MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.07.14.27-TDI

3DBMO: UM GERADOR DE SÉRIES TEMPORAIS CANÔNICAS PARA ESTUDAR A DEPENDÊNCIA DIMENSIONAL DO ESPECTRO DE POTÊNCIAS EM SISTEMAS FÍSICOS COMPLEXOS

Paulo Giovani de Faria Zeferino

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Reinaldo Roberto Rosa, e Murilo da Silva Dantas, aprovada em 21 de fevereiro de 2017.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3NB54DL>

INPE
São José dos Campos
2017

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE
Gabinete do Diretor (GB)
Serviço de Informação e Documentação (SID)
Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970
São José dos Campos - SP - Brasil
Tel.:(012) 3208-6923/6921
E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):
Presidente:
Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)
Membros:
Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)
Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)
Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)
Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)
Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)
Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)
Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)
BIBLIOTECA DIGITAL:
Dr. Gerald Jean Francis Banon
Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)
REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:
Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)
Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)
EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:
Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)
André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)

MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA, INOVAÇÕES E COMUNICAÇÕES
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.07.14.27-TDI

3DBMO: UM GERADOR DE SÉRIES TEMPORAIS CANÔNICAS PARA ESTUDAR A DEPENDÊNCIA DIMENSIONAL DO ESPECTRO DE POTÊNCIAS EM SISTEMAS FÍSICOS COMPLEXOS

Paulo Giovani de Faria Zeferino

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Computação Aplicada, orientada pelos Drs. Reinaldo Roberto Rosa, e Murilo da Silva Dantas, aprovada em 21 de fevereiro de 2017.

URL do documento original:
<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3NB54DL>

INPE
São José dos Campos
2017

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Zeferino, Paulo Giovani de Faria.

Z28t 3DBMO: um gerador de séries temporais canônicas para estudar a dependência dimensional do espectro de potências em sistemas físicos complexos / Paulo Giovani de Faria Zeferino. – São José dos Campos : INPE, 2017.

xxvi+115 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2017/02.07.14.27-TDI)

Dissertação (Mestrado em Computação Aplicada) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2017.

Orientadores : Drs. Reinaldo Roberto Rosa, e Murilo da Silva Dantas.

1. Análise de séries temporais. 2. Análise espectral. 3. Modelagem tridimensional. 4. Sistema de osciladores acoplados. I.Título.

CDU 519.246.8

Esta obra foi licenciada sob uma Licença Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada.

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License.

Aluno (a): *Paulo Giovani de Faria Zeferino*

Título: "3DBMO: UM GERADOR DE SÉRIES TEMPORAIS CANÔNICAS PARA ESTUDAR A DEPENDÊNCIA DIMENSIONAL DO ESPECTRO DE POTÊNCIAS EM SISTEMAS FÍSICOS COMPLEXOS"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de *Mestre* em

Computação Aplicada

Dr. Nandamudi Lankalapalli Vijaykumar

Presidente / INPE / SJCampos - SP

Dr. Reinaldo Roberto Rosa

Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Murilo da Silva Dantas

Orientador(a) / IFSP.. / Jacareí - SP

Dra. Margarete Oliveira Domingues

Membro da Banca / INPE / SJCampos - SP

Dr. Eduardo Fávero Pacheco da Luz

Convidado(a) / CEMADEN / São José dos Campos - SP

Este trabalho foi aprovado por:

( ) maioria simples

(X) unanimidade

São José dos Campos, 21 de fevereiro de 2017

"Lembre-se, os grandes segredos estão contidos nas técnicas básicas."

O-Sensei Morihei Ueshiba

A meus pais ***Luiz Carlos*** *e* ***Nina****, minha companheira*
Renata *e minha princesa* ***Cris***

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus pela força, fé e esperança e a Nossa Senhora Aparecida, padroeira do Brasil, de quem sou devoto.

Agradeço ao INPE e seus servidores, pela oportunidade, ajuda e recursos disponibilizados, e ao IFSP-CJO por permitir e incentivar a realização desse curso.

Agradeço aos meus orientadores Dr. Reinaldo Roberto Rosa e Dr. Murilo da Silva Dantas pelo incentivo, orientação e amizade.

Agradeço aos docentes da Computação Aplicada pelo conhecimento que me foi passado e aos servidores do LAC pelo auxílio que me foi dado.

Agradeço a meus pais, Luiz e Nina, pelo incentivo, respeito e orgulho.

Agradeço a minha companheira Renata pela compreensão.

Agradeço a minha princesa Cris por ter permanecido ao meu lado durante várias noites enquanto escrevia este trabalho.

RESUMO

O estudo espectral das oscilações de plasma 3D em sistemas reais, tais como processos não-lineares no plasma solar, magnetosfera e ionosfera, é geralmente realizado a partir da análise PSD (*Power Spectral Density*) de dados unidimensionais na forma de séries temporais. Os altos desvios no valor do PSD encontradas por exemplo no estudo das bolhas de plasmas, comprometem a caracterização precisa de processos físicos subjacentes (ex. turbulência). Tais desvios podem ser causados pela restrição dimensional imposta pela análise unidimensional de processos que ocorrem, na verdade, em dimensões mais altas (2D e/ou 3D). Nesta dissertação propomos, portanto, testar a hipótese da existência de uma dependência dimensional dos valores obtidos através da análise espectral calculadas a partir de series temporais 1D. Aqui chamamos de hipótese dependência dimensão-espectro, um tema ainda não abordado, de forma explícita, na literatura. Para isso, estudamos e desenvolvemos um simulador composto por múltiplos osciladores massa-mola que permite variar as configurações geométricas e dimensionais para análise espectral das séries temporais da posição e velocidade de um único elemento do sistema. O simulador, denominado de 3DBMO (*3D Big Mechanical Oscillator*) foi implementado em Python dentro das especificações que permitem o estudo da hipótese dependência dimensão-espectro. As análises espectrais foram realizadas a partir de três técnicas distintas: PSD, DFA (*Detrended Fluctuation Analysis*) e GWS (*Global Wavelet Spectrum*). A síntese dos resultados encontrados, a partir da aplicação das três técnicas, admitem a confirmação da hipótese da dependência dimensão-espectro.

Palavras-chave: Análise de séries temporais. Análise espectral. Modelagem tridimensional. Sistema de osciladores acoplados.

3DBMO: A TIME SERIES CANONICAL GENERATOR TO STUDY THE PSD DIMENSIONAL DEPENDENCE IN COMPLEX PHYSICAL SYSTEMS

ABSTRACT

The spectral investigation of 3D plasma oscillations in real systems, such as nonlinear processes in solar plasma, magnetosphere and ionosphere, is usually performed from the PSD (Power Spectral Density) analysis of one-dimensional data in the form of time series. The high deviations in the value of PSD found for example in the study of plasma bubbles compromise the precise characterization of underlying physical processes (e.g. turbulence). Such deviations can be caused by the dimensional constraint imposed by the one-dimensional analysis of processes that actually occur in higher dimensions (2D and/or 3D). In this thesis we propose, therefore, to test the hypothesis of the existence of a dimensional dependence of the parameters obtained by applying the spectral analysis on 1D time series. Here we call *dimension-spectrum dependency hypothesis*, a subject not yet explicitly addressed in the literature. For this, we studied and developed a simulator composed of multiple mass-spring oscillators that allows to vary the geometric and dimensional configurations for spectral analysis of the oscillatory time series (position and velocity of a single element of the system). The simulator, called 3D Big Mechanical Oscillator (3DBMO) was implemented in Python within the specifications that allow the study of the dimension-spectrum dependency hypothesis. The spectral analyses were carried out from three different techniques: PSD, DFA (Detrended Fluctuation Analysis) and GWS (Global Wavelet Spectrum). The synthesis of the results found, from the application of the three techniques, allows the confirmation of the hypothesis of the dimension-spectrum dependency.

Keywords: Time series analysis. Spectral analysis. Three-dimensional modelling. Coupled oscillator system.

LISTA DE FIGURAS

Pág.

1.1 Detecção de bolhas de plasma. 3

2.1 Oscilação de uma partícula sobre um eixo x. 8
2.2 Exemplo de sistema massa-mola simples. 9
2.3 Representação do período de oscilação no MHS. 10
2.4 Representação do deslocamento e velocidade de um corpo no MHS. . . . 12
2.5 Exemplo de oscilador acoplado. 12
2.6 Exemplo de variação da amplitude do deslocamento para um movimento harmônico simples, amortecido e amplificado. 14
2.7 Exemplo de série temporal contendo observações sobre a média mensal de temperaturas na cidade de Ubatuba. 16
2.8 Exemplos de séries temporais estacionária e não estacionária. 17
2.9 Exemplos sinais periódicos, aperiódicos e aleatórios. 19
2.10 Representação do domínio de frequência para a soma de dois sinais. . . . 21
2.11 Exemplo de representação de um sinal. 22
2.12 Exemplo de espectro de potências de uma série temporal. 25
2.13 Exemplo de Espectro de Potência da *Wavelet*. 30

3.1 Deslocamento de uma massa m_1. 32
3.2 Exemplo de possíveis configurações para o deslocamento de uma massa m_1. 32
3.3 Exemplo de possíveis configurações para um sistema de osciladores acoplados. 33
3.4 Possíveis configurações unidimensionais para a estrutura do simulador. . 33
3.5 Possíveis configurações bidimensionais para a estrutura do simulador. . . 34
3.6 Exemplo de possível configuração tridimensional para a estrutura do simulador. 35
3.7 Exemplo de estrutura massa-mola simples criada em VPython. 37
3.8 Fluxograma básico referente ao funcionamento do 3DBMO. 38
3.9 Exemplos de estruturas em 1D, 2D e 3D geradas pelo 3DBMO. 41
3.10 Exemplo de estrutura para demonstração das equações utilizadas pelo 3DBMO. 43
3.11 Variação no deslocamento e na velocidade para a massa m ilustrada pela Figura 3.10. 47

3.12 Interface para entrada dos parâmetros iniciais de cada simulação realizada pelo 3DBMO. 48
3.13 Exemplos de estruturas com tamanhos diferentes geradas pelo 3DBMO. . 52
3.14 Exemplos de estruturas 1D homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO. 53
3.15 Exemplos de estruturas 2D homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO. 54
3.16 Exemplos de estruturas 3D homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO. 54
3.17 Exemplo de estrutura 2D com elementos fixos. 55
3.18 Exemplo de estrutura 2D com elementos livres. 55
3.19 Exemplo de plotagem em tempo real para uma estrutura em 2D. 56
3.20 Exemplo de plotagem de arquivo gerado pelo 3DBMO. 57
3.21 Exemplo de verificação do histograma de frequência e da distribuição normal de probabilidades em uma série temporal gerada pelo 3DBMO. . 57
3.22 Exemplo do espectro de potências β para uma série gerada pelo 3DBMO. 58

4.1 Exemplos de estruturas homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO. 60
4.2 Exemplo da plotagem dos valores relativos a variação da posição de um elemento durante uma simulação realizada pelo 3DBMO. 61
4.3 Exemplo da plotagem dos valores relativos a variação da velocidade de um elemento durante uma simulação realizada pelo 3DBMO. 62
4.4 Exemplo da plotagem dos valores relativos a variação da posição de um elemento durante uma simulação realizada pelo 3DBMO, onde não ocorreu deslocamentos relativos ao eixo Z. 63
4.5 Exemplos de seleção de pontos para o cálculo da reta de ajuste do espectro de potências. 64
4.6 Cálculo das retas de ajuste do espectro de potências. 65
4.7 Resultado do cálculo do PSD e DFA para uma estrutura 1D heterogênea livre. 66
4.8 Resultado do cálculo do PSD e DFA para uma estrutura 2D heterogênea livre. 67
4.9 Resultado do cálculo do PSD e DFA para uma estrutura 3D heterogênea livre. 68
4.10 Exemplo de representação dos períodos do GWS. 69
4.11 Resultado do cálculo do GWS para uma estrutura 3D heterogênea livre. 70
4.12 Valores do índice espectral β para a variação média da posição. 73
4.13 Valores do índice espectral β para a variação média da velocidade. 74
4.14 Valores do expoente de escala α para a variação média da posição. 75

4.15 Valores do expoente de escala α para a variação média da velocidade. . . 76
4.16 Valores do período do GWS para a variação média da posição. 77
4.17 Valores do período do GWS para a variação média da velocidade. 78

A.1 Perfis da atmosfera neutra e da ionosfera. 93
A.2 Exemplo de tecnologias e infraestruturas que podem ser afetadas por eventos climáticos espaciais. 94

B.1 Comparativo entre espectros de Fourier de duas séries temporais diferentes. 98
B.2 Análise de sinal com o uso de janelas. 99
B.3 Espectrograma para para os sinais S_1 e S_2. 100
B.4 Análise espectral com banco de filtros. 102
B.5 Relação entre os espaços V_j e as *wavelets* W_j. 103
B.6 Exemplos de alguns tipos de funções *wavelets*. 104
B.7 Exemplos de dilatação, compressão e translação para a *wavelet* de Haar. 107
B.8 Representação dos procedimentos para se obter a CWT de um sinal. . . 108
B.9 Comparativo entre o espetrograma e escalograma de um sinal. 108
B.10 Exemplo do processo de filtragem básica de um sinal. 109
B.11 Exemplo de processo de filtragem associado ao *downsampling*. 110
B.12 Exemplo de aplicação da DWT em uma série temporal real. 111
B.13 Esquema da árvore de decomposição *wavelet* multinível de uma série temporal. 112
B.14 Esquema de decomposição de uma série temporal em sub-bandas. 113
B.15 Exemplo do processo de *upsampling*. 113
B.16 Esquema de reconstrução de um sinal. 114
B.17 Decomposição e reconstrução de um sinal utilizando o banco de filtros QMF. 115
B.18 Componentes do sinal reconstruído. 115

LISTA DE TABELAS

Pág.

2.1 Valores do expoente de escala α e suas implicações fenomenológicas. . . . 29

3.1 Grau de liberdade para a movimentação dos elementos dentro da estrutura utilizada pelo 3DBMO. 34

3.2 Exemplos de parâmetros de entrada para simulação do 3DBMO. 46

4.1 Médias dos valores obtidos para o índice espectral β. 71

4.2 Médias dos valores obtidos para o expoente de escala α. 71

4.3 Médias dos valores obtidos para o período do GWS 72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

3DBMO	–	*3D Big Mechanical Oscillator*
GPS	–	*Global Positioning System*
INPE	–	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
VLADA	–	*The Virtual Laboratory for Advanced Data Analysis*
EMBRACE	–	Programa de Estudo e Monitoramento Brasileiro de Clima Espacial
MHS	–	Movimento Harmônico Simples
PSD	–	*Power Spectral Density*
DFA	–	*Detrended Fluctuation Analysis*
NumPy	–	*Numerical Python*
SciPy	–	*Scientific Computing Tools for Python*
VPython	–	*Visual Python*
FFT	–	*Fast Fourier Transform*
POV-Ray	–	*Persistence of Vision Raytracer*
CPU	–	*Central Processing Unit*
RAM	–	*Random Access Memory*
CWT	–	*Continuous Wavelet Transform*
DWT	–	*Discrete Wavelet Transform*
IDWT	–	*Inverse Discrete Wavelet Transform*
cA	–	Componentes de aproximação
cD	–	Componentes de detalhes
QMF	–	*Quadrature Mirror Filter*
GWS	–	*Global Wavelet Spectrum*
H	–	Filtro passa-alta
L	–	Filtro passa-baixa

LISTA DE SÍMBOLOS

k	–	Constante elástica da mola
m	–	Massa de um elemento
F	–	Força restauradora
ϕ	–	Constante de fase
ω_0	–	Frequência angular
f	–	Frequência em Hertz
Hz	–	Hertz
GHz	–	Gigahertz
GB	–	Gigabyte
T	–	Período
v	–	Velocidade
b	–	Módulo da força viscosa
π	–	Pi
cos	–	Cosseno
sen	–	Seno
E	–	Esperança
α	–	Expoente de escala do DFA
β	–	Índice espectral
g	–	Aceleração da gravidade
μ	–	Força de viscosidade
N	–	Quantidade total de pontos utilizados pelo 3DBMO
DIM	–	Dimensão desejada para gerar a estrutura local do 3DBMO
K	–	Constante da mola dentro da estrutura local do 3DBMO
A	–	Eixos desejados para executar a simulação do 3DBMO
$BSIZE$	–	Tamanho da estrutura global gerada pelo 3DBMO
$SSIZE$	–	Tamanho da estrutura local gerada pelo 3DBMO
L	–	Distância entre os elementos utilizados pelo 3DBMO
P	–	Elemento selecionado para gerar os dados da série temporal
AX	–	Amplitude inicial para o deslocamento no eixo X
AY	–	Amplitude inicial para o deslocamento no eixo Y
AZ	–	Amplitude inicial para o deslocamento no eixo Z
M	–	Massa dos elementos utilizados pelo 3DBMO
D	–	Força de amortecimento utilizada pelo 3DBMO
V	–	Constante de viscosidade do ambiente utilizada pelo 3DBMO
$\phi(t)$	–	Função de escala
$\psi(t)$	–	Função *wavelet*

SUMÁRIO

Pág.

1 INTRODUÇÃO 1

1.1 Motivação 2

1.2 Objetivos 4

1.3 Organização do trabalho 4

2 ASPECTOS GERAIS DA PESQUISA 7

2.1 Modelos básicos para um sistema massa-mola 3D 7

2.2 Técnicas de análise de séries temporais 14

2.2.1 Séries temporais 14

2.2.2 Análise espectral de Fourier 17

2.2.3 Densidade Espectral de Potências (PSD) 23

2.2.4 Análise de Flutuação Destendenciada (DFA) 26

2.2.5 Espectro Global *Wavelet* (GWS) 28

3 ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO 3DBMO E SIMULAÇÕES 31

3.1 Definição das estruturas utilizadas 31

3.2 Implementação computacional 35

3.3 Parametrização do ambiente 47

4 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS 59

4.1 Criação das estruturas e geração de dados através do 3DBMO 59

4.2 Análise e interpretação dos resultados 64

5 CONCLUSÕES 79

5.1 Implicações em Física Espacial 79

5.2 Sugestões para trabalhos futuros 80

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS 83

APÊNDICE A - SISTEMAS FÍSICOS RELACIONADOS 93

APÊNDICE B - ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE *WAVELETS* 97

1 INTRODUÇÃO

Um sistema físico real pode ser influenciado por forças que atuam em diferentes direções. Como exemplo, temos as variações que ocorrem na ionosfera devido a presença de ondas eletromagnéticas.

A ionosfera é uma região da atmosfera superior que é ionizada principalmente devido à radiação solar. A ionosfera coexiste com a atmosfera neutra no intervalo de altitude acima de 60 km e não é exclusividade da Terra, i.e., outros planetas como Marte e Vênus também têm ionosfera. Essa camada é constituída de íons e elétrons livres, produzidos pelas influências da radiação solar e da incidência de partículas cósmicas, as quais afetam a propagação de ondas de rádio de uma localidade a outra na superfície do planeta. Uma onda eletromagnética que atravessa a ionosfera pode ter sua velocidade e direção de propagação alterada, o que caracteriza a ionosfera como um meio dispersivo (MATSUOKA et al., 2009).

Na ionosfera os íons estão dispostos em muitas camadas que são capazes de refletir as ondas de rádio na faixa de altas frequências e devolvê-las à Terra em uma trajetória que faz com que as mesmas percorram grandes distâncias (PEREIRA FILHO, 2002). A densidade de elétrons varia com a altura, formando regiões de maior concentração que definem as camadas da ionosfera, as quais podem ser atingidas por diversas pertubações. Além das variações geradas pelas explosões solares, temos também a presença de um fenômeno de espalhamento que é observado na região equatorial, associado à formação de irregularidades no plasma ionosférico que afetam a propagação das ondas.

A ionosfera é uma região de grande interesse na área de telecomunicações por tratar-se do meio de transmissão e propagação de ondas de rádio. Além disso, seu comportamento dinâmico e suas propriedades físico-químicas fornecem informações importantes sobre os fenômenos relacionados à interação do sistema Sol-Terra, com fortes implicações no estudo do clima espacial (CANDIDO, 2008). O clima espacial diz respeito à área do conhecimento dos fenômenos solares e ocorrências físicas no ambiente espacial, os quais se manifestam de forma recorrente e afetam o geoespaço. O conhecimento e previsão desses fenômenos são considerados importantes, devido ao fato deles afetarem diretamente as atividades da atual sociedade tecnológica.

O Sol é uma estrela magneticamente ativa, que apresenta um forte campo magnético (VENTURA, 2016). Esse campo magnético é responsável por criar diversos efeitos que denominamos de atividade solar. A atividade solar conduz a diversos fenôme-

nos, os quais influenciam o clima espacial, interferindo nas condições climáticas e ambientais da Terra (GEEL et al., 1999). Uma das maneiras de se estudar o comportamento dos fenômenos que ocorrem na superfície solar é por meio da observação e análise de seus dados durante um determinado período de tempo.

O estudo de oscilações de plasma em sistemas físicos tridimensionais reais, como por exemplo os processos não-lineares que ocorrem no plasma solar, na magnetosfera e na ionosfera, são geralmente analisados de maneira unidimensional, por meio dos dados obtidos no formato de séries temporais (DENDY, 1990). Tudo aquilo que é observado ou medido em muitos pontos no tempo constitui o que é denominado de série temporal (MCKINNEY, 2013). Essas observações são obtidas em instantes sucessivos de tempo, ou registradas de forma contínua por algum equipamento (MORETTIN; TOLOI, 1986).

De uma maneira um pouco mais formal, podemos dizer que uma série temporal representa a realização de um processo dinâmico oscilatório, caótico, estocástico ou híbrido, em que a análise de tal comportamento temporal envolve a descrição e/ou interpretação estatística sobre a natureza do processo ou fenômeno (físico, químico, biológico, etc.) que gera a sequência. Como exemplos de medidas que caracterizam séries temporais podemos citar os valores mensais de temperatura de uma região e o registro de um eletrocardiograma, dentre outros (BARROS, 2004).

