MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.02.17.33-TDI

ESTUDO DE MANOBRAS PARA COLOCAÇÃO DE UM SATÉLITE EM UMA ÓRBITA NOMINAL

Luis Otávio Marchi

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Carlos Renato Huaura Solórzano, aprovada em 14 de fevereiro de 2017.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3NAAM62>

INPE
São José dos Campos
2017

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Gabinete do Diretor (GB)
Serviço de Informação e Documentação (SID)
Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/6921
Fax: (012) 3208-6919
E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):
Presidente:
Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)
Membros:
Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)
Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)
Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)
Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)
Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)
Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)
BIBLIOTECA DIGITAL:
Dr. Gerald Jean Francis Banon
Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)
REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)
Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)
EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:
Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)
André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.02.17.33-TDI

ESTUDO DE MANOBRAS PARA COLOCAÇÃO DE UM SATÉLITE EM UMA ÓRBITA NOMINAL

Luis Otávio Marchi

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Carlos Renato Huaura Solórzano, aprovada em 14 de fevereiro de 2017.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3NAAM62>

INPE
São José dos Campos
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Marchi, Luis Otávio.

M332e Estudo de manobras para colocação de um satélite em uma órbita nominal / Luis Otávio Marchi. – São José dos Campos : INPE, 2017.

xxviii + 138 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.02.17.33-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Carlos Renato Huaura Solórzano.

1. Veículo lançador. 2. Voo balístico. 3. Órbitas de injeção. 4. Manobras de transferência. I.Título.

CDU 629.7.062

Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

Aluno (a): *Luis Otávio Marchi*

Título: "ESTUDO DE MANOBRAS PARA COLOCAÇÃO DE UM SATÉLITE EM UMA ÓRBITA NOMINAL"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de ***Mestre*** em

Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle

Dr. Ulisses Thadeu Vieira Guedes

Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado

Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Carlos Renato Huaura Solórzano

Orientador(a) / UFABC / Santo André - SP

Dr. Francisco das Chagas Carvalho

Convidado(a) / ITA / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

(X) unanimidade

São José dos Campos, 14 de fevereiro de 2017

"Tarde te amei, ó beleza tão antiga e tão nova! Tarde demais eu te amei! Eis que habitavas dentro de mim e eu te procurava do lado de fora! Eu, disforme, lançava-me sobre as belas formas das tuas criaturas. Estavas comigo, mas eu não estava contigo. Retinham-me longe de ti as tuas criaturas, que não existiriam se em ti não existissem. Tu me chamaste, e teu grito rompeu a minha surdez. Fulguraste e brilhaste e tua luz afugentou a minha cegueira. Espargiste tua fragrância e, respirando-a, suspirei por ti. Eu te saboreei, e agora tenho fome e sede de ti. Tu me tocaste, e agora estou ardendo em desejos por tua paz".

Santo Aurélio Agostinho
em *"Confissões, X Livro,* 38. *Editora Paulus.* 24ª *reimpressão"*, 2013

"Já que me pediste que te indicasse o modo como se deve proceder para ir adquirindo o tesouro do conhecimento, devo dar-te a seguinte indicação: deves optar pelos riachos e não por entrar imediatamente no mar, pois o difícil deve ser atingido a partir do fácil".

Santo Tomás de Aquino
em *"De Modo Studendi"*, Século XIII

"O aprendizado é impossível sem o direito de errar e sem uma longa tolerância para com o estado de dúvida".

Olavo de Carvalho
em *"O mínimo que você precisa saber para não ser um idiota. Editora Record.* 1ª *ed."*, 2013

A meus pais ***Casimiro*** *e* ***Marly*** *e às minhas irmãs*
Ana Clara *e* ***Lívia Maria***

AGRADECIMENTOS

A meus pais e irmãs que permaneceram em Junqueirópolis-SP torcendo e rezando por mim.

Ao Prof. Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado (INPE) e ao Prof. Dr. Carlos Renato Huaura Solórzano (UFABC), pela orientação sábia, pacienciosa e incentivadora ao longo destes anos. Sou muito grato a eles.

Ao Prof. Dr. Francisco das Chagas Carvalho e Prof. Dr. Ulisses Thadeu Vieira Guedes por aceitarem fazer parte da banca de avaliação da presente dissertação.

A todos os professores do Departamento de Mecânica Espacial e Controle do INPE.

Aos meus amigos Giliard S. dos Anjos, Leonam Pecly, Jhonathan Múrcia e José B. S. Neto pelo companheirismo, sugestões e apoio.

Às secretárias Jéssica e Valdirene.

À CAPES pelo apoio financeiro.

A todos que de alguma forma contribuíram para realização deste trabalho, meus agradecimentos e estima.

RESUMO

A injeção de um satélite em órbita normalmente é feita por um veículo lançador de múltiplos estágios. A fim de obter o melhor desempenho que ele possa oferecer e, consequentemente, tornar manobras espaciais menos dispendiosas, técnicas de otimização de trajetória tem sido um assunto de intensa pesquisa nas últimas décadas. Atualmente o mercado espacial demonstra uma forte tendência para o aprimoramento de satélites cada vez menores devido a miniaturização e aumento da eficiência dos componentes embarcados. Este trabalho tem por objetivo fazer um mapeamento inicial do domínio das órbitas possíveis de serem alcançadas por um veículo lançador de três estágios, levando em consideração apenas o seu movimento de translação nos três eixos. Inclui-se no equacionamento para o potencial gravitacional até o sexto harmônico zonal (J_6) além da presença do arrasto atmosférico e o efeito das forças de Coriolis e centrífuga. Expressões para cálculo dos versores de empuxo de cada estágio são obtidas para direcionar o foguete no plano de voo desejado. Em virtude do longo tempo de operação a qual se encontram os satélites SCD-1 e SCD-2 é realizado um estudo de caso, a fim de, avaliar a capacidade do Veículo Lançador de Microssatélites (VLM-1) em lançar um pequeno satélite substituto a partir do Centro de Lançamento de Alcântara (CLA). Várias simulações são realizadas variando a carga útil transportada. Em alguns casos, devido às limitações do VLM-1, é visto que as órbitas de injeção acabam por ser elípticas com perigeu baixo e sujeito a decaimento orbital por influência do arrasto. A fim de solucionar este problema três configurações de voo do segundo estágio do veículo são analisadas. Além disso, procura-se determinar a duração da fase de voo balística do lançador que minimiza o consumo de combustível gasto pelo satélite para realizar manobras de transferência de um ou dois impulsos para correção do semi-eixo maior e excentricidade.

Palavras-chave: Veículo lançador. Voo balístico. Órbitas de injeção. Manobras de transferência.

STUDY OF THE ORBITAL MANEUVERS TO PLACE A SATELLITE IN A NOMINAL ORBIT

ABSTRACT

The injection of a satellite into orbit is usually done by a multi-stage launch vehicle. In order to obtain the best performance it can offer, and therefore to make orbital maneuvers less expensive, trajectory optimization techniques has been a subject of intense research in recent decades. Nowadays the space market demonstrates a strong tendency towards the improvement of smaller satellites due to the miniaturization and increased efficiency of embedded components. This work aims to make an initial mapping of the possible orbits to be achieved by a three-stage launch vehicle, taking into account only its movement of translation in the three axes. It is included in the set of equations of motion the gravitational potential up to the sixth zonal harmonic (J_6), the presence of the atmospheric drag and the effect of the Coriolis and centrifugal forces. Expressions for calculating the thrust versor of each stage are obtained to orientate the rocket into the desired flight plane. Considering the long operating time of the satellites SCD-1 and SCD-2, a case study is performed in order to evaluate the ability of the Brazilian Microsatellite Launcher (VLM-1) to launch a small substitute satellite from the Alcântara Launch Center (CLA) in Brazil. Several simulations are performed by varying the payload transported. In some cases, due to the limitations of VLM-1, it is seen that the injection orbits end up to be elliptic with low perigee and face orbital decay due to drag. In order to solve this problem three flight configurations of the second stage of the vehicle are analyzed. In addition, it is sought to determine the duration of the ballistic flight phase of the launcher which minimizes the fuel consumption used by the satellite to perform one or two-pulse transfer maneuvers for the correction of the semi-major axis and eccentricity.

Keywords: Launch vehicle. Ballistic flight. Injection orbits. Transfers maneuvers.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

1.1 Projeto de um veículo lançador. 1
1.2 Logo das missões dos satélites da série SCD. 2
1.3 Perfil da missão do VLS-1. 3
1.4 Classificação dos satélites. 5

3.1 Esquematização do projeto. 15

4.1 Inclinação orbital e velocidade de rotação da Terra versus ângulo de azimute para quatro localidades no instante do lançamento. 18
4.2 Restrições geográficas do CLA. 19
4.3 Configuração do VLM-1. 21
4.4 Sistemas ECI, ECEF e ENU. 24
4.5 Principais ângulos de referência. 26
4.6 Sistemas ECEF e ECI. 27
4.7 Sistema ECI e elementos orbitais. 28
4.8 Esquematização de direcionamento de trajetória para o norte do CLA. . 30
4.9 Esquematização de direcionamento de trajetória para o nordeste do CLA. 31
4.10 Esquematização de direcionamento de trajetória para o lés-nordeste do CLA. 32
4.11 Esquematização de direcionamento de trajetória para o leste do CLA. . . 33
4.12 Classificação dos harmônicos. 34
4.13 Efeito dos seis primeiros harmônicos zonais na forma geométrica da Terra. 35
4.14 Função geopotencial para um dado ponto P em coordenadas esféricas. . . 35
4.15 Decomposição do vento horizontal nas componentes zonal e meridional. . 37
4.16 Modelos atmosféricos. 38
4.17 Coeficiente de arrasto do foguete Ariane 5. 39
4.18 Ilustração das componentes do vetor velocidade e equacionamento de correção do ângulo de azimute. 41
4.19 Fases de voo do VLM. 43
4.20 Restrições dinâmicas impostas na altitude do segundo estágio para determinação da trajetória do VLM-1. 47
4.21 Forças Aerodinâmicas. 48

5.1 Satélites de coleta de dados. 49
5.2 Perfil da missão de lançamento do SCD-2. 52
5.3 Etapas para colocar um satélite em órbita. 52

5.4 Manobra de único impulso no apogeu. 56
5.5 Transferência clássica de Hohmann. 59
5.6 Transferência entre órbitas concêntricas elípticas coplanares. 60

6.1 Altitude do VLM-1 na separação do 3° estágio versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 65
6.2 Velocidade inercial na separação do 3° estágio versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 66
6.3 Altitude do perigeu versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 68
6.4 Altitude do apogeu versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 69
6.5 Anomalia verdadeira versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 70
6.6 Inclinação versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 72
6.7 Período da órbita de injeção versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 73
6.8 Altitude do VLM-1 versus tempo de voo balístico para missão de lançamento de 60 kg nas direções norte, nordeste e leste do CLA de acordo com o *caso 1*. 74
6.9 Trajetória em três dimensões do VLM-1. 75
6.10 Altitude atingida pelo VLM-1 em 5 s de ascensão vertical considerando $m_{sat} = 60$ kg para o *caso 2*. 76
6.11 Altitude versus alcance do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 76
6.12 Velocidade e aceleração versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 77
6.13 Consumo de massa e empuxo versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 78
6.14 Aceleração da gravidade e altitude versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 78
6.15 Densidade atmosférica e pressão dinâmica versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 79
6.16 Ângulo de azimute e ângulo de trajetória versus tempo de voo balístico do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 80
6.17 Ilustração da variação do ângulo de trajetória no decorrer da missão de lançamento e composição de massa de cada estágio. 80
6.18 Versores de empuxo do 3° estágio versus tempo de voo balístico considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*. 81
6.19 Altitude do VLM-1 na separação do 3° estágio versus tempo de voo balístico para os *casos 2* e *3*. 82
6.20 Velocidade inercial no momento da separação da carga útil versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. 83

6.21 Altitude do perigeu versus tempo de voo balístico para $\beta = 63,5°$. 84
6.22 Altitude do apogeu versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. . . . 85
6.23 Inclinação versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. 86
6.24 Anomalia verdadeira versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. . . 87
6.25 Período orbital versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. 88
6.26 Circularização da órbita de injeção através de um único impulso no apogeu considerando 120 kg de carga útil para o *caso 2*. 89
6.27 Transferências de Hohmann para o *caso 2* considerando 120 kg de carga útil. 90
6.28 Tempo necessário para realizar as manobras de transferência de Hohmann versus tempo de voo balístico do lançador. 91

A.1 Coeficientes do integrador Runge-Kutta 7(8). 109

C.1 Efeito do aumento da velocidade de injeção no semi-eixo maior e na excentricidade da órbita de injeção. 119
C.2 Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 120
C.3 Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para o *caso 1* e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$. 121
C.4 Excentricidade versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. 122
C.5 Excentricidade versus tempo de voo balístico para o *caso 1* e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$. 123
C.6 Argumento do perigeu versus tempo de voo balístico para o *caso 1*. . . . 124
C.7 Longitude do nodo ascendente versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.125
C.8 Longitude aproximada do ponto em que a trajetória do foguete cruza o plano do equatorial para o *caso 1*. 126
C.9 Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. 127
C.10 Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$ e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$. 128
C.11 Excentricidade versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. 129
C.12 Excentricidade versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$ e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$. 130
C.13 Argumento do perigeu versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. . . 131
C.14 Longitude do nodo ascendente versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$. 132
C.15 Longitude aproximada do ponto em que a trajetória do foguete cruza o plano equatorial para os casos *2* e *3*. 133
C.16 Trajetória do veículo lançador e órbita de injeção para carga útil de 120 kg e $t_{bal} = 330$ s. 134

C.17 *Ground track* para órbita com inclinação de 25° para carga útil de 120 kg e $t_{bal} = 330$ s. 135

LISTA DE TABELAS

Pág.

1.1 Especificações do lançador SS-520 (JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY (JAXA), 2016). 4

4.1 Principais veículos lançadores de pequenos satélites da atualidade. 20
4.2 Especificações VLM-1 (MIRANDA, 2012). 22
4.3 Seis primeiros harmômicos zonais do geopotencial (LEIMOINE et al., 1998). 36
4.4 Comparação entre diferentes simuladores. Adaptada de (SILVEIRA, 2014). 42

5.1 Principais especificações dos satélites SCD-1 e SCD-2. 50
5.2 Parâmetros da órbita de injeção do SCD-1 (KUGA; KONDAPALLI, 1993). . 51
5.3 Energia mecânica específica (CURTIS, 2010). 53
5.4 Variações de velocidade para cumprimento de algumas missões (NATIONAL AGENCY SPACE ADMINISTRATION (NASA), 2012). 55
5.5 Alguns impulsos específicos típicos (CURTIS, 2010). 56

6.1 Variação do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de injeção em função dos harmômicos zonais para o *caso* 2 considerando $m_{sat} = 100$ kg e $t_{bal} = 350$ s. 63

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

ASTOS	–	AeroSpace Trajectory Optimization Software
CLA	–	Centro de Lançamento de Alcântara
CNPq	–	Conselho Nacional de Desenvolvimento Cientifico e Tecnologico
COSMO-SkyMed	–	Constellation of Small Satellites of the Mediterranean basin Observation
CTA	–	Centro Técnico Aeroespacial
CYGNSS	–	Cyclone Global Navigation Satellite System
ECEF	–	Earth-Centered, Earth-Fixed
ECI	–	Earth-Centered Inertial
ENU	–	East North Up Local Tangent Plane
GEO	–	Geosynchronous Equatorial Orbit
GTO	–	Geostationary Transfer Orbit
IAA	–	International Academy of Astronautics
IAE	–	Instituto de Aeronáutica e Espaço
IMS-1	–	Indian Microsatellite-1
INPE	–	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
ITA	–	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
JAXA	–	Japan Aerospace Exploration Agency
LEO	–	Low Earth Orbit
MATLAB	–	Matrix Laboratory
MDO	–	Multidisciplinary Design Optimization
MECB	–	Missão Espacial Completa Brasileira
NanoSatC-BR1	–	Brazilian CubeSat Project-1
NASA	–	National Aeronautics and Space Administration
NED	–	local North-East-Down coordinate system
OSC	–	Orbital Sciences Corporation
OTIS	–	Optimal Trajectory by Implicit Simulation
PERFO	–	Programa de Cálculo de Desempenho
POST	–	Program to Optimize Simulated Trajectories
PSO	–	Particle Swarm Optmization
PSOPT	–	Open Source Optimal Control Package
ROSI	–	Rocket Simulation
PCDs	–	Plataformas de Coleta de Dados
PNDAE	–	Programa Nacional de Desenvolvimento das Atividades Espaciais
PR3C	–	Problema Restrito Circular dos 3 Corpos
PSLV	–	Polar Satellite Launch Vehicle
RK	–	Runge-Kutta
ROSI	–	Rocket Simulation
RTS	–	Rocket Trajectory Simulation
SBCDA	–	Sistema Brasileiro de Coleta de Dados Ambientais
SCD	–	Satélite de Coleta de Dados

SERPENS	–	Sistema Espacial para Realização de Pesquisas e Experimentos
SINDA	–	Sistema Nacional de Coleta de Dados Ambientais
SSTVLM	–	Software de Simulação de Trajetória do Veículo Lançador de Microssatélites
STVLS	–	Programa de Cálculo de Trajetórias do VLS
SWORD	–	Stage-Wise Decomposition for Optimal Rocket Design
VLM	–	Veículo Lançador de Microssatélites
VLS	–	Veículo Lançador de Satélites
TVC	–	Thrust Vector Control

LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolos latinos

Matemáticos

$\cdot$	–	Produto escalar
$\times$	–	Produto vetorial

Terra

g_0	–	Gravidade ao nível do mar
M_T	–	Massa
P_{rot}	–	Período de rotação sideral
R_E	–	Raio (esférico)
R_T	–	Raio equatorial médio
v_{eq}	–	Velocidade de rotação no equador
v_{rot}	–	Velocidade de rotação para determinada latitude

Foguete e plataforma

alt_{vlm}	–	Altitude do VLM
alt_{plat}	–	Altitude da plataforma
C_D	–	Coeficiente de arrasto
C_L	–	Coeficiente de sustentação
$\vec{D}$	–	Força de arrasto
$\vec{F_a}$	–	Força aerodinâmica
j	–	Número de estágios
$\vec{L}$	–	Força de sustentação
$\dot{m}$	–	Taxa de queima
m_{sat}	–	Massa de carga útil
$\mathbf{M}_{ENU/ECEF}$	–	Matriz de transformação do sistema girante para o local
$\mathbf{M}_{ECEF/ENU}$	–	Matriz de transformação do sistema local para o girante
q	–	Pressão dinâmica
r_X	–	Componente X do vetor posição do VLM (sistema girante)
r_Y	–	Componente Y do vetor posição do VLM (sistema girante)
r_Z	–	Componente Z do vetor posição do VLM (sistema girante)
S_{ref}	–	Área da seção transversal do estágio
t	–	Tempo de voo
t_{bal}	–	Tempo de voo balístico
t_Q	–	Tempo de queima dos estágios
T	–	Empuxo
T_x	–	Componente x do vetor empuxo (sistema local)
T_y	–	Componente y do vetor empuxo (sistema local)
T_z	–	Componente z do vetor empuxo (sistema local)

T_X – Componente X do vetor empuxo (sistema girante)
T_Y – Componente Y do vetor empuxo (sistema girante)
T_Z – Componente Z do vetor empuxo (sistema girante)
v_x – Componente x do vetor velocidade do VLM (sistema local)
v_y – Componente y do vetor velocidade do VLM (sistema local)
v_z – Componente z do vetor velocidade do VLM (sistema local)
$\vec{v}^I_{vlm}$ – Vetor velocidade inercial do VLM
$\vec{v}^I_{plat}$ – Vetor velocidade inercial da plataforma
$\vec{r}^I_{plat}$ – Vetor posição inercial da plataforma
$\vec{v}_{vlm}$ – Vetor velocidade do VLM devido a propulsão
$\vec{v}_{plat}$ – Vetor velocidade da plataforma devido a propulsão
x_n – Componente x no plano cartesiano (sistema local)
y_n – Componente y no plano cartesiano (sistema local)
z_n – Componente z no plano cartesiano (sistema local)
X_I – Componente X no plano cartesiano (sistema inercial)
Y_I – Componente Y no plano cartesiano (sistema inercial)
Z_I – Componente Z no plano cartesiano (sistema inercial)
X_E – Componente X no plano cartesiano (sistema girante)
Y_E – Componente Y no plano cartesiano (sistema girante)
Z_E – Componente Z no plano cartesiano (sistema girante)

Órbita

$a_{\odot t}$ – Semi-eixo maior da órbita de transferência
$e_{\odot t}$ – Excentricidade da órbita de transferência
$\vec{h}^*$ – Momento angular específico
I_{sp} – Impulso específico
$\vec{N}$ – Vetor que define a linha nodal
r_{orb} – Distância do centro atrator
$r_{c_{\odot i}}$ – Raio da órbita circular inicial
$r_{c_{\odot f}}$ – Raio da órbita circular inicial
t_{HOH} – Tempo da Transferência de Hohmann
t_{m1} – Tempo da Transferência de Hohmann (perigeu/apogeu)
t_{m2} – Tempo da Transferência de Hohmann (apogeu/perigeu)
$v_{a_{\odot i}}$ – Velocidade no apogeu da órbita inicial
$v_{a_{\odot f}}$ – Velocidade no apogeu da órbita final
$v_{a_{\odot t}}$ – Velocidade no apogeu da órbita de transferência
$v_{c_{\odot i}}$ – Velocidade da órbita circular inicial
$v_{c_{\odot f}}$ – Velocidade da órbita circular final
$v_{p_{\odot i}}$ – Velocidade no perigeu da órbita inicial
$v_{p_{\odot f}}$ – Velocidade no perigeu da órbita final
$v_{p_{\odot t}}$ – Velocidade no perigeu da órbita de transferência
v_{rad} – Velocidade radial

Símbolos gregos

Terra

$\omega_{\odot}$	–	Velocidade angular
μ	–	Constante gravitacional

Foguete e plataforma

α	–	Ângulo de ataque
λ_t	–	Longitude geocêntrica para cada instante de tempo de voo
δ_t	–	Latitude geocêntrica para cada instante de tempo de voo
β_I	–	Ângulo de azimute (sistema inercial)
β_E	–	Ângulo de azimute (sistema girante)
ϕ	–	Ângulo de trajetória
$\delta_t^{'}$	–	Latitude geodésica para cada instante de tempo de voo

Órbita

ϵ	–	Energia mecânica específica
ν	–	Anomalia verdadeira
Δm_{comb}	–	Massa de combustível consumida
$\Delta V_{TOT_{m1}}$	–	Variação de velocidade total para $Manobra$ 1
$\Delta V_{TOT_{m2}}$	–	Variação de velocidade total para $Manobra$ 2
$\Delta V_{TOT_{\odot c}}$	–	Variação de velocidade total na Transferência de Hohmann

SUMÁRIO

Pág.

1 INTRODUÇÃO 1
1.1 O Programa Espacial Brasileiro 2
1.2 Motivação 4
1.3 Objetivos 6
1.4 Organização do trabalho 6

2 BREVE HISTÓRICO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA 7
2.1 Historial: principais marcos 7
2.2 Revisão da Literatura 8
2.2.1 Trajetória de veículos lançadores 8
2.2.2 Manobras de transferência orbital 11

3 METODOLOGIA 13

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA I: VEÍCULO LANÇADOR . . 17
4.1 Centro de Lançamento de Alcântara - CLA 17
4.1.1 Limitações geográficas do CLA 18
4.2 Veículos lançadores de pequenos satélites em órbita baixa 19
4.2.1 O Veículo Lançador de Microssatélites (VLM-1). 20
4.3 Sistemas de coordenadas e transformações 22
4.4 Modelo de direcionamento propulsivo 29
4.5 Perturbação do geopotencial 34
4.6 Modelo de vento horizontal 37
4.7 Modelo atmosférico 37
4.7.1 A força de arrasto 39
4.8 A rotação da Terra 39
4.8.1 A compensação do ângulo de azimute de lançamento 40
4.9 Equacionamento da dinâmica de veículos lançadores 42
4.9.1 O modelo translacional 42
4.9.2 Restrições dinâmicas e hipóteses simplificadoras do problema 46

5 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA II: TRANSFERÊNCIA ORBITAL 49

5.1 Sistema brasileiro de coleta de dados ambientais (SBCDA) 49
5.1.1 Especificações dos satélites da série SCD 49
5.1.2 O sistema de lançamento 50
5.2 Visão geral: tipos de manobras 52
5.2.1 A equação vis-viva 53
5.2.2 A equação do foguete 54
5.2.3 Manobra de único impulso no apogeu 56
5.2.4 Transferência de Hohmann 57
5.2.5 Transferência entre órbitas elípticas coplanares confocais 59

6 ANÁLISE E RESULTADOS 63
6.1 Efeito da rotação da Terra na capacidade de satelização 63
6.2 Missão: substituição da série SCD 74

7 CONCLUSÕES 93
7.1 Sugestões de trabalhos futuros 94

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 97

APÊNDICE A - INTEGRADOR NUMÉRICO 109

APÊNDICE B - POTENCIAL GRAVITACIONAL TERRESTRE . 113

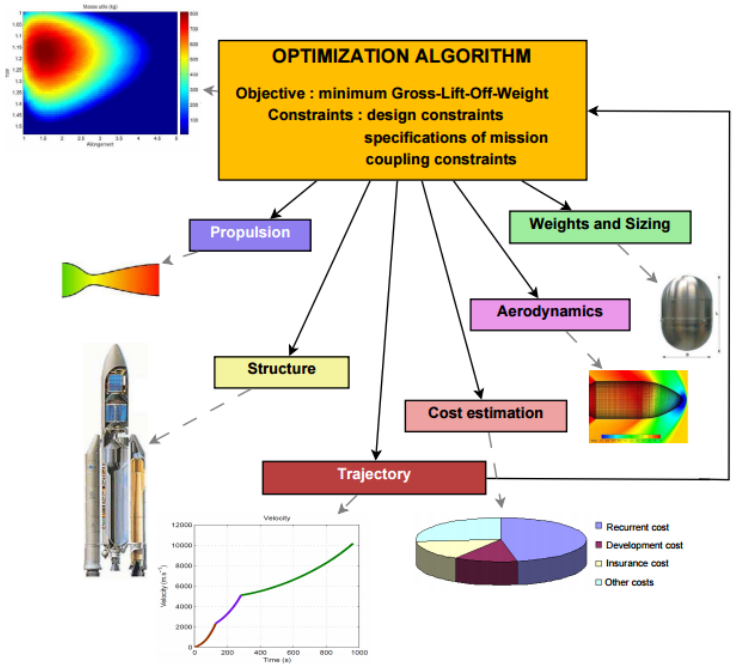
APÊNDICE C - RESULTADOS ADICIONAIS 119

ANEXO A - ELEMENTOS ORBITAIS 137

1 INTRODUÇÃO

O movimento de translação de um veículo lançador pode ser tratado como uma partícula, ou seja, ignora-se as dimensões e sua distribuição de massa. Na modelagem rotacional, o veículo é considerado como um corpo rígido, reduzindo-se os graus de liberdade do infinito, como é para o caso de flexibilidade, para apenas seis (TEWARI, 2007). Porém, rigorosamente falando, um veículo lançador está longe de ser considerado um corpo rígido, pois sua massa é continuamente expelida devido à combustão dos propelentes. Além disso, em motores movidos a combustível líquido, há o movimento de fluidos dentro de tanques e tubulações (MOTA, 2015). Especialmente para grandes veículos lançadores a deflexão estrutural também deve ser levada em consideração (CORNELISSE et al., 1979; KHARISOV et al., 2008). A Figura 1.1 apresenta os principais subsistemas envolvidos no desenvolvimento de um veículo lançador.

Figura 1.1 - Projeto de um veículo lançador.



Fonte: Balesdent (2012).

No estudo de transferências orbitais, considera-se que os satélites são partículas (ponto material), ao passo que, suas dimensões são desprezíveis quando comparadas às distâncias orbitais estudadas (KUGA et al., 2008).

A otimização de trajetória de foguetes e satélites pode ser classificada basicamente em métodos indiretos e diretos. Os métodos indiretos caracterizam-se por converter um problema de controle ótimo em um problema de valor de contorno. Entretanto, nos métodos diretos, têm-se um típico Problema de Programação Não-Linear composto por um conjunto de parâmetros que definem uma lei de controle e que pode ser resolvido utilizando métodos determinísticos ou heurísticos (PRADO; RIOS-NETO, 1993; BETTS, 1999; RAO, 2009).

1.1 O Programa Espacial Brasileiro

No ano de 1979 deu-se início a execução do programa espacial brasileiro com a criação da Missão Espacial Completa Brasileira (MECB). No início, este programa federal ambicioso contemplava o desenvolvimento e concepção de pequenos satélites pelo Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) e de um veículo lançador de 4 estágios pelo Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE). O esforço envolvido neste período resultou nos dois triunfos mais importantes das atividades espaciais brasileiras, os satélites de coleta de dados ambientais SCD-1 e SCD-2. A missão de ambos consistia na retransmissão de dados ambientais coletados por plataformas espalhadas em todo o território brasileiro à estações receptoras (ORLANDO; KUGA, 2007). Os brasões de suas respectivas missões constam na Figura 1.2.

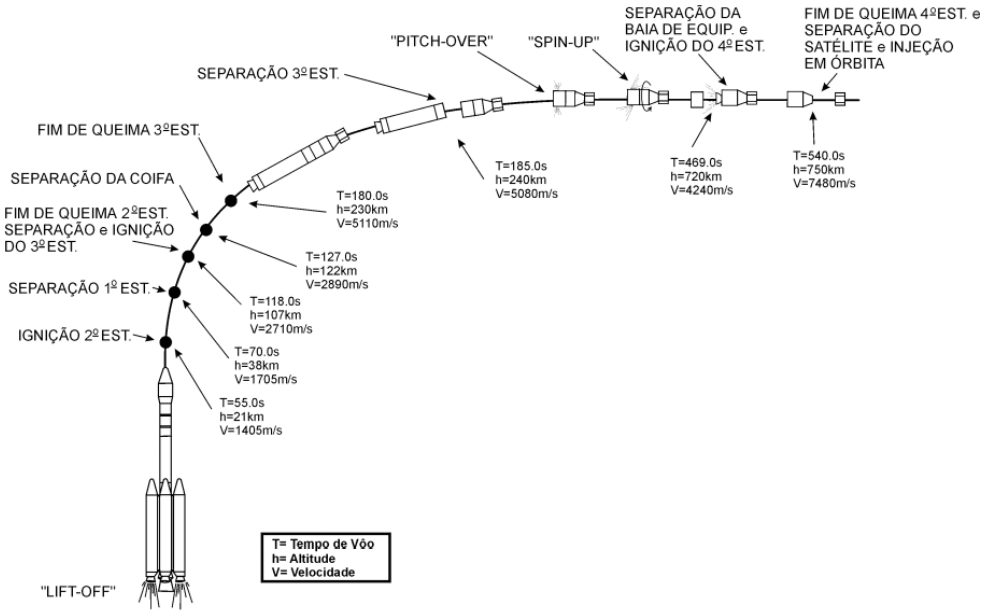
Figura 1.2 - Logo das missões dos satélites da série SCD.

(a) SCD-1. (b) SCD-2.

Fonte: (a) Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) (2016a), (b) Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE) (2013).

Contudo, como todo programa espacial, houveram alguns insucessos. Em 02 de novembro de 1997, na primeira tentativa de lançamento do Veículo Lançador de Satélites (VLS-1 v01), um dos 4 motores que compunham o primeiro estágio não foi acionado desviando o foguete de sua trajetória nominal. Dois anos depois, na segunda tentativa, o segundo estágio do VLS-1 v02 não ignitou após sua separação com o primeiro estágio. No ano de 2003, três dias antes do lançamento, a ignição inesperada do segundo estágio levou a óbito 21 servidores do IAE enquanto trabalhavam no VLS-1 v03 ainda fixado à plataforma de lançamento (ROCHA, 2004). A Figura 1.3 ilustra as principais fases e alguns parâmetros de voo deste foguete. Em meados do primeiro semestre de 2016 foi comunicado a comunidade científica à proposta de revisão do projeto do VLS-1. Atualmente um foguete de menor porte denominado Veículo Lançador de Microssatélites (VLM-1), composto por três estágios e com menor capacidade de satelização que o VLS-1, encontra-se em fase de desenvolvimento no IAE em parceria com a Avibrás Indústria Aeroespacial S/A (AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA (AEB), 2016a; AVIBRAS INDÚSTRIA AEROESPACIAL, 2016).

Figura 1.3 - Perfil da missão do VLS-1.



Fonte: Adaptada de Villas-Boas (2005).

1.2 Motivação

• Cenário Mundial

A miniaturização dos componentes espaciais vem possibilitando a construção de micro e nanossatélites de baixo custo e complexidade. Com isso universidades de todo o mundo avistam a oportunidade de exercer práticas de exploração científica do espaço. As principais agências espaciais já observaram o interesse que existe neste novo mercado promissor. É o caso da Agência Espacial Japonesa (JAXA) que, no início de 2017, efetuará o lançamento do nanossatélite TRICOM-1 a bordo de uma variante inovadora do foguete SS-520 (JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY (JAXA), 2016). A Tabela 1.1 possui as principais informações do veículo lançador.

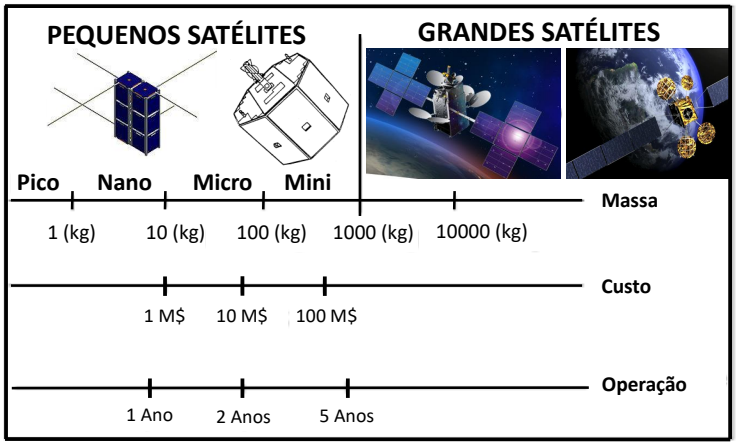
Tabela 1.1 - Especificações do lançador SS-520 (JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY (JAXA), 2016).

Parâmetro	**SS-520**
Comprimento	9,54 m
Diâmetro	0,52 cm
Estágios	3
Capacidade (LEO)	4 kg

Os canadenses estão entre os maiores adeptos deste segmento e já obtiveram êxito em missões, tais como, para estudo do brilho de estrelas, rastreamento marítimo, demonstração de voo de formação em órbita e, também, decaimento orbital ativo por meio de sistemas propulsivos, velas solares e velas de arrasto (UNIVERSITY OF TORONTO INSTITUTE FOR AEROSPACE STUDIES (UTIAS), 2016). Em 2004, os chineses inseriram em órbita seu primeiro nanossatélite (SEEDHOUSE, 2010). Quatro anos mais tarde, os indianos anunciaram o microssatélite IMS-1 para observação da Terra (INDIAN SPACE RESEARCH ORGANISATION (ISRO), 2008). Em 2010, a constelação italiana de pequenos satélites para observação do mar Mediterrâneo COSMO-SkyMed entrou em plena operação (ITALIAN SPACE AGENCY (ASI), 2009). Recentemente os russos anunciaram o seu primeiro nanossatélite construído por uma impressora 3D (TOMSK POLYTECHNIC UNIVERSITY (TPU), 2016) e, os norte-americanos, começaram a operar à constelação de oito microssatélites CYGNSS para medições de ventos na superfície de oceanos a fim de prever e monitorar furacões (NATIONAL

AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION (NASA), 2016). Contudo, as empresas e agências espacias nomeiam e especificam pequenos satélites de acordo com seus produtos e programas. A IAA foi responsável por definir um padrão mundial. A Figura 1.4 apresenta resumidamente a classificação dos satélites.

Figura 1.4 - Classificação dos satélites.



Fonte: Adaptada de Li et al. (2008).

• Cenário Brasileiro

Os dois primeiros satélites de coleta de dados brasileiros foram lançados nas proximidades da base norte americana de Cabo Canaveral (MARTIN, 2000; SANTANA; FERNANDEZ, 1993). Estes satélites foram projetados para possuírem no máximo dois anos de vida útil (SCD-2), porém, ainda se encontram em operação demonstrando a elevada competência da engenharia espacial do INPE. Até o momento, em decorrência da parceria de institutos e universidades brasileiras, foram concebidos os nanossatélites NanoSatC-BR1, AESP-14 e SERPENS-1 (AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA (AEB), 2015; INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE), 2014; INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA (ITA), 2015). Dentre as futuras missões pode-se citar a construção do nanossatélite SPORT juntamente com a NASA para estudos de bolhas de plasma na ionesfera (INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE), 2016b), o envio de uma sonda em cooperação com os russos para estudo do sistema de asteróide triplo 2001SN263 (SARLI et al., 2012) e a construção do SERPENS-2. Todos estes engenhos citados anteriormente foram ou serão inseridos no espaço através de foguetes estrangeiros. Em conformidade com as necessidades e os projetos nacionais vigentes este trabalho motiva-se em fazer um

estudo preliminar sobre a possibilidade de renovação da frota de satélites nacionais de pequeno porte (MAIOLINO, 2011). Para isto, propõem-se o emprego do Veículo Lançador de Microssatélites (VLM) e do Centro de Lançamento de Alcântara (CLA).

1.3 Objetivos

Este trabalho tem por objetivo principal fazer um mapeamento preliminar sobre a influência exercida pela variação dos parâmetros de voo do VLM-1 no consumo de combustível para manobrar um microssatélite substituto até as proximidades da órbita nominal a qual se encontram os satélites da série SCD.

1.4 Organização do trabalho

Este trabalho encontra-se dividido nos seguinte capítulos:

No Capítulo 1, como visto, dá uma introdução sobre os subsistemas de estudo de trajetória de foguetes, faz um breve histórico sobre os principais marcos do Programa Espacial Brasileiro e mostra a motivação e os objetivos deste trabalho.

No Capítulo 2 cita-se os principais personagens e suas contribuições na área de foguetes e é realizado a devida revisão da literatura onde são discutidos alguns tópicos que serviram de apoio para elaboração deste trabalho.

No Capítulo 3 sistematiza-se os modelos e procedimentos utilizados nas simulações numéricas.

No Capítulo 4 discute-se as limitações do centro de lançamento, as características do veículo lançador considerado, a fundamentação teórica necessária para formulação do modelo matemático e as restrições impostas no cálculo da trajetória do lançador.

No Capítulo 5 menciona-se as especificações de projeto e algumas informações sobre a missão de lançamento dos satélites SCD-1 e SCD-2. Além disso, é feito o equacionamento de duas manobras de transferência sugeridas para correção de semi-eixo maior e excentricidade.

No Capítulo 6 mostra-se os resultados nas diferentes simulações de lançamento, tanto para evidenciar o efeito de rotação da Terra, como para avaliar a possibilidade de injeção de cargas úteis em planos orbitais com 25° de inclinação.

No Capítulo 7 apresenta-se as conclusões finais do estudo e as perspectivas de trabalhos futuros.

2 BREVE HISTÓRICO E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Nesta primeira seção realiza-se uma revisão sobre os principais personagens e suas contribuições no desenvolvimento de veículos lançadores em seus países de origem.

2.1 Historial: principais marcos

Muitos pesquisadores concentraram seus esforços no desenvolvimento de métodos para não somente determinar, mas também otimizar a trajetória de foguetes. Goddard (1919) foi um dos precursores na tentativa de desenvolver um método analítico (aproximado) para solucionar o problema de envio de um foguete a grandes altitudes da maneira mais econômica possível. Para isto, realizou diversos experimentos com foguetes idealizados e construídos por ele.

Em 1944, durante a 2ª Guerra Mundial, os alemães surpreenderam os países aliados com o lançamento do primeiro míssil balístico guiado do mundo, o A-4 (também conhecido como V-2). A expertise alemã era liderada pelo engenheiro Wernher von Braun. Com o fim da guerra este atuou no projeto dos foguetes americanos Redstone e Jupiter que culminaram no veículo lançador Saturn V. Em 1969 este foguete inseriu em órbita a nave Apollo 11 a qual levou o homem pela primeira vez à Lua (BITZER; WOERNER, 1957).

No fim da década de 1940 os cientistas russos liderados pelo engenheiro Sergei Korolev conceberam o foguete R1, precursor dos mísseis da família SCUD e equivalente ao míssil alemão V-2. Em 1957 com a conclusão do primeiro míssil balístico intercontinental do mundo, o R-7 Semyorka, Korolev e sua equipe inseriram em órbita o primeiro satélite do mundo, denominado Sputnik-1. Depois de mais de 50 anos da morte de seu inventor o foguete Soyuz (nave de mesmo nome) ainda continua ativo e apto a operar por mais algumas décadas (EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA), 2007).

Já no Brasil, no fim da década de quarenta, o marechal-do-ar Casimiro Montenegro Filho idealizou a criação do CTA e do ITA (INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA (ITA), 2016). Em 1969, com a criação do IAE, cientistas brasileiros se dedicaram a desenvolver os primeiros veículos de sondagem[1]. Um década depois com a aprovação da MECB ficou explícito a necessidade do desenvolvimento de um veículo satelizador, o VLS.

[1] Os foguetes da família SONDA foram os primeiros foguetes fabricados no Brasil. São utilizados em missões suborbitais para realização de experimentos científicos e tecnológicos.

2.2 Revisão da Literatura

A seguir é apresentado os principais trabalhos encontrados na literatura que serviram de apoio na elaboração desta dissertação.

2.2.1 Trajetória de veículos lançadores

Segundo Bate et al. (1971) para o problema de ascensão direta em órbita baixa a injeção acontece geralmente no perigeu com ângulo de trajetória nulo. Além disso, para injeção acima de 270 km, a técnica da queima dos motores do foguete separada por um voo balístico também é parcialmente discutida.

Smania (1988) apresenta um procedimento para determinação de trajetórias que maximizam a massa de um satélite a ser transportado pelo VLS sujeito a restrições dinâmicas e geométricas. A abordagem aplicada é subótima e utiliza-se de programação linear para implementar um procedimento de busca direta baseado em um método de parametrização da função de controle.

Silva (1994) fez um estudo do Método das Correções Repetidas para a guiagem ótima em malha fechada do VLS. Uma vez observado um desvio com relação a trajetória nominal de referência, o algoritmo corrige os comandos de guiagem otimizando o índice de desempenho escolhido.

Madeira (1996) propõe uma nova técnica de programação não-linear baseada no método da projeção estocástica do gradiente para guiagem e controle não-linear em três dimensões de veículos lançadores, utilizando um modelo massa-ponto para o veículo. A validade obtida pelo procedimento foi comparável a solução ótima determinada por procedimentos indiretos. Além disso, foi testada a operação de mudança de objetivo durante o voo e a utilização de tempo de queima livre para o último estágio. Mostrou-se também a viabilidade da operação em tempo quase-real para implementação da técnica de processamento paralelo.

Um estudo sobre sistemas de defesa para interceptação de alvos aéreos levando em consideração modelos para os sensores de guiagem (radar e infravermelho) é realizado por (UZUN, 2004). O interceptador é um míssil multi-estagiado que recebe dados de localização do alvo a partir de dois sensores de radar instalados em terra e, também, de dois sensores infravermelhos localizados em órbita baixa. Além disso, é incluída a presença de ruídos nos dados a fim de representar a situação de interferência eletrônica.

Benavoli et al. (2007) estima os pontos de lançamento e impacto de um alvo balístico a partir de medidas fornecidas por radar. A abordagem proposta combina um estimador não-linear com um filtro de partículas a fim de atingir a estimação desejada.

Através da técnica de enxame de partículas (PSO), Pagano (2010) faz a otimização mono e multiobjetivo de várias missões de lançamento que envolvem os principais veículos cargueiros da atualidade. Dentre elas, pode-se destacar a injeção de satélites de comunicação em órbitas circulares de 185 km de altitude com inclinações de 5,5°, 28,5° e 51,6°, o lançamento de cargas úteis para missões lunares e, de modo especial, a otimização do trajeto do cargueiro Delta IV para posteriores transferências de Hohmann lunares.

Balesdent (2012) propõe uma nova alternativa para solução do problema de otimização multidisciplinar de um veículo lançador. O método SWORD apresenta-se mais eficiente em relação ao método clássico MDO por ter maior velocidade de busca e de não requerer qualquer conhecimento a priori sobre a inicialização e o espaço de busca da solução.

Uma investigação preliminar sobre a otimização da trajetória dos veículos lançadores de múltiplos estágios nacionais VLS e VLM é realizada por (MIRANDA, 2012). O problema de controle ótimo original foi discretizado pelo método peseudo-espectral de Legendre de forma a convertê-lo em um Problema de Programação Não-Linear (ELGANAR et al., 1995). Para isto, foi utilizado o pacote computacional aberto PSOPT, uma vez que este software é adequado para problemas de controle de múltiplos estágios (alteração da estrutura das equações com o tempo) e com grandes números de restrições.

Piñeros (2012) dedicou-se ao estudo do equacionamento do movimento de um foguete com o propósito de estudar a trajetória de voo para colocação de satélites em órbitas heliossíncronas e, também, com 45° de inclinação. Investigou-se a zona de injeção orbital e o comportamento dos elementos orbitais no início da órbita.

Silveira (2014) desenvolveu a ferramenta denominada RTS para simulação em seis graus de liberdade da dinâmica de voo de veículos lançadores. Os resultados obtidos são comparados e validados com os softwares ROSI® e ASTOS® ambos utilizados pelos IAE. Souza (2015) analisa os tipos de perturbações existentes na dinâmica de separação do primeiro estágio do VLM-1.

Mota (2015) apresentou uma ferramenta versátil capaz de explorar diversas configurações de motores foguetes a propelente líquido, bem como efetuar o cálculo do desempenho de veículos lançadores de satélites. É descrito dois métodos de otimização, um direto e outro híbrido. No primeiro, uma função polinomial modela a lei de controle, enquanto que, no segundo, divide a trajetória em fase atmosférica e exo-atmosférica, de modo a utilizar o método direto na primeira fase e o método indireto na fase de voo, onde os efeitos atmosféricos são negligenciados.

2.2.2 Manobras de transferência orbital

Hohmann (1925) obteve a solução ótima do problema de transferência de um veículo espacial entre duas órbitas circulares e coplanares em um campo gravitacional Newtoniano. Esta solução foi considerada como a solução terminal do problema até 1959.

Hoelker e Silber (1961) mostraram que a solução de Hohmann era ótima somente para certas relações entre os raios das órbitas inicial e final e que, em outros casos, a transferência bi-elíptica tri-impulsiva era a mais econômica (combustível).

Rider (1961) e Hiller (1965) propuseram o equacionamento para transferências entre órbitas circulares não congruentes (diferentes tamanhos) e não coplanares (diferentes planos orbitais).

Baker (1966) discute a transferência bi-elíptica com mudança de plano, a Transferência de Hohmann com mudança de plano e, também, uma Transferência de Hohmann modificada a qual consiste em uma Transferência de Hohmann seguida de um terceiro impulso na linha dos nodos para alterar o plano orbital.

Ball e Osborne (1967) equacionam em termos de velocidade o impulso para efetuar a Transferência de Hohmann entre órbitas circulares, elípticas, coplanares e não coplanares. O problema de interceptação por trajetórias ótimas entre o pericentro da órbita inicial e um ponto pré-determinado na órbita de destino é abordado por (SRIVASTAVA, 1968). A trajetória ótima é baseada na Transferência de Hohmann e um exemplo numérico entre a Terra e Marte é feito.

Marec (1979) define o conceito de transferências ótimas e aborda o desempenho de sistemas propulsivos clássicos e elétricos, a técnica de otimização paramétrica para Transferência de Hohmann, os principais conceitos da teoria de Contensou-Pontryagin, o problema geral de transferências ótimas em uma campo gravitacional (qualquer, constante e central), o estudo de linearização de transferências ótimas de pequena amplitude (correções orbitais), casos de transferências orbitais com tempo livre e fixo e, por fim, manobras de rendezvous.

Vinh e Hanson (1985) usam a teoria do máximo e mínimo de uma função para o problema de transferências bi-impulsivas com restrição de tempo para órbitas elípticas não-coplanares. Os parâmetros da manobra são expressos explicitamente em termos do *semi-lactus retum* da órbita de transferência e das anomalias verdadeiras que definem os locais onde os impulsos nas órbitas inicial e final acontecem. Em

termos destas variavéis condições necessárias ótimas são obtidas para resolver o problema de combustível mínimo e, também, de transferências com tempo fixo ou mínimo com combustível estabelecido.

Prado (1989) realiza o estudo do problema de transferência de órbita de um veículo espacial considerando os tipos de manobras, sistemas de propulsão, estratégias de atuação dos propulsores e procedimentos numéricos para resolução do problema de otimização. O consumo de combustível e o tempo de acionamento dos propulsores são obtidos nas simulações de manobras previstas para o então futuro primeiro satélite brasileiro de sensoriamento remoto da MECB.

Rocco et al. (1999) consideram o problema de transferência orbital com dois impulsos entre orbitais elípticas não coplanares com tempo mínimo para consumo de combustível estabelecido. Adiciona-se, juntamente às equações propostas por Eckel e Vinh (1984), novas equações para considerar casos com diferentes geometrias. A principal contribuição foi o desenvolvimento de um software para simulação de manobras orbitais.

Santos (2005) faz a análise de manobras espaciais no problema de múltiplos encontros a fim de minimizar o combustível de uma nave espacial.

