se conseguir gerar torques magnéticos em 3 eixos tem impacto direto na estratégia de dessaturação. Normalmente considera-se que todas as rodas possam ser dessaturadas em algum ponto da órbita, uma vez que a direção do campo magnético terrestre muda à medida que o satélite percorre sua trajetória. Decorre disso que certas órbitas e certas estabilizações de atitude são mais propícias para o processo de dessaturação do que outras, levando até mesmo a inviabilizar a dessaturação por meio de bobinas em órbitas equatoriais.

Este trabalho então se propõe a estabelecer estratégias para dessaturação de rodas de reação e testá-las por meio de simulação. Os parâmetros que influenciam na capacidade de dessaturar as rodas (momento magnético das bobinas, elementos orbitais, etc.), serão analisados para otimizar a dessaturação, visando minimizar a energia ou parâmetros de projeto do sistema de controle. Pelo menos as seguintes estratégias de dessaturação deverão ser testadas:

- Estratégia 1: Lei do produto vetorial (Conventional Cross-Product Law - CCPL), que consiste em aplicar um torque magnético na direção contrária à quantidade de movimento angular das rodas. Como o torque é calculado pelo produto vetorial do momento magnético das bobinas pelo campo magnético terrestre, o torque será sempre perpendicular ao campo, logo, não se consegue gerar torque em uma direção arbitrária instantaneamente.
- Estratégia 2: Método do tipo bang-bang, no qual as bobinas atuam sempre com seu momento máximo, isto é, com polaridade positiva, negativa ou momento nulo. Utilizando a Estratégia 1 e considerando um ganho suficientemente grande na lei de controle, as bobinas estarão sempre saturadas, o que caracteriza também um controle do tipo bang-bang. Para garantir o estado em que o torque de dessaturação seja nulo, será implementada também uma zona morta no controle.
- Estratégia 3: Dessaturação em diferentes malhas de controle. Pelo menos duas serão analisadas: malhas de controle distintas para as rodas e as bobinas, e um

controle único para os dois atuadores. O diagrama de blocos para malhas de controle distintas é mostrado na Figura 1.4 e, para uma malha única, na Figura 1.5, onde RW são as rodas de reação, TR são as bobinas magnéticas,  $r_{rwm}$  é a referência de quantidade de movimento angular das rodas,  $r_{att}$  é a referência de atitude,  $C_{TR}$  é o controlador das bobinas,  $C_{RW}$  é o controlador das rodas e  $C$  é o controlador único para rodas e bobinas. Na Figura 1.4 a malha de controle das rodas de reação (RW) usa a informação de erro na atitude do satélite para comandar as rodas. Uma segunda malha age sobre as bobinas com base na quantidade de movimento angular armazenado nas rodas, obtido pela leitura das suas velocidades angulares. Nota-se, contudo, nesta malha, que o torque gerado no satélite é maior do que o necessário para controlar a atitude, uma vez que há duas malhas atuando simultaneamente. Na Figura 1.5 a malha de controle é única. O erro na atitude gera um sinal de controle que é utilizado por um modelo das bobinas ( $M_{TR}$ ), que comanda o acionamento delas. As rodas de reação são então comandadas para prover apenas o torque que as bobinas não conseguem gerar. Nesta estratégia o torque comandado é igual ao torque de controle, porém não existe uma ação deliberada para dessaturar as rodas. É provável que as rodas venham a saturar neste tipo de controle, a menos que seja inserido nele uma segunda malha.

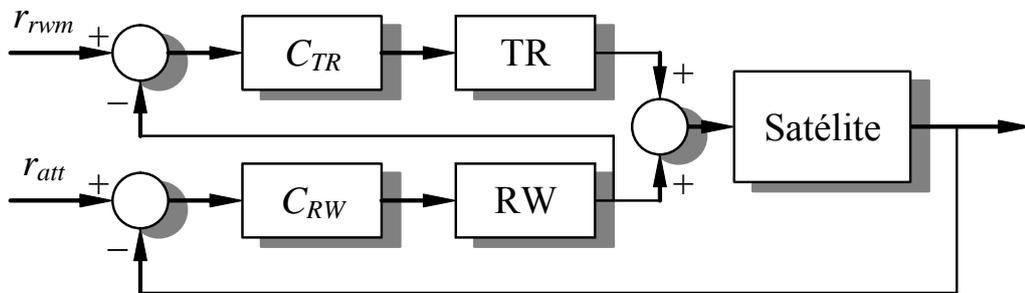


Figura 1.4: Estratégia de controle com uma malha de atitude e uma de dessaturação.

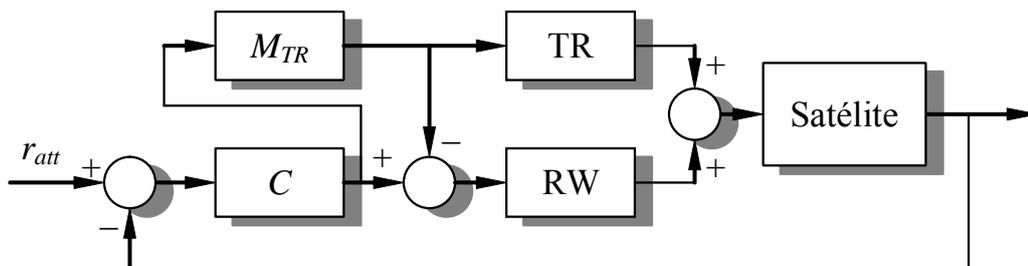


Figura 1.5: Estratégia de controle com apenas uma malha de atitude.

Esperam-se como resultados que este estudo mostre melhorias na capacidade ou geometrias orbitais que favoreçam a dessaturação, permitindo, portanto, a adoção de estratégias e técnicas que otimizem o projeto de sistemas de controle.

Como métrica para a avaliação do desempenho de cada estratégia de dessaturação de rodas, serão utilizados três critérios: o primeiro é a integral da quantidade de movimento angular das rodas, o segundo meio é a integral do momento magnético das rodas ao quadrado (energia gasta pelas bobinas em cada estratégia), e, por fim, será comparado o erro médio quadrático da atitude

As simulações serão realizadas tendo em vista o sistema de controle de um satélite CONASAT, baseado em CubeSat. As principais características desta missão são apresentadas nas próximas seções.

## 1.2 CONASAT

O projeto CONASAT do INPE foi proposto para substituir os Satélites de Coleta de Dados (SCD's), na forma de uma constelação de pequenos satélites de baixo custo, do tipo CubeSats.

Cada satélite CONASAT consiste em um CubeSat em configuração 8U em forma de cubo, como pode ser visto na Figura 1.6. Os sistemas de energia, controle de atitude, carga útil e TMTC (telemetria e telecomando) utilizam uma configuração 2U, com mais 2U para redundância total. O 4U restante garante uma área maior de captação de luz pelos painéis solares (CARRARA et al. 2014).

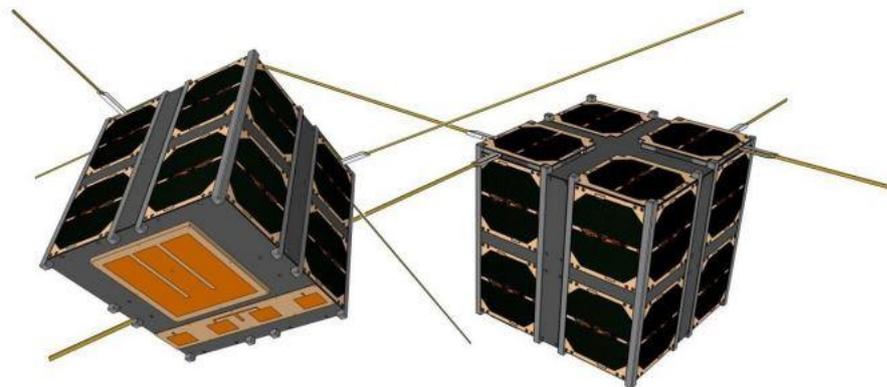


Figura 1.6: Estrutura do CONASAT

Os satélites CONASAT possuem antenas direcionais para captação do sinal das plataformas de coleta de dados (PCD's). Logo, necessitam de um controle de atitude para garantir o apontamento do nadir. A determinação de atitude será feita utilizando sensores solares e magnetômetros. Uma tríade de giroscópios do tipo MEMS irá contribuir no processo de estimação e controle da atitude. Os atuadores consistem em 3 rodas de reação e três bobinas magnéticas, montadas de maneira ortogonal.

### 1.3 Revisão bibliográfica

Uma aplicação do filtro de Kalman para estimação de atitude em quatérnios e *bias* de giroscópio é apresentado em Lefferts et al. (1982). O trabalho também contempla a representação da matriz de covariância dos quatérnios em sua forma reduzida.

A forma reduzida da covariância dos quatérnios também é estudada em Garcia et al. (2011), onde é mostrada uma aplicação do filtro de Kalman Sigma-Ponto para estimação não-linear da atitude utilizando medidas reais de sensores a bordo do satélite CBERS.

Para o caso das estratégias de dessaturação das rodas, é demonstrado em Camillo & Markley (1980) a lei do produto vetorial (CCPL), utilizando bobinas magnéticas. São demonstradas as equações e as deduções para o método, além da estratégia do tipo bang-bang. Foram demonstradas as equações para o comportamento da estratégia de dessaturação considerando a média de um período orbital, para um satélite apontado para a Terra, para o Sol e para uma estrela. Essa consideração é importante para analisar as influências dos torques de perturbação seculares. Foram mostrados os resultados da simulação para o satélite apontado para o Sol, onde são utilizados para o dimensionamento das bobinas magnéticas durante a fase de projeto.

Em Chen et al (1999), são apresentadas estratégias de dessaturação ótimas considerando primeiro tempo e depois consumo de energia mínimos, utilizando bobinas magnéticas, jatos de gás e uma estratégia em que ambas são utilizadas em conjunto. São apresentadas as equações do movimento para um satélite geo-apontado, o modelo de dessaturação das rodas, o controlador do tipo LQR (regulador linear quadrático), assim como as respectivas funções-objetivos a serem minimizadas, para as bobinas e para os jatos de gás. No caso dos jatos de gás, sua implementação foi feita utilizando a modulação por largura de pulso (PWM, em

inglês). A estratégia de dessaturação conjunta, utilizando tanto as bobinas quanto os jatos de gás, reduziu em 20% o consumo de propelente, além de dessaturar as rodas em 1/10 do período de uma órbita.

Já em Giulietti et al. (2006) é estudada uma estratégia de controle ótimo com bobinas magnéticas para dessaturação de rodas de reação. Foram testadas estratégias para tempo mínimo de dessaturação e energia mínima utilizada. Os resultados obtidos mostram que para o tempo mínimo de dessaturação, o pior caso ocorre quando a manobra começa durante a passagem do satélite pelo plano equatorial terrestre. Para o teste de energia mínima, foi definido um tempo de dessaturação e comparado com o método LQR, que apresentou um consumo de energia três vezes maior.

#### **1.4 Organização do trabalho**

O Capítulo 2 contempla os conceitos de movimento de atitude, entre eles, sistemas de referência, cinemática e dinâmica de atitude.

No Capítulo 3, são apresentadas as estratégias de controle utilizadas neste trabalho, além do *hardware* de atitude utilizado.

No Capítulo 4 são expostas as técnicas de dessaturação estudadas, entre elas o CCPL (Conventional Cross Product Law) e *bang-bang*.

O Capítulo 5 explora os conceitos de estimação de estados e filtragem de Kalman. Além disso, é contemplado o problema da matriz de covariância dos quatérnios.

No Capítulo 6 são apresentados os resultados obtidos por simulação para o CONASAT.

No Capítulo 7 são feitas as conclusões e considerações finais, além de sugestões para trabalhos futuros.



## 2 MOVIMENTO DE ATITUDE

Nesse capítulo serão apresentados os conceitos básicos aplicados no trabalho: os sistemas de referência normalmente utilizados para representar a atitude assim como as equações da cinemática e dinâmica de atitude.

### 2.1 Sistemas de referência

A atitude de um satélite representa a sua orientação no espaço em relação a um sistema de coordenadas. Os sistemas de coordenadas, ou de referência, normalmente utilizados são o inercial, orbital e do corpo do satélite (WERTZ, 1978).

### 2.2 Sistema inercial

O sistema de coordenadas inercial tem origem no centro da Terra, com o eixo Z apontado na direção do norte geográfico e o eixo X na direção do ponto vernal. O plano X-Y corresponde ao plano equatorial terrestre (WERTZ, 1978), conforme é mostrado na Figura 2.1.

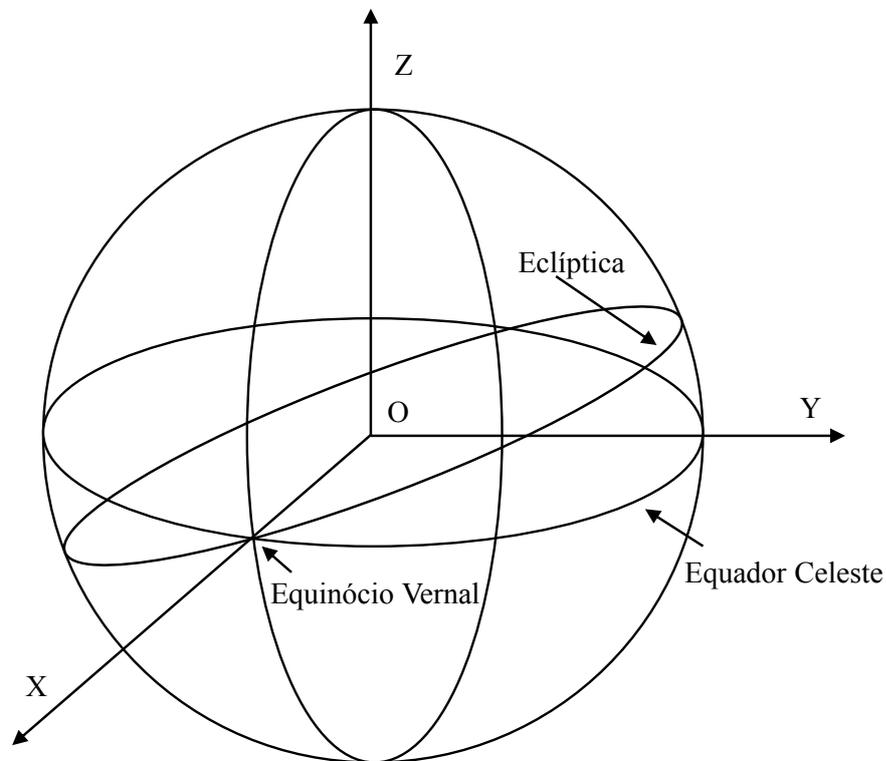


Figura 2.1: Sistema de referência inercial

### 2.3 Sistema orbital

O sistema de coordenadas orbital tem origem no centro de massa do satélite, com o eixo  $z_0$  na direção do centro da Terra, o eixo  $y_0$  da direção da velocidade orbital (para o caso de uma órbita circular) e o eixo  $x_0$  é normal ao plano orbital (WERTZ, 1978). Esse sistema de referência é ilustrado na Figura 2.2.

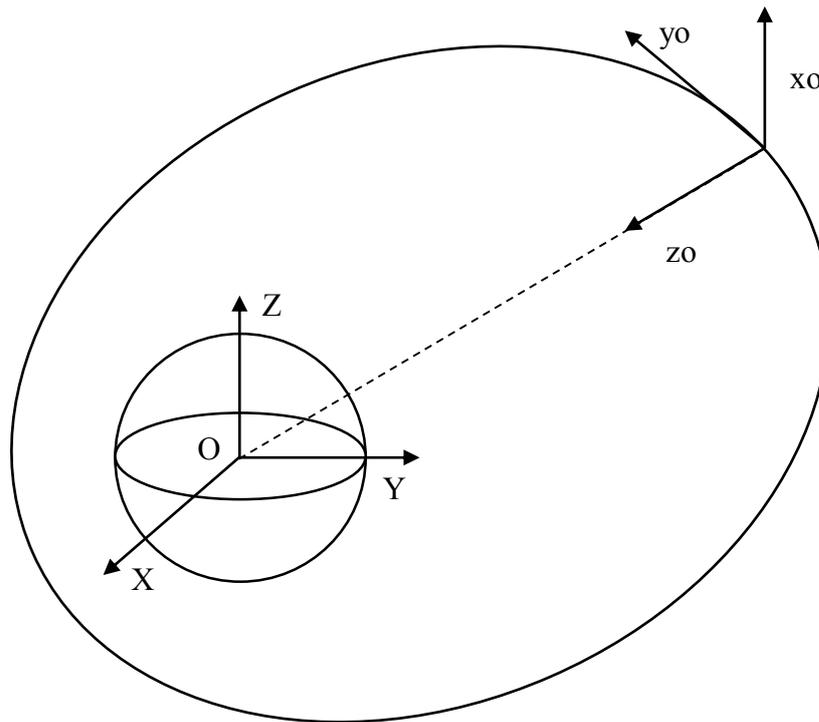


Figura 2.2: Sistema de referência orbital

### 2.4 Sistema do corpo do satélite

Para o caso de um satélite apontado para a superfície terrestre e controlado em 3 eixos, é comum utilizar a nomenclatura de rolamento, arfagem e guinada para definir os eixos do sistema, conforme é apresentado na Figura 2.3. A sua origem é no centro de massa, o eixo de rolamento é apontado para a direção da velocidade da órbita, o eixo de arfagem é apontado na direção normal à órbita e o eixo de guinada é apontado na direção do nadir (WERTZ, 1978). Nesta situação o sistema do corpo do satélite coincide com o sistema orbital, mas difere deste, uma vez que ele é fixado ao satélite enquanto que o sistema orbital se relaciona com a órbita.

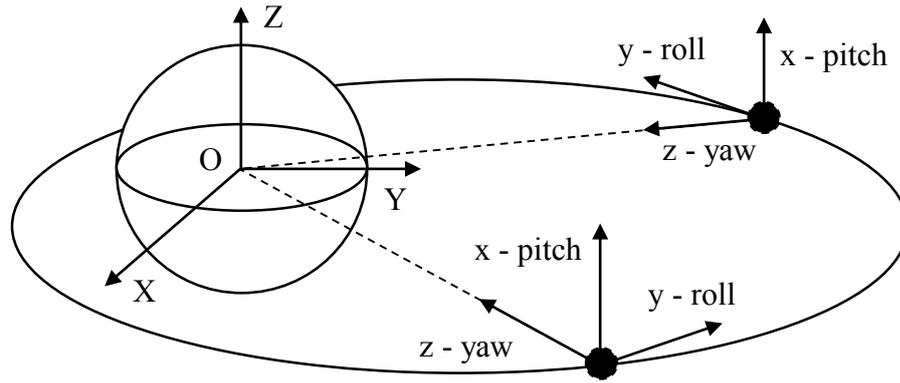


Figura 2.3: Sistema de referência do corpo do satélite

## 2.5 Cinemática e dinâmica de atitude

A atitude de um satélite representa a sua orientação no espaço, normalmente em relação a um sistema de coordenadas inercial. A transformação entre os sistemas de referência de atitude pode ser feita por meio de matrizes de rotação, que relacionam o sistema do corpo ao inercial.

As matrizes de rotação, ou matriz de co-senos diretores, podem ser postas em função dos ângulos de Euler, ângulo e eixo de Euler e quatérnios, também conhecidos como parâmetros de Euler (CARRARA, 2012), além de diversas outras formas de representar a atitude. Para implementação em ambientes computacionais, os quatérnios são mais apropriados, pois não apresentam singularidades, como, por exemplo, o *gimbal-lock* e não possuem funções trigonométricas, que requerem maior esforço computacional. No entanto, os quatérnios não possuem interpretação física direta. A integração do movimento normalmente é feita em quatérnios e depois transformada para ângulos de Euler, o que facilita a compreensão.

O quatérnio possui quatro elementos, dos quais 3 formam um vetor e mais um elemento escalar:

$$\mathbf{q} = (\boldsymbol{\varepsilon} \ \eta), \quad (2.1)$$

onde  $\boldsymbol{\varepsilon}$  é a parte vetorial e  $\eta$  é a parte escalar do quatérnio, e possuem as propriedades (HUGHES, 1986):

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{a} \operatorname{sen} \frac{\theta}{2}, \quad (2.2)$$

$$\eta = \cos \frac{\theta}{2}, \quad (2.3)$$

onde  $\theta$  e  $\mathbf{a}$  são o ângulo e eixo de Euler que definem o quatérnio, respectivamente.

Sua matriz de rotação que representa a atitude pode ser escrita como (CARRARA, 2012):

$$\mathbf{C}_{ba} = (\eta^2 - \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon}) \mathbf{1} + 2 \boldsymbol{\varepsilon} \boldsymbol{\varepsilon}^T - 2 \eta \boldsymbol{\varepsilon}^\times, \quad (2.4)$$

o que leva a:

$$\mathbf{C}_{ba} = \begin{pmatrix} \eta^2 + \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2 & 2(\varepsilon_1 \varepsilon_2 + \eta \varepsilon_3) & 2(\varepsilon_1 \varepsilon_3 - \eta \varepsilon_2) \\ 2(\varepsilon_1 \varepsilon_2 - \eta \varepsilon_3) & \eta^2 - \varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2 - \varepsilon_3^2 & 2(\varepsilon_2 \varepsilon_3 + \eta \varepsilon_1) \\ 2(\varepsilon_1 \varepsilon_3 + \eta \varepsilon_2) & 2(\varepsilon_2 \varepsilon_3 - \eta \varepsilon_1) & \eta^2 - \varepsilon_1^2 - \varepsilon_2^2 + \varepsilon_3^2 \end{pmatrix}. \quad (2.5)$$

A equação diferencial da cinemática de atitude em quatérnios pode ser escrita como:

$$\dot{\mathbf{q}} = \frac{1}{2} \boldsymbol{\Omega} \mathbf{q}, \quad (2.6)$$

onde,

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} -\boldsymbol{\omega}^\times & \boldsymbol{\omega} \\ -\boldsymbol{\omega}^T & 0 \end{pmatrix} \quad (2.7)$$

é a matriz antissimétrica, 4x4, correspondente às componentes da velocidade angular e tal que  $\boldsymbol{\omega}$  é o vetor da velocidade angular no sistema do corpo do satélite, que pode resultar do processo de estimação de atitude ou diretamente a partir das medidas dos giroscópios.

O modelo matemático do giroscópio a ser considerado neste trabalho será dado por:

$$\tilde{\boldsymbol{\omega}} = \boldsymbol{\omega} + \mathbf{b} + \mathbf{w}, \quad (2.8)$$

onde  $\tilde{\boldsymbol{\omega}}$  é o valor medido,  $\mathbf{b}$  é o *bias* e  $\mathbf{w}$  é o ruído branco gaussiano que representa incertezas não modeladas.

As medidas de atitude serão feitas utilizando leituras de sensor solar e do magnetômetro, que serão processados pelo algoritmo TRIAD.

A equação da dinâmica considerando um conjunto de 3 rodas de reação, alinhadas com os eixos principais de inércia do satélite é escrita como:

$$\mathbf{I}\dot{\boldsymbol{\omega}} = (\mathbf{I}\boldsymbol{\omega} + \mathbf{h}_r) \times \boldsymbol{\omega} + \mathbf{T}_{ext} - \mathbf{T}_r, \quad (2.9)$$

onde  $\mathbf{I}$  é a matriz de inércia do satélite,  $\boldsymbol{\omega}$  é a velocidade angular do corpo em relação ao sistema inercial,  $\mathbf{h}_r$  é a quantidade de movimento angular das rodas,  $\mathbf{T}_r$  é o torque devido às rodas e  $\mathbf{T}_{ext}$  são os torques externos, que incluem os torques de perturbação e o torque de controle devido às bobinas magnéticas utilizadas para dessaturação das rodas.