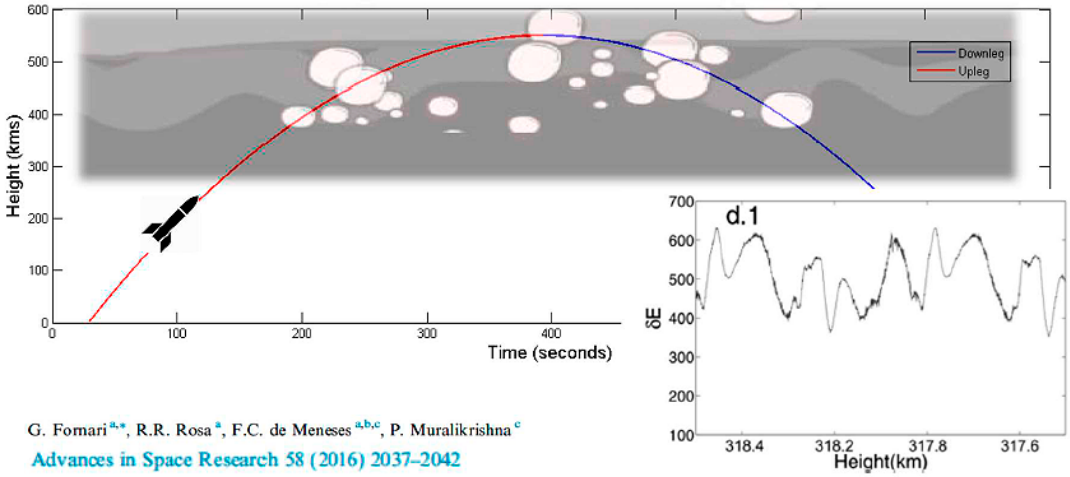
1.1 Motivação

Processos físicos não-lineares podem ser descritos por processos oscilatórios que são, independentemente da sua dimensão espacial, estudados por meio de séries temporais unidimensionais.

Na ionosfera, além das variações geradas pelas explosões solares, temos também a presença de um fenômeno de espalhamento que é observado na região equatorial, associado à formação de bolhas ionosféricas, também conhecidas como bolhas de plasma. O rastro deixado por essas bolhas afeta a propagação das ondas, provocando cintilação do sinal recebido em diversas faixas do espectro radioelétrico (AMENDOLA, 2003). A Figura 1.1 exibe um exemplo motivacional para este trabalho, relacionado à detecção de bolhas de plasma na ionosfera através de séries temporais da variação do campo elétrico na camada F.

Geralmente, a classificação de processos físicos não-lineares para estudo e monitoramento do clima espacial como caos, turbulência e processos de reação-difusão, é

Figura 1.1 - Detecção de bolhas de plasma.



G. Fornari [a,*], R.R. Rosa [a], F.C. de Meneses [a,b,c], P. Muralikrishna [c]

Advances in Space Research 58 (2016) 2037–2042

Table 1
Comparison among PSD spectral indices (β) found in previous equivalent studies and for β obtained here from DFA technique. All results measured using rockets are related to electric field measurements during the downleg period.

Date and Time	Spacecraft	Altitude (km)	β-range	$\langle\beta\rangle$	σ_m (%)	References
14/10/1994, 22:55 UT	Rocket	645–785	−4.13 to −2.90	−3.52	62	Jahn and LaBelle (1998)
19/12/1995, 00:17 UT	Rocket	240–500	−3.17 to −2.63	−2.90	27	Muralikrishna et al. (2004)
10/10/2008, 03:57 UT	Satellite	450	−2.06 to −1.45	−1.76	31	Rodrigues et al. (2009)
19/12/1995, 00:17 UT	Rocket	318–525	−2.32 to −1.94	−2.13	19	This paper

Pela figura é possível perceber que, de acordo com alguns estudos, o intervalo entre as faixas de comparação para os valores dos índices espectrais β obtidos a partir das séries temporais coletadas em medições realizadas no campo elétrico da ionosfera apresentou uma grande diferença. Dessa forma, a pergunta fundamental para este trabalho diz respeito até que ponto a riqueza de frequências do processo é afetada pela dimensão espacial do Sistema responsável pela geração dos dados.

Fonte: Fornari et al. (2016).

baseada no índice espectral calculado por meio do espectro de potências $P(k) \approx k^{\alpha}$, o qual expressa uma lei de correlação entre as faixas de flutuação da série temporal $A(t)$ (VERONESE et al., 2011).

Um ponto chave nesta abordagem diz respeito à dependência do índice espectral em relação a dimensionalidade espacial do sistema (1D, 2D ou 3D) no qual a série temporal $A(t)$ foi coletada. Dado um sistema cuja série temporal $A(t)$ é obtida de um processo físico que ocorre com dependência espacial (1D, 2D ou 3D), em que os valores em cada instante correspondem a medições em um determinado ponto (0D), será que existe algum tipo de dependência no valor do índice espectral obtido exclusivamente a partir do domínio temporal, em relação a dimensionalidade espacial do processo? Dessa forma, o presente trabalho visa contribuir para podermos verificar

até que ponto a riqueza de frequências do processo é afetada pela dimensão espacial do sistema.

1.2 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é avaliar se há ou não dependência do índice espectral em relação à dimensionalidade espacial nas medidas que são realizadas em sistemas físicos oscilatórios (1D, 2D, 3D) por meio de séries temporais. De acordo com nossa hipótese, se esta dependência existe, ela deve ser verificada nos sistemas que envolvem o processo oscilatório mais fundamental, ou seja, o Movimento Harmônico Simples (MHS). Para isso, utilizamos a análise espectral envolvendo um estudo comparativo entre os valores do espectro de potência obtido para diversos conjuntos de dados. Tais dados foram gerados de maneira sintética, utilizando equações que regem o movimento multidimensional de osciladores harmônicos acoplados, por meio de uma ferramenta computacional desenvolvida especificamente para auxiliar nosso trabalho, a qual denominamos de *3D Big Mechanical Oscillator* (3DBMO).

O 3DBMO poderá ser utilizado como um *toy model*[1], permitindo que cientistas e pesquisadores possam gerar diversos conjuntos de dados por meio de configurações baseadas em diversas dimensões espaciais. A abordagem utilizada por essa ferramenta permite o estudo de séries temporais e de seu respectivo espectro de potência, por meio da variação da dimensionalidade espacial e do número de elementos que compõem o sistema, bem como da variação de algumas de suas propriedades físicas básicas. Através da análise da variabilidade espectral das séries temporais geradas pelo 3DBMO podemos verificar se existe algum tipo de estabilidade entre as dimensões. Além disso, os dados dessas séries temporais também poderão ser utilizados em *frameworks* de análise e manipulação de dados, como por exemplo o VLADA[2].

1.3 Organização do trabalho

Os demais capítulos desta dissertação estão organizados da seguinte maneira:

- Capítulo 2 - descreve o sistema físico no qual o problema está situado, ex-

[1]Modelo em que as características representadas são mantidas ao mínimo para mostrar que algum fenômeno empírico pode ou não ser reproduzido a partir de suposições primitivas (KOUTSOYIANNIS, 2006). Ainda, segundo Koutsoyiannis (2006), o *toy model* também poderá ser utilizado para investigar se mecanismos simples podem produzir um fenômeno complexo, identificar os elementos essenciais e descartar detalhes na dinâmica do sistema e identificar conjuntos de parâmetros para os quais o fenômeno ocorre.

[2]Ambiente virtual colaborativo de computação científica para análise avançada de séries temporais (DANTAS, 2014).

plica o sistema utilizado para a geração das medidas artificiais e as técnicas para a análise de dados;

- Capítulo 3 - apresenta a estrutura computacional desenvolvida para o 3DBMO;
- Capítulo 4 - demonstra a utilização do 3DBMO para a geração de séries temporais canônicas e apresenta o resultado da análise espectral referente aos dados dessas séries;
- Capítulo 5 - organiza as conclusões desta dissertação de mestrado e apresenta sugestões para trabalhos futuros.

2 ASPECTOS GERAIS DA PESQUISA

Neste capítulo descrevemos os sistemas físicos que motivaram o desenvolvimento deste trabalho, bem como algumas das técnicas que podem ser utilizadas para analisar os dados provenientes das séries temporais oriundas de medições realizadas no ambiente desses sistemas físicos. Apresentaremos também a metodologia adotada para a geração das séries canônicas utilizadas neste trabalho.

2.1 Modelos básicos para um sistema massa-mola 3D

A classe de movimento que se repete no tempo, de maneira ordenada ou não, recebe a denominação de oscilações (ZILIO; BAGNATO, 2008). Caso essa movimentação seja realizada de forma regular com o passar do tempo, o movimento é conhecido por movimento periódico ou movimento harmônico, e o intervalo decorrente dentro desse tipo de movimento recebe o nome de período do movimento (WALKER et al., 2014).

Uma oscilação representa um tipo de movimento exato ou quase periódico, ou uma mudança de estado em sistemas físicos, químicos ou biológicos (KNEUBÜHL, 1997). Para Oliveira (2008), o tema "oscilações" diz respeito à ideia de movimentos pendulares simples ou a um sistema massa-mola clássico.

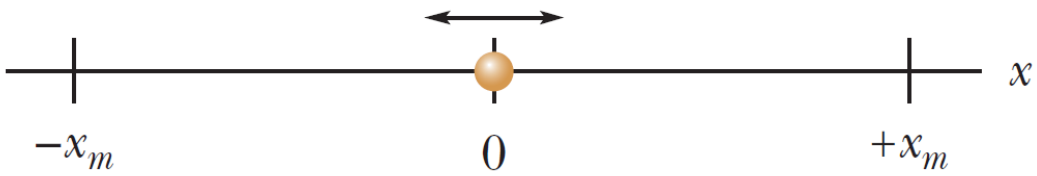
O estudo de movimentos oscilatórios representa uma parte importante da mecânica devido à frequência com que esse tipo de situação ocorre, onde exemplos reais para esse tipo de movimentação incluem desde o simples balançar das folhas de uma árvore até a emissão de ondas de rádio, som e luz (ZILIO; BAGNATO, 2008). O movimento realizado pela suspensão de um automóvel também é um exemplo de movimento oscilatório, onde o sinal coletado através de um dispositivo conectado a esse sistema pode ser utilizado para ajustar o controle de suspensão do veículo (WICKERT, 2013).

Um tipo especial de movimento harmônico é denominado de movimento harmônico simples, ou MHS. O MHS representa o movimento oscilatório que ocorre quando a aceleração e a força resultante são proporcionais e se opõem ao deslocamento (WALKER et al., 2014). Para Faria (2015), o movimento harmônico simples é um caso particular do movimento periódico oscilatório, onde um corpo executa movimentos simétricos de ida e volta em torno de uma mesma posição. Os osciladores harmônicos constituem o tipo de oscilador mais simples que existe devido ao fato deles serem lineares bem como invariantes no tempo (KNEUBÜHL, 1997).

Mesmo sendo considerado o tipo de movimento oscilatório mais simples, o movi-

mento harmônico é um dos mais importantes devido à sua ampla aplicabilidade (ZILIO; BAGNATO, 2008). Como exemplos de movimentos harmônicos simples temos aqueles executados pelo movimento circular uniforme, pela movimentação da Terra em torno do Sol, por uma lâmina vibrante, por vibrações acústicas, por um pêndulo e por uma massa presa à extremidade de uma mola (FARIA, 2015).

Figura 2.1 - Oscilação de uma partícula sobre um eixo x.



Fonte: Walker et al. (2014).

Um sistema que possui a capacidade de oscilar é denominado de oscilador. Os osciladores representam os sistemas que apresentam um movimento harmônico de oscilação, onde um corpo realiza movimentos de vai-e-vem em torno de uma posição central, como ilustrado pela partícula da Figura 2.1.

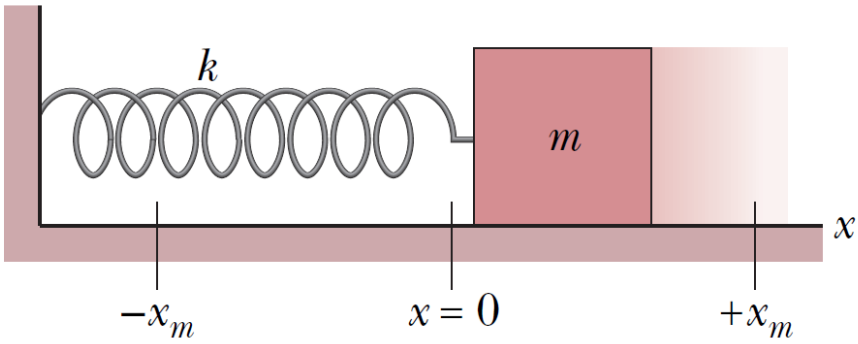
O protótipo de oscilador harmônico é o sistema massa-mola, em que uma partícula de massa m está presa a uma mola ideal, perfeitamente elástica (AGUIAR, 2007). A força que a mola faz sobre a partícula é dada pela Lei de Hooke, como demonstra a Equação 2.1:

$$F = -kx \tag{2.1}$$

A Figura 2.2 ilustra um exemplo de sistema oscilatório, composto por um sistema massa-mola horizontal sem atrito com a superfície. O movimento executado por esse tipo de sistema é denominado de movimento harmônico simples, ou MHS. De acordo com Tipler e Mosca (2009), o MHS representa o movimento oscilatório ocorrido quando a aceleração e a força resultante são proporcionais e opostas ao deslocamento.

A amplitude do movimento realizado pela massa m ilustrada na Figura 2.2 é dada

Figura 2.2 - Exemplo de sistema massa-mola simples.



A figura exibe uma massa m na posição $x = 0$, presa a uma mola de constante k ligada a uma parede. Quando em repouso essa mola possui um comprimento l_0. Ao movermos a massa m para a posição $+x_m$ a mola será esticada e irá exercer uma força para a esquerda denominada de força elástica ou restauradora, dada pela Equação 2.1. Quando liberamos a massa m ela exerce um deslocamento até $-x_m$. Supondo uma superfície sem atrito, a massa m irá realizar movimentos oscilatórios indefinidos, o que caracteriza o MHS (INOVARPROTEC, 2013).

Fonte: Adaptado de Walker et al. (2014) e InovarProTec (2013).

por x_m e representa o deslocamento realizado da posição $x = 0$ até $x = x_m$. O tempo necessário para a massa m se deslocar da posição $+x_m$, ir até $-x_m$ e retornar para $+x_m$, caracterizando um ciclo de movimentação, representa o seu período de oscilação, dado por T, conforme ilustra a Figura 2.3.

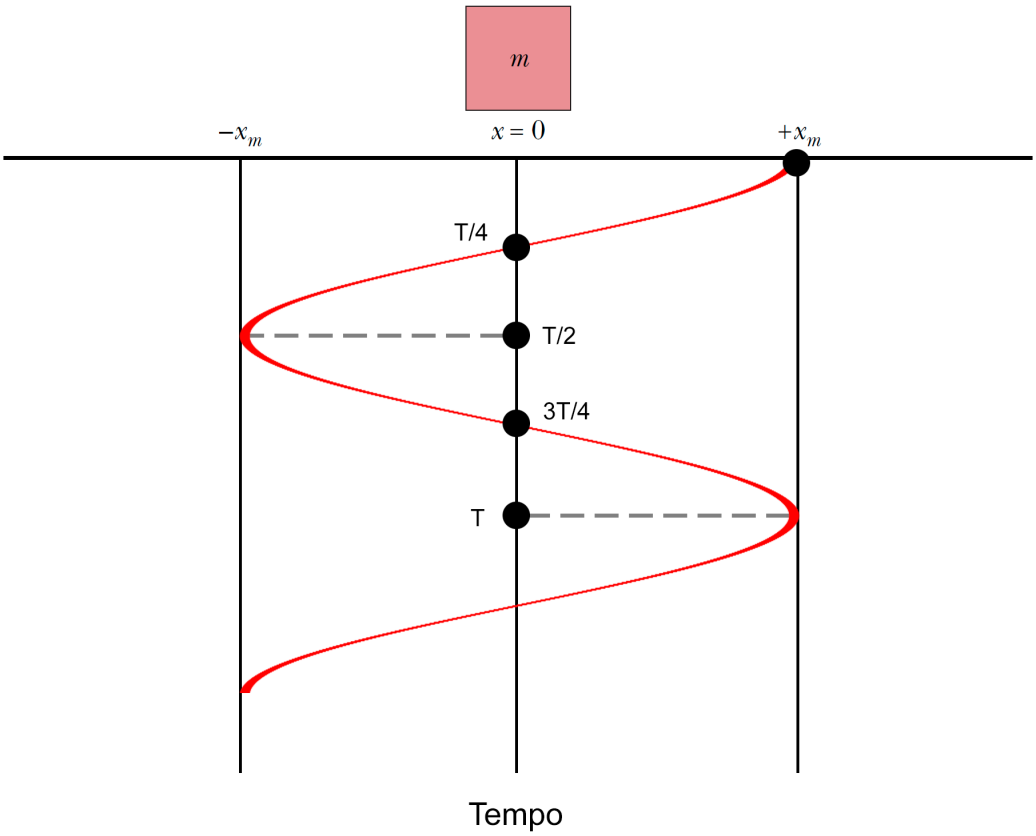
Considerando o MHS em um caso unidimensional (ZILIO; BAGNATO, 2008), sua posição x em relação a um tempo t pode ser obtida através da Equação 2.2:

$$x(t) = A\ cos\ (\omega_0 t + \phi) \tag{2.2}$$

Na Equação 2.2, o parâmetro A representa a amplitude do movimento realizado pelo corpo de massa m, ϕ representa a constante de fase, é ω_0 é a frequência natural do sistema, ou frequência angular.

Segundo Zilio e Bagnato (2008), os parâmetros A e ϕ dependem das condições iniciais do movimento, enquanto $\omega_0 = \dfrac{2\pi}{T}$, ou $\omega_0 = 2\pi f$, onde $f = \dfrac{1}{T}$, representa a frequência em Hertz (Hz).

Figura 2.3 - Representação do período de oscilação no MHS.



Exemplo de representação para o período de oscilação T para a massa representada pela Figura 2.2.

Fonte: Adaptado de InovarProTec (2013).

A partir da da derivação da expressão dada pela Equação 2.2, tem-se as equações para a variação da velocidade v e da aceleração a em relação ao tempo t, dadas respectivamente pelas Equações 2.3 e 2.4:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} \\ &= -A\,\omega_0\ sen\ (\omega_0 t\ +\ \phi) \end{aligned} \tag{2.3}$$

$$
\begin{aligned}
a(t) &= \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} \\
&= -A\ \omega_0^2\ \cos\ (\omega_0 t\ +\ \phi) \\
&= -\omega_0^2\ x(t)
\end{aligned}
\tag{2.4}
$$

Pela Equação 2.4 é possível perceber que a aceleração é proporcional ao deslocamento. Pela 2ª Lei de Newton, temos:

$$
F = ma = -m\ \omega_0^2\ x = -kx \tag{2.5}
$$

A Equação 2.5 nos fornece a força encontrada no sistema massa-mola de um oscilador harmônico simples, onde a constante k representa a constante da mola. Sem levar em consideração o atrito, essa força fará com que a mola descreva um movimento harmônico simples em torno da posição de equilíbrio (BASSALO; CATTANI, 2009). Sempre que a força é oposta e proporcional ao deslocamento temos a ocorrência do MHS (ZILIO; BAGNATO, 2008).

De acordo com Bassalo e Cattani (2009), considerando a 2ª Lei de Newton e o Princípio de D'Alembert[1], a equação diferencial que descreve o MHS é dada pela Equação 2.6:

$$
m\ \frac{\mathrm{d}^2 x}{\mathrm{d}t^2} + kx = 0 \tag{2.6}
$$

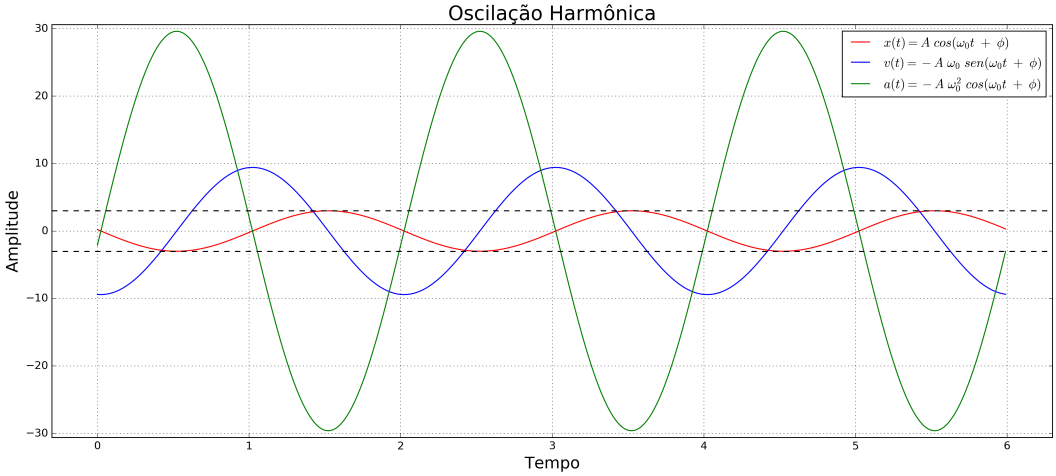
A solução para a Equação 2.6 já foi apresentada através da Equação 2.2. As Equações 2.3 e 2.4 forneceram respectivamente as soluções analíticas para a variação da velocidade e aceleração.

Conforme Neil (2014), a solução geral da equação que rege o movimento harmônico simples é dada por um seno ou cosseno. Neste caso, a Equação 2.2 representa a solução exata para a Equação 2.6. O parâmetro A indica uma constante que representa a amplitude do movimento oscilatório. A Figura 2.4 ilustra esse tipo de deslocamento.

Existem casos onde o sistema oscilante é constituído por massas m_1, m_2, ..., m_n,

[1] Princípio desenvolvido pelo físico e matemático francês Jean Le Rond d'Alembert, o qual afirma que em um sistema as forças internas de inércia são iguais e opostas às forças que produzem a aceleração (NASCIMENTO, 2006).

Figura 2.4 - Representação do deslocamento e velocidade de um corpo no MHS.

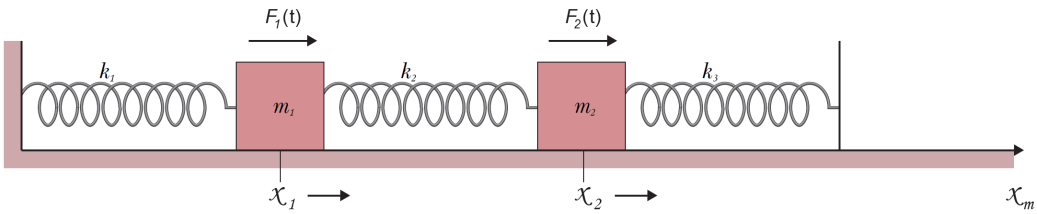


A figura ilustra um exemplo de MHS. Os parâmetros utilizados foram $A = 3.0$, $T = 2.0$, $f = \dfrac{1}{T} = 0.5$, $\omega_0 = \dfrac{2\ \pi}{T} = 3.1$ e $\phi = 1.5$. As curvas representam a variação no deslocamento (vermelho), velocidade (azul) e aceleração (verde) de um corpo. A linha tracejada indica a amplitude A desse deslocamento.