Uma órbita de transferência geoestacionária (*Geoestationary Transfer Orbit* - GTO) é basicamente uma órbita de transferência de Hohmann usada por uma espaçonave para atingir uma órbita geoestacionária (*Geosynchronous Equatorial Orbit* - GEO) a partir de uma órbita baixa (*Low Earth Orbit* - LEO). Por diversos problemas a espaçonave pode não chegar na GEO permanecendo em uma órbita elíptica de alta inclinação. Sucarrat (2008) compara o consumo de combustível gasto por diferentes formas de transferência para corrigir este problema utilizando o Problema Restrito de Três Corpos (PR3C).

Um estudo sobre transferências espaciais ótimas realizadas através de sistemas propulsivos a baixo empuxo e potência limitada é feito por (FERNANDES, 1992; CARVALHO, 2004). O primeiro considera um campo gravitacional central Newtoniano entre órbitas coplanares e coaxiais (e não coaxiais) diretas e entre órbitas não-coplanares coaxiais diretas, já o segundo, leva em consideração um campo gravitacional não-central (elipsóide) para problema do arco balístico e, também, para transferências entre órbitas quasi-circulares-equatoriais próximas. Filho (2011) seguindo está mesma linha de pesquisa concluiu que o segundo harmônico zonal é importante neste tipo de problema.

3 METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho é descrita em detalhes a seguir.

• Escolha do integrador numérico

Realização de um estudo preliminar para escolha do integrador numérico a ser utilizado nas simulações de trajetória do foguete. Dentre os implementados pode-se citar o $RK4$, $RK5(4)7M$, $RK6(7)$ e $RK7(8)$ (FEHLBERG, 1968; DORMAND; PRINCE, 1980). É desejável atingir um consenso entre a escolha do passo de integração, o erro por iteração e o tempo de processamento. O Apêndice A é dedicado especialmente ao integrador escolhido. Além disso, a integração é realizada em blocos, isto é, cada fase de voo possui seu algoritmo de cálculo. As condições de inicialização são repassadas sucessivamente para as rotinas posteriores. Todas as linhas de comando são feitas em ambiente MATLAB® (The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, U. S. A).

• Modelagem do sistema propulsivo

Esta etapa empenha-se em direcionar o lançamento do VLM-1 para o plano de voo requerido. A alternativa proposta é a de determinar o apontamento do vetor empuxo para cada estágio propulsivo através de seus versores. Para isto, são especificados os intervalos na qual os parâmetros de voo (latitude, longitude, alcance, altitude e velocidade) devem estar inseridos no fim da queima de cada estágio de forma a atender um conjunto de restrições pré-estabelecidas. Nenhuma lei de controle é utilizada a fim de garantir a guiagem do veículo. A meta é apenas determinar o domínio de órbitas possíveis de serem alcançadas pelo VLM-1. São realizados lançamentos para o norte, nordeste, lés-nordeste (satélites da série SCD) e a leste do CLA respeitando as limitações geográficas.

• Modelagem do potencial gravitacional

A aceleração gravitacional é influenciada pela distribuição de massa irregular da Terra (geóide) devido ao movimento de rotação e a atração provocada por outros corpos celestes. A fim de considerar estes efeitos é incluído no equacionamento apenas os seis primeiros harmônicos zonais uma vez que o tempo de voo total do veículo é da ordem de minutos. O desenvolvimento matemático dos polinômios de Legendre bem como as derivadas parciais requeridas pelo gradiente do potencial são detalhados no Apêndice B.

• Modelagem atmosférica

Esta é uma das etapas mais complexas para se modelar e que mais influenciam no perfil da trajetória de foguetes. O uso de *softwares* específicos ou ainda de experimentos práticos para estimação de parâmetros como densidade atmosférica (ρ), coeficiente de arrasto (C_D), direção e intensidade dos ventos são imprescindíveis em análises de alta fidelidade. Para viabilizar o desenvolvimento deste trabalho, o C_D é mantido constante e ρ é aproximado segundo o U. S. Standard Atmosphere 1976. Além disso, os ventos zonais e meridionais, quando estimados, não levam em consideração o fluxo solar diário. Maiores detalhes sobre estas considerações acham-se nas seções 4.6 e 4.7.

• Implementação de manobras espaciais bi-impulsivas

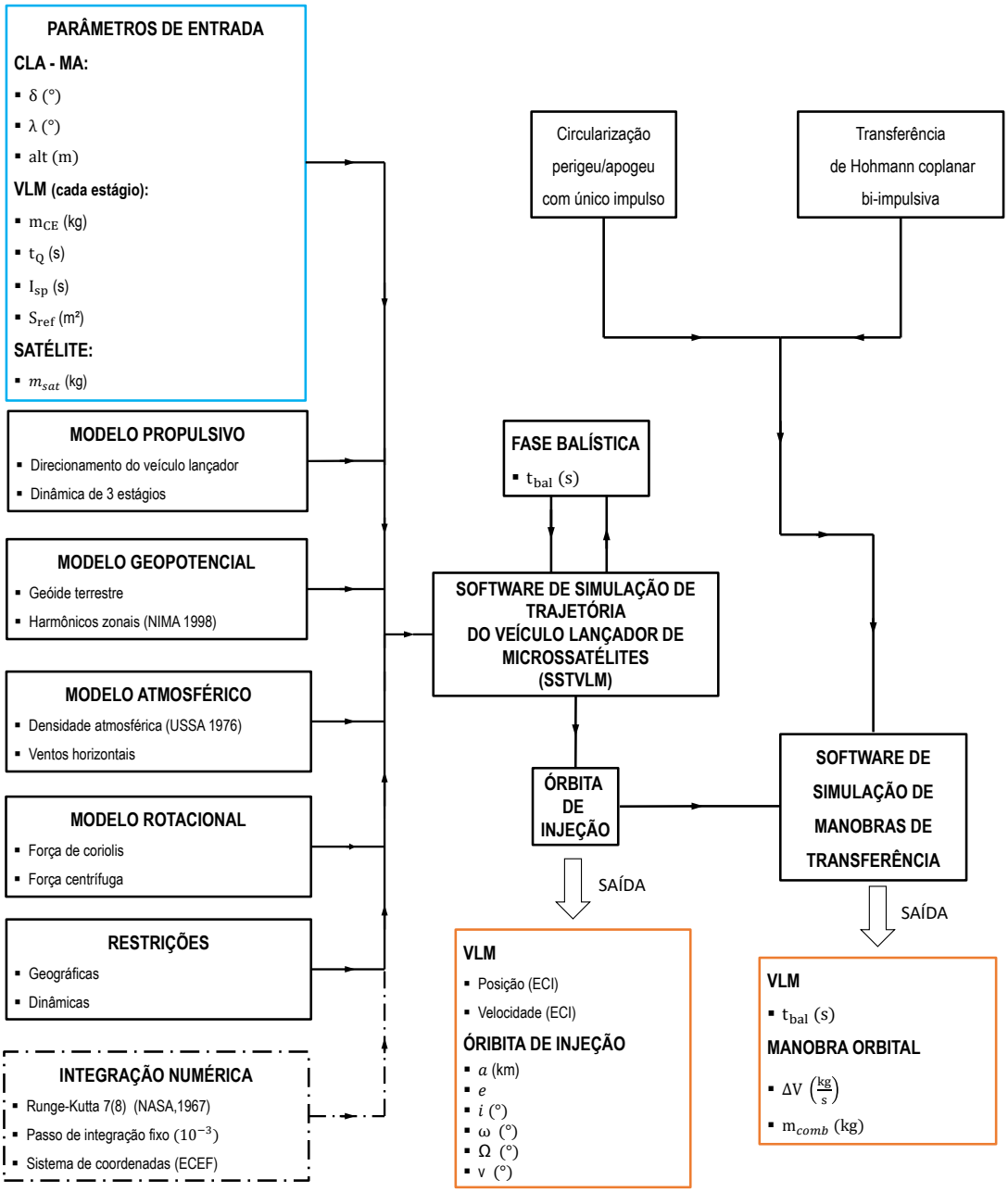
O principal objetivo deste trabalho é averiguar, preliminarmente, a capacidade de satelização do VLM-1 em órbitas de baixa excentricidade e inclinação de 25°. Porém, em alguns casos, a órbita de injeção pode ser elíptica ou ainda possuir perigeu abaixo de 300 km. A fim de corrigir estes parâmetros é proposto o uso da Transferência de Hohmann coplanar e de tempo livre.

• Investigação do consumo de combustível na transferência

Todas as simulações de lançamento do VLM-1 consideram a fase balística como sendo livre, isto é, os parâmetros da órbita de injeção são mapeados em função de sua duração. Assim, é possível especificar o tempo de voo livre do VLM-1 necessário para que o consumo de combustível da manobra de transferência seja mínimo.

A Figura 3.1 apresenta uma breve esquematização dos passos implementados computacionalmente.

Figura 3.1 - Esquematização do projeto.



Fonte: Produção do autor.

4 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA I: VEÍCULO LANÇADOR

Estuda-se aqui três abordagens principais. A primeira delas refere-se ao posicionamento do CLA e suas limitações geográficas. Em seguida, é apresentado as características do VLM-1 e sua configuração de voo. Por fim, discute-se cada um dos modelos físicos separadamente para que, então, se apresente o modelo dinâmico translacional utilizado no cálculo da trajetória do foguete.

4.1 Centro de Lançamento de Alcântara - CLA

As principais missões do CLA concernem-se a execução de atividades de lançamento, rastreio, coleta e processamento de dados de cargas úteis, como também a realização de testes e experimentos de interesse do Comando da Aeronáutica, associados com a Política Nacional de Desenvolvimento das Atividades Espaciais (PNDAE) (FORÇA AÉREA BRASILEIRA (FAB), 2016).

A região foi escolhida por estar próxima a linha do Equador, o que permite efetuar lançamentos espaciais com grande economia de combustível em comparação a outras bases de lançamento localizadas pelo mundo. Isto se deve ao fato de que na linha do Equador, a velocidade de rotação da Terra é maior do que em qualquer outra parte do planeta permitindo que os foguetes satelizadores ganhem um impulso extra, economizando combustível. Este efeito, em particular, é tratado especificamente na seção 4.8.

Situado no estado brasileiro do Maranhão - MA as coordenadas geodéticas do CLA são 2°22'39,52" S e 44º23'57,71" O ao nível do mar (MIRANDA, 2012). O lançamento de um satélite em uma órbita com inclinação i requer azimutes de lançamento β definidos pela equação a seguir (PRADO; KUGA, 2001; CHOBOTOV, 2002).

$$sen(\beta_{CLA}) = \frac{cos(i)}{cos(\delta_{CLA})} \tag{4.1}$$

A velocidade de rotação da Terra para qualquer ponto situado sobre o equador é

$$v_{eq} = \frac{2\pi R_T}{P_{rot}}, \tag{4.2}$$

sendo R_T é o raio equatorial médio e P_{rot} é o período de rotação sideral.

A trigonometria esférica permite determinar a velocidade de rotação da Terra para

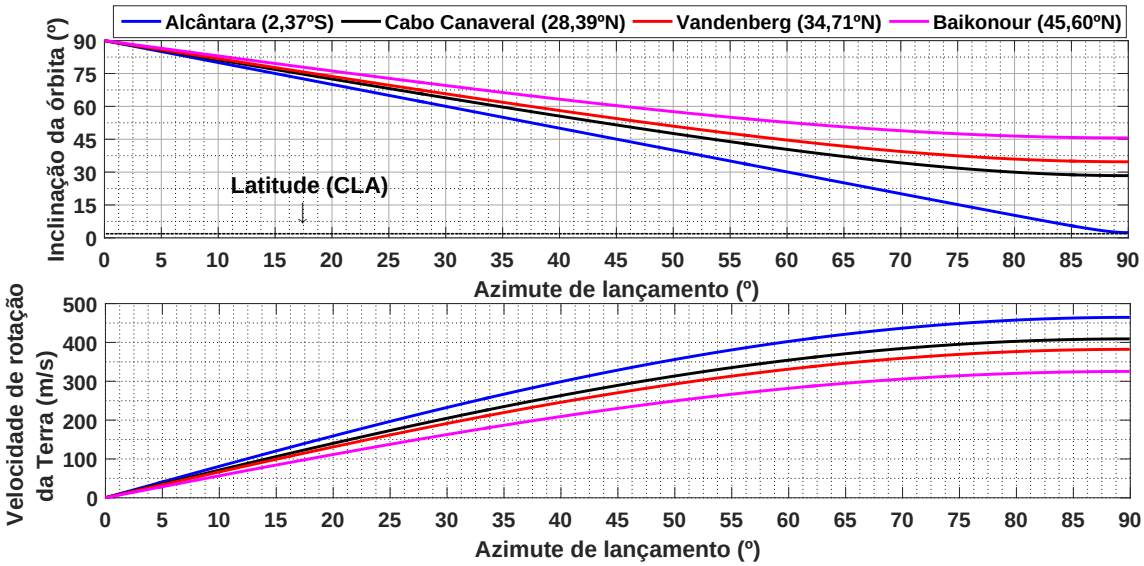
qualquer localidade do globo terrestre em função do azimute de lançamento conforme a equação 4.3.

$$v_{rot} = \omega_{\odot} R_E cos(\delta_{CLA}) cos(\beta_{CLA}), \tag{4.3}$$

sendo $\omega_{\odot}$ a velocidade angular, R_E o raio esférico e v_{rot} a velocidade de rotação para uma determinada localidade situada na superfície da Terra.

A Figura 4.1 ilustra as inclinações possíveis de serem atingidas e a velocidade devido à rotação da Terra para quatro bases de lançamento.

Figura 4.1 - Inclinação orbital e velocidade de rotação da Terra versus ângulo de azimute para quatro localidades no instante do lançamento.



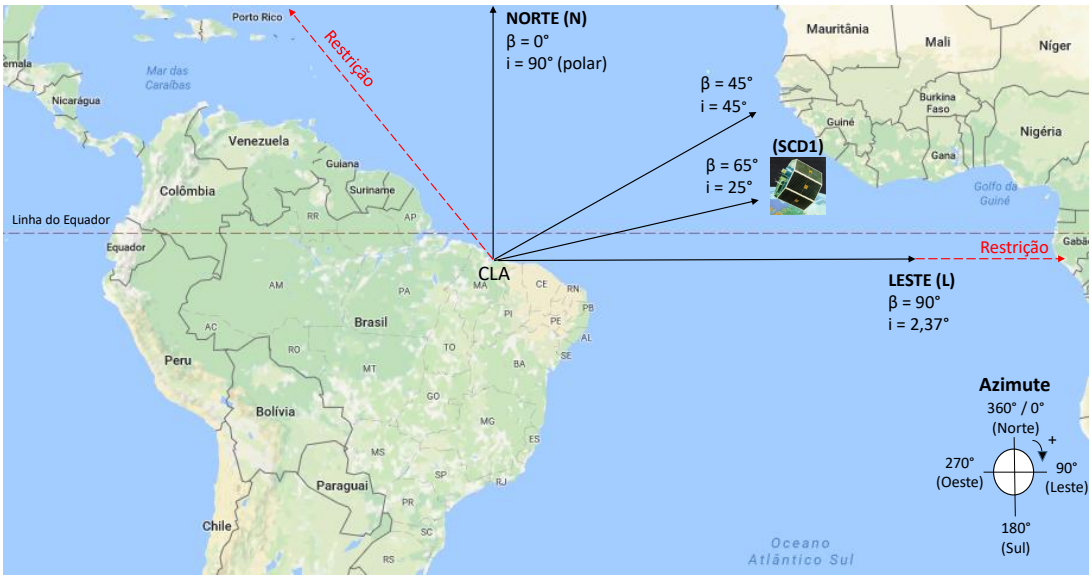
Fonte: Produção do autor.

4.1.1 Limitações geográficas do CLA

Por razões de segurança o azimute de lançamento deve ser restrito entre limites específicos. Limitações geográficas também devem ser levadas em consideração a fim de garantir a segurança de áreas territoriais após o alijamento dos estágios propulsivos do VLM-1. A Figura 4.2 apresenta as regiões que possibilitam a realização dos lançamentos. Todas as simulações foram efetuadas para azimutes entre 0° e 90° a

fim de atender esta restrição.

Figura 4.2 - Restrições geográficas do CLA.



Fonte: Adaptada de Google Maps®.

4.2 Veículos lançadores de pequenos satélites em órbita baixa

Segundo Sucarrat (2008) e Schwomeyer (2011) uma órbita terrestre baixa (LEO) pode ser circular, elíptica e, equatorial ou polar, de acordo com sua inclinação. No caso de uma órbita elíptica geralmente o perigeu é limitado em 160 km e o apogeu em 1600 km com períodos de aproximadamente 100 min ao redor da Terra (EBERHARDT; YOUNG, 2009). Devido a influência do arrasto atmosférico órbitas com perigeu de 200 km ocasionam o rápido decaimento do apogeu e, consequentemente, a reentrada do satélite alguns dias após sua injeção (KUGA et al., 2011).

Nos dias atuais os principais veículos lançadores empregados para efetuar lançamentos de pequenos satélites em órbita baixa são os russos Dnepr[1], Start-1 e Cosmos 3-M, os norte-americanos Pegasus e Falcon, o indiano PSLV e o europeu Vega (MAIOLINO, 2011; ROLLEMBERG, 2010), conforme mostrado na Tabela 4.1.

[1]Míssil balístico intercontinental adaptado.

Tabela 4.1 - Principais veículos lançadores de pequenos satélites da atualidade.

Veículo Lançador	**País**
Pegasus	Estados Unidos
Falcon 1	Estados Unidos
Dnepr	Rússia
Cosmos 3-M	Rússia
Start-1	Rússia
Vega	União Européia (ESA)
PSLV	Índia
Long March 6	China
SS-520 4[2]	Japão

4.2.1 O Veículo Lançador de Microssatélites (VLM-1).

O VLM-1 tem cerca de 19 m de comprimento e $1,5$ m de diâmetro, com uma massa total aproximada de 28 t (DAITX; KIENITZ, 2014). Segundo Miranda (2012) o veículo possui três estágios na configuração *tandem* (em série), com propulsão sólida, conforme se pode ver na Figura 4.3.

[2]Até o presente momento foi realizado apenas um lançamento sem sucesso.

Figura 4.3 - Configuração do VLM-1.

Fonte: Adaptada de Miranda (2012).

A trajetória de referência para cumprimento da missão é determinada previamente em solo e carregada em seu computador de bordo. Após o acionamento do primeiro estágio o veículo sobe verticalmente por alguns segundos a fim de evitar qualquer tipo de contato com a plataforma de lançamento. Logo em seguida, o sistema de empuxo vetorizado garante que o foguete persiga a trajetória de referência. Com o fim da queima desse motor, sua estrutura é alijada e o motor do segundo estágio é acionado. Novamente o veículo é controlado de forma a seguir à trajetória previamente determinada. Ao término da queima, a estrutura do segundo estágio é alijada. Em seguida, o veículo realiza um voo balístico durante a qual o sistema de basculamento corrige arfagem e guinada do foguete. Esta fase pode durar na ordem de alguns minutos. Motores de indução de rolamento garantem rigidez giroscópica e apontamento antes do acionamento do terceiro estágio. A queima efetuada pelo motor do terceiro estágio (não controlável) oferece ao veículo a velocidade horizontal necessária. Com o fim da queima desse motor a carga útil é separada podendo ser colocada em órbita ou seguir trajetória de reentrada de acordo com a missão (SILVEIRA, 2014; SOUZA, 2015). Na Tabela 4.2 são apresentados os principais parâmetros

de massa e de desempenho utilizados nas simulações.

Tabela 4.2 - Especificações VLM-1 (MIRANDA, 2012).

	Parâmetros	**Unidades**	**VLM**
Coifa	Diâmetro	cm	120
	Massa total	kg	110
3° Estágio	Diâmetro	cm	101
	Massa na decolagem	kg	1004
	Massa de propelente	kg	814
	Impulso específico	s	289
	Tempo de queima	s	71
2° Estágio	Diâmetro	cm	135
	Massa na decolagem	kg	13100
	Massa de propelente	kg	11500
	Impulso específico	s	275
	Tempo de queima	s	85
1° Estágio	Diâmetro	cm	135
	Massa na decolagem	kg	12900
	Massa de propelente	kg	11500
	Impulso específico	s	275
	Tempo de queima	s	85

4.3 Sistemas de coordenadas e transformações

Neste trabalho necessita-se determinar a posição do centro de massa do veículo lançador em relação a superfície terrestre quanto a coordenadas geográficas. Desta forma, os seguintes sistemas de coordenadas são empregados.

• Sistema de coordenadas inercial (ECI)

Recebe este nome por permanecer fixo em relação a rotação da Terra. Contudo, a rigor, ele não é estritamente inercial ao passo que sua origem rotaciona junto com a Terra ao redor do Sol. Além disso, para conservar o seu momento angular devido a ação de torques gravitacionais da Lua e do Sol, o eixo de rotação da Terra desenvolve os movimentos de precessão e nutação fazendo com que o equinócio vernal se mova vagarosamente. De qualquer formar, o sistema ECI é utilizado para fins de navegação e é definido como:
◦ Origem: Centro de massa da Terra
◦ Eixo Z_I: paralelo ao eixo de rotação da Terra
◦ Eixo X_I: apontando para o equinócio vernal

◦ Eixo Y_I: ortogonal aos eixos Z_I e X_I de acordo com a regra da mão direita

• Sistema de coordenadas centrado e fixado na Terra (ECEF)

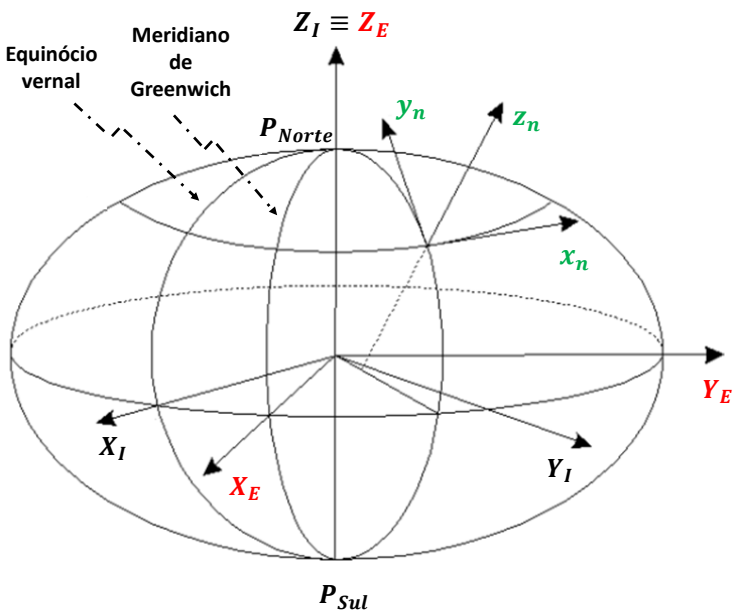
Também é conhecido como sistema terrestre. Optou-se em escrever as equações de movimento do veículo lançador para serem integradas neste sistema. Sua diferença em relação ao ECI reside no fato em que X_E aponta para a intersecção entre o Equador e o Meridiano de Greenwich. É definido como
◦ Origem: centro de massa da Terra
◦ Eixo Z_E: paralelo ao eixo de rotação da Terra
◦ Eixo X_E: no plano equatorial apontando para o Meridiano de Greenwich
◦ Eixo Y_E: ortogonal aos eixos Z_I e X_I de acordo com a regra da mão direita

• Sistema de coordenadas de navegação

O mais utilizado é o sistema geográfico local como o NED ou ENU. Esta última convenção foi a utilizada neste trabalho e encontra-se definida abaixo. Em geral, são sistemas cuja origem coincide com o sistema de coordenadas fixo ao veículo (ou plataforma quando $t = 0s$), preferencialmente no seu centro de gravidade.
◦ Origem: centro de gravidade do veículo
◦ Eixo z_n: apontando para cima ao longo da normal ao elipsóide terrestre
◦ Eixo x_n: no plano horizontal apontando em direção ao leste geodésico
◦ Eixo y_n: no plano horizontal apontando em direção ao norte geodésico

A Figura 4.4 ilustra estes sistemas de coordenadas em um elipsoide de referência.

Figura 4.4 - Sistemas ECI, ECEF e ENU.



Fonte: Adaptada de Angrisano (2010).

As matrizes de transformação de coordenadas entre os sistemas terrestre e local são

$$\mathbf{M}_{ENU/ECEF} = \begin{bmatrix} -sen(\lambda_t) & -cos(\lambda_t)sen(\delta_t) & cos(\lambda_t)cos(\delta_t) \\ cos(\lambda_t) & -sen(\lambda_t)sen(\delta_t) & sen(\lambda_t)cos(\delta_t) \\ 0 & cos(\delta_t) & sen(\delta_t) \end{bmatrix} \tag{4.4}$$

$$\mathbf{M}_{ECEF/ENU} = \begin{bmatrix} -sen(\lambda_t) & cos(\lambda_t) & 0 \\ -cos(\lambda_t)sen(\delta_t) & -sen(\lambda_t)sen(\delta_t) & cos(\delta_t) \\ cos(\lambda_t)cos(\delta_t) & sen(\lambda_t)cos(\delta_t) & sen(\delta_t) \end{bmatrix} \tag{4.5}$$

As velocidades inerciais do foguete e da plataforma antes do lançamento são, respectivamente

$$\vec{v}^I_{vlm} = \vec{\omega}_\odot \times \vec{r}^I_{plat} + \vec{v}_{vlm} \tag{4.6}$$

$$\vec{v}^I_{plat} = \vec{\omega}_\odot \times \vec{r}^I_{plat} + \vec{v}_{plat} \tag{4.7}$$

A plataforma é fixa, ou seja, $\vec{v}_{plat} = 0$. Além disso, no instante $t = 0$ s, o foguete encontra-se em repouso, logo $\vec{v}_{vlm} = 0$. Assim conclui-se das equações 4.6 e 4.7 que $\vec{v}^{I}_{vlm} = \vec{v}^{I}_{plat}$. Um resultado prático desta última análise foi mostrado anteriormente na Figura 4.1. No instante em que os motores do primeiro estágio são acionados o foguete já possui uma componente de velocidade leste devido estar solidário a plataforma de lançamento. Esta velocidade é máxima sobre a linha do Equador.

Durante o voo, ou seja, para $t > 0$ s, a velocidade do foguete em relação a plataforma será:

$$\begin{aligned}
\vec{v}^{I}_{vlm/plat} &= \left(\vec{\omega}_{\odot} \times \vec{r}^{I}_{vlm} + \vec{v}_{vlm}\right) - \left(\vec{\omega}_{\odot} \times \vec{r}^{I}_{plat} + \vec{v}_{plat}\right) \\
&= \overbrace{\left(\vec{\omega}_{\odot} \times \vec{r}^{I}_{vlm} - \underbrace{\vec{\omega}_{\odot} \times \vec{r}^{I}_{plat}}_{constante}\right)}^{\approx 0} + \left(\vec{v}_{vlm} - \underbrace{\vec{v}_{plat}}_{=0}\right) \\
&\approx \vec{v}_{vlm}
\end{aligned} \tag{4.8}$$

sendo a posição do VLM (no tempo) e da plataforma são expressas, respectivamente, como sendo

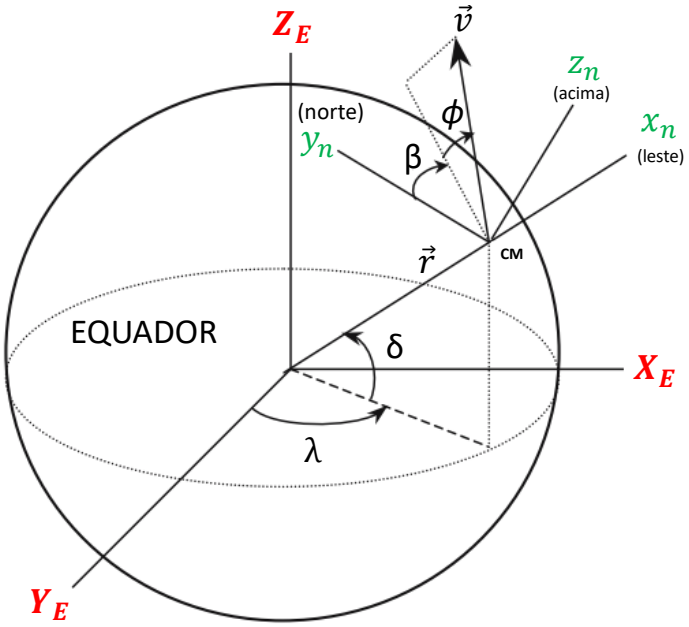
$$r_{vlm} = R_T(\delta'_t) + alt_{vlm} \tag{4.9}$$

$$r_{plat} = \underbrace{R_T(\delta'_{plat})}_{constante} + \underbrace{alt_{plat}}_{=0} \tag{4.10}$$

Na equação 4.9, a rigor, temos que o raio da Terra varia em função da latitude geodésica, δ'_{vlm}, sua variação pode ser desconsiderada a medida em que a comparamos com à altitude alcançada pelo foguete alt_{vlm} (PAGANO, 2010). Além disso, pela equação 4.10, temos que a posição da plataforma não varia, ou seja, encontra-se fixa à superfície terrestre (CLA).

Segundo Tewari (2007) a longitude (λ) e a latitude geocêntrica (δ) são determinadas no sistema terrestre (ECEF). No entanto, o ângulo de azimute (β) e o ângulo de trajetória (ϕ) são determinados no sistema local (ENU) conforme ilustra a Figura 4.5.

Figura 4.5 - Principais ângulos de referência.



Fonte: Adaptada de Tewari (2007).

O vetor posição $\vec{r}$ é definido entre o centro de massa da Terra e o centro de massa do veículo lançador. Assim, a longitude é obtida a partir das projeções desse vetor no plano formado por X_E e Y_E.

$$\lambda = tg^{-1}\left[\frac{r_Y}{r_X}\right]_E \tag{4.11}$$

A outra componente de $\vec{r}$, definida no eixo Z_E, é usada para determinar a latitude geocêntrica.

$$\delta = sen^{-1}\left[\frac{r_Z}{\sqrt{r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2}}\right]_E \tag{4.12}$$

Com a projeção do vetor velocidade do centro de massa no plano x_n-y_n especifica-se o ângulo de azimute, ou seja, a direção de lançamento.

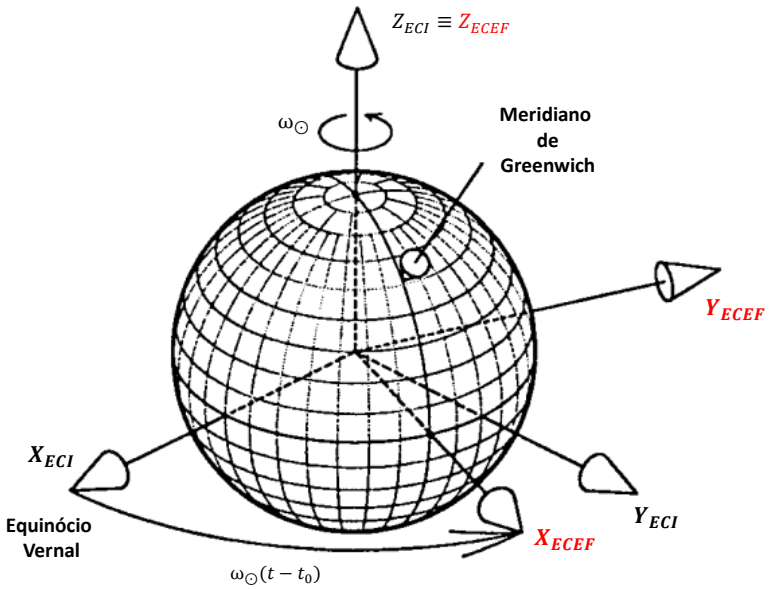
$$\beta = tg^{-1}\left[\frac{v_x}{v_y}\right]_n \tag{4.13}$$

A componente de $\vec{v}$ definida no eixo z_n possibilita o cálculo do ângulo de trajetória.

$$\phi = sen^{-1}\left[\frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}}\right]_n \tag{4.14}$$

A integração numérica é realizada no sistema terrestre girante (ECEF). Ainda é preciso rotacionar as coordenadas de posição do centro de massa do veículo para o sistema inercial. A Figura 4.6 mostra que esta transformação é feita através de uma simples rotação sobre o eixo coincidente Z. Este rotaciona com velocidade angular constante $\omega_\odot = 7,2921159.10^{-5}$ rad/s.

Figura 4.6 - Sistemas ECEF e ECI.



Fonte: Adaptada de Grewal et al. (2007).

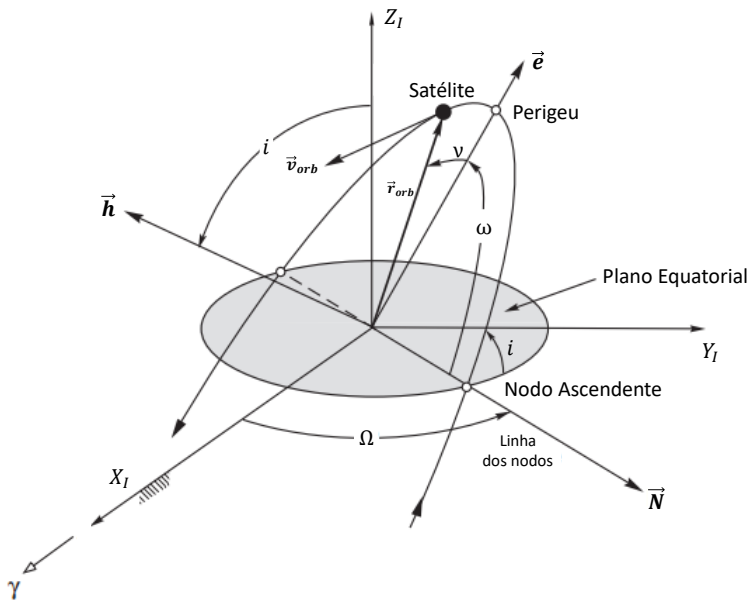
De acordo com Kristiansen (2000), Grewal et al. (2007) e Angrisano (2010) as matrizes que transformam a posição e a velocidade do sistema ECEF para o ECI são, respectivamente

$$\begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} cos(\omega_\odot t) & -sen(\omega_\odot t) & 0 \\ sen(\omega_\odot t) & cos(\omega_\odot t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix}_E \tag{4.15}$$

$$\begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}_I = \begin{bmatrix} cos(\omega_\odot t) & -sen(\omega_\odot t) & 0 \\ sen(\omega_\odot t) & cos(\omega_\odot t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_X \\ V_Y \\ V_Z \end{bmatrix}_E + \begin{bmatrix} -\omega_\odot sen(\omega_\odot t) & -\omega_\odot cos(\omega_\odot t) & 0 \\ \omega_\odot cos(\omega_\odot t) & -\omega_\odot sen(\omega_\odot t) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_X \\ P_Y \\ P_Z \end{bmatrix}_E \tag{4.16}$$

Ao utilizar as componentes inercias de velocidade e posição no momento da injeção torna-se possível estimar os elementos orbitais que definem a órbita inicial do satélite, conforme ilustrado na Figura 4.7.

Figura 4.7 - Sistema ECI e elementos orbitais.



Fonte: Adaptada de Curtis (2010).

O Anexo A apresenta o equacionamento destes seis elementos os quais, resumidamente, são:

- e : excentricidade ($e \geq 0$)
- a : semi-eixo maior ($a > R_T$)
- i : inclinação ($0° \leq i \leq 180°$)
- ω : argumento do perigeu ($0° \leq \omega < 360°$)
- Ω : longitude do nodo ascendente ($0° \leq \Omega < 360°$)
- ν : anomalia verdadeira ($0° \leq \nu < 360°$)

4.4 Modelo de direcionamento propulsivo

O impulso específico é um dos principais parâmetros para estimar o desempenho de um motor foguete (MOTA, 2015). Para foguetes químicos seu valor varia tipicamente entre 200 e 300 s para combustível sólido e de 250 a 450 s para combustível líquido (CURTIS, 2010). Conforme visto na seção 4.2.1, na versão utilizada para estudo neste trabalho, todos os estágios do VLM são movidos a combustível sólido. Uma vez que o estágio é ignitado o grão de propelente é consumido a taxa constante. Em outras palavras, a força de empuxo é constante e pode ser determinada através do produto entre o impulso específico I_{sp}, gravidade ao nível do mar g_0 e a taxa de queima $\dot{m}$.

$$T = I_{sp} g_0 \dot{m} \tag{4.17}$$

O direcionamento da trajetória é realizado através do apontamento do vetor empuxo de cada estágio propulsivo. Para isto, deve-se definir um conjunto de versores os quais restringem o voo ao plano formado pelo azimute de lançamento. Eles se relacionam conforme a equação 4.18.

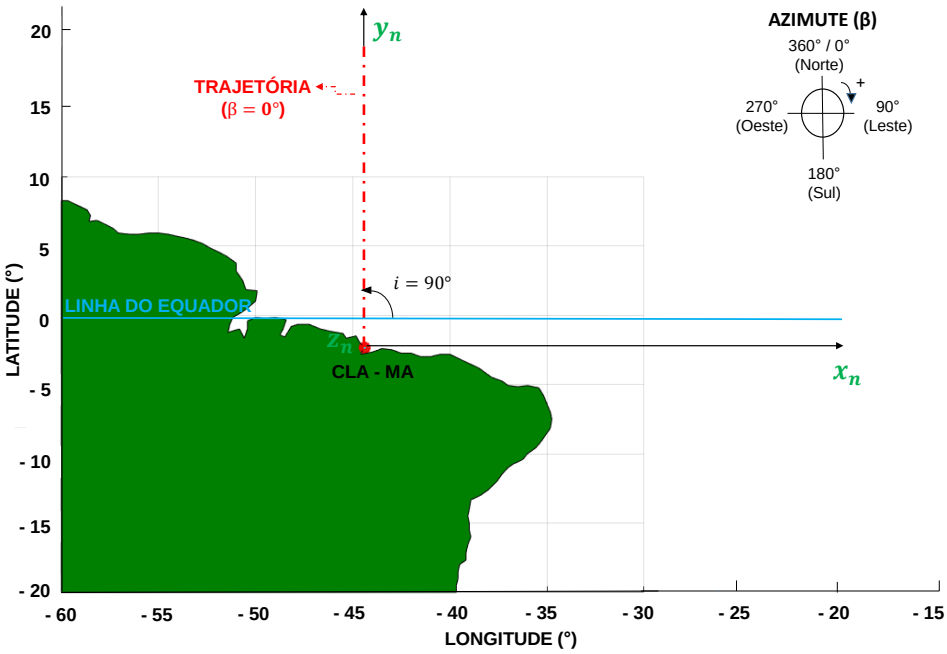
$$\sqrt{(T_x^n)^2 + (T_y^n)^2 + (T_z^n)^2} = 1 \tag{4.18}$$

A seguir apresenta-se uma abordagem detalhada contendo o equacionamento para lançamentos nas direções norte, nordeste, lés-nordeste (SCD1) e leste do CLA, respectivamente.

• Direção Norte

Para efetuar lançamentos ao norte do CLA ($\beta = 0°$) é necessário referenciar o vetor empuxo apenas no plano formado pelas coordenadas y_n e z_n do sistema *ENU*. Isto garante que a trajetória será para o norte da base de lançamento conforme visto na Figura 4.8.

Figura 4.8 - Esquematização de direcionamento de trajetória para o norte do CLA.



Fonte: Rotina gráfica adaptada de Miranda (2012).

Como T_x^n é nulo ainda é preciso relacionar as componentes T_y^n e T_z^n. De acordo com a equação 4.18, temos que:

$$(T_y^n) = \sqrt{1 - (T_z^n)^2} \tag{4.19}$$

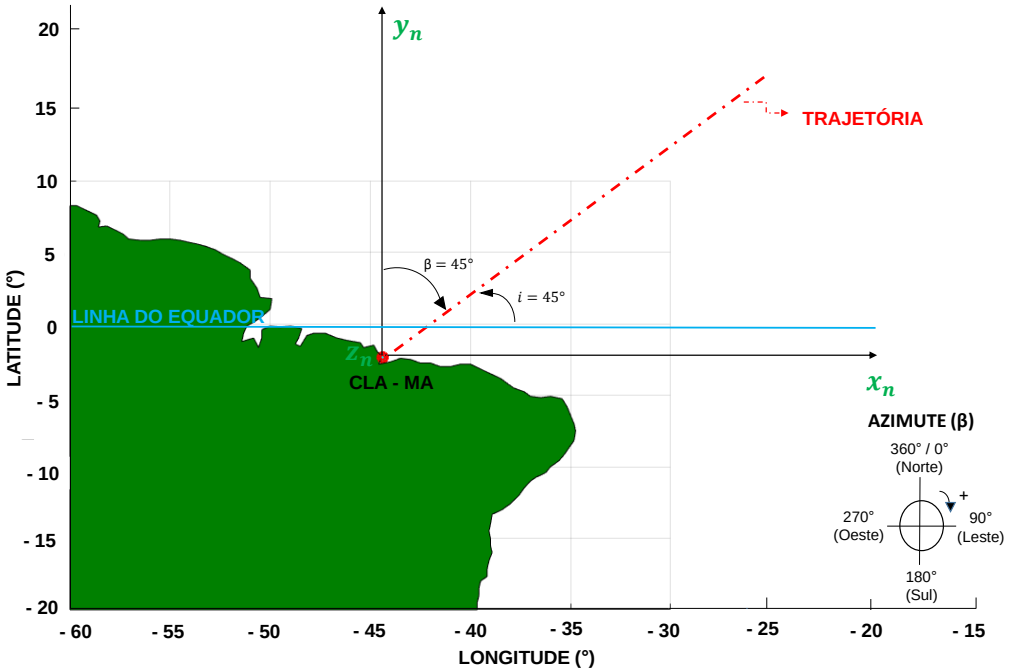
Como a integração numérica é realizada no sistema terrestre girante (ECEF) deve-se então realizar uma transferência de coordenadas levando em consideração a posição do veículo a cada instante de tempo conforme a equação 4.20.

$$\begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}_E = \mathbf{M}_{ENU/ECEF} \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{1 - {T_z}^2} \\ T_z \end{bmatrix}_n \tag{4.20}$$

• Direção Nordeste

Para efetuar lançamentos a nordeste do CLA ($\beta = 45°$) é necessário referenciar o vetor empuxo no plano formado pelas coordenadas x_n, y_n e z_n do sistema *ENU* conforme visto na Figura 4.9.

Figura 4.9 - Esquematização de direcionamento de trajetória para o nordeste do CLA.



Fonte: Rotina gráfica adaptada de Miranda (2012).

Neste caso, deve-se fazer $T_x^n = T_y^n$. Ao substituir esta relação na equação 4.18, temos que:

$$T_x^n = T_y^n = \sqrt{\frac{1-(T_z^n)^2}{2}} \tag{4.21}$$

Desta forma, a equação 4.22 relaciona os sistemas girante e local em função da posição instantânea do VLM.

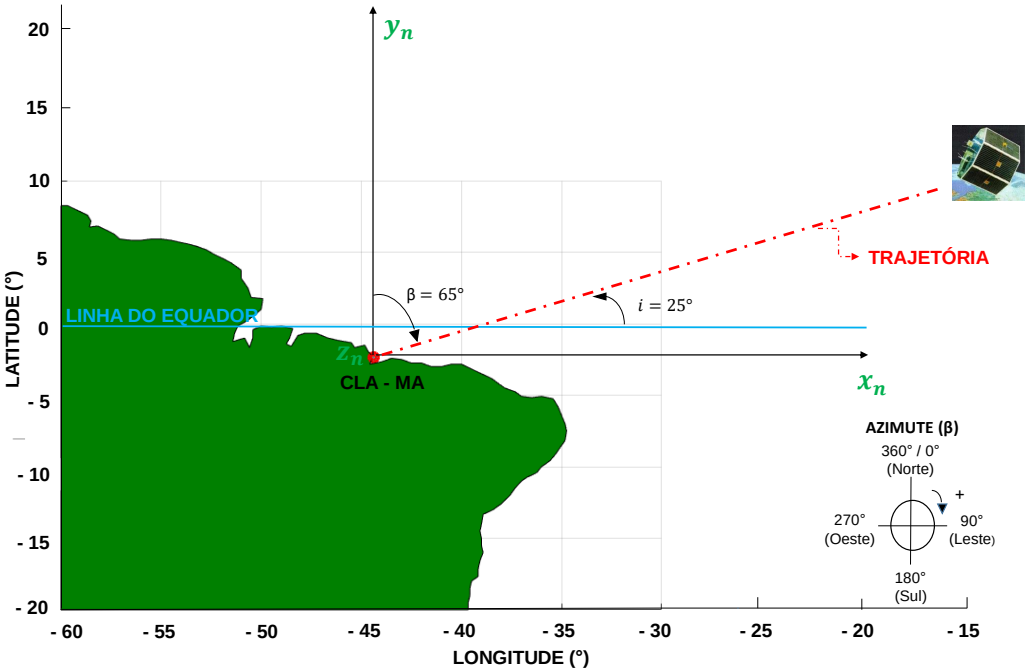
$$\begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}_E = \mathbf{M}_{ENU/ECEF} \begin{bmatrix} \sqrt{\frac{1-{T_z}^2}{2}} \\ \sqrt{\frac{1-{T_z}^2}{2}} \\ T_z \end{bmatrix}_n \tag{4.22}$$

• Direção à órbita do satélite SCD1

Conforme mostrado na Figura 4.10 o plano orbital do SCD-1 é inclinado em 25° com

relação ao equador. Para atingir este valor de inclinação o VLM-1 deve ser lançado com $\beta = 65°$ (sistema inercial).

Figura 4.10 - Esquematização de direcionamento de trajetória para o lés-nordeste do CLA.



Fonte: Rotina gráfica adaptada de Miranda (2012).

Para que o VLM percorra a trajetória desejada a relação necessária entre T_x^n e T_y^n pode ser obtida através da equação de uma reta com coeficiente angular igual a $tg(25°)$.

$$T_y^n = tg(25°)T_x^n \tag{4.23}$$

Ao substituir a equação 4.23 na equação 4.18

$$T_x^n = \sqrt{\frac{1 - (T_z^n)^2}{1 + tg(25°)^2}} \tag{4.24}$$

Logo, os versores de empuxo expressos no sistema local são transformados para o

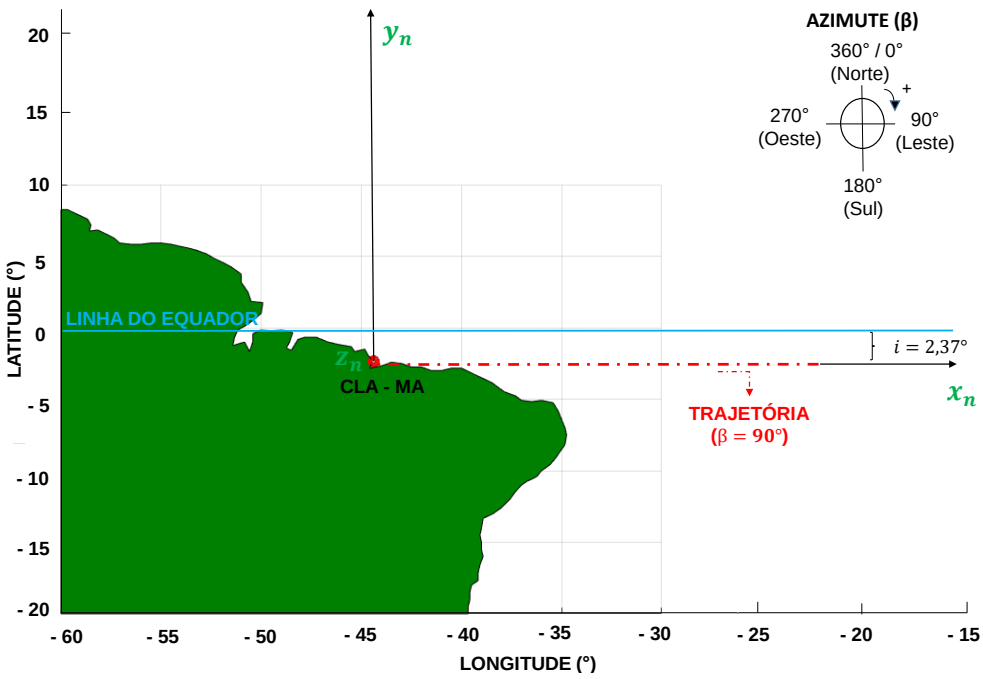
sistema girante conforme a equação 4.25.

$$\begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}_E = \mathbf{M}_{ENU/ECEF} \begin{bmatrix} \sqrt{\dfrac{1-T_z^2}{tg(25°)^2+1}} \\ tg(25°)\sqrt{\dfrac{1-T_z^2}{tg(25°)^2+1}} \\ T_z \end{bmatrix}_n \tag{4.25}$$

• Direção Leste

Considera-se o caso em que consiste lançar o VLM a leste do CLA ($\beta = 90°$). Neste caso, o vetor empuxo deve ser referenciado no plano formado pelas coordenadas x_n e z_n do sistema local. Desta forma a trajetória seguirá para o leste conforme mostrado na Figura 4.11.

Figura 4.11 - Esquematização de direcionamento de trajetória para o leste do CLA.



Fonte: Rotina gráfica adaptada de Miranda (2012).