A equação da dinâmica é utilizada para propagar a atitude do satélite durante as passagens pela sombra, pois não há medidas do sensor solar e a atitude não pode ser determinada pelo algoritmo TRIAD.



### 3 CONTROLE DE ATITUDE

O satélite está sujeito a perturbações ao longo de sua órbita, de tal forma que são gerados torques que acabam por retirar o satélite de sua orientação nominal. O sistema de controle de atitude tem como objetivo se opor a esses torques de perturbação, de modo a manter a atitude do satélite dentro dos limites aceitáveis para a missão ou a reorientar o satélite, dependendo da necessidade (WERTZ, 1999).

Esse controle pode ser do tipo passivo ou ativo. O controle passivo utiliza características físicas do próprio satélite e de sua órbita para compensar os torques de perturbação (WERTZ, 1999). Um exemplo de técnica de controle de atitude passiva é o gradiente de gravidade, que utiliza as características de inércia do satélite para manter sua orientação no espaço.

O controle ativo necessita de meios de medir a atitude atual e compará-la com a atitude de referência (nominal), de forma a calcular qual deve ser a ação de controle que o sistema de controle de atitude deve aplicar ao satélite.

Uma estratégia de controle ativo utilizado em controle de atitude é o PID (proporcional, integral e derivativo), que possui o seguinte formato básico (WERTZ, 1978):

$$\mathbf{u}_k = -k_p \boldsymbol{\theta}_k - k_i \sum_{i=0}^k \boldsymbol{\theta}_i \Delta t - k_d \boldsymbol{\omega}_k, \quad (3.1)$$

onde  $\mathbf{u}_k$  é a ação de controle,  $k_p$ ,  $k_i$  e  $k_d$  são os ganhos proporcional, integral e derivativo, respectivamente,  $\boldsymbol{\theta}_k$  é o erro de atitude,  $\boldsymbol{\theta}_i$  é a integral do erro de atitude e  $\boldsymbol{\omega}_k$  é a velocidade angular do satélite.

Um diagrama de blocos simplificado representando um sistema de controle com realimentação negativa pode ser visto na Figura 3.1.

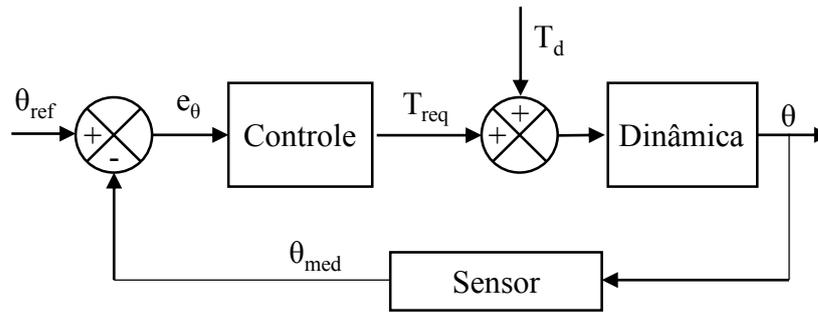


Figura 3.1: Diagrama de blocos de um sistema de controle de atitude

onde  $\theta_{ref}$  é o *set-point* de atitude,  $e_{\theta}$  é o erro de atitude,  $\theta$  é a atitude real do satélite e  $\theta_{med}$  é a atitude medida pelos sensores à bordo do satélite (que possuem limitações quanto à precisão, acurácia e ruído). O torque gerado pelo controle para manter a atitude desejada é  $T_r$ , e pode ser aplicado por diferentes atuadores, o torque  $T_d$  é o somatório dos torques de perturbação.

Satélites equipados com rodas de reação, ou rodas de inércia, podem utilizar uma estratégia de manter essas rodas com uma velocidade angular constante, para fornecer rigidez giroscópica. Quando tais estratégias são utilizadas, diz-se que o satélite possui um controle com *bias*, já que é desejável manter essas velocidades angulares (SIDI, 1997).

Uma outra forma de garantir a rigidez giroscópica é realizar o *spin-up* do satélite, que consiste em acelerar o satélite de forma a manter um de seus eixos com uma velocidade angular constante. Essa técnica é utilizada também durante o lançamento do satélite, durante a sua injeção na órbita. O último estágio do lançador é posto a girar e quando ocorre a separação, o satélite já possui a mesma velocidade angular, fornecendo rigidez e evitando que o satélite fique em movimento de capotamento (*tumbling*). Controles de atitude sem um *bias* de operação normalmente utilizam as rodas de reação com uma velocidade angular nominal igual à zero.

A estabilização de atitude consiste em manter a atitude do satélite dentro dos limites permitidos para a missão. O controle é puramente reativo, se opondo aos torques de perturbação, seja por meio ativo, utilizando rodas de reação, bobinas magnéticas ou propulsores a gás, ou então por meio passivo, utilizando técnicas como *spin* e gradiente de gravidade.

### 3.1 Estratégias propostas para este trabalho

A primeira estratégia de controle adotada neste trabalho consiste em utilizar somente as rodas de reação para controlar a atitude, de forma a validar tanto o controlador quanto o estimador de atitude que será apresentado na Seção 5. Como as bobinas estarão desabilitadas e será inserido um torque de perturbação secular, espera-se que as bobinas caminhem para a saturação ao longo da simulação. O diagrama de blocos dessa estratégia é semelhante ao da Figura 3.1.

O controlador utilizado neste trabalho é do tipo proporcional-derivativo (PD) e o cálculo do torque de controle é feito de acordo com:

$$\mathbf{u}_k = -k_p \boldsymbol{\theta}_k - k_d \boldsymbol{\omega}_k, \quad (3.2)$$

onde  $k_p$  e  $k_d$  são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente.

Os ganhos do controlador PD foram calculados para um modelo simplificado, de segunda ordem, do tipo:

$$G(s) = \frac{1}{J s^2}, \quad (3.3)$$

onde  $J$  é o momento de inércia.

A segunda estratégia estudada consiste em utilizar duas malhas de controle: uma para o controle de atitude e outra para dessaturação das rodas de reação. A primeira malha será igual a estratégia anterior, com o controlador PD para controle de atitude e utilizará rodas de reação como atuadores. A segunda malha é responsável pela dessaturação das rodas de reação, e utiliza as bobinas magnéticas como atuadores.

Como essa arquitetura utiliza uma malha dedicada para a dessaturação, espera-se que dado o torque de perturbação inserido as rodas de reação caminhem para o *set-point* de quantidade de movimento angular, que neste trabalho foi definido como sendo zero por questões de simplificação. Espera-se também que a atitude não seja influenciada pelo controle magnético, que utiliza somente a velocidade das rodas em sua realimentação.

O controle de atitude utilizado será também o PD, com os mesmos ganhos utilizados na primeira estratégia, de forma a comparar o desempenho das duas arquiteturas mais facilmente.

A terceira estratégia estudada consiste em uma malha única de controle de atitude, mas utilizando tanto as rodas de reação quanto as bobinas magnéticas. O torque requerido vem do mesmo controlador PD utilizado anteriormente, porém, as bobinas terão prioridade, ou seja, o torque será fornecido primeiramente por elas e o que não for possível ser gerado, será fornecido pelas rodas de reação.

Como nessa estratégia não possui realimentação da quantidade de movimento angular das rodas, não se espera que as rodas de reação sejam mantidas em uma velocidade desejada, podendo inclusive caminhar para a dessaturação dado o torque de perturbação simulado.

Por fim, é apresentada uma terceira arquitetura, que é um combinado entre a segunda e terceira estratégia. Possuem duas malhas de controle, uma para dessaturação e outra para controle de atitude, porém, utiliza tanto as bobinas quanto as rodas de reação. O diagrama de blocos dessa estratégia pode ser visto na Figura 3.2.

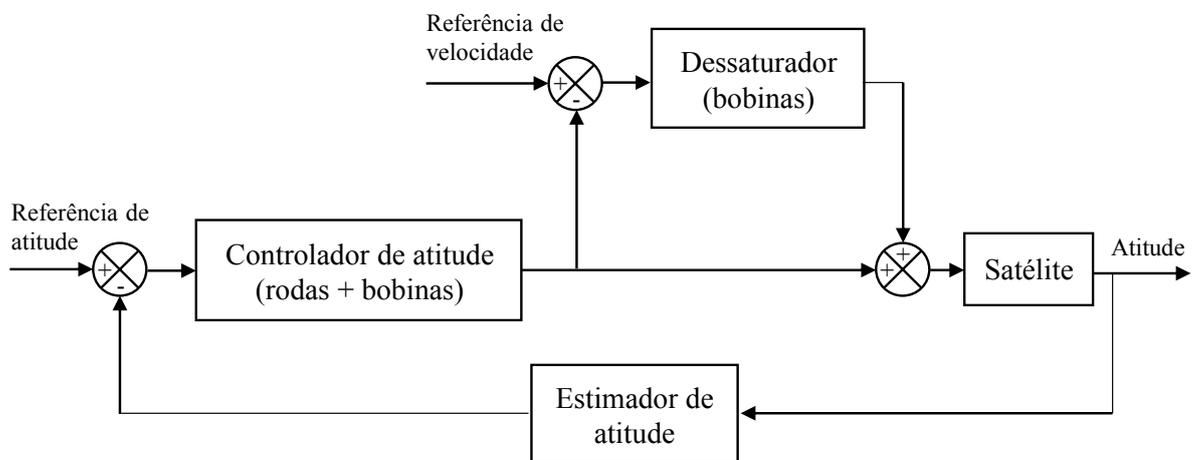


Figura 3.2: Malha de controle mista

O torque requerido pelo controle de atitude é enviado diretamente para as bobinas, que fornece o torque máximo permitido. O torque que as bobinas não conseguirem gerar será fornecido pelas rodas de reação. As bobinas também fornecerão o torque de dessaturação das rodas, que é somado ao torque requerido pelo controle de atitude. Dessa forma, espera-se utilizar toda a capacidade de geração de torque das bobinas para controlar a atitude até que a

referência seja atingida. Após essa etapa as bobinas terão todo o momento magnético disponível para dessaturar as rodas de reação.

Outras duas estratégias propostas serão derivadas da Figura 3.2, uma em que o controle de atitude e dessaturação pelas bobinas serão chaveados, sendo que somente uma malha ficará ativa por vez. O controle de atitude fica ativo até que um limiar seja atingido (a atitude medida menor que um valor especificado), quando a lei de dessaturação assume e leva a velocidade das rodas para a referência. Essa estratégia supostamente deve levar o satélite a sua atitude nominal mais rapidamente, se as bobinas forem capazes de contribuir com o torque necessário.

A segunda estratégia derivada consiste em habilitar tanto a dessaturação quanto o controle de atitude ao mesmo tempo, definindo um limite máximo do momento magnético utilizado por cada estratégia e depois somando o torque calculado ao final.

Como não foram definidos os requisitos de controle para o satélite, foi adotado neste trabalho o erro máximo de apontamento como sendo 5°.

### **3.2 Rodas de reação**

Rodas de reação são dispositivos utilizados para armazenar ou trocar quantidade de movimento angular com o corpo do satélite. São empregados no controle de atitude, para garantir a estabilidade na presença de torques externos, absorção dos torques periódicos durante a órbita e em manobras de atitude (WERTZ, 1978).

As rodas são compostas por um volante ou inércia acoplada à um motor elétrico (Figura 3.3), que, pelo princípio da ação e reação, gera no satélite um torque no sentido contrário ao torque aplicado no motor. Os torques gerados pelas rodas não alteram a quantidade de movimento angular total do satélite, pois o torque de ação é igual e oposto ao torque de reação. Como tanto a ação quanto a reação são gerados internamente ao satélite, este tipo de torque é denominado de torque interno.

A quantidade de movimento angular da roda, considerando o eixo de referência centrado em seu corpo, é calculada da seguinte forma:

$$h_r = I_r \omega_r, \quad (3.4)$$

onde  $I_r$  é a inércia da roda e  $\omega_r$  é a velocidade angular.

Percebe-se que existe, portanto, um compromisso entre a inércia da roda e sua velocidade máxima. Para alcançar a quantidade de movimento angular necessário, pode-se optar por aumentar a inércia (massa ou o tamanho da roda), fator que impacta negativamente no custo de lançamento e espaço utilizado pela carga útil do satélite. Aumentando a velocidade angular máxima do motor, aumenta-se também o atrito e desgaste do atuador, além de provocar um maior consumo de energia. Logo, são características que devem ser estudadas cuidadosamente no projeto de rodas de reação.

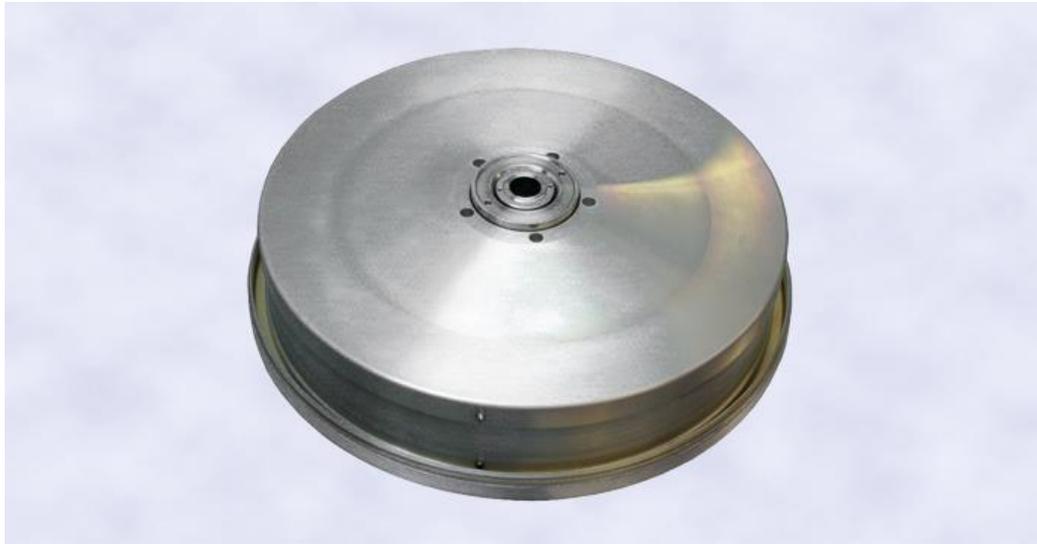


Figura 3.3: Exemplo de roda de reação.  
Fonte: Rockwell Collins (2014).

As características das rodas de reação do CONASAT, simuladas neste trabalho, foram retiradas das especificações do fornecedor. Uma comparação entre as rodas de reação dos satélites baseados na PMM e CONASAT pode ser vista na Tabela 3.1.

Tabela 3.1: Características das rodas de reação utilizadas na PMM (ROCKWELL COLLINS, 2014) e CONASAT (MARYLAND AEROSPACE, 2014)

	<b>PMM: Teldix RSI 12-75</b>	<b>CONASAT: MAI-400A</b>
<b>Inércia (kg m<sup>2</sup>)</b>	0.02	1.13*10 <sup>-5</sup>
<b>Velocidade máxima de operação (rad/s)</b>	628	1047.2
<b>Máximo torque (N m)</b>	75*10 <sup>-3</sup>	0.625*10 <sup>-3</sup>

### 3.3 Bobinas magnéticas

Bobinas magnéticas são amplamente utilizadas em sistemas de controle de atitude (SIDI, 1997). A sua aplicação varia de amortecimento dos distúrbios causados por torques externos (como, por exemplo, gradiente de gravidade, pressão de radiação solar, etc.) até a dessaturação de dispositivos que armazenam quantidade de movimento angular (como rodas de reação, por exemplo).

Bobinas são normalmente empregadas nas missões espaciais devido à sua construção simples - sem partes móveis, o que garante uma longa vida útil – seu baixo peso em comparação aos outros atuadores e por utilizar energia renovável.

Sua construção básica consiste em um núcleo magnético e uma bobina. Quando a bobina é energizada, é gerado um momento magnético dado por:

$$\mathbf{M} = N I A \mathbf{n}, \quad (3.5)$$

onde  $N$  é o número de espiras,  $I$  é a corrente aplicada,  $A$  é a área da espira e  $\mathbf{n}$  é um vetor normal ao plano da espira, com direção positiva pela regra da mão direita com relação ao sentido da corrente elétrica. Uma representação do momento gerado pode ser vista na Figura 3.4.

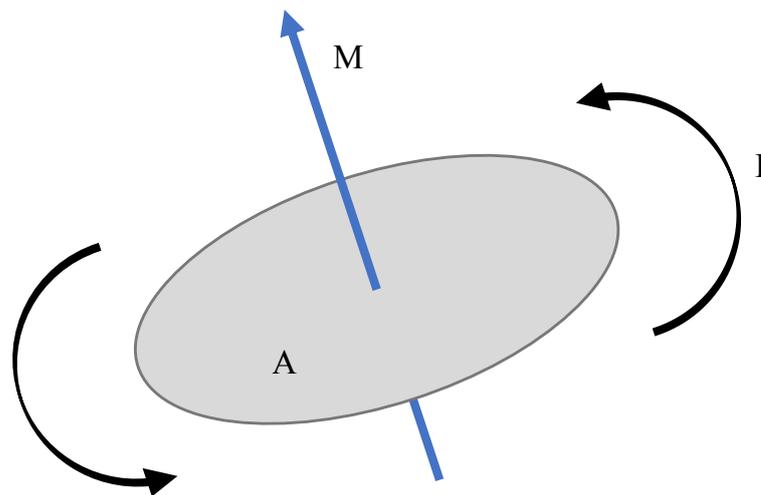


Figura 3.4: Momento magnético gerado em uma espira

Um parâmetro importante durante a especificação das bobinas é o material do núcleo. Um núcleo ferromagnético possui alta permeabilidade, o que leva a um baixo consumo de energia e possui baixo peso. Entretanto, saturam rapidamente e geram um pequeno momento residual quando desligadas.

O torque gerado pelas bobinas pode ser calculado como:

$$\mathbf{T}_{mag} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}, \quad (3.6)$$

onde  $\mathbf{M}$  é o momento magnético das bobinas e  $\mathbf{B}$  é o campo magnético terrestre. Observando a equação anterior, nota-se que a direção do torque gerado pelas bobinas é perpendicular à direção do campo magnético terrestre, ou seja, não fornece torque em uma direção arbitrária para o sistema de controle.

Outro fator negativo é que a força do campo magnético terrestre é inversamente proporcional ao cubo da distância:

$$B = \frac{m}{R^3}, \quad (3.7)$$

onde  $m$  é a constante magnética terrestre, o que limita a aplicação das bobinas aos satélites com órbitas próximas à Terra. O uso das bobinas também depende das medidas do campo magnético terrestre, sendo em geral necessário o uso de magnetômetros.

## 4 DESSATURAÇÃO

### 4.1 Conventional Cross Product Law - CCPL

No ambiente espacial, o corpo do satélite está sujeito constantemente a torques de pequena magnitude, oriundos de várias fontes. Esses torques podem ser cíclicos, variando de forma senoidal durante uma órbita, ou seculares, acumulando com o tempo. Esses torques geram desvios na atitude, e devem ser compensados pelos atuadores. No caso das rodas de reação, o acúmulo desses torques leva à saturação, que ocorre quando o motor das rodas atinge a velocidade máxima de operação.

Para contornar esse problema são adotados procedimentos para dessaturar as rodas de reação, utilizando uma fonte externa de torque, como, por exemplo, as bobinas magnéticas ou os jatos de gás.

Atuadores do tipo jato de gás proporcionam uma rápida dessaturação, mas podem causar perturbações na órbita, são mais pesados e ocupam um maior espaço físico, o que aumenta o custo do lançamento. Também utilizam muito propelente, que não podem ser reabastecidos facilmente, além de alterar a inércia do satélite à medida que é consumido.

Torques de controle magnéticos possuem diversas vantagens nas órbitas próximas à Terra: suavidade do movimento, fonte de energia abundante (a energia gasta é repostada pelos painéis solares) e grande confiabilidade dos atuadores (possuem construção simples, sem partes móveis) (CAMILLO & MARKLEY, 1980). A lei de dessaturação pode estar ativa continuamente, em conjunto com a lei de controle de atitude que utiliza as rodas como atuadores, ou então ser ativada apenas quando a rotação da roda atinge valores críticos. No entanto, o torque gerado é bem menor que o dos jatos de gás, o que leva a um tempo maior de dessaturação.

A estratégia de dessaturação mais simples é a lei do produto vetorial, que parte do pressuposto que o torque de dessaturação seja oposto à velocidade angular das rodas de reação, calculado da seguinte forma (SIDI, 1997):

$$\mathbf{T} = -k\Delta\mathbf{h}, \quad (4.1)$$

onde  $k$  é o ganho de controle e  $\Delta\mathbf{h}$  é a diferença entre a quantidade de movimento angular das rodas e seu valor nominal, ou seja, é o excesso de quantidade de movimento angular.

O torque magnético é calculado por  $\mathbf{T} = \mathbf{M} \times \mathbf{B}$ , onde  $\mathbf{M}$  é o momento magnético das bobinas e  $\mathbf{B}$  é o campo magnético terrestre. Substituindo a equação do torque na Equação 4.1 chega-se a:

$$\mathbf{M} \times \mathbf{B} = -k \Delta\mathbf{h}. \quad (4.2)$$

O vetor  $\mathbf{M}$  não pode ser calculado a partir dessa equação, pois sua matriz correspondente ao produto vetorial é singular e, portanto, não pode ser invertida. Fazendo o produto vetorial por  $\mathbf{B}$  em ambos os lados, chega-se a:

$$\mathbf{B} \times (-k \Delta\mathbf{h}) = \mathbf{B} \times (\mathbf{M} \times \mathbf{B}) = B^2 \mathbf{M} - \mathbf{B}(\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}). \quad (4.3)$$

Para que o torque gerado não seja nulo, o momento magnético deve ser perpendicular ao campo magnético terrestre. Logo, o termo que contém o produto escalar na equação pode ser desprezado, e, chega-se a lei do produto vetorial, que pode ser escrita como (CAMILLO e MARKLEY, 1980):

$$\mathbf{M} = g \Delta\mathbf{h} \times \mathbf{B}, \quad (4.4)$$

onde  $g = k/B^2$ . O campo magnético terrestre  $\mathbf{B}$ , é calculado à bordo utilizando os magnetômetros ou indiretamente por meio da atitude, da órbita e de um modelo do campo magnético, e  $\Delta\mathbf{h}$  é obtido do tacômetro das rodas de reação.

A partir dessa equação, pode-se perceber que essa lei de dessaturação só fornece torque quando o campo magnético é perpendicular à velocidade das rodas, logo esse método não é ótimo.

O torque de controle é então definido como:

$$\mathbf{N}_c = \mathbf{M} \times \mathbf{B}. \quad (4.5)$$

## 4.2 Método bang-bang

Se a magnitude do ganho for alta, tem-se uma lei de controle do tipo *bang-bang*, pois as bobinas estarão sempre saturadas. Para uma lei de controle do tipo *bang-bang*, o dipolo comandado é calculado da seguinte forma (KUGA, et al, 2015):

$$\mathbf{M}_B = C \frac{(\Delta\mathbf{h} \times \mathbf{B})}{|\Delta\mathbf{h} \times \mathbf{B}|}, \quad (4.6)$$

onde  $C$  é o dipolo de máxima força,  $\Delta\mathbf{h}$  é a quantidade de movimento angular das rodas e  $\mathbf{B}$  é o campo magnético externo.