Fonte: Produção do autor.

acopladas por molas de constantes de força k_1, k_2, ..., k_n. Nessa situação, temos o que é denominado de osciladores harmônicos acoplados (OLIVEIRA, 2008). A Figura 2.5 exibe um exemplo de oscilador harmônico acoplado, composto por um sistema massa-mola horizontal, que possui oscilação unidimensional e conta com dois graus de liberdade para vibração.

Figura 2.5 - Exemplo de oscilador acoplado.



Exemplo de oscilador harmônico acoplado, composto por duas massas m_1 e m_2.

Fonte: Adaptado de Walker et al. (2014) e Oliveira (2008).

De acordo com Pizetta (2015), os experimentos utilizando osciladores podem sofrer um decaimento na amplitude de oscilação ao longo do tempo, devido a presença de uma força de viscosidade, que atua como um atrito existente no meio, dissipando a energia do sistema. Quando mais viscoso o meio maior será o efeito produzido por essa força de viscosidade (PIZETTA, 2015), cuja fórmula é dada pela Equação 2.7:

$$F_a = -bv \tag{2.7}$$

Na Equação 2.7, v representa a velocidade e b é o módulo da força viscosa. Devido a presença do sinal negativo, a força de viscosidade sempre irá se opor ao movimento do corpo, cuja equação diferencial é dada pela Equação 2.8:

$$m\,\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + b\,\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + kx = 0 \tag{2.8}$$

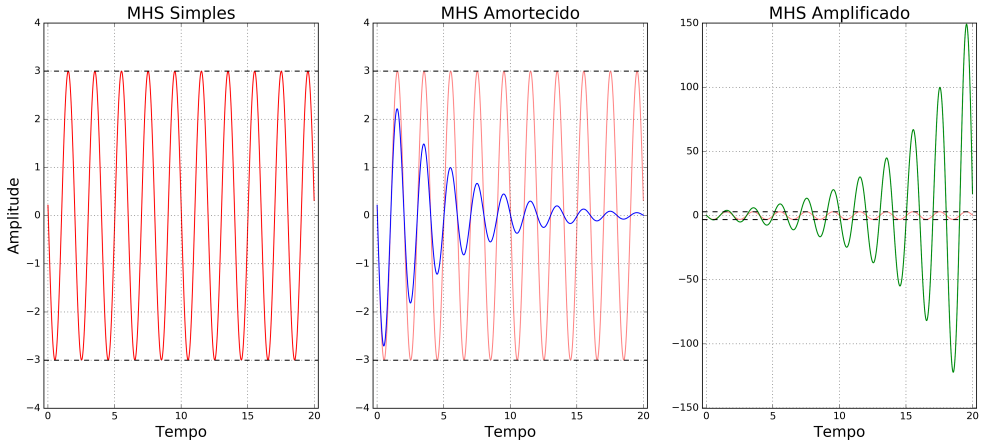
Em situações onde o amortecimento aplicado a uma mola é suficientemente grande de forma que o corpo não chegue a completar nem um ciclo de oscilação temos o que é denominado de movimento superamortecido. Quando o amortecimento aplicado faz com que a amplitude de oscilação diminua lentamente com o passar do tempo ocorre o que é denominado de movimento subamortecido. O movimento que apresenta um mínimo amortecimento que ainda não resulta em oscilação é dito criticamente amortecido (TIPLER; MOSCA, 2000).

A solução exata da Equação 2.8, dada pela Equação 2.9, nos fornece a amplitude de um oscilador harmônico subamortecido para um tempo t qualquer (TIPLER; MOSCA, 2000):

$$x(t) = A\ e^{-\left(\frac{b}{2m}\right)t}\ \cos\left(\omega t\ +\ \phi\right) \tag{2.9}$$

De acordo com Kneubühl (1997), o módulo da força de viscosidade presente na Equação 2.8 pode ser escrito como $b = \dfrac{2}{\tau}$. Se o valor de τ for positivo, ele representa o tempo característico de amortecimento do movimento oscilatório. Caso contrário, sua magnitude $|\tau|$ indica o tempo característico de amplificação do movimento oscilatório. A Figura 2.6 exibe exemplos do movimento harmônico simples, amortecido e amplificado.

Figura 2.6 - Exemplo de variação da amplitude do deslocamento para um movimento harmônico simples, amortecido e amplificado.



Na imagem esquerda temos um exemplo da variação da amplitude de um corpo de massa m dentro do movimento harmônico simples (curva vermelha). A imagem central exibe a variação na amplitude para esse mesmo corpo, porém, para o caso de um movimento oscilatório amortecido (curva azul), onde $\tau > 0$. No lado direito temos essa variação de amplitude para o caso de um movimento oscilatório amplificado (curva verde), onde $\tau < 0$.

Fonte: Produção do autor.

Para o desenvolvimento do 3DBMO utilizamos algumas das equações provenientes do movimento harmônico simples para gerar as séries temporais correspondentes ao deslocamento de um determinado elemento selecionado dentro da estrutura do sistema. Uma discussão a respeito da estrutura computacional desenvolvida para esse ambiente de simulação é apresentada no próximo capítulo dessa dissertação.

2.2 Técnicas de análise de séries temporais

2.2.1 Séries temporais

Uma série temporal é uma sequência de observações sobre uma variável de interesse, a qual é observada em pontos temporais discretos, geralmente situados em distâncias iguais, onde a análise de tal comportamento temporal envolve a descrição e/ou interpretação estatística sobre a natureza do processo ou fenômeno (físico, químico, biológico, etc.) que gera a sequência. Para McKinney (2013), tudo aquilo que é observado ou medido em muitos pontos no tempo constitui o que é denominado de série temporal. De uma maneira um pouco mais formal, podemos dizer que uma

série temporal representa a realização de um processo dinâmico oscilatório, caótico, estocástico ou híbrido (BARROS, 2004).

Os dados de uma série temporal podem ser armazenados de forma contínua ou discreta. De acordo com Chatfield (2004), em uma série temporal contínua as observações são realizadas continuamente através do tempo. Para o caso de séries temporais discretas, as observações são tomadas em intervalos de tempo específicos, geralmente espaçados de maneira uniforme. Alguns dispositivos de gravação capturam as medidas de maneira ininterrupta produzindo um conjunto de dados contínuos, ao invés de armazenar observações realizadas em intervalos discretos de tempo (CHATFIELD, 2004).

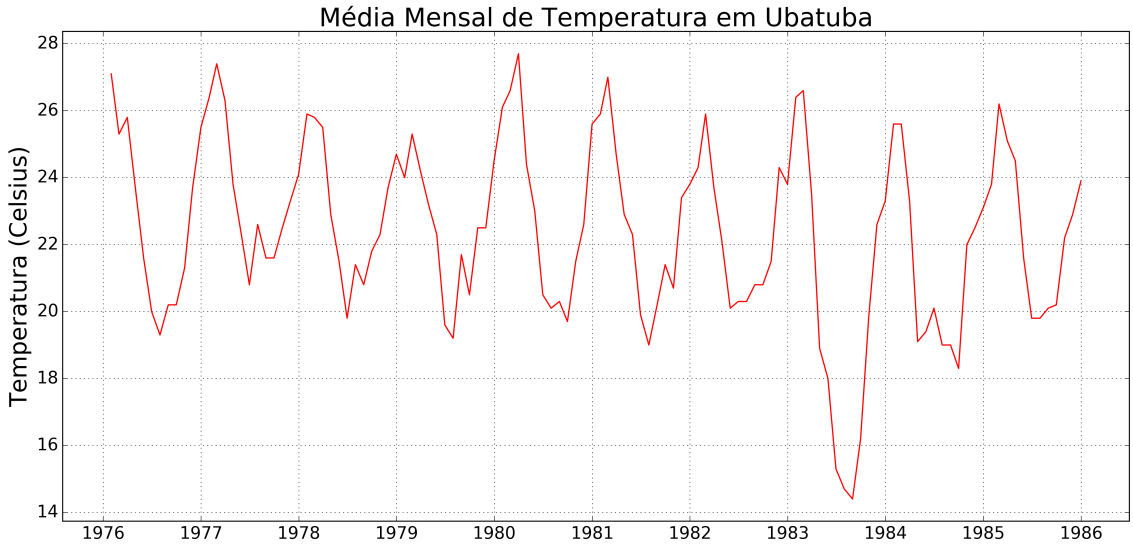
As observações que caracterizam uma série temporal podem ocorrer em diversos campos, desde a área da Economia até a Engenharia, sendo que os métodos de análise de séries temporais constituem uma importante área dentro da Estatística.A Figura 2.7 exibe um exemplo de série temporal que demonstra os valores médios mensais de temperatura na cidade de Ubatuba no período entre janeiro de 1976 e dezembro 1985.

Existem dois aspectos no estudo das séries temporais, os quais são denominados de análise e modelagem. Durante a análise, pretendemos resumir as propriedades de uma série, de forma a obter suas características mais relevantes. Em relação a modelagem, a tarefa principal é realizar a previsão de valores ou regimes (padrões) nos domínios do tempo e/ou frequência (HARVEY, 1981). Logo, é possível perceber que diversas aplicações como aquelas que envolvem a área financeira, a meteorologia, a epidemiologia e a astronomia, dentre outras, são beneficiadas através do estudo do comportamento das séries temporais.

Os objetivos da análise de uma série temporal são bem variados. Segundo Tukey (1980), eles abrangem a modelagem do fenômeno em consideração, a obtenção de conclusões em termos estatísticos e a avaliação da adequação do modelo em termos de previsão. Outros objetivos de interesse são a investigação do mecanismo gerador da série temporal, a descrição do comportamento da série e a procura pela periodicidade relevante nos dados (MORETTIN; TOLOI, 2006). De acordo com Kirchgässner et al. (2013) por exemplo, os babilônicos utilizam a análise da série temporal contendo os valores das posições dos planetas e estrelas para tentar prever eventos astronômicos.

Os principais modelos de análise de séries temporais geralmente são baseados nos

Figura 2.7 - Exemplo de série temporal contendo observações sobre a média mensal de temperaturas na cidade de Ubatuba.



A figura exibe um total de 120 observações referentes aos dados de uma série temporal com os valores médios da temperatura registrada na cidade de Ubatuba no período compreendido entre janeiro de 1976 e dezembro de 1985.

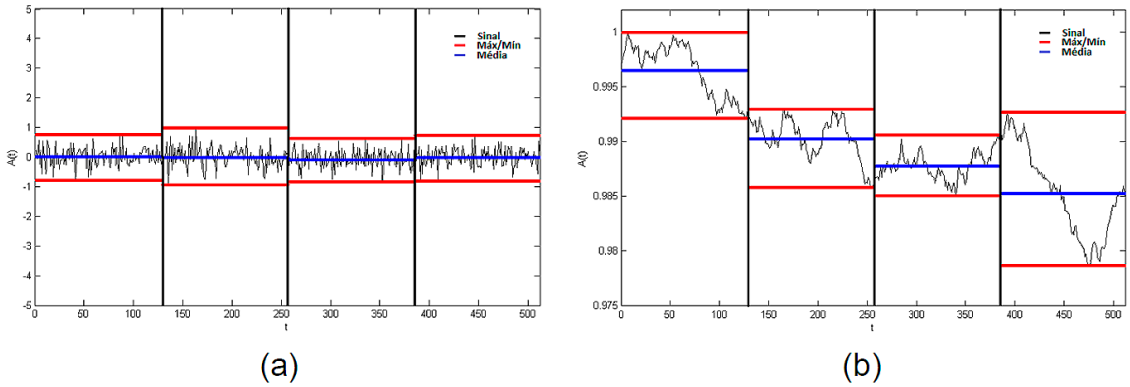
Fonte: Adaptado de Morettin e Toloi (2006).

conceitos envolvendo a estacionariedade da série temporal e a linearidade do processo dinâmico (DANTAS, 2009).

Uma série temporal é considerada estacionária quando se desenvolve no tempo aleatoriamente ao redor de uma média constante, refletindo alguma forma de equilíbrio estável (MORETTIN; TOLOI, 2006). Ela é considerada não linear quando responde de maneira diferente a estímulos grandes ou pequenos (DANTAS, 2014). Segundo Dantas (2014), embora esse comportamento não linear possa ser considerado como sendo proveniente da adição de algum tipo de ruído, temos que ele não pode ser tratado como sendo a única fonte para o surgimento dessas irregularidades, visto que sistemas caóticos não lineares também podem produzir dados irregulares sem que haja a necessidade de se adicionar algum tipo de ruído externo ao sistema. A Figura 2.8 exibe um exemplo de séries temporais estacionária e não estacionária.

De acordo com Meko (2009), muitos fenômenos naturais apresentam uma variabilidade que é dependente da frequência. Na Física, essa frequência representa uma grandeza utilizada para indicar o número de ciclos existente dentro de um determi-

Figura 2.8 - Exemplos de séries temporais estacionária e não estacionária.



O item (a) correspondem a um exemplo de série estacionária enquanto que o item (b) correspondem a um exemplo de série não estacionária. Em ambos os casos utilizou-se janelas de 128 pontos para ilustrar o padrão da faixa de variabilidade dinâmica.

Fonte: Dantas (2014).

nado intervalo de tempo (ELECTRÓNICA, 2016). Logo, a compreensão da dependência da frequência pode ajudar a entender os mecanismos físicos que geram os dados de uma determinada série temporal (MEKO, 2009).

Em áreas onde o interesse básico é a busca pela periodicidade dos dados, o estudo da distribuição da variação da série temporal em função da frequência é fundamental (MORETTIN; TOLOI, 2006). Para isso, utilizamos a análise espectral.

2.2.2 Análise espectral de Fourier

A evolução temporal de um sistema dinâmico é representada pela variação no tempo de sua função ou pela série temporal de suas variáveis dinâmicas, quando amostrado em intervalos regulares. Qualquer função $f(t)$ pode ser representada de uma maneira mais útil através de uma superposição de seus componentes periódicos (BAKER; GOLLUB, 1990). De acordo com Chatfield (2004), as metodologias utilizadas para a determinação dos pontos de maior potência dentro de uma $f(t)$ recebem a denominação de análise espectral.

Para Aguirre (1995), a análise espectral nada mais é do que a soma da análise estatística das séries temporais mais os métodos de análise de Fourier. Ela constitui uma forma alternativa de identificar, descrever e analisar sinais, proporcionando uma maneira rápida e eficiente de identificar os seus componentes (TÉCNICO, 2008).

A análise espectral é utilizada para resolver uma grande variedade de problemas encontrados na prática pelos engenheiros e cientistas, sendo que o seu propósito básico é representar uma função através de sua decomposição pelos seus componentes espectrais (GARDNER, 1988). Logo, vemos que o objetivo da análise espectral é realizar o estudo do espectro (MEKO, 2009), que nada mais é do que o nome atribuído ao traçado de frequência de um sinal (WEEKS, 2012).

Isso é importante porque muitos fenômenos naturais têm variabilidade dependente da frequência e a utilização de técnicas da análise espectral pode auxiliar no processo de se encontrar periodicidade nos dados armazenados dentro das séries temporais (MORETTIN; TOLOI, 2006).

Como exemplo de utilização da análise espectral, Gardner (1988) cita a análise estrutural realizada em veículos ou sistemas que realizam movimentos vibratórios. Nestes casos, as técnicas de análise espectral são empregadas para identificar possíveis ressonâncias.

Ainda, de acordo com Gardner (1988), a análise espectral também é utilizada para auxiliar no estudo de fenômenos naturais como o clima e o comportamento da vida selvagem, no desenvolvimento de diversas teorias da Física (turbulência atmosférica, por exemplo), no estudo de sistemas complexos como a Economia, dentre outros.

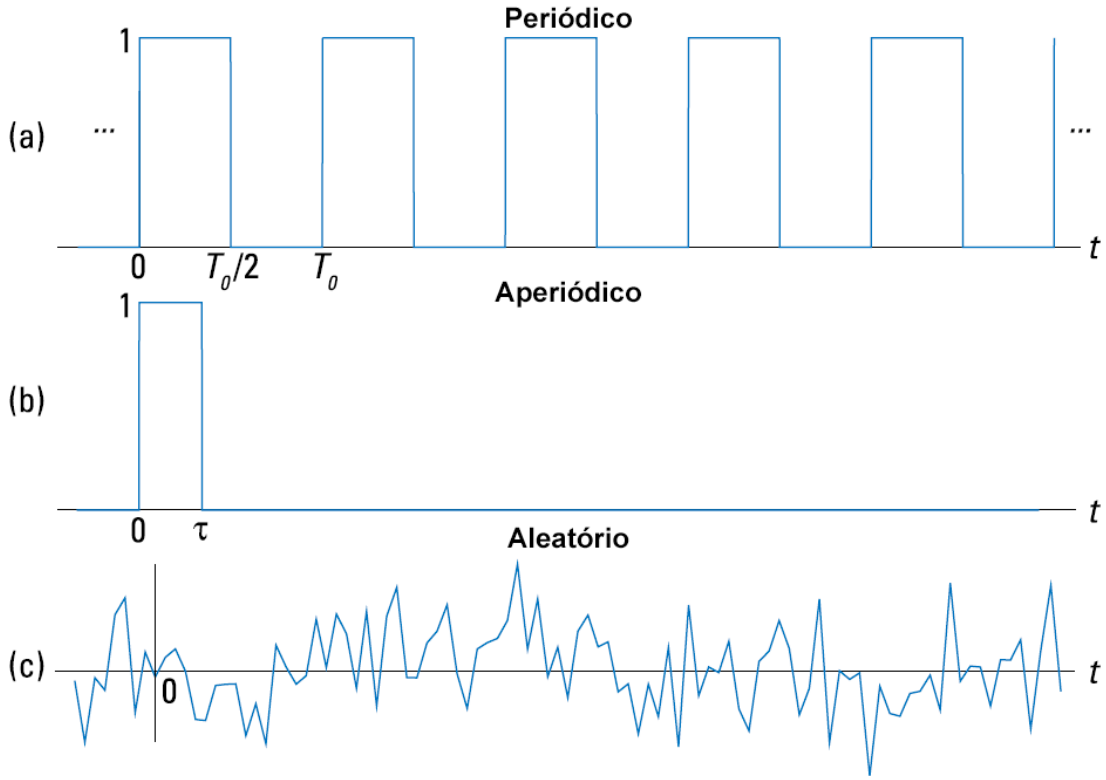
Os dados ambientais podem ser organizados no formato de uma série temporal, obtidas através da medição de sinais emitidos por equipamentos de coleta de dados Dantas (2009). Esses sinais podem ser classificados em periódicos, aperiódicos e aleatórios (MOECKE, 2006). A Figura 2.9 exibe exemplos para esses tipos de sinais.

Sinais periódicos são aqueles que se repetem em intervalos regulares de tempo, onde tais intervalos são denominados de período do sinal. As Equações 2.10 e 2.11 exibem a definição matemática para esses tipos de sinais (WICKERT, 2013), onde T e N representam o período do sinal. Sinais aperiódicos são aqueles que não têm nenhum padrão de repetição ao longo do tempo. Sinais aleatórios são aqueles em que um ou mais atributos do sinal podem assumir um valor imprevisível (WICKERT, 2013).

$$x(t+T) = x(t) \quad \text{(tempo contínuo)} \tag{2.10}$$

$$x[n+N] = x[n] \quad \text{(tempo discreto)} \tag{2.11}$$

Figura 2.9 - Exemplos sinais periódicos, aperiódicos e aleatórios.



Nesta figura temos um exemplo de sinal periódico representado pela onda quadrada (a), um sinal aperiódico representado pela função pulso retangular (b) e um sinal aperiódico representado por um ruído aleatório (c).

Fonte: Adaptado de Wickert (2013).

Um sinal periódico pode ser expresso como a soma de uma série de componentes senoidais com amplitudes e fases específicas, conhecidos como coeficientes da Série de Fourier, onde as frequências dos senos são múltiplas inteiras da frequência fundamental do sinal (MOECKE, 2006).

Sua expressão matemática é dada pela Equação 2.12, onde $f(t)$ é uma função periódica no tempo, a_n e b_n são os coeficientes com os números reais, w é a frequência fundamental em radianos e n representa a ordem das componentes harmônicas do sinal (MOECKE, 2006).

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cdot \cos(nwt) + b_n \cdot \sin(nwt)) \tag{2.12}$$

Em casos de sinais aperiódicos, Moecke (2006) afirma que a sua obtenção somente é possível com a soma de infinitas componentes senoidais, que são completamente independentes entre si. Segundo Hanly (2016), qualquer forma de onda é na verdade apenas a soma de uma série de ondas senoidais simples de diferentes frequências, amplitudes e fases, como ilustra a Figura 2.10.

A análise de Fourier ou análise do espectro é utilizada para desconstruir um sinal em termo de seus componentes individuais de onda sinusoidal, de forma que podemos obter a amplitude de uma oscilação em função da sua frequência, o que nos permite obter uma compreensão mais profunda do processo de oscilação (HANLY, 2016).

A riqueza de frequências que compõe uma série temporal (domínio puramente temporal), em geral, é estudada a partir da sua transformada de Fourier, que permite representar o sinal através do seu espectro de potências (domínio espectral) (MOECKE, 2006). Um exemplo da representação de um sinal por meio de seu domínio temporal e espectral é ilustrado pela Figura 2.11.

Existem diversos métodos que podem ser utilizados durante o processo de análise de uma série temporal. De acordo com Dantas (2014), a metodologia convencional envolve o cálculo dos chamados momentos estatísticos, onde a esperança $E(A)^k)$ recebe a denominação de k-enésimo momento de uma série temporal A, também conhecido como momento de ordem k.