É preciso relacionar as componentes T_x^n e T_z^n ao passo que T_y^n deve ser feito nulo. Assim, recorrendo a 4.18, temos que:

$$T_x^n = \sqrt{1 - (T_z^n)^2} \tag{4.26}$$

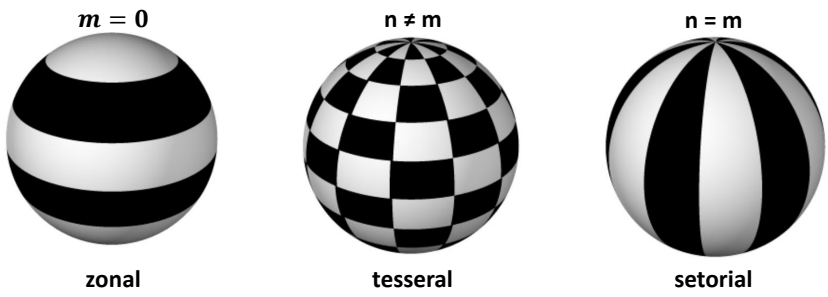
Por fim, transforma-se essa trinca de versores para o sistema de coordenadas a qual a integração está sendo realizada através da equação 4.27.

$$\begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_Z \end{bmatrix}_E = \mathbf{M}_{ENU/ECEF} \begin{bmatrix} \sqrt{1 - T_z^2} \\ 0 \\ T_z \end{bmatrix}_n \tag{4.27}$$

4.5 Perturbação do geopotencial

A Terra não é uma esfera perfeita. Devido ao seu movimento de rotação e a atração gravitacional exercida por outros corpos celestes (principalmente da Lua e Sol) sua distribuição de massa é irregular fazendo com que sua forma seja geoidal. Para solucionar este problema foi desenvolvida a Teoria do Potencial a qual se faz uso de funções harmônicas. Conforme mostrado na Figura 4.12 os harmônicos são classificados em tesserais, zonais e setoriais.

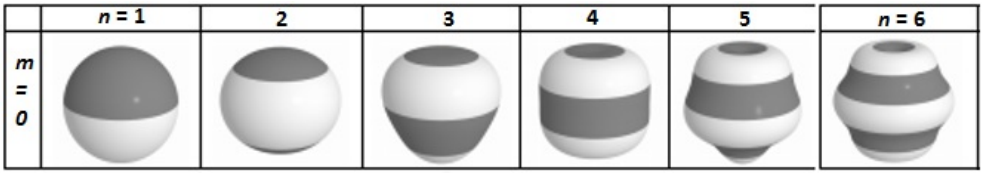
Figura 4.12 - Classificação dos harmônicos.



Fonte: Kuga et al. (2011).

A influência dos seis primeiros harmônicos zonais na geometria do planeta pode ser constatada na Figura 4.13.

Figura 4.13 - Efeito dos seis primeiros harmônicos zonais na forma geométrica da Terra.



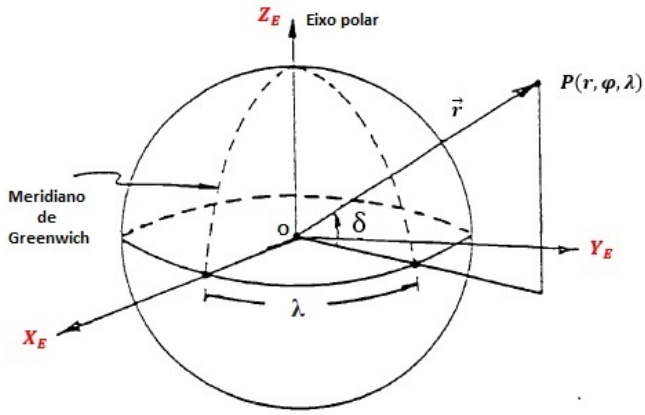
Fonte: Kuga et al. (2011).

A função potencial em coordenadas polares para qualquer ponto do espaço é mostrada na Figura 4.14. Segundo Blitzer (1965) e Chobotov (2002) esta função é expressada como sendo:

$$V(z,r) = \\ -\frac{\mu}{r}\left[1 - \sum_{n=2}^{\infty} J_n \left(\frac{R_T}{r}\right)^n P_n(sen\delta) + \sum_{n=2}^{\infty}\sum_{m=1}^{n} J_{nm}\left(\frac{R_T}{r}\right)^n P_{nm}(sen\delta)cosm(\lambda - \lambda_{nm})\right], \tag{4.28}$$

sendo r é a distância geocêntrica, δ a latitude geocêntrica, λ a longitude, $\mu = GM_T$ é o parâmetro gravitacional terrestre, R_T é o raio equatorial médio da Terra, P_{nm} o polinômio de Legendre de grau n e ordem m, J_{nm} os coeficientes harmônicos, λ_{nm} é a longitude de equilíbrio para J_{nm}, P_n o polinômio de Legendre de grau n e ordem zero e $J_n = J_{n0}$.

Figura 4.14 - Função geopotencial para um dado ponto P em coordenadas esféricas.



Fonte: Adaptada de Chobotov (2002).

Pela Figura 4.14 notas-se ainda que $sen\delta = r_Z/r$. Devido a proximidade do CLA com a região equatorial foi considerada em todas as simulações deste trabalho a expansão até o sexto harmônico zonal, J_6 (BATE et al., 1971). Contudo, na maioria dos estudos de trajetória de veículos lançadores é suficiente considerar apenas os harmônicos zonais ($m = 0$) expandidos até o J_4 (MOOIJ, 1994; PAGANO, 2010; SILVEIRA, 2014; MOTA, 2015). A partir destas considerações a equação 4.28 se torna

$$\begin{aligned} V(r_Z, r) = &- \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{r}\Bigg[J_2 \left(\frac{R_T}{r}\right)^2 P_2\left(\frac{r_Z}{r}\right) \\ &+ J_3 \left(\frac{R_T}{r}\right)^3 P_3\left(\frac{r_Z}{r}\right) \\ &+ J_4 \left(\frac{R_T}{r}\right)^4 P_4\left(\frac{r_Z}{r}\right) \\ &+ J_5 \left(\frac{R_T}{r}\right)^5 P_5\left(\frac{r_Z}{r}\right) \\ &+ J_6 \left(\frac{R_T}{r}\right)^6 P_6\left(\frac{r_Z}{r}\right) \Bigg] \end{aligned} \tag{4.29}$$

No fim da década de 50, a partir de observações realizadas pelos primeiros satélites artificiais, tornou-se possível estimar os harmônicos que compõe o modelo do geoidal terrestre. Com o passar dos anos vários outros satélites foram inseridos em órbitas de diferentes inclinações. Além disso, a gradual sofisticação da instrumentação embarcada permitiu o refinamento dos cálculos destes coeficientes. A Tabela 4.3 apresenta os valores utilizados nas simulações. No Apêndice B são detalhados os passos para obtenção da aceleração da gravidade no sistema de coordenadas girante (ECEF).

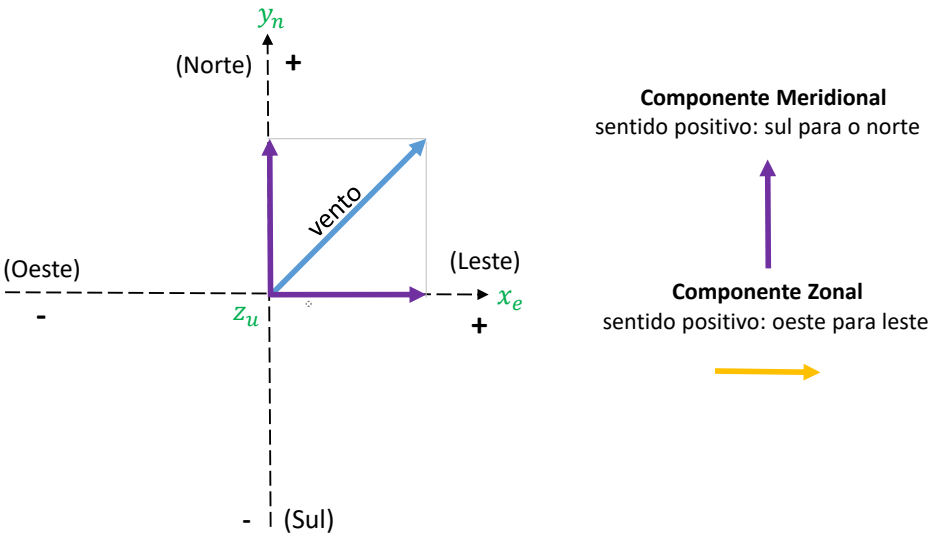
Tabela 4.3 - Seis primeiros harmômicos zonais do geopotencial (LEIMOINE et al., 1998).

Coeficiente	**Valor** (10^{-6})
J_2	$1,082516$
J_3	$-2,532656026$
J_4	$-1,655470$
J_5	$-2,272959251$
J_6	$5,406524138$

4.6 Modelo de vento horizontal

O vetor vento pode ser decomposto em duas componentes, uma zonal e outra meridional. Para determiná-las é necessário conhecer a latitude, longitude, altitude do foguete bem como o dia do ano e hora do lançamento. Na prática são realizados lançamentos simultâneos de radiossondagens minutos antes do lançamento a fim de obter a intensidade e direção do vento (REUTER et al., 2004). Estes dados são incluídos no software de trajetória para que, então, se determine em solo a trajetória nominal a ser perseguida pelo sistema de controle do foguete. A Figura 4.15 apresenta um esquema no sistema de coordenadas local (ENU).

Figura 4.15 - Decomposição do vento horizontal nas componentes zonal e meridional.



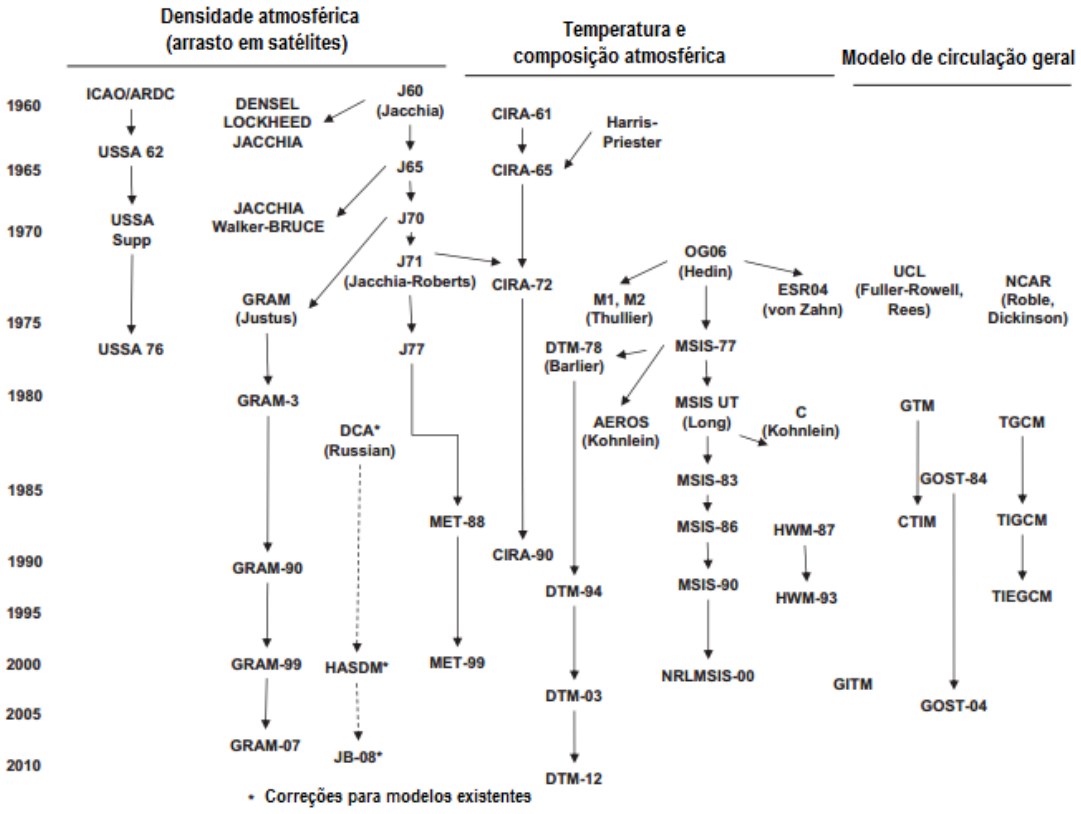
Fonte: Produção do autor.

4.7 Modelo atmosférico

A atmosfera possui muitas propriedades importantes como densidade, temperatura e pressão que afetam a trajetória de um veículo espacial. A densidade determina as forças e momentos aerodinâmicos, a temperatura está associada com a velocidade do som e, a pressão, modula o impulso de um motor foguete. Na década de 1950 muitas medições da atmosfera foram efetuadas por foguetes de sondagem para gerar os primeiros modelos padrões (ZIPFEL, 2007). A Figura 4.16 apresenta a evolução cronológica destes modelos. A rigor, o arrasto total é a soma de várias contribuições,

tais como: arrasto viscoso, de base e de onda (FLEEMAN, 2006). Os coeficientes aerodinâmicos muitas vezes são calculados em softwares de análise aerodinâmica ou obtidos em testes em túnel de vento (SILVEIRA, 2014; MOTA, 2015).

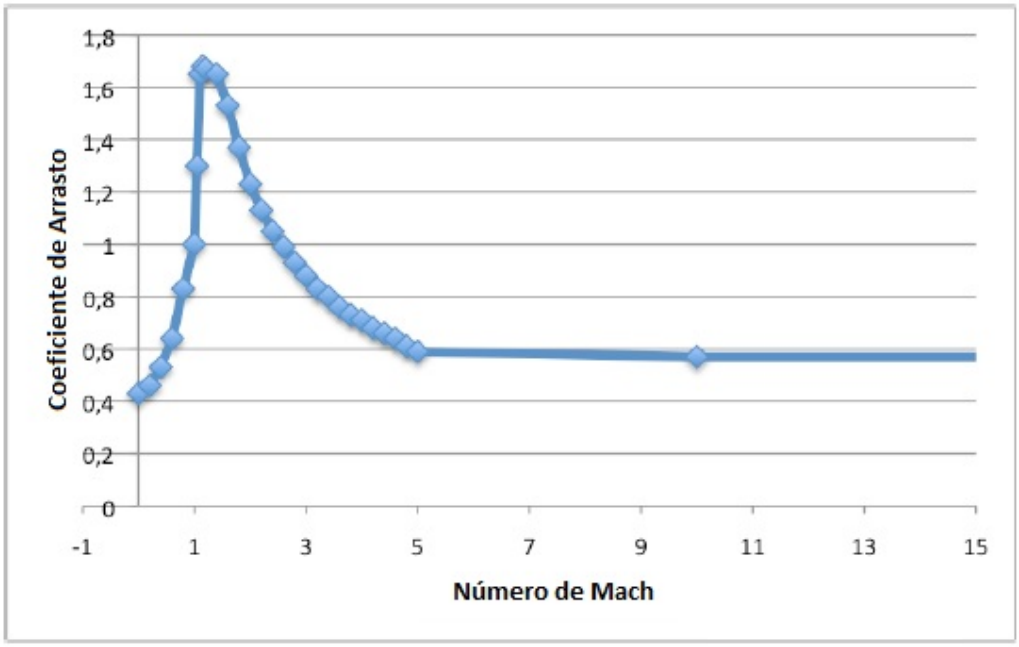
Figura 4.16 - Modelos atmosféricos.



Fonte: Adaptado de Vallado e Finkleman (2014).

A Figura 4.17 apresenta uma típica variação do coeficiente de arrasto em função do número de Mach obtida pelo software ASTOS® (PAGANO, 2010). Este mesmo perfil de curva também pode ser encontrado em (BALL; OSBORNE, 1967). Nota-se que o valor máximo do C_D acontece em regiões de voo transônicas devido a formação de onda de choque. Em altitudes mais elevadas o ar é rarefeito e o escoamento adere a superfície do veículo devido a velocidade hipersônica o que torna o coeficiente praticamente constante. Em primeira análise é razoável considerá-lo constante a fim de facilitar os cálculos. Conforme recomendação da equipe de dinâmica de voo do IAE, foi utilizado $C_D = 0,5$ (MIRANDA, 2012). Foi realizada uma aproximação por mínimos quadrados baseado nas tabelas de (NASA, 1976) para aproximação da densidade ρ até 110 km de altitude.

Figura 4.17 - Coeficiente de arrasto do foguete Ariane 5.



Fonte: Pagano (2010).

4.7.1 A força de arrasto

A força de arrasto atua no centro de massa do veículo e em sentido contrário ao seu movimento. Além dos parâmetros discutidos anteriormente (C_D e ρ) ela depende da área de seção transversal de cada estágio, S_{ref}. Benavoli et al. (2007) defini a aceleração provocada por esta força como sendo

$$a_{arrasto} = \frac{1}{2m}\rho v^2 S_{ref} C_D, \tag{4.30}$$

sendo m e v a massa e velocidade do foguete para um dado instante de tempo e o termo $\rho v^2/2$ a pressão dinâmica.

4.8 A rotação da Terra

As leis de Newton do movimento são válidas somente para sistemas de referência inerciais. Porém, na transformação do sistema inercial para o sistema girante duas parcelas oriundas das derivadas de posição surgem naturalmente (PRADO, 2001).

A primeira delas é denominada de aceleração de Coriolis e, o segunda, aceleração centrífuga, expressas vetorialmente nas equações 4.31 e 4.32, respectivamente.

$$-2\vec{w_{\odot}} \times \vec{v} \tag{4.31}$$

$$-\vec{w_{\odot}} \times (\vec{w_{\odot}} \times \vec{r}) \tag{4.32}$$

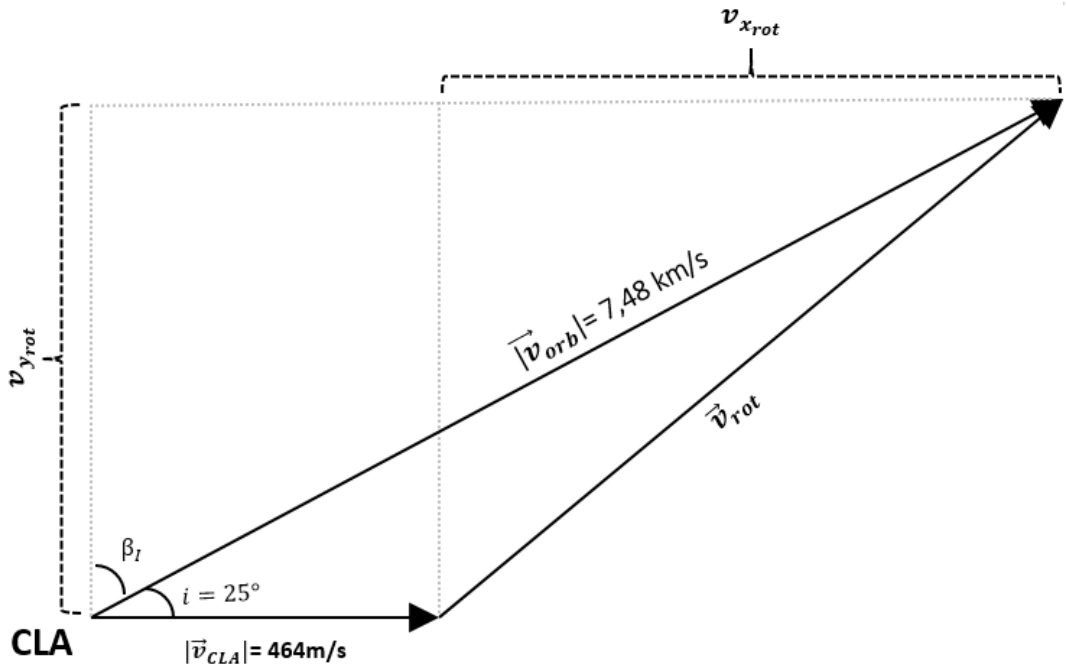
sendo $w_{\odot}$ é a velocidade angular da Terra, $\vec{v}$ o vetor velocidade do veículo e $\vec{r}$ o vetor posição do centro da Terra ao centro de massa do veículo.

4.8.1 A compensação do ângulo de azimute de lançamento

Foi visto na seção 4.1 como se realiza o cálculo do ângulo de azimute, porém, devido a rotação da Terra (equacionamento descrito no sistema ECEF), deve-se ainda compensá-lo no instante do lançamento a fim de atingir a inclinação da órbita desejada. Para isto, será considerado um exemplo.

• Considere que o VLM-1 se encontra no CLA ($\delta = 2,3776°S$) prestes a ser lançado para uma órbita semelhante a que se encontra os satélites da série SCD ($i_i = 25°$, $e_i \approx 0$ e $h = 750\ km$). Ao assumir a órbita como circular, a velocidade é $v_{orb} = 7,48\ km/s$. A Figura 4.18 ilustra a decomposição do vetor velocidade bem como o cálculo do ângulo de azimute corrigido devido a rotação. Para facilitar a análise a Terra é considerada perfeitamente esférica.

Figura 4.18 - Ilustração das componentes do vetor velocidade e equacionamento de correção do ângulo de azimute.



Ângulo de azimute inercial:

$$\beta_I = sen^{-1}\left[\frac{\cos(25°)}{\cos(-2{,}3776°)}\right] = 65{,}11°$$

Componentes e magnitude de v_{rot} observadas no esquema acima.

$$v_{rot_x} = v_{orb}\, sen(\beta_I) - v_{CLA} = (7480\, m/s)\, sen(65{,}11°) - 464\, m/s = 6320{,}6893\, m/s$$

$$v_{rot_y} = v_{orb}\, cos(\beta_I) = 7480\, m/s\, cos(65{,}11°) = 3149{,}3480\, m/s$$

$$v_{rot} = \sqrt{v_{rot_x}^2 + v_{rot_y}^2} = 7061{,}83\, m/s$$

Ângulo de azimute para compensar o movimento de rotação da Terra:

$$\beta_E = tg^{-1}\left[\frac{v_{rot_x}}{v_{rot_y}}\right] = tg^{-1}\left[\frac{6320{,}6893\, m/s}{3149{,}3480\, m/s}\right] \cong 63{,}5°$$

Fonte: Produção do autor.

Portanto, para alcançar órbitas com inclinações de 25°, o ângulo de azimute do VLM-1 no lançamento deve ser corrigido em aproximadamente 1,5° ao norte a fim de compensar a rotação da Terra.

4.9 Equacionamento da dinâmica de veículos lançadores

Na década de 1950 as primeiras linguagens de programação modernas foram concebidas. Este avanço científico possibilitou o desenvolvimento de programas (*softwares*) específicos para simulação de trajetórias de veículos lançadores e, também, de naves espaciais. A Tabela 4.4 mostra algumas características de ferramentas computacionais encontradas na literatura.

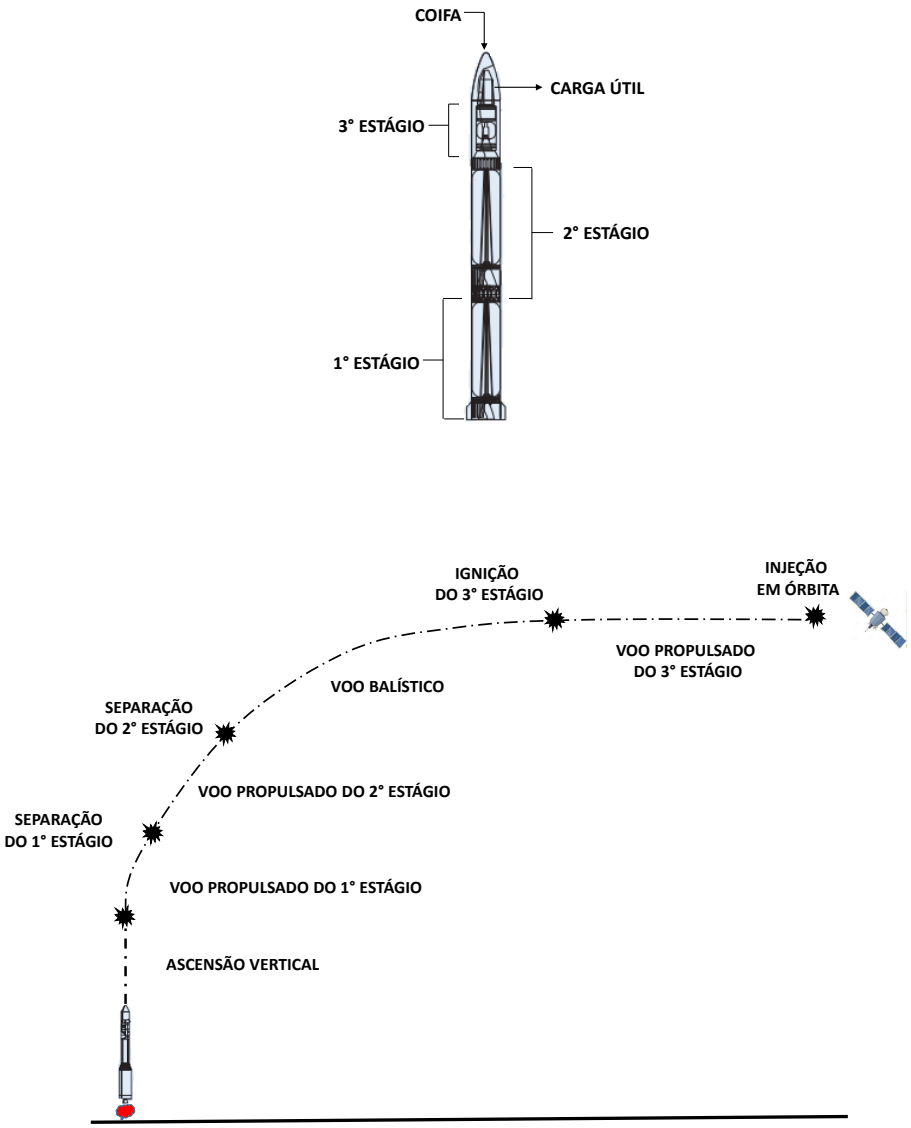
Tabela 4.4 - Comparação entre diferentes simuladores. Adaptada de (SILVEIRA, 2014).

Ferramenta	**Flexibilidade**	**Graus de liberdade**	**Adição de modelos**	**Disponibilidade no IAE**	**País fabricante**
PERFO	Baixa	2	Não	Sim	França
DAB Ascent	Alta	3	Não	Sim	EUA
ROSI	Média	1,3 ou 6	Não	Sim	Alemanha
STVLS	Baixa	6	Não	Sim	Brasil
ASTOS®	Alta	3 ou 6	Não	Sim	Alemanha
POST	Alta	3 ou 6	Sim	Não	EUA
OTIS	Alta	3 ou 6	Sim	Não	EUA
Sim. ESA	Alta	6 ou mais	Sim	Não	Países (ESA)

4.9.1 O modelo translacional

Sabe-se que a velocidade máxima atingida pelo foguete é baixa quando comparada a velocidade da luz e, portanto, os efeitos relativísticos podem ser desprezados (CORNELISSE et al., 1979). A formulação das equações dinâmicas com 3 ou 6 graus de liberdade para determinação da trajetória destes veículos pode ser encontrada em (BALL; OSBORNE, 1967; ETKIN, 1972; CORNELISSE et al., 1979; TEWARI, 2007; BENAVOLI et al., 2007). No entanto, nas simulações deste trabalho, é levado em conta apenas os 3 graus de liberdade associados a translação do centro de massa do VLM-1. A Figura 4.19 mostra a configuração de voo utilizada.

Figura 4.19 - Fases de voo do VLM.



Fonte: Adaptada de Agência Espacial Brasileira (AEB) (2016b).

De acordo com Benavoli et al. (2007), as equações que governam o movimento translacional do centro de massa do veículo durante a queima de cada estágio propulsivo podem ser escritas como sendo

$$
\begin{aligned}
v_X &= \dot{r}_X \\
v_Y &= \dot{r}_Y \\
v_Z &= \dot{r}_Z \\
\dot{v}_X &= \frac{T_j}{m_{ign_j} - \dot{m}_j t_{Q_j}} \left[\frac{T_{X_j}}{\sqrt{T_{X_j}^2 + T_{Y_j}^2 + T_{Z_j}^2}} \right] \\
&- \mu \frac{r_X}{r^3} \left[1 + 3\frac{J_2}{2} \left(\frac{R_T}{r} \right)^2 \left(1 - 5\frac{r_Z^2}{r^2} \right) + 5\frac{J_3}{2} \left(\frac{R_T}{r} \right)^3 \left(3 - 7\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} \right. \\
&- 35\frac{J_4}{8} \left(\frac{R_T}{r} \right)^4 \left(-6\frac{r_Z^2}{r^2} + \frac{3}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4} \right) + 21\frac{J_5}{8} \left(\frac{R_T}{r} \right)^5 \left(-5 - 33\frac{r_Z^4}{r^4} + 30\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} \\
&- \left. 35\frac{J_6}{16} \left(\frac{R_T}{r} \right)^6 \left(27\frac{r_Z^2}{r^2} - 1 + 3003\frac{r_Z^6}{r^6} - 99\frac{r_Z^4}{r^4} \right) \right] \\
&- \frac{\rho(h)}{2m(t)} C_D S_{ref} \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2} v_X + 2\omega_{\odot_Z} v_Y + \omega_{\odot_Z}^2 r_X \\
\dot{v}_Y &= \frac{T_j}{m_{ign_j} - \dot{m}_j t_{Q_j}} \left[\frac{T_{Y_j}}{\sqrt{T_{X_j}^2 + T_{Y_j}^2 + T_{Z_j}^2}} \right] \\
&- \mu \frac{r_Y}{r^3} \left[1 + 3\frac{J_2}{2} \left(\frac{R_T}{r} \right)^2 \left(1 - 5\frac{r_Z^2}{r^2} \right) + 5\frac{J_3}{2} \left(\frac{R_T}{r} \right)^3 \left(3 - 7\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} \right. \\
&- 35\frac{J_4}{8} \left(\frac{R_T}{r} \right)^4 \left(-6\frac{r_Z^2}{r^2} + \frac{3}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4} \right) + 21\frac{J_5}{8} \left(\frac{R_T}{r} \right)^5 \left(-5 - 33\frac{r_Z^4}{r^4} + 30\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} \\
&- \left. 35\frac{J_6}{16} \left(\frac{R_T}{r} \right)^6 \left(27\frac{r_Z^2}{r^2} - 1 + 3003\frac{r_Z^6}{r^6} - 99\frac{r_Z^4}{r^4} \right) \right] \\
&- \frac{\rho(h)}{2m(t)} C_D S_{ref} \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2} v_Y - 2\omega_{\odot_Z} v_X + \omega_{\odot_Z}^2 r_Y \\
\dot{v}_Z &= \frac{T_j}{m_{ign_j} - \dot{m}_j t_{Q_j}} \left[\frac{T_{Z_j}}{\sqrt{T_{X_j}^2 + T_{Y_j}^2 + T_{Z_j}^2}} \right] \\
&- \mu \frac{r_Z}{r^2} \left[1 + 3\frac{J_2}{2} \left(\frac{R_T}{r} \right)^2 \left(3 - 5\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} + 5\frac{J_3}{2} \left(\frac{R_T}{r} \right)^3 \left(6\frac{r_Z^2}{r^2} - \frac{3}{5} - \frac{7r_Z^4}{r^4} \right) \right. \\
&- 35\frac{J_4}{8} \left(\frac{R_T}{r} \right)^4 \left(\frac{15}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4} - 10\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} + 21\frac{J_5}{8} \left(\frac{R_T}{r} \right)^5 \left(-15\frac{r_Z^2}{r^2} + 1 - 33\frac{r_Z^6}{r^6} + 45\frac{r_Z^4}{r^4} \right) \\
&- \left. 35\frac{J_6}{16} \left(\frac{R_T}{r} \right)^6 \left(-7 + 429\frac{r_Z^6}{5r^6} - 693\frac{r_Z^4}{5r^4} + 63\frac{r_Z^2}{r^2} \right) \frac{r_Z}{r} \right] \\
&- \frac{\rho(h)}{2m(t)} C_D S_{ref} \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2} v_Z \\
j &= 1, 2, 3
\end{aligned}
\tag{4.33}
$$

Na fase balística o voo é livre (sem empuxo). Desta forma as equações tornam-se

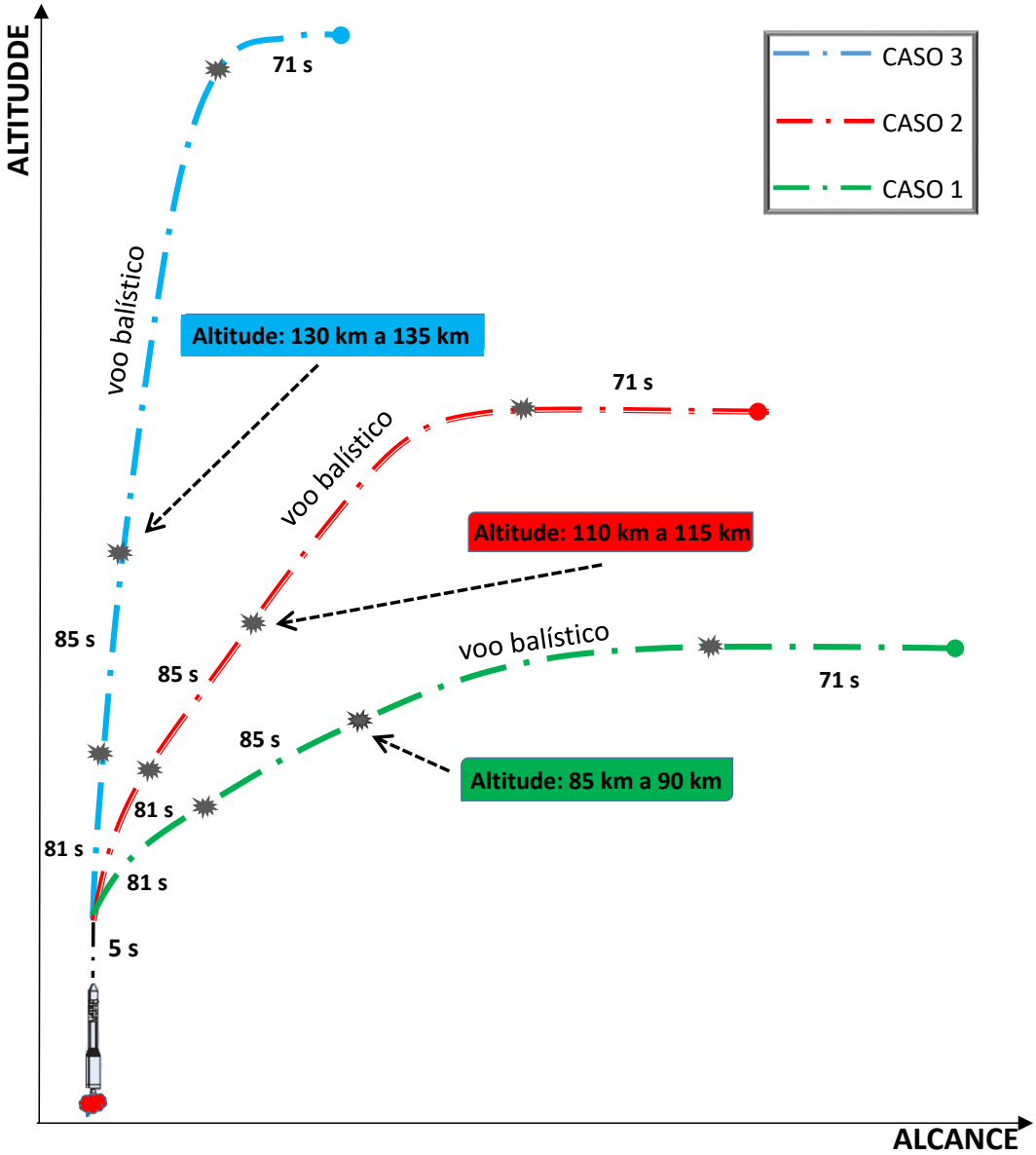
$$
\begin{aligned}
v_X &= \dot{r}_X \\
v_Y &= \dot{r}_Y \\
v_Z &= \dot{r}_Z \\
\dot{v}_X &= -\mu \frac{r_X}{r^3} \Bigg[1 + 3\frac{J_2}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left(1 - 5\frac{r_Z^2}{r^2}\right) + 5\frac{J_3}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^3 \left(3 - 7\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
&- 35\frac{J_4}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^4 \left(-6\frac{r_Z^2}{r^2} + \frac{3}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4}\right) + 21\frac{J_5}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^5 \left(-5 - 33\frac{r_Z^4}{r^4} + 30\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
&- 35\frac{J_6}{16}\left(\frac{R_T}{r}\right)^6 \left(27\frac{r_Z^2}{r^2} - 1 + 3003\frac{r_Z^6}{r^6} - 99\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \Bigg] \\
&- \frac{\rho(h)}{2m(t)} C_D S_{ref} \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2}\, v_X + 2\omega_{\odot_Z} v_Y + \omega_{\odot_Z}^2 r_X \\
\dot{v}_Y &= -\mu \frac{r_Y}{r^3} \Bigg[1 + 3\frac{J_2}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left(1 - 5\frac{r_Z^2}{r^2}\right) + 5\frac{J_3}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^3 \left(3 - 7\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
&- 35\frac{J_4}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^4 \left(-6\frac{r_Z^2}{r^2} + \frac{3}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4}\right) + 21\frac{J_5}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^5 \left(-5 - 33\frac{r_Z^4}{r^4} + 30\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
&- 35\frac{J_6}{16}\left(\frac{R_T}{r}\right)^6 \left(27\frac{r_Z^2}{r^2} - 1 + 3003\frac{r_Z^6}{r^6} - 99\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \Bigg] \\
&- \frac{\rho(h)}{2m(t)} C_D S_{ref} \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2}\, v_Y - 2\omega_{\odot_Z} v_X + \omega_{\odot_Z}^2 r_Y \\
\dot{v}_Z &= -\mu \frac{r_Z}{r^2} \Bigg[1 + 3\frac{J_2}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left(3 - 5\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} + 5\frac{J_3}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^3 \left(6\frac{r_Z^2}{r^2} - \frac{3}{5} - \frac{7r_Z^4}{r^4}\right) \\
&- 35\frac{J_4}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^4 \left(\frac{15}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4} - 10\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} + 21\frac{J_5}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^5 \left(-15\frac{r_Z^2}{r^2} + 1 - 33\frac{r_Z^6}{r^6} + 45\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \\
&- 35\frac{J_6}{16}\left(\frac{R_T}{r}\right)^6 \left(-7 + 429\frac{r_Z^6}{5r^6} - 693\frac{r_Z^4}{5r^4} + 63\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \Bigg] \\
&- \frac{\rho(h)}{2m(t)} C_D S_{ref} \sqrt{v_X^2 + v_Y^2 + v_Z^2}\, v_Z
\end{aligned}
\tag{4.34}
$$

4.9.2 Restrições dinâmicas e hipóteses simplificadoras do problema

Nenhum método de otimização específico foi implementado. O intuito deste trabalho não é achar uma solução pontual mas, sim, analisar a influência dos parâmetros de voo do foguete nos elementos orbitais da órbita de injeção. A alternativa encontrada foi a de incluir restrições no algoritmo de cálculo da trajetória a fim de definir uma métrica para efetuar estudos comparativos entre algumas condições de voo. A Figura 4.20 ilustra os três casos de estudo. No primeiro deles o fim da queima do segundo estágio acontece entre 85 e 90 km. No segundo, entre 110 e 115 km e, no terceiro, na faixa de altitude de 130 e 135 km. Outras restrições foram aplicadas em todos eles e estão listadas abaixo.

- A integração é feita em blocos, isto é, cada fase de voo é simulada separadamente e de modo sequencial conforme a configuração do VLM-1.
- O tempo de queima do primeiro estágio totaliza 85 s na qual os cinco primeiros correspondem a fase de ascensão vertical;
- A trajetória do primeiro estágio é sempre a de máxima altitude entre 9 e 12 km de alcance;
- O tempo de queima do segundo estágio também totaliza 85 s;
- O tempo de queima do terceiro estágio totaliza 71 s;
- A massa da coifa é sempre descontada a 105 km de altitude;
- A trajetória do terceiro estágio é sempre a de máximo alcance independentemente do tempo de voo balístico considerado;
- No momento da injeção em órbita a velocidade de ascensão vertical (eixo z_n - ENU) do centro de massa do veículo é sempre inferior a 2 m/s;
- O ângulo de trajetória no momento da injeção em órbita é mantido inferior a 0,01° (BATE et al., 1971; ZHANG, 2006);
- Coeficiente de arrasto é considerado constante e igual a 0,5 (MIRANDA, 2012);
- A aceleração da gravidade é calculada levando em consideração os seis primeiros harmônicos zonais;

Figura 4.20 - Restrições dinâmicas impostas na altitude do segundo estágio para determinação da trajetória do VLM-1.

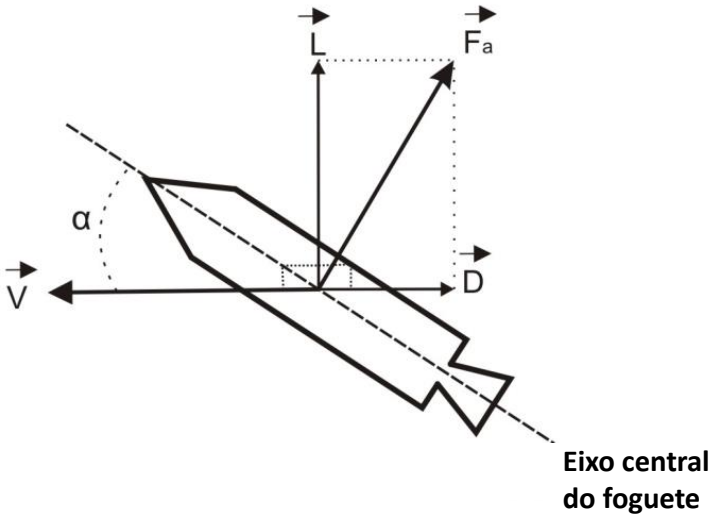


Fonte: Produção do autor.

O modelo de vento apresentado na seção 4.6 foi desconsiderado nas simulações por três motivos. O primeiro deles refere-se ao uso de apenas três graus de liberdade na modelagem do veículo, ou seja, o estudo resume-se no movimento de translação de seu centro de massa. Caso também fosse levado em conta seu movimento de rotação haveria a necessidade de se modelar outras forças tal como a sustentação ($\vec{L}$) e o arrasto ($\vec{D}$). A primeira delas depende do coeficiente de sustentação (C_L) o qual varia

em função do ângulo formado entre o eixo longitudinal do veículo e o vento relativo, denominado ângulo de ataque (α). Já o arrasto está associado principalmente a geometria do veículo e a velocidade a qual se encontra o escoamento (TEWARI, 2007; FLEEMAN, 2006). A Figura 4.21 apresenta um diagrama destas forças agindo no centro aerodinâmico do foguete ao percorrer sua trajetória.
A não inclusão dos ventos horizontais nos cálculos também está associada ao fato de que para o modelo considerado (três graus de liberdade) a variação no alcance e altitude se manteve abaixo de 1 %.

Figura 4.21 - Forças Aerodinâmicas.



Fonte: Adaptada de Piñeros (2012).

A queima ininterrupta dos estágios é uma restrição muito forte para o VLM-1 e VLS v01. Desta forma, a fase de voo balística tem duração na ordem de minutos e possui papel relevante no problema de otimização (MIRANDA, 2012; SILVEIRA, 2014; SOUZA, 2015; MOTA, 2015). Além disso, a manobra de mudança de guinada (*dog-leg*) pode ser utilizada pelo último estágio do lançador não somente para imprimir velocidade orbital, mas também, fazer a devida correção para a latitude 0° da órbita equatorial. Contudo, esta manobra demanda alto gasto energético penalizando a máxima carga útil transportada (MIRANDA, 2012). Portanto, ela não foi abordada neste trabalho.

5 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA II: TRANSFERÊNCIA ORBITAL

Este capítulo é dividido basicamente em duas seções. A seção 5.1 faz uma breve apresentação dos satélites SCD-1 e SCD-2 citando suas principais características de projeto, os parâmetros da missão de lançamento e os elementos orbitais na injeção. Na seção 5.2 é exposto o equacionamento das manobras bi-impulsivas para uma eventual correção de semi-eixo maior e excentricidade da órbita a qual o microssatélite foi inserido.

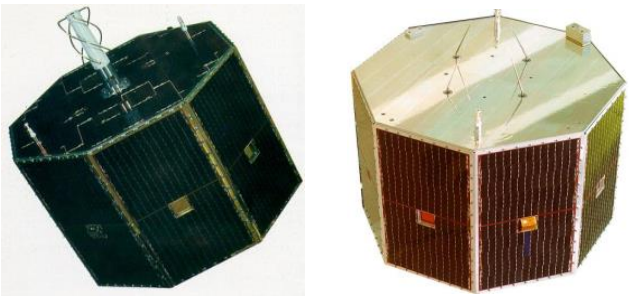
5.1 Sistema brasileiro de coleta de dados ambientais (SBCDA)

O Sistema Brasileiro de Coleta de Dados Ambientais (SBCDA) é constituído não somente pela constelação de satélites SCD-1 e SCD-2, mas como também, pelas Estações de Recepção de Cuiabá e de Alcântara, pelo centro de Missão de Coleta de Dados (SINDA) em Natal - RN e pelas diversas Plataformas de Coleta de Dados (PCDs) espalhadas pelo território nacional. Este sistema de coleta de dados vem oferecendo serviços para diversas organizações usuárias no Brasil e no exterior desde 1993 (SILVA et al., 2013).

5.1.1 Especificações dos satélites da série SCD

O satélite SCD-2 tinha a mesma geometria do SCD-1, ou seja, um prisma ortogonal de $0,7$ m de altura cuja base se encaixa dentro de um círculo de 1 m de diâmetro. Ambos possuem as faces laterais recobertas por painéis solares (SCD-1 também havia em uma face superior). Na Figura 5.1 é possível observar algumas destas características.

Figura 5.1 - Satélites de coleta de dados.



(a) SCD-1 (b) SCD-2

Fonte: Orlando e Kuga (2007).

Porém, as principais diferenças encontram-se no sistema de controle de atitude. Para satisfazer a precisão no alinhamento do eixo de rotação do SCD-2 algoritmos mais avançados tiveram que ser desenvolvidos. Além disso, para reduzir a rigidez giroscópica às mudanças de atitude desse eixo foi adotado um valor nominal de rotação baixo (±32 rpm) (ORLANDO et al., 1998).

Tabela 5.1 - Principais especificações dos satélites SCD-1 e SCD-2.

Parâmetros	**SCD-1**	**SCD-2**
Massa	115 kg	117 kg
Dimensões	Diâmetro da base: 100 cm Altura: 80 cm	Diâmetro da base: 100 cm Altura: 80 cm
Estabilização	0 rpm a 120 rpm (sem crontrole)	34 rpm (controle ativo)
Órbita	Circular: 750 km Inclinação: 25° Revoluções/dia: 14	Circular: 750 km Inclinação: 25° Revoluções/dia: 14
Telemetria, rastreio e controle	Banda S, padrão ESA	Banda S, padrão ESA
Sensores de atitude	2 sensores solares 1 magnetômetro	2 sensores solares 1 magnetômetro
Vida útil nominal	1 ano	2 anos
Carga útil experimental	Computador de Bordo e Experimento célula solar	Roda de Reação e Experimento célula solar

5.1.2 O sistema de lançamento

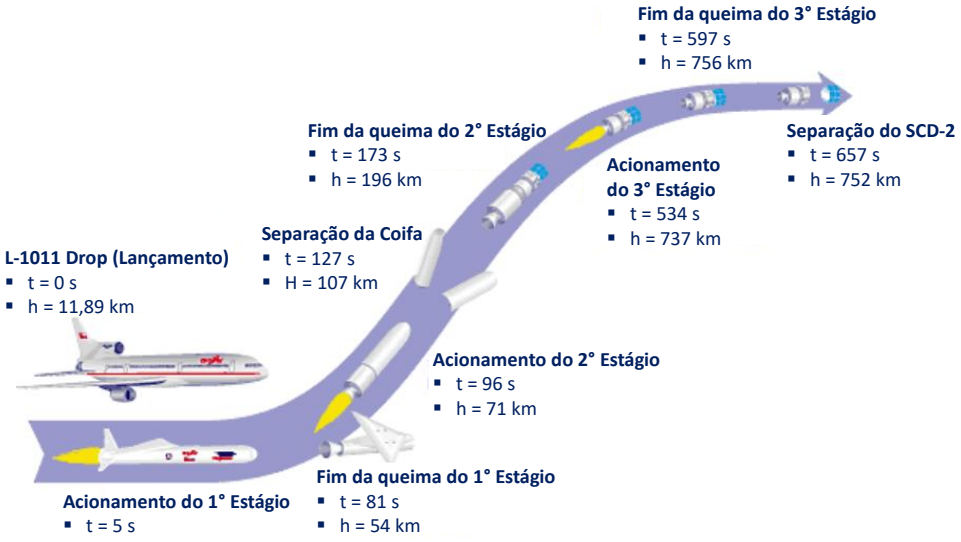
Em meados de 1992, o INPE contratou a empresa americana Orbital Sciences Corporation (OSC) para lançar o SCD-1 por meio do foguete Pegasus. Seu lançamento foi efetuado em 9 de fevereiro de 1993. A Tabela 5.2 contém os parâmetros nominais e reais da órbita de injeção (e final). O segundo satélite da série (SCD2) é similar ao SCD-2A perdido devido uma falha ocorrida no VLS-v01.

Tabela 5.2 - Parâmetros da órbita de injeção do SCD-1 (KUGA; KONDAPALLI, 1993).