Para ambas as leis de dessaturação, será implementada uma zona morta no controle ( $Z$ ), de modo a permitir um estado em que o momento magnético aplicado é nulo, diminuindo o erro de regime permanente. A zona morta será calculada a partir da direção do excesso de quantidade de movimento angular das rodas e a direção do campo magnético terrestre:

$$Z = |\Delta\hat{\mathbf{h}} \times \hat{\mathbf{B}}|. \quad (4.7)$$

Considerando que o torque de saturação das bobinas é muito maior que a soma dos efeitos combinados das perturbações durante o período de uma órbita, pode-se desconsiderar o termo oscilatório em  $\Delta\mathbf{h}$ , sobrando apenas os termos constantes ou de lenta variação (torques seculares).



## 5 FILTRO DE KALMAN

Nesta seção serão apresentadas as equações de estado para a estimação de atitude, o equacionamento do filtro de Kalman, incluindo as etapas de propagação e atualização, e, por fim, a representação da matriz de covariância em sua forma reduzida.

### 5.1 Equações de estado

O filtro de Kalman é um método recursivo para estimar de maneira ótima os estados de um sistema, cujas medidas estão acrescidas de ruídos. A formulação original se aplica a sistemas dinâmicos lineares, do tipo (KUGA, 2005):

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{\Phi}_{k+1,k} \mathbf{x}_k + \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{w}_k, \quad (5.1)$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad (5.2)$$

onde  $\mathbf{\Gamma}_k$  é a matriz de adição do ruído de process,  $\mathbf{\Phi}_{k+1,k}$  é a matriz de transição de estados,  $\mathbf{w}_k$  e  $\mathbf{v}_k$  são características não modeladas, representadas por uma distribuição normal de média zero (ruído branco) e variâncias  $\mathbf{Q}_k$  e  $\mathbf{R}_k$  respectivamente e a matriz  $\mathbf{H}_k$  é chamada de matriz de sensibilidade e representa como as medidas estão relacionadas com os estados.

As equações de estado do filtro de Kalman adotadas para a estimação de atitude em quatérnios, quando o satélite possui giroscópios para medição de velocidade angular, são comumente definidas como (LEFFERTS et al, 1982):

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{q}} \\ \dot{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \mathbf{\Omega} \mathbf{q} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} + \mathbf{w} = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \mathbf{\Omega} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} + \mathbf{w}, \quad (5.3)$$

que possui sete componentes escalares, sendo  $\mathbf{q}$  referentes aos quatérnios e  $\mathbf{b}$  ao vetor de *bias*. A matriz  $\mathbf{\Omega}$  é antissimétrica, correspondente às componentes da velocidade angular e  $\mathbf{w}$  representa as incertezas do modelo, no seguinte formato:

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} \mathbf{w}_1 \\ \mathbf{w}_2 \end{bmatrix}, \quad (5.4)$$

onde  $\mathbf{w}_1$  é uma função do ruído do giroscópio e  $\mathbf{w}_2$  o ruído de rampa do *bias*.

Para implementação em ambiente computacional, é necessário realizar a discretização das equações de estado. Supondo que a velocidade angular do satélite possa ser considerada como constante durante o intervalo entre duas amostras consecutivas do giroscópio, a equação da cinemática em quatérnios apresenta neste caso uma solução analítica, que pode ser escrita como:

$$\bar{\mathbf{q}}_{k+1} = \Phi_{q|k+1,k} \hat{\mathbf{q}}_k, \quad (5.5)$$

onde a matriz de transição de estados é obtida de (LEFFERTS et al, 1982):

$$\Phi_{q|k+1,k} = \cos\left(\frac{|\boldsymbol{\omega}|\Delta t}{2}\right) \mathbf{I}_{4 \times 4} + \frac{1}{|\boldsymbol{\omega}|} \sin\left(\frac{|\boldsymbol{\omega}|\Delta t}{2}\right) \boldsymbol{\Omega}(\boldsymbol{\omega}). \quad (5.6)$$

e, como o *bias* é constante, a sua propagação resulta em:

$$\bar{\mathbf{b}}_{k+1} = \hat{\mathbf{b}}_k, \quad (5.7)$$

e sua matriz de transição:

$$\Phi_{b|k+1,k} = \mathbf{I}_{3 \times 3}. \quad (5.8)$$

Para o caso da equação de estados desse trabalho, que possuem os quatérnios e o *bias* do giroscópio, os quatérnios são medidos diretamente (o que leva  $\mathbf{H}$  a uma matriz identidade), mas não possuem medidas de *bias*. Dessa forma, a matriz fica retangular, com a parcela dos quatérnios no formato de uma identidade e preenchida com zeros para o *bias*.

$$\mathbf{H}_k = [\mathbf{I}_4 \quad \mathbf{0}_{4 \times 3}]. \quad (5.9)$$

O vetor de observações  $\mathbf{y}_k$  corresponde às medidas dos quatérnios e são fornecidos por meio de um algoritmo de determinação de atitude, definido como TRIAD, no caso desse trabalho.

A matriz de covariância das medidas,  $\mathbf{R}_k$ , está relacionada com a precisão dos sensores, e, por simplificação, foi assumida como sendo diagonal:

$$\mathbf{R}_k = \begin{bmatrix} \sigma_1^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_4^2 \end{bmatrix}, \quad (5.10)$$

onde  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  e  $\sigma_4$  correspondem aos desvios padrão das medidas dos elementos do quatérnio. Elevando esses desvios padrão ao quadrado, têm-se as variâncias das medidas.

A matriz  $\mathbf{Q}_k$  corresponde à matriz de covariância do ruído do processo, associado às incertezas do modelo. É a variância associada ao ruído branco gaussiano somado ao modelo das equações de estado. Essa parcela garante robustez ao modelo e ao estimador.

De acordo com a Equação 2.8, o modelo do giroscópio pode ser representado pela soma da velocidade angular, *bias* e incerteza do modelo  $\mathbf{w}$ , caracterizada por um ruído branco gaussiano com variância  $\mathbf{Q}_q$ .

A equação cinemática do *bias* pode ser escrita no seguinte formato:

$$\dot{\mathbf{b}} = \mathbf{w}_2, \quad (5.11)$$

onde  $\mathbf{w}_2$  também é caracterizado por um ruído branco gaussiano, com variância  $\mathbf{Q}_b$ .

A representação das equações de estado por meio da matriz de transição facilita a etapa de propagação do filtro, pois evita a utilização de métodos de integração numéricos. A matriz de transição completa dos estados é dada por:

$$\Phi_{k+1,k} = \begin{pmatrix} \Phi_{q|k+1,k} & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad (5.12)$$

e o modelo discreto das medidas fica:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k. \quad (5.13)$$

## 5.2 Etapas do filtro

Em sistemas lineares o filtro possui as etapas de propagação e atualização (KUGA, 2005). A etapa de propagação é definida por:

$$\bar{\mathbf{x}}_k = \mathbf{\Phi}_{k,k-1} \hat{\mathbf{x}}_{k-1}, \quad (5.14)$$

$$\bar{\mathbf{P}}_k = \mathbf{\Phi}_{k,k-1} \hat{\mathbf{P}}_{k-1} \mathbf{\Phi}_{k,k-1}^T + \mathbf{\Gamma}_k \mathbf{Q}_k \mathbf{\Gamma}_k^T, \quad (5.15)$$

onde,  $\hat{\mathbf{x}}_{k-1}$  é o estado estimado no instante anterior  $k-1$ ,  $\hat{\mathbf{P}}_{k-1}$  é a matriz de covariância estimada no instante anterior e  $\mathbf{\Phi}_{k,k-1}$  é a matriz de transição de estados. Por sua vez, a etapa de atualização computa o ganho de Kalman e a nova estimativa do estado:

$$\mathbf{K}_k = \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T (\mathbf{H}_k \bar{\mathbf{P}}_k \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}, \quad (5.16)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \bar{\mathbf{P}}_k, \quad (5.17)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k), \quad (5.18)$$

onde  $\mathbf{K}_k$  é o ganho de Kalman e  $\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k$  é chamado de resíduo.

O algoritmo funciona propagando o estado até a chegada de uma nova amostra; neste instante, o estado é atualizado. Um exemplo das fases de propagação e atualização do filtro é mostrado na Figura 5.1, onde as setas contínuas representam a propagação do estado, e as setas tracejadas, a atualização. As chegadas das amostras ocorrem nos tempos  $k-1$ ,  $k$  e  $k+1$ ,  $\bar{\mathbf{x}}$  representa o estado propagado e  $\hat{\mathbf{x}}$  é o estado atualizado. As saídas do filtro são os estados e a matriz de covariância, ambos atualizados.

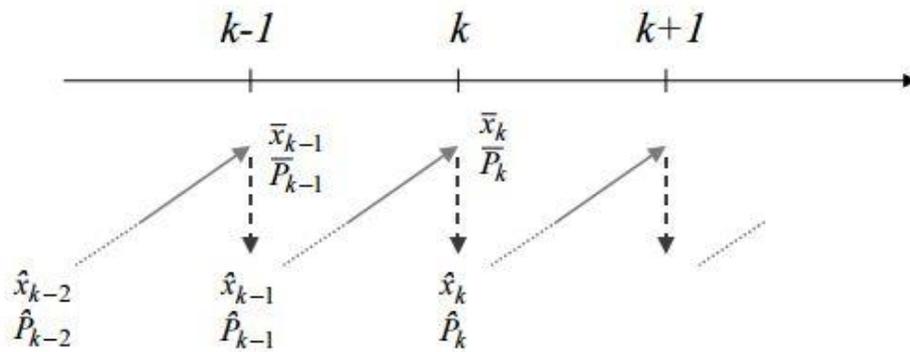


Figura 5.1: Fases de propagação e atualização do filtro de Kalman.  
Fonte: Kuga (2005).

Para efetuar a estimação por filtro de Kalman, a escolha dos quatérnios para representação de atitude possui a desvantagem de apresentar singularidade na matriz de covariância, devido à dependência entre os elementos do quatérnio, que possui módulo unitário. Para contornar esse problema, nesse trabalho foi escolhida a representação por matriz de covariância reduzida, sugerida originalmente no trabalho de Lefferts et al. (1982), e reproduzida a seguir.

### 5.3 Representação da matriz de covariância reduzida

Devido à singularidade apresentada pela matriz de covariância dos quatérnios, o filtro deve ser adaptado. Nesse trabalho foi utilizado o método de redução da ordem da matriz de covariância (LEFFERTS et al., 1982), onde é aplicada uma transformação  $\mathbf{S}$  nas matrizes de covariância da estimativa e do erro do estado, na forma:

$$\mathbf{P}^r = \mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{P}\mathbf{S}(\mathbf{q}), \quad (5.19)$$

$$\mathbf{Q}^r = \mathbf{S}^T(\mathbf{q})\mathbf{Q}\mathbf{S}(\mathbf{q}), \quad (5.20)$$

onde  $\mathbf{P}^r$  e  $\mathbf{Q}^r$  são as matrizes de ordem reduzida (6x6), e  $\mathbf{P}$  e  $\mathbf{Q}$  são as matrizes completas (7x7). A matriz de transformação  $\mathbf{S}$  é calculada da seguinte forma (KUGA, et al, 2015):

$$\mathbf{S}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \mathbf{\Xi}(\mathbf{q}) & \mathbf{0}_{4 \times 3} \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{pmatrix}, \quad (5.21)$$

onde,

$$\mathbf{\Xi}(\mathbf{q}) = \begin{pmatrix} \eta & -\varepsilon_3 & \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 & \eta & -\varepsilon_1 \\ -\varepsilon_2 & \varepsilon_1 & \eta \\ \varepsilon_1 & -\varepsilon_2 & -\varepsilon_3 \end{pmatrix}, \quad (5.22)$$

$\eta$  é a parte escalar do quatérnio e  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  e  $\varepsilon_3$  correspondem à parcela vetorial.

A propagação da matriz de covariância reduzida é feita utilizando a equação de Riccati (GARCIA et al, 2011):

$$\bar{\mathbf{P}}_{k+1}^r = \tilde{\mathbf{\Phi}} \bar{\mathbf{P}}_k^r \tilde{\mathbf{\Phi}}^T + \int_{t_k}^{t_{k+1}} \tilde{\mathbf{\Phi}} \mathbf{Q}^r \tilde{\mathbf{\Phi}}^T dt. \quad (5.23)$$

Logo, a matriz de transição de estados e a matriz de adição do ruído de processo também devem ter a ordem reduzida e podem ser calculadas pelas equações a seguir:

$$\tilde{\mathbf{\Phi}} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda} & \mathbf{K}^* \\ \mathbf{0}_{3 \times 3} & \mathbf{I}_{3 \times 3} \end{pmatrix}_{6 \times 6}. \quad (5.24)$$

De modo que,

$$\mathbf{\Lambda} = \mathbf{\Xi}^T(\bar{\mathbf{q}}_{k+1}) \mathbf{\Phi}_q(\hat{\omega}_k) \mathbf{\Xi}(\hat{\mathbf{q}}_k), \quad (5.25)$$

$$\mathbf{K}^* = -\frac{1}{2} \int_{t_k}^{t_{k+1}} \mathbf{\Lambda} dt. \quad (5.26)$$

Para a fase de atualização da matriz de covariância reduzida, as equações do filtro devem ser modificadas como se segue (GARCIA et al, 2011):

$$\tilde{\mathbf{H}}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{S}(\bar{\mathbf{q}}_k), \quad (5.27)$$

$$\tilde{\mathbf{K}}_k = \bar{\mathbf{P}}_k^r \tilde{\mathbf{H}}_k^T (\tilde{\mathbf{H}}_k \bar{\mathbf{P}}_k^r \tilde{\mathbf{H}}_k^T + \mathbf{R}_k)^{-1}, \quad (5.28)$$

$$\hat{\mathbf{P}}_k^r = (\mathbf{I}_{6 \times 6} - \tilde{\mathbf{K}}_k \tilde{\mathbf{H}}_k) \bar{\mathbf{P}}_k^r. \quad (5.29)$$

Após o cálculo da matriz de covariância reduzida atualizada, a matriz de covariância completa pode ser reconstruída por meio da seguinte equação:

$$\hat{\mathbf{P}}_k = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{q}}_k) \hat{\mathbf{P}}_k^r \mathbf{S}^T(\bar{\mathbf{q}}_k). \quad (5.30)$$

Como esse procedimento é utilizado somente para a matriz de covariância, o ganho de Kalman também deve ter a ordem aumentada, para que possa ser feita a atualização dos estados:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{S}(\bar{\mathbf{q}}_k) \tilde{\mathbf{K}}_k. \quad (5.31)$$

Após o ganho ser calculado, atualiza-se o estado utilizando a equação:

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{H}_k \bar{\mathbf{x}}_k). \quad (5.32)$$

Como a representação de atitude em quatérnios não possui interpretação física imediata, a matriz de covariância  $\hat{\mathbf{P}}_k$  de ordem total não precisa ser recalculada.



## 6 RESULTADOS

Nesta seção serão apresentados os resultados obtidos da aplicação do filtro de Kalman e das técnicas de dessaturação das rodas para o CONASAT.

Será também apresentada uma comparação entre os resultados obtidos, de forma a destacar a estratégia de dessaturação que obteve o melhor desempenho.

### 6.1 Resultados obtidos com o filtro de Kalman

Como os satélites CONASAT consistem em CubeSats com fator de forma 8U, ou seja, com dimensão de oito CubeSats de tamanho padrão, o peso adotado nas simulações foi de 8.2 kg e os momentos de inércia foram 0.0547 kg m<sup>2</sup>, 0.0519 kg m<sup>2</sup> e 0.0574 kg m<sup>2</sup> nos eixos  $x$ ,  $y$  e  $z$  respectivamente (foi considerado o satélite perfeitamente balanceado, ou seja, sem produtos de inércia).

Dado que o objetivo do CONASAT é a retransmissão de dados, a face do satélite que contém as antenas deve estar apontada para a Terra quando em modo nominal. Foi adotado, então, um controle proporcional-derivativo (PD) para controle de atitude, e o cálculo do torque demandado é calculado por:

$$\mathbf{u}_k = -k_p \boldsymbol{\theta}_k - k_d \boldsymbol{\omega}_k, \quad (6.1)$$

onde  $k_p$ , e  $k_d$  são os ganhos proporcional e derivativo, respectivamente. Os valores dos ganhos utilizados foram 0.008 Nm/rd para  $k_p$  e 0.08 Nm/rd para  $k_d$ . Essa simulação foi feita para implementar e validar o filtro de Kalman; por isso, foi considerada somente uma malha de controle de atitude utilizando as rodas de reação.

Uma representação em diagrama de blocos do sistema de controle adotado pode ser vista na Figura 6.1, onde  $\theta_{ref}$  é o referencial de atitude,  $e_\theta$  é o erro de atitude,  $\theta$  é a atitude real do satélite,  $\theta_{med}$  é a atitude calculada pelo algoritmo TRIAD e processada pelo filtro de Kalman,  $T_{req}$  é o torque requerido pelo controle,  $T_r$  é o torque das rodas e  $T_d$  é o somatório dos torques de perturbação.

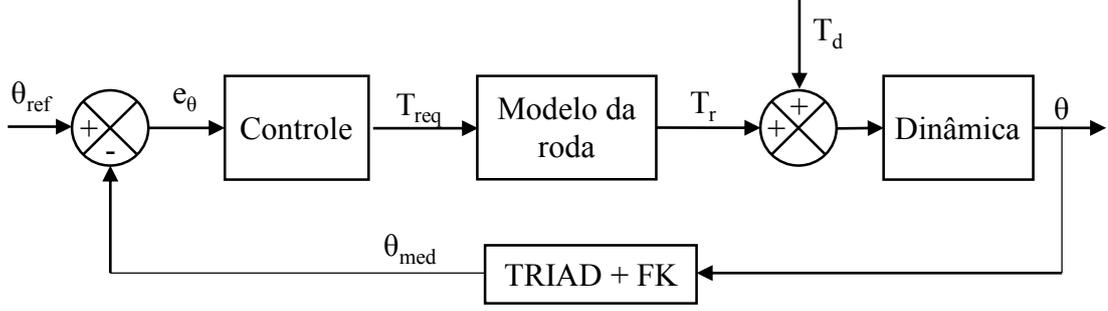


Figura 6.1: Estratégia de controle simulada

O algoritmo TRIAD para determinação de atitude (MARKLEY e CRASSIDIS, 2014) consiste em utilizar medidas vetoriais não-colineares e normalizadas, que, no caso desta simulação, foram feitas utilizando o sensor solar e o magnetômetro. As medidas são utilizadas para criar-se um sistema de referência auxiliar BS e calcular a matriz de rotação  $\mathbf{C}_{BSb}$ , que fornece a atitude do satélite no sistema BS:

$$\mathbf{C}_{BSb} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_b & \frac{\mathbf{s}_b \times \mathbf{m}_b}{|\mathbf{s}_b \times \mathbf{m}_b|} & \mathbf{s}_b \times \left( \frac{\mathbf{s}_b \times \mathbf{m}_b}{|\mathbf{s}_b \times \mathbf{m}_b|} \right) \end{bmatrix}, \quad (6.2)$$

onde  $\mathbf{s}_b$  e  $\mathbf{m}_b$  são as medidas do sensor solar e do magnetômetro em relação ao sistema do corpo do satélite.

Utilizando modelos do campo magnético terrestre (IGRF) e da direção do Sol, cria-se uma outra matriz de rotação  $\mathbf{C}_{BSi}$ , que relaciona o sistema BS ao inercial:

$$\mathbf{C}_{BSi} = \begin{bmatrix} \mathbf{s}_i & \frac{\mathbf{s}_i \times \mathbf{m}_i}{|\mathbf{s}_i \times \mathbf{m}_i|} & \mathbf{s}_i \times \left( \frac{\mathbf{s}_i \times \mathbf{m}_i}{|\mathbf{s}_i \times \mathbf{m}_i|} \right) \end{bmatrix}, \quad (6.3)$$

onde  $\mathbf{s}_i$  e  $\mathbf{m}_i$  são cálculos efetuados com os modelos mencionados na posição onde se encontra o satélite, em relação ao sistema inercial.

Dessa forma, a atitude do satélite em relação ao referencial orbital é calculada utilizando a seguinte equação (CARRARA, et al, 2014):

$$\mathbf{C}_{bo} = \mathbf{C}_{BSb}^T \mathbf{C}_{BSi} \mathbf{C}_{io}, \quad (6.4)$$

onde  $C_{io}$  relaciona o referencial orbital ao inercial, e é calculada à bordo utilizando um algoritmo de propagação da órbita.

A órbita adotada foi circular, com inclinação de  $25^\circ$  e 630 km de altitude. As condições iniciais de atitude são  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $40^\circ$  (ângulos de Euler) de uma sequência de rotação 1-2-3. As componentes do vetor de velocidade angular inicial nos eixos cartesianos fixado ao satélite foram de 0.6 rpm, 0.3 rpm e 0.9 rpm e a velocidade inicial das rodas é nula.

Considerou-se um caso extremo para a atitude inicial, com um erro maior do que é normalmente aceito para que o satélite seja colocado no modo nominal de operação, que utiliza as rodas de reação para controlar a atitude e as bobinas de torque para dessaturar as rodas.

O torque de perturbação considerado deve-se a um suposto momento magnético residual no satélite. Foi utilizado um momento elevado, de ordem de  $0.01 \text{ Am}^2$ . A vantagem desse valor elevado é fornecer maior confiabilidade à simulação. O cálculo do torque é feito da seguinte forma:

$$\mathbf{T}_d = \mathbf{m}_r \times \mathbf{B}, \quad (6.5)$$

onde  $\mathbf{m}_r$  é o momento magnético residual e  $\mathbf{B}$  é o campo magnético terrestre, ambos referidos ao sistema de eixos fixado ao satélite.

O modelo das rodas não contempla as não linearidades durante a inversão de giro do motor e do atrito; considera-se que o torque das rodas é exatamente igual ao torque aplicado e responde instantaneamente. Embora esta hipótese não seja adequada, particularmente em rodas de baixo custo, como aquelas que serão empregadas no CONASAT, ainda assim pode-se considerar válida, uma vez que é sempre possível comandar as rodas em controle de velocidade de rotação, no qual as não linearidades de inversão tendem a desaparecer. Para isso basta transformar o torque comandado numa variação de velocidade da roda num dado intervalo de tempo, por meio da equação da variação da quantidade de movimento angular.

O *bias* e ruído do giroscópio foram definidos de forma a simplificar a simulação, com valores menores do que normalmente especificados para giros do tipo MEMS e *bias* constantes. Foi considerado também que o sinal foi pré-processado por um filtro passa-baixas.