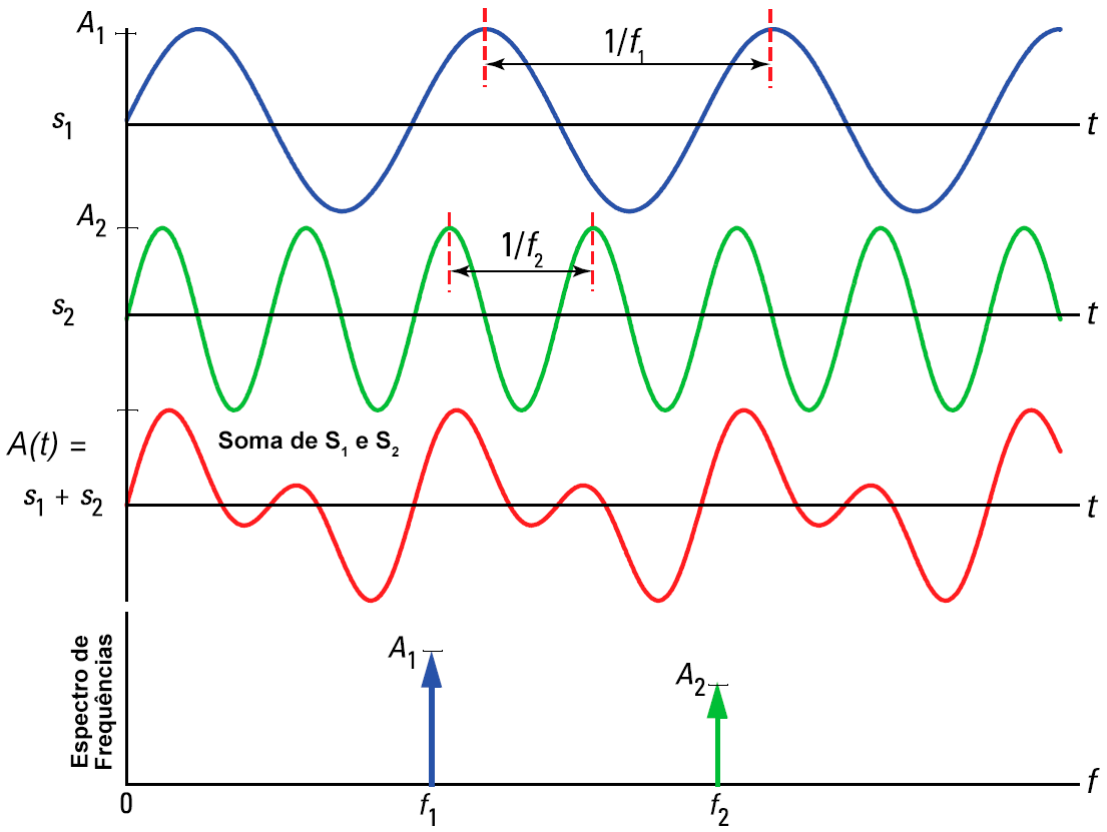
O momento estatístico de 1ª ordem é utilizado para medir o valor médio dos dados, o momento de 2ª mede a dispersão dos dados, o momento de 3ª mede a simetria dos dados e o momento de 4ª mede a concentração dos dados em torno do momento de 1ª ordem (DANTAS, 2014).

Considerando A uma série temporal e t números reais, podemos definir uma função geradora de momentos, dada pela Equação 2.13:

$$M_x(t) = E[e^{tx}] \tag{2.13}$$

A partir da Equação 2.13 podemos gerar todos os momentos estatísticos, de acordo com a ordem de grandeza atribuída para k, conforme representado pela Equação 2.14 (DANTAS, 2014):

Figura 2.10 - Representação do domínio de frequência para a soma de dois sinais.

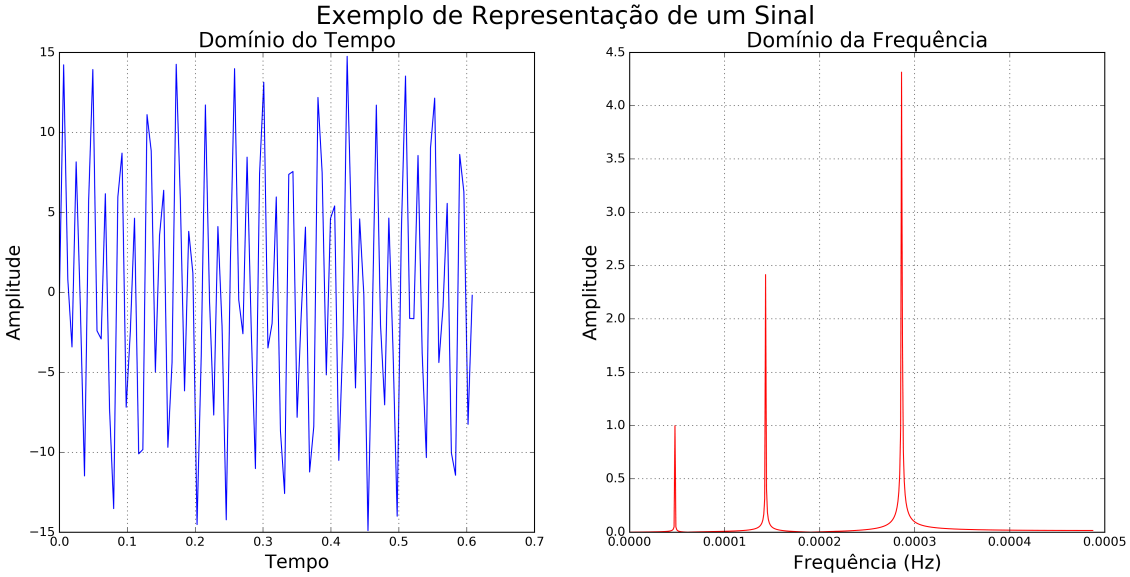


Na linha em azul temos o sinal $s_1 = A_1\ cos(2\pi\ f_1 t)$, que possui frequência f_1 e amplitude A_1. Na linha verde temos o sinal $s_2 = A_2\ cos(2\pi\ f_2 t)$, que possui frequência $f_2 > f_1$ e amplitude $A_2 < A_1$. A linha ondulada em vermelho representa a soma dos sinais $s_1 + s_2 = A_1\ cos(2\pi\ f_1 t) + A_2\ cos(2\pi\ f_2 t)$. Entretanto, as amplitudes e frequências para esse novo sinal $A(t)$ não estão claras. Dessa forma, o espectro de frequências revela que o sinal $A(t)$ é composto por apenas dois componentes senoidais com frequência e amplitude distintas.

Fonte: Adaptado de Wickert (2013).

$$
\begin{aligned}
M_x^k(0) &= \left[\frac{d^k}{dt^k} E(e^{tx})\right]_{t=0} \\
&= E\left[\left(\frac{d^k}{dt^k} e^{tx}\right)_{t=0}\right] \\
&= E\left[\left(A^k e^{tx}\right)_{t=0}\right] \\
&= E(A^k)
\end{aligned}
\tag{2.14}
$$

Figura 2.11 - Exemplo de representação de um sinal.



Na imagem da esquerda temos a amostra de um sinal representado no domínio do tempo. A imagem do lado direito exibe o mesmo sinal utilizando a representação no domínio da frequência.

Fonte: Produção do autor.

Assim, $M_x^1(0) = E(A)$, $M_x^2(0) = E(A^2)$, ..., $M_x^k(0) = E(A^k)$.

Além da metodologia convencional para a análise dos dados de uma série temporal, podemos utilizar técnicas que se enquadram dentro da categoria de análise espectral, como por exemplo o cálculo da Densidade Espectral de Potências, ou PSD[2], o cálculo dos Expoentes de Escalas via Análise de Flutuação Destendenciada, ou DFA[3], a análise do domínio-frequência via *multi-tapering* e *wavelets* (MALLAT, 1999) e análise por via das dimensões fractais via Espectro de Singularidades (FEDER, 1988).

Neste trabalho, a análise das séries temporais canônicas geradas pelo 3DBMO foi realizada por meio da comparação entre os valores obtidos para o índice espectral β (PSD) e o expoente de escala α (DFA), em conjunto com a utilização da análise por meio das propriedades *Wavelets*.

[2]Do inglês, *Power Spectral Density* - retorna o espectro de potências de um sinal (HEINZEL et al., 2002)

[3]Do inglês, *Detrended Fluctuations Analysis* - retorna o expoente de escala de um sinal (PENG et al., 1994).

2.2.3 Densidade Espectral de Potências (PSD)

A representação de um sinal através da amplitude como função da frequência é denominada de representação de espectro de amplitudes. Quando o sinal é representado através do quadrado da amplitude, ou potência, a representação é denominada de espectro de potências (MOECKE, 2006).

O espectro de potências de uma série temporal $A(t)$ descreve como a variância de seus dados é distribuída ao longo dos componentes de frequência em que a $A(t)$ pode ser decomposta. De acordo com Dantas (2009), o espectro de potências (também conhecido como Densidade Espectral de Potências) pode ser considerado a metodologia convencional mais utilizada para classificar um processo estocástico de acordo com a lei de potência obtida a partir de seu espectro.

Para Baker e Gollub (1990), dependendo da natureza da função $f(t)$, a representação do espectro pode ser realizada de duas maneiras. Se a função for periódica, o espectro pode ser expresso como uma combinação linear de oscilações cujas frequências são múltiplos inteiros de uma frequência básica. Neste caso, a combinação linear recebe o nome de Série de Fourier.

Quando a função $A(t)$ não for periódica, o espectro precisa ser expresso em termos de oscilações com frequências contínuas. Esse tipo de representação é denominado de Transformada de Fourier. Devido ao fato da Transformada de Fourier ser geralmente uma função de valores complexos, muitas vezes é preferível definir uma função de valores reais a qual representa o módulo ao quadrado da transformada. Essa função é denominada de espectro de potências de $A(t)$, ou *Power Spectrum* (BAKER; GOLLUB, 1990).

O espectro de potências $P(\omega)$ é definido como o quadrado do módulo da série no domínio da frequência e indica a influência da frequência ω na série temporal (DANTAS, 2009). Ele pode ser obtido através da Transformada de Fourier, a qual permite a transformação de uma série do domínio do tempo para a sua equivalente no domínio de frequência (DANTAS, 2009).

Considerando uma série temporal $A(t)$, onde $A(n) = A(t_n)$, $t_n = n\Delta t$, temos para efeito de definição que a Transformada de Fourier em sua forma contínua pode ser escrita de acordo com a Equação 2.15:

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-i\omega t} A(t) dt \tag{2.15}$$

Para o caso discreto, a Transformada Discreta de Fourier pode ser obtida por meio da Equação 2.16:

$$A_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{n=1}^{N} x(n) exp \left[i \frac{2\pi nk}{N} \right], \; k = 1, 2, ..., N \tag{2.16}$$

Em relação à área computacional, os algoritmos utilizados para calcular a Transformada Discreta de Fourier de maneira mais eficiente são denominados de Transformada Rápida de Fourier, geralmente conhecidos por FFT[4] (COOLEY; TUKEY, 1965)

Segundo Wickert (2013), a FFT representa um dos pilares para o processamento atual de sinais devido a sua eficiência. Essa melhoria de performance é decorrente do fato de que a FFT utiliza os resultados dos cálculos anteriores para reduzir o número de operações, explorando a periodicidade e simetria das funções trigonométricas (CHAPRA, 2013). Em termos de complexidade computacional, Geçkinli e Yavuz (2013) afirmam que o cálculo tradicional para a Transformada Discreta de Fourier é do tipo $O(N^2)$ e que, por meio da utilização da FFT, essa complexidade é reduzida para $O(N \log N)$, em que N representa o tamanho da série temporal.

De acordo com Dantas (2009), o espectro de potências para o caso contínuo pode ser definido a partir da Equação 2.15, conforme ilustra a Equação 2.17:

$$P(\omega) = |A(\omega)|^2 \tag{2.17}$$

Para o caso discreto, a definição do espectro de potências é dada pela Equação 2.18:

$$P(\omega) = |A_k|^2 \tag{2.18}$$

O espectro de potências em função de uma determinada frequência ω se relaciona com esta frequência em função de uma lei de potência dada pela Equação 2.19:

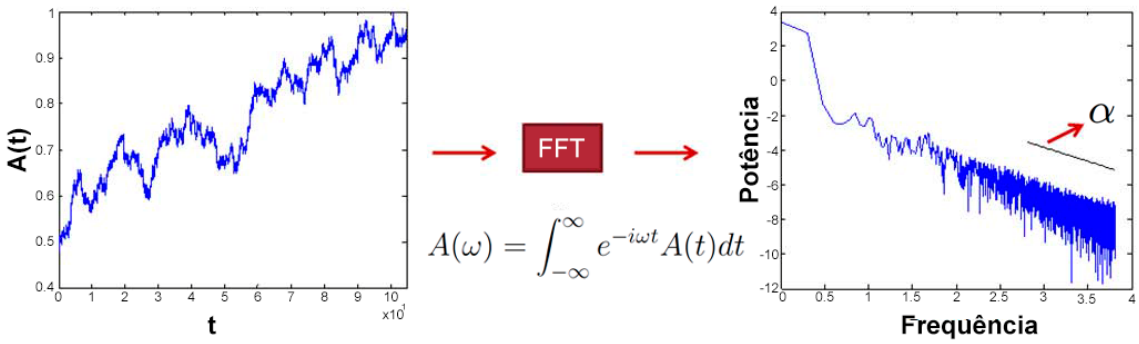
[4] Do inglês, *Fast Fourier Transform*.

$$P(\omega_k) \sim \omega_k^{-\alpha} \tag{2.19}$$

A potência α está diretamente ligada às leis universais de escala, indicando que cada processo possui sua lei de potência definida. Dessa forma, cada valor de α pode ser utilizado para determinar um tipo de ruído aleatório correspondente a um tipo de processo estocástico, o que faz com ele seja utilizado como um classificador natural para padrões de variabilidade temporal de séries temporais estocásticas (DANTAS, 2009). Por exemplo, caso a lei de potência de um determinado processo físico seja dada por $\omega^{-5/3}$, temos que esse processo pode ser caracterizado com um fenômeno corresponde a eventos de turbulência (FRISCH, 1995).

Para Aguirre (1995), o espectro de potências contém informações sobre a série original focalizando o domínio da frequência. As informações que ele proporciona indicam quais as frequências que explicam as maiores proporções da variância total da série, o que torna a técnica útil para identificar ciclos escondidos no meio das variâncias aleatórias ou ruído.

Figura 2.12 - Exemplo de espectro de potências de uma série temporal.



Obtenção do espectro de potências para uma série temporal com 2^{17} medidas utilizando a Transformada Rápida de Fourier.

Fonte: Dantas (2009).

A Figura 2.12 ilustra a obtenção do espectro de potências de uma série temporal através da aplicação da Transformada Rápida de Fourier. O valor de α (algumas vezes representado pelo símbolo β) corresponde ao valor de inclinação da reta de

ajuste.

2.2.4 Análise de Flutuação Destendenciada (DFA)

Segundo Dantas (2014), a Análise de Flutuação Destendenciada (DFA) também pode ser utilizada como uma metodologia para a análise, a qual pode ser empregada para quantificar as correlações existentes em séries temporais não estacionárias dentro de diversas aplicações (SOUZA et al., 2015).

A técnica para o cálculo do DFA foi originalmente descrita por Peng et al. (1994), e consiste na determinação da autoafinidade de um sinal através de um quantificador denominado de expoente de escala. Este expoente pode ser utilizado para caracterizar padrões temporais provenientes de um processo estocástico com efeito de memória ou correlação de longo alcance (DANTAS, 2014).

Para Golińska (2012), geralmente ocorre uma dependência na lei de potência[5] de um sinal, de forma que o expoente calculado através do DFA representa um método interessante para se quantificar a complexidade de um sinal utilizando propriedades fractais. A distribuição de um sinal na forma de uma lei de potência aparece em diversas áreas como a Física, Economia, Ciências Sociais e Ciências Terrestres, dentre outras (GUERRIERO, 2012).

Levando-se em consideração um sinal $A(i),\ i = 1, 2, ..., N$, podemos obter o valor do expoente de escala calculado através do DFA utilizando os seguinte passos:

1. Inicialmente, removemos o valor médio do sinal de forma a obtermos valores relativos à sua media (maiores ou menores do que ela). Em seguida, integramos o sinal através de uma soma cumulativa, como demonstra a Equação 2.20, onde $\bar{A}$ representa o valor médio do sinal $A(i)$:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{k}(A(i) - \bar{A}), \quad k = 1, 2, 3, ..., N \tag{2.20}$$

2. No próximo passo, dividimos o perfil obtido para $y(k)$ em janelas iguais não sobrepostas de tamanho n. Como o valor de N pode não ser um múltiplo inteiro do divisor n, repetimos o procedimento do lado oposto do sinal de formar a obter $2N_n$ subintervalos.

[5]Uma lei de potência expressa uma relação entre dois escalares x e y, a qual pode ser escrita na forma $y = ax^k$, onde a e k são constantes (GUERRIERO, 2012).

3. Em seguida, utilizamos o método dos mínimos quadrados para obtermos uma reta de regressão representativa da tendência do sinal naquele intervalo de tempo, conforme ilustra a Equação 2.21:

$$p_j^m = b_{j_0} + b_{j_1}k + ... + b_{j_{m-1}}k^{m-1} + b_{j_m}k^m, \quad m = 1, 2, ... \tag{2.21}$$

Na Equação 2.21, o valor de m representa a ordem de destendenciamento (DFA^m), b representa o subintervalo e k indica o número de pontos (DANTAS, 2014).

4. Após obtermos a reta de regressão representativa da tendência do sinal em um determinado intervalo de tempo, realizamos o destendenciamento calculando a série de desvio acumulado em cada subintervalo, conforme indica a Equação 2.22:

$$y_j(k) = y(k) - p_j^m(k), \quad m = 1, 2, ... \tag{2.22}$$

Em seguida, calculamos a variância dos subintervalos utilizando as Equações 2.23 e 2.24:

$$F^2(j,n) =< y_j^2(i) >= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[y((j-1)n+1) - p_j^m(i)\right]^2, \quad \text{para } j = 1, 2, ..., N_n \tag{2.23}$$

$$F^2(j,n) =< y_j^2(i) >= \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left[y(N-(j-N_n)n+1) - p_j^m(i)\right]^2, \quad \text{para } j = N_n+1, N_n+2, ..., 2N_n \tag{2.24}$$

5. A flutuação média $F(n)$ do sinal em torno da tendência é obtida na próxima operação, através da Equação 2.25:

$$F(n) = \sqrt{\frac{1}{2N_n}\sum_{j=1}^{2N_n} F^2(j,n)} \tag{2.25}$$

6. Essa flutuação é calculada novamente de maneira recursiva, para diferentes tamanhos de janela, de forma que possa ser verificada a sua característica

fractal[6], bem como uma relação entre amplitude das flutuações destendenciadas e o tamanho das janelas (DANTAS, 2014).

De acordo com Dantas (2014), na presença de flutuações na forma de uma lei de potência do tipo $F(n) = kn^{\alpha}$, o valor de $F(N)$ aumenta linearmente de acordo com o tamanho da janela.

Para Golińska (2012), a dependência linear indica a presença de flutuações e através da plotagem de um gráfico em escala logarítmica de $log\ F(n)\ \times\ log\ n$, podemos obter a reta de regressão dada por $log\ F(n) = log\ K + \alpha\ log\ n$, de forma que o valor da inclinação α dessa reta indica o expoente de escala, o qual representa as propriedades de autocorrelação do sinal, conforme indica a Equação 2.26:

$$F(n) \sim n^{\alpha} \tag{2.26}$$

De acordo com Buldyrev et al. (1995), o valor do expoente de escala α está diretamente relacionado com o valor do índice espectral β. Tal relação é dada pela Equação 2.27:

$$\beta = 2\alpha - 1 \tag{2.27}$$

O valor obtido para o expoente de escala α pode caracterizar alguns tipos de sinais e fenômenos, conforme indicado pela Tabela 2.1:

Diante dessas considerações, neste trabalho utilizamos o valor do expoente de escala de um sinal em conjunto com o valor de seu espectro de potências, para caracterizar as séries temporais geradas a partir das equações do Movimento Harmônico Simples, provenientes das configurações em uma, duas ou três dimensões, que o 3DBMO poderá assumir.

2.2.5 Espectro Global *Wavelet* (GWS)

De acordo com Torrence e Compo (1998), a análise *wavelet* (ver apêndice B) está se tornando uma ferramenta comum para analisar as variações localizadas de potência dentro de uma série temporal. *Wavelets* discretas são utilizadas para a decomposição

[6] A característica marcante nos fractais é a propriedade de autossimilaridade, que permite que suas formas geométricas sejam subdivididas de tal forma que os segmentos resultantes dessa divisão se assemelhem a cópias reduzidas da forma original (DANTAS, 2014).

Tabela 2.1 - Valores do expoente de escala α e suas implicações fenomenológicas.

Valor de α	Caracterização	Consequência
$0 < \alpha < 0.5$	Anticorrelações	Valores altos são normalmente seguidos por valores baixos e vice-versa.
$\alpha \approx 0.5$	Ruído branco	Sinal sem nenhuma correlação.
$0.5 < \alpha < 1$	Correlações de longo alcance	Valores altos (baixos) são normalmente seguidos por valores altos (baixos).
$\alpha \geq 1$	Existe correlação, mas não na forma da lei de potência	Existem modelos definidos somente para alguns valores específicos de α, como por exemplo: $\alpha = 1.5$ para o ruído browniano e $\alpha = 1.33$ para a turbulência.

Fonte: Souza et al. (2015).

e filtragem de qualquer série temporal e sua aplicabilidade neste aspecto deriva do fato de que esse tipo de *wavelet* não provoca redundâncias de coeficientes entre escalas (BOLZAN, 2004).

Segundo Bolzan (2004), esse tipo de decomposição em várias escalas, através da utilização de DWT, permite o estudo de fenômenos que ocorrem somente em determinadas escalas (frequências), além de permitir a realização de filtragens do tipo passa-baixa ou passa-alta. No caso das *wavelet* contínuas, Bolzan (2004) afirma que elas costumam ser utilizadas para visualizar, através de um diagrama tridimensional, a relação existente entre componentes de diferentes frequências em função da escala temporal do sinal estudado, onde estas relações são geralmente categorizadas como não-lineares. Ainda, de acordo com Bolzan (2004), o diagrama gerado pelas *wavelets* contínuas fornecem um meio adequado para a busca de relações entre os diversos fenômenos físicos atuantes em um sistema natural qualquer.