Parâmetros	**Nominal**	**Determinado**
a (km)	7132,06	7138,80
e (km)	0,0018	0,0039
i (°)	25	24,96
Ω (°)	185,42	186,17
ω (°)	284,76	351,51
M (°)	191,72	125,02
λ (° E)	303,81	305,04
ϕ (° N)	22,34	22,21
H (° km)	769,24	779,76

Este sistema de lançamento é muito peculiar pois o foguete é inicialmente fixado sob a asa de um avião B-52 adaptado especialmente para este fim. Quando a aeronave atinge o ponto de liberação do Pegasus, este cai livremente por um período de 5 s. Em seguida, é acionado o primeiro estágio o qual controla o veículo através de um sistema de aletas. Já o segundo e terceiro estágios são controlados por um sistema de vetoração de empuxo (TVC). De acordo com a Figura 5.2, há uma fase de voo livre de mais de 350 s entre o fim da queima do segundo estágio e acionamento do terceiro estágio.

Figura 5.2 - Perfil da missão de lançamento do SCD-2.

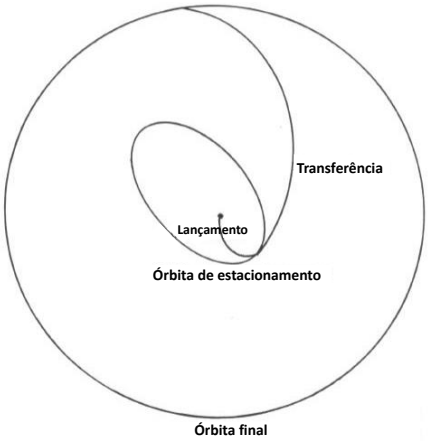


Fonte: Adaptada de Orlando e Kuga (2007).

5.2 Visão geral: tipos de manobras

São necessários três tipos básicos de manobras para colocação e manutenção de um satélite em sua órbita nominal uma vez que, geralmente, o veículo lançador insere o satélite em uma órbita inicial de estacionamento (baixa altitude). A partir daí, para se elevar até sua órbita final, o satélite deve utilizar recursos próprios.

Figura 5.3 - Etapas para colocar um satélite em órbita.



Fonte: Prado (1989).

Segundo Prado (1989), a rigor, à primeira manobra consiste em inserir o satélite em uma órbita próxima da nominal. Para isto, deve-se alterar alguns ou todos os elementos orbitais. A segunda parte da missão consiste em aplicar pequenos impulsos para alteração de semi-eixo maior, excentricidade ou mesmo inclinação até que a órbita nominal seja satisfatoriamente atingida. Por fim, devido a ação de forças e torques perturbadores provenientes principalmente do arrasto atmosférico, não-esfericidade da Terra, influências gravitacionais de outros corpos (Lua e Sol) e pressão de radiação solar a órbita se desvia lentamente da nominal e de, tempos em tempos, se faz necessária a execução de manobras de correção (NETO, 2016). Esta última fase durará enquanto o satélite ainda dispõe de combustível.

5.2.1 A equação vis-viva

Em mecânica celeste a equação 5.1 é denominada $vis - viva$ e pode ser encontrada em (CHOBOTOV, 2002; CURTIS, 2010). No problema dos dois corpos ela relaciona para um dado instante a distância do corpo ao foco e a sua velocidade. Além disso, em órbitas keplerianas, esta equação se escreve quando o corpo orbitante tem massa desprezível em relação ao corpo central.

$$\frac{v_{orb}^2}{2} - \frac{\mu}{r_{orb}} = \epsilon, \tag{5.1}$$

em que v_{orb} é a velocidade, r_{orb} a distância ao foco, μ o parâmetro gravitacional e ϵ a energia específica da órbita.

A Tabela 5.3 apresenta o tipo de cônica, sua excentricidade e energia mecânica específica correspondentes.

Tabela 5.3 - Energia mecânica específica (CURTIS, 2010).

Órbita	**Excentricidade**	**Energia Mecânica Específica**
Circular	0	$-\frac{\mu}{2r_c}$
Elíptica	$0 < e < 1$	$-\frac{\mu}{2a}$
Parabólica	1	0
Hiperbólica	> 1	$\frac{\mu}{2a}$

O raio do apogeu e do perigeu pode ser obtido em coordenadas polares a partir da equação das cônicas. Para o caso circular $r_a = r_p = r_c$.

$$r_a = (1 + e)a \tag{5.2}$$

$$r_p = (1 - e)a \tag{5.3}$$

Ao considerar as equações 5.1, 5.2 e 5.3 pode-se determinar a norma da velocidade no perigeu e apogeu da órbita. No caso circular, $v_c = \sqrt{\mu r_c^{-1}}$.

$$v_p = \sqrt{\frac{\mu}{a}\left(\frac{1+e}{1-e}\right)} \tag{5.4}$$

$$v_a = \sqrt{\frac{\mu}{a}\left(\frac{1-e}{1+e}\right)} \tag{5.5}$$

Com as equações 5.5 e 5.4 determina-se os impulsos das manobras. Este procedimento é mostrado com mais detalhes nas seções 5.2.3 e 5.2.5.

5.2.2 A equação do foguete

O motor foguete é uma máquina que expele gás em um bocal a alta velocidade fazendo com que o veículo ligado a ele se mova na direção oposta. Isaac Newton definiu matematicamente essa troca de "*momentum*" em 1687. Contudo, a conservação da quantidade de movimento aplicado a um foguete só foi realizada em 1903 pelo visionário e cientista russo Konstantin Tsiolkovsky. A equação determinada por ele contém três variáveis e é definida como sendo

$$\Delta m_{comb} = m_{sat}\left[1 - e^{\frac{-\Delta V}{I_{sp} g_0}}\right]. \tag{5.6}$$

Deve-se definir um ponto de partida e outro de chegada. No caso deste trabalho, o início e o fim da órbita de transferência, respectivamente. A variação de velocidade necessária (ΔV) para efetuar a manobra é obtida através das equações 5.4 e 5.5. A Tabela 5.4 lista o custo energético aproximado dado em termos de velocidade. É assumido condições ideais, isto é, sem perdas devido ao arrasto ou na combustão.

Tabela 5.4 - Variações de velocidade para cumprimento de algumas missões (NATIONAL AGENCY SPACE ADMINISTRATION (NASA), 2012).

Destino	**Custo energético (km/s)**
Superfície da Terra para órbita da Terra	8
Órbita da Terra para: pontos lagrangianos órbita lunar baixa	3,5 4,1
Órbita da Terra para asteróides próximos a Terra	> 4
Órbita da Terra para superfície da Lua	6
Órbita da Terra para superfície de Marte	8

Em seguida, escolhe-se o tipo de propulsor disponível especificando a energia disponível. Atualmente, todos os motores foguetes empregáveis usam reações químicas, ou seja, realizam a combustão entre um combustível e um oxidante. Porém, estas reações possuem um limite energético que está associado ao parâmetro de desempenho I_{sp}. A Tabela 5.5 especifica este parâmetro para alguns tipos de propelentes.

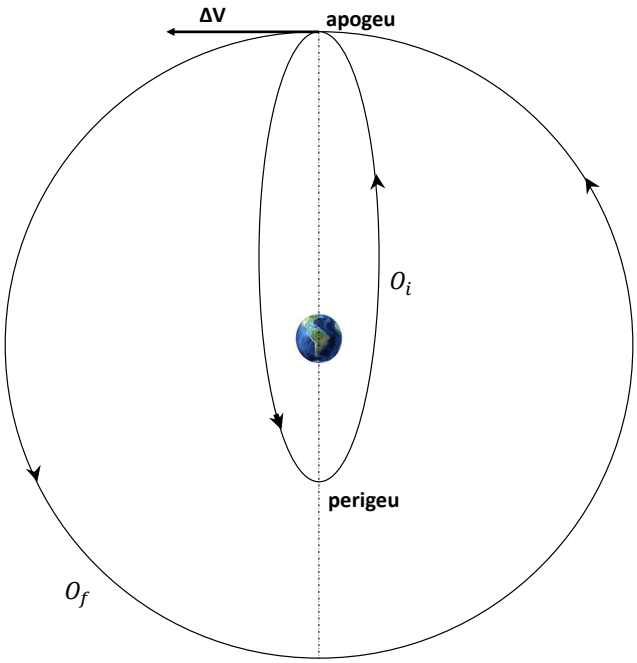
Tabela 5.5 - Alguns impulsos específicos típicos (CURTIS, 2010).

Propelente	$I_{sp}(s)$
Gas frio	50
Hidrazina	230
Propelente sólido	290
Ácido nítrico/monometilhidrazina	310
Oxigênio líquido / Hidrogênio líquido	455
Propulsão iônica	> 3000

5.2.3 Manobra de único impulso no apogeu

Este é o tipo de manobra mais simples cujo objetivo é elevar o perigeu da órbita de injeção. Para isto um impulso tangencial é dado no apogeu uma vez que este é o ponto de menor velocidade de uma órbita elíptica.

Figura 5.4 - Manobra de único impulso no apogeu.



Fonte: Produção do autor.

Pelas equações 5.7 e 5.8 calcula-se às velocidades no apogeu da órbita de injeção e da órbita final (circular), nesta ordem.

$$v_{a_{\odot i}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot i}}\left(\frac{1 - e_{\odot i}}{1 + e_{\odot i}}\right)} \tag{5.7}$$

$$v_{c_{\odot f}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{c_{\odot f}}}} \tag{5.8}$$

Desta forma, o acréscimo de velocidade pode ser obtido através da equação 5.9.

$$\begin{aligned} \Delta V_{TOT_{\odot ui}} &= v_{c_{\odot f}} - v_{a_{\odot i}} \\ &= \sqrt{\frac{\mu}{r_{c_{\odot f}}}} - \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot i}}\left(\frac{1 - e_{\odot i}}{1 + e_{\odot i}}\right)} \end{aligned} \tag{5.9}$$

5.2.4 Transferência de Hohmann

Obtida por Hohmann (1925) é encontrada na literatura como "*Transferência de Hohmann*". Ela estuda o caso de uma transferência bi-impulsiva entre duas órbitas circulares, coplanares e confocais de tempo livre. A elipse de transferência possui perigeu coincidente com a órbita inicial e apogeu coincidente com a órbita final. Os impulsos são tangencias a estes pontos e aplicados na direção do movimento. Marec (1979) discute algumas particularidades e Barrar (1963) faz a demonstração analítica comprovando que esta transferência é ótima. Um esquema geral é apresentado na Figura 5.5.

A velocidade da órbita inicial (circular) pode ser escrita conforme a equação 5.10.

$$v_{c_{\odot i}} = \sqrt{\frac{\mu}{r_{c_{\odot i}}}} \tag{5.10}$$

As equações 5.11, 5.12, 5.13 e 5.14 fazem referência ao semi-eixo maior, excentricidade, velocidade no perigeu e apogeu da órbita de transferência, nesta ordem.

$$a_{\odot t} = \frac{r_{c_{\odot i}} + r_{c_{\odot f}}}{2} \tag{5.11}$$

$$e_{\odot t} = \frac{r_{c_{\odot f}} - r_{c_{\odot i}}}{r_{c_{\odot f}} + r_{c_{\odot i}}} \tag{5.12}$$

$$v_{p_{\odot t}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}}\left(\frac{1+e_{\odot t}}{1-e_{\odot t}}\right)} \tag{5.13}$$

$$v_{a_{\odot t}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}}\left(\frac{1-e_{\odot t}}{1+e_{\odot t}}\right)} \tag{5.14}$$

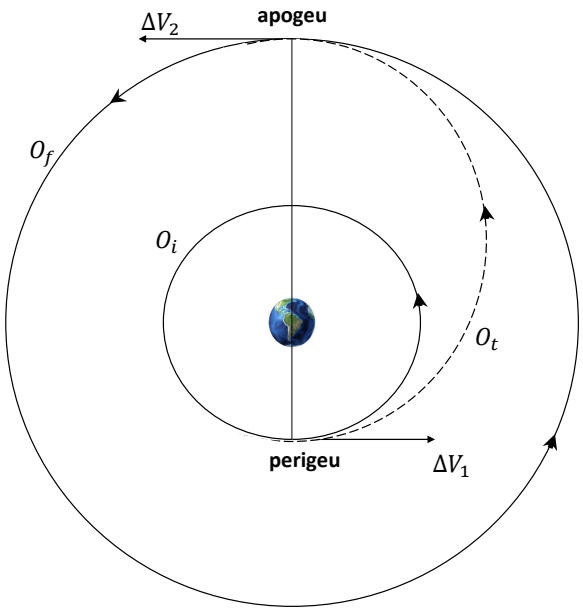
A velocidade da órbita final (circular) pode ser obtida conforme equação 5.8. Assim, o incremento de velocidade total para realizar a transferência é

$$\begin{aligned} \Delta V_{TOT_{\odot c}} &= |v_{p_{\odot t}} - v_{c_{\odot i}}| + |v_{c_{\odot f}} - v_{a_{\odot t}}| \\ &= \left(\sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}}\left(\frac{1+e_{\odot t}}{1-e_{\odot t}}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{r_{c_{\odot i}}}}\right) \\ &+ \left(\sqrt{\frac{\mu}{r_{c_{\odot f}}}} - \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}}\left(\frac{1-e_{\odot t}}{1+e_{\odot t}}\right)}\right). \end{aligned} \tag{5.15}$$

Além disso, o tempo de transferência é dado por

$$t_{hoh} = \frac{\pi(r_{c_{\odot i}} + r_{c_{\odot f}})^{3/2}}{2\sqrt{2}\sqrt{\mu}}. \tag{5.16}$$

Figura 5.5 - Transferência clássica de Hohmann.

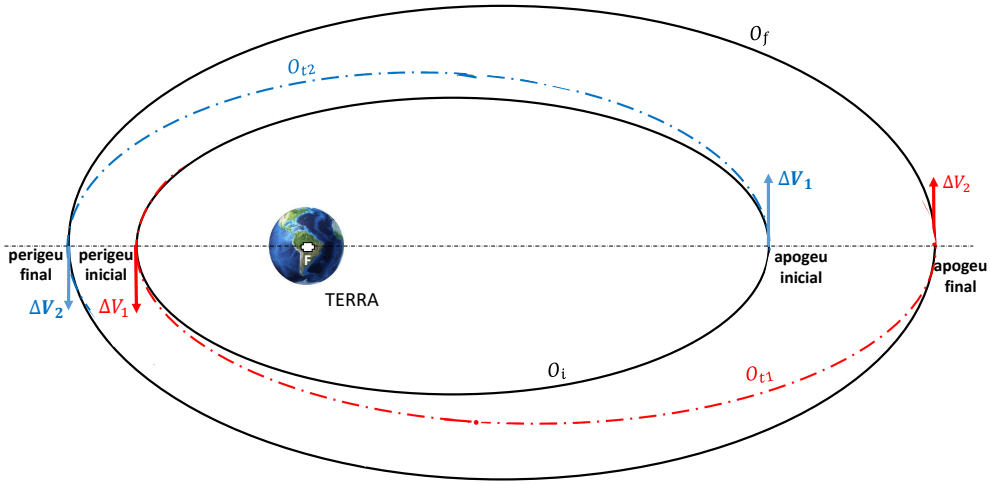


Fonte: Produção do autor.

5.2.5 Transferência entre órbitas elípticas coplanares confocais

As órbitas de injeção podem possuir perigeu e apogeu distintos da condição nominal dependendo da carga útil transportada. Isto se deve principalmente as limitações do VLM-1 e as restrições impostas no cálculo de trajetória. Na seção 5.1.2 foi visto que o satélite SCD-1 foi inserido pelo foguete Pegasus em uma órbita levemente elíptica. Devido a estes fatores foi implementado computacionalmente a clássica Transferência de Hohmann, porém, considerando que as órbitas de injeção e a órbita final são elípticas, conforme ilustrado na Figura 5.6.

Figura 5.6 - Transferência entre órbitas concêntricas elípticas coplanares.



Fonte: Produção do autor.

Em particular, são estudadas duas manobras as quais foram denominadas *Manobra* 1 e *Manobra* 2. O consumo de combustível de ambas deve ser comparado a fim de definir qual delas é a mais econômica. Na *Manobra* 1 o ponto de partida é o perigeu da órbita inicial e o ponto de chegada é o apogeu da órbita final. As velocidades nestes dois pontos são obtidas pelas equações 5.17 e 5.18.

$$v_{p_{\odot i}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot i}}\left(\frac{1+e_{\odot i}}{1-e_{\odot i}}\right)} \tag{5.17}$$

$$v_{a_{\odot f}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot f}}\left(\frac{1-e_{\odot f}}{1+e_{\odot f}}\right)} \tag{5.18}$$

O semi-eixo maior e a excentricidade da órbita de transferência são determinados conforme as equações 5.19 e 5.20. Além disso, ao substituir estes valores nas equações 5.13 e 5.14, calcula-se as velocidades no perigeu e apogeu.

$$a_{\odot t} = \frac{r_{a_{\odot f}} + r_{p_{\odot i}}}{2} \tag{5.19}$$

$$e_{\odot t} = \frac{r_{a_{\odot f}} - r_{p_{\odot i}}}{r_{a_{\odot f}} + r_{p_{\odot i}}} \tag{5.20}$$

Assim, o incremento total de velocidade requerido para realizar a *Manobra* 1 é

$$\begin{aligned} \Delta V_{TOT_{m1}} &= |v_{p_{\odot t}} - v_{p_{\odot i}}| + |v_{a_{\odot f}} - v_{a_{\odot t}}| \\ &= \left(\sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}} \left(\frac{1 + e_{\odot t}}{1 - e_{\odot t}} \right)} - \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot i}} \left(\frac{1 + e_{\odot i}}{1 - e_{\odot i}} \right)} \right) \\ &+ \left(\sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot f}} \left(\frac{1 - e_{\odot f}}{1 + e_{\odot f}} \right)} - \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}} \left(\frac{1 - e_{\odot t}}{1 + e_{\odot t}} \right)} \right), \end{aligned} \tag{5.21}$$

e seu tempo de transferência é dado por

$$t_{m_1} = \frac{\pi (r_{a_{\odot f}} + r_{p_{\odot i}})^{3/2}}{2\sqrt{2}\sqrt{\mu}}. \tag{5.22}$$

A *Manobra* 2 consiste em partir do apogeu da órbita inicial em direção ao perigeu da órbita final. As equações 5.23 e 5.24 referem-se as velocidades nestes dois pontos.

$$v_{a_{\odot i}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot i}} \left(\frac{1 - e_{\odot i}}{1 + e_{\odot i}} \right)} \tag{5.23}$$

$$v_{p_{\odot f}} = \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot f}} \left(\frac{1 + e_{\odot f}}{1 - e_{\odot f}} \right)} \tag{5.24}$$

Nesta ocasião, o semi-eixo maior e a excentricidade da órbita de transferência são expressos conforme as equações 5.25 e 5.26. Novamente, ao recorrer as equações 5.13 e 5.14, determina-se as velocidades no perigeu e apogeu desta órbita.

$$a_{\odot t} = \frac{r_{a_{\odot i}} + r_{p_{\odot f}}}{2} \tag{5.25}$$

$$e_{\odot t} = \frac{r_{a_{\odot i}} - r_{p_{\odot f}}}{r_{a_{\odot i}} + r_{p_{\odot f}}} \tag{5.26}$$

Portanto, o incremento total de velocidade requerido para realizar a *Manobra* 2 é

$$
\begin{aligned}
\Delta V_{TOT_{m2}} &= |v_{a_{\odot i}} - v_{a_{\odot t}}| + |v_{p_{\odot f}} - v_{p_{\odot t}}| \\
&= \left(\sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}}\left(\frac{1-e_{\odot t}}{1+e_{\odot t}}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot i}}\left(\frac{1-e_{\odot i}}{1+e_{\odot i}}\right)}\right) \\
&+ \left(\sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot f}}\left(\frac{1+e_{\odot f}}{1-e_{\odot f}}\right)} - \sqrt{\frac{\mu}{a_{\odot t}}\left(\frac{1+e_{\odot t}}{1-e_{\odot t}}\right)}\right),
\end{aligned}
\tag{5.27}
$$

e o seu tempo de transferência é dado por

$$
t_{m_2} = \frac{\pi(r_{a_{\odot i}} + r_{p_{\odot f}})^{3/2}}{2\sqrt{2}\sqrt{\mu}}. \tag{5.28}
$$

6 ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo, apresenta-se as simulações realizadas neste trabalho e os seus principais resultados. Analisa-se a influência da rotação da Terra na capacidade de satelização a partir de lançamentos efetuados com $\beta_I = 0°$ (N), $\beta_I = 45°$ (NE) e $\beta_I = 90°$ (L). Também é feito um estudo sobre a viabilidade de injeção de cargas úteis em órbitas com inclinação, semi-eixo e excentricidade próximos aos valores aos quais os satélites SCD-1 e SCD-2 foram inseridos pelo foguete americano Pegasus.

6.1 Efeito da rotação da Terra na capacidade de satelização

Inicialmente realizou-se alguns testes numéricos para definir o passo utilizado na determinação das componentes do vetor empuxo no sistema ENU (T_x, T_y e T_z). Adotou-se 10^{-4} uma vez que valores inferiores a este surtiam na trajetória desvios na ordem de poucos metros para tempo de simulação muito elevado.

Na seção 4.5 foi detalhado o equacionamento em função dos harmônicos zonais para cálculo da aceleração da gravidade. Através da Tabela C.1 nota-se que a maior diferença provocada nos elementos orbitais está relacionada com a inclusão do J_2. Pouco percebe-se numericamente o efeito do J_6 pois o tempo de voo do foguete é muito curto quando comparado, por exemplo, ao período orbital de um satélite em órbita baixa. Mooij (1994) e Pagano (2010) também abordam a influência destes parâmetros na trajetória.

Tabela 6.1 - Variação do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de injeção em função dos harmômicos zonais para o *caso* 2 considerando $m_{sat} = 100$ kg e $t_{bal} = 350$ s.

Elemento orbital	**Terra esférica**	J_2	J_2, J_3, J_4, J_5 **e** J_6
a	$7155,034501\ km$	$7145,490706\ km$	$7145,042958\ km$
e	$0,031328$	$0,030004$	$0,029923$
i	$25,206399°$	$25,205105°$	$25,204950°$

A seguir faz-se uma análise da influência que a rotação da Terra exerce na capacidade de transporte da carga útil pelo VLM-1 conforme discutido na seção 4.1. As variáveis de interesse foram agrupadas de três em três para facilitar a comparação entre as

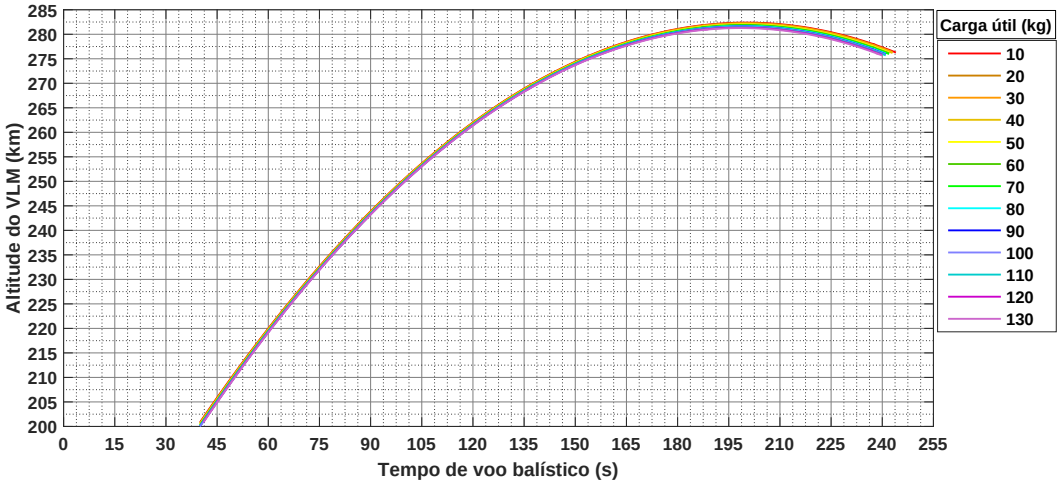
diferentes direções de lançamento. Os gráficos superiores, centrais e inferiores fazem referência a lançamentos efetuados para o norte (N), nordeste (NE) e leste (L) do CLA, nesta ordem, de acordo com a restrição definida na seção 4.9.2 como *caso 1*.

Restringiu-se no momento da injeção em órbita o ângulo de trajetória e a velocidade de ascensão vertical a valores muito próximos a zero uma vez que possibilitam o lançamento de cargas úteis muito próximas ao perigeu, ou seja, ao ponto mais próximo para se atingir a órbita de injeção. Com isso, para uma dada configuração de massa fixa de seus estágios, o foguete tem seu tempo de voo reduzido e sua capacidade de transporte de carga aumentada.

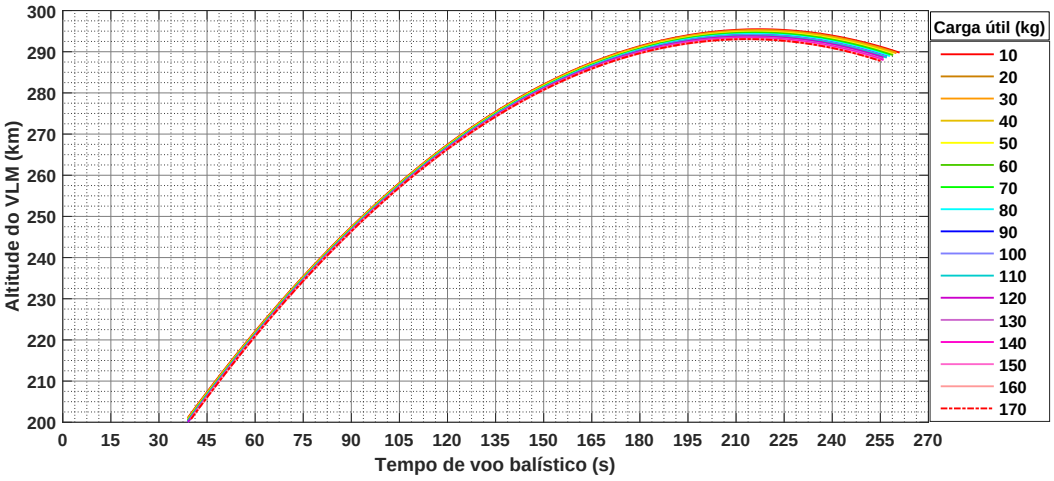
As altitudes atingidas pelo foguete para lançamentos efetuados a partir do CLA são visualizadas na Figura 6.1. Com as restrições impostas na altitude em que se encerra a queima do segundo estágio o efeito da rotação da Terra pode ser evidenciado na altitude atingida pelo foguete, na massa de carga útil transportada e na duração do voo balístico a medida em que o ângulo de azimute aumenta.

Observa-se da Figura 6.2(c) que a velocidade no momento da injeção para lançamento com $\beta = 90°$ é superior aos demais casos devido a maior contribuição da componente de velocidade originada pela rotação da Terra. Em consequência disso, o foguete consegue alongar a duração do voo balístico e atingir altitudes um pouco superiores conforme é ilustrado nas Figuras 6.1(a), 6.1(b) e 6.1(c).

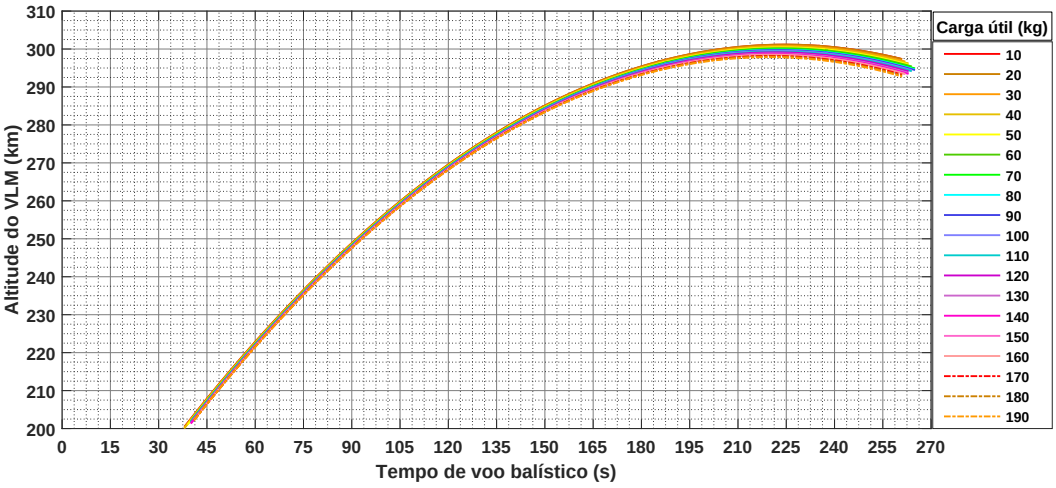
Figura 6.1 - Altitude do VLM-1 na separação do 3° estágio versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



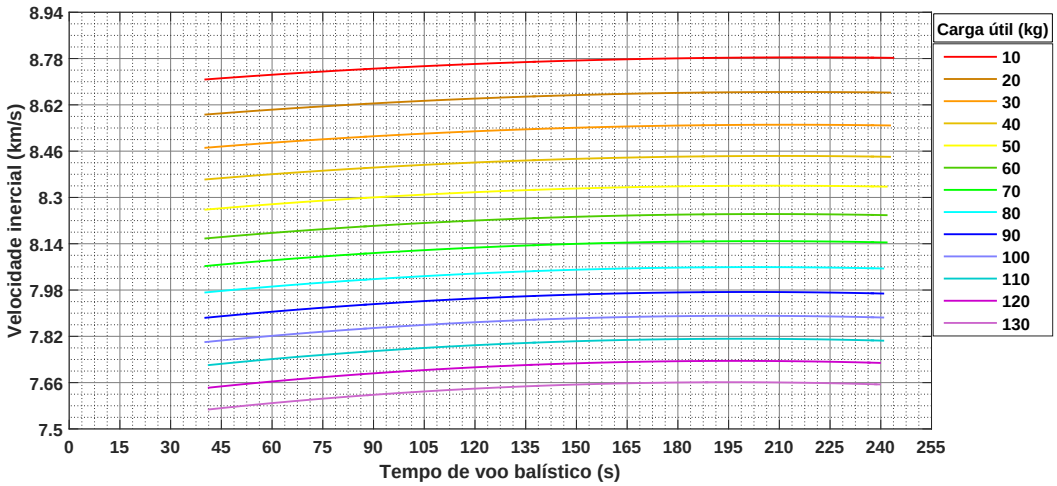
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



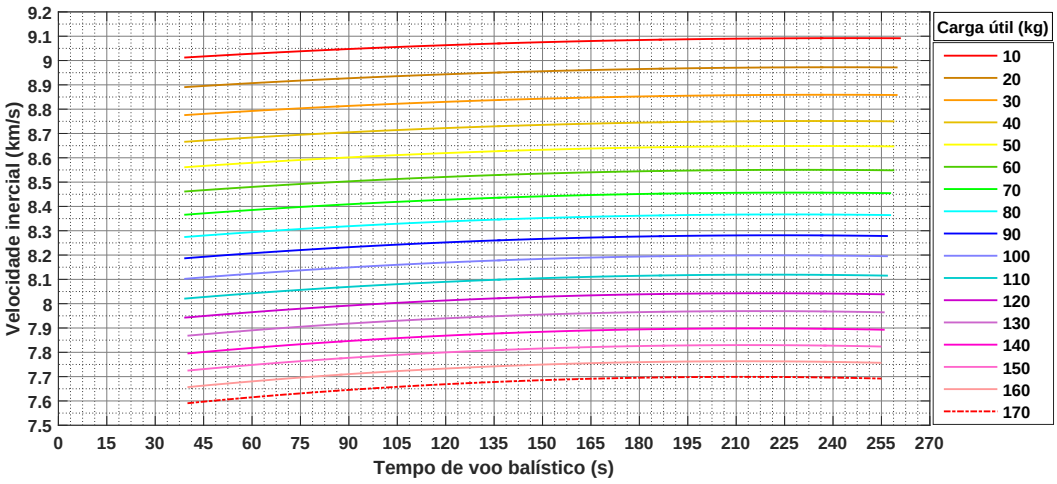
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

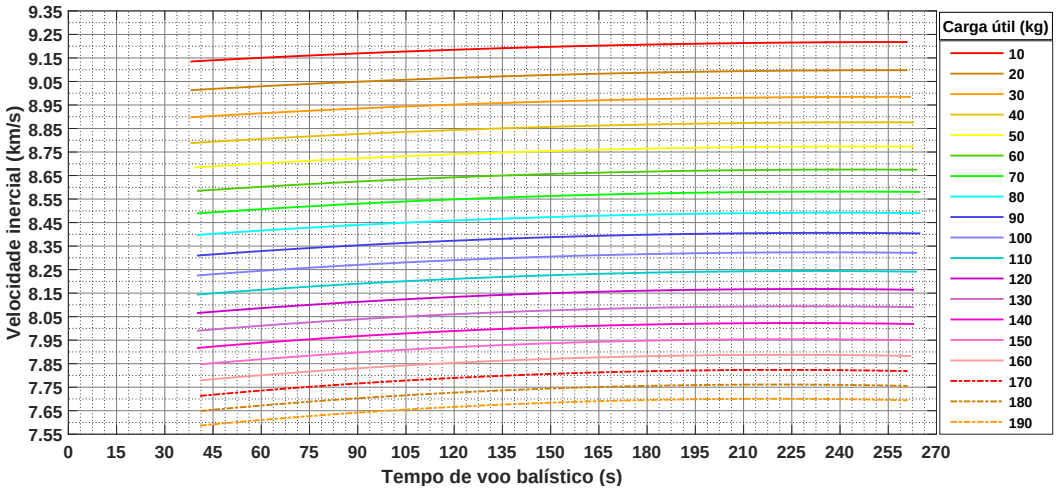
Figura 6.2 - Velocidade inercial na separação do 3° estágio versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

Uma outra maneira de abordar a causa da redução de velocidade do foguete com o aumento da carga útil mostrada pelas Figuras 6.2(a), 6.2(b) e 6.2(c) é analisando a equação 4.33. O termo m_{ign} representa a soma das massas estruturais e de propelente bem como da carga útil no instante em que os estágios são acionados. Por estar no denominador do termo propulsivo, quanto maior é a carga útil transportada, menor a aceleração do foguete.

Na seção 4.2 define-se que órbitas com perigeu abaixo de 300 km tornam-se impraticáveis devido ao encurtamento da missão provocado arrasto atmosférico. Através da Figura 6.3 nota-se que há um determinado valor de duração do voo balístico que oferece a máxima altitude no perigeu. Para a configuração de voo definida como *caso 1* este máximo é próximo a 300 km. Independentemente do azimute adotado, a medida que a carga útil aumenta, o perigeu tende a diminuir. Em certas condições, de acordo com a tendência das curvas geradas, ele poderia a vir estar inserido dentro da superfície da Terra retratando trajetórias balísticas (parabólicas).

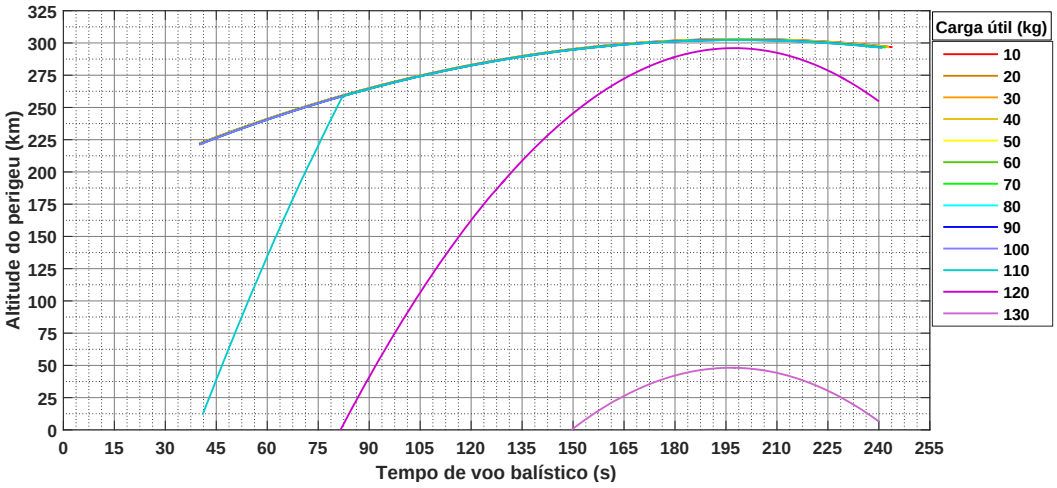
Comparando-se as Figuras 6.3 e 6.1 concluí-se que o lançador está inserindo a carga muito próximo ao perigeu da órbita. Para trajetórias com tempos de voo balístico de menor duração penalizam a altitude do perigeu a fim de atender as restrições impostas no momento da injeção em órbita, retratando a formação de quinas.

Lançamentos ao norte do CLA são praticáveis para cargas de até 120 kg conforme ilustrado na Figura 6.3(a). Contudo, de acordo com as Figuras 6.3(b) e 6.3(c), o voo a nordeste e a leste estendem esta capacidade, para 160 e 180 kg, respectivamente. Na Figura 6.4 é verificado que o apogeu diminui a medida que a carga transportada aumenta e é mantido abaixo de 1000 km para cargas acima de 100 kg, 140 kg e 160 kg lançadas ao norte, nordeste e leste do CLA, nesta ordem.

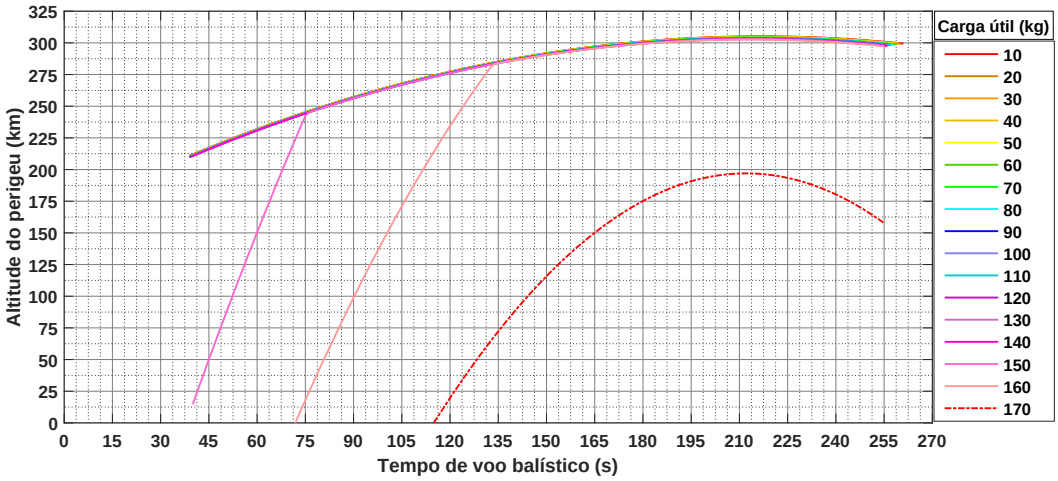
Adicionalmente, no Apêndice C, estão os resultados que comparam as excentricidades e semi-eixos maiores. Constata-se então, que o aumento da massa tende a circularizar a órbita de injeção. A limitação imposta no ângulo de trajetória faz com que o foguete insira a carga útil somente em dois pontos da órbita, ou seja, ou no perigeu ou no apogeu (BATE et al., 1971).

No Apêndice C, a Figura C.6 confirma este fato ao passo que o argumento do perigeu encontra-se defasado em aproximadamente 180°. Em particular, massas superiores a 120 kg e lançadas com $\beta = 0°$ passam a ser inseridas somente no apogeu da órbita conforme ilustrado na Figura 6.5(a). As Figuras 6.5(b) e 6.5(c) mostram que esse mesmo efeito acontece com os demais ângulos de azimute.

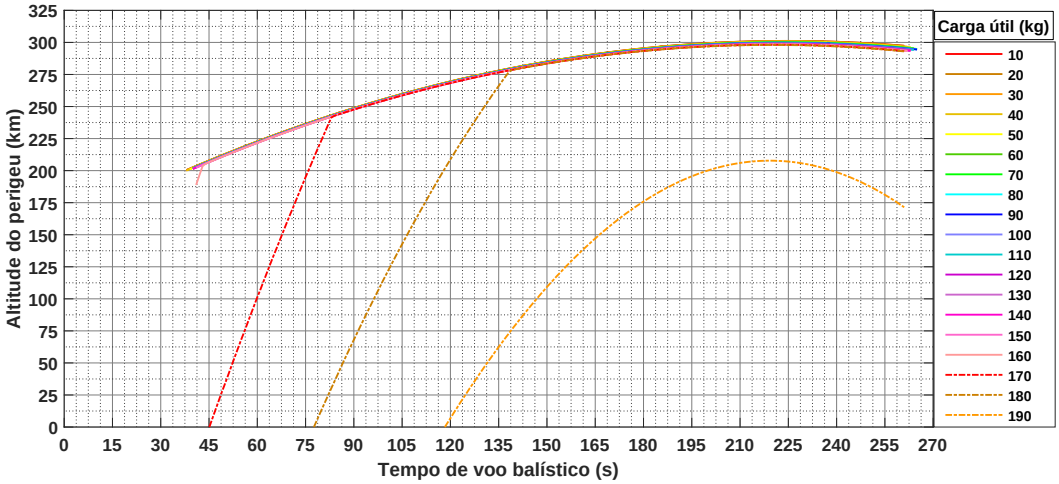
Figura 6.3 - Altitude do perigeu versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



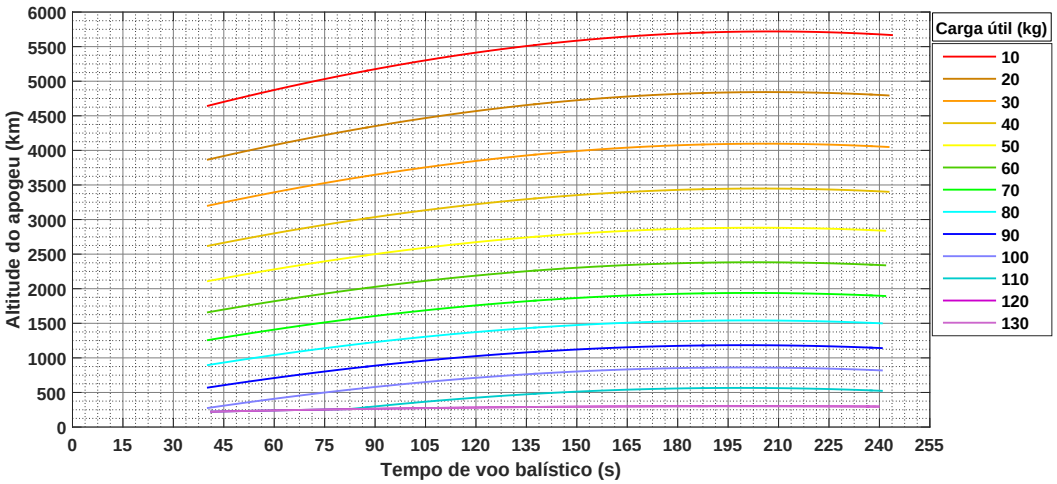
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



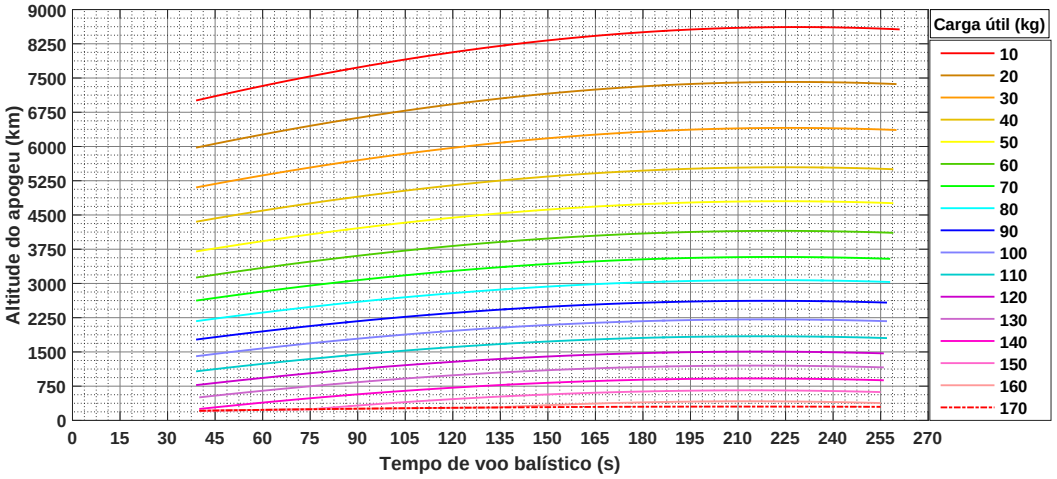
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

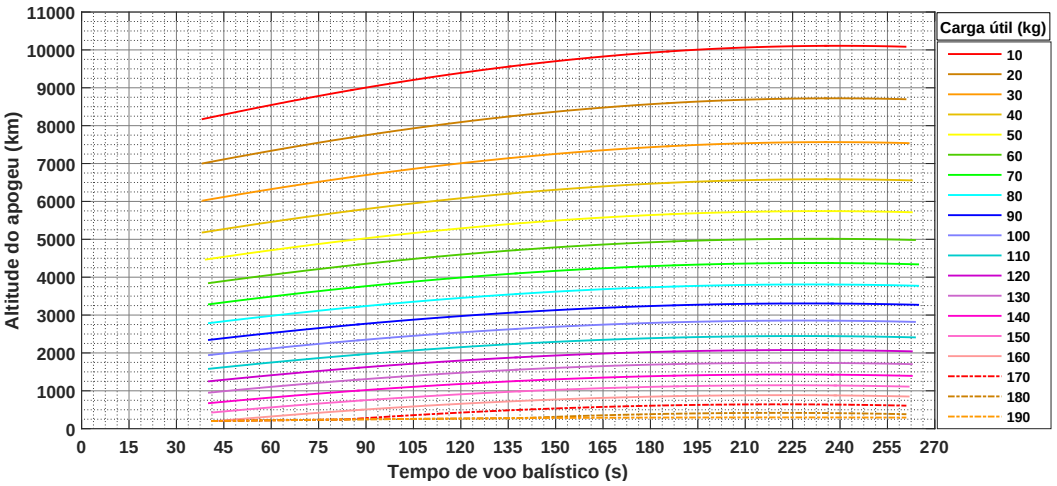
Figura 6.4 - Altitude do apogeu versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



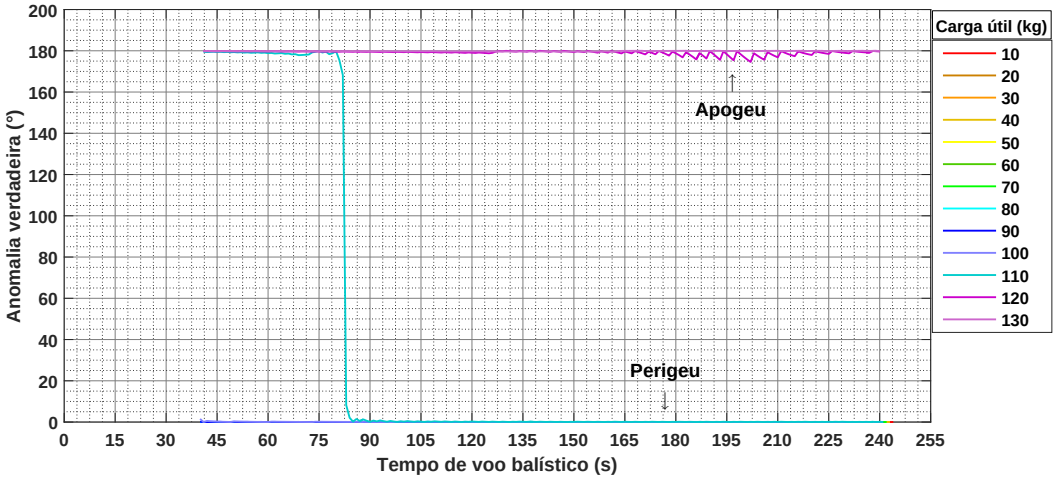
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



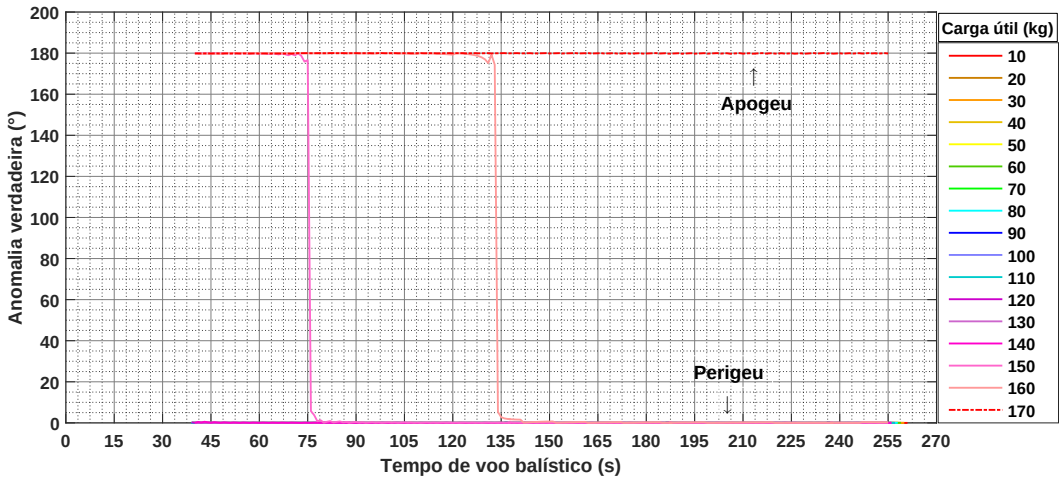
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

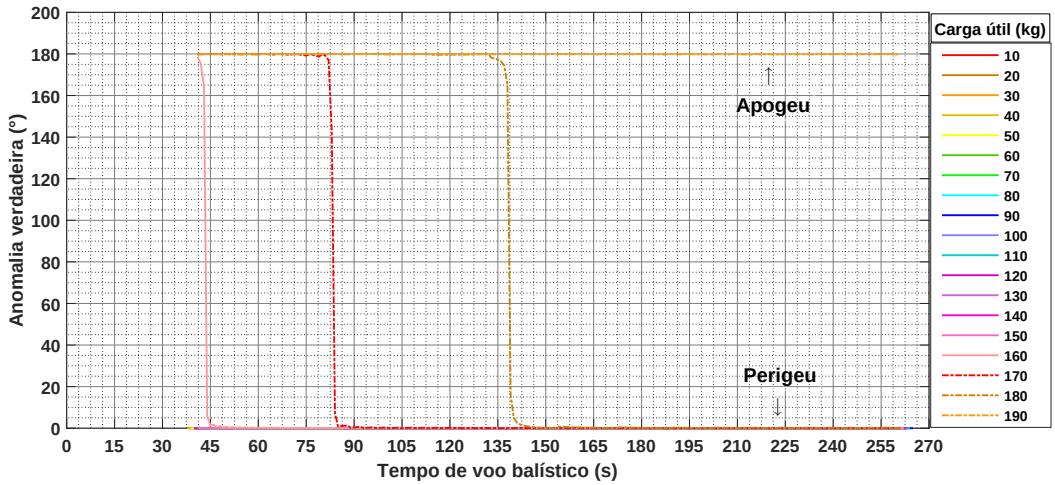
Figura 6.5 - Anomalia verdadeira versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



(c) $\beta_I = 90°$ (L).