Os valores do *bias* e do desvio padrão do ruído nas medidas do giro utilizados nas simulações foram de:

$$\mathbf{b} = (50 \ 50 \ 50)^T / h, \quad (6.6)$$

$$w_b = 5^\circ / h, \quad (6.7)$$

enquanto que os ruídos do sensor solar e magnetômetro foram de:

$$w_{mag} = 1mG, \quad (6.8)$$

$$w_{ss} = 0.5^\circ. \quad (6.9)$$

Para iniciar o algoritmo do filtro de Kalman, devem ser definidos os estados e as matrizes de covariância iniciais. Para os quatérnios e o *bias* do giroscópio foram atribuídos valores nulos, ou seja,  $\mathbf{x}_0 = \mathbf{0}$ . Os dados a priori das matrizes de covariância dos quatérnios e *bias* foram definidos como:

$$\mathbf{P}_{(q|0)} = \begin{pmatrix} 0.8^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.8^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.5^2 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

$$\mathbf{P}_{(b|0)} = \begin{pmatrix} 0.000001 & 0 & 0 \\ 0 & 0.000001 & 0 \\ 0 & 0 & 0.000001 \end{pmatrix} \quad (6.11)$$

A matriz de covariância dos erros de observação dos quatérnios,  $\mathbf{R}$ , contém a variância de cada elemento observado. Para este trabalho, esta matriz foi definida como:

$$\mathbf{R} = \begin{pmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{pmatrix} \quad (6.12)$$

A matriz covariância do ruído de processo,  $\mathbf{Q}$ , deve ser ajustada de forma a sintonizar o filtro, para que ocorra a convergência da matriz de covariância  $\hat{\mathbf{P}}_k$ . Foram definidos os seguintes valores:

$$\mathbf{Q}_q = \begin{pmatrix} 0.0001 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.0001 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0001 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0001 \end{pmatrix} \quad (6.13)$$

$$\mathbf{Q}_b = \begin{pmatrix} 10^{-10} & 0 & 0 \\ 0 & 10^{-10} & 0 \\ 0 & 0 & 10^{-10} \end{pmatrix} \quad (6.14)$$

A covariância inicial dos quatérnios pode ser encontrada definindo-se inicialmente a covariância em ângulos de Euler e depois utilizando a seguinte equação (LEFFERTS et al, 1982):

$$\mathbf{P}_q = \frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \mathbf{P}_\theta \frac{\partial \mathbf{q}^T}{\partial \boldsymbol{\theta}}, \quad (6.15)$$

onde  $\mathbf{P}_q$  é a matriz de covariância em relação aos quatérnios,  $\mathbf{P}_\theta$  é a matriz de covariância em relação aos ângulos de Euler e  $\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial \boldsymbol{\theta}}$  é a matriz de derivadas parciais dos quatérnios em relação aos ângulos de Euler. Da mesma forma,  $\mathbf{P}_\theta$  pode ser calculada por:

$$\mathbf{P}_\theta = \frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{q}} \mathbf{P}_q \frac{\partial \boldsymbol{\theta}^T}{\partial \mathbf{q}}, \quad (6.16)$$

onde  $\frac{\partial \boldsymbol{\theta}}{\partial \mathbf{q}}$  é a matriz de derivadas parciais dos ângulos de Euler em relação aos quatérnios.

O tempo de simulação foi 30000 segundos, equivalente a aproximadamente 5 órbitas. Acredita-se que este tempo seja suficiente para que o *bias* dos giroscópios estimados pelo filtro de Kalman apresentem um baixo erro e possam ser utilizados para propagação de atitude quando o satélite estiver na sombra da Terra.

A Figura 6.2 mostra o *bias* estimado pelo filtro de Kalman e a variação de  $\pm 1\sigma$  do giroscópio no eixo  $x$ , a Figura 6.3, no eixo  $y$ , e a Figura 6.4, no eixo  $z$ . Na Figura 6.5 pode ser visto o *bias* estimado nos três eixos.

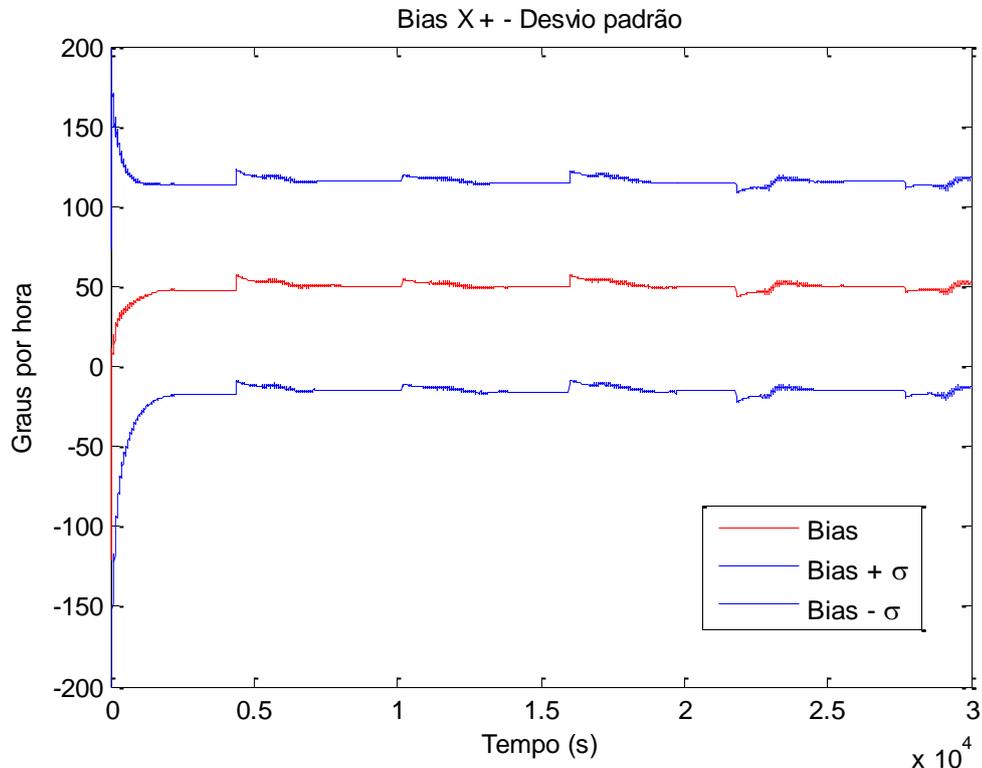


Figura 6.2: *Bias* do giroscópio - eixo X

A Figura 6.6 mostra a atitude do satélite, com condições iniciais em  $60^\circ$ ,  $30^\circ$  e  $40^\circ$ , levada para a atitude de referência pelo controlador PD em aproximadamente 80 segundos. A Figura 6.7 mostra a velocidade angular do satélite durante um intervalo de aproximadamente 300 s, tempo suficiente para que o controle atinja a velocidade nominal.

A Figura 6.8 mostra a resposta do controle (velocidade das rodas). Pode-se perceber que o controle funciona de forma satisfatória, levando o satélite próximo à atitude de referência (ângulos de Euler nulos). Mas, com a presença do torque externo do resíduo magnético, como no caso dessa simulação, todas as rodas tendem à saturação, com o acúmulo de quantidade de movimento angular, sendo mais visível no eixo de guinada (em azul), pois os outros eixos apresentam um comportamento senoidal devido às características da órbita. Nesta simulação não foi implementado nenhum algoritmo de dessaturação.

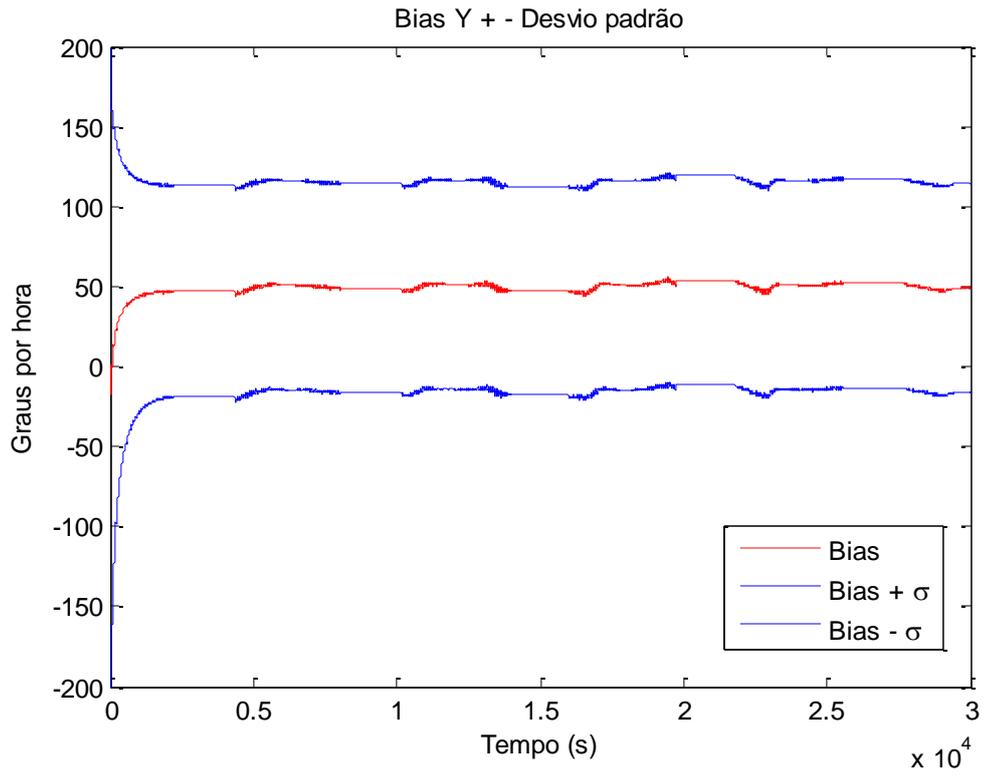


Figura 6.3: *Bias* do giroscópio - eixo Y

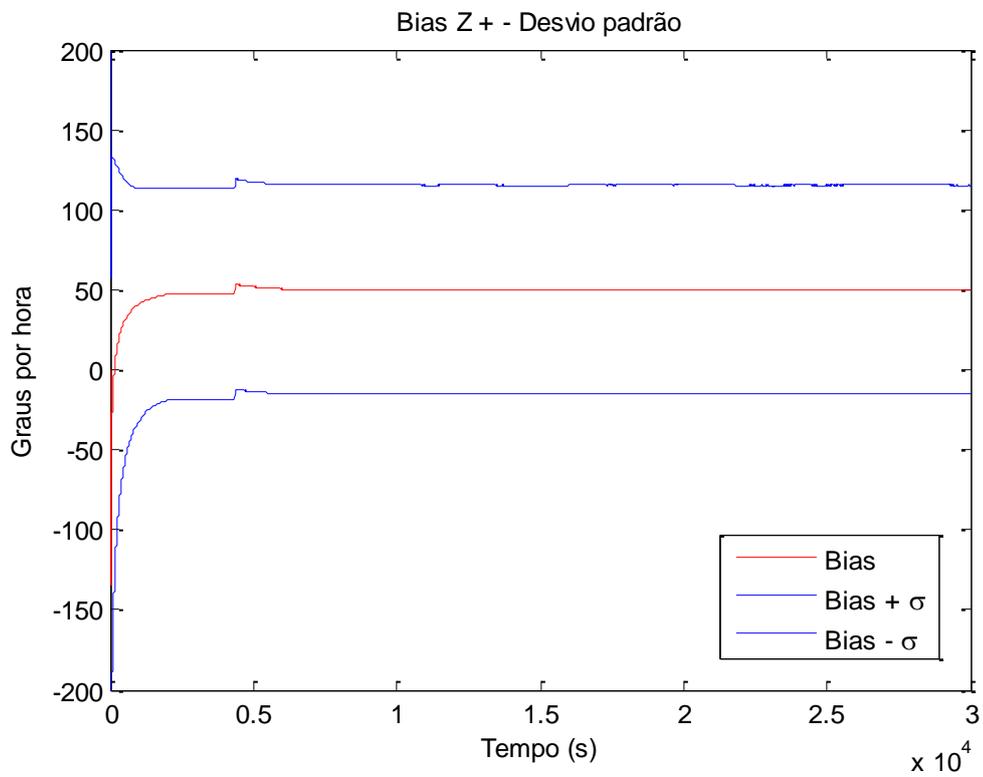


Figura 6.4: *Bias* do giroscópio - eixo Z

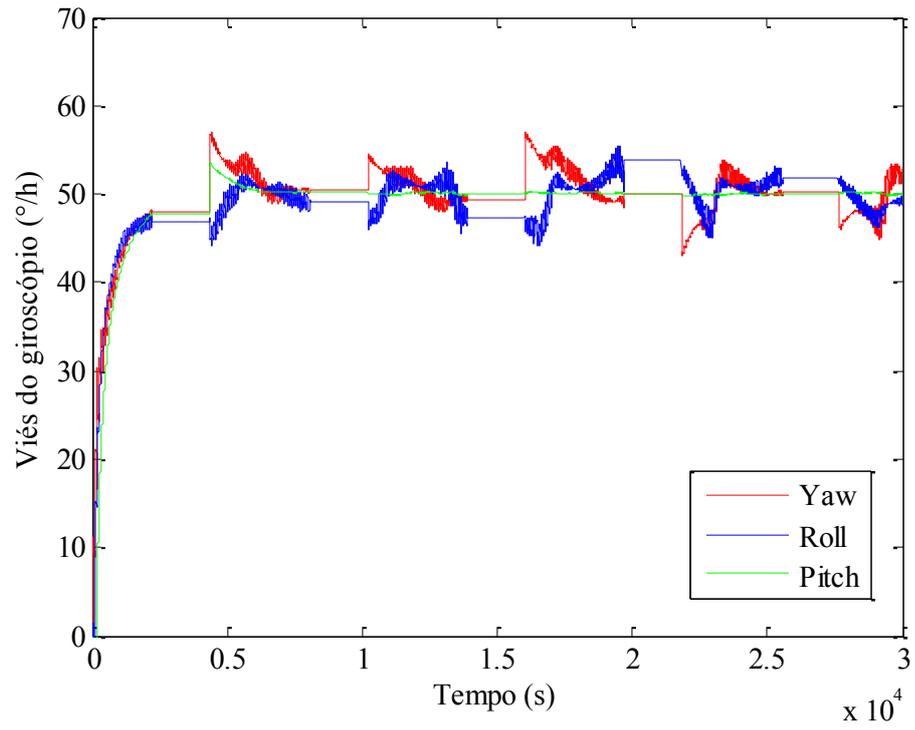


Figura 6.5: *Bias* do giroscópio nos três eixos

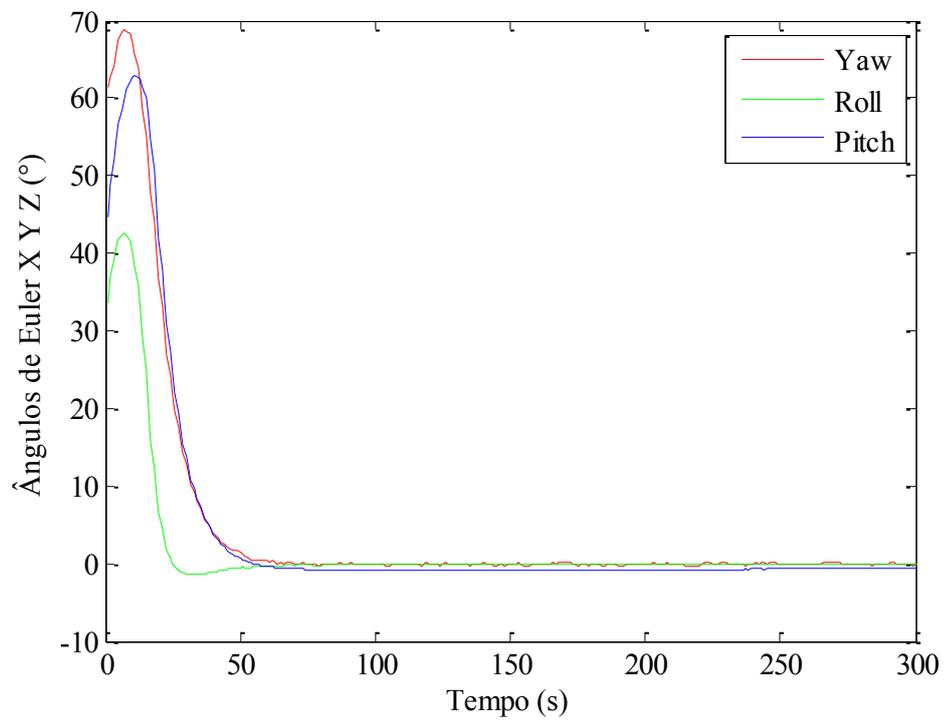


Figura 6.6: Atitude do CONASAT

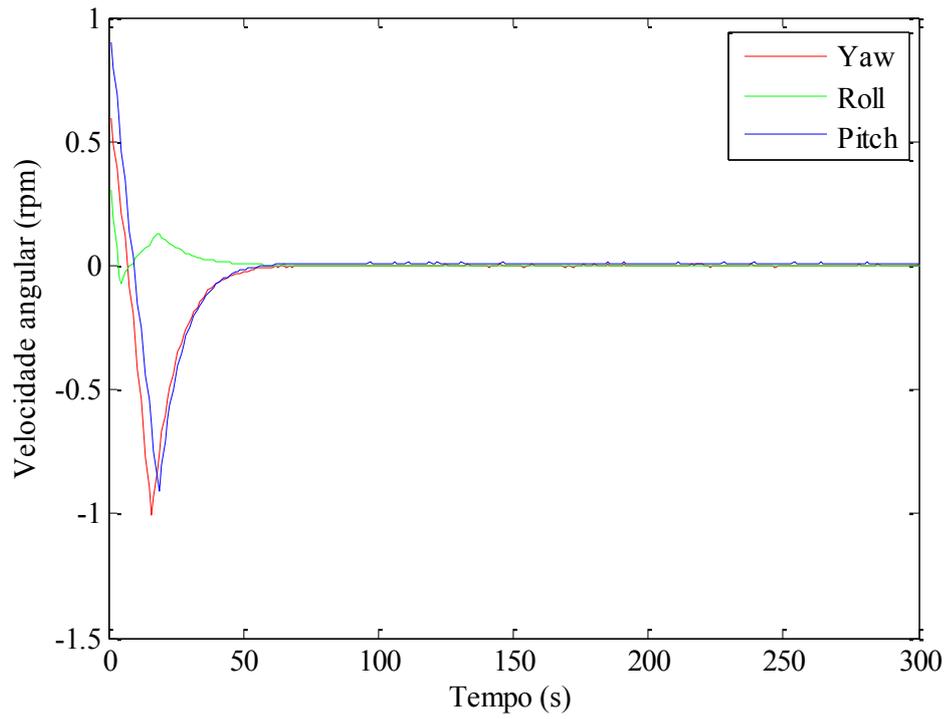


Figura 6.7: Velocidade angular do CONASAT

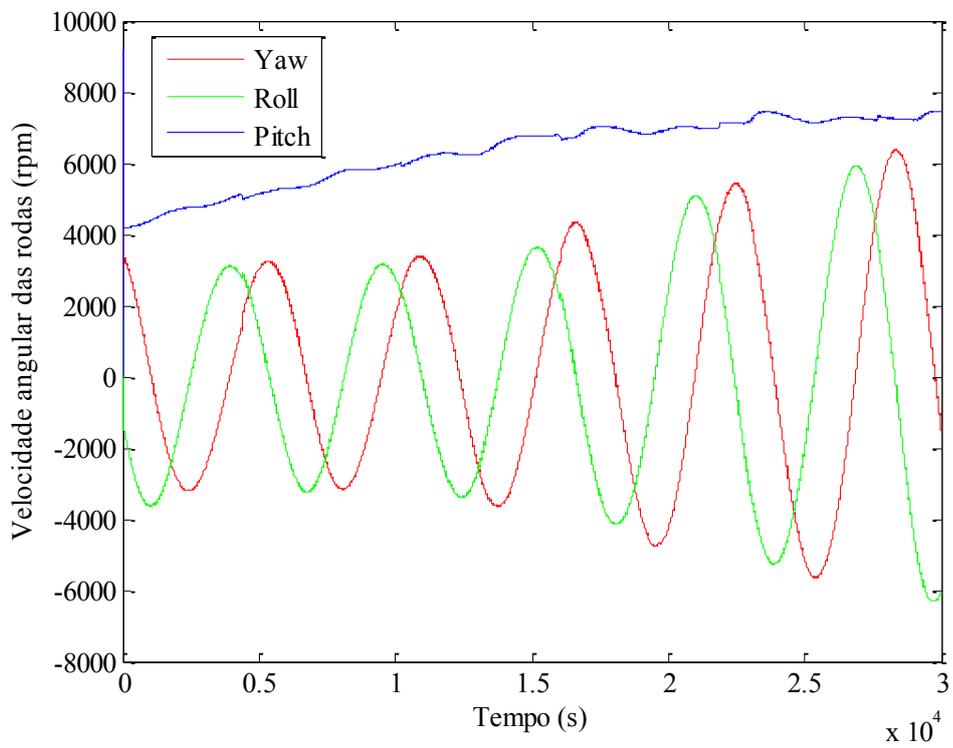


Figura 6.8: Velocidade das rodas de reação

As respostas do erro entre a atitude real e a estimada, acrescido do desvio padrão ( $\pm 1\sigma$ ) podem ser vistas na Figura 6.9 para o eixo x, Figura 6.10 para o eixo y e Figura 6.11 para o eixo z.

O erro de apontamento em ângulo-eixo de Euler, cujo ângulo é mostrado na Figura 6.12, foi mais alto até o final da primeira sombra (aproximadamente 4200s), devido ao valor do *bias* ainda não ter convergido.

A Figura 6.13 mostra os resíduos em quatérnios. Nota-se que não há medidas do sensor solar durante o período de sombra, e, portanto, a atitude não é determinada, logo o resíduo não é calculado. Após a convergência, o resíduo apresenta média com magnitude da ordem de  $10^{-6}$  e desvio padrão de  $10^{-4}$ .