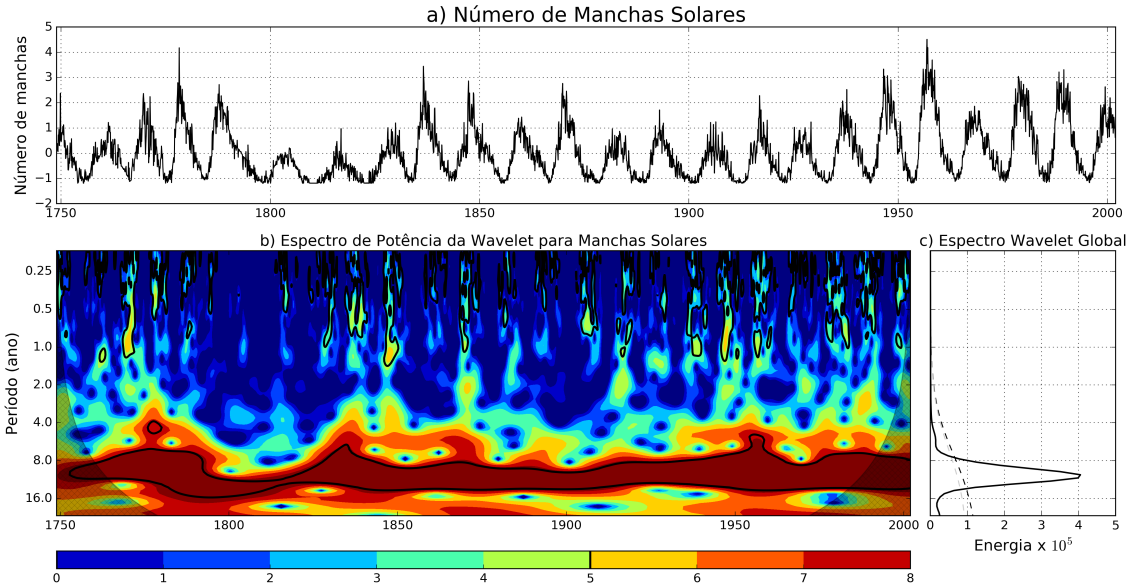
Durante o processo de análise através das Transformadas *Wavelet* podemos identificar os períodos presentes nas séries e sua respectiva energia utilizando a análise de potência espectral. Para isso, empregamos o espectro de potência global *wavelet* (GWS[7]), de maneira semelhante ao que é realizado em termos do espectro de energia obtido com a Transformada Rápida de Fourier (SALOMÃO, 2006).

O objetivo desse procedimento é descobrir quais os períodos que apresentam maior energia. Logo, em relação a visualização de séries temporais, o eixo Y apresenta a

[7]Do inglês, *Global Wavelet Spectrum*.

escala de frequências, o eixo X é dedicado a escala de tempo e um terceiro eixo é empregado para representar a intensidade da energia, geralmente utilizando uma escala de cores (BOLZAN, 2004), como demonstra Figura 2.13.

Figura 2.13 - Exemplo de Espectro de Potência da *Wavelet*.



O gráfico superior (a) apresenta os valores do número de manchas solares por ano, desde 1749 até 2002. No gráfico (b) temos a representação do diagrama tempo-frequência da série temporal de manchas solares onde as cores representam a energia associada a cada frequência no sistema. No gráfico (c) é possível ver o GWS com a variância (energia) associada a cada período de anos.

Fonte: Adaptado de Bolzan (2004).

De acordo com Bolzan (2004), o cálculo do GWS consiste em realizar a soma de toda a energia associada a cada período ou escala a, de acordo com a Equação 2.28.

$$M(a) = \int |W(a,t)|^2 \, dt \tag{2.28}$$

A seguir, apresentamos a descrição do modelo utilizado como base para a criação da estrutura de nosso simulador de oscilações harmônicas acopladas.

3 ESTRUTURA COMPUTACIONAL DO 3DBMO E SIMULAÇÕES

O principal motivo para a modelagem de séries temporais é permitir estudos sobre a previsibilidade de valores (HARVEY, 1981). Em alguns casos, embora se conheça o comportamento de um determinado sistema, não é possível realizar a medição de valores reais que constituem sua série temporal. Dessa forma, dados gerados de maneira sintética podem ser utilizados para auxiliar na validação de modelos científicos.

Neste capítulo descrevemos o modelo utilizado como base para a criação da estrutura de nosso simulador de oscilações harmônicas acopladas. Além disso, detalhamos quais ferramentas e *softwares* foram empregados para a criação de toda a estrutura computacional do 3DBMO.

3.1 Definição das estruturas utilizadas

O 3DBMO utiliza uma estrutura tridimensional que permite a entrada de valores de configuração para realizar suas simulações. O conjunto de dados gerados através dessa estrutura são criados de acordo com a dinâmica que rege um sistema de osciladores acoplados.

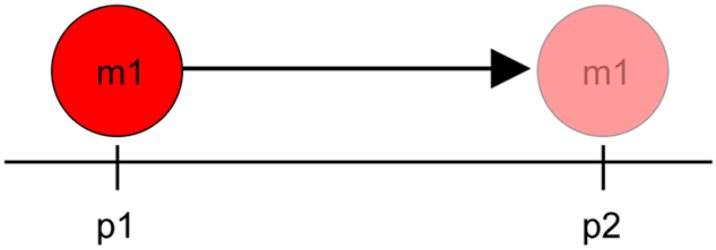
De acordo com Marques e Oliveira (2012), um exemplo típico de osciladores acoplados corresponde a sistemas de N partículas interagindo entre si por meio de forças elásticas os quais podem ser representados por meio de um conjunto de molas, conforme ilustra a Figura 2.5.

O deslocamento através do tempo de uma massa m_1 de uma posição inicial p_1 até a posição p_2, tal como ilustrado pela Figura 3.1, gera uma série temporal que pode ser analisada de forma a obtermos um valor para o seu índice espectral.

A massa m_1 representada pela Figura 3.1 não está acoplada a nenhuma outra. Porém, de acordo com Roque (2012), os sistemas naturais não são isolados. Eles podem interagir entre si caso possuam algum tipo de acoplamento. Neste caso, o deslocamento de um elemento pode ser influenciado por outros, tal como ilustra a Figura 3.2, onde as massas m_2, m_3 e m_4 interferem no deslocamento da massa m_1.

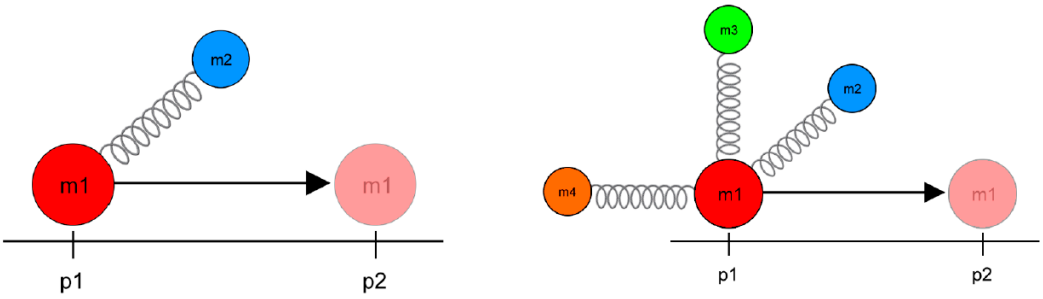
Em relação ao tipo de estrutura criada pelo 3DBMO, temos que o sistema de osciladores acoplados pode ser composto por elementos ligados entre si e configurados em uma, duas ou três dimensões, como ilustra a Figura 3.3, onde a dinâmica de cada uma dessas configurações está sujeita a pelo menos duas interpretações dimensionais:

Figura 3.1 - Deslocamento de uma massa m_1.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.2 - Exemplo de possíveis configurações para o deslocamento de uma massa m_1.



A massa m_1 realiza um deslocamento do ponto p_1 até o ponto p_2. Na imagem esquerda esse deslocamento é influenciado pelo acoplamento da massa m_2 junto a massa m_1. Na imagem da direita, o deslocamento realizado pela massa m_1 sofre a influência das massas m_2, m_3 e m_4.

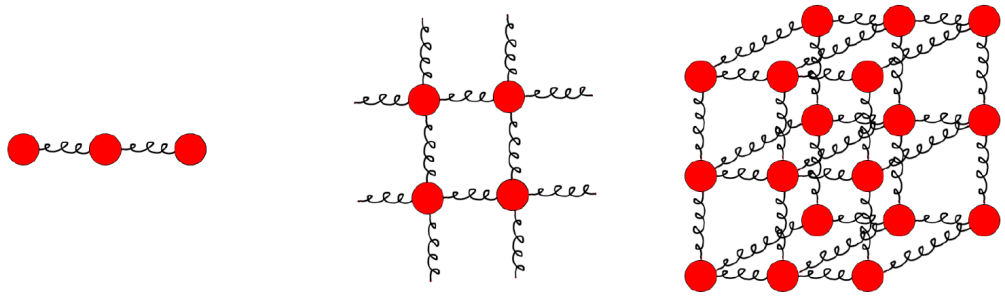
Fonte: Produção do autor.

dimensão da estrutura e dimensão do espaço de oscilação.

A dimensão da estrutura diz respeito ao posicionamento das massas para se gerar o modelo utilizado durante a simulação. Neste caso, essa estrutura pode ser unidimensional (1D), bidimensional (2D) ou tridimensional (3D).

Para uma estrutura unidimensional os elementos podem ser disponibilizados em linhas, na direção dos eixos X, Y ou Z, como ilustra a Figura 3.4. Levando-se em consideração uma estrutura bidimensional, os elementos podem ser disponibilizados

Figura 3.3 - Exemplo de possíveis configurações para um sistema de osciladores acoplados.

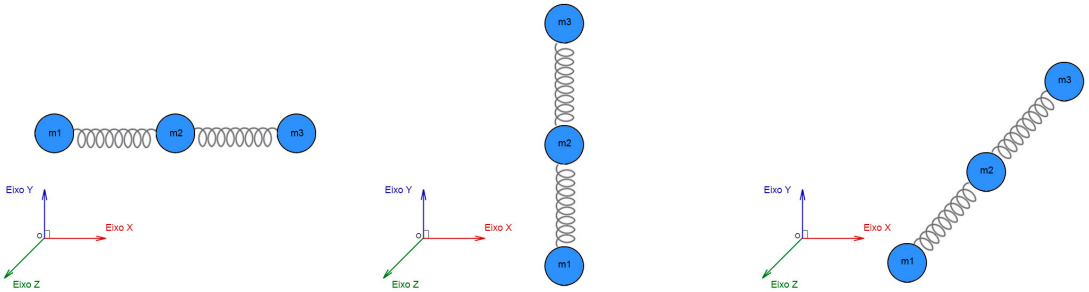


(a) Configuração em 1D (b) Configuração em 2D (c) Configuração em 3D

Fonte: Produção do autor.

em planos na direção dos eixos XY, XZ ou YZ, conforme a representação dada pela Figura 3.5. No caso de estrutura tridimensional, os elementos podem ser disponibilizados no formato de uma estrutura cristalina[1] isométrica, como ilustra a Figura 3.6.

Figura 3.4 - Possíveis configurações unidimensionais para a estrutura do simulador.



(a) Eixo X (b) Eixo Y (c) Eixo Z

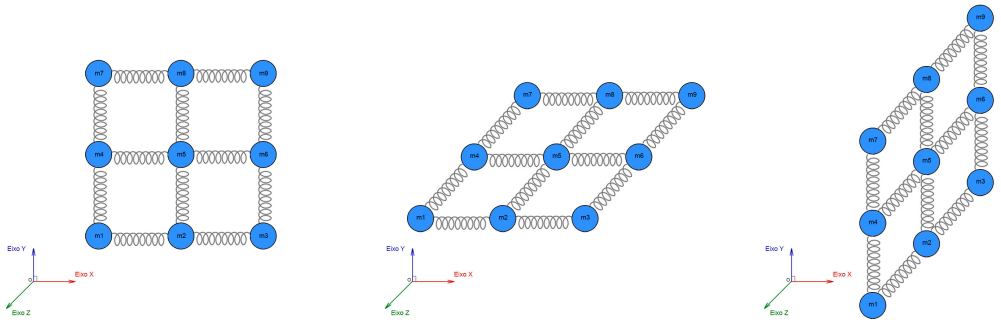
Em uma configuração unidimensional (1D), as massas podem ser inseridas no formato de linhas nas direções do eixo X, Y ou Z.

Fonte: Produção do autor.

A dimensão do espaço de oscilação, a qual também denominamos de grau de liberdade, diz respeito ao sentido de movimentação das massas que compõem a estrutura

[1]Designação dada ao formato tridimensional pelo qual os átomos ou moléculas de uma substância estão disponibilizados.

Figura 3.5 - Possíveis configurações bidimensionais para a estrutura do simulador.



(a) Eixo XY (b) Eixo XZ (c) Eixo YZ

Em uma configuração bidimensional (2D), as massas podem ser inseridas no formato de planos envolvendo os eixos XY, XZ, ou YZ.

Fonte: Produção do autor.

do simulador. Dessa forma, temos que o elemento selecionado para gerar a série temporal pode sofrer a influência de outros elementos que oscilam em uma, duas ou três direções, de acordo com o grau de liberdade escolhido pelo usuário. A Tabela 3.1 apresenta os tipos de grau de liberdade que podem ser escolhidos pelo usuário para executar a simulação do programa.

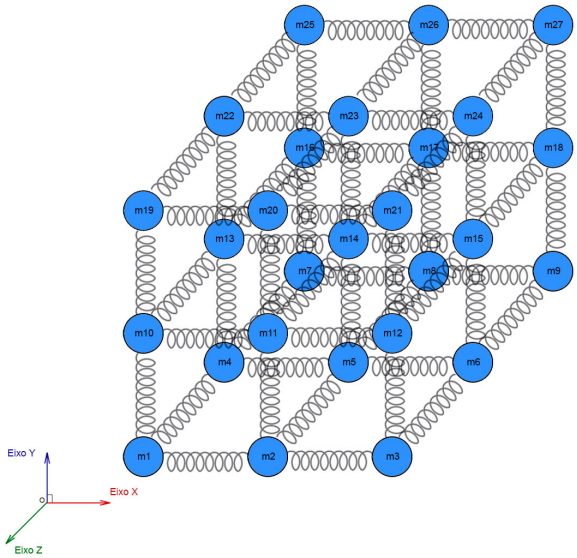
Tabela 3.1 - Grau de liberdade para a movimentação dos elementos dentro da estrutura utilizada pelo 3DBMO.

Grau de Liberdade	Comentário
Tipo 1	A estrutura oscila em apenas um eixo (X, Y ou Z)
Tipo 2	A estrutura oscila em um plano (XY, XZ ou YZ)
Tipo 3	A estrutura oscila nos três eixos XYZ

Para verificarmos a influência da dimensão onde uma série temporal foi coletada era necessário a criação de um ambiente que permitisse a realização de diversos tipos de experimentos para a geração de dados. Para isso, criamos uma ferramenta capaz de gerar simulações em um ambiente tridimensional, a qual denominamos de 3DBMO[2]. A seguir, temos uma descrição da implementação computacional do 3DBMO.

[2]Do inglês, *3D Big Mechanical Oscillator*.

Figura 3.6 - Exemplo de possível configuração tridimensional para a estrutura do simulador.



Fonte: Produção do autor.

3.2 Implementação computacional

A criação das estruturas computacionais necessárias para se executar as simulações realizadas pelo 3DBMO foi desenvolvida utilizando-se a linguagem de programação Python, em conjunto com algumas de suas bibliotecas.

O Python é uma linguagem de programação de computadores multiplataforma e gratuita, que foi desenvolvida na Holanda em 1991, por Guido van Rossum. Segundo Summerfield (2009), a linguagem Python é muito expressiva, pois permite escrever poucas linhas de código em comparação ao que seria necessário para o desenvolvimento de uma aplicação utilizando outras ferramentas.

Considerada pouco célebre no início, a linguagem Python começou a se destacar na comunidade de programadores, dentre eles cientistas e pesquisadores, diante de novas capacidades inseridas na linguagem. Dessa forma, em poucos anos ela atingiu um nível de utilização que parecia somente destinado às linguagens de alto nível, tais como por exemplo C, C++ e Java (CORREIA, 2010).

O crescimento no número de adeptos proporcionou um aumento no número de bibliotecas e funcionalidades desenvolvidas junto à linguagem. Dentre algumas de suas

características temos o fato de ser uma linguagem interpretada, orientada a objetos, dinâmica, modular, portável e extensível (utilizando C e C++), além de possuir uma sintaxe simples, o que garante um fácil aprendizado.

A linguagem Python pode ser utilizada para o desenvolvimento de programas procedurais ou orientado a objetos, bem como para o desenvolvimento de extensões menores, em estilo funcional (SUMMERFIELD, 2009). Ela possui uma grande variedade de módulos, ou bibliotecas, que podem ser utilizados para diversas finalidades como a programação em ambiente *Web*, desenvolvimento de interfaces, desenvolvimento de *softwares*, administração de sistemas e computação científica, dentre outros. A maioria desses módulos são gratuitos e oferecidos através da política de *software* livre.

No desenvolvimento do 3DBMO utilizamos a linguagem Python em conjunto com algumas das bibliotecas que fazem parte do pacote para computação científica conhecido como SciPy[3]. De acordo com Jones et al. (2001), o SciPy é um ecossistema de código aberto baseado em Python, que pode ser utilizado nas áreas da Matemática, Ciência e Engenharia.

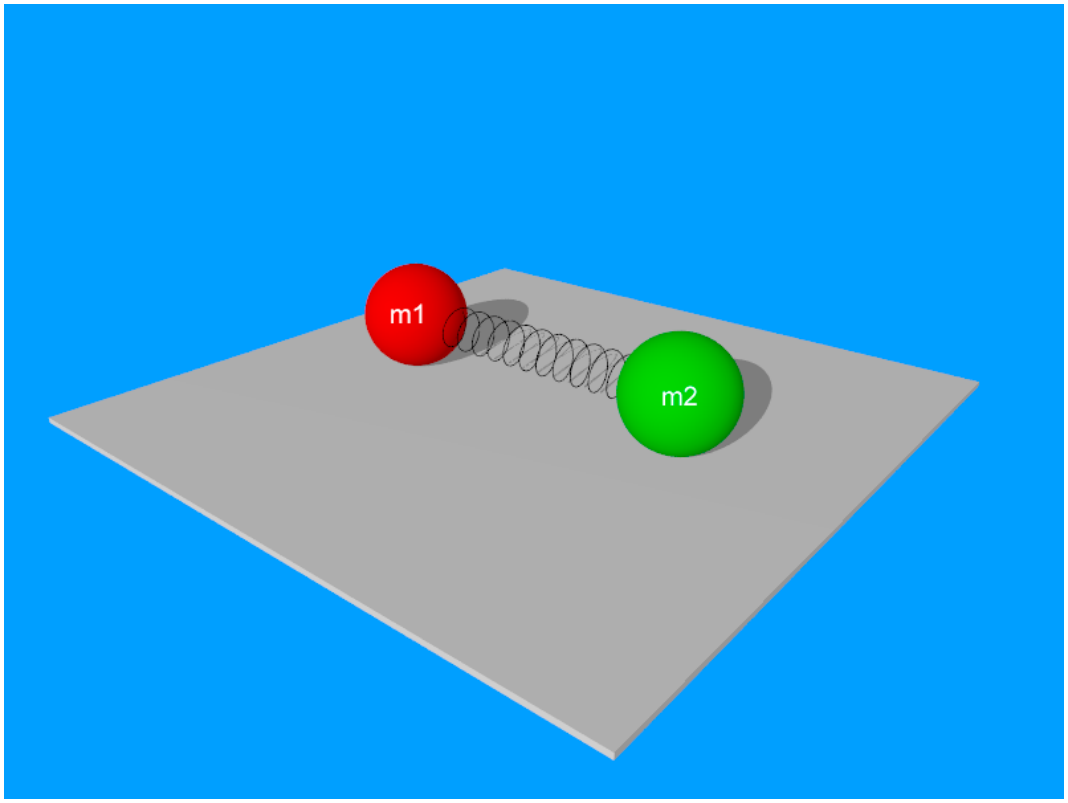
O SciPy é composto por vários pacotes, cada um com uma finalidade específica. Para este trabalho utilizamos os pacotes conhecidos por NumPy[4] e Matplotlib. O NumPy é o pacote fundamental utilizado para computação numérica. O Matplotlib é um pacote utilizado para a plotagem de gráficos em 2D e 3D. Além dessas ferramentas, também utilizamos uma biblioteca que não faz parte do conjunto de funcionalidades oferecidas pelo SciPy, denominada de VPython[5].

O VPython é um ambiente de programação multiplataforma desenvolvido inicialmente por David Scherer (SCHERER et al., 2000), que permite a criação de estruturas tridimensionais como esferas, cubos, hélices, além de realizar animações em tempo real. Esse ambiente pode ser utilizado por pesquisadores para modelar sistemas e visualizar dados em ambientes tridimensionais (SHERWOOD; CHABAY, 2011).

Para Chabay (2015), o VPython é uma extensão da linguagem Python que suporta a álgebra de vetores em 3D e permite a criação em tempo real de animações dinâmicas que auxiliam nos cálculos utilizados na Física. A Figura 3.7 ilustra um exemplo de estrutura massa-mola criada através do VPython.

[3]Do inglês, *Scientific Computing Tools for Python.*
[4]Do inglês, *Numerical Python.*
[5]Do inglês, *Visual Python.*

Figura 3.7 - Exemplo de estrutura massa-mola simples criada em VPython.



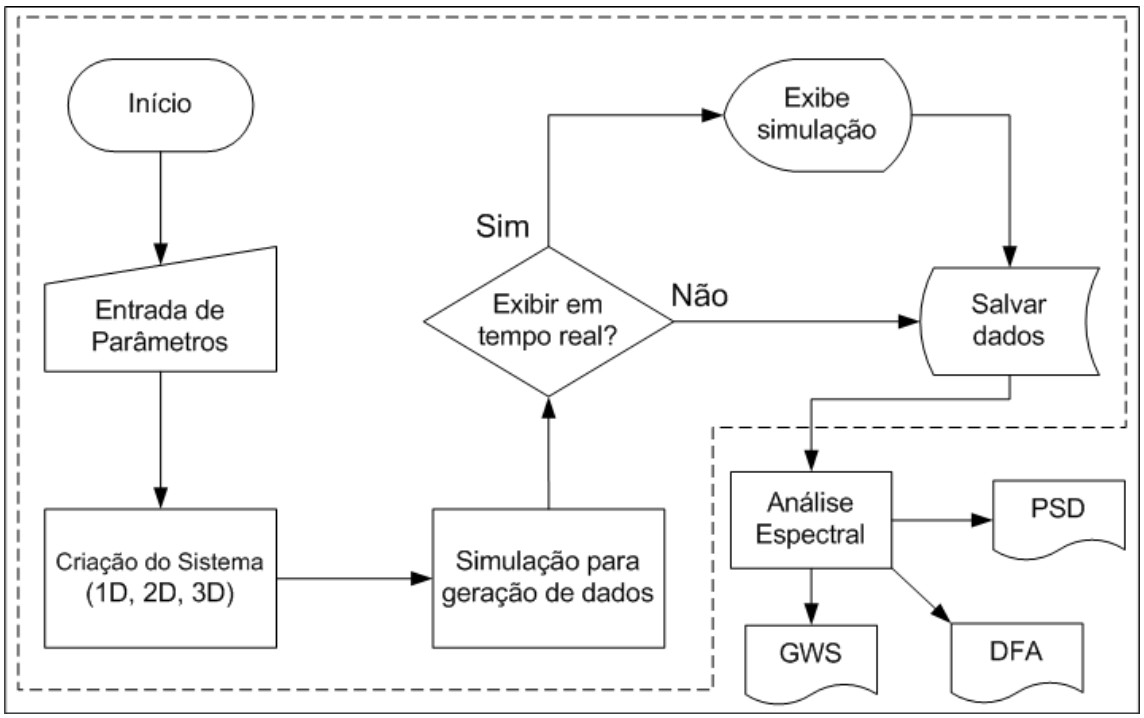
Fonte: Produção do autor.