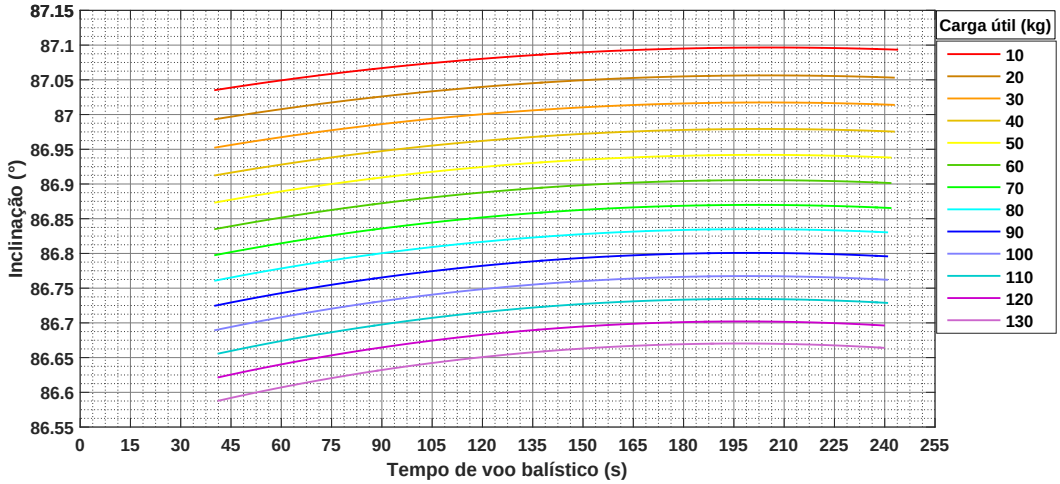
Fonte: Produção do autor.

Apresentou-se na seção 4.8 que o ângulo de azimute no instante de lançamento deve ser corrigido a fim de levar em consideração o giro efetuado pela Terra enquanto o foguete encontra-se em voo.

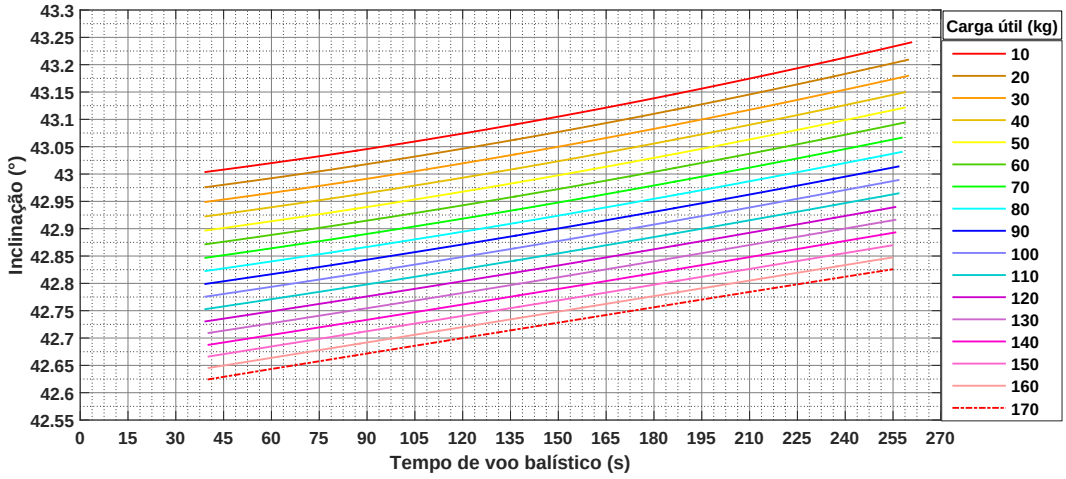
Nos resultados apresentados nesta seção, todos os lançamentos foram realizados sem levar em compensação este efeito. Desta forma, através da Figura 6.6(a) nota-se que os planos orbitais atingidos estão compreendidos entre 86,55° e 87,1°, ou seja, houve um desvio de aproximadamente 3,5° na inclinação devido ao movimento de rotação da Terra. Quando $\beta_I = 45°$ os planos determinados estão entre 42,65° e 43,25° conforme ilustrado na Figura 6.6(b). Contudo, é para $\beta_I = 90°$ que se obtém o resultado mais importante. Neste caso em especial a inclinação atingida esteve compreendida entre 2,33° e 2,373°. A Figura 6.6(c) mostra que este intervalo é muito próximo da latitude do CLA. Esta foi a maneira disponível para validar o modelo propulsivo proposto. A causa deste pequeno desvio está relacionada principalmente a rotação e achatamento da Terra (J_6) bem como a pequenos erros numéricos que se acumulam durante a integração.

Anteriormente analisou-se que quanto menor a carga útil transportada maiores eram os semi-eixos maiores e, como consequência disso, pela 3ª Lei de Kepler, nota-se que o período orbital também tende a aumentar. De acordo com a Figura 6.7(a), massas superiores a 90 kg possuem período orbital abaixo de 100 min. O mesmo feito é conseguido para $\beta_I = 45°$ e $\beta_I = 90°$ para massas superiores a 130 e 150 kg, nesta ordem, conforme ilustrado nas Figuras 6.7(b) e 6.7(c).

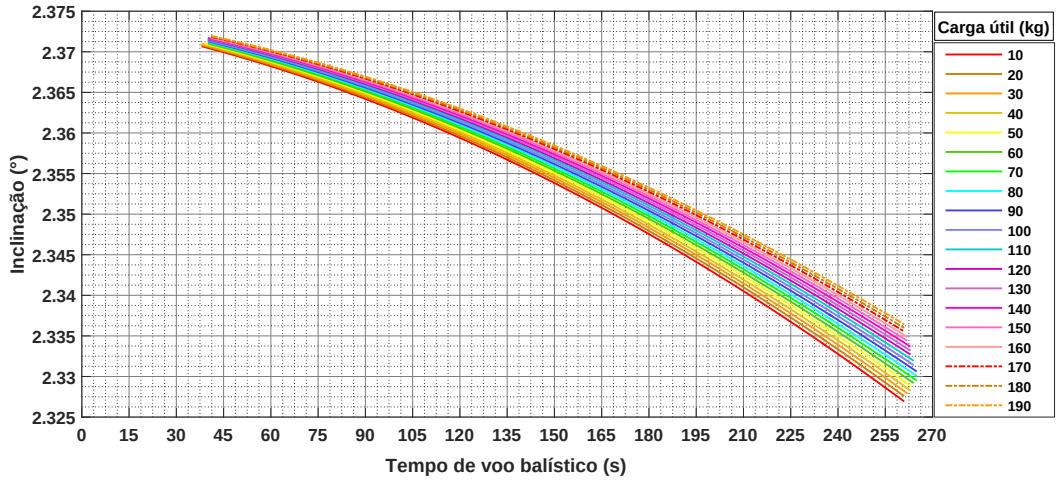
Figura 6.6 - Inclinação versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



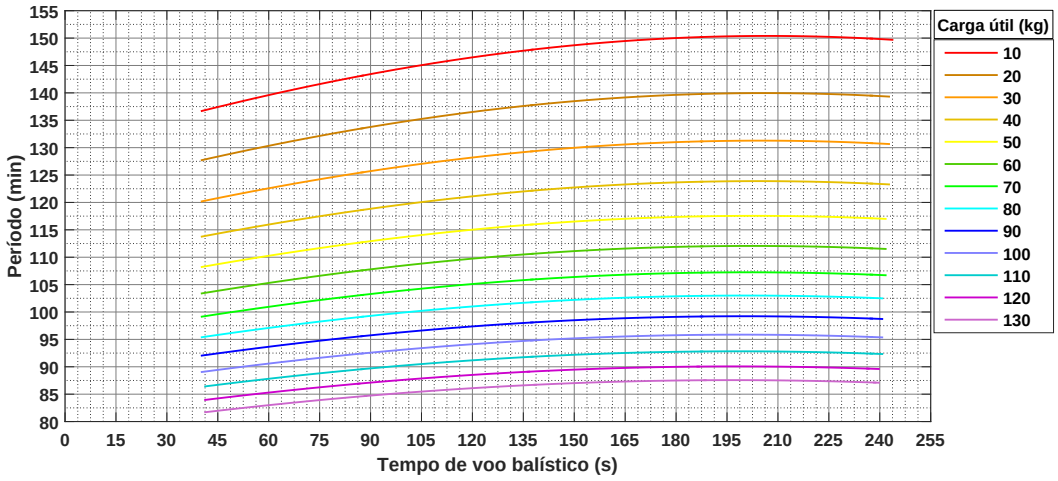
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



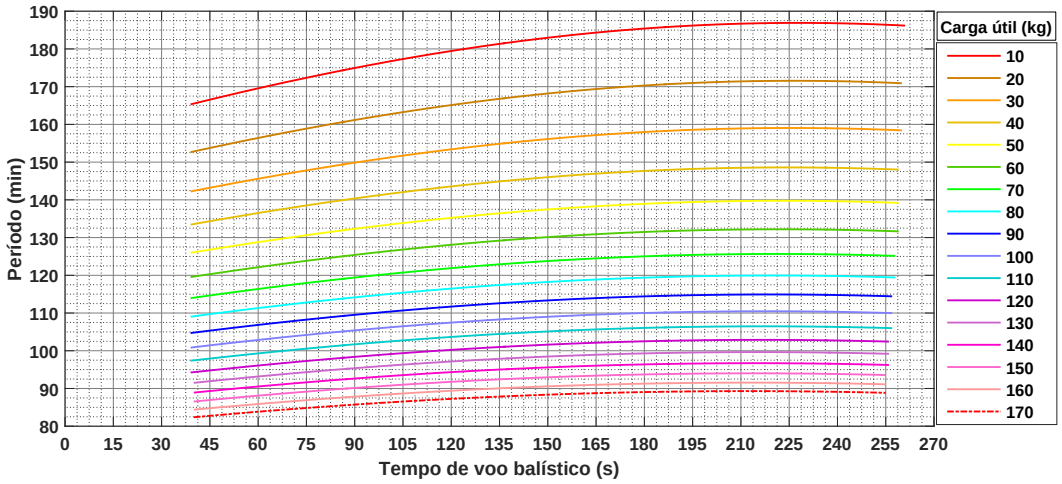
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

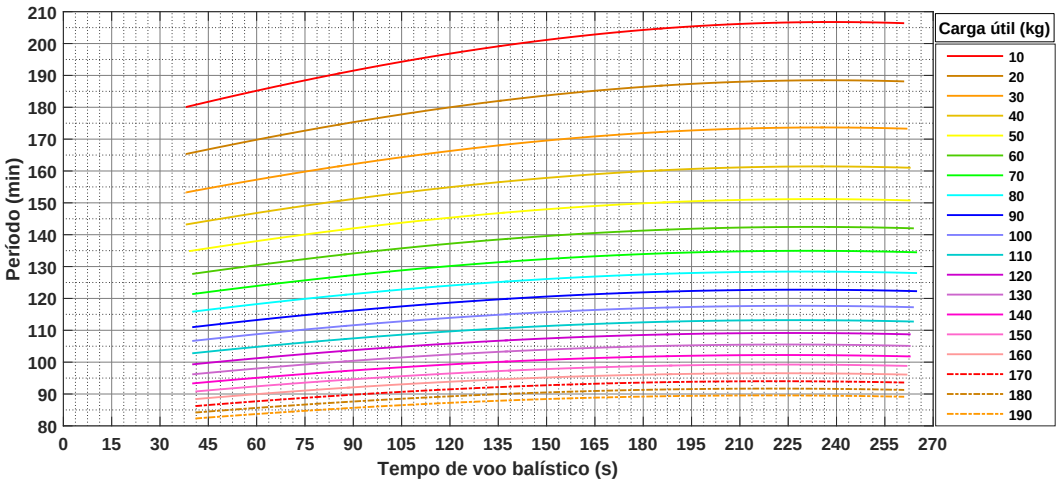
Figura 6.7 - Período da órbita de injeção versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



(b) $\beta_I = 45°$ (NE).

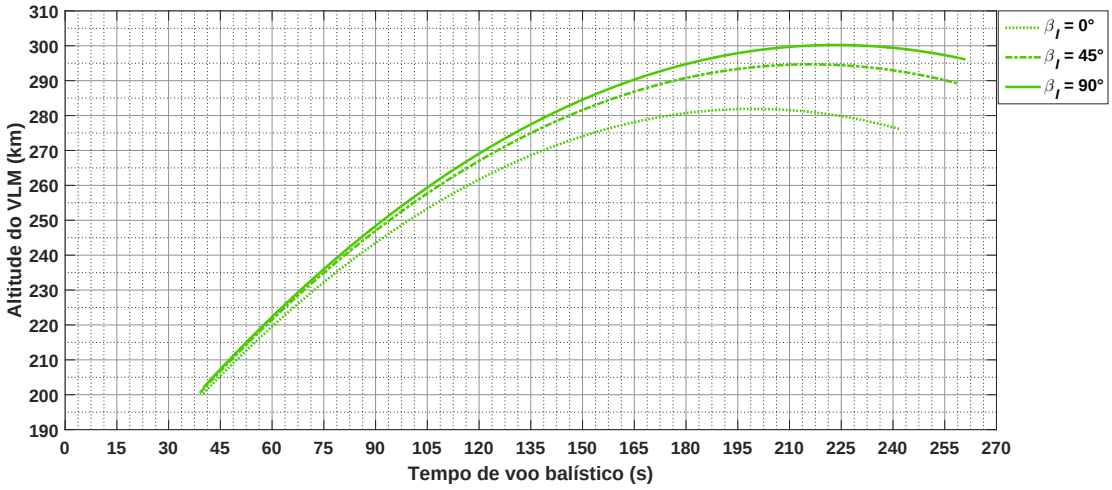


(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

Quanto maior for a duração da fase de voo balística, maiores são as altitudes atingidas pelo veículo lançador até atingir um valor máximo. A Figura 6.8 evidencia esta diferença para a carga útil de 60 kg nas três direções de lançamento adotadas.

Figura 6.8 - Altitude do VLM-1 versus tempo de voo balístico para missão de lançamento de 60 kg nas direções norte, nordeste e leste do CLA de acordo com o *caso 1*.

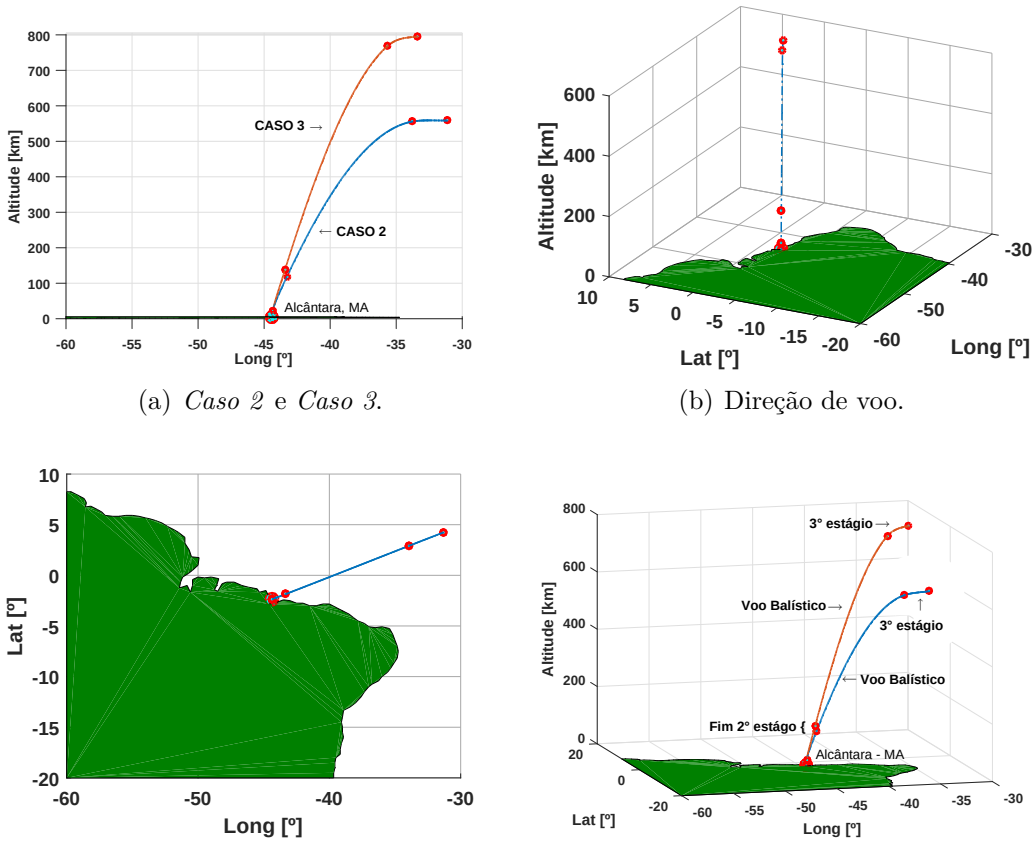


Fonte: Produção do autor.

6.2 Missão: substituição da série SCD

Nesta seção apresenta-se os resultados obtidos para lançamentos em órbitas com inclinações muito próximas a 25°. O objetivo aqui é avaliar a possibilidade de se inserir um satélite que possa substituir ao SCD-1 ou SCD-2. Para isto foram analisadas as configurações de lançamento denominadas de *caso 2* e *caso 3*, apresentadas na seção 4.9.2. A Figura 6.9 procura ilustrar o que foi dito até então. Primeiramente é feita uma breve análise da variação de algumas variáveis relacionadas ao voo do lançador. Em seguida, é apresentado o mapeamento dos elementos orbitais e feita uma investigação do consumo de combustível para efetuar as manobras de transferência até a órbita final. Por fim, é estimado os pontos de impacto dos estágios alijados e verificado se a carga útil permanece em órbita ou reentra na atmosfera.

Figura 6.9 - Trajetória em três dimensões do VLM-1.



(a) *Caso 2* e *Caso 3*.

(b) Direção de voo.

(c) Azimute de lançamento.

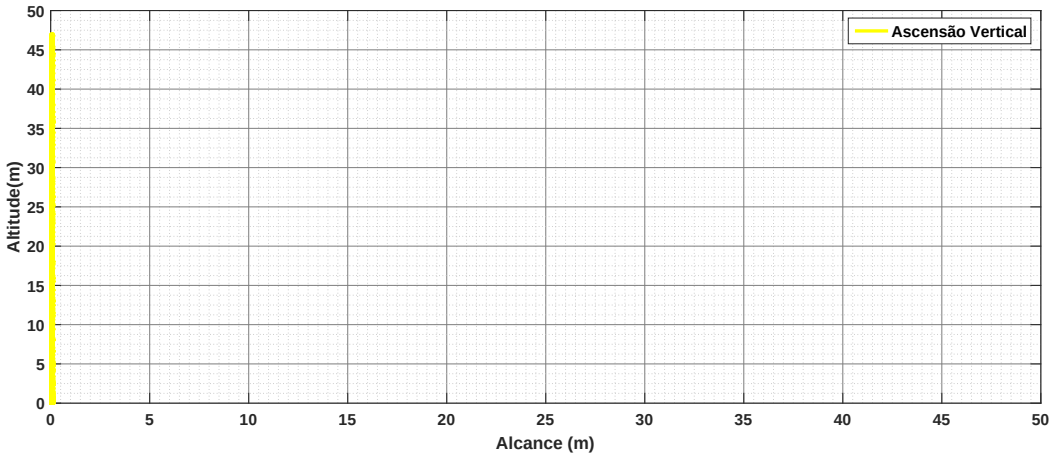
(d) Estágios do foguete.

Fonte: Rotina gráfica adaptada de (MIRANDA, 2012).

Os resultados apresentados a seguir referem-se à missão de lançamento $m_{sat} = 60$ kg para o *caso 2*. A altitude atingida pelo VLM-1 nos primeiros 5 s de voo vertical é ilustrada na Figura 6.10. Esta configuração de voo inicial é utilizada para diminuir os riscos do foguete colidir em algum ponto dos 33,5 m de comprimento da plataforma de lançamento do CLA.

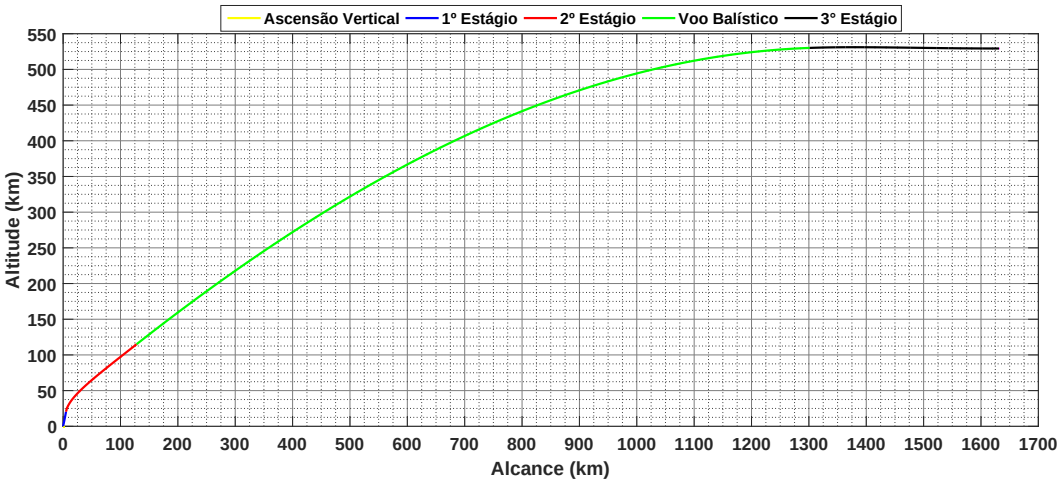
A Figura 6.11 representa a variação da altitude em função do alcance. Dois fatos importantes são observados. O primeiro deles refere-se ao ganho de altitude oferecido pela fase de voo balística e, o segundo, está relacionado ao voo horizontal do terceiro estágio.

Figura 6.10 - Altitude atingida pelo VLM-1 em 5 s de ascensão vertical considerando m_{sat} = 60 kg para o *caso 2*.



Fonte: Produção do autor.

Figura 6.11 - Altitude versus alcance do VLM-1 considerando m_{sat} = 60 kg e t_{bal} = 350 s para o *caso 2*.

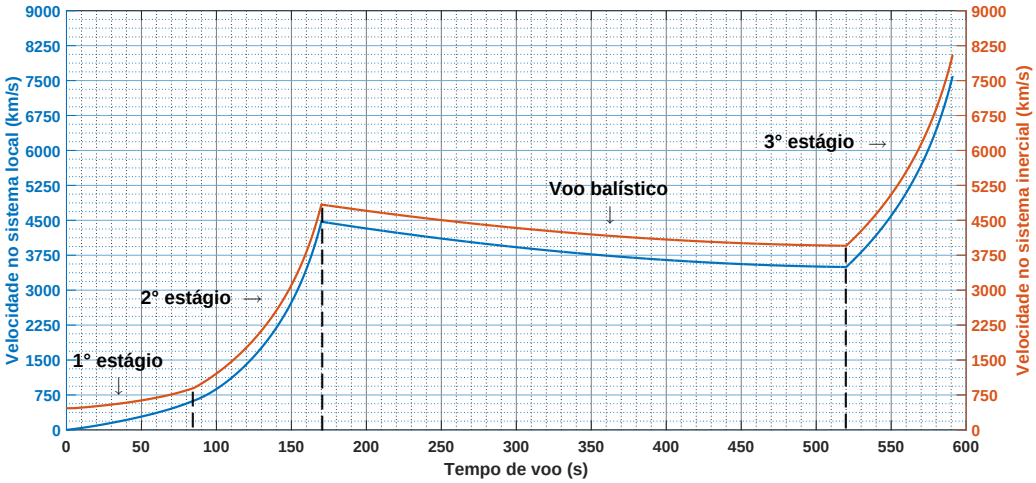


Fonte: Produção do autor.

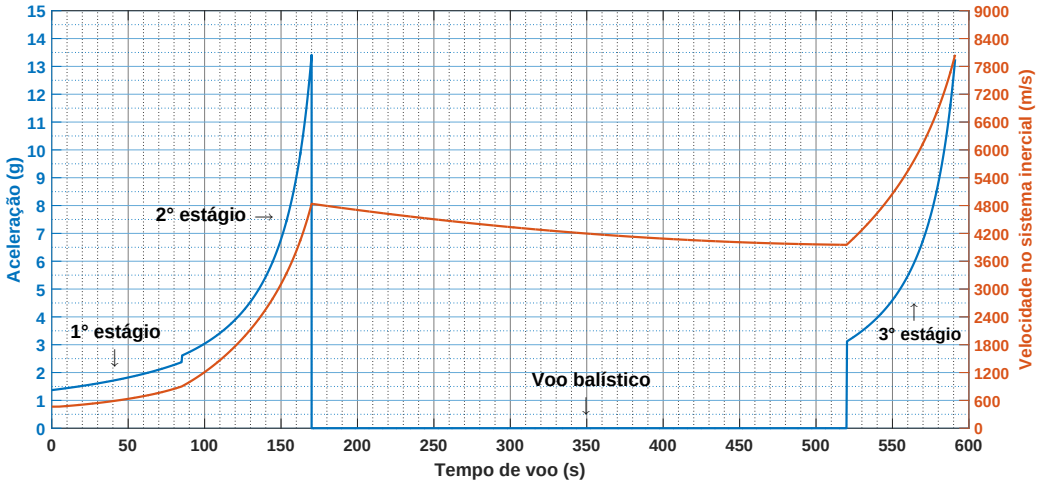
No caso do VLM-1 o terceiro estágio é responsável por fornecer a velocidade horizontal necessária para inserir a carga útil em órbita (MIRANDA, 2012). A magnitude da velocidade no sistema solidário ao centro de massa do veículo e no sistema inercial (fixo no centro da Terra) estão ilustradas na Figura 6.12(a). A diferença entre ambas é atribuída ao movimento de rotação da Terra.

A variação no tempo da aceleração pode ser vista na Figura 6.12(b). Miranda (2012) apresenta resultados semelhantes para lançamento de 50 kg em órbita circular de 550 km de altitude. Os estágios do VLM-1 são compostos por combustível sólido, ou seja, à taxa de queima é constante e não pode ser controlada durante o voo como em foguetes movidos a combustível líquido (MOTA, 2015). Este fato implica no decaimento linear da massa conforme ilustrado na Figura 6.13. Além disso, os dois primeiros estágios possuem o mesmo motor e, portanto, em primeira análise oferecem empuxo idêntico ao foguete.

Figura 6.12 - Velocidade e aceleração versus tempo de voo do VLM-1 considerando m_{sat} = 60 kg e t_{bal} = 350 s para o *caso 2*.



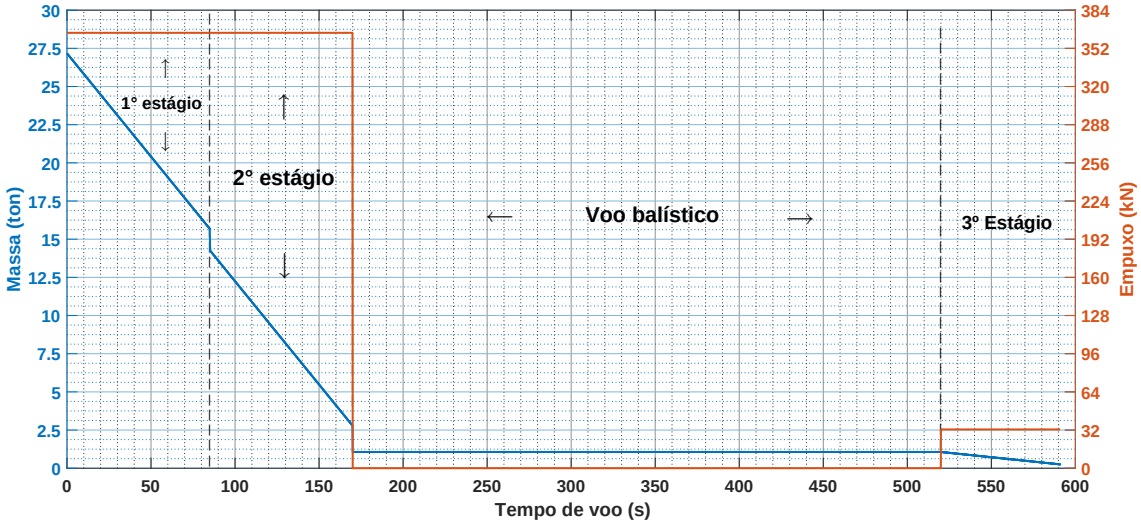
(a) Velocidade do lançador ao longo do voo.



(b) Aceleração e velocidade ao longo do voo.

Fonte: Produção do autor.

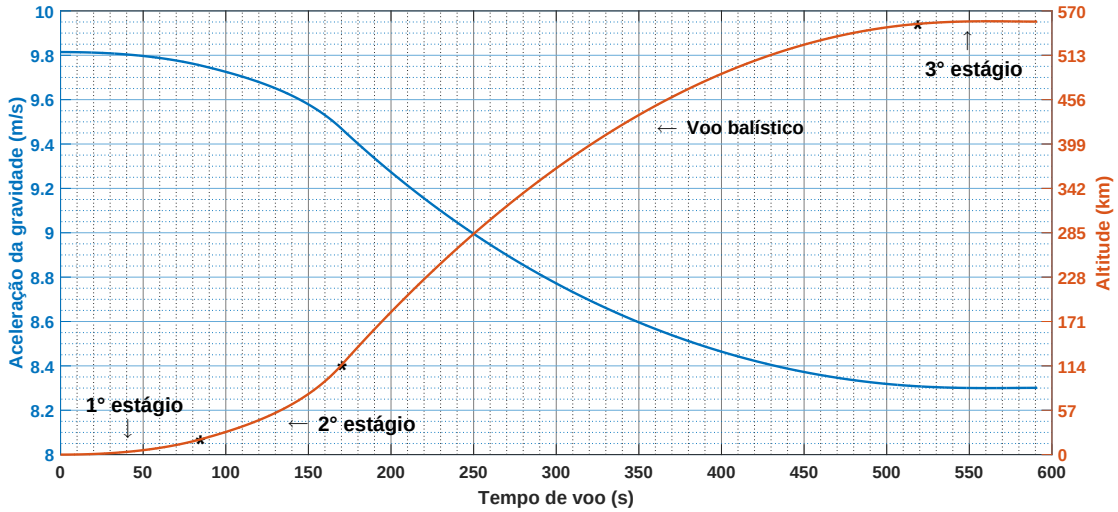
Figura 6.13 - Consumo de massa e empuxo versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*.



Fonte: Produção do autor.

O aumento da altitude, ou seja, com o distanciamento do centro da Terra a aceleração da gravidade é reduzida conforme ilustrado na Figura 6.14.

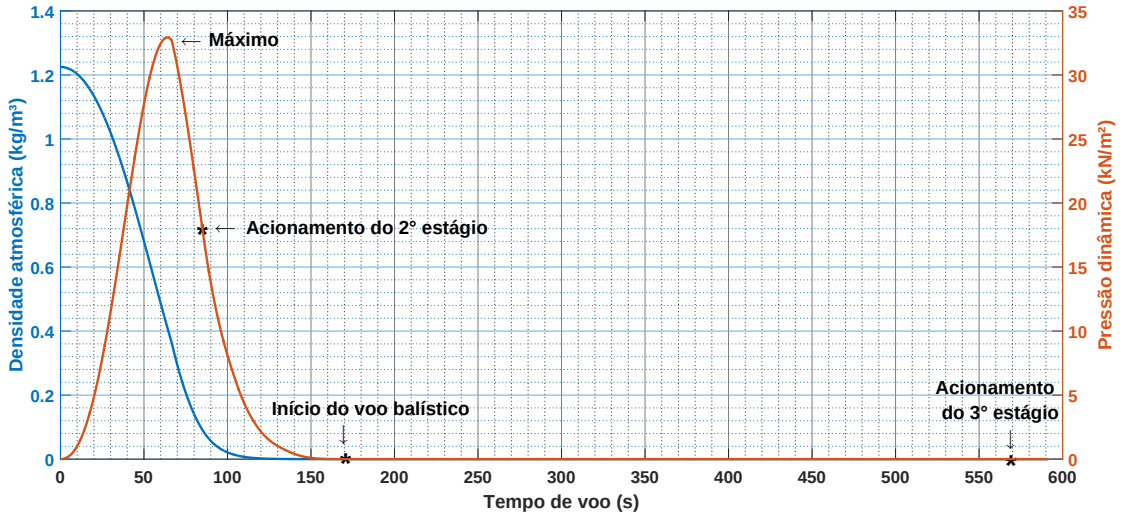
Figura 6.14 - Aceleração da gravidade e altitude versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*.



Fonte: Produção do autor.

A variação da densidade atmosférica e a pressão dinâmica em função do tempo de voo do foguete é ilustrada na Figura 6.15. Após 120 s de voo a densidade já se encontra muito próxima de zero e, antes do término de queima do primeiro estágio, por volta de 65 s, a pressão dinâmica atinge seu máximo. Através da Figura 6.12(a) nota-se que a velocidade do veículo é de aproximadamente 400 m/s neste ponto. Vale salientar que efeitos de compressibilidade do escoamento não foram levados em consideração. Um resultado semelhante a este é obtido por (HANSON; HALL, 2008; PIÑEROS, 2012).

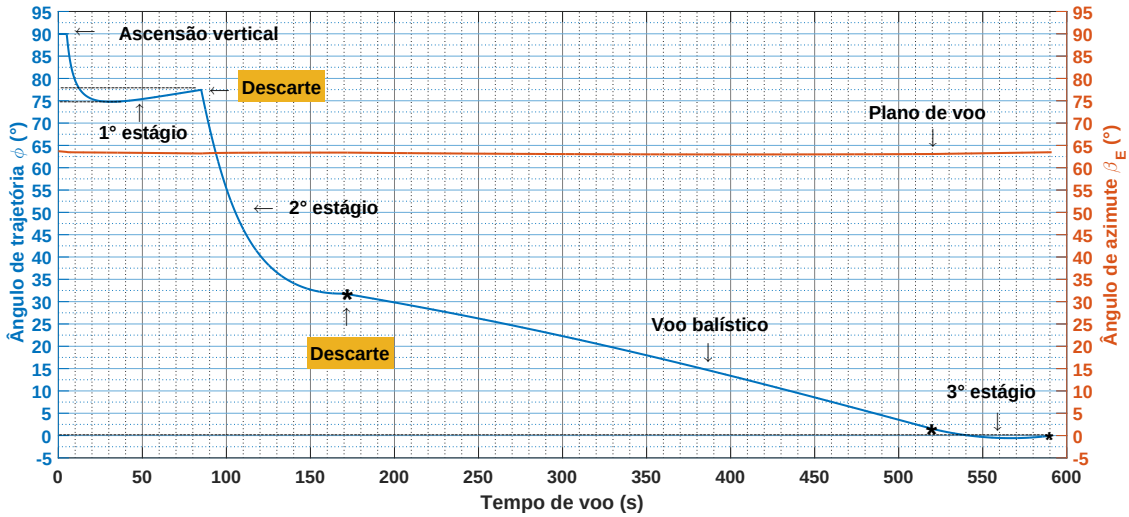
Figura 6.15 - Densidade atmosférica e pressão dinâmica versus tempo de voo do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*.



Fonte: Produção do autor.

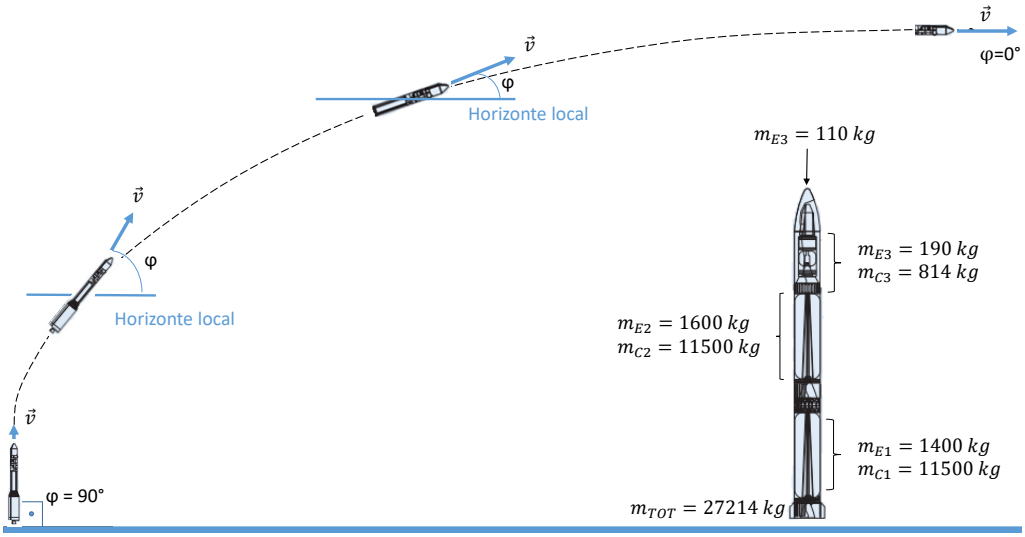
Na Figura 6.16 observa-se que o ângulo de azimute é mantido praticamente constante ao longo do voo em virtude das restrições impostas aos versores de empuxo de cada estágio. Além disso, o ângulo de trajetória é de 90° na ascensão vertical e muito próximo de zero no momento da injeção conforme ilustrado na Figura 6.17. Em particular, devido ao consumo de massa de propelente que resulta no aumento de velocidade do veículo, as restrições impostas no fim do primeiro estágio e a ausência de um sistema de controle ativo fazem com que este ângulo possua um pequeno aumento no fim do primeiro estágio. É considerado também que o acionamento do segundo estágio acontece instantaneamente com o descarte da massa estrutural do primeiro estágio. Está mudança abrupta de massa faz com que o veículo ganhe muita velocidade alterando o ângulo de trajetória.

Figura 6.16 - Ângulo de azimute e ângulo de trajetória versus tempo de voo balístico do VLM-1 considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*.



Fonte: Produção do autor.

Figura 6.17 - Ilustração da variação do ângulo de trajetória no decorrer da missão de lançamento e composição de massa de cada estágio.

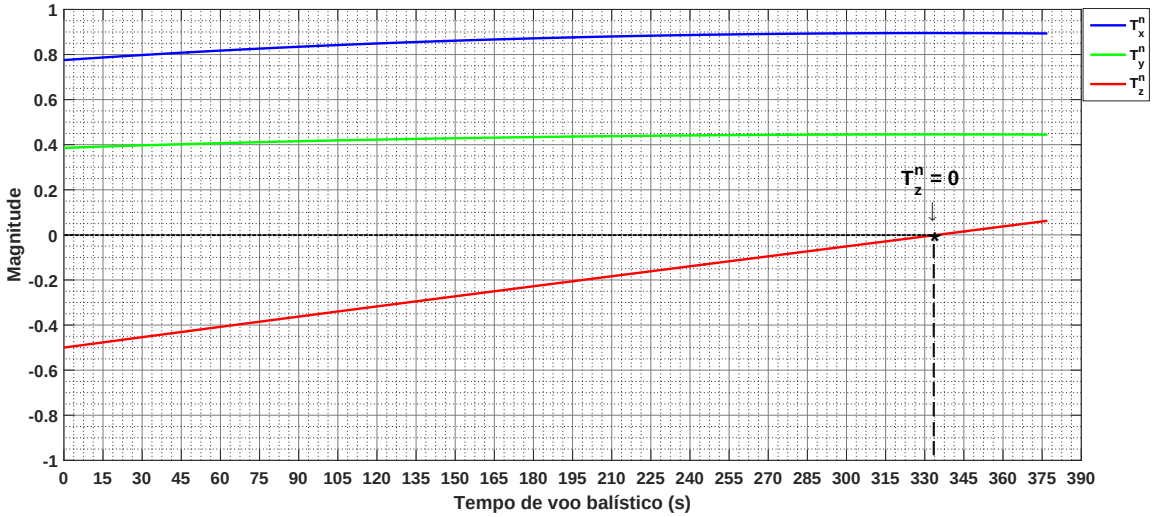


Fonte: Produção do autor.

Há um determinado valor de duração da fase balística o qual faz com que, no terceiro estágio, a componente z do empuxo no sistema local seja nula. Em outras palavras,

neste exato instante o empuxo está atuando unicamente no plano formado pelas coordenadas x (leste) e y (norte) imprimindo apenas velocidade horizontal ao veículo. Estes versores estão ilustrados na Figura 6.18.

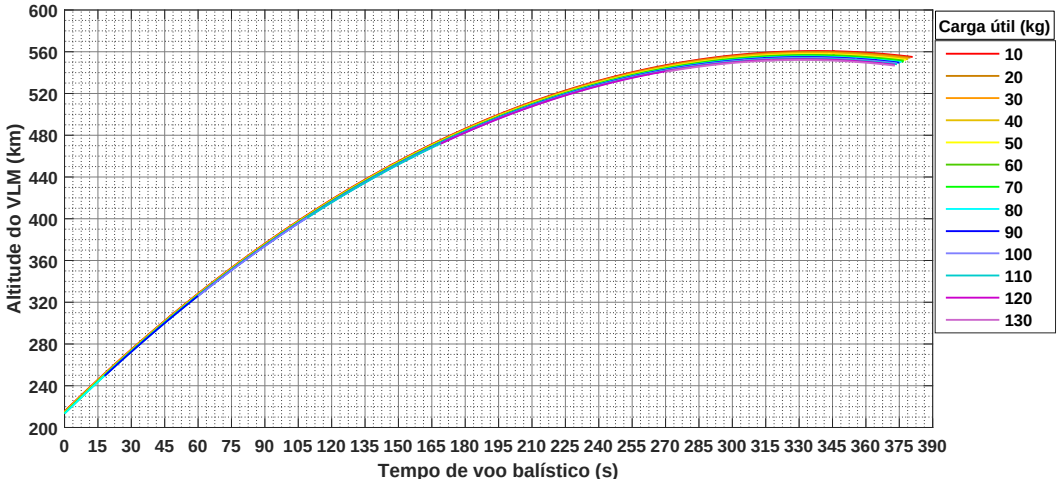
Figura 6.18 - Versores de empuxo do 3° estágio versus tempo de voo balístico considerando $m_{sat} = 60$ kg e $t_{bal} = 350$ s para o *caso 2*.



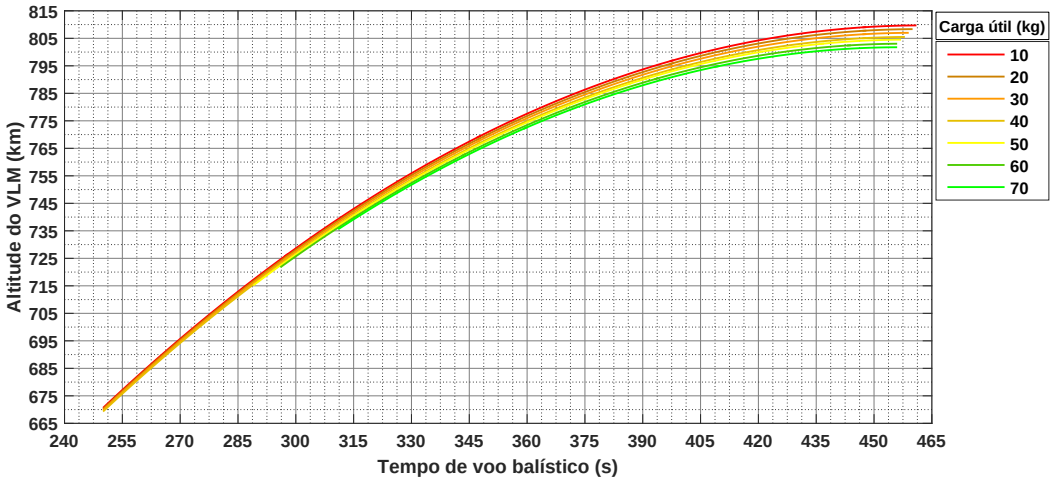
Fonte: Produção do autor.

Uma abordagem semelhante a realizada na seção 6.1 é feita a fim de apresentar o mapeamento dos elementos orbitais para o *caso 2* e *caso 3*. Ao comparar as Figuras 6.19(a) e 6.19(b) torna-se nítida a diferença na altitude provocada por lançamentos considerando estes dois casos. Quanto maior a altitude atingida pelo veículo lançador menor é a velocidade no momento da separação da carga útil conforme ilustrado nas Figuras 6.20(a) e 6.20(b). Em particular, para o *caso 3* o tempo de voo balístico chega a valores acima de 450 s. O lançador americano Scout também possuía fase balística com duração aproximada a esta (TANCK; WILLIAMS, 1988).

Figura 6.19 - Altitude do VLM-1 na separação do 3° estágio versus tempo de voo balístico para os *casos 2* e *3*.



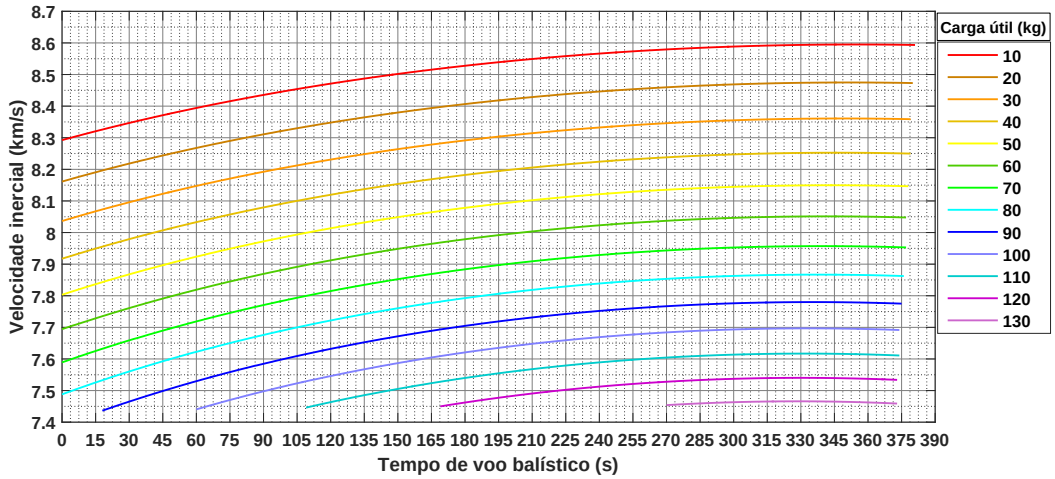
(a) *caso 2*.



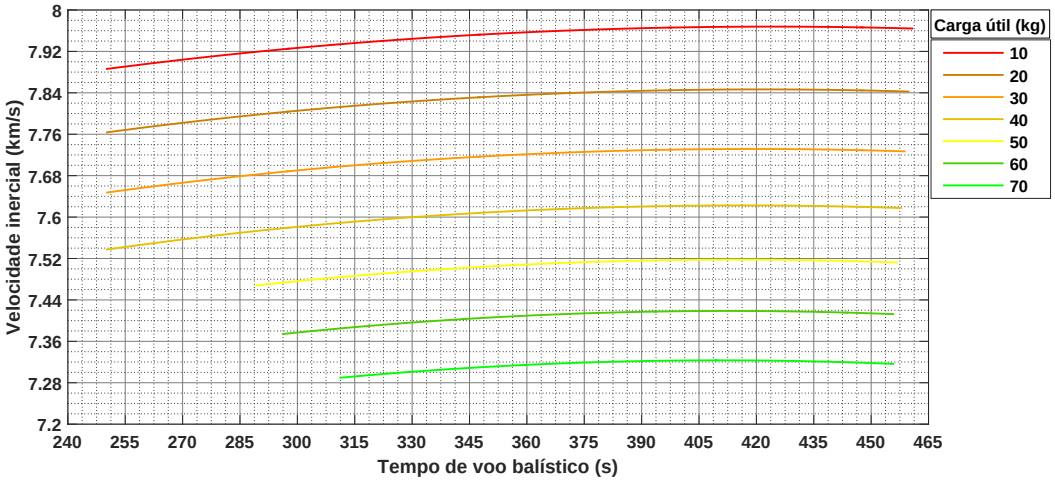
(b) *caso 3*.