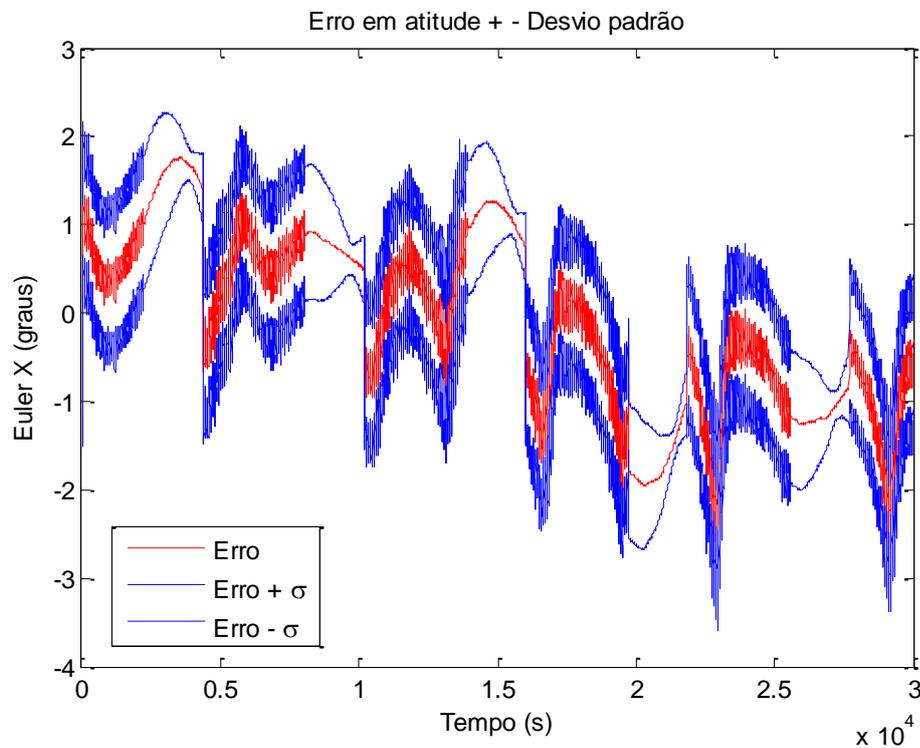


Figura 6.9: Erro de atitude - eixo X

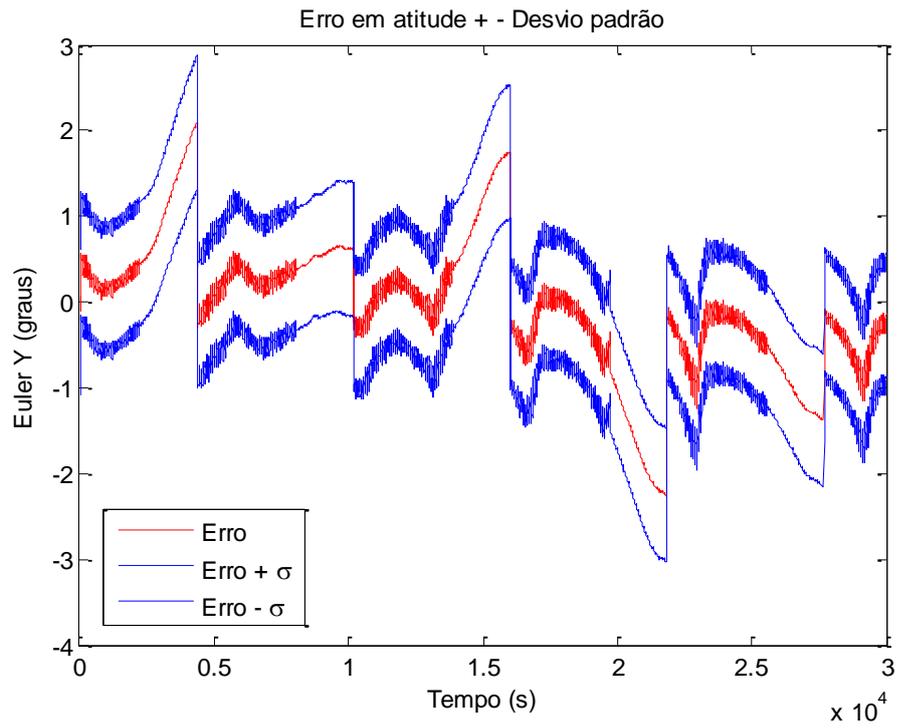


Figura 6.10: Erro de atitude - eixo Y

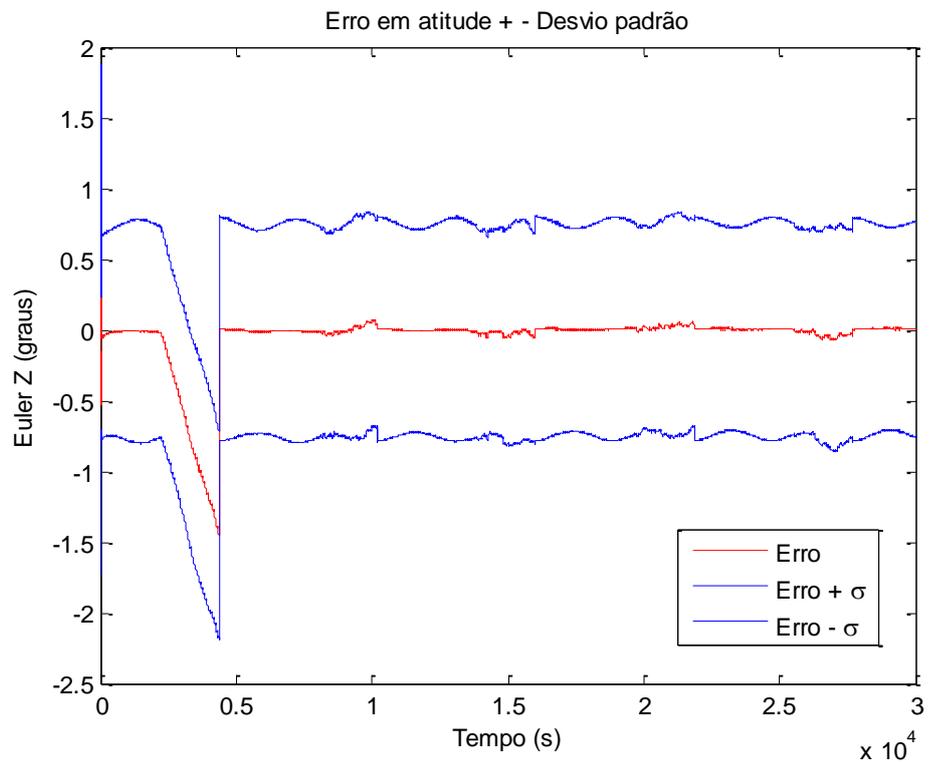


Figura 6.11: Erro de atitude - eixo Z

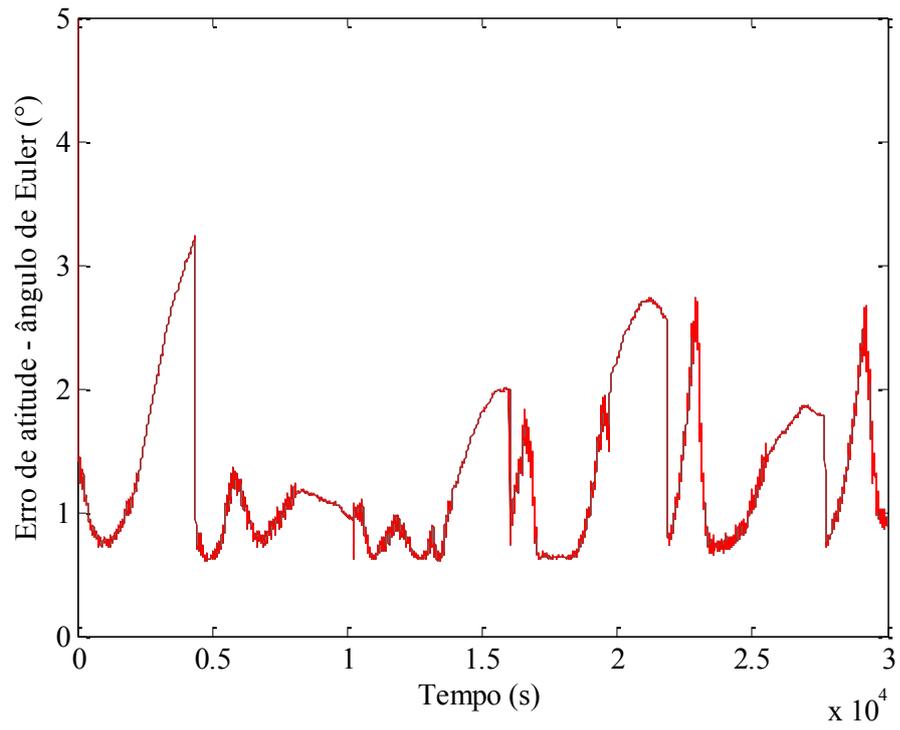


Figura 6.12: Erro de apontamento em ângulo de Euler

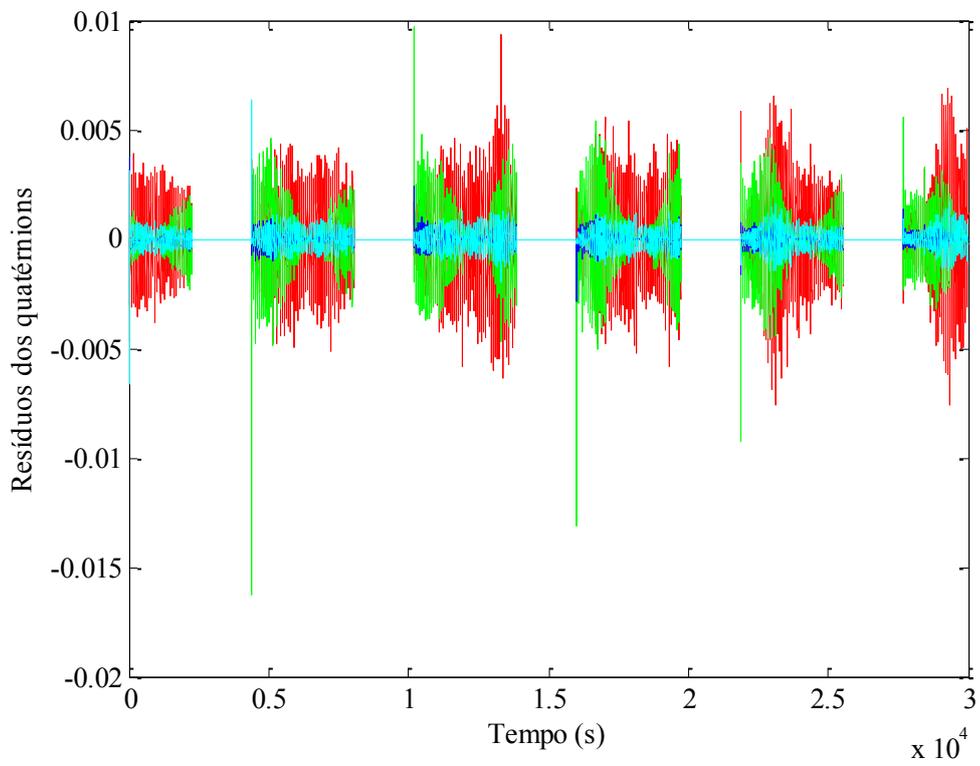


Figura 6.13: Resíduos dos quatérnios

Os períodos de entrada e saída das cinco passagens do satélite pela sombra da Terra podem ser vistos na Figura 6.14.

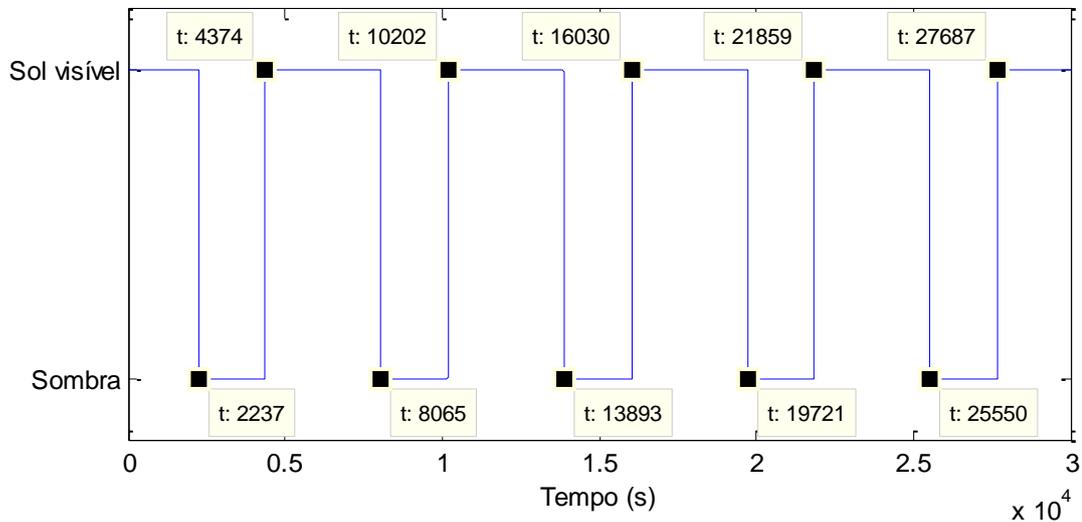


Figura 6.14: Períodos de passagens do satélite pela sombra da Terra

## 6.2 Resultados para dessaturação com CCPL e bang-bang

Com o filtro de Kalman validado, foi feita a simulação utilizando as mesmas condições iniciais e habilitando o uso das bobinas magnéticas para realizar a dessaturação das rodas de reação. O diagrama de blocos da estratégia simulada pode ser vista na Figura 6.15, onde  $B$  é o campo magnético da Terra,  $B_{\text{medido}}$  é o campo medido pelos magnetômetros à bordo do satélite,  $h_{\text{ref}}$  é a referência da quantidade de movimento angular das rodas de reação,  $\Delta h_r$  é o excesso de quantidade de movimento angular das rodas,  $h_r$  é a quantidade de movimento angular medida das rodas,  $\theta_{\text{ref}}$  é o referencial de atitude,  $e_\theta$  é o erro de atitude,  $\theta$  é a atitude real do satélite,  $\theta_{\text{med}}$  é a atitude determinada pelo TRIAD e processada pelo filtro de Kalman,  $T_r$  é o torque das rodas,  $T_b$  é o torque das bobinas magnéticas e  $T_d$  é o somatório dos torques de perturbação.

Foram testados diferentes valores para o ganho de dessaturação e de faixa de zona morta, como mostra a Figura 6.16. O ganho selecionado para essa simulação foi  $K_{\text{mag}} = 10^8 \text{ N}^2\text{s}/\text{A}^2\text{m}^2$  e o valor de zona morta foi selecionado foi  $ZM = 30\%$ , que apresentou a menor integral da quantidade de movimento angular das rodas ao final da simulação.

Estes valores foram mantidos nas outras estratégias de simulação, a fim de permitir uma comparação das arquiteturas propostas.

Foram testados tanto o método CCPL, detalhado na Seção 4.1, quanto método bang-bang, mostrado na Seção 4.2. O resultado das velocidades angulares das rodas para o método CCPL pode ser visto na Figura 6.17, na qual pode ser observado que, após aproximadamente 5000 segundos, as rodas praticamente não armazenam mais nenhuma quantidade de movimento angular.

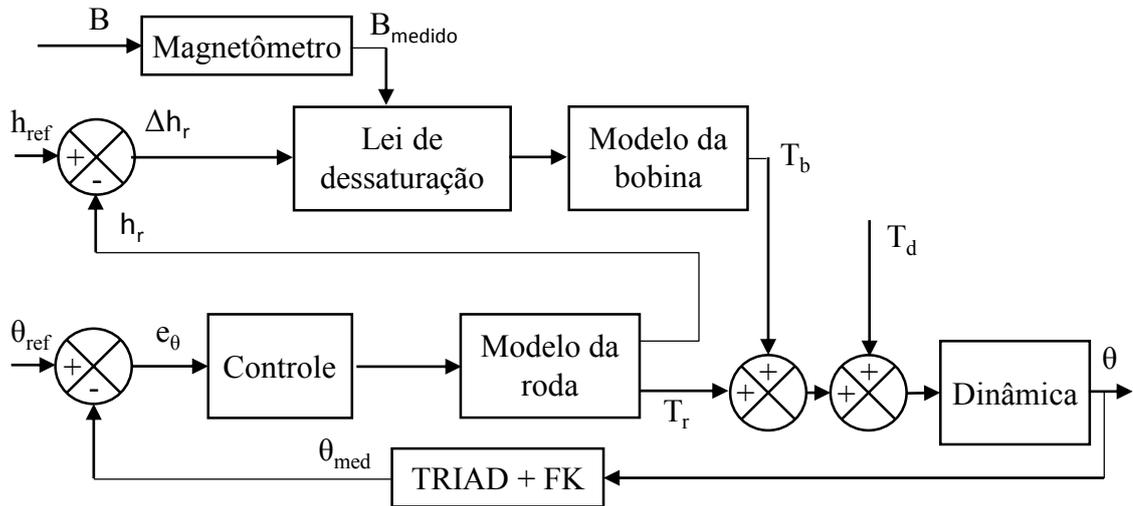


Figura 6.15: Estratégia utilizada para controle de atitude e dessaturação das rodas

A integral do momento magnético quadrático (ou energia despendida) das bobinas durante a simulação pode ser vista na Figura 6.18. Nota-se que a partir do instante em que a velocidade das rodas atinge o valor nominal, a taxa da energia diminui, indicando que a energia gasta em diante é somente para manter a velocidade próxima do valor de referência.

Para a simulação utilizando a estratégia *bang-bang* as velocidades das rodas também foram levadas para valores próximos de zero, como pode ser visto na Figura 6.19. A energia despendida pelas bobinas foi maior do que o método CCPL, como esperado, e pode ser visto na Figura 6.20.

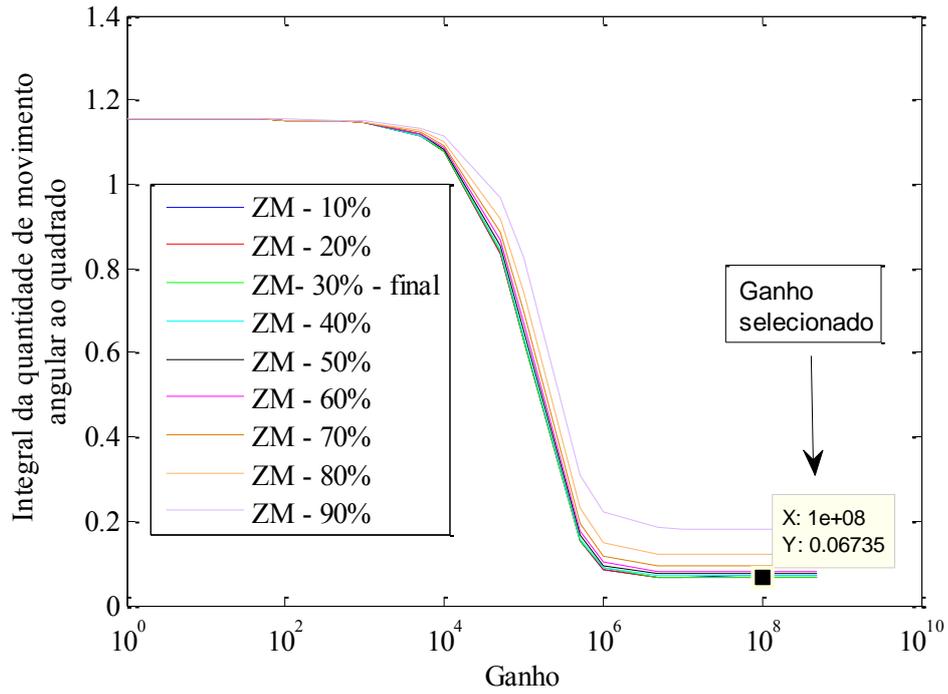


Figura 6.16: Integral da quantidade de movimento angular quadrático para diferentes valores de ganhos e zona morta

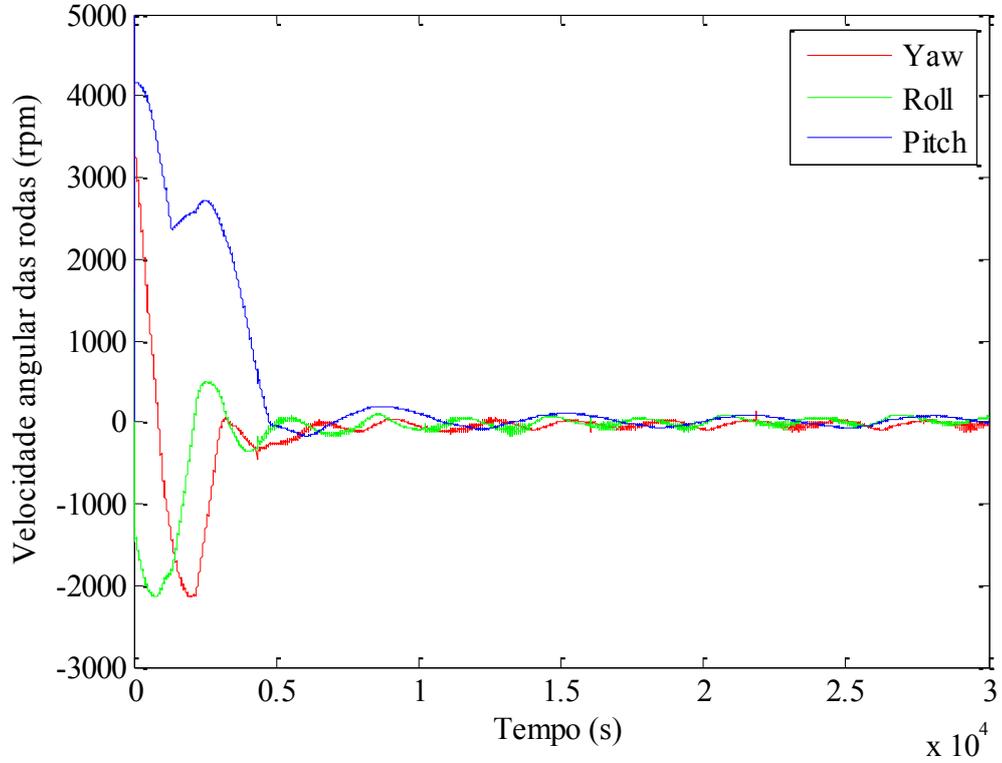


Figura 6.17: Velocidade das rodas de reação utilizando a técnica de dessaturação

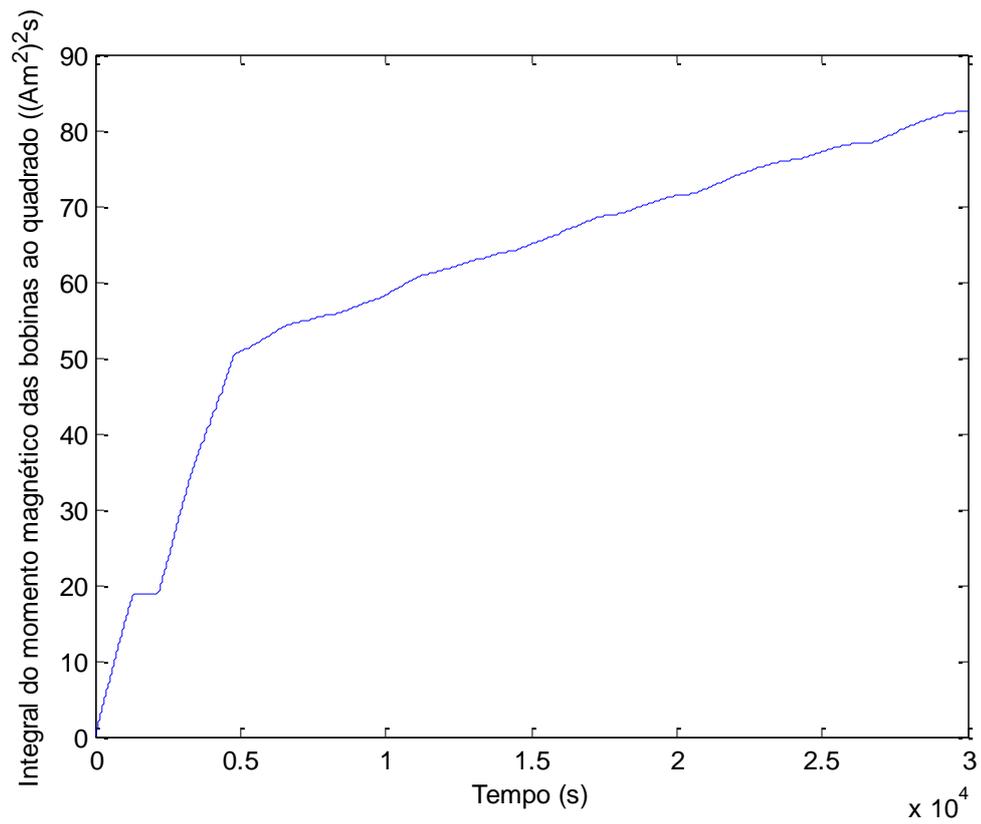


Figura 6.18: Momento magnético aplicado às bobinas

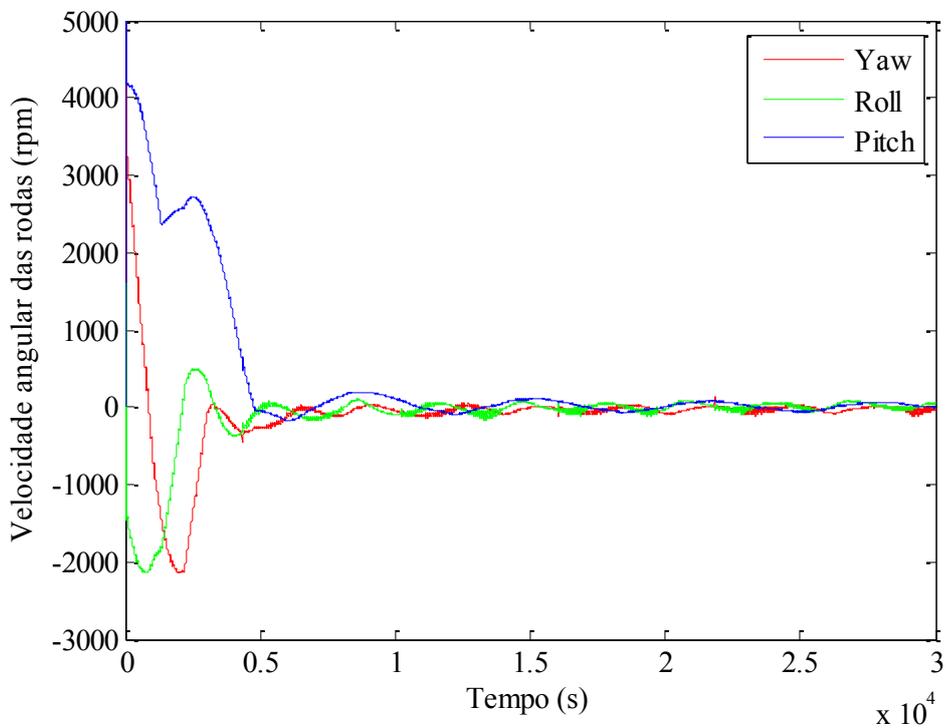


Figura 6.19: Velocidade das rodas de reação para uma lei de dessaturação bang-bang.