Na implementação do modelo massa-mola utilizamos em conjunto com o VPython um módulo denominado *KineticsKit*, desenvolvido por Markus Gritsch, o qual fornece algumas classes escritas em Python para simular o comportamento de um sistema massa-mola tridimensional (GRITSCH, n.d.). As classes existentes neste módulo receberam um nível médio de modificações, de maneira a atender às especificações requeridas para o 3DBMO.

A interface para a configuração dos parâmetros iniciais do sistema foi desenvolvida utilizando os recursos oferecidos pela biblioteca wxPython (WXPYTHON, n.d.). Para a criação das imagens capturadas durante a simulação utilizamos o formato de arquivo POV-Ray, juntamente com o módulo denominado *povExport* (CHABAY et al., 2015). Este módulo permite a exportação de uma cena do VPython para o *software* POV-Ray (CASON et al., 2004), o que possibilita a geração de imagens e animações de alta qualidade.

Um esquema de funcionamento do 3DBMO pode ser visualizado pela Figura 3.8.

Figura 3.8 - Fluxograma básico referente ao funcionamento do 3DBMO.



Ao iniciar o programa o usuário pode fornecer os parâmetros de entrada para executar a simulação desejada. Ele ainda pode optar por visualizar gráficos da variação do deslocamento e da velocidade para o elemento que selecionou para gerar os dados da série temporal. Após a configuração desses parâmetros, o 3DBMO irá criar a estrutura desejada e iniciar a simulação para a geração dos dados da série temporal. Ao término da simulação, é gerado um arquivo de dados que pode ser utilizado para realizar a análise espectral.

Fonte: Produção do autor.

O arquivo *3DBMO.py* é o arquivo principal responsável pela execução programa. Dentro dele são realizadas as chamadas para as bibliotecas principais, além da configuração e montagem das estruturas utilizadas pelo 3DBMO, como ilustra o Algoritmo 3.1. Após esses procedimentos, o programa executa o laço principal, responsável pela geração da simulação.

Após o término da simulação são gravados dois arquivos. O primeiro contém os dados utilizados para a configuração do sistema. O segundo contém os valores obtidos, durante a execução da simulação, para a variação do deslocamento e da velocidade

do elemento selecionado.

Algoritmo 3.1: Esquema de execução do arquivo 3DBMO.py

```
1  início
       // Inicializa as variáveis de controle do laço principal
2      Importar Bibliotecas()
       // Carrega os parâmetros iniciais e inicializa o sistema
3      Carregar Interface de Configuração()
4      Inicializar Variáveis do Sistema()
       // Criação da janela 3D da aplicação
5      system ← System() Criar Estrutura Global()
6      Criar Estrutura Local()
7      Criar Molas da Estrutura Local()
       // Execução do programa principal
8      Executar Laço do Programa Principal do 3DBMO()
       // Gravação dos arquivos de saída
9      Gravar Parâmetros de Configuração()
10     Gravar Deslocamento e Velocidade do Elemento Selecionado()
       // Encerramento da aplicação
11     Encerrar Programa()
12 fim
```

Para a criação da estrutura global, correspondente às massas transparentes, definimos a posição inicial e final dos elementos que deverão compor a estrutura 3D. Em seguida, varremos os eixos nas direções X, Y e Z, criando e inserindo as massas em suas respectivas posições, como demonstra o Algoritmo 3.2.

Para a criação da estrutura local utilizamos um procedimento semelhante, onde verificamos o tipo de estrutura que deve ser criada de acordo com as opções de configuração. O total de elementos dentro da estrutura local será calculado de acordo com a dimensão selecionada pelo usuário, através da Equação 3.1:

$$Total\ de\ Elementos = SSIZE^{DIM} \tag{3.1}$$

No caso de uma estrutura unidimensional (1D), o sistema cria uma linha de elementos na direção do eixo X, Y ou Z, conforme a escolha do usuário. Para o caso

de uma estrutura bidimensional (2D), o sistema insere os elementos da estrutura menor dentro de um plano envolvendo os eixos XY, XZ ou YZ, conforme a escolha realizada pelo usuário. Por último, no caso de uma estrutura tridimensional (3D), os elementos são inseridos dentro de um cubo envolvendo os eixos X, Y e Z ao mesmo tempo.

Algoritmo 3.2: Criação da estrutura global

```
1  início
2      posicaoInicialMaior ← −(BSIZE / 2)
3      posicaoFinalMaior ← (BSIZE / 2) + 1
4      i ← 1
5      para z ∈ vetor(posicaoInicialMaior, posicaoFinalMaior) faça
6          para y ∈ vetor(posicaoInicialMaior, posicaoFinalMaior) faça
7              para x ∈ vetor(posicaoInicialMaior, posicaoFinalMaior) faça
8                  massaGlobal ← Criar Massa()
9                  Inserir Massa(massaGlobal)
10                 i ← i + 1
11             fim
12         fim
13     fim
14 fim
```

A criação das molas utilizadas para conectar os elementos dentro da estrutura local é realizada de acordo com o total de molas existente em cada dimensão (1D, 2D ou 3D), calculado de acordo as Equações 3.2, 3.3 e 3.4:

$$Total\ de\ Molas\ 1D = SSIZE\ -\ 1 \tag{3.2}$$

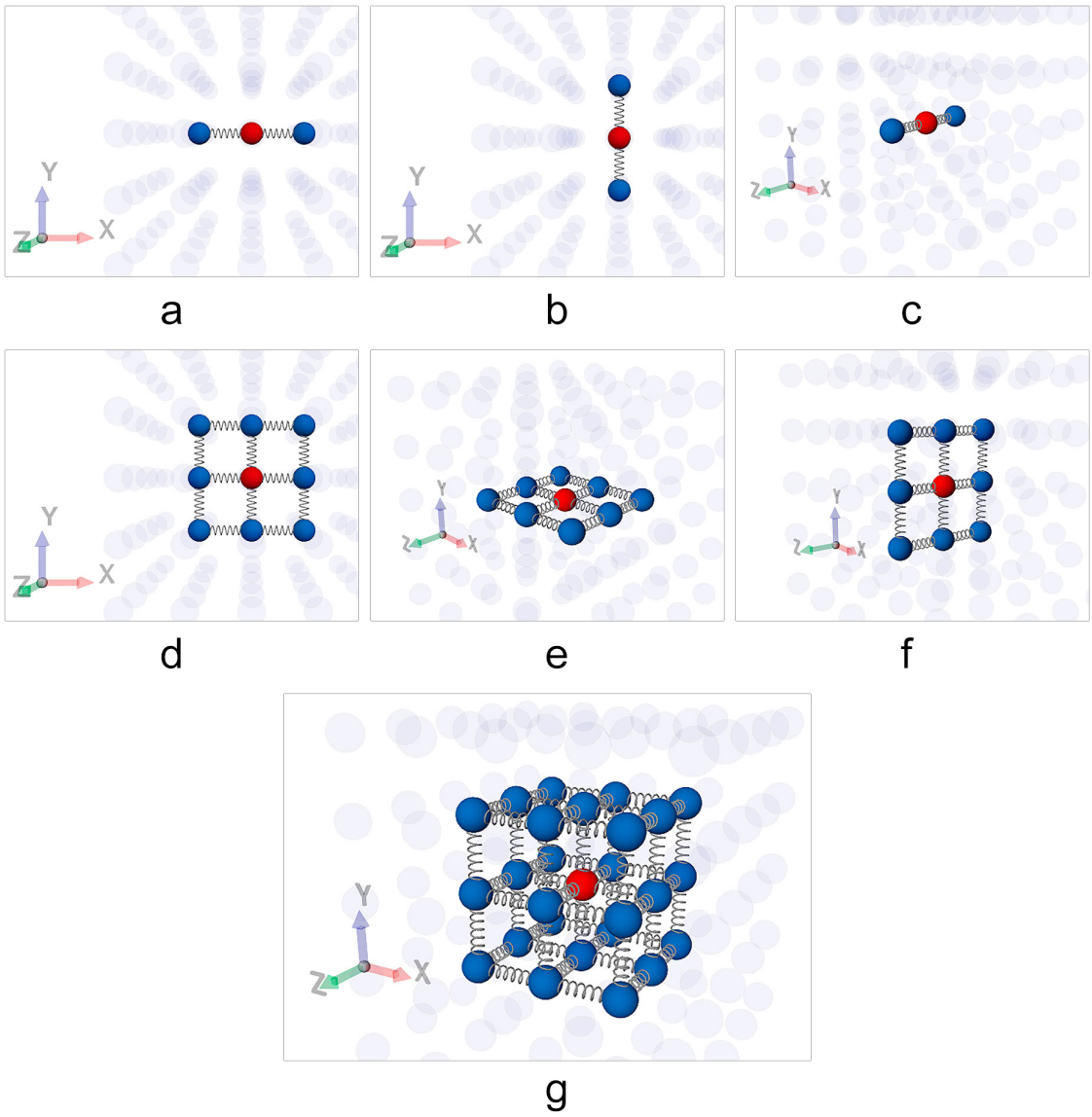
$$Total\ de\ Molas\ 2D = 2 \times (SSIZE\ -\ 1) \times SSIZE \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned} Total\ de\ Molas\ 3D = {} & SSIZE \times (2 \times SSIZE \times (SSIZE\ -\ 1)) + \\ & SSIZE \times (SSIZE \times (SSIZE\ -\ 1)) \end{aligned} \tag{3.4}$$

A Figura 3.9 exibe exemplos de possíveis estruturas criadas pelo 3DBMO, onde foram considerados valores homogêneos com $BSIZE = 5$ e $SSIZE = 3$. Os itens a, b e c correspondem a estruturas unidimensionais (1D), onde os elementos foram posicionados de acordo com a direção dos eixos X, Y e Z, respectivamente. Os

itens d, e e f correspondem a estrutura bidimensionais (2D), referentes aos planos XY, XZ e YZ. O item g corresponde a uma estrutura 3D. A massa destacada na cor vermelha representa o elemento P, selecionado para gerar os dados da série temporal.

Figura 3.9 - Exemplos de estruturas em 1D, 2D e 3D geradas pelo 3DBMO.



Fonte: Produção do autor.

O Algoritmo 3.3 ilustra os passos utilizados para a criação das estruturas utilizadas

pelo 3DBMO e também pela execução do laço principal da simulação.

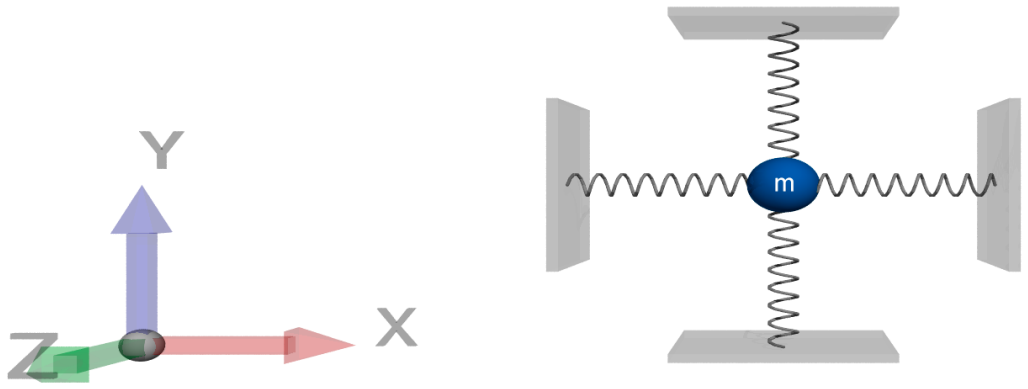
Algoritmo 3.3: Controle do laço principal da simulação

```
1  início
2      contador ← 1
3      se exibirPlotagem = True então
4          Gerar Janelas para Exibir Plotagem()
5      fim
6      Inicializar Posição do Elemento P()
7      Inicializar Velocidade do Elemento P()
8      enquanto contador < N faça
9          Calcular Deslocamento do Elemento P()
10         Calcular Velocidade do Elemento P()
11         Armazenar Deslocamento e Velocidade do Elemento P()
12         se exibirPlotagem = True então
13             Plotar Variação do Deslocamento do Elemento P()
14             Plotar Variação da Velocidade do Elemento P()
15         fim
16         contador ← contador + 1
17         se teclaPressionada = R então
18             Exportar Arquivo POV-Ray()
19         fim
20         se teclaPressionada = P então
21             Pausar Simulação()
22         fim
23         se teclaPressionada = H então
24             Exibir Teclas de Ajuda do 3DBMO()
25         fim
26         se teclaPressionada = A então
27             Iniciar Gravação de Snapshots()
28         fim
29     fim
30     Gravar Arquivos com Dados da Simulação()
31 fim
```

No 3DBMO, a interação do sistema massa-mola é realizada pelas equações imple-

mentadas dentro do módulo *KineticsKit*. Utilizando como exemplo a Figura 3.10, podemos visualizar as equações que foram empregadas, tal como o proposto por Gritsch (n.d.).

Figura 3.10 - Exemplo de estrutura para demonstração das equações utilizadas pelo 3DBMO.



Fonte: Produção do autor.

A movimentação da massa no eixo Y pode sofrer a influência da força da gravidade. Caso isso ocorra, essa força será proporcional a massa m, tal como descreve a Equação 3.5 (STERN, 2004):

$$F = mg \tag{3.5}$$

O deslocamento da massa também pode ser modificado de acordo com o atrito existente no meio. Segundo Stern (2004), o cálculo dessa força é realizado através da utilização de um fator que representa a viscosidade existente na estrutura do sistema, como demonstra a Equação 3.6. Nessa equação, o coeficiente de viscosidade é dado pela constante μ. A utilização dessa força de viscosidade atua como um atrito que influencia na velocidade de deslocamento v da massa m.

$$F = -v\mu \tag{3.6}$$

Para o cálculo da nova posição da massa m em um determinado instante de tempo

utilizamos a segunda Lei de Newton, onde $F = ma$. Como a aceleração a da massa pode ser obtida através da derivação de sua velocidade v em relação ao tempo, temos que a força aplicada à massa m pode ser obtida através da Equação 3.7:

$$F = m\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} \tag{3.7}$$

Pela Equação 3.7, obtemos a variação da velocidade, dada pela Equação 3.8:

$$dv = F\frac{\mathrm{d}t}{m} \tag{3.8}$$

Dessa forma, a velocidade de deslocamento da massa m será obtida através da Equação 3.9:

$$v = v + dv \tag{3.9}$$

Como o valor da velocidade pode ser obtido através da derivação da posição em função do tempo, temos que $v = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$. Isso permite encontrar a variação do deslocamento para a massa m, dada por $dx = v\ dt$. Logo, a nova posição da massa m em função do tempo é dada pela Equação 3.10:

$$x = x + (v\ dt) \tag{3.10}$$

Considerando que o ambiente de simulação é composto por uma estrutura oscilante em três dimensões, temos que os valores da posição e velocidade da massa m ilustrada através da Figura 3.10 são calculados para cada um dos eixos X, Y e Z.

Para o cálculo da deformação das molas utilizadas na estrutura do sistema utilizamos a Lei de Hooke, representada pela Equação 2.1, onde o parâmetro k indica a constante elástica da mola.

A criação das massas é realizada pelo arquivo *mass.py*. Na sua implementação também temos os códigos referentes às funções para calcular a força peso (que atua no eixo vertical) e a força de viscosidade, as quais podem influenciar a movimentação das massas. Além disso, o cálculo da posição e velocidade da massa também é realizado através do arquivo arquivo *mass.py*. Os pseudocódigos dos Algoritmos 3.4, 3.5

e 3.6 apresentam a maneira como esses cálculos são realizados.

Algoritmo 3.4: CÁLCULO DA FORÇA PESO

Entrada: Massa do corpo, Aceleração da gravidade

Saída: Força peso

1 **início**

2 $\quad$ *Força peso* $\leftarrow$ (*Massa do corpo* $\times$ *Aceleração da gravidade*)

3 **fim**

4 **retorna** *Força peso*

Algoritmo 3.5: CÁLCULO DA FORÇA VISCOSA

Entrada: Velocidade do corpo, Coeficiente de viscosidade

Saída: Força viscosa

1 **início**

2 $\quad$ *Força viscosa* $\leftarrow$ ($-$*Velocidade do corpo* $\times$ *Coeficiente de viscosidade*)

3 **fim**

4 **retorna** *Força viscosa*

Algoritmo 3.6: CÁLCULO DA POSIÇÃO E VELOCIDADE

Entrada: Força que atua no corpo, ΔT, Massa do corpo, Posição do corpo, Velocidade do corpo

Saída: Nova posição, Nova velocidade

1 **início**

2 $\quad$ $\Delta V \leftarrow$ (*Força que atua no corpo* $\times$ ΔT) / *Massa do corpo*

3 $\quad$ *Nova velocidade* $\leftarrow$ (*Velocidade do corpo* $+$ ΔV)

4 $\quad$ *Nova posição* $\leftarrow$ *Posição do corpo* $+$ (*Nova velocidade* $\times$ ΔT)

5 **fim**

6 **retorna** *Nova posição, Nova velocidade*

O arquivo *springs.py* é responsável pela criação das molas utilizadas para conectar os elementos dentro da estrutura local criada pelo 3DBMO. A força elástica que atua nessas mola é influenciada pelo valor da constante elástica da mola e também pela presença ou não de uma força da amortecimento, que influencia na velocidade de deslocamento dos elementos. Os pseudocódigos dos Algoritmos 3.7 e 3.8 demonstram

como essas forças são calculadas.

Algoritmo 3.7: CÁLCULO DA FORÇA ELÁSTICA

Entrada: Posição do corpo 1, Posição do corpo 2, Constante elástica da mola

Saída: Força do corpo 1, Força do corpo 2

1 **início**

2 $\Delta P \leftarrow (Posição\ do\ corpo\ 1\ -\ Posição\ do\ corpo\ 2)$

3 $Força\ elástica \leftarrow (\Delta P\ \times\ Constante\ elástica\ da\ mola)$

4 $Força\ do\ corpo\ 1 \leftarrow (Força\ do\ corpo\ 1\ +\ Força\ elástica)$

5 $Força\ do\ corpo\ 2 \leftarrow (Força\ do\ corpo\ 2\ -\ Força\ elástica)$

6 **fim**

7 **retorna** $Força\ do\ corpo\ 1, Força\ do\ corpo\ 2$

Algoritmo 3.8: CÁLCULO DA FORÇA DE AMORTECIMENTO

Entrada: Velocidade do corpo 1, Velocidade do corpo 2, Coeficiente de amortecimento

Saída: Força do corpo 1, Força do corpo 2

1 **início**

2 $\Delta V \leftarrow (Velocidade\ do\ corpo\ 1\ -\ Velocidade\ do\ corpo\ 2)$

3 $Força\ de\ amortecimento \leftarrow (\Delta V\ \times\ Coeficiente\ de\ amortecimento)$

4 $Força\ do\ corpo\ 1 \leftarrow (Força\ do\ corpo\ 1\ +\ Força\ de\ amortecimento)$

5 $Força\ do\ corpo\ 2 \leftarrow (Força\ do\ corpo\ 2\ -\ Força\ de\ amortecimento)$

6 **fim**

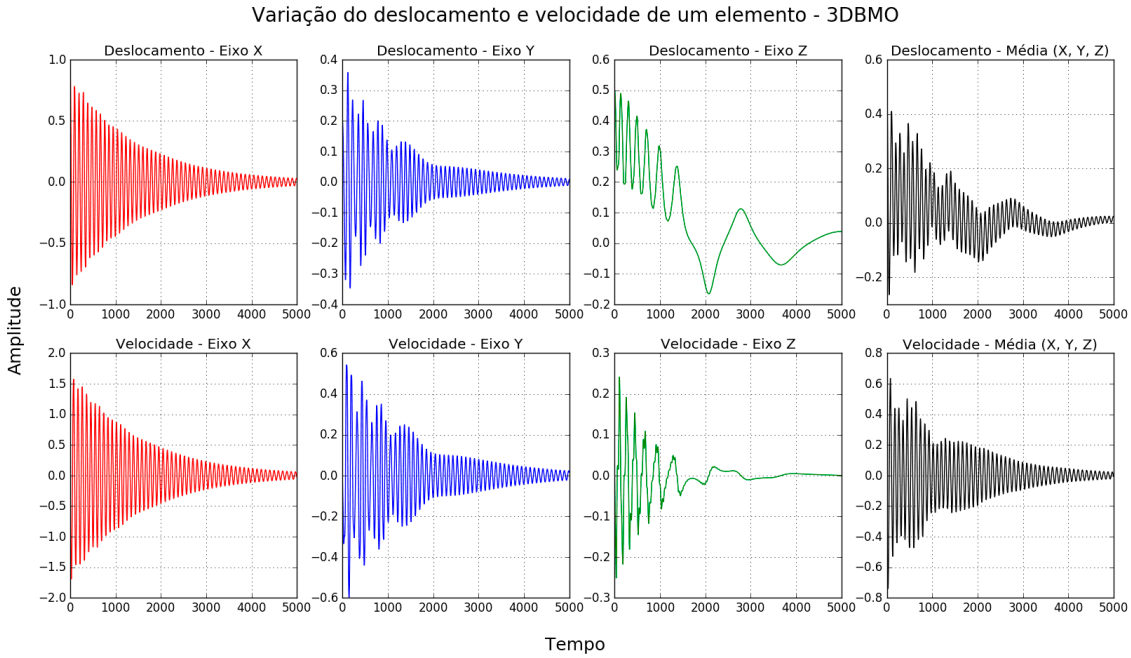
7 **retorna** $Força\ do\ corpo\ 1, Força\ do\ corpo\ 2$

De acordo com os parâmetros fornecidos pelo usuário antes do início da simulação o sistema poderá gerar diferentes resultados. Por exemplo, para a massa m ilustrada pela Figura 3.10, caso se utilize os parâmetros fornecidos pela Tabela 3.2, sem a presença de um valor para a gravidade existente no meio, obtemos os gráficos representativos da variação do deslocamento e da velocidade indicados pela Figura 3.11.

Tabela 3.2 - Exemplos de parâmetros de entrada para simulação do 3DBMO.

Parâmetro	Valor
Peso da massa	0.5
Amplitude do movimento em X, Y e Z	(0.9, 0.2, 0.5)
Fator de viscosidade (atrito)	0.02
Constante da mola	1.0
Pontos utilizados para a simulação	5000

Figura 3.11 - Variação no deslocamento e na velocidade para a massa m ilustrada pela Figura 3.10.