Fonte: Produção do autor.

Figura 6.20 - Velocidade inercial no momento da separação da carga útil versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2.*

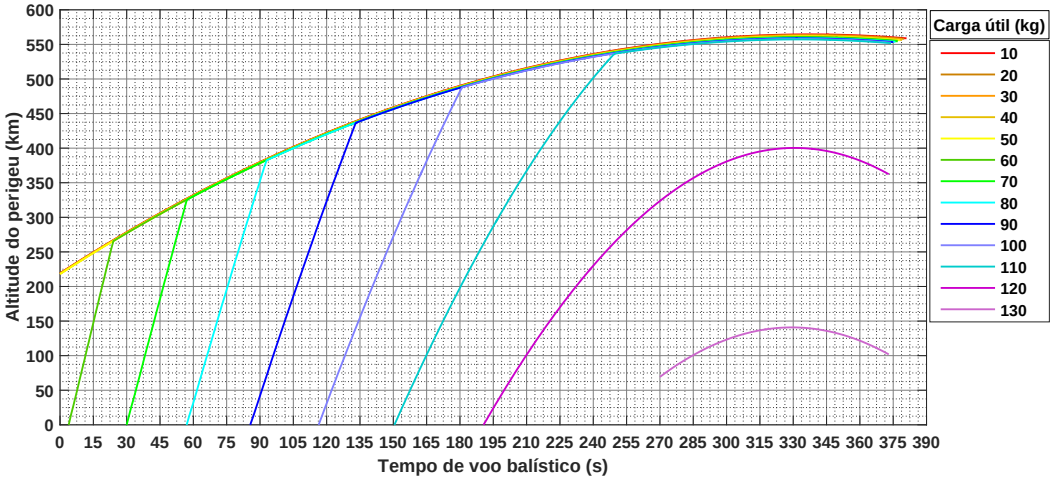


(b) *caso 3.*

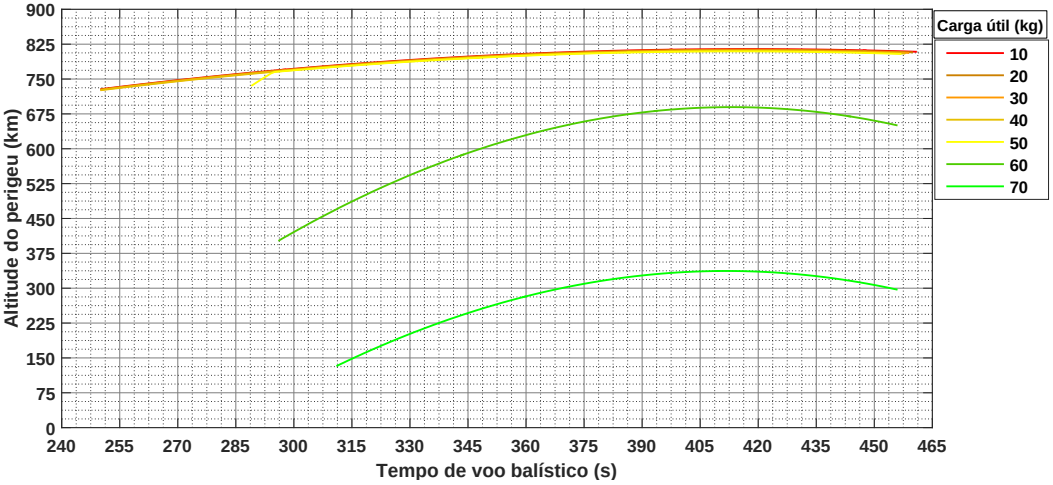
Fonte: Produção do autor.

Pela Figura 6.21(a) nota-se que cargas úteis de até 110 kg conseguem ser inseridas com perigeu de aproximadamente 560 km. Além disso, para tempos de voo balístico em torno de 330 s, é possível manter 120 kg com perigeu de 400 km. Este último resultado é analisado à parte nas figuras 6.26, 6.27 e 6.28 para os cenários que envolvem manobras orbitais impulsivas. No *caso 3* o perigeu pode ser condicionado a 820 km de altitude para massas de até 50 kg. Missões com 60 e 70 kg também são viáveis ao passo que é possível obter perigeu máximo de aproximadamente 680 e 330 km, nesta ordem, conforme ilustrado na Figura 6.21(b).

Figura 6.21 - Altitude do perigeu versus tempo de voo balístico para $\beta = 63,5°$.



(a) *caso 2*.



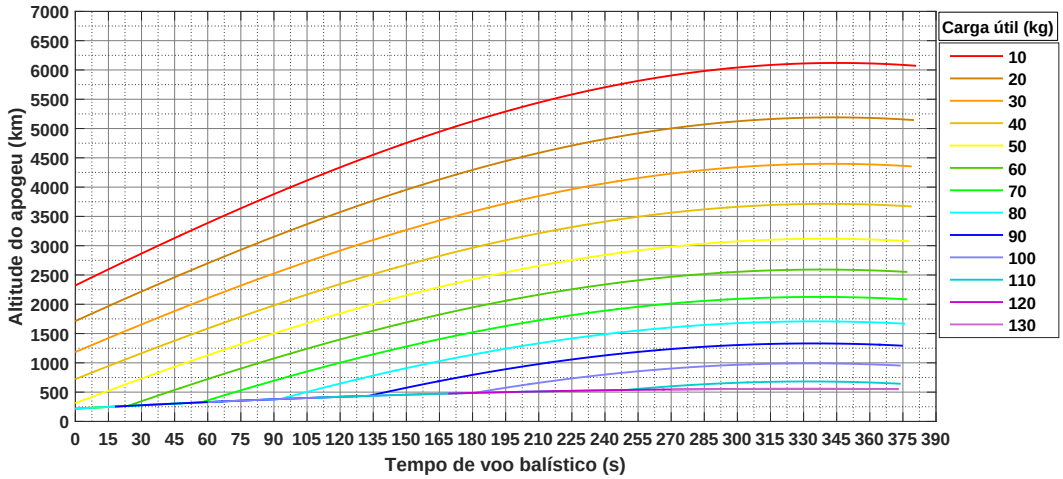
(b) *caso 3*.

Fonte: Produção do autor.

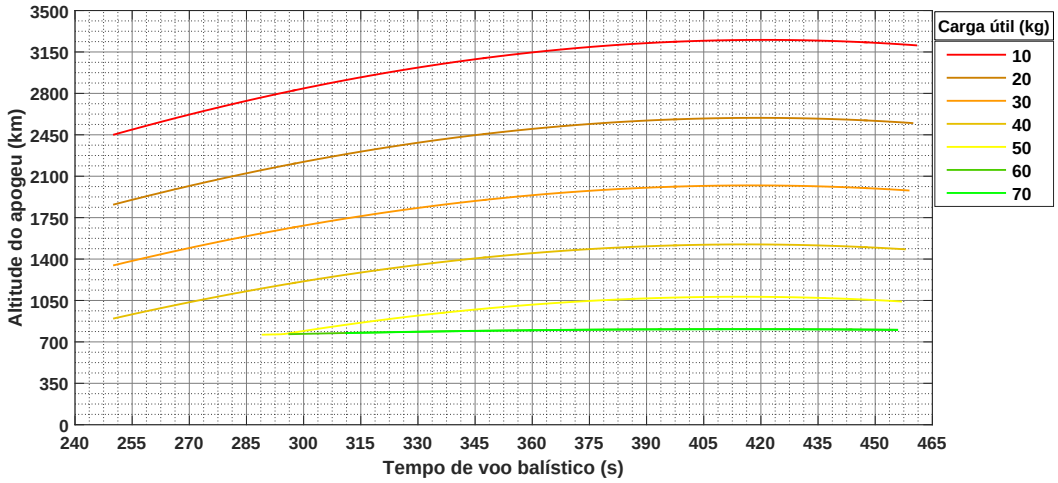
O efeito de circularização da órbita de injeção também pode ser observado nestas

simulações. Como a altitude adquirida pelo VLM-1 na injeção sofre pouca variação devido as restrições impostas a medida que a carga útil aumenta, desacelera-se o veículo ao longo trajetória e, consequentemente, reduz-se a altitude do apogeu. Para o *caso 2* é possível mantê-la abaixo de 750 km para massas superiores a 110 kg, conforme ilustrado na Figura 6.22(a). Através da Figura 6.22(b) é observado que massas de 60 ou 70 kg possuem apogeu em torno de 800 km.

Figura 6.22 - Altitude do apogeu versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2.*



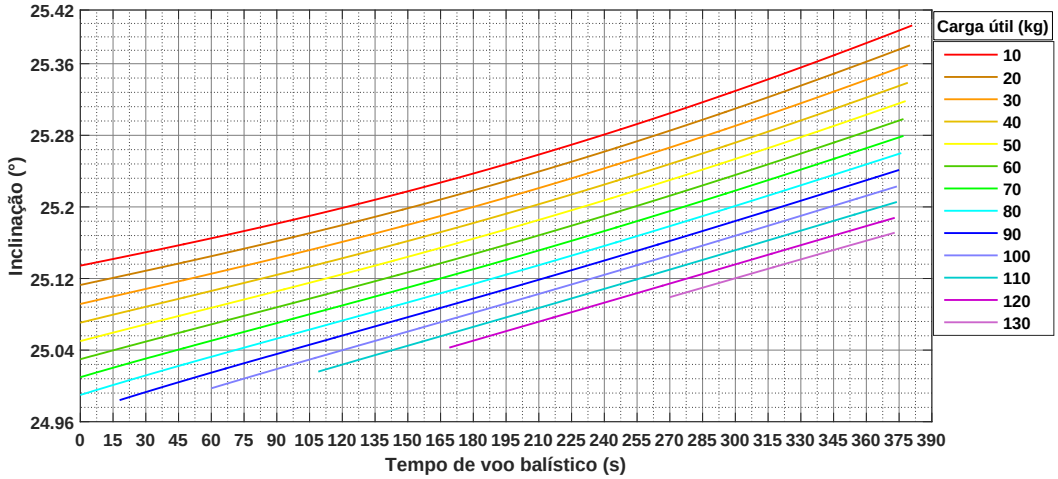
(b) *caso 3.*

Fonte: Produção do autor.

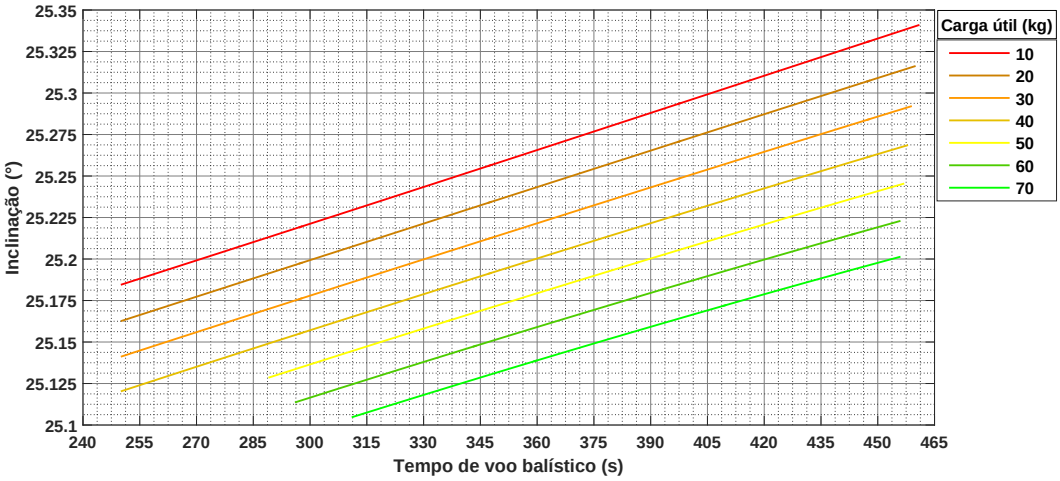
Na Tabela 5.2, viu-se que o foguete Pegasus inseriu o SCD-1 em uma inclinação de 24,96°, ou seja, com um erro de 0,04° em relação ao valor nominal. Pela Figura 6.23(a) observa-se que para a massa de 120 kg (similar a do satélite brasileiro)

o desvio máximo é de 0,2°. Este erro poderia ser diminuído de duas maneiras. A primeira delas é refinando o cálculo do azimute de lançamento e, a segunda, consiste em realizar uma manobra de correção de guinada (*dog-leg*) pelo terceiro estágio. Contudo, em primeira análise, o modelo de direcionamento propulsivo (ver seção 4.4) e a correção no ângulo de azimute devido a rotação da Terra (ver seção 4.8.1) são suficientes.

Figura 6.23 - Inclinação versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2.*



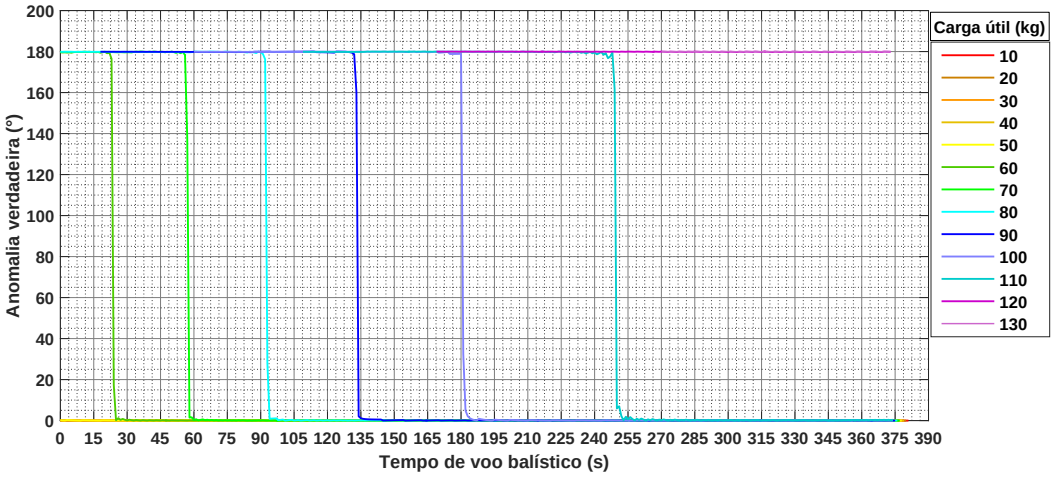
(b) *caso 3.*

Fonte: Produção do autor.

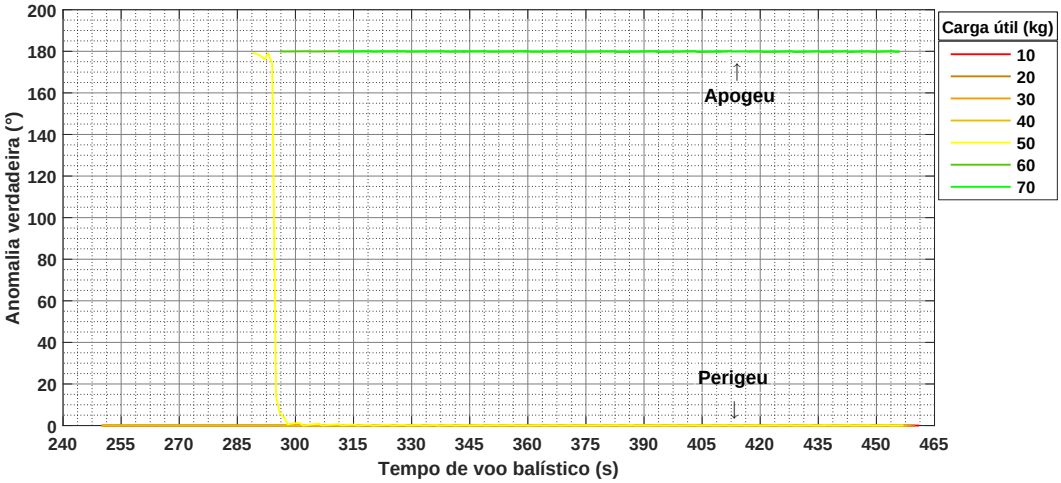
Na seção 6.1 viu-se que a anomalia verdadeira indica quando o veículo está inserindo o satélite no perigeu ou no apogeu da órbita de injeção. Pela Figura 6.24(a) nota-se que para as massas de 120 e 130 kg a injeção é realizada somente no apogeu. O

mesmo acontece no *caso 3* para as massas de 60 e 70 kg, conforme ilustrado na Figura 6.24(b). Em outras palavras, ao transportar estas massas o VLM-1 não mais consegue atingir o perigeu da órbita e, por causa da restrição no ângulo de trajetória no momento da separação, a única possibilidade é a de realizar à injeção no próximo ponto, isto é, no apogeu.

Figura 6.24 - Anomalia verdadeira versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2.*

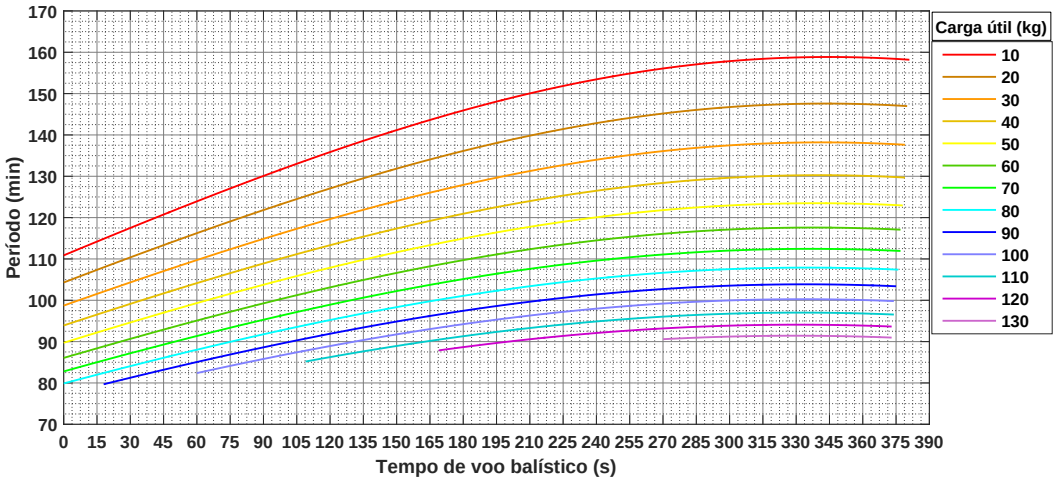


(b) *caso 3.*

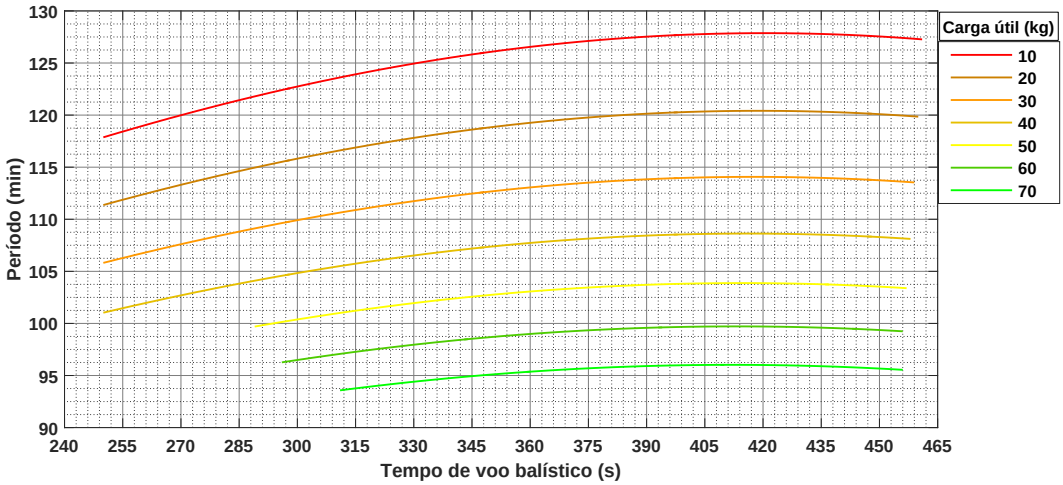
Fonte: Produção do autor.

Com o aumento da carga transportada pouco influi a duração do voo balístico na determinação do período orbital, conforme ilustrado na Figura 6.25. Este fato pode ser melhor verificado na Figura C.9 do Apêndice C através do comportamento do semi-eixo maior.

Figura 6.25 - Período orbital versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2*.

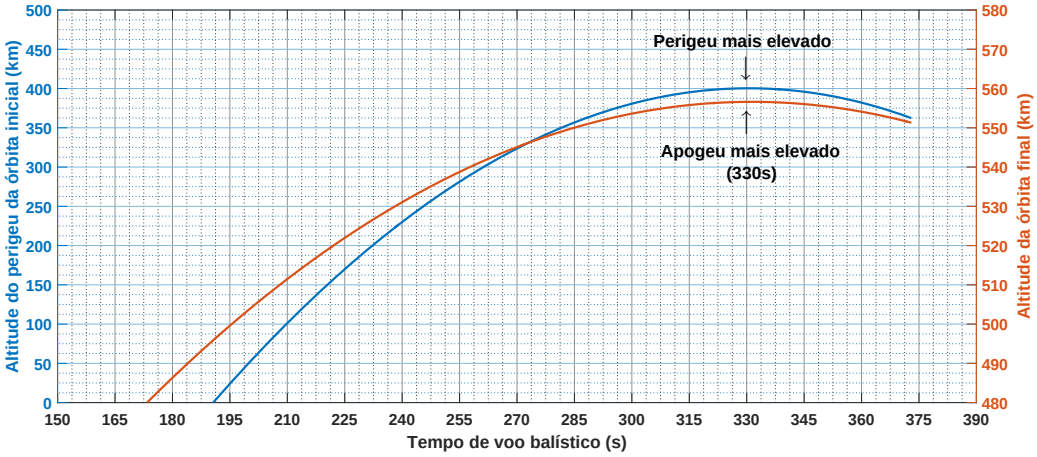


(b) *caso 3*.

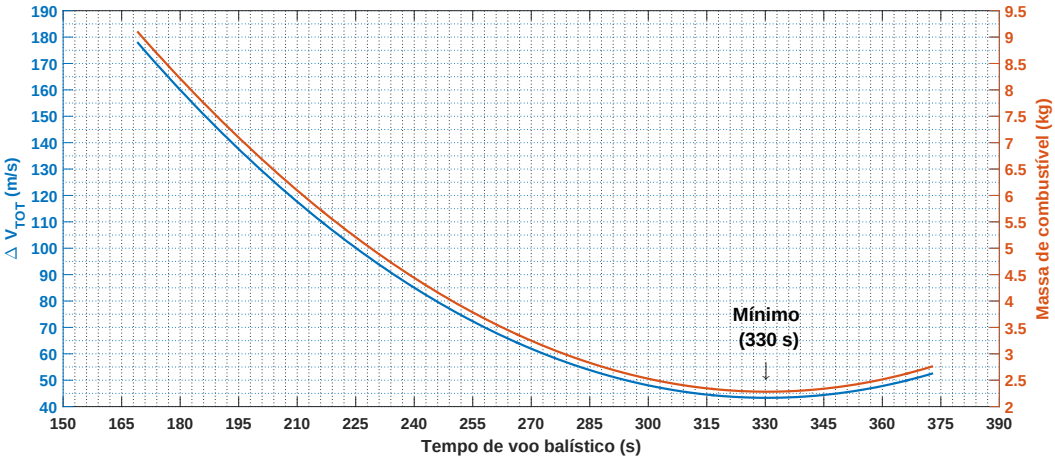
Fonte: Produção do autor.

Através dos resultados apresentados anteriormente para o *caso 2* nota-se que há a possibilidade de inserir a carga útil de 120 kg em uma órbita de 400 km de perigeu, 556 km de apogeu e inclinação próxima a 25° quando a duração do voo balístico é em torno de 330 s. Segundo Brown (1998) e Curtis (2010) o monopropelente hidrazina possui impulso específico de 230 s e este será adotado como sendo o combustível utilizado nas manobras que serão discutidas a seguir. Em primeira análise, se o requisito fosse apenas o de elevar o perigeu em 156 km a fim de tornar esta órbita circular, seria necessário realizar apenas um impulso no apogeu de aproximadamente 45 m/s no sentido de movimento do satélite na órbita. Isto representaria um gasto de combustível equivalente a 2,25 kg, conforme mostrado na Figura 6.26(b).

Figura 6.26 - Circularização da órbita de injeção através de um único impulso no apogeu considerando 120 kg de carga útil para o *caso 2*.



(a) Altitude do perigeu da órbita inicial e altitude da órbita final.

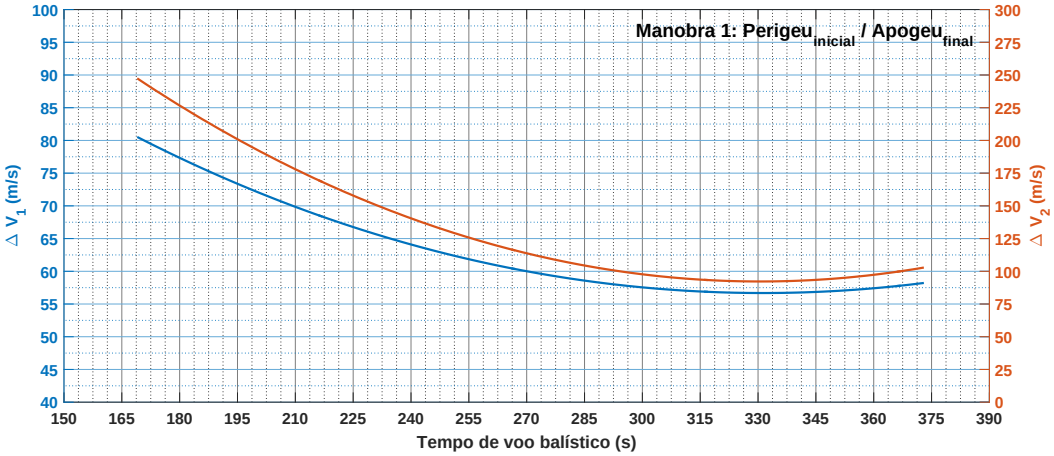


(b) Impulsos em termos de velocidade e consumo de combustível.

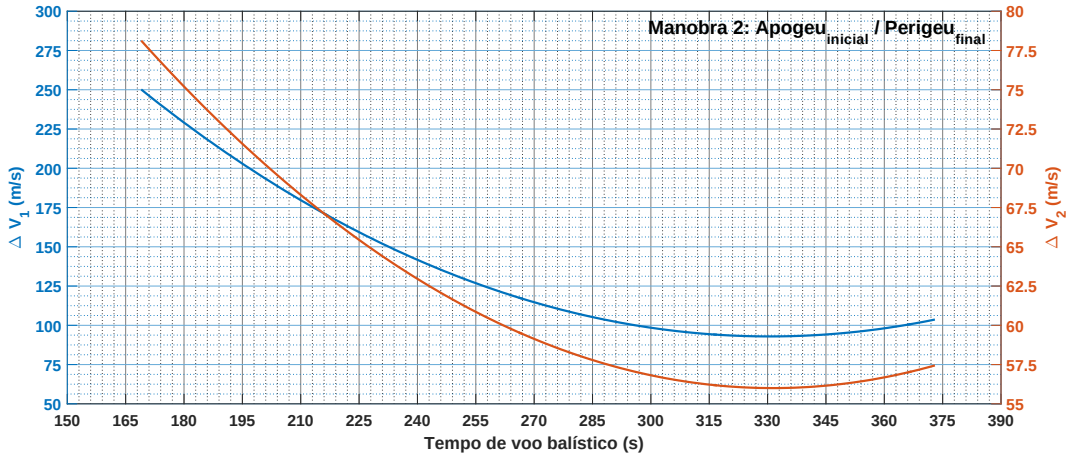
Fonte: Produção do autor.

O uso da manobra de Transferência de Hohmann é sugerido caso o requisito fosse o de transferir o microssatélite para uma órbita com o mesmo semi-eixo maior e excentricidade as quais os satélites da série SCD foram injetados. Será considerado o caso de transferência entre duas órbitas elípticas coaxiais com perigeu situado no mesmo lado (SANTOS, 2005). A primeira manobra de Hohmann implementada utiliza o perigeu da órbita inicial e o apogeu da órbita final. Os impulsos necessários para sua realização são mostrados na Figura 6.27(a). A segunda manobra consiste em utilizar o apogeu da órbita inicial e o perigeu da órbita final. Para este caso a variação de velocidade necessária é ilustrada na Figura 6.27(b).

Figura 6.27 - Transferências de Hohmann para o *caso 2* considerando 120 kg de carga útil.



(a) Impulsos em termos de velocidade para Manobra 1.

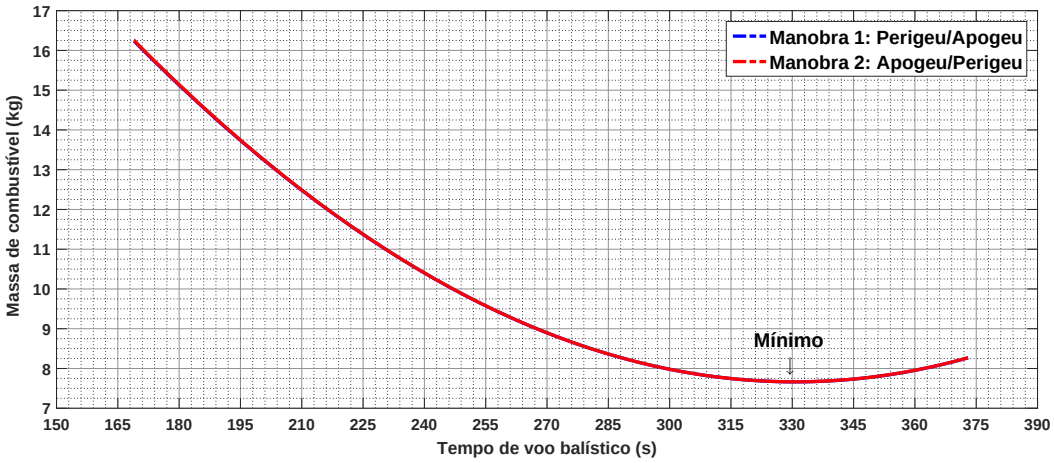


(b) Impulsos em termos de velocidade para Manobra 2.

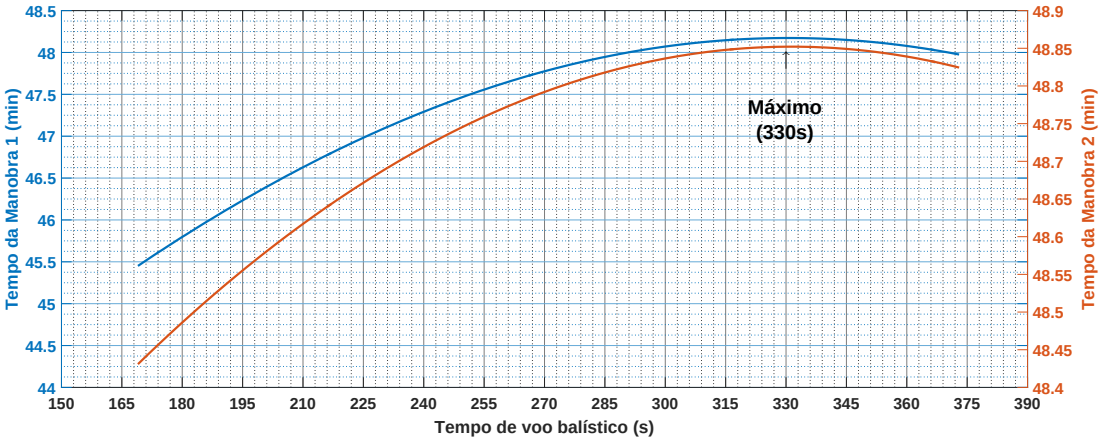
Fonte: Produção do autor.

Independentemente da manobra considerada, os menores valores de ΔV ocorrem quando a injeção em órbita foi realizada por uma trajetória a qual o lançador efetuou um voo balístico de 330 s. Portanto, o consumo de combustível na transferência é mínimo para este mesmo instante de tempo, conforme ilustrado na Figura 6.28(a). Pela Figura 6.28(b) pode ser observado a influência que o tempo de voo balístico exerce na duração das duas manobras de transferência executadas. Portanto, a mesma condição de voo do foguete que minimiza o consumo de combustível da manobra penaliza o tempo de transferência.

Figura 6.28 - Tempo necessário para realizar as manobras de transferência de Hohmann versus tempo de voo balístico do lançador.



(a) Consumo de combustível.



(b) Tempo de transferência.

Fonte: Produção do autor.

7 CONCLUSÕES

Neste trabalho abordou-se o problema relacionado com a substituição dos antigos Satélites de Coleta de Dados. Como proposta de solução foi averiguado a viabilidade do uso do VLM-1 e do CLA. É importante enfatizar que até os dias atuais ainda não foram realizados testes experimentais com o VLM-1 e os poucos trabalhos encontrados na literatura não fornecem todos os dados necessários para reprodução e, posteriormente, uma eventual comparação de resultados. A posição geográfica do CLA permite lançamentos com azimutes entre 0° e 90° para várias inclinações orbitais sem comprometer a segurança de áreas habitadas devido ao alijamento dos estágios propulsivos. Como consequência dos azimutes considerados todas as órbitas são prógradas.

Um mapeamento inicial sobre os possíveis domínios das órbitas que possam ser alcançadas pelo foguete brasileiro foi feito levando em consideração três condições de altitude impostas para o fim da queima do segundo estágio. A partir disso, a maior contribuição deste trabalho consiste na oportunidade de realizar um controle passivo dos elementos orbitais da órbita de injeção em função da variação do voo balístico do veículo lançador. O J_2 é o harmônico que exerce maior influência na determinação destes elementos. Além disso, para lançamentos efetuados com $\beta = 90°$, o modelo de direcionamento proposto possibilitou ao foguete atingir orbitas com inclinações próximas a latitude do CLA.

Com o aumento do ângulo de azimute o efeito da rotação da Terra torna-se mais evidente prolongando a duração do voo balístico, elevando a altitude máxima atingida pelo foguete e, principalmente, aumentando a capacidade de satelização.

Através das simulações constatou-se que o VLM-1 não possui a mesma capacidade de satelização que o foguete americano Pegasus uma vez que suas especificações e configurações de voo são distintas. O aumento da massa de carga útil diminui a aceleração desenvolvida pelo VLM-1 ao longo da trajetória e, consequentemente, a sua velocidade no momento da injeção fazendo com que o semi-eixo maior da órbita seja reduzido.

Na injeção em órbita o ângulo de trajetória e a velocidade de ascensão vertical foram restringidos a valores muito próximos de zero. Isto possibilitou o lançamento de cargas úteis próximas ao perigeu da órbita. Por ser o ponto mais próximo de se atingir da órbita a capacidade de transporte de carga do foguete é aumentada para um tempo de voo total estabelecido.

Como manobras de correção de inclinação demandam alto gasto energético o foguete foi condicionado a voar em um plano que oferecesse pequenos desvios em relação ao valor requisitado para este ângulo.

Para lançamentos em direção a órbita dos SCD o erro de inclinação obtido ainda pode ser reduzido realizando o refinamento do cálculo do ângulo de azimute de lançamento ou inserindo um sistema de controle no último estágio. Contudo, para correção de semi-eixo maior e excentricidade foi sugerido o uso de manobras com um ou dois impulsos fornecidos no perigeu ou apogeu da órbita de injeção.

No estudo de transferência orbital realizado para a massa de 120 kg a manobra que utilizou o apogeu mais afastado (órbita final) foi ligeiramente mais vantajosa consumindo 7,665 kg de propelente, isto é, 6,38 % da massa total do satélite. Porém, o tempo de transferência é máximo. Pela análise feita considerando o *caso 3* nota-se que é possível inserir massas de 60 kg em órbitas de baixa excentricidade com raio aproximado de 700 km de altitude.

7.1 Sugestões de trabalhos futuros

Ao final do estudo algumas linhas de pesquisa relacionadas ao tema ficaram em aberto, podendo ser feitas no futuro. A seguir, são listadas algumas delas.

- Inclusão de mais três graus de liberdade relacionados ao movimento rotacional do veículo (TEWARI, 2007; KHALIL et al., 2009). Modelos mais robustos para cálculo da densidade, obtenção via *software* alternativos ou ensaios práticos do perfil de variação do C_D com o número de Mach e realização de medições experimentais para obtenção de intensidade e direção do vento são alternativas para refinamento do modelo aerodinâmico.

- Uma análise de multicorpos para estudo do impacto da flexibilidade estrutural (torques e momentos) no controle necessário para perseguir a trajetória de referência do foguete (BANERJEE, 2016). Aqui pode-se sugerir novas leis de controle para guiamento do veículo evidenciando suas vantagens e desvantagens em relação a outras alternativas encontradas na literatura.

- Implementação de uma rotina de otimização para maximização da carga útil com o propósito de atender os requisitos impostos por uma determinada missão.

- Adicionar as equações dinâmicas do satélite levando em consideração o efeito do achatamento terrestre e do arrasto atmosférico. A inclusão deste último permite determinar o tempo disponível para efetuar uma eventual manobra de transferência antes que o satélite (perigeu inferior a 300 km) reentre na atmosfera. Também pode-se implementar manobras onde o propulsor é de baixo empuxo agindo de forma significativa em um intervalo de tempo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGÊNCIA ESPACIAL BRASILEIRA (AEB). **Nanossatélite Serpens-1 está em órbita e tem sinais captados pelo Brasil**. 2015. http://www.aeb.gov.br/nanossatelite-serpens-esta-em-orbita-e-tem-sinais-captados-no-brasil/. Acesso em: 28 dez 2016. 5

_____. **Contrato garante produção de oito motores S-50.** 2016. http://www.aeb.gov.br/contrato-garante-producao-de-oito-motores-s50/. Acesso em: 26 dez 2016. 3

_____. **Programa Nacional de Atividades Espaciais (PNAE)**. 2016. http://www.aeb.gov.br/wp-content/uploads/2013/03/PNAE-Portugues.pdf. Acesso em: 09 dez 2016. 43

ANGRISANO, A. **GNSS/INS integration methods**. 168 p. Dottorato di ricerca in Scienze Geodetiche e Topografiche — Parthenope University of Naples, Napoli, 2010. 24, 27

AVIBRAS INDÚSTRIA AEROESPACIAL. **Avibras firma contrato com aeronáutica para produção dos motores S-50 do Veículo Lançador de Microssatélites - VLM-1**. 2016. http://www.avibras.com.br/site/midia/noticias.html. Acesso em: 26 dez 2016. 3

BAKER, J. M. Orbit transfer and rendezvous maneuvers between inclined circular orbits. **Journal of Spacecraft an Rockets - ACTA Aeronautica**, v. 3, n. 8, p. 1216–1220, 1966. 11

BALESDENT, M. **Multidisciplinary design optimization of launch vehicles.** 232 p. Thèse de Doctorat (Spécialité: Génie Mécanique) — École Centrale de Nantes (ECN), Nantes, 2012. 1, 9

BALL, K. J.; OSBORNE, J. F. **Space vehicle dynamics**. Oxford: Oxford University Press, 1967. 11, 38, 42

BANERJEE, A. K. **Flexible multibody dynamics**. [S.l.]: John Wiley & Sons Ltd, 2016. 94

BARRAR, R. B. An analytic proof that the hohmann-type transfer is the true minimum two-impulse transfer. **Astronautica Acta**, v. 9, n. 1, p. 1–11, 1963. 57

BATE, R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E. **Fundamentals of astrodynamics**. New York, NY: Dover Publications, 1971. 8, 36, 46, 67

BENAVOLI, A.; CHISCI, L.; FARINA, A. Tracking of a ballistic missile with a-priori information. **IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine**, v. 43, n. 3, p. 1001–1016, 2007. 9, 39, 42, 43

BETTS, J. T. Survey of numerical methods for trajectory optimization. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, v. 21, n. 2, p. 193–197, 1999. 2

BITZER, J. A.; WOERNER, T. A. **A-4 Fibel (English Translation)**. Alabama, 1957. 167p. 7

BLITZER, L. Equilibrium positions and stability of 24-hour satellite orbits. **Journal of Geophysical Research**, v. 70, n. 16, p. 3987–3992, 1965. 35

BROWN, C. D. **Spacecraft mission design**. 2. ed. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 1998. 88

CARVALHO, F. C. **Transferências ótimas a baixo empuxo e potência limitada entre órbitas elípticas quaisquer.** 193 p. Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2004. 12

CHOBOTOV, V. **Orbital mechanics**. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2002. 17, 35, 53

CORNELISSE, J. W.; SCHÖYER, H. F. R.; WAKKER, K. F. **Rocket propulsion and spaceflights dynamics**. [S.l.]: Pitman Publishing Ltd., 1979. 1, 42

CURTIS, H. D. **Orbital mechanics for engineering students**. 2. ed. Burlington, MA: Elsevier, 2010. xix, 28, 29, 53, 56, 88, 137

DAITX, H.; KIENITZ, K. H. Desenvolvimento de algoritmo de controle para o veículo lançador de microssatélites (VLM). In: CONGRESSO BRASILEIRO DE AUTOMÁTICA, XX., 2014, Belo Horizonte, Brasil. **Proceedings...** Brasil: CBA, 2014. 20

DOORN, S. van. **A mission planning tool desing for re-entry.** 190 p. Dissertation (Master of Science Thesis) — Delft University of Technology, Netherlands, 2010. 111

DORMAND, J. R.; PRINCE, P. J. A family of embedded Runge-Kutta formulae. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 6, n. 1, p. 19–26, 1980. 13, 110, 111

EBERHARDT, B.; YOUNG, W. US military space planning. In: Air Force Patterson (Ed.). **AU-18 Space Primer.** Alabama: Air University Press, 2009. p. 334. 19

ECKEL, K. G.; VINH, N. X. Optimal switching conditions for minimum fuel fixed time transfer between non coplanar elliptical orbits. **ACTA Aeronautica**, v. 11, n. 1, p. 621–631, 1984. 12

ELGANAR, G.; KAZEMI, M. A.; RAZZAGHI, M. The pseudospectral legendre method for discretizing optimal control problems. **IEEE Transactions on Automatic Control**, v. 40, p. 1793–1796, 1995. 9

ETKIN, B. **Dynamics of atmospheric flight**. [S.l.]: John Wiley and Sons Inc., 1972. 42

EUROPEAN SPACE AGENCY (ESA). **50 years of humans in space**. 2007. http://www.esa.int/About_Us/Welcome_to_ESA/ESA_history/(archive). Acesso em: 28 dez 2016. 7

FEHLBERG, E. **Classical fifth-, sixth-, seventh-, and eighth-order Runge-Kutta formulas with stepsize control.** Huntsville, 1968. 89p. Nasa Technical Report TR R-287. 13, 109, 110, 111

FERNANDES, S. S. **Transferências ótimas entre órbitas próximas em campo gravitacional não-central.** 503 p. Tese (Doutorado em Mecânica de Voo de Dinâmica Orbital) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 1992. 12

FILHO, C. R. S. **Transferências ótimas a baixo empuxo e potência limitada em campo gravitacional não central.** 232 p. Tese (Doutorado em Mecânica de Voo de Dinâmica Orbital) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 2011. 12

FLEEMAN, E. L. **Tactical missile design**. 2. ed. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2006. 38, 48

FORÇA AÉREA BRASILEIRA (FAB). **Centro de Lançamento de Alcântara**. 2016. http://www2.fab.mil.br/cla/index.php. Acesso em: 09 dez 2016. 17

GODDARD, R. H. A method of reaching extreme altitudes. **Smithsonian miscellaneous collections (Smithsonian Institution)**, v. 71, n. 2, p. 69, 1919. 7

GREWAL, M. S.; ANDEWS, A. P.; WEILL, L. R. **Global positioning systems, inertial navigation, and integration**. 2. ed. New York, NY: John Wiley and Sons, 2007. 27

HANSON, J. M.; HALL, C. E. Learning about ares i from monte carlo simulation. In: **Proceedings...** Honolulu: AIAA Guidance, Navigation and Control Conference and Exhibit, 2008. 79

HILLER, H. Optimum transfers between non-coplanar circular orbits. **Planetary and Space Science - Elsevier**, v. 13, n. 2, p. 147–161, 1965. 11

HOELKER, R. F.; SILBER, R. The bi-elliptical transfer between co-planar circular orbits. **Planetary and Space Science - Elsevier**, v. 7, p. 164–175, 1961. 11

HOHMANN, W. **The Attainability of Heavenly Bodies**. Munich - Berlin, Germany, 1925. 104p. Technical Translation F-44. Disponível em: <https://ia600502.us.archive.org/12/items/nasa_techdoc_19980230631/19980230631.pdf>. 11, 57

INDIAN SPACE RESEARCH ORGANISATION (ISRO). **Indian Mini Satellite**. 2008. http://isro.gov.in/Spacecraft/ims-1. Acesso em: 28 dez 2016. 4

INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS (INPE). **Ilustrações do Satélite SCD-1**. 2013. http://md-m09.sid.inpe.br/rep/sid.inpe.br/md-m09/2013/09.17.15.55. Acesso em: 01 jan 2017. 2

_____. **NanoSatC-BR1**. 2014. http://www.inpe.br/crs/nanosat/NanoSatCBR1.php. Acesso em: 28 dez 2016. 5

_____. **Associated Laboratory of Sensors and Materials**. 2016. http://www.las.inpe.br/ veissid/eng18.html. Acesso em: 31 dez 2016. 2

_____. **NASA financiará nanossatélite desenvolvido em parceria com INPE e ITA**. 2016. http://www.inpe.br/noticias/noticia.php?Cod_Noticia=4359. Acesso em: 28 dez 2016. 5

INSTITUTO TECNOLÓGICO DE AERONÁUTICA (ITA). **Nanossatélite de aluno do ITA chega a ISS**. 2015. http://www.ita.br/cubesat/aesp-14. Acesso em: 28 dez 2016. 5

_____. **A construcão**. 2016. http://www.ita.br/aconstruo. Acesso em: 28 dez 2016. 7

ITALIAN SPACE AGENCY (ASI). **Cosmo-SkyMed System Description User Guide**. 2009. http://www.e-geos.it/products/pdf/csk-user_guide.pdf. Acesso em: 27 dez 2016. 4

JAPAN AEROSPACE EXPLORATION AGENCY (JAXA). **On the implementation of the SS-520 Unit 4 experiment**. 2016. http://www.jaxa.jp/press/2016/12/20161208_ss-520-4_j.html. Acesso em: 27 dez 2016. xix, 4

KHALIL, M.; ABDALLA, H.; KAMAL, O. Trajectory prediction for a typical fin stabilized artillery rocket. In: **Proceedings...** Cairo: Aerospace Sciences & Aviation Technology, 2009. 94

KHARISOV, E.; GREGORY, I. M.; CAO, C. L1 adaptative control law for flexible space launch vehicle and proposed plan for flight test validation. In: AIAA GUIDANCE, NAVIGATION AND CONTROL CONFERENCE AND EXHIBIT, 2008, Honolulu, Hawai. **Proceedings...** Hawai: AIAA, 2008. 1

KRISTIANSEN, R. **Attitude control of a microssatelite.** 232 p. Master (M.Sc. in Engineering Cybernetics) — Norwegian University of Science and Technology (NTNU), Norway, 2000. 27

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; KONDAPALLI, R. R. **Curso de satélites artificiais: movimento orbital**. São José dos Campos, SP: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2011. 19, 34, 35, 113

KUGA, H. K.; CARRARA, V.; RAO, K. R. **Introdução à mecânica celeste**. [S.l.]: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, 2008. 1

KUGA, H. K.; KONDAPALLI, R. R. Satellite orbit determination: A first-hand experience with the first brazilian sattelite scd1. In: 44TH CONGRESS OF THE INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL FEDERATION, 44., 1993, Graz, Austria. **Proceedings...** Austria: IAF, 1993. xix, 51

LEIMOINE, F.; KENYON, S.; FACTOR, J.; TRIMMER, R.; PAVLIS, N.; CHINN, D.; COX, C.; KLOSKO, S.; LUTHCKE, S.; TORRENCE, M.; WANG, Y.; WILLIAMSON, E.; RAPP, R.; OLSON, T. **The development of the joint NASA GSFC and the National Imagery and Mapping Agency (NIMA) Geopotential Model EGM96.** EUA, 1998. 586p. NASA/TP-206861. xix, 36

LI, Z.; CHEN, J.; BALTSAVIAS, E. **Advances in photogrammetry, remote sensing and spatial information sciences**: 2008 ISPRS Congress Book. London, UK: CRC Press, 2008. 5

MADEIRA, F. **Guiagem e controle não-linear subótimo de veículos lançadores de satélites em malha fechada e em tempo quase real**. 1996. 191 p. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 1996. 8

MAIOLINO, J. V. **Uma proposta para atualização do segmento espacial do sistema brasileiro de coleta de dados orientada pela engenharia de sistemas.** 224 p. Dissertação (Mestrado em Gerenciamento de Sistemas Espaciais) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2011. 6, 19

MAREC, J. P. **Studies in astronautics - optimal space trajectories**. [S.l.]: Elsevier Scientific Publishing Company, 1979. 11, 57

MARTIN, D. H. **Communication satellites**. [S.l.]: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2000. 5

MATHWORKS® COMMUNITY PROFILE: WILL CAMPBELL. **Earth-sized sphere with topography.** 2010. https://www.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/27123-earth-sized-sphere-with-topography. Acesso em: 01 jan 2017. 134

MIRANDA, D. J. F. **Otimização de trajetória de um veículo lançador de satélites empregando métodos pseudo-espectrais.** 2012. 170 p. Trabalho de Graduação — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 2012. xix, 9, 17, 20, 21, 22, 30, 31, 32, 33, 38, 46, 48, 75, 76, 77, 126, 133