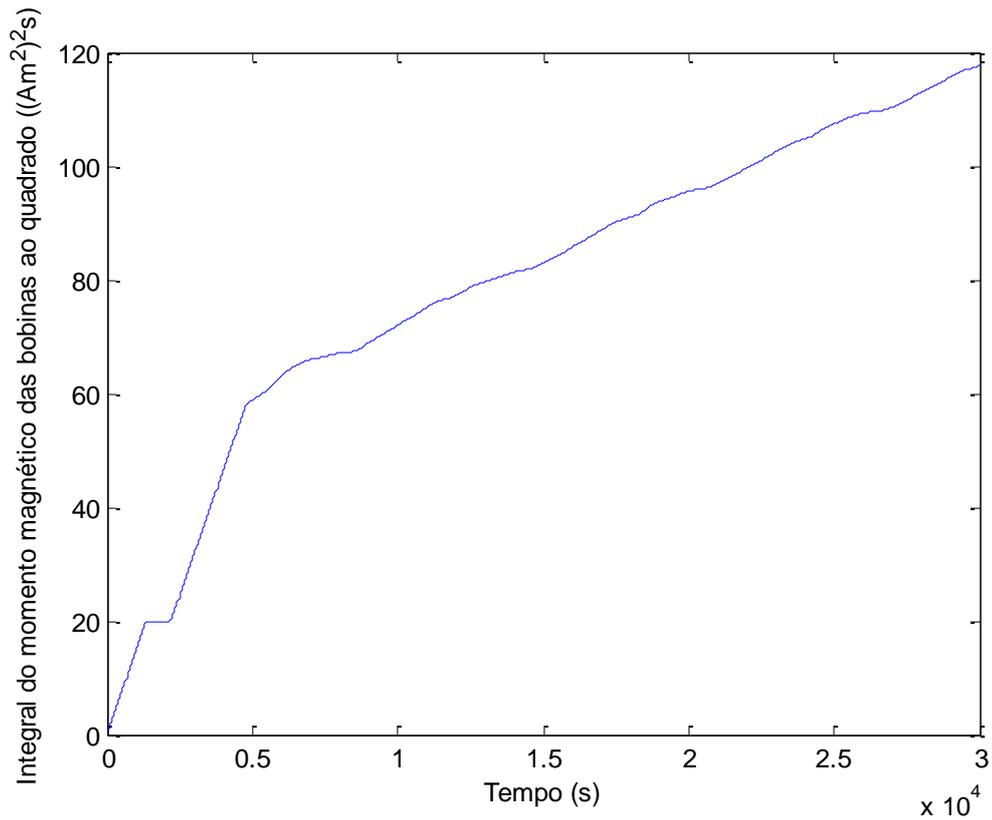


Figura 6.20: Momento magnético para a lei de dessaturação bang-bang.

### 6.3 Resultados para malha de controle única

Outra estratégia de controle proposta consiste em uma malha única de controle de atitude utilizando tanto rodas de reação quanto bobinas magnéticas. Nessa estratégia, o torque requerido pelo controle de atitude é distribuído tanto para as rodas quanto para as bobinas magnéticas.

As bobinas irão tentar fornecer o torque máximo requerido, sendo que o excedente será suprido pelas rodas de reação. Como não existe uma ação deliberada de dessaturação das rodas de reação utilizando as bobinas, espera-se que nessa estratégia as rodas não atinjam o valor de referência, que no caso desse trabalho foi adotada como sendo zero. O diagrama de blocos dessa estratégia proposta está representado na Figura 6.21, onde  $\theta_{ref}$  é o referencial de atitude,  $e_\theta$  é o erro de atitude,  $\theta$  é a atitude real do satélite,  $\theta_{med}$  é a atitude medida pelo algoritmo TRIAD e corrigida pelo filtro de Kalman,  $T_{req}$  é o torque requerido pelo controle,  $T_b$  é o torque fornecido pelas bobinas magnéticas,  $T_d$  é o torque de perturbação e  $T_r$  é o torque das rodas de reação.

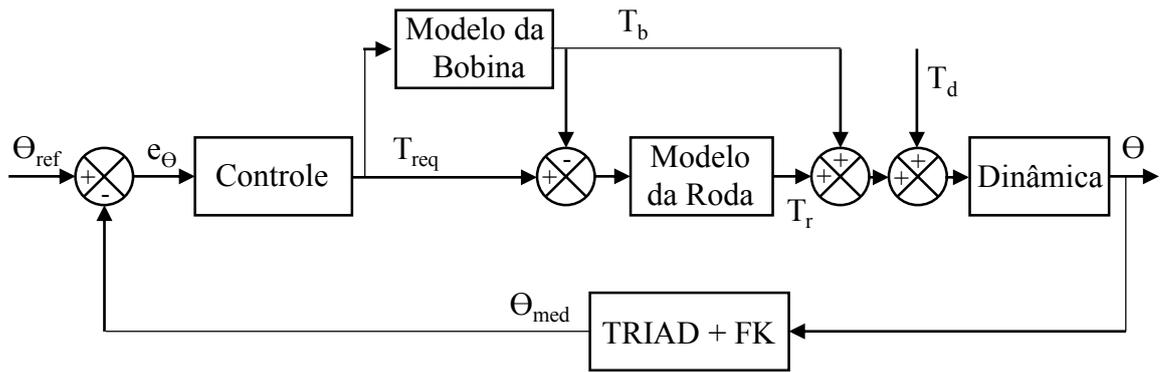


Figura 6.21: Malha de controle única

Os ganhos do controlador foram definidos como 0.008 Nm/rd para  $k_p$ , 0 Nm/rd para  $k_i$  e 0.08 Nm/rd para  $k_d$ , ou seja, um controlador PD. O tempo de simulação foi de 30000 segundos, o que equivale a aproximadamente 5 órbitas. A informação de atitude foi fornecida pelo algoritmo TRIAD processada pelo filtro de Kalman. Os parâmetros do filtro foram os mesmos utilizados para a simulação anterior:  $P_q$  é uma matriz diagonal 4x4 com 0.0025 para a parte vetorial e 0.000019 para a parcela escalar,  $P_b$  é uma matriz diagonal 3x3 com 0.000001 para cada componente, a matriz R também foi definida como sendo diagonal com 0.0001 para todos os componentes e as matrizes Q são diagonais, sendo  $Q_q$  com componentes iguais a 0.0001 e  $Q_b$  com  $10^{-10}$ .

Nos resultados obtidos, o erro de apontamento foi controlado e manteve-se abaixo do valor especificado de 5 graus, conforme pode ser visto na Figura 6.22.

Como essa estratégia não possui um comando específico de dessaturação, a velocidade das rodas não foi controlada, conforme era esperado. Os eixos de *roll* e *yaw* apresentaram uma redução momentânea no momento angular das rodas, devido à perturbação na atitude, mas a tendência será de atingir uma saturação mais adiante na simulação. A velocidade angular da roda no eixo de *pitch* apresentou um comportamento crescente ao longo da simulação. Ao final de cinco órbitas a velocidade na roda de arfagem (*pitch*) atingiu cerca de 6000 rpm, como mostra a Figura 6.23. Esta velocidade é considerada como a máxima suportada por rodas de reação comerciais.

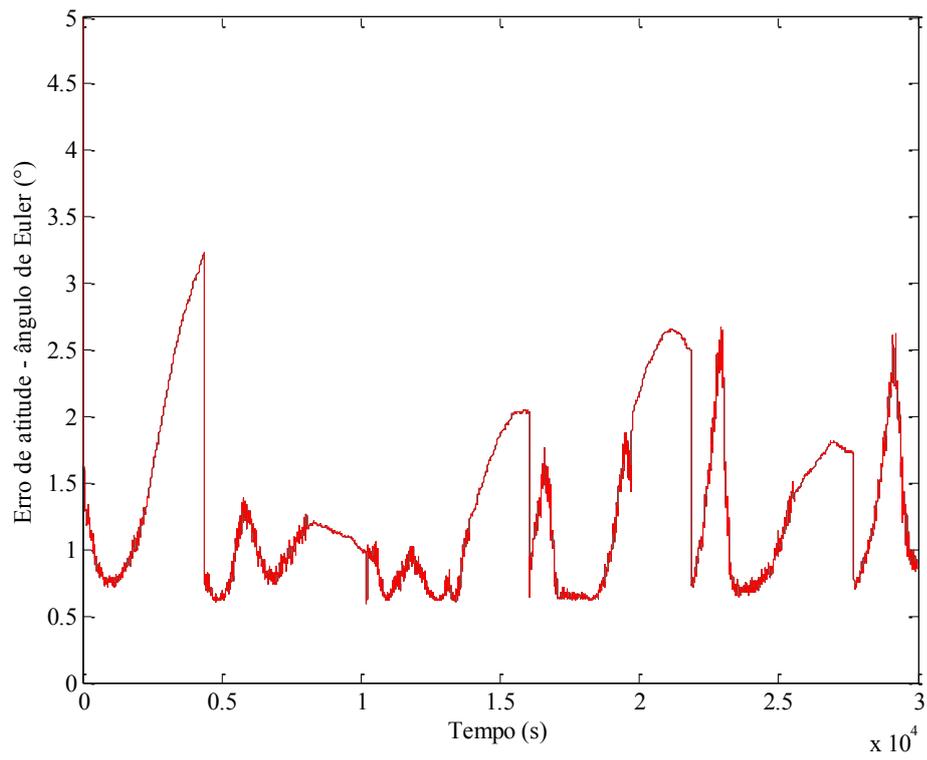


Figura 6.22: Erro de apontamento - malha única

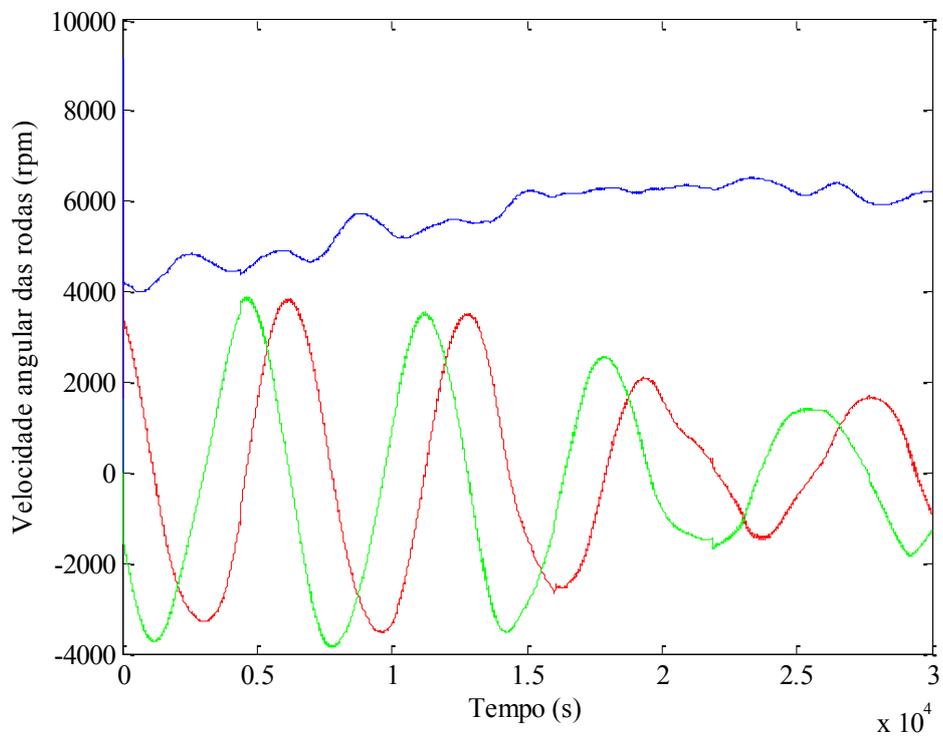


Figura 6.23: Velocidade das rodas - malha única

#### 6.4 Resultados para malha de controle mista

A terceira estratégia proposta, com uma malha de controle mista, onde as bobinas magnéticas são utilizadas tanto para controle de atitude quanto para dessaturação das rodas, pode ser vista na Figura 6.24, sendo  $\theta_{ref}$  o referencial de atitude,  $e_\theta$  o erro de atitude,  $h_{ref}$  o *set-point* da quantidade de movimento das rodas,  $h_r$  a quantidade de movimento medida das rodas,  $\theta$  a atitude real do satélite,  $\theta_{med}$  a atitude medida pelo algoritmo TRIAD e corrigida pelo filtro de Kalman,  $T_{req}$  o torque requerido pelo controle,  $T_b$  o torque fornecido pelas bobinas magnéticas,  $T_r$  o torque das rodas de reação e  $T_d$  o torque de perturbação.

Nota-se que o torque requerido pelo controle de atitude é enviado diretamente para as bobinas, que fornece o torque máximo permitido. O torque que as bobinas porventura não conseguirem gerar será fornecido pelas rodas de reação. As bobinas também fornecerão o torque de dessaturação das rodas, que é somado ao torque requerido pelo controle de atitude. Dessa forma, espera-se utilizar toda a capacidade de geração de torque das bobinas para controlar a atitude até que a referência seja atingida. Após essa etapa as bobinas terão todo o momento magnético disponível para dessaturar as rodas de reação.

Os parâmetros da simulação foram os mesmos da estratégia anterior, com 30000 segundos de tempo simulado, ganhos do controlador com 0.008 Nm/rd para  $k_p$ , 0 Nm/rd para  $k_i$  e 0.08 Nm/rd para  $k_d$ , atitude calculada pelo TRIAD com medidas de sensores solares e magnetômetros. O filtro de Kalman também foi utilizado para essa simulação, com parâmetros igualmente sintonizados:  $P_q$  diagonal com 0.0025 para a parte vetorial e 0.000019 para a parcela escalar,  $P_b$  diagonal com 0.000001 para todos os elementos,  $R$  diagonal com 0.0001 para todos os componentes e as matrizes  $Q_q$  e  $Q_b$  com componentes iguais a 0.0001 e  $10^{-10}$ , respectivamente.

Os resultados obtidos nesta estratégia, com as bobinas sendo utilizadas tanto para controlar a atitude quanto para dessaturar as rodas, mostraram-se mais satisfatórios, quando comparados à malha de controle única.

O erro de apontamento também se manteve abaixo do limiar esperado de 5 graus, conforme mostra a Figura 6.25.

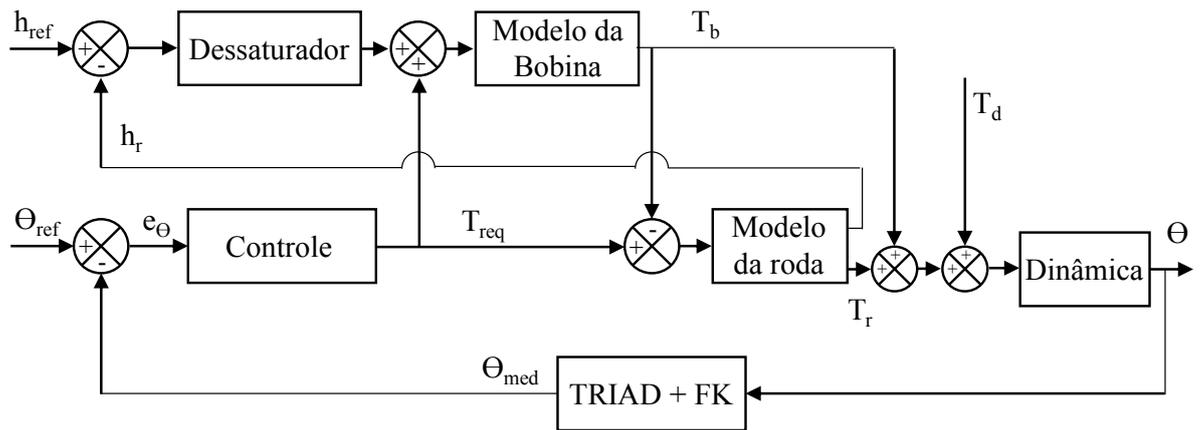


Figura 6.24: Malha de controle mista

Além disso, as velocidades das rodas de reação foram controladas e atingiram o valor de referência (zero), ao final da quarta órbita, como pode ser visto na Figura 6.26.

A integral do momento magnético quadrático das bobinas pode ser vista na Figura 6.27.

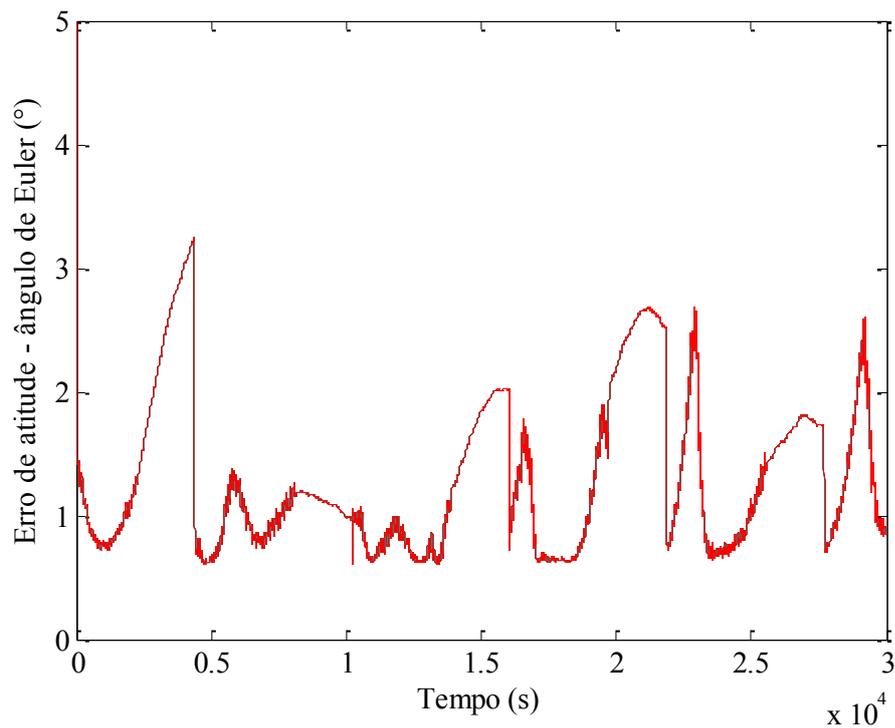


Figura 6.25: Erro de apontamento - malha de controle mista

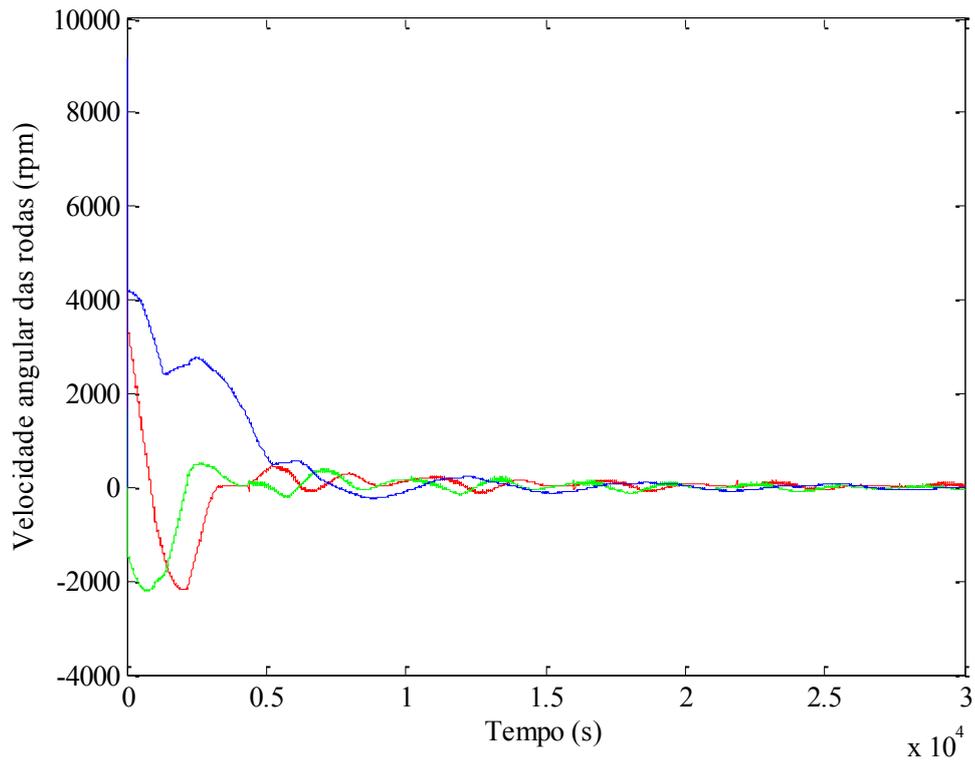


Figura 6.26: Velocidade das rodas - malha de controle mista

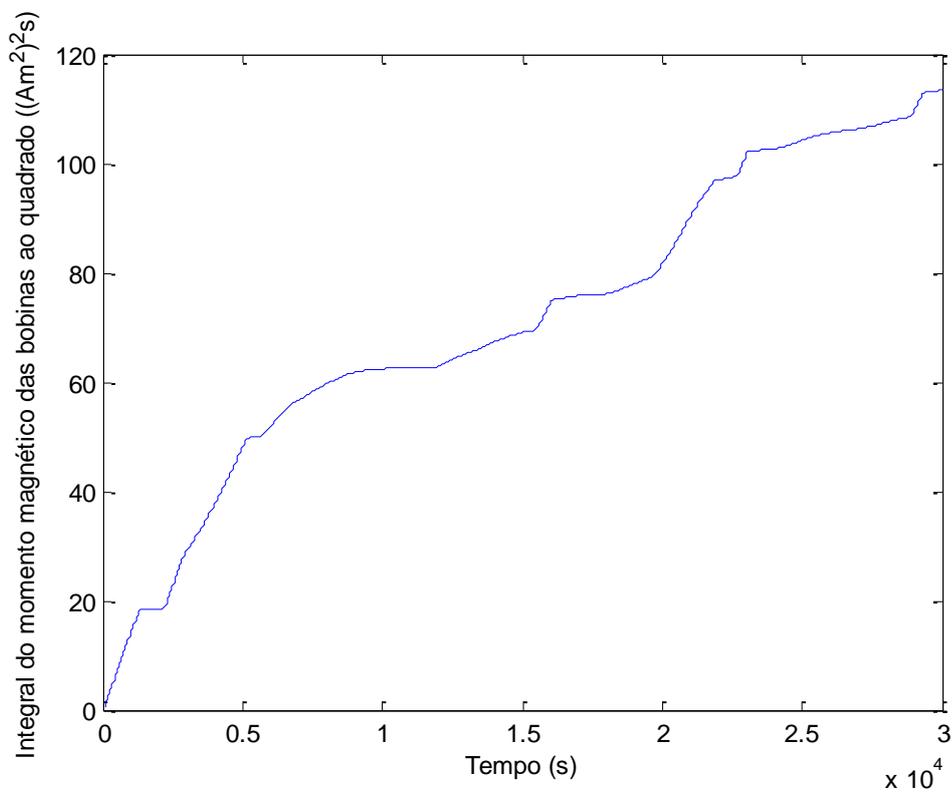


Figura 6.27: Momento magnético - malha de controle mista

## 6.5 Resultados para malha de controle mista chaveada

A primeira variante da malha de controle mista apresentada na Seção 3.1, consiste em permitir que somente uma das malhas funcione por vez.