As curvas em vermelho representam as variações (deslocamento e velocidade) referentes a movimentação da massa m na direção do eixo X. Em azul e verde, temos essa variação para os eixos Y e Z respectivamente. As curvas na cor preta representam a variação média tomada em relação a movimentação na direção dos eixos X, Y e Z.

Fonte: Produção do autor.

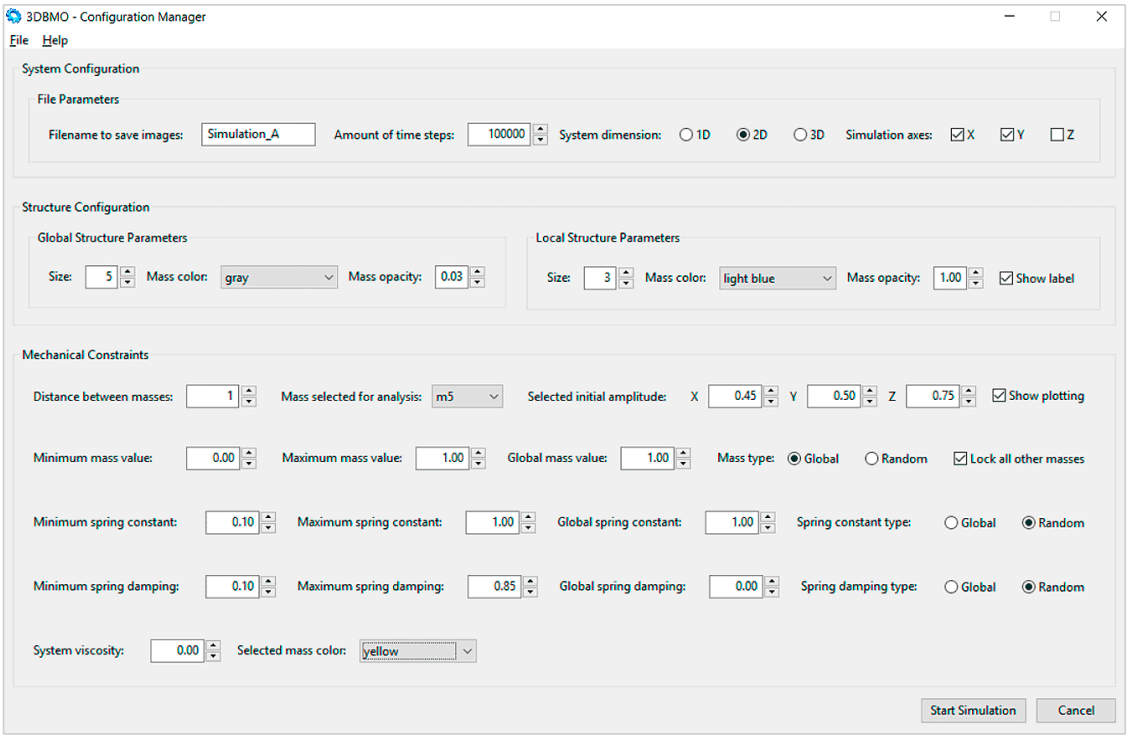
A seguir, apresentamos uma descrição dos parâmetros que podem ser configurados no 3DBMO.

3.3 Parametrização do ambiente

O 3DBMO é responsável por realizar a simulação em um ambiente tridimensional de massas acopladas entre si que realizam movimentos oscilatórios. De acordo com os valores escolhidos pelo usuário durante o processo de configuração inicial do sistema, cuja interface é representado pela Figura 3.12, o 3DBMO pode gerar diversos tipos de estruturas.

Antes do início de cada simulação o usuário pode configurar parâmetros referentes ao tamanho das estruturas global e local utilizadas pelo 3DBMO, a massa de cada elemento, a distância entre eles, o valor da constante k das molas, o elemento que

Figura 3.12 - Interface para entrada dos parâmetros iniciais de cada simulação realizada pelo 3DBMO.



Fonte: Produção do autor.

será utilizado para gerar os dados das séries temporais, a amplitude do deslocamento inicial desse elemento, o número de pontos que serão utilizados para a simulação, dentre outros. Alguns parâmetros podem ter valores globais ou aleatórios, o que faz com que a estrutura gerada pelo 3DBMO seja considerada homogênea ou heterogênea, respectivamente. A descrição a seguir apresenta uma listagem dos parâmetros que podem ser configurados:

1. O nome do arquivo que será utilizado para salvar os *snapshots* em cada iteração das simulações. Isso permite que seja gerado imagens sequenciais que podem ser utilizadas para gerar animações referentes a uma determinada simulação;

2. A quantidade total de pontos que serão utilizados em cada simulação, o qual denominamos de N;

3. A dimensão desejada (1D, 2D ou 3D) para gerar a estrutura local de massas acopladas, a qual denominamos de DIM. Essa estrutura será a estrutura oscilante dentro do sistema gerado pelo 3DBMO;

4. Os eixos desejados (X, Y, Z) para executar o experimento, o qual denominamos de A;

5. O tamanho da estrutura global, a qual denominamos de $BSIZE$;

6. A cor e a opacidade dos elementos dentro da estrutura global;

7. O tamanho da estrutura local, a qual denominamos de $SSIZE$;

8. A cor e a opacidade dos elementos dentro da estrutura local;

9. A possibilidade de exibir um identificador, durante a execução da simulação, para cada elemento inserido dentro da estrutura local;

10. A distância entre os elementos dentro das estruturas, a qual denominamos de L;

11. O elemento selecionado para gerar os dados da série temporal, a qual denominamos de P;

12. A amplitude inicial do deslocamento do elemento selecionado, na direção de cada eixo tridimensional (X, Y, Z), a qual chamamos de AX, AY e AZ respectivamente;

13. A possibilidade de se exibir um gráfico em tempo real da variação do deslocamento e da velocidade do elemento selecionado para gerar os dados da série temporal;

14. O valor da massa dos elementos da estrutura local, a qual denominamos de M. Este parâmetro pode ter um valor global (estrutura homogênea) ou aleatório (estrutura heterogênea);

15. A possibilidade de se bloquear ou liberar a movimentação de todos os elementos que fazem parte da estrutura local. De acordo com a opção escolhida, as massas que fazem parte da estrutura local poderão influenciar na movimentação do elemento selecionado para gerar os dados da série temporal;

16. O valor da constante elástica das molas que conectam os elementos da estrutura local, a qual denominamos de K. Este parâmetro pode ter um valor global (estrutura homogênea) ou aleatório (estrutura heterogênea);

17. O valor do coeficiente de amortecimento de cada mola, a qual denominamos de D. Por padrão, as molas não são amortecidas. Entretanto, o usuário pode definir um valor global ou aleatório para o coeficiente de amortecimento das molas que conectam os elementos dentro da estrutura local;

18. O valor do coeficiente de viscosidade existente no meio onde as estruturas estão inseridas, a qual denominamos de V. Por padrão, o sistema não apresenta nenhum tipo de viscosidade que possa interferir na movimentação dos elementos da estrutura local;

19. A cor do elemento selecionado para gerar os dados da série temporal.

Durante a execução da simulação, o usuário pode utilizar o *mouse* e o teclado para interagir com a janela de visualização 3D gerada pelo 3DBMO, aplicando rotações e feitos de *zoom*. As seguintes teclas fornecem opções adicionais:

- A - inicia a gravação de arquivos sequenciais no formato utilizado pelo POV-Ray. Cada arquivo pode ser utilizado posteriormente para gerar um *snapshot* da simulação;

- R - cria um arquivo no formato utilizado pelo POV-Ray, correspondente a um *snapshot* da iteração atual da simulação;

- P - pausa a simulação;

- H - exibe no terminal do VIDLE[6] uma ajuda sobre as teclas de auxílio disponíveis no 3DBMO.

Cada elemento presente na estrutura local gerada pelo 3DBMO pode ser utilizado para gerar os dados da série temporal. O elemento central dentro de cada estrutura local é selecionado por padrão. Para isso, utilizamos o pseudocódigo ilustrado no

[6] Ambiente de Desenvolvimento Integrado do VPython.

Algoritmo 3.9.

Algoritmo 3.9: SELEÇÃO DO ELEMENTO CENTRAL DA ESTRUTURA $SSIZE$

Entrada: Eixo A da dimensão desejada.

Saída: Posição do elemento central P, dentro da estrutura local do 3DBMO.

```
1  início
2      P ← None
3      se A ∈ [X, Y, Z] então
4          P ← (SSIZE / 2) + 1
5      fim
6      se A ∈ [XY, XZ, YZ] então
7          P ← (SSIZE ** 2) / 2) + 1
8      fim
9      se A ∈ [XYZ] então
10         P ← (SSIZE ** 3) / 2) + 1
11     fim
12 fim
13 retorna P
```

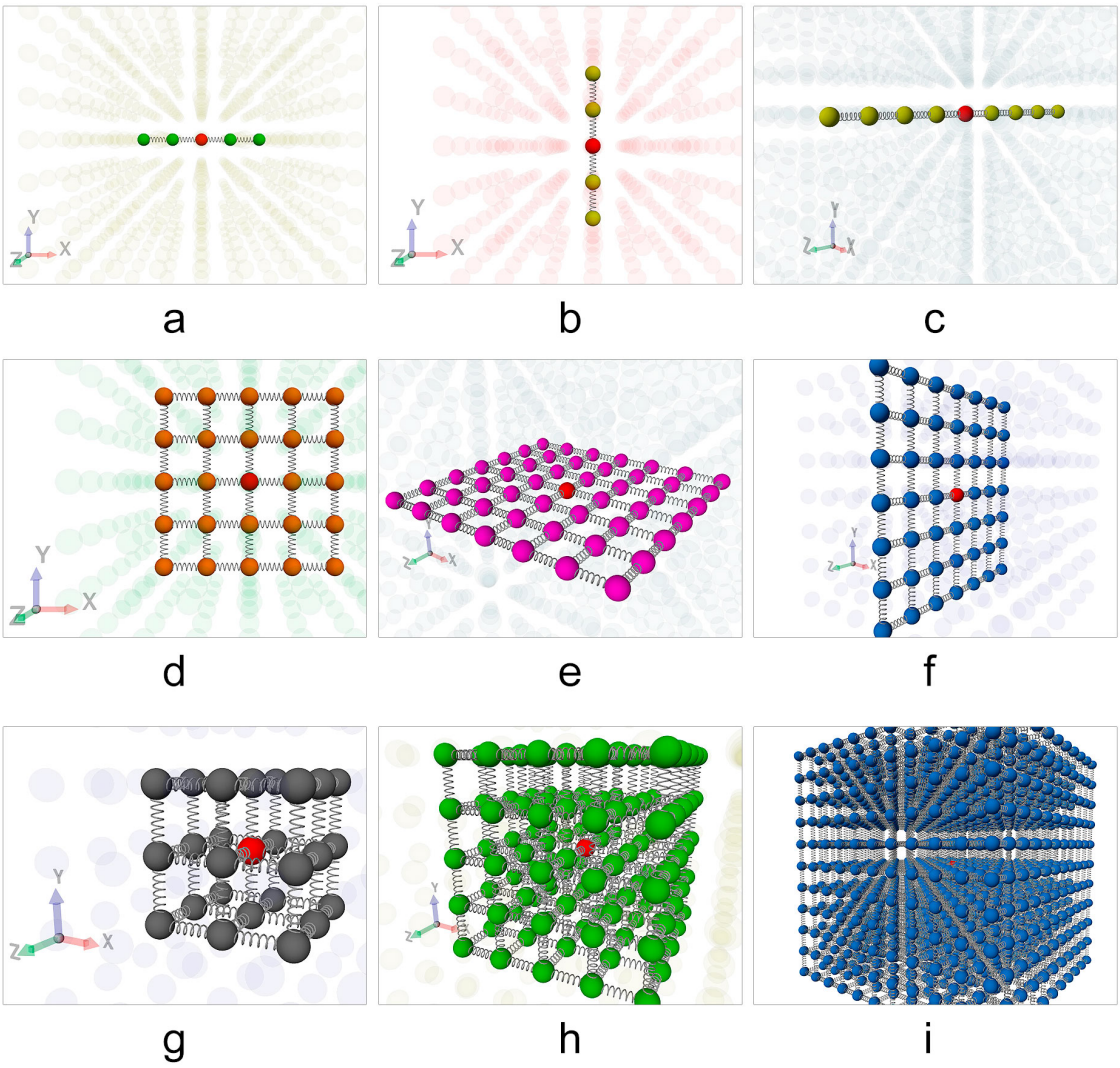
A interface de configuração do 3DBMO é dividida em três seções. A primeira seção, a qual denominamos de *System Configuration*, permite a configuração dos parâmetros que definem o o total de pontos que será utilizado para gerar a série temporal, o tipo de estrutura que será criada (1D, 2D ou 3D) e os eixos que serão utilizados para a simulação.

A segunda seção, a qual denominamos de *Structure Configuration*, permite a configuração da quantidade de elementos que serão utilizados para criar as estruturas global e local, assim como a configuração das cores que serão utilizadas por esses elementos. Por padrão, $BSIZE = 5$ e $SSIZE = 3$, o que corresponde ao tamanho das estruturas global e local respectivamente.

Supondo que os valores das massas seja $m = 1$, podemos alterar os valores de $BSIZE$ e $SSIZE$, gerando estruturas de vários tamanhos, como ilustra a Figura 3.13.

A terceira seção, a qual denominamos de *Mechanical Constraints*, permite a configuração dos parâmetros físicos responsáveis pela simulação realizada pelo 3DBMO. Aqui podemos configurar a distância entre os elementos, o elemento selecionado para gerar os dados da série temporal e a amplitude para o seu deslocamento inicial.

Figura 3.13 - Exemplos de estruturas com tamanhos diferentes geradas pelo 3DBMO.



Os itens a, b e c correspondem a exemplos de estruturas locais 1D, com os elementos inseridos nos eixos X, Y e Z; d, e e f correspondem a exemplos de estruturas locais 2D, com os elementos inseridos nos planos XY, XZ e YZ; g, h e i correspondem a exemplos de estruturas locais 3D, com elementos inseridos no eixo XYZ.

Fonte: Produção do autor.

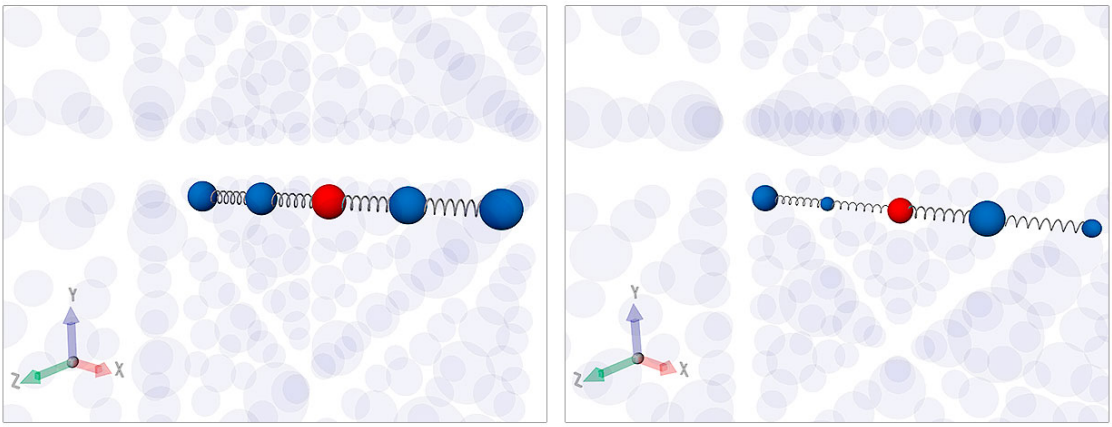
Por padrão, o 3DBMO utiliza o elemento localizado no centro de cada tipo de estrutura local para poder gerar os dados para a análise. Entretanto, o usuário pode selecionar qualquer elemento dentro dessa estrutura para poder realizar o seu experimento. Na terceira seção também são configurados os parâmetros responsáveis pela massa de cada elemento dentro da estrutura local, pelo valor da constante elástica

da mola que conecta esses elementos e pelo valor do coeficiente de amortecimento dessas molas.

Em todas essas situações o usuário pode optar por utilizar um valor global, que garante uma estrutura local homogênea, ou aleatório, garantindo assim uma maior heterogeneidade do sistema. Além disso, podemos definir um valor para influenciar a velocidade de movimentação do elemento que será analisado, através da configuração de um valor para representar o coeficiente de viscosidade existente dentro do sistema.

No caso de estruturas homogêneas, todos os elementos possuem massas iguais. Além disso, todas as molas possuem o mesmo valor para suas constantes elásticas e também para seus coeficientes de amortecimento. Em estruturas heterogêneas, os valores das massas bem como o das constantes que atuam nas molas podem variar. Exemplos de possíveis estruturas geradas através da configuração desses valores podem ser visualizadas pelas Figuras 3.14, 3.15 e 3.16, onde em todos os casos foram considerados $BSIZE = 7$ e $SSIZE = 5$.

Figura 3.14 - Exemplos de estruturas 1D homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO.

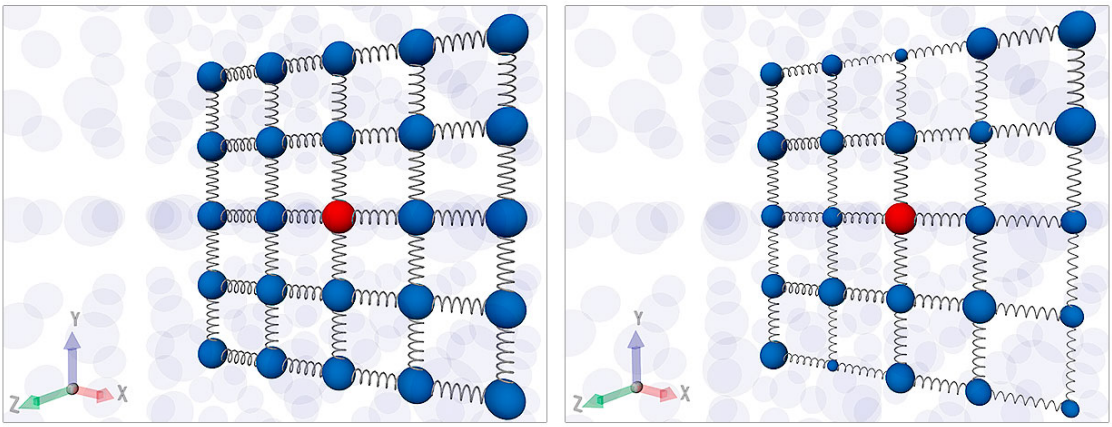


Homogênea Heterogênea

A imagem da esquerda apresenta uma estrutura homogênea onde $M = 1.0$, $K = 1.0$ e $D = 0$. Na imagem da direita temos um exemplo de estrutura heterogênea, onde $0.0 < M \leq 1.0$, $0.0 \leq K \leq 1.0$ e $0.0 < D \leq 1.0$. Em ambos os casos, a estrutura local foi criada no sentido do eixo X.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.15 - Exemplos de estruturas 2D homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO.

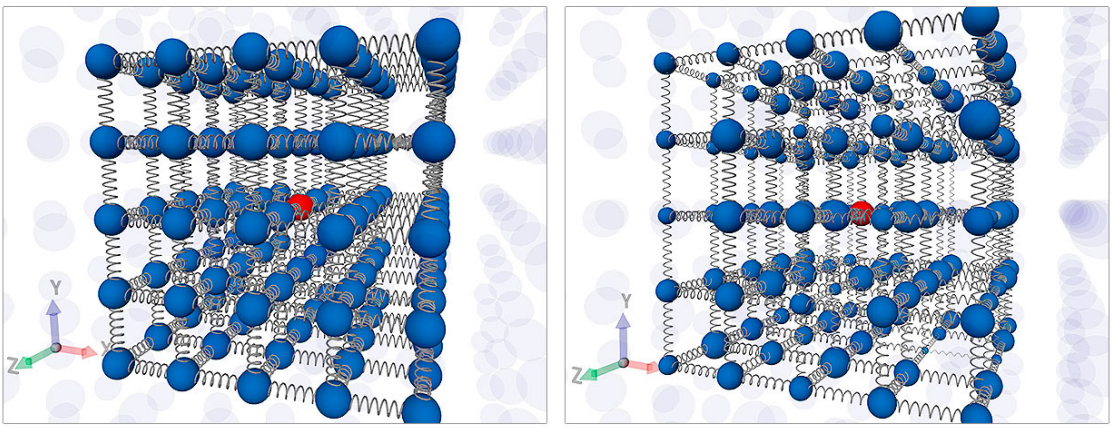


Homogênea Heterogênea

A imagem da esquerda apresenta uma estrutura homogênea onde $M = 1.0$, $K = 1.0$ e $D = 0$. Na imagem da direita temos um exemplo de estrutura heterogênea, onde $0.0 < M \leq 1.0$, $0.0 \leq K \leq 1.0$ e $0.0 < D \leq 1.0$. Em ambos os casos, a estrutura local foi criada no sentido do plano XY.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.16 - Exemplos de estruturas 3D homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO.



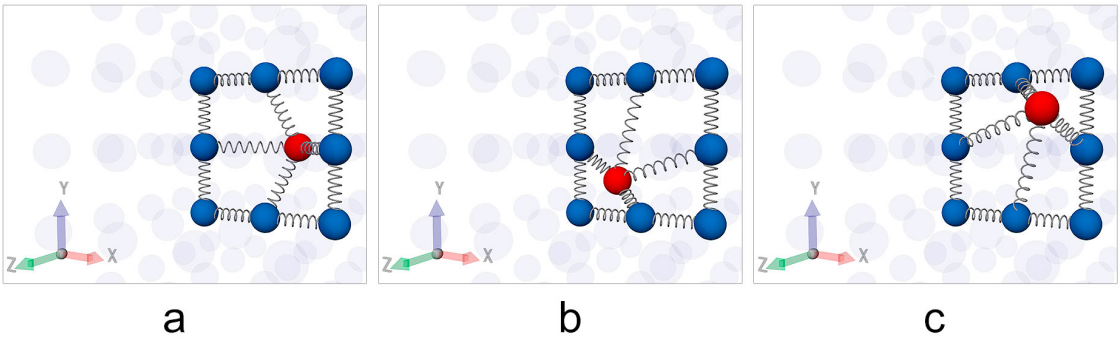
Homogênea Heterogênea

A imagem da esquerda apresenta uma estrutura homogênea onde $M = 1.0$, $K = 1.0$ e $D = 0$. Na imagem da direita temos um exemplo de estrutura heterogênea, onde $0.0 < M \leq 1.0$, $0.0 \leq K \leq 1.0$ e $0.0 < D \leq 1.0$. Em ambos os casos, a estrutura local foi criada no sentido dos eixos XYZ.