MOOIJ, E. **The motion of a vehicle in a planetary atmosphere**. Netherlands, 1994. 168p. Report LR-768. 36, 63

MOTA, F. A. S. **Modeling and simulation of launch vehicles using object-oriented programming**. 2015. 181 p. Tese (Doutorado em Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2015. 1, 10, 29, 36, 38, 48, 77, 119

NASA. **A study of numerical methods for computing reentry trajectories for shuttle-type space vehicles.** Austin-Texas, 1972. 51p. Final Report NASA-CR-128652. 111

_____. **U. S. Standard Atmosphere 1976.** Washington D.C., 1976. 243p. NASA - TM - X - 7433b. 38

NATIONAL AERONAUTICS AND SPACE ADMINISTRATION (NASA). **Cyclone Global Navigation Satellite System**. 2016. https://www.nasa.gov/cygnss. Acesso em: 28 dez 2016. 5

NATIONAL AGENCY SPACE ADMINISTRATION (NASA). **The Tyranny of the Rocket Equation**. 2012. https://www.nasa.gov/mission_-pages/station/expeditions/expedition30/tryanny.html. Acesso em: 30 dez 2016. xix, 55

NETO, J. B. S. **Estudo da influência da pressão de radiação solar na remoção de satélites em ressonância.** 134 p. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2016. 53

ORLANDO, V.; KUGA, H. K. Os satélites SCD-1 e SCD-2 da Missão Espacial Completa Brasileira - MECB. In: WINTER, O. C.; PRADO, A. F. B. A. (Ed.). **A conquista do espaço: do Sputnik à missão centenário.** [S.l.]: Livraria da Física, 2007. p. 151–176. 2, 49, 52

ORLANDO, V.; KUGA, H. K.; GUEDES, U. T. V. Flight dynamics leop and routine operations for SCD-2, the INPE's second environmental data collecting satellite. In: **Proceedings...** Maryland: AAS/GSFC 13th International Symposium on Space Flight Dynamics., 1998. 50

PAGANO, A. **Global launcher trajectory optimization for Lunar base settlement**. 183 p. Dissertation (Master of Science Thesis) — Delft University Technology, Netherlands, 2010. 9, 25, 36, 38, 39, 63

PIÑEROS, J. O. M. **Estudio de la trayectoria de um cohete de tres etapas lanzado desde el territorio colombiano**. 2012. 108 p. Tesis (Maestría en

Astronomía) — Universidad Nacional de Colombia, Bogotá - Colombia, 2012. 9, 48, 79

PRADO, A. F. B. A. **Análise, seleção e implementação de procedimentos que visem manobras ótimas de satélites artificiais**. 220 p. Dissertação (Mestrado em Ciência Espacial/Mecânica Orbital) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 1989. 12, 52, 53

PRADO, A. F. B. A. **Trajetórias espaciais e manobras assistidas por gravidade**. São José dos Campos, Brasil: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2001. 39

PRADO, A. F. B. A.; KUGA, H. K. **Fundamentos da tecnologia espacial**. 1. ed. [S.l.]: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2001. 17

PRADO, A. F. B. A.; RIOS-NETO, A. Um estudo bibliográfico sobre o problema de transferências de órbita. **Revista Brasileira de Ciências Mecânicas**, v. 15, n. 1, p. 65–78, 1993. 2

RAO, A. V. A survey of numerical methods for optimal control. **Journal of Guidance, Control, and Dynamics**, 2009. 2

REUTER, E. D. J.; FISCH, G.; MOTA, G. V.; COHEN, J. C. P. Estudo observacional da camada limite planetária marinha na região do centro de lançamento de foguetes de alcântara - ma. **Revista Brasileira de Meteorologia**, v. 19, n. 3, p. 251–264, 2004. 37

RIDER, L. Characteristic velocity requeriments for impulsive thrust transfers between non co-planar circular orbits. **ARS Journal**, v. 31, n. 3, p. 345–351, 1961. 11

ROCCO, E. M.; PRADO, A. F. B. A.; SOUZA, M. L. O. Bi-impulsive orbital transfers between non-coplanar orbits with minimum time for a prescribed fuel consumption. In: **Proceedings...** Brazil: Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, 1999. 12

ROCHA, F. C. W. **Acidente com o Veículo Lançador de Satélites VLS-1 v03 no Centro de Lançamento de Alcântara.** Brasília, Brasil, 2004. 94p. 3

ROLLEMBERG, R. **A política espacial brasileira Parte II - Análises técnicas.** Brasília, Brasil, 2010. 270p. 19

SANTANA, C.; FERNANDEZ, J. **Overview of the SCD1/Pegasus Mission**. 9 p. Overview — Utah State University, EUA, 1993. 5

SANTOS, D. P. S. **Aplicações em manobras espaciais do problema de múltiplos encontros**. 129 p. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2005. 12, 89

SARLI, B.; WINTER, O.; PAGLIONE, P.; NETO, E. V. Strategies for exploring the triple system 2001SN263 - target of the aster mission. In: **Proceedings...** Brazil: COSPAR Scientific Assembly, 2012. 5

SCHWOMEYER, P. M. **The U.S. outer space situational awareness sharing law: Sharing information about SSA and the need for global cooperation.** 129 p. Master of Laws — McGill University, Montreal, 2011. 19

SEEDHOUSE, E. **The new space race: China vs. USA**. [S.l.]: Praxis Publishing, 2010. 4

SILVA, A. A.; BRAZ, B. C.; SILVA, M. M. Q.; YAMAGUTI, W. Expansão e continuidade do sistema brasileiro de coleta de dados ambientais face às demandas da rede hidrometeorológica nacional. In: **Proceedings...** Brasil: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 2013. 49

SILVA, P. S. **O método das correções repetidas para guiagem ótima em tempo real de veículos lançadores de satélites**. 227 p. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 1994. 8

SILVEIRA, G. **Desenvolvimento de uma ferramenta computacional para simulação de voo de veículos lançadores**. 2014. 151 p. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2014. xix, 9, 21, 36, 38, 42, 48

SMANIA, A. C. M. **Otimização de trajetórias de veículos lançadores de satélites usando procedimento de busca direta**. 102 p. Tese (Doutorado em Engenharia Aeronáutica e Mecânica) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), São José dos Campos, 1988. 8

SOUZA, C. H. M. **Análise da dinâmica de separação do primeiro estágio do VLM-1**. 100 p. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) —

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2015. 9, 21, 48

SRIVASTAVA, T. N. Launch angles with optimum trajectories for rocket interception at preassigned destinations. **Defense Science Laboratory**, v. 18, p. 147–160, 1968. 11

SUCARRAT, E. H. **Study of LEO to GEO transfers via the L1 Sun-Earth or Earth-Moon libration points**. 111 p. Projecte Final Màster (Enginyeria Matemàtica) — Universitat Politècnica de Catalunya, Catalunya, 2008. 12, 19

TANCK, P. A.; WILLIAMS, J. L. **The Scout Launch Vehicle System**. 5 p. — AIAA, EUA, 1988. 81

TEWARI, A. **Atmospheric and spaceflight dynamics: modeling and simulation with Matlab® and Simulink®**. [S.l.]: Birkhäuser Basel, 2007. 1, 25, 26, 42, 48, 94

TOMSK POLYTECHNIC UNIVERSITY (TPU). **Tomsk-TU-120**. 2016. http://tpu.ru/en/search/?word=nanosatellite&criteria=1. Acesso em: 28 dez 2016. 4

UNIVERSITY OF TORONTO INSTITUTE FOR AEROSPACE STUDIES (UTIAS). **Nanossatellites**. 2016. http://utias-sfl.net/?page_id=145. Acesso em: 27 dez 2016. 4

UZUN, K. **Requeriments and limitations of boost-phase ballistic missile intercept systems**. 164 p. Dissertation — Naval Postgraduate School, Monterey, 2004. 8

VALLADO, D. A.; FINKLEMAN, D. A critical assessment of satellite drag and atmospheric density modeling. **Journal of Computational and Applied Mathematics**, v. 95, p. 141–165, 2014. 38, 111

VILLAS-BOAS, D. J. F. O veículo lançador de satélites VLS-1. In: **Proceedings...** Brasil: Associação Aeroespacial Brasileira, 2005. 3

VINH, N. X.; HANSON, J. M. Optimal aeroassisted return from high earth orbit with plane change. **Journal of Spacecraft an Rockets - ACTA Aeronautica**, v. 12, n. 1, p. 11–25, 1985. 11

ZHANG, L. **A fixed-point framework for launch vehicle ascent guidance**. 118 p. Major: Aerospace Engineering — Iowa State University, Ames, 2006. 46

ZIPFEL, P. **Modeling and simulation of aerospace vehicle dynamics**. 2. ed. Reston, VA: American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA), 2007. 37

APÊNDICE A - INTEGRADOR NUMÉRICO

O Runge-Kutta 7(8) efetua treze avaliações da equação diferencial conforme mostrado nas equações A.1 e A.2. O passo de integração é representado por h.

$$f_0 = f(x_0, y_0) \tag{A.1}$$

$$f_k = f(x_0 + ha_k, y_0 + h\sum_{\lambda=0}^{k=1} \beta^*_{k\lambda} f_\lambda)(k = 1, 2, 3, ..., 12) \tag{A.2}$$

As soluções do integrador são expressas como sendo:

$$\overline{y} = y_0 + h\sum_{k=0}^{k=10} c_k f_k + O(h^8) \tag{A.3}$$

$$\hat{y} = y_0 + h\sum_{k=0}^{k=12} \hat{c}_k f_k + O(h^9) \tag{A.4}$$

A Figura A.1 apresenta os coeficientes de cada avaliação.

Figura A.1 - Coeficientes do integrador Runge-Kutta 7(8).

Truncation Error Term: $TE = \frac{41}{840}(f_0 + f_{10} - f_{11} - f_{12})h$

k \ λ	a_k	$\beta^*_{k\lambda}$ 0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	c_k	$\hat{c}_k$
0	0	0												$\frac{41}{840}$	0
1	$\frac{2}{27}$	$\frac{2}{27}$												0	
2	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{36}$	$\frac{1}{12}$											0	
3	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{24}$	0	$\frac{1}{8}$										0	
4	$\frac{5}{12}$	$\frac{5}{12}$	0	$-\frac{25}{16}$	$\frac{25}{16}$									0	
5	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{20}$	0	0	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$								$\frac{34}{105}$	
6	$\frac{5}{6}$	$-\frac{25}{108}$	0	0	$\frac{125}{108}$	$-\frac{65}{27}$	$\frac{125}{54}$							$\frac{9}{35}$	
7	$\frac{1}{6}$	$\frac{31}{300}$	0	0	0	$\frac{61}{225}$	$-\frac{2}{9}$	$\frac{13}{900}$						$\frac{9}{35}$	
8	$\frac{2}{3}$	2	0	0	$-\frac{53}{6}$	$\frac{704}{45}$	$-\frac{107}{9}$	$\frac{67}{90}$	3					$\frac{9}{280}$	
9	$\frac{1}{3}$	$-\frac{91}{108}$	0	0	$\frac{23}{108}$	$-\frac{976}{135}$	$\frac{311}{54}$	$-\frac{19}{60}$	$\frac{17}{6}$	$-\frac{1}{12}$				$\frac{9}{280}$	
10	1	$\frac{2383}{4100}$	0	0	$-\frac{341}{164}$	$\frac{4496}{1025}$	$-\frac{301}{82}$	$\frac{2133}{4100}$	$\frac{45}{82}$	$\frac{45}{164}$	$\frac{18}{41}$			$\frac{41}{840}$	0
11	0	$\frac{3}{205}$	0	0	0	0	$-\frac{6}{41}$	$-\frac{3}{205}$	$-\frac{3}{41}$	$\frac{3}{41}$	$\frac{6}{41}$	0			$\frac{41}{840}$
12	1	$-\frac{1777}{4100}$	0	0	$-\frac{341}{164}$	$\frac{4496}{1025}$	$-\frac{289}{82}$	$\frac{2193}{4100}$	$\frac{51}{82}$	$\frac{33}{164}$	$\frac{12}{41}$	0	1		$\frac{41}{840}$

Fonte: Fehlberg (1968).

Ao substituir os coeficientes nas equações A.1 e A.2, temos que

$$
\begin{aligned}
f_0 &= f(x_0, y_0) \\
f_1 &= f\left(x_0 + \frac{2}{27}h, y_0 + h\left[\frac{2}{27}f_0\right]\right) \\
f_2 &= f\left(x_0 + \frac{1}{9}h, y_0 + h\left[\frac{1}{36}f_0 + \frac{1}{12}f_1\right]\right) \\
f_3 &= f\left(x_0 + \frac{1}{6}h, y_0 + h\left[\frac{1}{24}f_0 + \frac{1}{8}f_2\right]\right) \\
f_4 &= f\left(x_0 + \frac{5}{12}h, y_0 + h\left[\frac{5}{12}f_0 - \frac{25}{16}f_2 + \frac{25}{16}f_3\right]\right) \\
f_5 &= f\left(x_0 + \frac{1}{2}h, y_0 + h\left[\frac{1}{20}f_0 + \frac{1}{4}f_3 + \frac{1}{5}f_4\right]\right) \\
f_6 &= f\left(x_0 + \frac{5}{6}h, y_0 + h\left[-\frac{25}{108}f_0 + \frac{125}{108}f_3 - \frac{65}{27}f_4 + \frac{125}{54}f_5\right]\right) \\
f_7 &= f\left(x_0 + \frac{1}{6}h, y_0 + h\left[\frac{31}{300}f_0 + \frac{61}{225}f_4 - \frac{2}{9}f_5 + \frac{13}{900}f_6\right]\right) \\
f_8 &= f\left(x_0 + \frac{2}{3}h, y_0 + h\left[2f_0 - \frac{53}{6}f_3 + \frac{704}{45}f_4 - \frac{107}{9}f_5 + \frac{67}{90}f_6 + 3f_7\right]\right) \\
f_9 &= f\Big(x_0 + \frac{1}{3}h, y_0 + h\Big[-\frac{91}{6}f_1 + \frac{23}{108}f_3 - \frac{976}{135}f_4 + \frac{311}{54}f_5 - \frac{19}{60}f_6 \\
&\quad + \frac{17}{6}f_7 - \frac{1}{12}f_8\Big]\Big) \\
f_{10} &= f\Big(x_0 + h, y_0 + h\Big[\frac{2383}{4100}f_0 - \frac{341}{164}f_3 + \frac{4496}{1025}f_4 - \frac{301}{82}f_5 + \frac{2133}{4100}f_6 \\
&\quad + \frac{45}{82}f_7 + \frac{45}{164}f_8 + \frac{18}{41}f_9\Big]\Big) \\
f_{11} &= f\Big(x_0 + 0h, y_0 + h\Big[\frac{3}{205}f_0 - \frac{6}{41}f_5 - \frac{3}{205}f_6 - \frac{3}{41}f_7 + \frac{3}{41}f_8 + \frac{6}{41}f_9\Big]\Big) \\
f_{12} &= f\Big(x_0 + 1h, y_0 + h\Big[-\frac{1777}{4100}f_0 - \frac{341}{164}f_3 + \frac{4496}{1025}f_4 - \frac{289}{82}f_5 + \frac{2193}{4100}f_6 \\
&\quad + \frac{51}{82}f_7 + \frac{33}{164}f_8 + \frac{12}{41}f_9 + f_{11}\Big]\Big)
\end{aligned}
\tag{A.5}
$$

Por fim, as equações de cálculo aproximado das soluções são:

$$
\overline{y} = y_0 + h\left[\frac{41}{840}f_0 + \frac{34}{105}f_5 + \frac{9}{35}f_7 + \frac{9}{280}f_8 + \frac{9}{280}f_9 + \frac{41}{840}f_{10}\right] \tag{A.6}
$$

$$
\hat{y} = y_0 + h\left[\frac{34}{105}f_5 + \frac{9}{35}f_6 + \frac{9}{35}f_7 + \frac{9}{280}f_8 + \frac{9}{280}f_9 + \frac{41}{840}f_{11} + \frac{41}{840}f_{12}\right] \tag{A.7}
$$

Realizou-se um estudo preliminar para escolha do integrador numérico a ser utilizado nas simulações de trajetória do foguete. Dentre os implementados pode-se citar o $RK4$, $RK5(4)7M$, $RK6(7)$ e $RK7(8)$ (FEHLBERG, 1968; DORMAND; PRINCE,

1980). Este último integrador é amplamente empregado no cálculo de trajetórias de reentrada (NASA, 1972; DOORN, 2010; VALLADO; FINKLEMAN, 2014). Optou-se por manter o passo de integração fixo (10^{-3}) a fim de facilitar a implementação. A solução de 7ª ordem do $RK7(8)$ apresentou os menores erros absoluto e relativo em comparação aos demais integradores.

APÊNDICE B - POTENCIAL GRAVITACIONAL TERRESTRE

Os Polinômios de Legendre até a ordem $n = 6$ é fornecido pela equação recursiva B.1 (KUGA et al., 2011).

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n}[(x^2-1)^n] \tag{B.1}$$

Os seis primeiros polinômios são:

$$\begin{aligned}
P_0\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^0 0!} \frac{d^0}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^0}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^0\right] = 1 \\
P_1\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^1 1!} \frac{d^1}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^1}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^1\right] = \frac{r_Z}{r} \\
P_2\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^2 2!} \frac{d^2}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^2}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^2\right] = \frac{3r_Z^2 - r^2}{2r^2} = \frac{1}{2}\left[3\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right] \\
P_3\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^3 3!} \frac{d^3}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^3}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^3\right] = \frac{-3r^2 r_Z + 5r_Z^3}{2r^3} = \frac{1}{2}\left(5\frac{r_Z^3}{r^3} - 3\frac{r_Z}{r}\right) \\
P_4\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^4 4!} \frac{d^4}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^4}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^4\right] = \frac{3r^4 - 30r^2 r_Z^2 + 35r_Z^4}{8r^4} = \\
&= \frac{1}{8}\left(35\frac{r_Z^4}{r^4} - 3\frac{r_Z^2}{r^2} + 3\right) \\
P_5\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^5 5!} \frac{d^5}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^5}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^5\right] = \frac{15r^4 r_Z - 70r^2 r_Z^3 + 63r_Z^5}{8r^5} = \\
&= \frac{1}{8}\left(63\frac{r_Z^5}{r^5} - 70\frac{r_Z^3}{r^3} + 15\frac{r_Z}{r}\right) \\
P_6\left(\frac{r_Z}{r}\right) &= \frac{1}{2^6 6!} \frac{d^6}{d\left(\frac{r_Z}{r}\right)^6}\left[\left(\frac{r_Z^2}{r^2}-1\right)^6\right] = \frac{-5r^6 + 105r^4 r_Z^2 - 315r^2 r_Z^4 + 231r_Z^6}{16r^6} = \\
&= \frac{1}{16}\left(231\frac{r_Z^6}{r^6} - 315\frac{r_Z^4}{r^4} + 105\frac{r_Z^2}{r^2} - 5\right)
\end{aligned} \tag{B.2}$$

Ao substituir estes resultados na equação 4.29 da seção 4.5, temos que:

$$
\begin{aligned}
V(r_Z, r) = &- \frac{\mu}{r} + \frac{\mu J_2 R_T^2}{2}\left[3\frac{r_Z^2}{r^5} - \frac{1}{r^3}\right] + \frac{\mu J_3 R_T^3}{2}\left[5\frac{r_Z^3}{r^7} - 3\frac{r_Z}{r^5}\right] \\
&+ \frac{\mu J_4 R_T^4}{8}\left[35\frac{r_Z^4}{r^9} - 30\frac{r_Z^2}{r^7} + \frac{3}{r^5}\right] \\
&+ \frac{\mu J_5 R_T^5}{8}\left[63\frac{r_Z^5}{r^{11}} - 70\frac{r_Z^3}{r^9} + 15\frac{r_Z}{r^7}\right] \\
&+ \frac{\mu J_6 R_T^6}{16}\left[231\frac{r_Z^6}{r^{13}} - 315\frac{r_Z^4}{r^{11}} + 105\frac{r_Z^2}{r^9} - \frac{5}{r^7}\right]
\end{aligned}
\tag{B.3}
$$

O próximo passo consiste em fatorar a equação (B.3) separando os termos constantes dos que dependem de r_Z e $r = \sqrt{r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2}$.

$$
\begin{aligned}
V(r_Z, r) = &- \frac{\mu}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{1/2}} \\
&+ \frac{\mu J_2 R_T^2}{2}\left[3\frac{r_Z^2}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{5/2}} - \frac{1}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{3/2}}\right] \\
&+ \frac{\mu J_3 R_T^3}{2}\left[5\frac{r_Z^3}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{7/2}} - 3\frac{r_Z}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{5/2}}\right] \\
&+ \frac{\mu J_4 R_T^4}{8}\left[35\frac{r_Z^4}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{9/2}} - 30\frac{r_Z^2}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{7/2}} + 3\frac{1}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{5/2}}\right] \\
&+ \frac{\mu J_5 R_T^5}{8}\left[63\frac{r_Z^5}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{11/2}} - 70\frac{r_Z^3}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{9/2}} + 15\frac{r_Z}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{7/2}}\right] \\
&+ \frac{\mu J_6 R_T^6}{16}\left[231\frac{r_Z^6}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{13/2}} - 315\frac{r_Z^4}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{11/2}}\right. \\
&\left. + 105\frac{r_Z^2}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{9/2}} - 5\frac{r_Z^2}{(r_X^2 + r_Y^2 + r_Z^2)^{7/2}}\right]
\end{aligned}
\tag{B.4}
$$

O gradiente do potencial gravitacional é dado como sendo

$$
\vec{g} = -\nabla V(r_Z, r) = -\left[\frac{\partial V(r_Z, r)}{\partial r_X}\hat{\imath} + \frac{\partial V(r_Z, r)}{\partial r_Y}\hat{\jmath} + \frac{\partial V(r_Z, r)}{\partial r_Z}\hat{k}\right] \tag{B.5}
$$

Dessa forma, as seis derivadas parciais em relação a coordenada r_X são

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r_X}\left[\frac{1}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{1/2}}\right] &= -\frac{r_X}{r^3} \\
\frac{\partial}{\partial r_X}\left[3\frac{r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}} - \frac{1}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{3/2}}\right] &= 3r_X\left[1-5\frac{r_Z^2}{r^2}\right]\frac{1}{r^5} \\
\frac{\partial}{\partial r_X}\left[\frac{5r_Z^3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}} - \frac{3r_Z}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}}\right] &= 5r_X\left[\frac{3r^2-7r_Z^2}{r^8}\right]\frac{r_Z}{r} \\
\frac{\partial}{\partial r_X}\left[\frac{35r_Z^4}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}} - \frac{30r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}} + \frac{3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}}\right] & \\
= 35r_X\left[\frac{6r_Z^2}{r^2} - \frac{3}{7} - \frac{9r_Z^4}{r^4}\right]\frac{1}{r^7} & \qquad \text{(B.6)} \\
\frac{\partial}{\partial r_X}\left[\frac{63r_Z^5}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{11/2}} - \frac{70r_Z^3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}} + \frac{15r_Z}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}}\right] & \\
= 21r_X\left[-5 - \frac{33r_Z^4}{r^4} + \frac{30r_Z^2}{r^2}\right]\frac{r_Z}{r^9} & \\
\frac{\partial}{\partial r_X}\left[\frac{231r_Z^6}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{13/2}} - \frac{315r_Z^4}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{11/2}} + \frac{105r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}}\right. & \\
\left. -\frac{5}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}}\right] = 35r_X\left[-\frac{27r_Z^2}{r^2} + 1 - \frac{3003r_Z^6}{35r^6} + \frac{99r_Z^4}{r^4}\right]\frac{1}{r^9} &
\end{aligned}
$$

O mesmo é feito para a coordenada r_Y

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r_Y}\left[\frac{1}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{1/2}}\right] &= -\frac{r_Y}{r^3} \\
\frac{\partial}{\partial r_Y}\left[3\frac{r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}} - \frac{1}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{3/2}}\right] &= 3r_Y\left[1-5\frac{r_Z^2}{r^2}\right]\frac{1}{r^5} \\
\frac{\partial}{\partial r_Y}\left[\frac{5r_Z^3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}} - \frac{3r_Z}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}}\right] &= 5r_Y\left[\frac{3r^2-7r_Z^2}{r^8}\right]\frac{r_Z}{r} \\
\frac{\partial}{\partial r_Y}\left[\frac{35r_Z^4}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}} - \frac{30r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}} + \frac{3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}}\right] & \\
= 35r_Y\left[\frac{6r_Z^2}{r^2} - \frac{3}{7} - \frac{9r_Z^4}{r^4}\right]\frac{1}{r^7} & \qquad \text{(B.7)} \\
\frac{\partial}{\partial r_Y}\left[\frac{63r_Z^5}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{11/2}} - \frac{70r_Z^3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}} + \frac{15r_Z}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}}\right] & \\
= 21r_Y\left[-5 - \frac{33r_Z^4}{r^4} + \frac{30r_Z^2}{r^2}\right]\frac{r_Z}{r^9} & \\
\frac{\partial}{\partial r_Y}\left[\frac{231r_Z^6}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{13/2}} - \frac{315r_Z^4}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{11/2}} + \frac{105r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}}\right. & \\
\left. -\frac{5}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}}\right] = 35r_Y\left[-\frac{27r_Z^2}{r^2} + 1 - \frac{3003r_Z^6}{35r^6} + \frac{99r_Z^4}{r^4}\right]\frac{1}{r^9} &
\end{aligned}
$$

e, por fim, para a coordenada r_Z

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial r_Z}\left[\frac{1}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{1/2}}\right] &= -\frac{r_Z}{r^3} \\
\frac{\partial}{\partial r_Z}\left[3\frac{r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}} - \frac{1}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{3/2}}\right] &= 3r_Z\left[3-5\frac{r_Z^2}{r^2}\right]\frac{1}{r^5} \\
\frac{\partial}{\partial r_Z}\left[5\frac{r_Z^3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}} - 3\frac{r_Z}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}}\right] &= \left[\frac{30r_Z^2}{r^2} - 3 - 35\frac{r_Z^4}{r^4}\right]\frac{1}{r^5} \\
\frac{\partial}{\partial r_Z}\left[35\frac{r_Z^4}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}} - 30\frac{r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}} + \frac{3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{5/2}}\right] & \\
= 35r_Z\left[-\frac{15}{7} - \frac{9r_Z^4}{r^4} + \frac{10r_Z^2}{r^2}\right]\frac{1}{r^7} & \qquad \text{(B.8)} \\
\frac{\partial}{\partial r_Z}\left[63\frac{r_Z^5}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{11/2}} - 70\frac{r_Z^3}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}} + 15\frac{r_Z}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}}\right] & \\
= 15\left[-\frac{21r_Z^2}{r^2} + 1 - \frac{231r_Z^6}{5r^6} + \frac{63r_Z^4}{r^4}\right]\frac{1}{r^7} & \\
\frac{\partial}{\partial r_Z}\left[\frac{231r_Z^6}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{13/2}} - 315\frac{r_Z^4}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{11/2}} + 105\frac{r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{9/2}}\right. & \\
\left. -5\frac{r_Z^2}{(r_X^2+r_Y^2+r_Z^2)^{7/2}}\right] = 3r_Z\left[\frac{245}{3} - \frac{1001r_Z^6}{r^6} + \frac{1617r_Z^4}{r^4} - \frac{735r_Z^2}{5r^2}\right]\frac{1}{r^9} &
\end{aligned}
$$

Enfim, ao substituir a equação B.6 na equação B.4, têm-se a expressão para determinar a gravidade no eixo X do sistema de coordenadas $ECEF$.

$$
\begin{aligned}
g_X = -\mu\frac{r_X}{r^3}\Bigg[1 &+ 3\frac{J_2}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2\left(1-5\frac{r_Z^2}{r^2}\right) \\
&+ 5\frac{J_3}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^3\left(3-7\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
&- 35\frac{J_4}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^4\left(-6\frac{r_Z^2}{r^2} + \frac{3}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \\
&+ 21\frac{J_5}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^5\left(-5 - 33\frac{r_Z^4}{r^4} + 30\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
&- 35\frac{J_6}{16}\left(\frac{R_T}{r}\right)^6\left(27\frac{r_Z^2}{r^2} - 1 + 3003\frac{r_Z^6}{r^6} - 99\frac{r_Z^4}{r^4}\right)\Bigg]
\end{aligned}
\qquad \text{(B.9)}
$$

Já para o eixo Y basta substituir a B.7 na equação B.4

$$
\begin{aligned}
g_Y = -\mu \frac{r_Y}{r^3} \Bigg[& 1 + 3\frac{J_2}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left(1 - 5\frac{r_Z^2}{r^2}\right) \\
& + 5\frac{J_3}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^3 \left(3 - 7\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
& - 35\frac{J_4}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^4 \left(-6\frac{r_Z^2}{r^2} + \frac{3}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \\
& + 21\frac{J_5}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^5 \left(-5 - 33\frac{r_Z^4}{r^4} + 30\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
& - 35\frac{J_6}{16}\left(\frac{R_T}{r}\right)^6 \left(27\frac{r_Z^2}{r^2} - 1 + 3003\frac{r_Z^6}{r^6} - 99\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \Bigg]
\end{aligned}
\tag{B.10}
$$

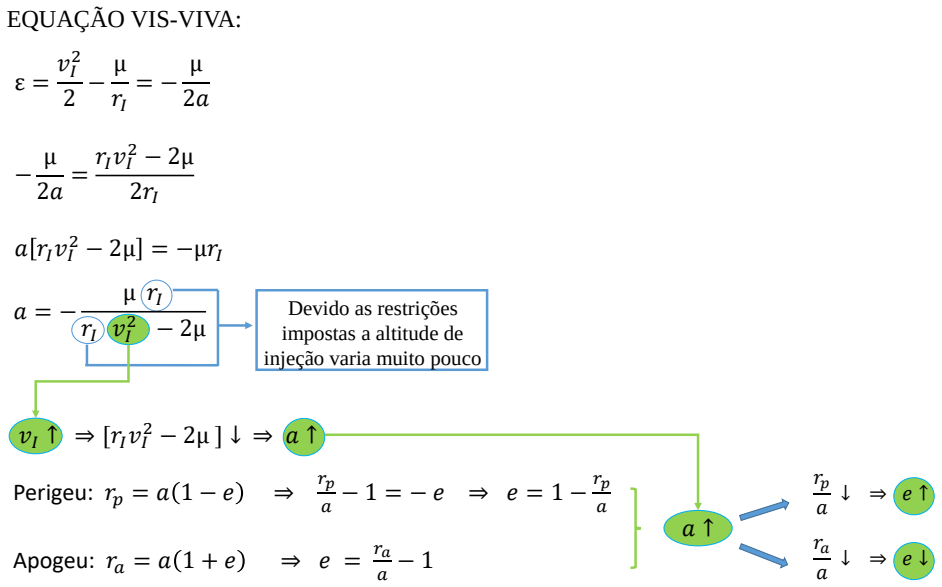
Por fim, para o eixo Z, substitui-se a B.8 na equação B.4

$$
\begin{aligned}
g_Z = -\mu \frac{r_Z}{r^2} \Bigg[& 1 + 3\frac{J_2}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left(3 - 5\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
& + 5\frac{J_3}{2}\left(\frac{R_T}{r}\right)^3 \left(6\frac{r_Z^2}{r^2} - \frac{3}{5} - \frac{7r_Z^4}{r^4}\right) \\
& - 35\frac{J_4}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^4 \left(\frac{15}{7} + 9\frac{r_Z^4}{r^4} - 10\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \\
& + 21\frac{J_5}{8}\left(\frac{R_T}{r}\right)^5 \left(-15\frac{r_Z^2}{r^2} + 1 - 33\frac{r_Z^6}{r^6} + 45\frac{r_Z^4}{r^4}\right) \\
& - 35\frac{J_6}{16}\left(\frac{R_T}{r}\right)^6 \left(-7 + 429\frac{r_Z^6}{5r^6} - 693\frac{r_Z^4}{5r^4} + 63\frac{r_Z^2}{r^2}\right)\frac{r_Z}{r} \Bigg]
\end{aligned}
\tag{B.11}
$$

APÊNDICE C - RESULTADOS ADICIONAIS

Alguns resultados adicionais referentes a seção 6.1 estão organizados abaixo. A Figura C.1 ilustra um breve esquema sobre a influência do aumento da velocidade de injeção no semi-eixo maior e excentricidade da órbita de injeção. A variação destes dois elementos orbitais em função da duração da fase de voo balística é mostrada nas Figuras C.2 e C.4 e, também, para a condição em que o versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$, conforme mostrado nas Figuras C.3 e C.5. Esta última condição implica que o voo do foguete é praticamente horizontal.

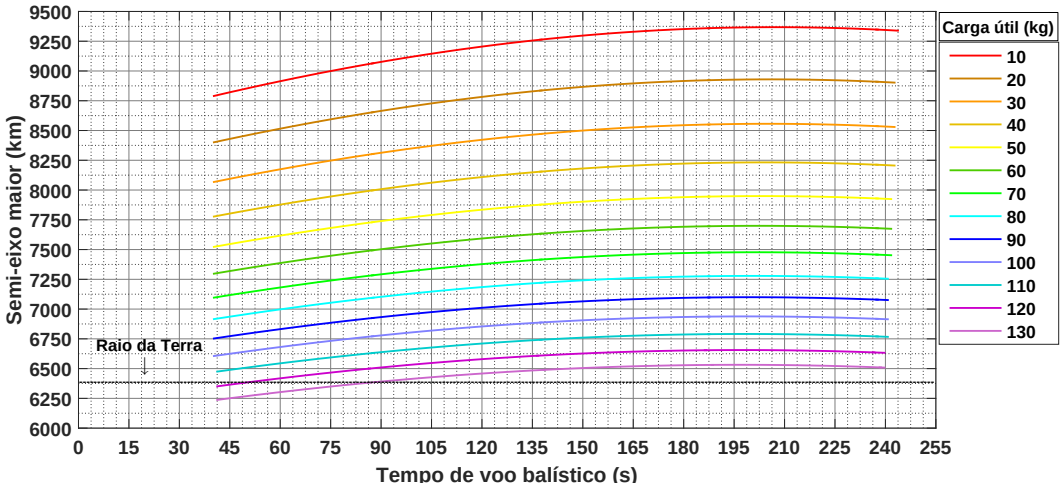
Figura C.1 - Efeito do aumento da velocidade de injeção no semi-eixo maior e na excentricidade da órbita de injeção.



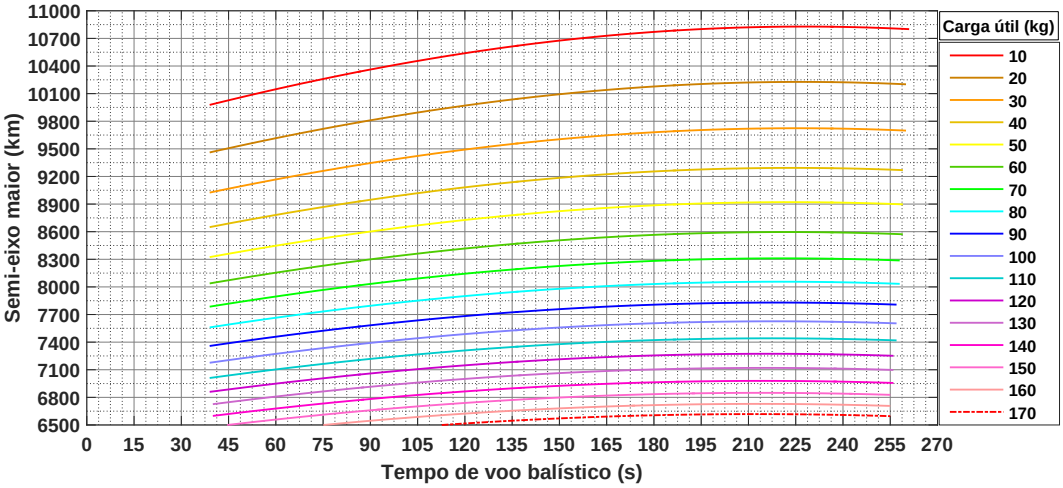
Fonte: Produção do autor.

Na Figura C.6 a variação do argumento do perigeu evidencia quais cargas úteis estão sendo inseridas próximas ao perigeu ou apogeu da órbita de injeção. Ao comparar a Figura C.7(a) com C.8(a), e a Figura C.7(b) com C.8(b), verifica-se que para lançamentos feitos ao norte e nordeste do CLA a soma (valores absolutos) entre a longitude do nodo ascendente e a longitude geográfica é próxima à 360°. Quando $\beta_I = 90°$ estas duas longitudes são semelhantes, conforme observado na Figura C.7(c) e inferido na Figura C.8(c). Para esta direção de lançamento Mota (2015) apresenta um perfil de trajetória semelhante considerando o VLS.

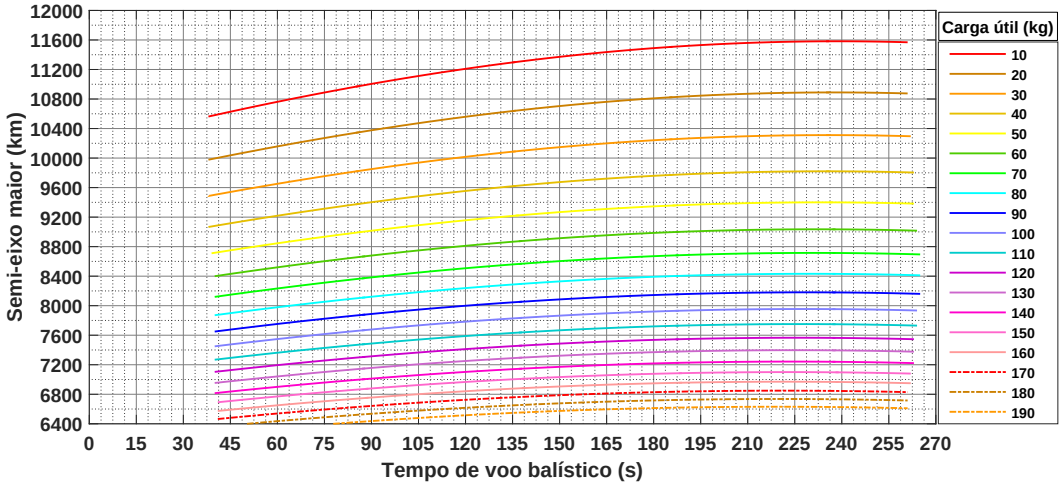
Figura C.2 - Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



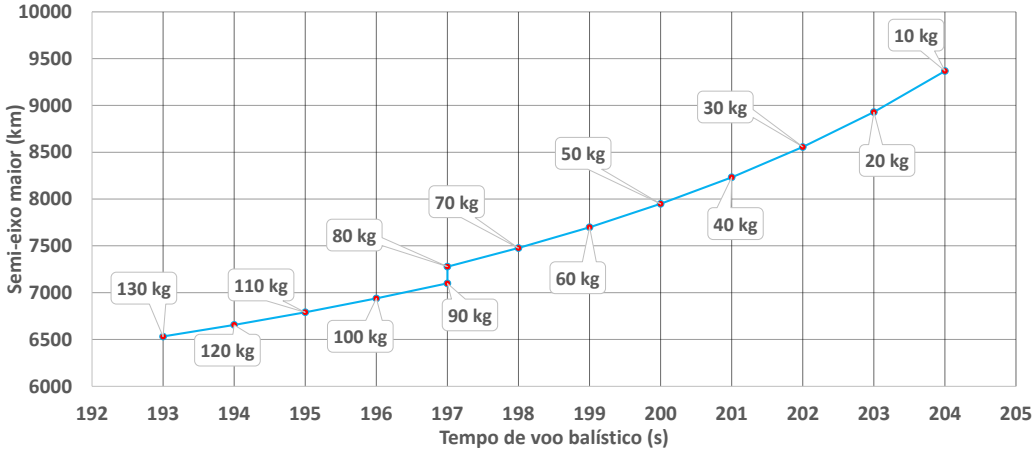
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



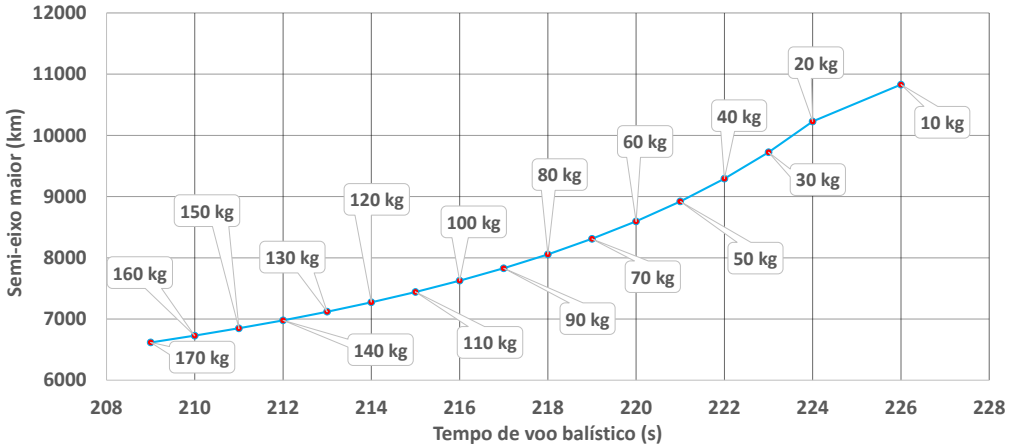
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

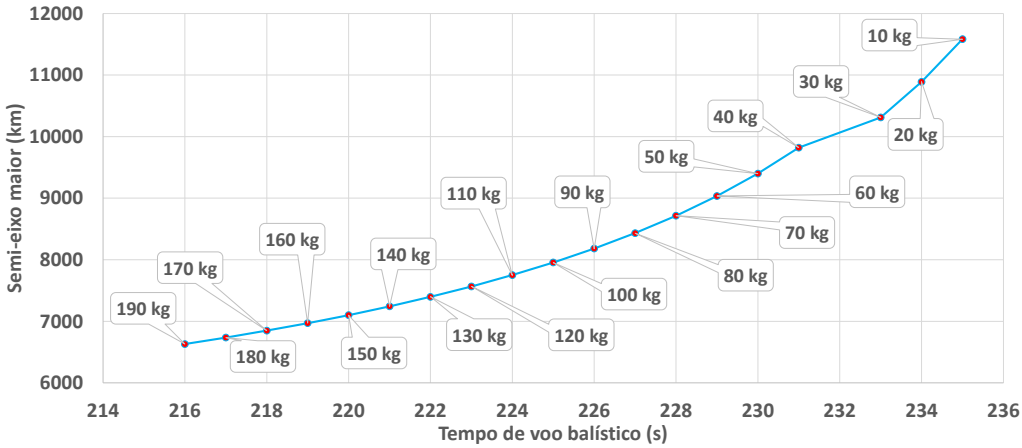
Figura C.3 - Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para o *caso 1* e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



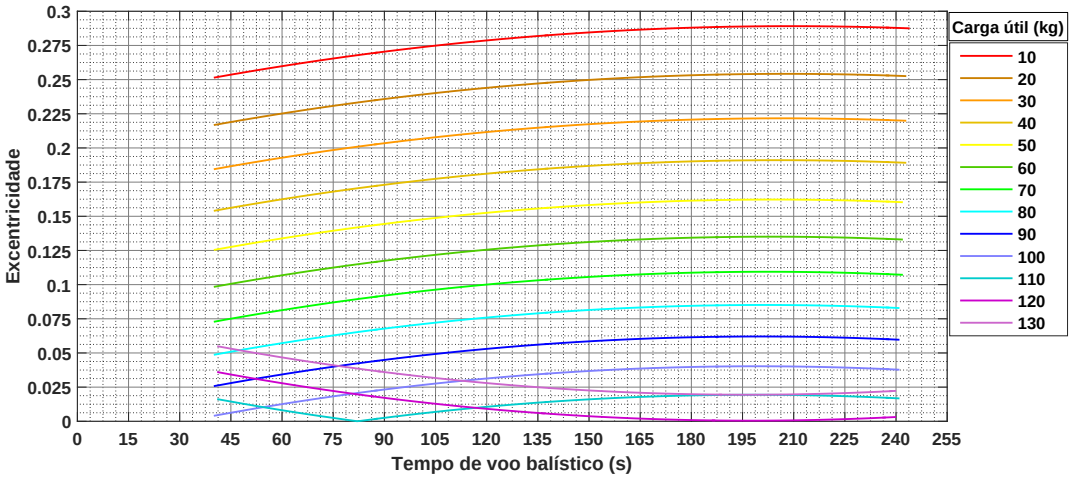
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



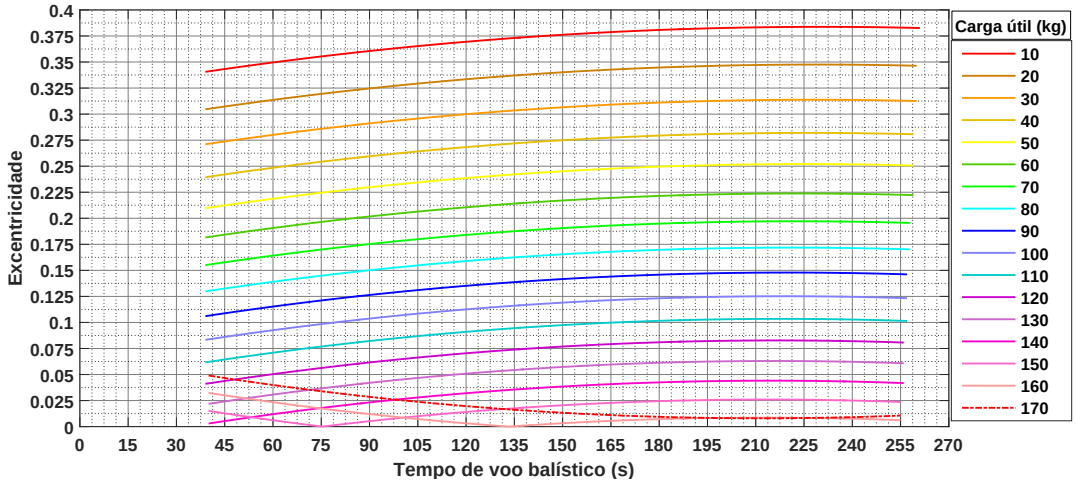
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

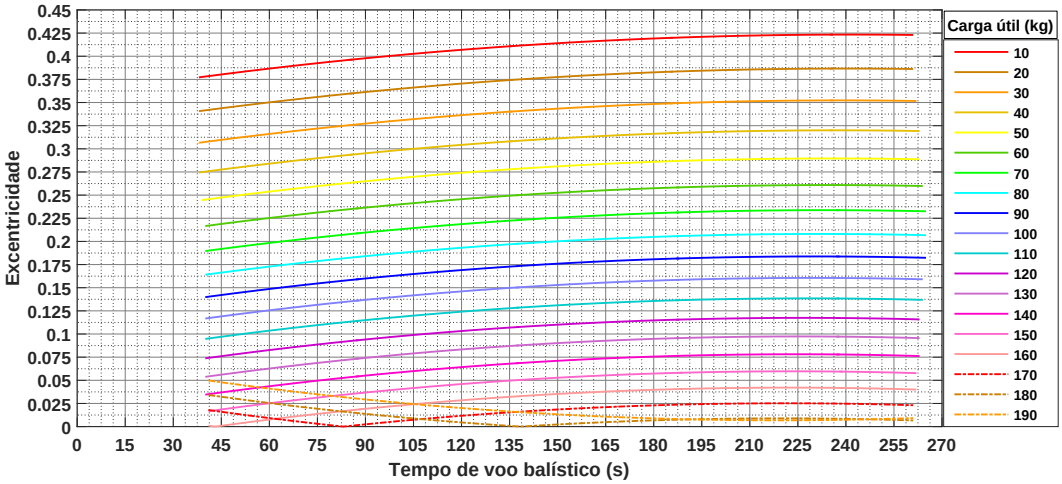
Figura C.4 - Excentricidade versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



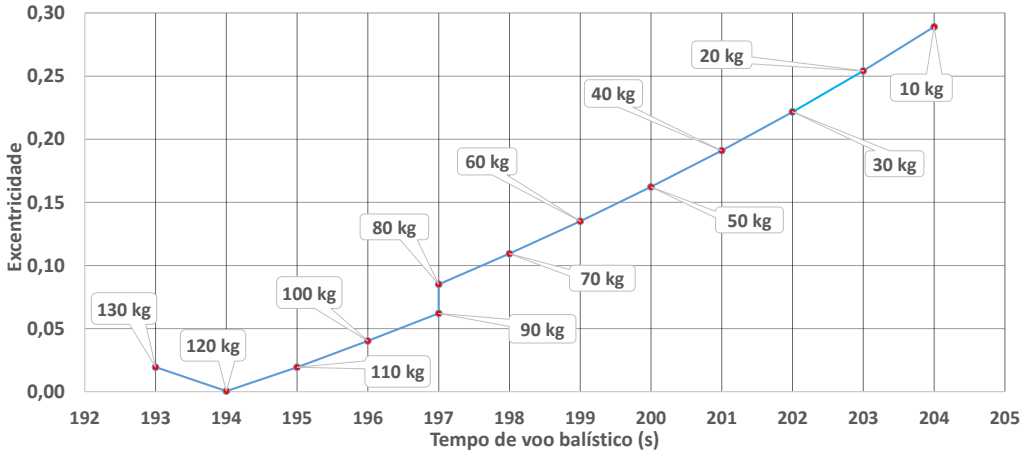
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