As bobinas são inicialmente ligadas para fornecerem torque somente para controlar a atitude, em conjunto com as rodas de reação. Após o erro de atitude atingir um limiar especificado, o controle das bobinas é chaveado para fornecer torque somente para dessaturar as rodas de reação. O diagrama de blocos dessa estratégia proposta pode ser vista na Figura 6.28, de forma que  $\theta_{ref}$  é a atitude desejada,  $e_\theta$  o erro de atitude,  $h_{ref}$  a referência da quantidade de movimento angular das rodas,  $h_{med}$  a quantidade de movimento medida das rodas,  $\theta$  a atitude real do satélite,  $\theta_{med}$  a atitude medida,  $T_{req}$  o torque requerido pelo controle,  $T_b$  o torque fornecido pelas bobinas magnéticas,  $T_d$  o torque de perturbação e  $T_r$  o torque fornecido pelas rodas de reação. As chaves que mudam o modo de operação são:  $S_1$  para a estratégia de dessaturação e  $S_2$  para o controle de atitude. Essas chaves são acionadas ao mesmo tempo, assim que o limiar de operação é atingido.

O limiar de operação para ativar o controle de atitude e desativar a malha de dessaturação foi selecionado como sendo:

$$e_\theta \geq 2^\circ, \quad (6.17)$$

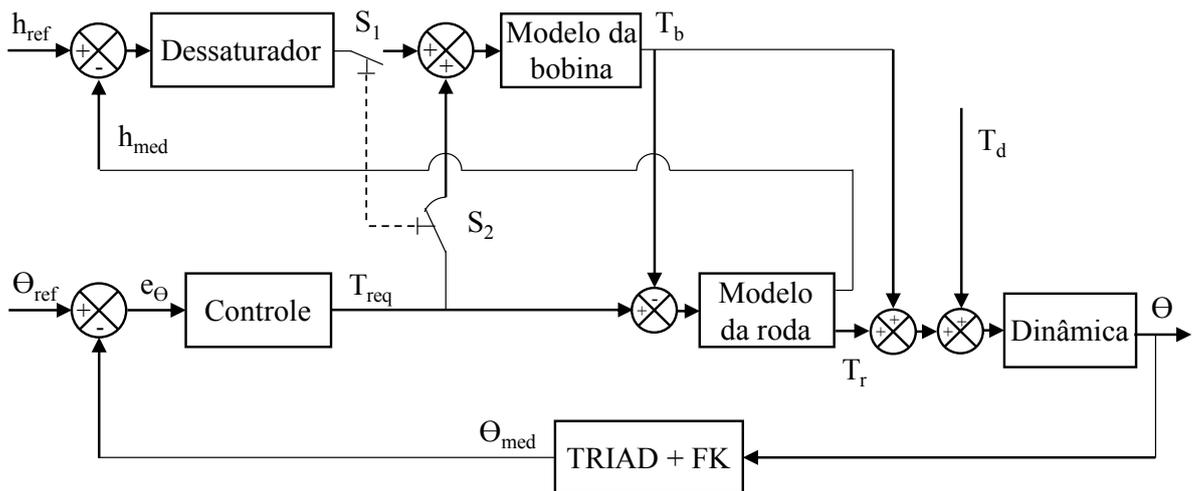


Figura 6.28: Malha de controle mista chaveada

O tempo da simulação foi também 30000 segundos, com ganhos do controlador iguais a 0.008 Nm/rd para  $k_p$  e 0.08 Nm/rd para  $k_d$ . Os parâmetros do filtro de Kalman também foram os mesmos utilizados da estratégia anterior, sendo  $P_q$  uma matriz diagonal com elementos 0.0025 e 0.000019,  $P_b = \text{diag}(0.000001)$ ,  $R = \text{diag}(0.0001)$  e  $Q_q = \text{diag}(0.0001)$  e  $Q_b = \text{diag}(10^{-10})$ .

Para essa simulação, os resultados obtidos foram os seguintes: erro de apontamento abaixo de  $5^\circ$  durante todas as órbitas, conforme mostra a Figura 6.29. A velocidade das rodas atingiu o valor de referência (zero) em aproximadamente 20000s, onde ocorreu um pequeno transiente; após esse instante, permaneceram com valores bem próximos a zero, como pode ser visto na Figura 6.30. A integral do momento magnético pode ser vista na Figura 6.31.

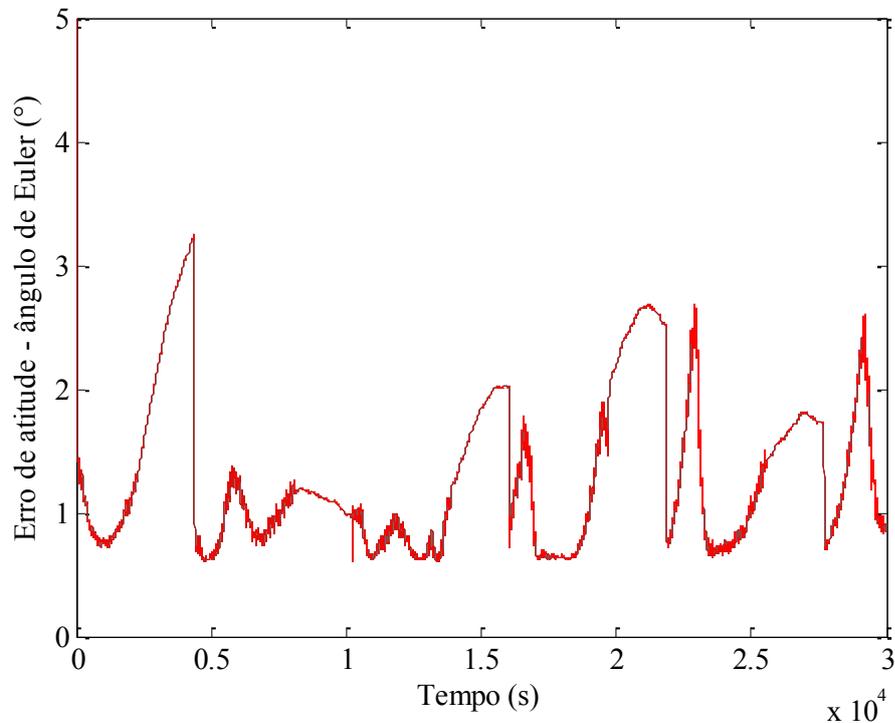


Figura 6.29: Erro de apontamento - malha de controle mista chaveada

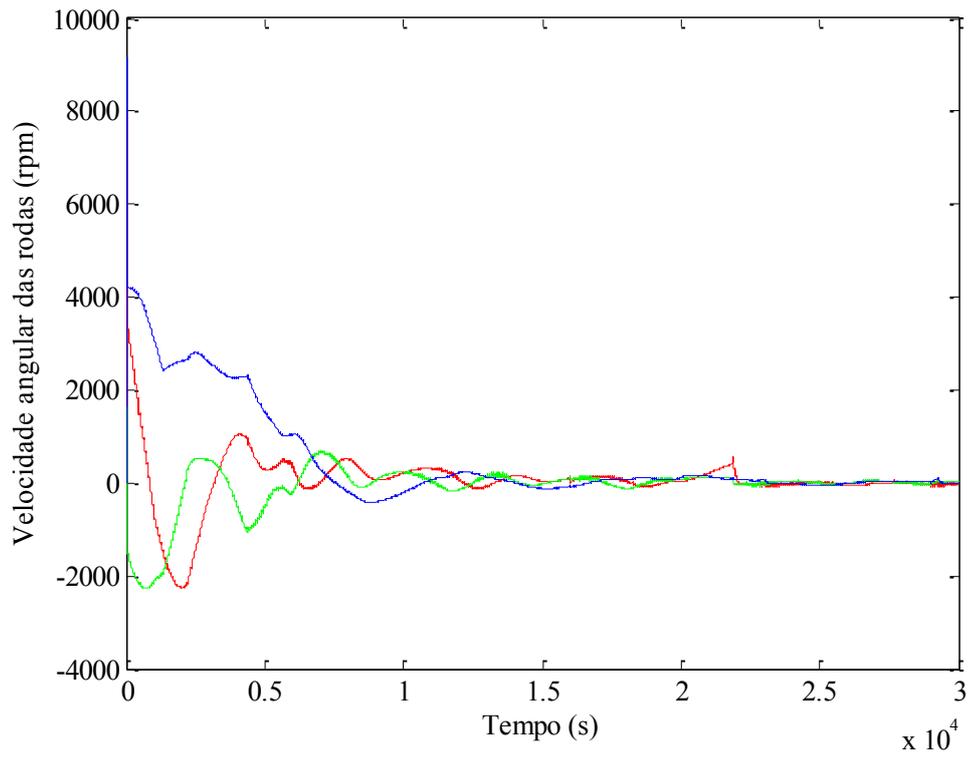


Figura 6.30: Velocidade das rodas - malha de controle mista chaveada

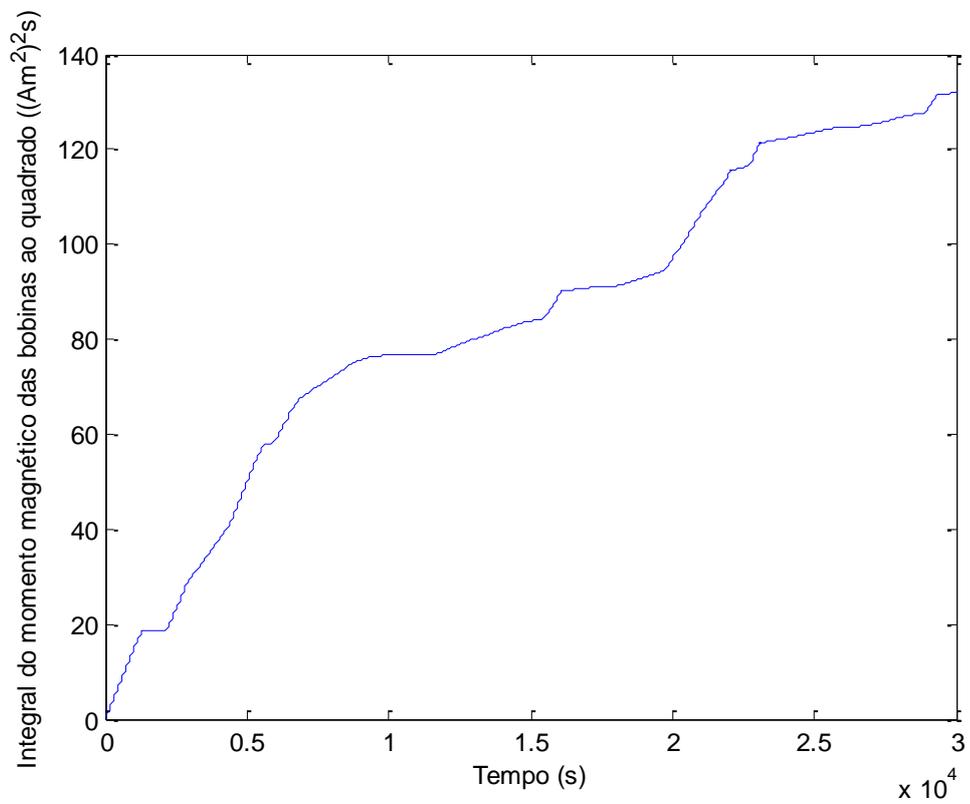


Figura 6.31: Momento magnético - malha de controle mista chaveada

## 6.6 Resultados para malha de controle mista com limite de ganhos

A segunda estratégia derivada da malha de controle mista consiste em limitar (ou saturar) o momento magnético das bobinas a serem utilizadas em cada função, de forma a garantir que sempre haverá uma parcela de torque contribuindo para o controle de atitude e para a dessaturação das rodas de reação.

O diagrama de blocos dessa estratégia é semelhante ao da Figura 6.24, com a adição de blocos de saturação para cada função específica exercida pelas bobinas magnéticas.

O dessaturador utilizado foi o CCPL, com a mesma formulação daquela apresentada na Seção 4.1. Esta estratégia pode ser vista na Figura 6.32, onde as variáveis apresentadas são:  $\theta_{ref}$  - referencial de atitude,  $e_\theta$  - erro de atitude,  $h_{ref}$  - *set-point* da quantidade de movimento das rodas,  $h_r$  - quantidade de movimento medida das rodas,  $\theta$  - atitude real do satélite,  $\theta_{med}$  - atitude medida,  $T_{req}$  - torque necessário para o controle de atitude,  $T_b$  - torque fornecido pelas bobinas magnéticas,  $K_1$  – limite do momento magnético da malha de dessaturação,  $K_2$  – limite do momento magnético da malha de controle de atitude,  $T_d$  – torque de perturbação e  $T_r$  - torque das rodas de reação.

O momento magnético total disponível para cada bobina é de  $0.07 \text{ Am}^2$ , então  $K_1$  e  $K_2$  foram definidos como:

$$K_1 = 0.04 \text{ Am}^2, \quad (6.18)$$

$$K_2 = 0.03 \text{ Am}^2, \quad (6.19)$$

Com o momento magnético limitado em cada ação de controle (controle de atitude e dessaturação) o erro de apontamento também foi mantido abaixo do limite especificado de 5 graus, como pode ser visto na Figura 6.33.

As velocidades das rodas de reação atingiram a referência desejada de 0 graus, mas com oscilações durante a segunda e terceira órbitas, conforme mostra a Figura 6.34.

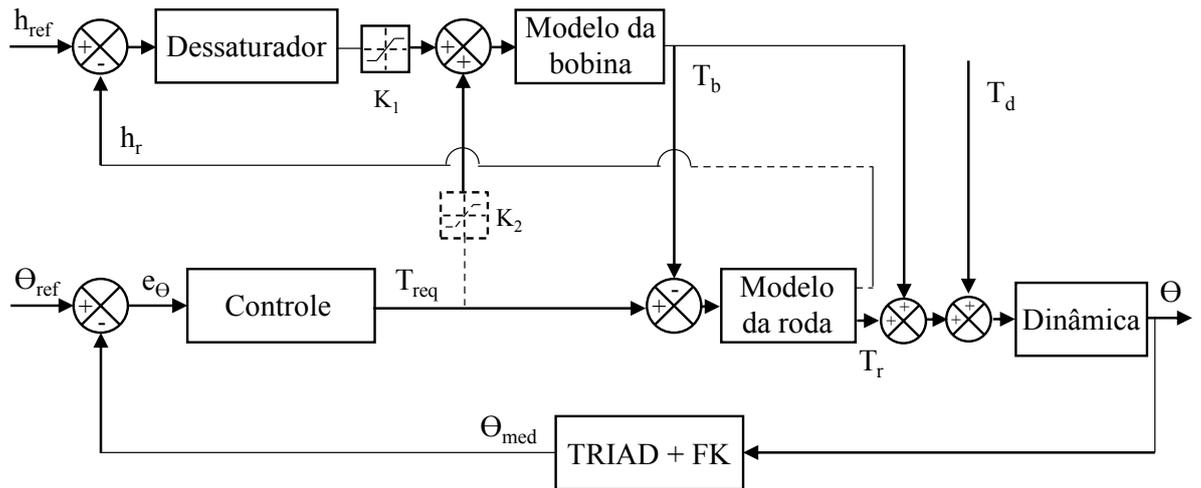


Figura 6.32: Malha de controle mista com limite de ganhos

Os resultados da simulação indicam que a energia gasta por essa estratégia obteve uma resposta mais linear, devido ao fato de utilizar saturadores, impedindo o controle de manter as bobinas sempre em seu limite. A energia gasta pelas bobinas nessa estratégia pode ser vista na Figura 6.35.

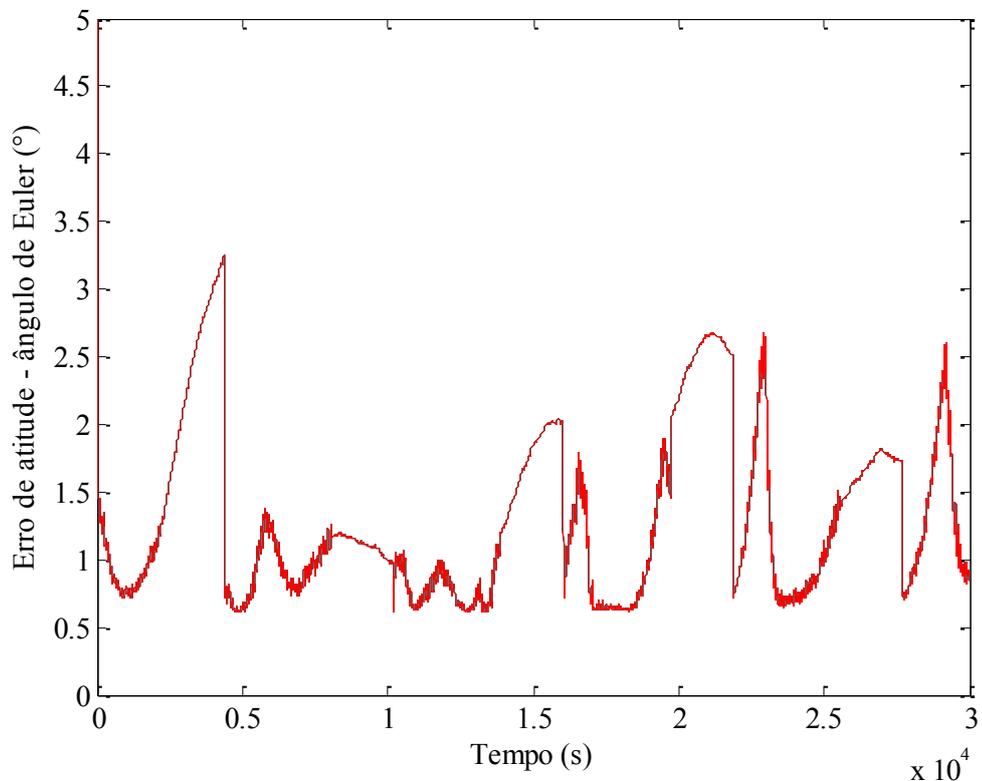


Figura 6.33: Erro de apontamento - malha de controle mista com momento magnético limitado

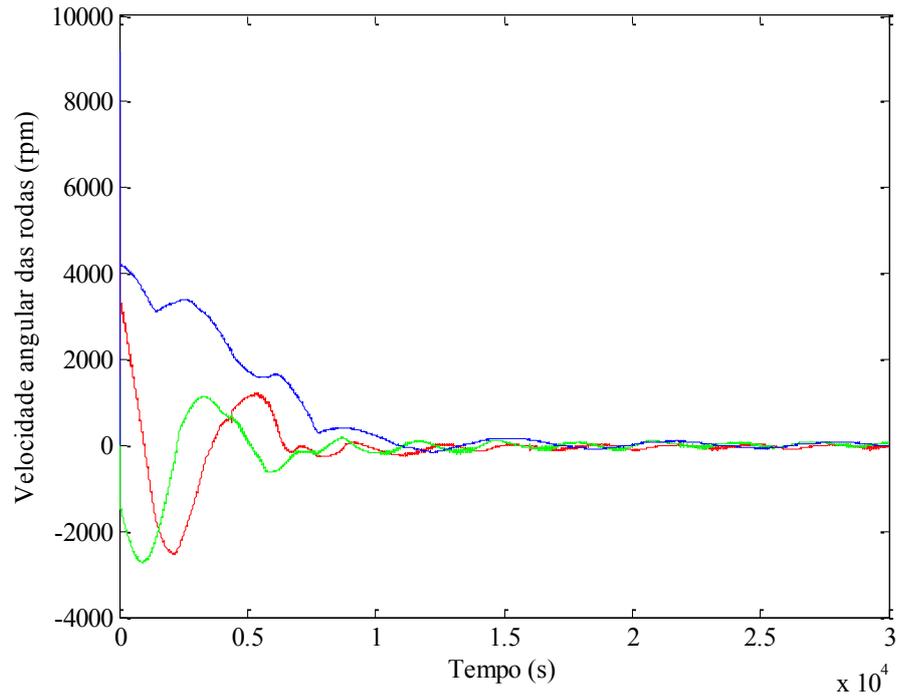


Figura 6.34: Velocidade das rodas - malha de controle mista com momento magnético limitado

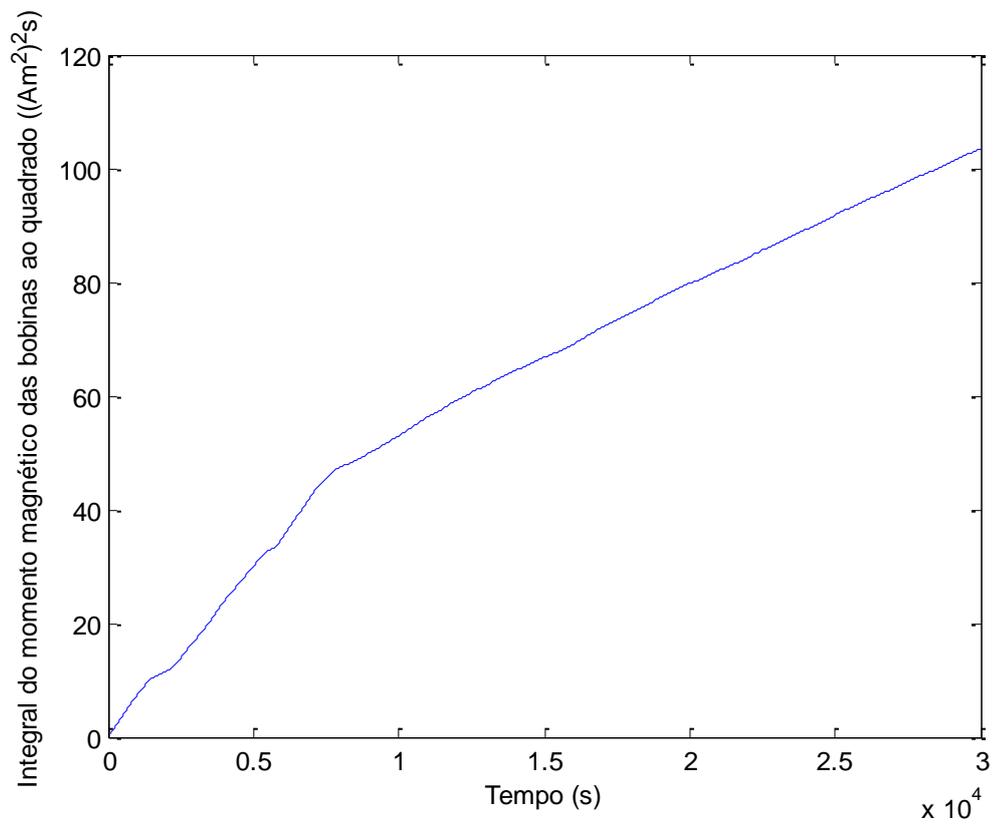


Figura 6.35: Momento magnético - malha de controle mista com momento magnético limitado

## 6.7 Comparação entre os métodos estudados

Esta seção tem como objetivo mostrar os diferentes desempenhos entre os algoritmos de controle de atitude e dessaturação de rodas de reação estudados.