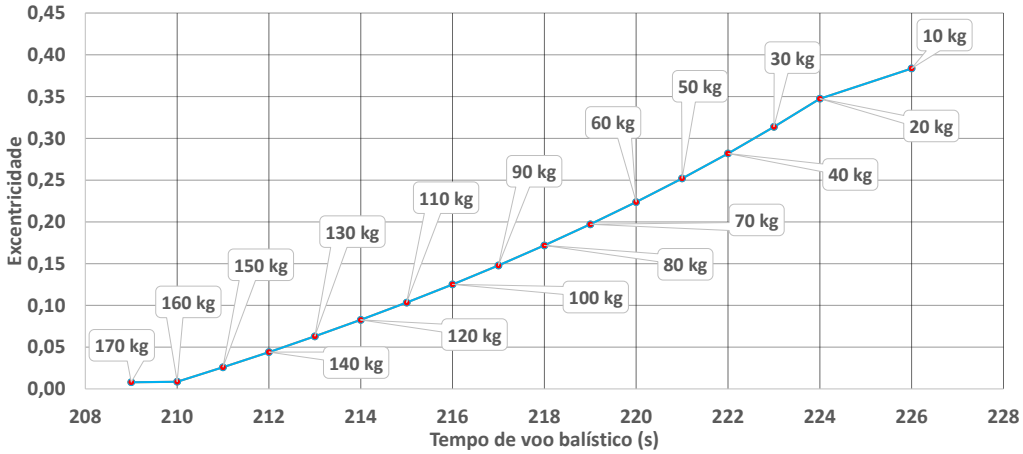
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

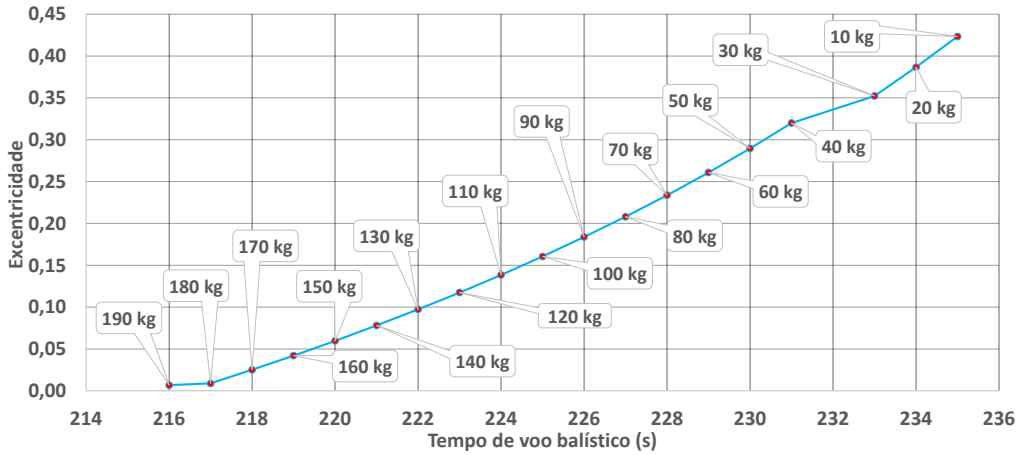
Figura C.5 - Excentricidade versus tempo de voo balístico para o *caso 1* e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



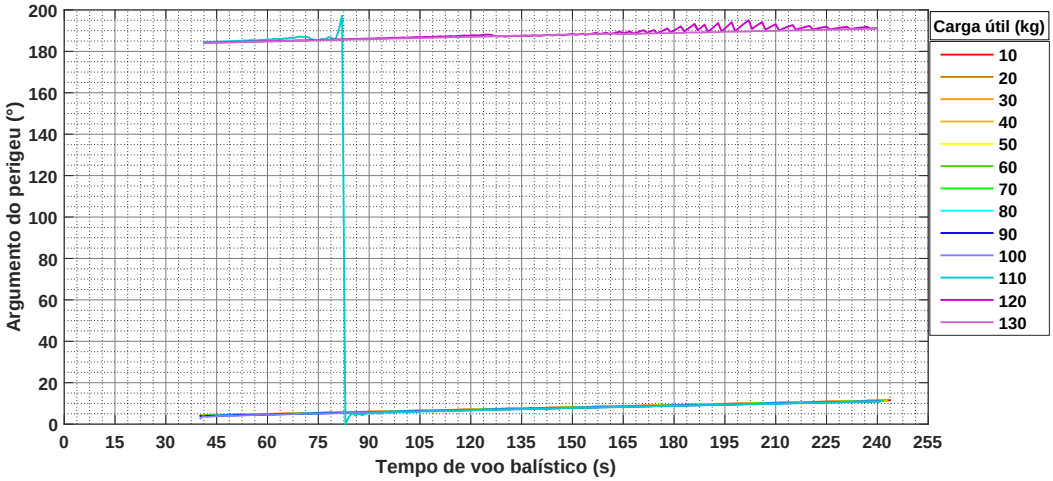
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



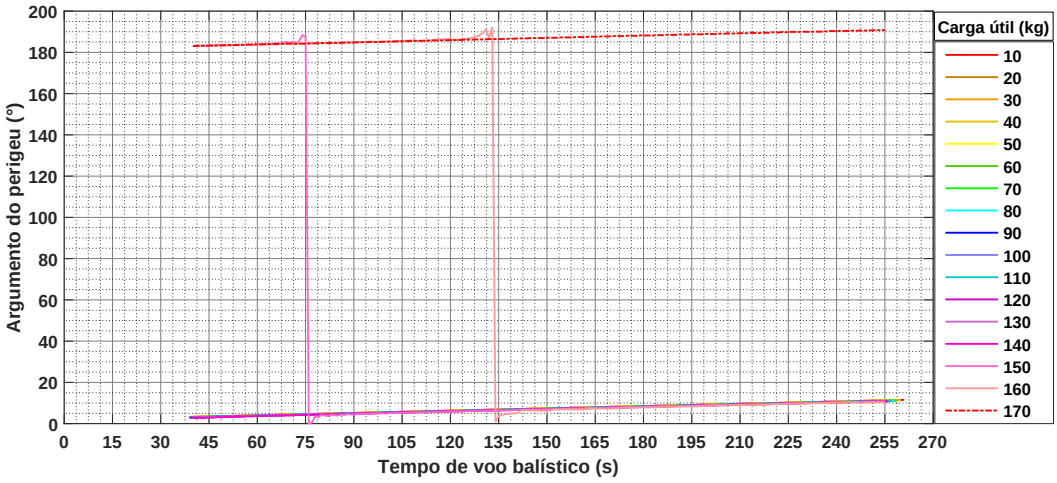
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

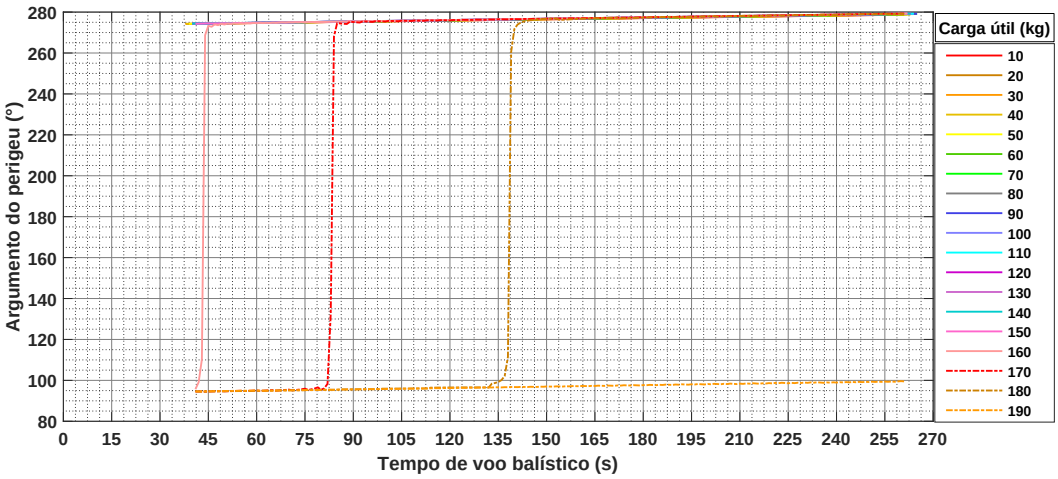
Figura C.6 - Argumento do perigeu versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



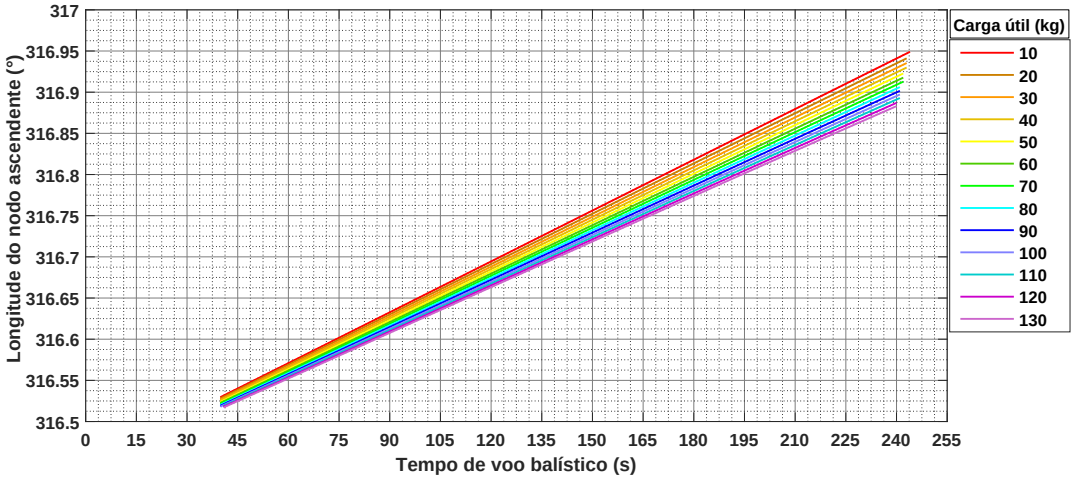
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



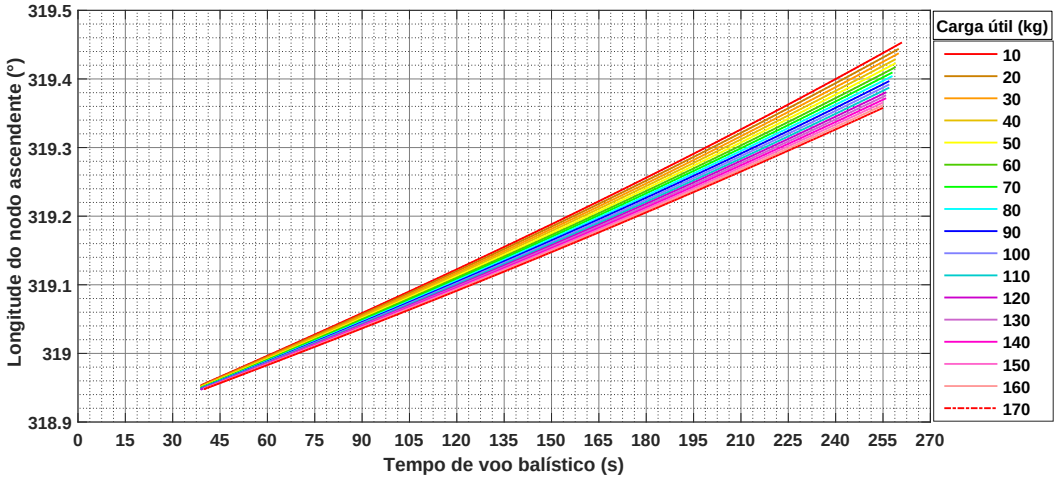
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

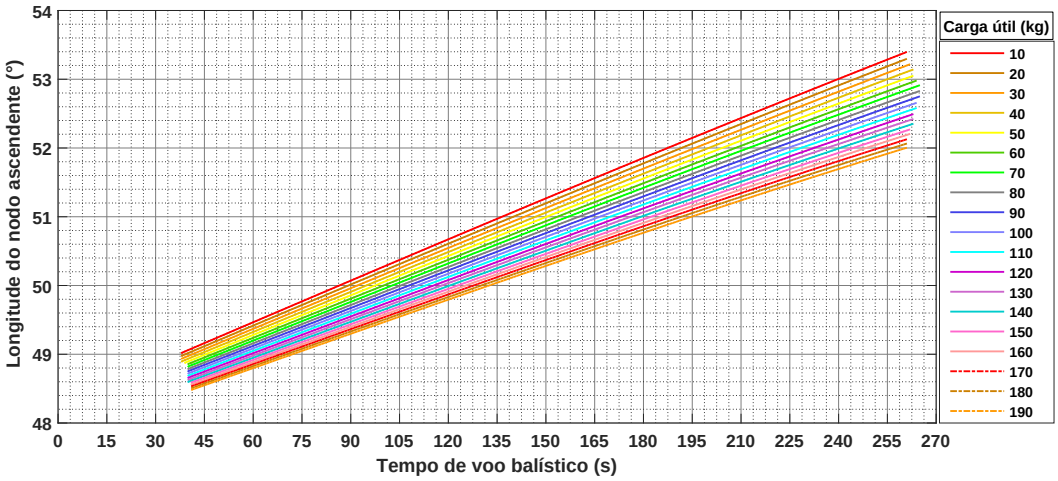
Figura C.7 - Longitude do nodo ascendente versus tempo de voo balístico para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



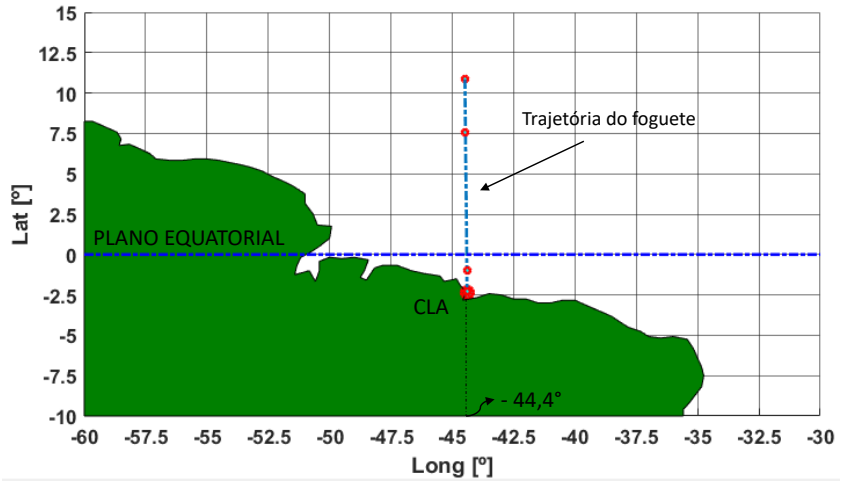
(b) $\beta_I = 45°$ (NE).



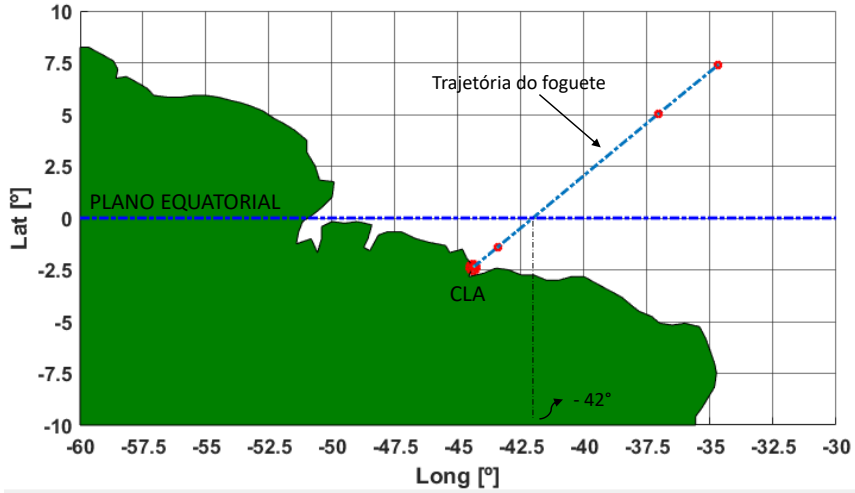
(c) $\beta_I = 90°$ (L).

Fonte: Produção do autor.

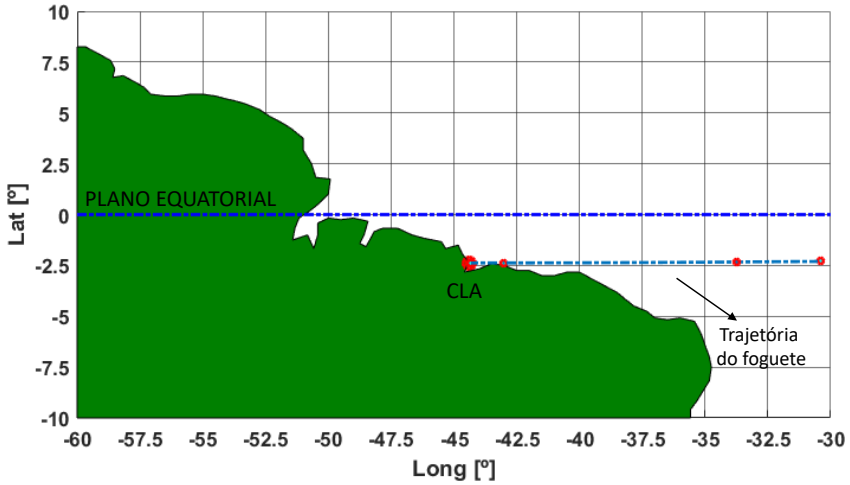
Figura C.8 - Longitude aproximada do ponto em que a trajetória do foguete cruza o plano do equatorial para o *caso 1*.



(a) $\beta_I = 0°$ (N).



(b) $\beta_I = 45°$ (NE).

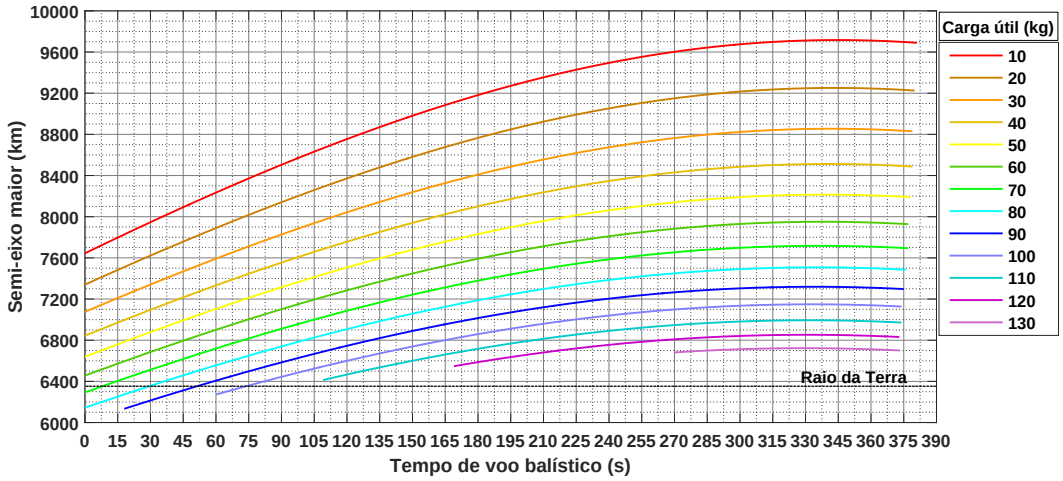


(c) $\beta_I = 90°$ (L).

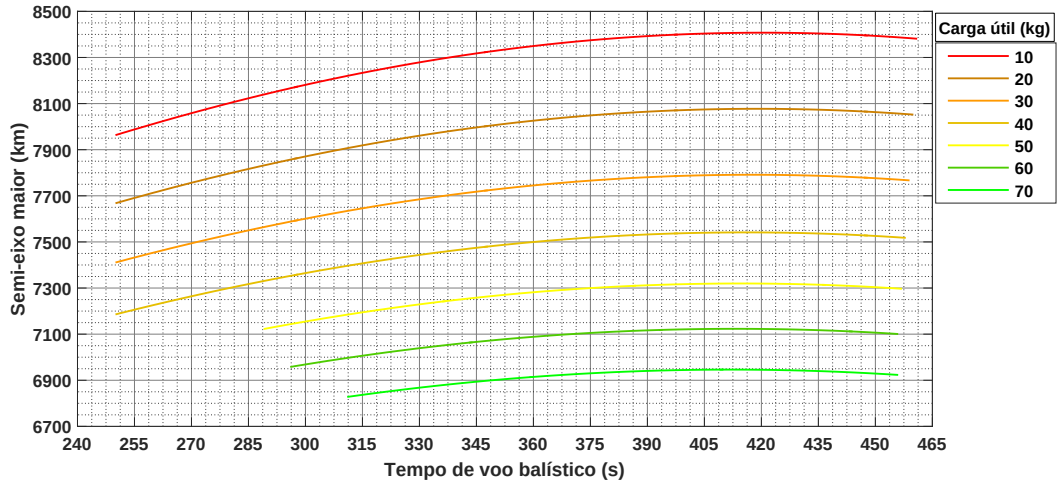
Fonte: Rotina gráfica adaptada de Miranda (2012).

Os resultados adicionais referentes a seção 6.2 estão organizados abaixo. As Figuras C.9 e C.11 mostram a variação do semi-eixo maior e excentricidade da órbita de injeção considerando os *casos 2* e *3*. Em conformidade com o raciocínio apresentado na Figura C.1 nota-se, pelas Figuras C.10 e C.12, que o aumento da carga útil reduz a velocidade no momento da separação e, consequentemente, o semi-eixo maior e a excentricidade quando o versor do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$.

Figura C.9 - Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



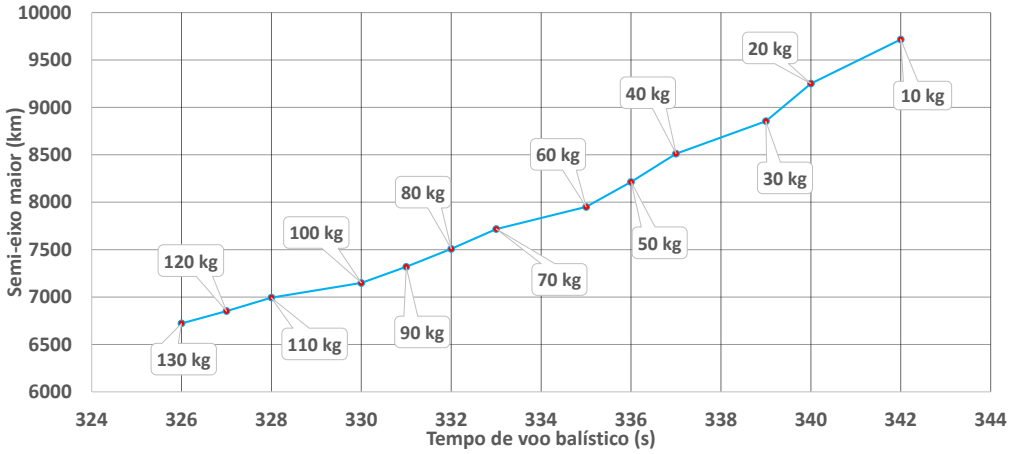
(a) *caso 2*.



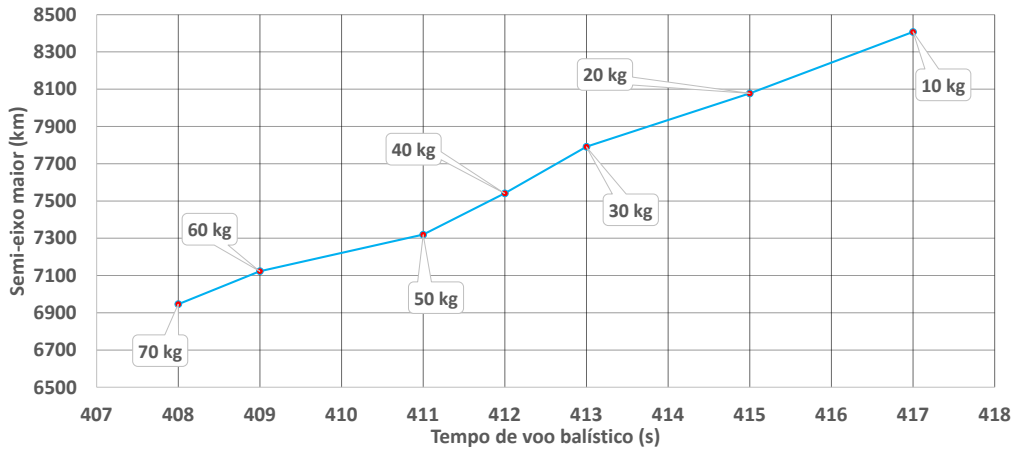
(b) *caso 3*.

Fonte: Produção do autor.

Figura C.10 - Semi-eixo maior versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$ e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$.



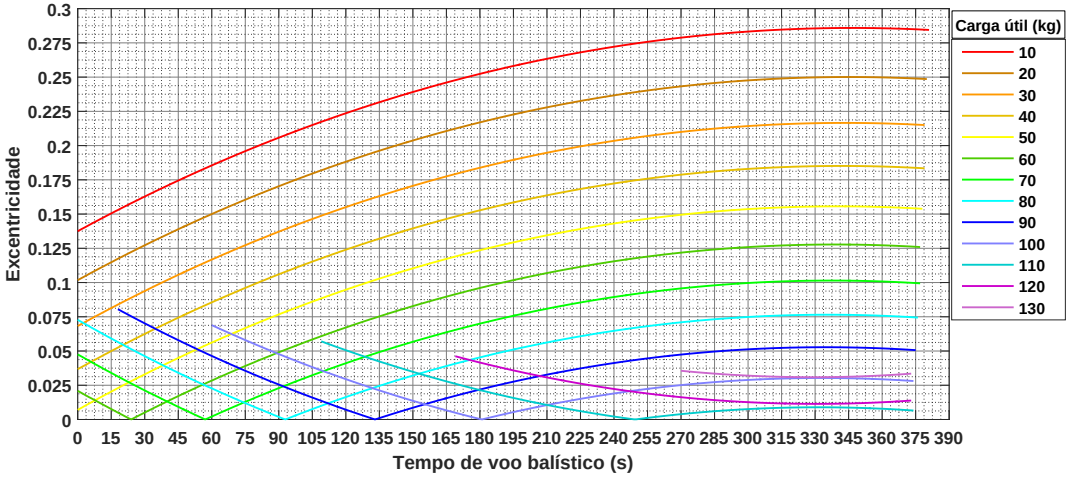
(a) *caso 2.*



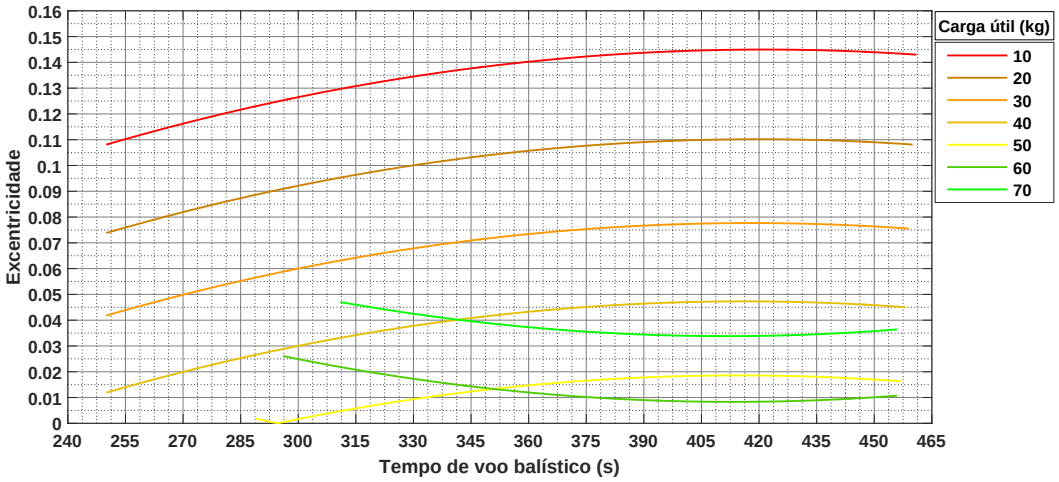
(b) *caso 3.*

Fonte: Produção do autor.

Figura C.11 - Excentricidade versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



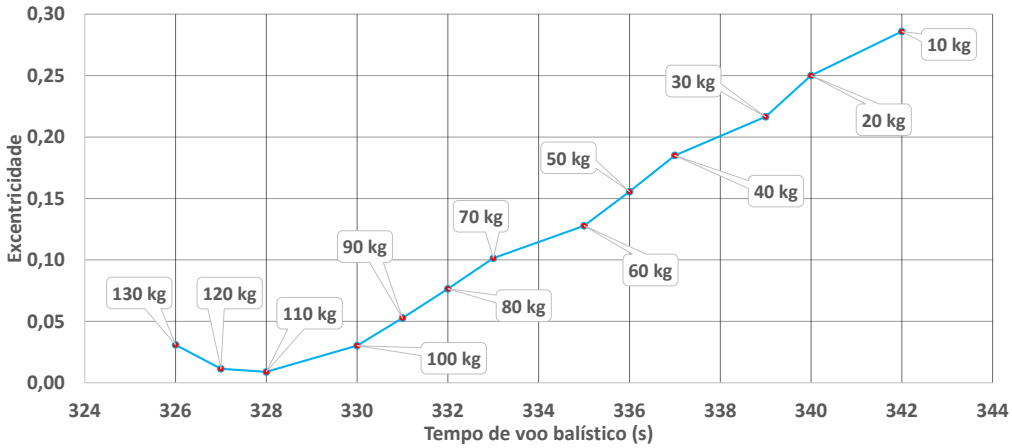
(a) *caso 2.*



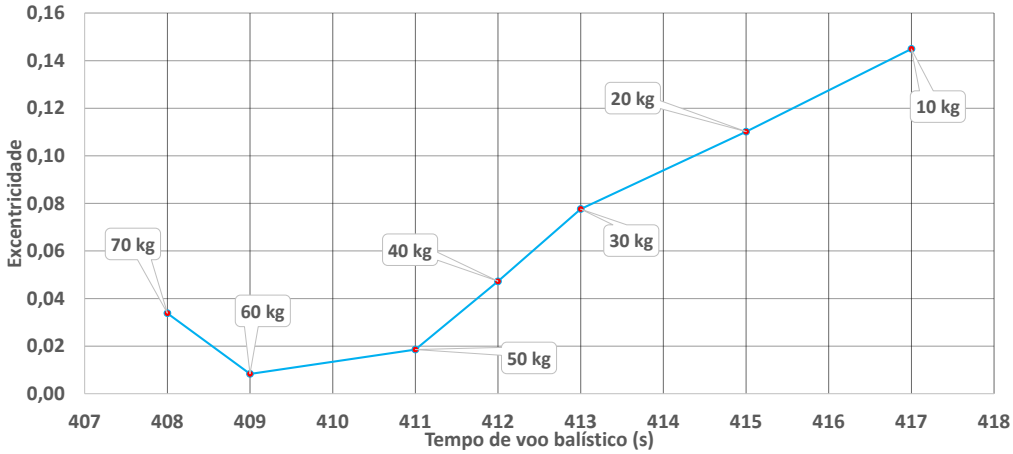
(b) *caso 3.*

Fonte: Produção do autor.

Figura C.12 - Excentricidade versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$ e versor propulsivo do terceiro estágio $T_z < 10^{-3}$.



(a) *caso 2*.

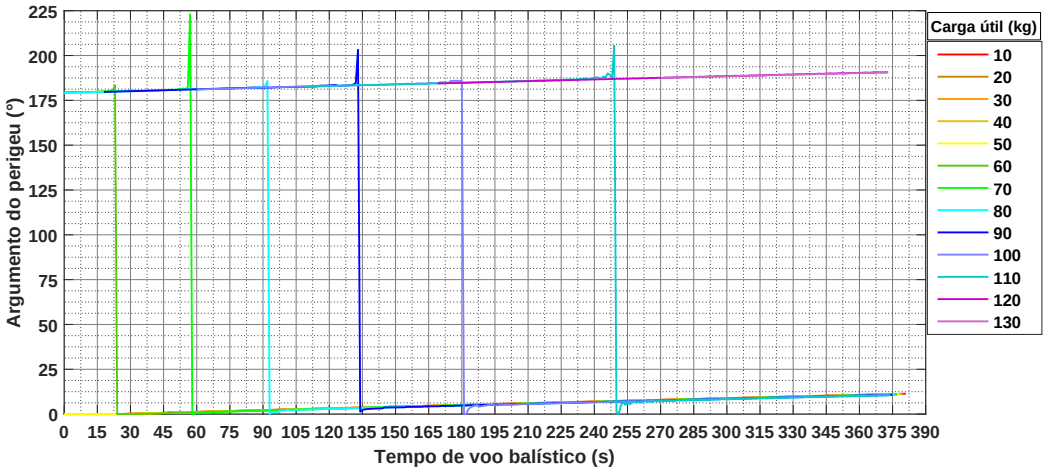


(b) *caso 3*.

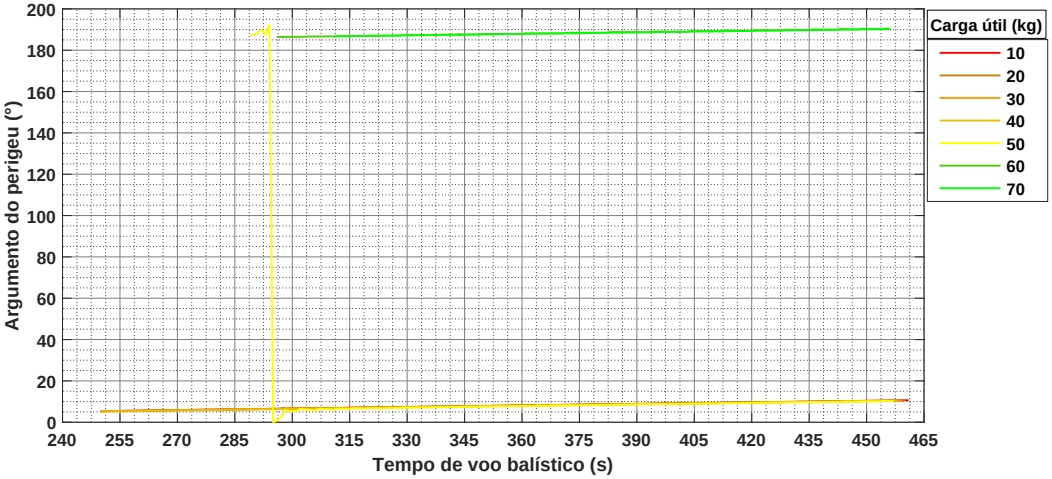
Fonte: Produção do autor.

Na Figura C.13(a) nota-se que cargas úteis entre 10 e 50 kg são inseridas somente no perigeu da órbita. Este mesmo ponto é atingido ao considerar massas compreendidas entre 50 e 110 kg, porém, acima de um valor específico de duração do voo balístico. Contudo, acima de 120 kg, a injeção é realizada unicamente no apogeu. O mesmo ocorre para o *caso 3* quando as cargas são superiores a 60 kg, conforme ilustrado na Figura C.13(b).

Figura C.13 - Argumento do perigeu versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2*.

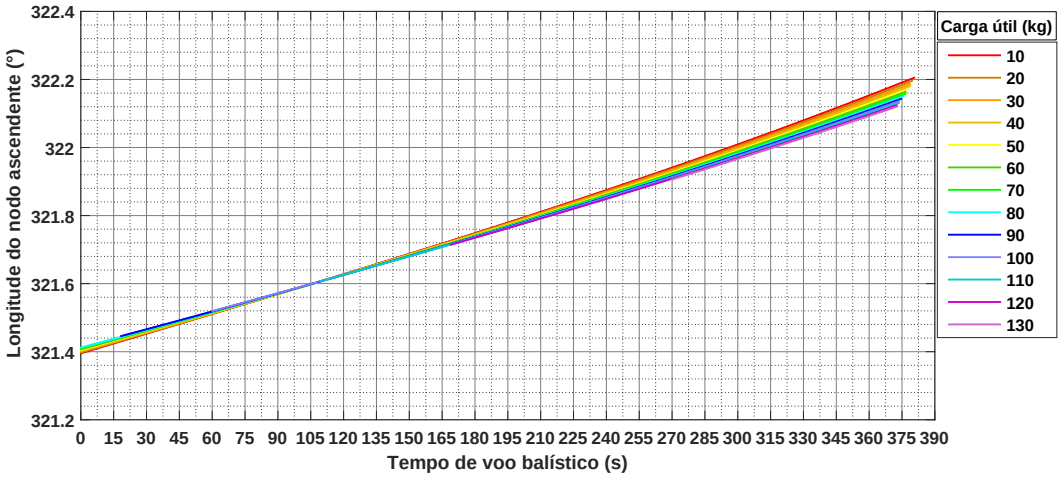


(b) *caso 3*.

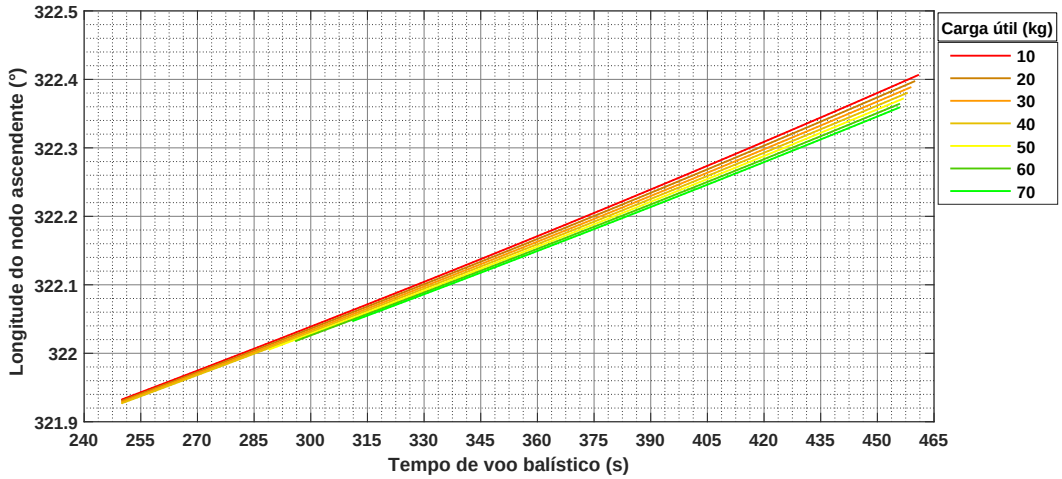
Fonte: Produção do autor.

Os alcances obtidos pelas trajetórias do *caso 2* são superiores aos determinados pelo *caso 3*, uma vez que, neste último caso, o ângulo de trajetória varia muito pouco nos dois primeiros estágios do foguete. Em outras palavras, no *caso 3* o voo é mantido mais próximo da vertical possibilitando atingir órbitas mais elevadas. Devido a isso, maiores são os tempos de duração do voo balístico. Este acréscimo de tempo de voo livre associado ao movimento de rotação da Terra ocasiona a pequena diferença na longitude do nodo ascendente para os *casos 2* e *3*, conforme apresentado nas Figuras C.14(a) e C.14(b).

Figura C.14 - Longitude do nodo ascendente versus tempo de voo balístico para $\beta_E = 63,5°$.



(a) *caso 2*.

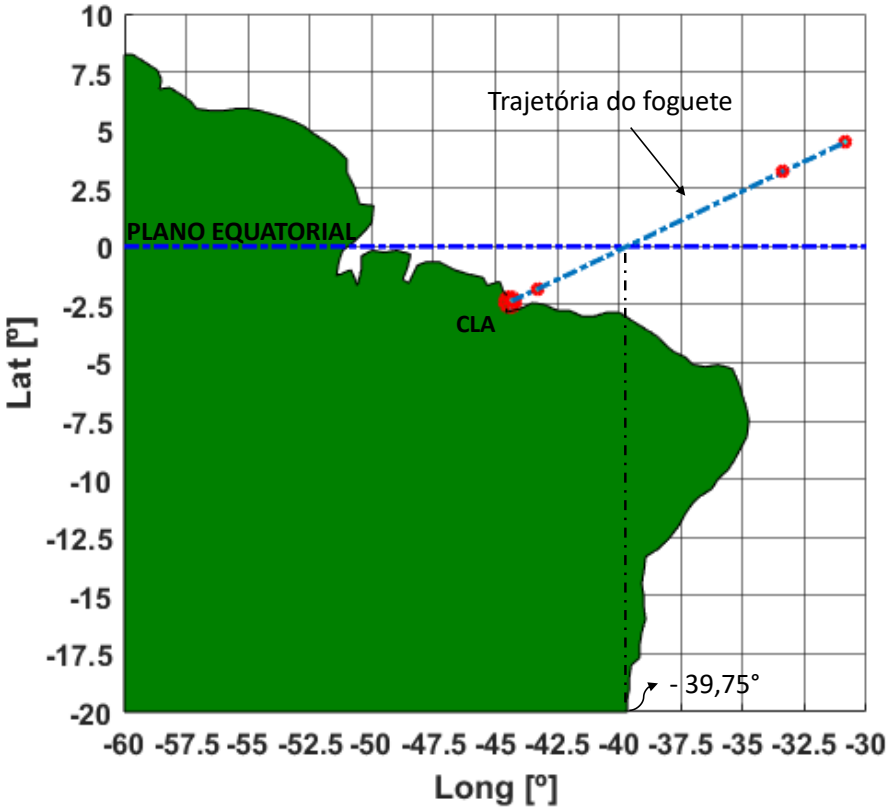


(b) *caso 3*.

Fonte: Produção do autor.

A Figura C.15 ilustra uma aproximação para a longitude geográfica na qual a trajetória do foguete, condicionada a voar segundo as restrições impostas pelos *casos 2* e *3*, cruza o plano equatorial.

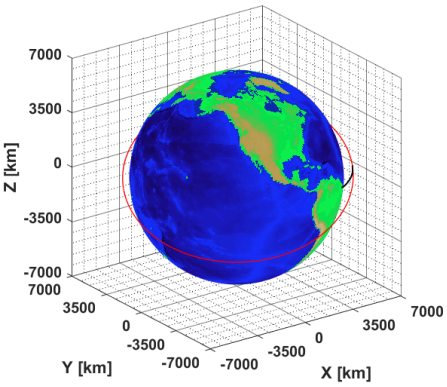
Figura C.15 - Longitude aproximada do ponto em que a trajetória do foguete cruza o plano equatorial para os casos *2* e *3*.



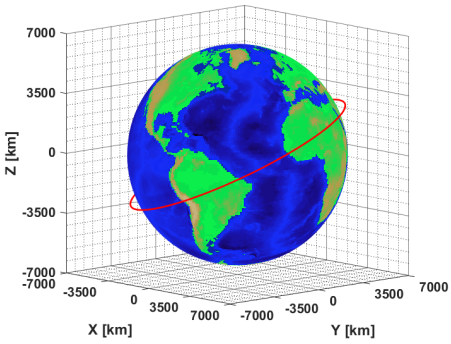
Fonte: Rotina gráfica adaptada de Miranda (2012).

As trajetórias do veículo lançador, descarte do 2° estágio e a órbita de injeção estão ilustradas na Figura C.16. Foi considerado voo balístico com duração de 330 s e carga útil de 120 kg. Os pontos de impacto dos descartes do primeiro e segundo estágios ocorrem sobre o Oceano Atlântico. Nas simulações também foi constatado que o descarte do terceiro estágio possuía velocidade suficiente para permanecer em órbita.

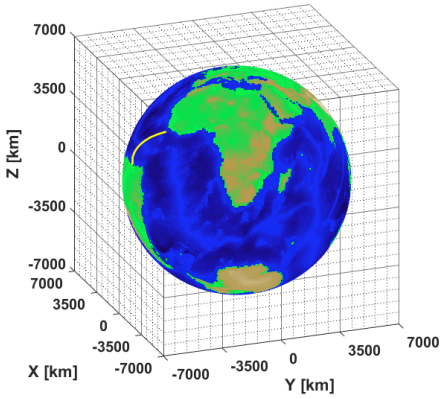
Figura C.16 - Trajetória do veículo lançador e órbita de injeção para carga útil de 120 kg e $t_{bal} = 330$ s.



(a) Trajetória VLM-1.



(b) Órbita com inclinação de 25°.

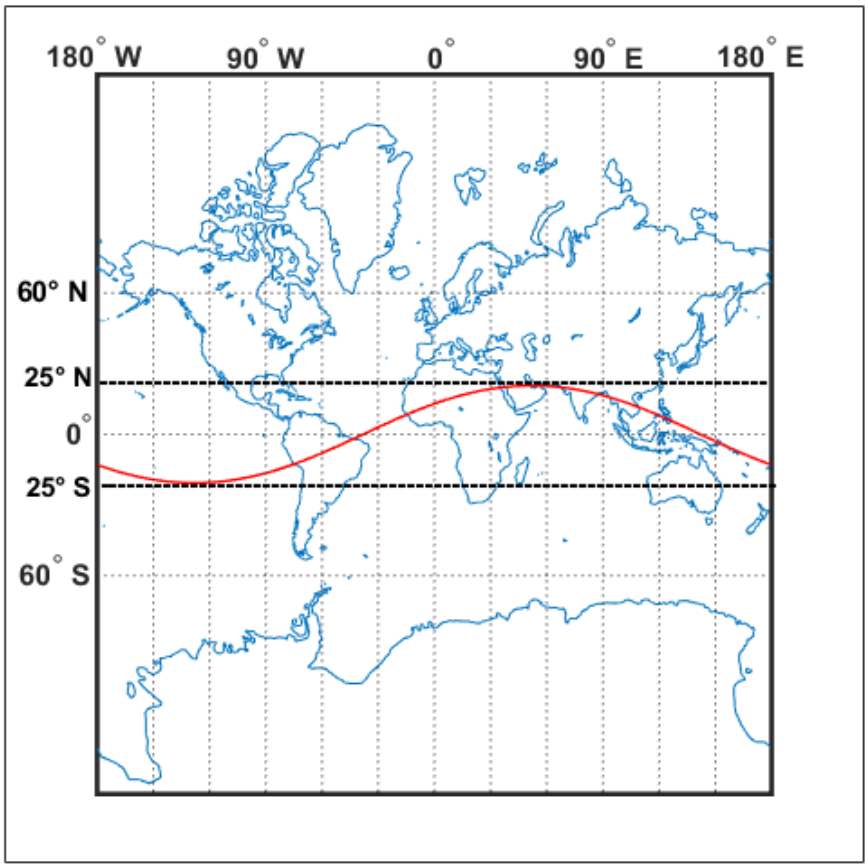


(c) Trajetória do descarte do 2° estágio.

Fonte: Rotina gráfica adaptada de (MATHWORKS® COMMUNITY PROFILE: WILL CAMPBELL, 2010).

A Figura C.17 apresenta o *ground track* considerando apenas o primeiro período orbital para as condições de simulação citadas anteriormente. A latitude permanece compreendida entre 25° N e 25° S devido ao plano de voo do foguete estar condicionado a atingir inclinações próximas a 25°.

Figura C.17 - *Ground track* para órbita com inclinação de 25° para carga útil de 120 kg e $t_{bal} = 330$ s.



Fonte: Produção do autor.

ANEXO A - ELEMENTOS ORBITAIS

Dado a posição e a velocidade do satélite no sistema de coordenadas inercial calcula-se a velocidade radial, o vetor momento angular específico e o vetor que define a linha nodal da órbita de injeção através das equações A.1, A.2 e A.3, respectivamente.

$$v_{rad} = \frac{\vec{r}_I \cdot \vec{v}_I}{r} \tag{A.1}$$

$$\vec{h^*} = \vec{r}_I \times \vec{v}_I \tag{A.2}$$

$$\vec{N} = \hat{K} \times \vec{h^*} \tag{A.3}$$

A partir disso os seis elementos orbitais são determinados de acordo com a metodologia abordada por (CURTIS, 2010). A sequência de operações encontra-se disposta a seguir.

◦ Passo 1: Semi-eixo maior

$$a = \frac{-\mu}{2\left(\frac{v_I^2}{2} - \frac{-\mu}{r_I}\right)} \tag{A.4}$$

◦ Passo 2: Inclinação orbital

$$i = cos^{-1}\left(\frac{h_z^*}{h^*}\right) \tag{A.5}$$

◦ Passo 3: Longitude do nodo ascendente

$$\Omega = \begin{cases} cos^{-1}\left(\frac{N_X}{N}\right) & , N_Y \geq 0, \\ 360° - cos^{-1}\left(\frac{N_X}{N}\right) & , N_Y < 0. \end{cases} \tag{A.6}$$

◦ Passo 4: Vetor excentricidade

$$\vec{e} = \frac{1}{\mu}\left[\left(v_I^2 - \frac{\mu}{r_I}\right)\vec{r}_I - (\vec{r}_I \cdot \vec{v}_I)\vec{v}_I\right] \tag{A.7}$$

◦ Passo 5: Argumento do perigeu

$$\omega = \begin{cases} cos^{-1}\left(\dfrac{\vec{N} \cdot \vec{e}}{Ne}\right) & , e_Z \geq 0, \\ 360^\circ - cos^{-1}\left(\dfrac{\vec{N} \cdot \vec{e}}{Ne}\right) & , e_Z < 0. \end{cases} \tag{A.8}$$

◦ Passo 6: Anomalia verdadeira

$$\nu = \begin{cases} cos^{-1}\left(\dfrac{\vec{e} \cdot \vec{r_I}}{er}\right) & , v_{rad} \geq 0, \\ 360^\circ - cos^{-1}\left(\dfrac{\vec{e} \cdot \vec{r_I}}{er}\right) & , v_{rad} < 0. \end{cases} \tag{A.9}$$

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.