Um primeiro parâmetro de comparação é a integral da quantidade de movimento angular das rodas ao final de cada simulação, sendo que o algoritmo com maior capacidade de dessaturação deve apresentar uma integral de menor valor, ou seja, o quanto as rodas ficaram próximas do valor de referência durante as simulações.

Outro meio de comparar as estratégias é utilizar a integral do momento magnético das rodas ao quadrado, de forma a permitir calcular qual estratégia foi a mais econômica em relação ao consumo de energia do satélite. Por fim, será comparado o erro médio quadrático da atitude.

O resultado para a integral da quantidade de movimento angular acumulado pelas rodas pode ser visto na Figura 6.36, onde se pode observar que as estratégias CCPL e bang-bang tiveram resultados praticamente iguais e mantiveram as rodas com a rotação mais baixa (curvas em vermelho e ciano). A estratégia de malha mista (curva preta) apresentou um valor mais alto em comparação ao CCPL, porém mais baixo em relação a tanto a malha mista com chaveamento (em verde) e malha mista com limite de ganhos (em azul), que apresentou o maior acúmulo entre as estratégias estudadas.

O resultado da Figura 6.36 mostra que a quantidade de movimento angular das rodas atingiu um estado estacionário antes de 10000 segundos em todas as estratégias, com as melhores respostas em ordem crescente sendo: CCPL e bang-bang, malha mista, malha mista com chaveamento e malha mista com limite de ganhos.

Na Figura 6.37 pode ser visto o resultado para a integral do momento magnético das bobinas, na qual se observa que, no início da simulação, a malha de controle mista com ganhos limitados apresentou o menor acúmulo de momento magnético, pois a capacidade total da bobina não foi utilizada nesses instantes. Após 15000 segundos, a estratégia CCPL manteve-se abaixo das demais e apresentou o menor gasto de energia até o final da simulação, seguida pela malha mista com limite de ganhos.

No resultado da Figura 6.37 foi incluída a integral do momento magnético resultante do teste com a malha única de controle (curva em bege), e pode ser visto que foi a que apresentou o maior gasto de energia dentre todas as estratégias simuladas.

A integral do erro de atitude pode ser vista na Figura 6.38, onde se percebe que não houve diferença significativa na malha de controle de atitude quando utilizada em conjunto com as bobinas magnéticas especificadas para o CONASAT.

A Figura 6.39 mostra o detalhe ao final da simulação em que o erro de atitude foi menor quando a malha de controle única foi utilizada (curva bege) e maior quando as bobinas não foram acionadas (curva marrom). As estratégias CCPL e bang-bang apresentaram um erro maior em relação as outras estratégias apresentadas, como esperado, já que a lei de dessaturação não interfere no controle de atitude.

Dentre as malhas mistas apresentadas, a que possui saturação nos ganhos apresentou o menor erro de atitude acumulado ao final do teste.

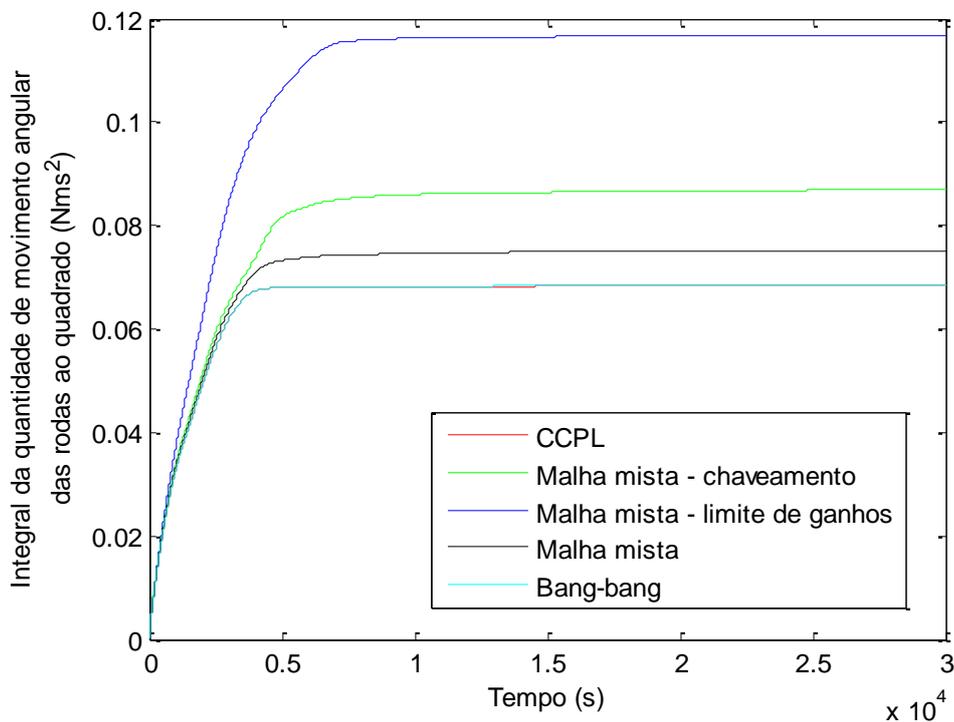


Figura 6.36: Integral da quantidade de movimento angular acumulado pelas rodas

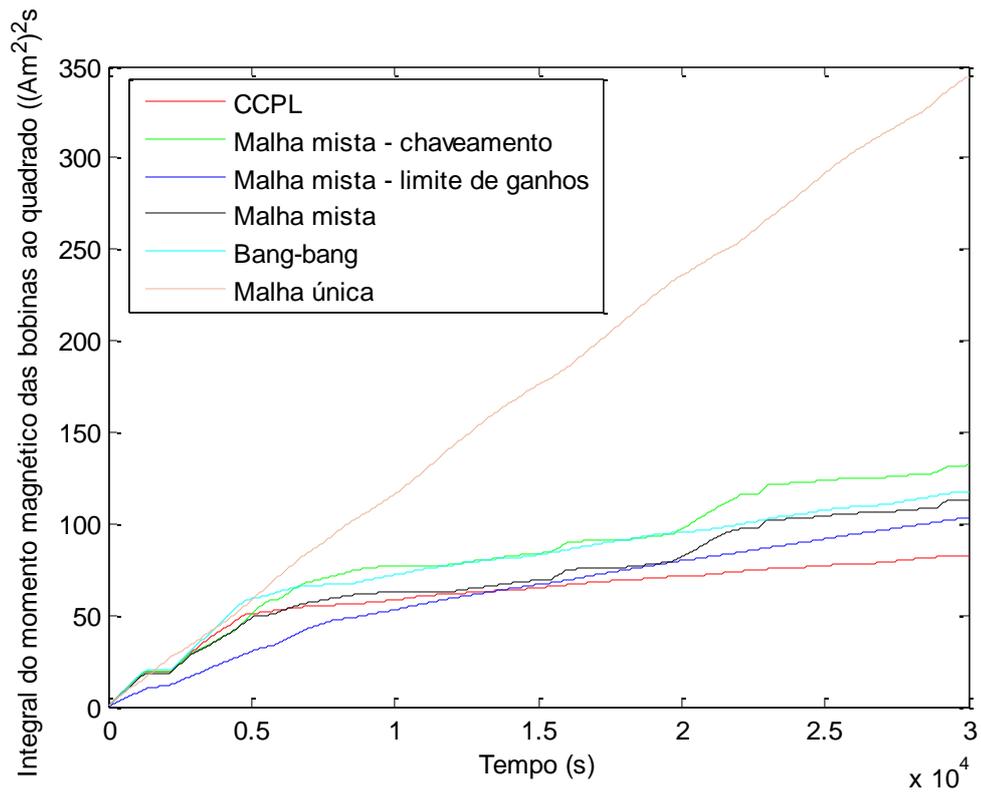


Figura 6.37: Integral do momento magnético das bobinas

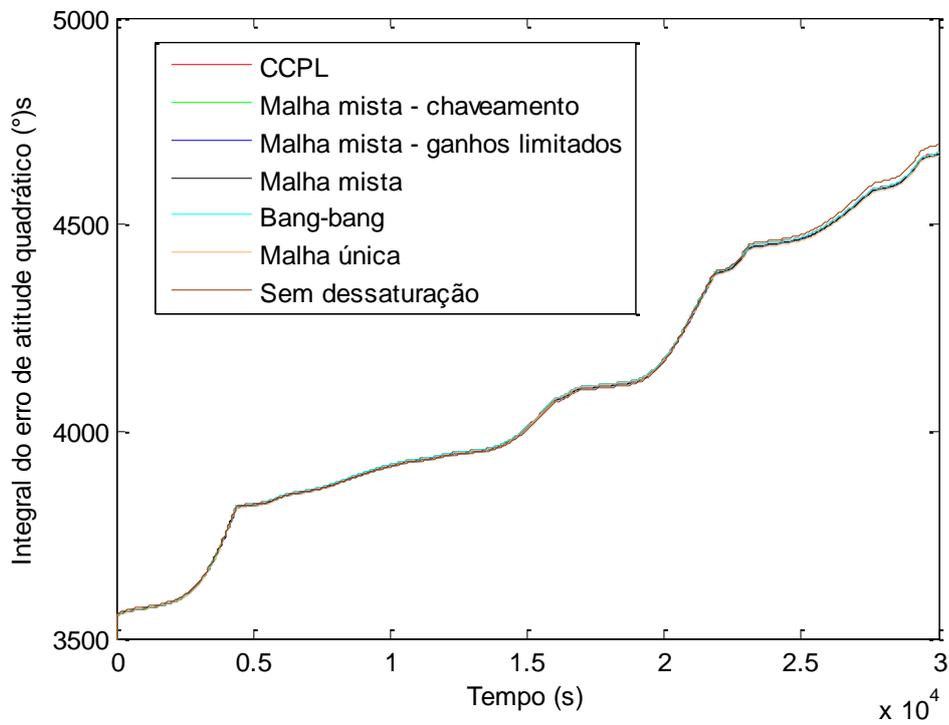


Figura 6.38: Integral do erro de atitude

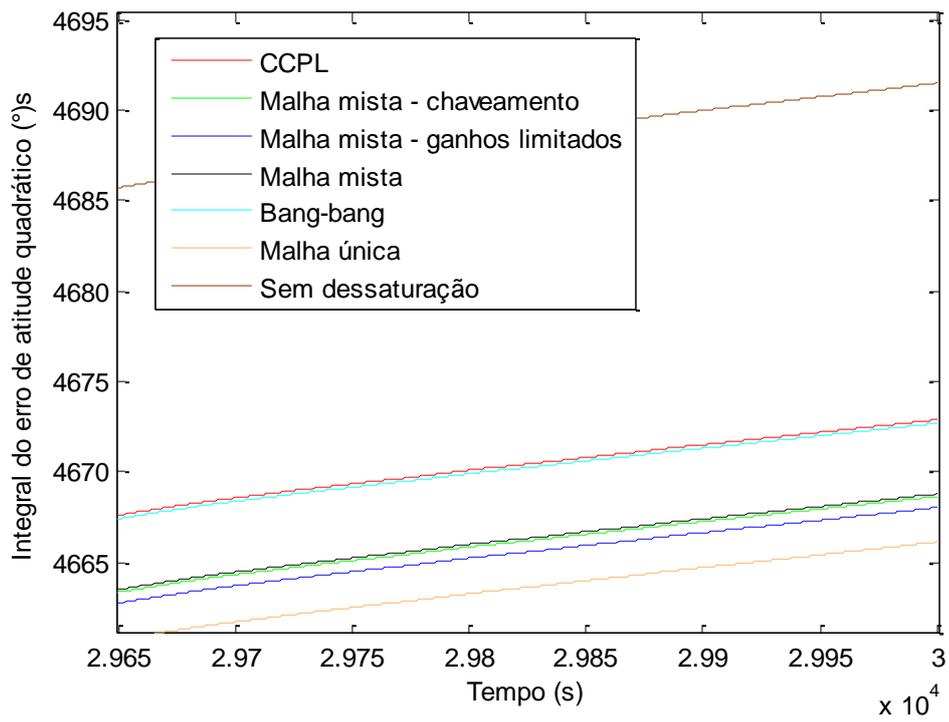


Figura 6.39: Integral do erro de atitude ao final da simulação

## 7 CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Nesse trabalho foram apresentados os conceitos e aplicações de técnicas de dessaturação de rodas de reação, utilizadas em satélites de órbita baixa controlados em três eixos. Foi também apresentado o método de filtro de Kalman para estimação de atitude representada em quatérnios e o método de covariância reduzida, utilizado para contornar o problema da singularidade da matriz de covariância dos quatérnios. O *bias* do giroscópio foi estimado, para que pudessem ser realizadas medidas mais confiáveis da velocidade angular durante a fase em que o satélite se encontra na sombra da Terra, onde não é possível determinar a atitude utilizando o algoritmo TRIAD baseado em sensor solar.

Os resultados apresentados mostram que os métodos aplicados foram satisfatórios para alcançar os objetivos aqui propostos.

O erro de atitude manteve-se abaixo dos 5° especificados para a lei de controle, o suficiente para a missão do CONASAT que é a retransmissão de dados captados a partir de plataformas de coletas de dados para uma central de comando.

O filtro de Kalman mostrou-se fundamental para que o controle de atitude pudesse atuar mesmo quando o satélite estivesse sob a sombra da Terra. Tanto a atitude quanto o *bias* dos giroscópios foram estimados corretamente, sendo que a estimativa do *bias* apresentou valores muito próximos dos definidos para os giroscópios a partir da primeira órbita. Ao final da segunda órbita, já estavam praticamente no valor exato de 50°/hora nos três eixos.

O *bias* apresentou um transiente na saída de cada sombra, devido à falta de medidas de atitude nesse período, que dependem dos magnetômetros e sensores solares para que possam ser estimadas pelo algoritmo TRIAD. Como o *bias* estimado possui erros e permanece constante durante esse período de sombra, a atitude propagada pelo modelo da cinemática apresentou discrepâncias, o que interferiu na lei de controle que é realimentada pela informação de atitude, aumentando o erro de apontamento durante esse período.

O erro de apontamento é rapidamente corrigido no momento em que o satélite deixa a sombra e entra numa região com luz solar incidente nos sensores solares.

Foram apresentadas, simuladas e validadas diferentes arquiteturas das malhas de controle de atitude e dessaturação de rodas de reação, entre elas uma malha única de controle de atitude, utilizando tanto as rodas de reação quanto as bobinas magnéticas; uma malha de controle mista, em que as bobinas são utilizadas tanto para fornecer torque de controle de atitude quanto para dessaturação das rodas de reação; uma malha mista com chaveamento das funções das bobinas, em que age para dessaturar as rodas ou para auxiliar no controle de atitude em função do erro de atitude; e uma malha de controle mista em que o momento magnético máximo das bobinas é limitado tanto para dessaturar quanto para controlar a atitude.

Os resultados encontrados mostram que, para o CONASAT, a estratégia de dessaturação das rodas CCPL apresentou os melhores resultados, seguido pela bang-bang. O CCPL apresentou o menor acúmulo de quantidade de movimento angular durante toda a simulação, além de um baixo consumo de energia, quando comparado ao bang-bang, por exemplo. A malha mista com limite de ganhos apresentou um menor gasto de energia na primeira metade da simulação (aproximadamente 15000 segundos), mas apresentou a maior integral de quantidade de movimento das rodas. A malha mista pura apresentou índices de performance intermediários, em comparação aos outros métodos, mas, utilizando bobinas com um momento magnético maior, pode mostrar resultados mais interessantes.

Não foram testados outros valores de ganho e zona morta para as diferentes estratégias, pois o objetivo deste trabalho é fazer uma análise comparativa entre as arquiteturas apresentadas. Numa situação real de qualificação de sistema de controle de atitude, a verificação do funcionamento do controlador deverá levar em conta eventuais alterações nos parâmetros de simulação. Além disso, os ganhos do controlador deverão ser ajustados em função da variação desses parâmetros de simulação.

O torque fornecido pelas bobinas não é grande o suficiente para auxiliar de forma significativa a malha de controle de atitude, já que o torque das rodas é bem maior. Espera-se que ao simular as estratégias mistas em um modelo de satélite que possua bobinas de maior momento magnético, ou seja, uma razão maior entre o torque fornecido pelas bobinas e o torque fornecido pelas rodas, os resultados sejam mais satisfatórios.

Estas estratégias podem ser interessantes em satélites nos quais o *set-point* de quantidade de movimento das rodas não seja nulo (controle com *bias* nas rodas), já que podem permitir às rodas de reação que utilizem menos energia e menor variação em suas velocidades.

### 7.1 Sugestões para trabalhos futuros

Para trabalhos futuros, tem-se como sugestões:

1. Realizar simulações com as malhas de controle e dessaturação apresentadas utilizando modelos de satélites com uma maior razão entre a ordem de grandeza do torque fornecido pelas bobinas e o torque fornecido pelas rodas de reação. Espera-se que a resposta do erro de atitude tenha uma melhora mais significativa, dado que as bobinas utilizadas pelo CONASAT possuem momento magnético máximo de  $0.07 \text{ Am}^2$ .
2. Utilizar as técnicas de dessaturação apresentadas em um satélite com *bias* nas rodas de reação (*momentum bias*), para verificar se há uma maior contribuição das bobinas magnéticas na malha de controle de atitude.
3. Utilizar outro método para resolver a singularidade da matriz de covariância do quatérnio, como, por exemplo, a representação da matriz de covariância truncada.
4. Inserir diferentes fontes de perturbações na atitude, como, por exemplo, o arrasto aerodinâmico e a pressão de radiação solar.
5. Utilizar um modelo de giroscópio mais realista, com o *bias* variante no tempo e um valor maior de ruído.
6. Testar e validar os métodos em uma bancada de simulação com mancal a ar.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

CAMILLO, P.; MARKLEY, F. L. Orbit-averaged behavior of magnetic control laws for momentum unloading. **Journal of Guidance and Control**, v. 3, n. 6, p. 563-568, 1980.

CARRARA, V. **Cinemática e dinâmica de satélites artificiais**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2012. 111 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2012/01.26.19.13-PUD). Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3B96GD8>>. Acesso em: 29 abr. 2016.

CARRARA, V.; KUGA, H. K.; BRINGHENTI, P. M.; CARVALHO, M. J. M. Attitude determination, control and operating modes for CONASAT Cubesats. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS (ISSFD), 24., 2014, Laurel, Maryland. **Proceedings...** Laurel, MD, USA. 2014. DVD. Disponível em: <<http://https://dnnpro.ouster.jhuapl.edu/issfd2014/Agenda.aspx>>. Acesso em: 29 abr. 2016.

CARRARA, V.; MILANI, P. G. Controle de uma mesa de mancal a ar de um eixo equipada com giroscópio e roda de reação. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE ENGENHARIA INERCIAL (SBEIN) 5., 2007, Rio de Janeiro. **Anais...** Rio de Janeiro: SOBEIN, 2007.

CHEN, X.; STEYN, W. H.; HODGART, S.; HASHIDA, Y.; Optimal combined reaction-wheel momentum management for earth-pointing satellites. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 22, n. 4, 1999.

FORTESCUE, P.; STARK, J.; SWINERD, G. **Spacecraft systems engineering**. 3 ed. England: John Wiley & Sons, 2003.

GARCIA, R. V.; KUGA, H. K.; ZANARDI, M. C. **Filtro não linear de Kalman sigma-ponto com algoritmo unscented aplicado a estimativa dinâmica da atitude de satélites artificiais**. 2011. 189 p. (sid.inpe.br/mtc-m19/2011/10.16.14.32-TDI). Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) - Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3AKGTCP>>. Acesso em: 29 abr. 2016.

GERLACH, O. H. **Attitude stabilization and control of earth satellites**. The Netherlands: Delft Technological University, 1965.

GIULIETTI, F.; QUARTA, A. A.; TORTORA, P. Optimal control laws for momentum-wheel desaturation using magnetorquers. **Journal of Guidance and Control**, v. 29, n. 6, p. 1464-1468, 2006.

HUGHES, P. C. **Spacecraft attitude dynamics**. Dover Books, 1986.

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS. **Constelação de nano satélites para coleta de dados ambientais** – Documento de Descrição da Missão (DDM). São José dos Campos, 2011. CNS-DDM-001.

\_\_\_\_\_. A Multi-Mission Platform Attitude Control and Data Handling (ACDH) – subsystem specification. São José dos Campos, 2001.

KUGA, H. K. **Noções práticas de técnicas de estimação**. São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2005.

KUGA, H. K.; BRINGHENTI, P. M.; CARRARA, V. Attitude estimation, control and momentum damping: a case study for CONASAT. In: IAA SYMPOSIUM ON SMALL SATELLITES FOR EARTH OBSERVATION, 10., 2015, Berlin: DLR. **Proceedings...** Berlin: IAA, 2015. p. 389-392.

LEFFERTS, E. J.; MARKLEY, F. L.; SHUSTER, M. D. Kalman filtering for spacecraft attitude estimation. **Journal of Guidance, Control and Dynamics**, v. 5, n. 5, p. 417, 1982.

MARYLAND AEROSPACE. **The 1/2U MAI-400 a La Carte**. Disponível em: <[http://www.miniadacs.com/miniadacs\\_012.htm](http://www.miniadacs.com/miniadacs_012.htm)>. Acessado em: 29 jul. 2014.

MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L. **Fundamentals of spacecraft attitude determination and control**. Springer, 2014.

ROCKWELL COLLINS. **RSI 12 momentum and reaction wheels**. Página na Internet. Disponível em

<[https://www.rockwellcollins.com/sitecore/content/Data/Products/Space\\_Components/Satellit](https://www.rockwellcollins.com/sitecore/content/Data/Products/Space_Components/Satellit)

e\_Stabilization\_Wheels/RSI\_12\_Momentum\_and\_Reaction\_Wheels.aspx>. Acessado em: 29 jul. 2014.

SIDI, M. J. **Spacecraft dynamics and control**. Tel Aviv: Cambridge University Press, 1997.

WERTZ, J. R. **Spacecraft attitude determination and control**. D. Reidel Publishing, 1978.

\_\_\_\_\_. **Space mission analysis and design**. 3. ed. Microcosm Press, 1999.