Fonte: Produção do autor.

O parâmetro *Lock all other masses* permite que a movimentação do elemento selecionado para gerar os dados possa ser influenciada ou não pelos outros elementos existentes dentro da estrutura local, como demonstram as Figuras 3.17 e 3.18.

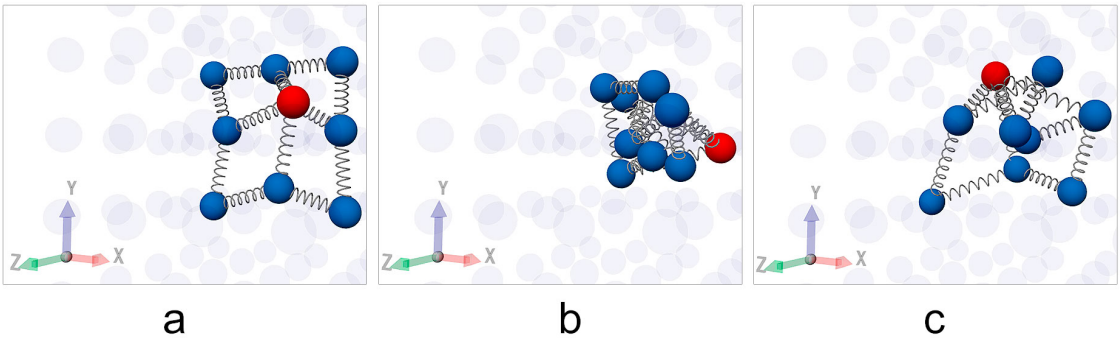
Figura 3.17 - Exemplo de estrutura 2D com elementos fixos.



Snapshots capturados durante uma simulação com os elementos da estrutura local fixos.

Fonte: Produção do autor.

Figura 3.18 - Exemplo de estrutura 2D com elementos livres.



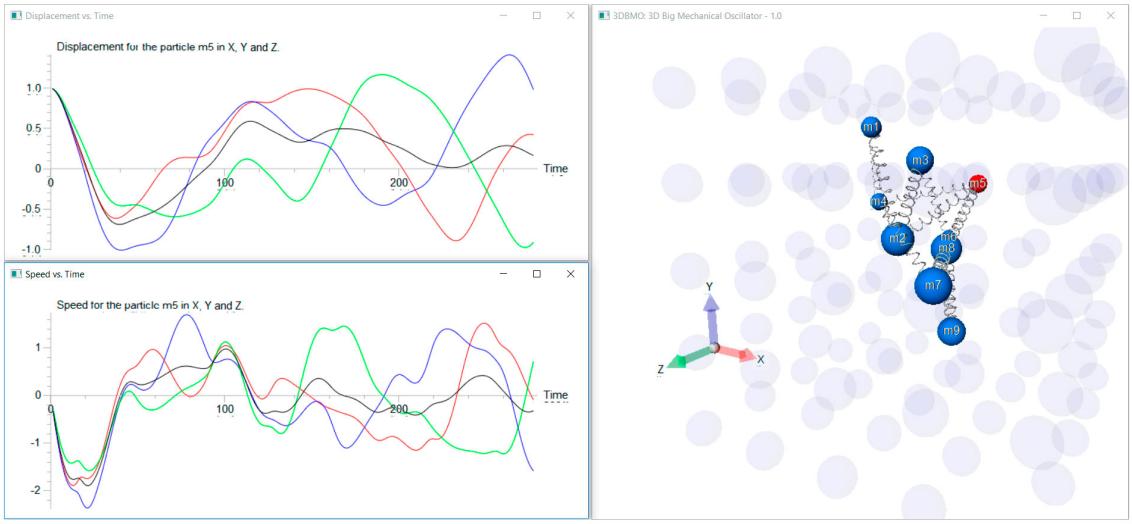
Snapshots capturados durante uma simulação com os elementos da estrutura local livres. Neste caso, é possível perceber que todos os elementos que fazem parte da estrutura local influenciam na movimentação do elemento selecionado.

Fonte: Produção do autor.

Durante a simulação, o 3DBMO também permite a visualização de um gráfico em

tempo real que exibe a variação do deslocamento e da velocidade para o elemento que foi selecionado para gerar os dados da série temporal, conforme ilustra a Figura 3.19. Para isso, o usuário deve selecionar a opção *Show plotting* durante a etapa de configuração dos parâmetros iniciais.

Figura 3.19 - Exemplo de plotagem em tempo real para uma estrutura em 2D.



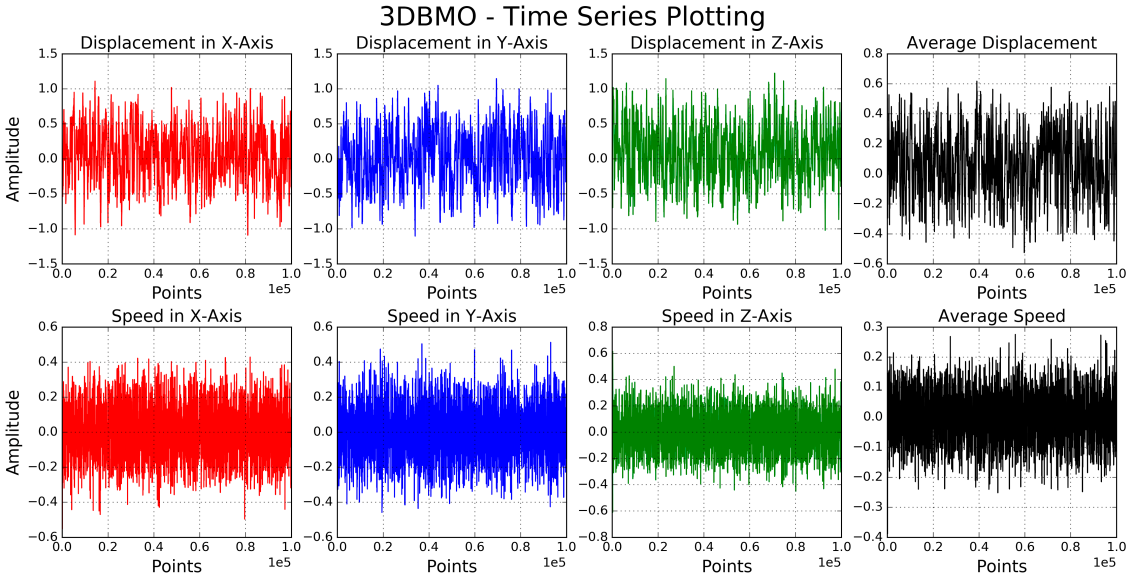
A imagem esquerda exibe os gráficos em tempo real para o deslocamento (parte superior) e velocidade (parte inferior) referentes a movimentação nos eixos X (vermelho), Y (azul) e Z (verde) do elemento selecionado para a geração dos dados da série temporal. A linha em cor preta exibe a variação média para essas movimentações. A imagem direita exibe as estruturas geradas pelo 3DBMO durante a etapa de simulação.

Fonte: Produção do autor.

Ao término da simulação o 3DBMO permite a gravação de dois arquivos. O primeiro contém os valores do deslocamento e da velocidade que foram obtidos durante a simulação para o elemento que foi selecionado para gerar os dados da série temporal, os quais podem ser plotados separadamente conforme ilustra a Figura 3.20, que exibe os valores obtidos para uma simulação contendo 10^5 pontos. O segundo contém todos os parâmetros que foram utilizados para executar a simulação.

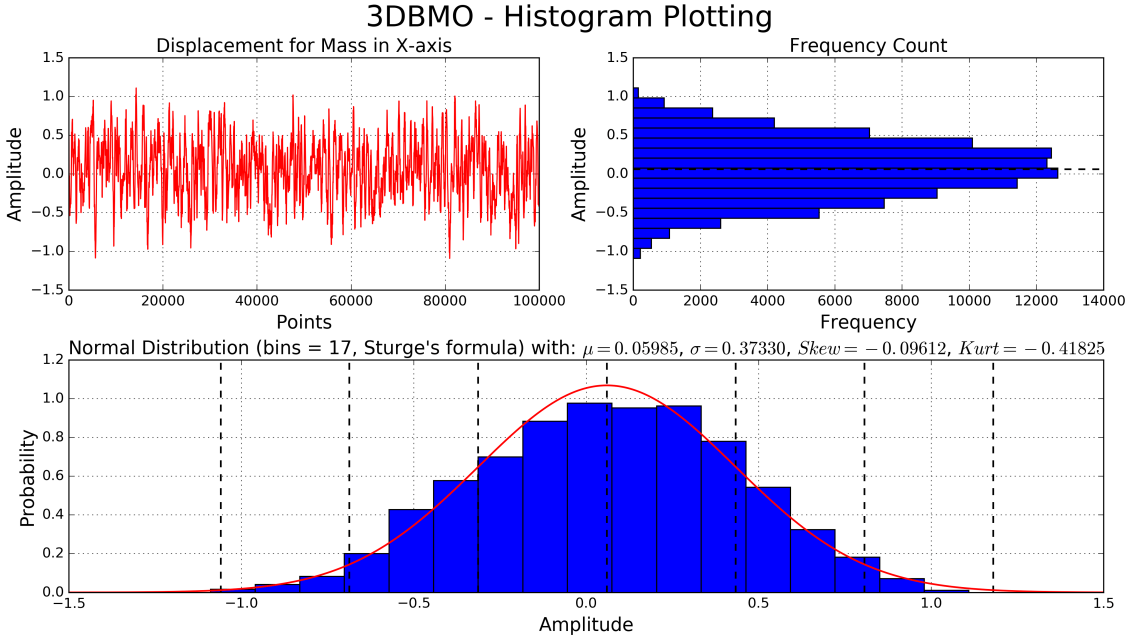
O usuário pode utilizar o conjunto de valores dessas séries temporais para realizar o cálculo de seus momentos estatísticos, onde um exemplo é dado pela Figura 3.21 ou realizar a análise de seu espectro de potências, conforme apresentado pela Figura 3.22.

Figura 3.20 - Exemplo de plotagem de arquivo gerado pelo 3DBMO.



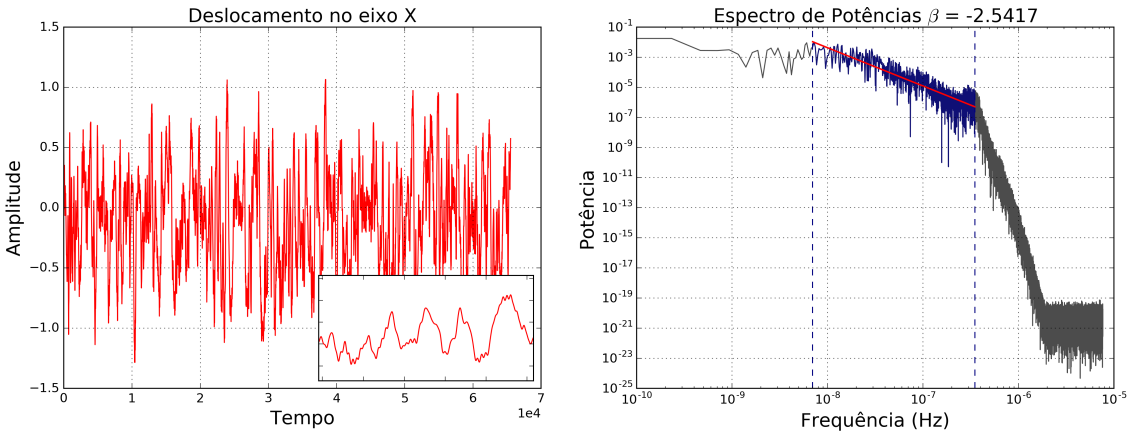
Fonte: Produção do autor.

Figura 3.21 - Exemplo de verificação do histograma de frequência e da distribuição normal de probabilidades em uma série temporal gerada pelo 3DBMO.



Fonte: Produção do autor.

Figura 3.22 - Exemplo do espectro de potências β para uma série gerada pelo 3DBMO.



Fonte: Produção do autor.

O 3DBMO permite a criação de estruturas que podem ser utilizadas para a simulação de oscilações harmônicas. Os valores obtidos nessas simulações são gravados em arquivos que podem ser utilizados para diversos tipos de análises. Dessa forma, de acordo com o objetivo proposto neste trabalho, o próximo capítulo dessa dissertação de Mestrado apresenta o resultado obtido para a análise espectral de séries temporais geradas pelo 3DBMO.

4 ANÁLISE E INTERPRETAÇÃO DE RESULTADOS

Este capítulo apresenta os resultados obtidos em relação à análise de séries temporais geradas através do 3DBMO.

O 3DBMO permite a geração de estrutura homogêneas e heterogêneas. Através das configurações dos parâmetros de entrada, diversos tipos de estruturas geradoras de séries temporais podem ser criadas. Para o estudo de caso, utilizamos a configuração física mais real, correspondente a uma estrutura heterogênea com grau de liberdade do tipo 3. Em seguida, apresentamos o resultado da análise espectral para os dados que foram gerados.

4.1 Criação das estruturas e geração de dados através do 3DBMO

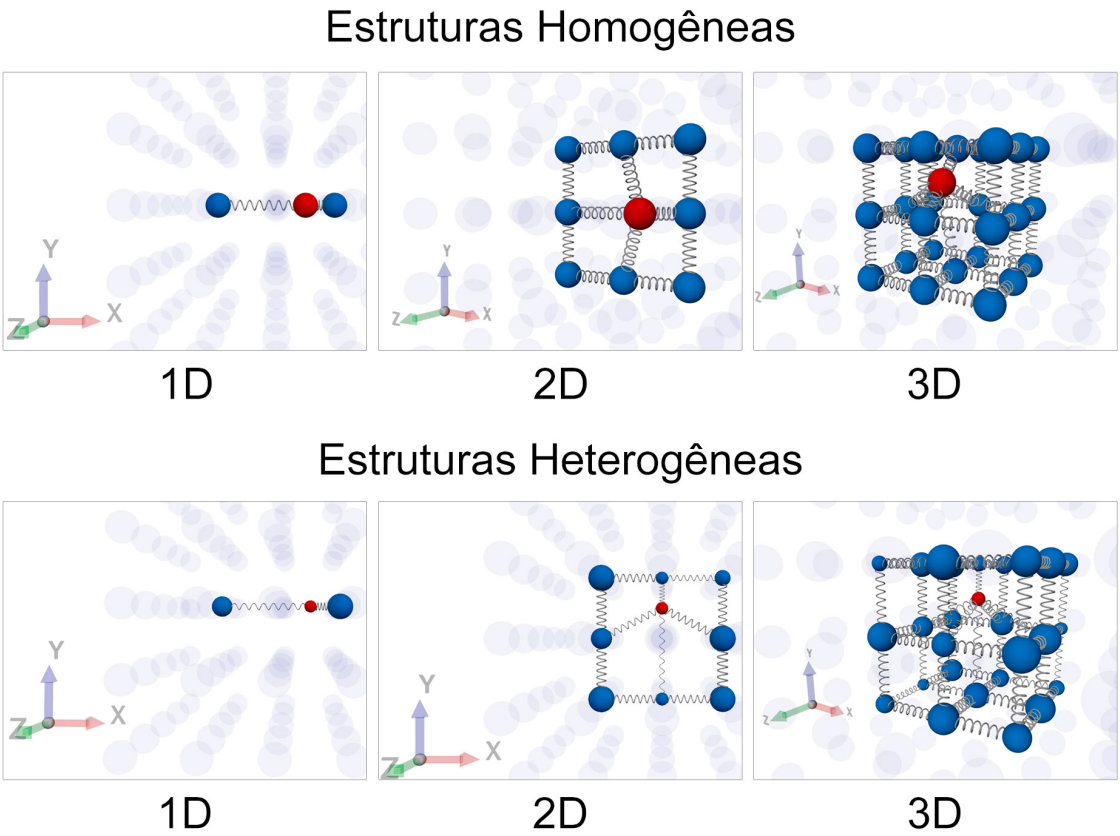
O 3DBMO permite a geração de estruturas do tipo 1D, 2D ou 3D, compostas por elementos com parâmetros totalmente homogêneos ou heterogêneos, conforme ilustram os exemplos apresentado pela Figura 4.1.

Na estrutura homogênea, o valor de todas das massas dos elementos que compõem a estrutura menor é o mesmo, assim como o valor das constantes das molas que interligam esses elementos. Na estrutura heterogênea as massas e molas possuem valores diferentes.

Para estudar a variação dos índices espectrais utilizamos uma configuração totalmente heterogênea, onde foram criadas estruturas do em 1D, 2D e 3D em que, para gerar os valores das séries temporais, selecionamos o elemento central dentro de cada uma dessas estruturas e atribuímos um grau de liberdade do tipo 3 para o seu movimento de oscilação. Essa escolha permite estudar as variações espectrais utilizando uma configuração mais próxima de um sistema físico real.

De forma a obter um valor médio para o experimento, realizamos um total de 20 simulações para cada tipo de estrutura, e realizamos a análise espectral das séries temporais obtidas em cada simulação. Cada série temporal possui um total de $N = 2^{15}$ pontos. Nos testes, utilizamos o tamanho 5 para a geração da estrutura maior ($BSIZE = 5$) e o tamanho 3 para gerar a estrutura menor ($SSIZE = 3$). Não foi considerado nenhum tipo de atrito existente no meio ($D = 0$ e $V = 0$). O elemento responsável por gerar os dados das séries temporais recebeu um deslocamento inicial referente à 50% da distância aplicada para separar os elementos dentro das estruturas.

Figura 4.1 - Exemplos de estruturas homogêneas e heterogêneas geradas pelo 3DBMO.



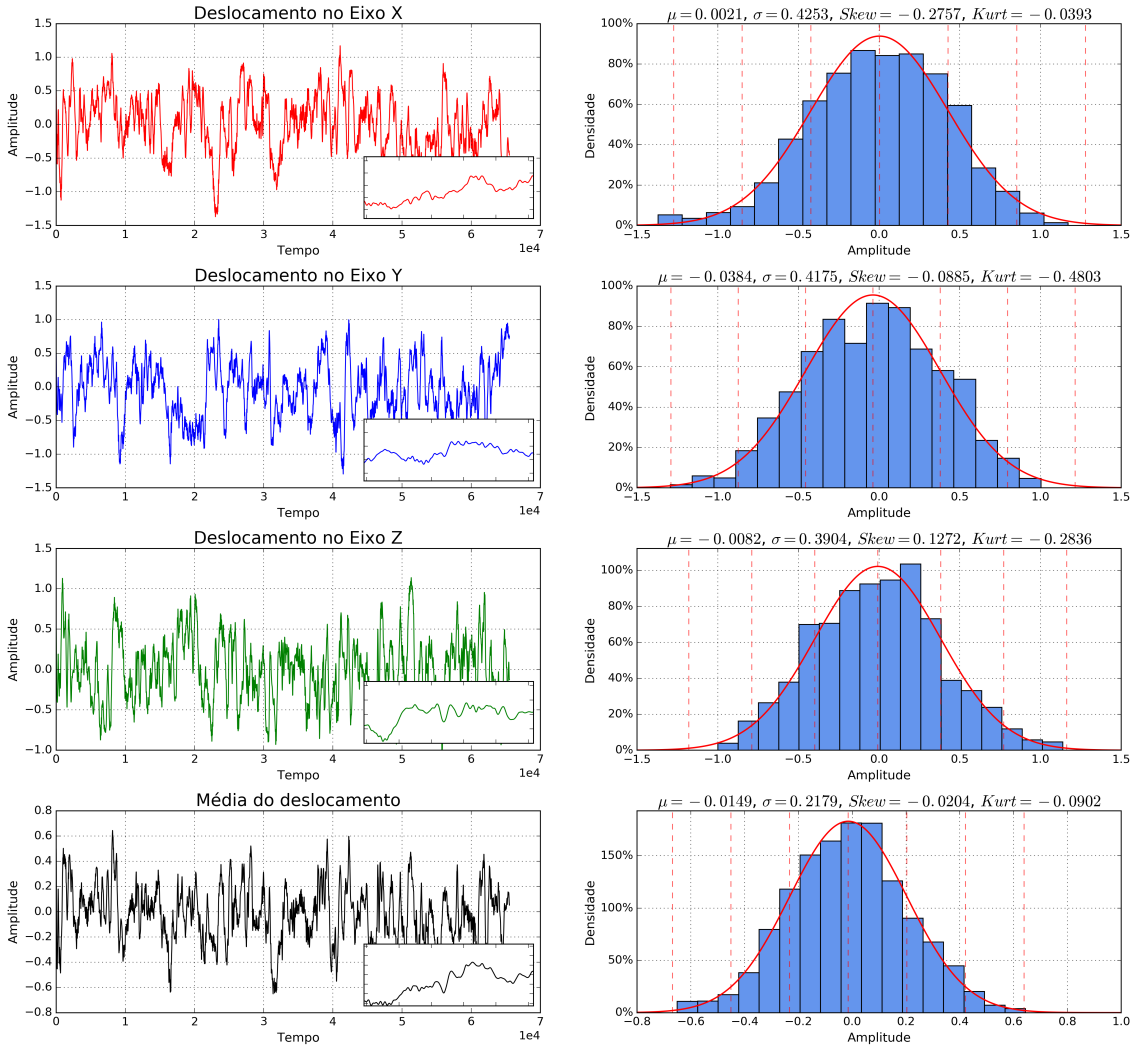
Na parte superior temos exemplos de estruturas homogêneas, onde todos os elementos que compõem a estrutura possuem os mesmos valores. Na parte inferior, temos um exemplo de estrutura heterogênea, onde massas e molas possuem valores diferentes.

Fonte: Produção do autor.

Para cada simulação realizada o 3DBMO gerou três arquivos. O primeiro contém dados da variação da posição e da velocidade do elemento selecionado para a geração dos dados. O segundo contém os parâmetros de configuração utilizados especificamente em cada simulação (para o caso de se desejar repetir algum experimento). O terceiro arquivo as contém informações (em formato POV-Ray) sobre as coordenadas dos objetos criados pelo 3DBMO, referentes à última iteração dentro da simulação. No caso, essas informações correspondem a última iteração dentro da simulação. Convém lembrar que o 3DBMO também possibilita a geração de arquivos no formato do POV-Ray durante qualquer período da simulação. Isso permite a geração de imagens tridimensionais das estrutura em 1D, 2D e 3D, como as que estão sendo utilizadas neste trabalho.

Utilizando os dados gravados podemos realizar o estudo da variação no deslocamento e na velocidade do elemento que foi utilizado para gerar os dados durante a etapa de simulação, como ilustra a Figura 4.2 e a Figura 4.3.

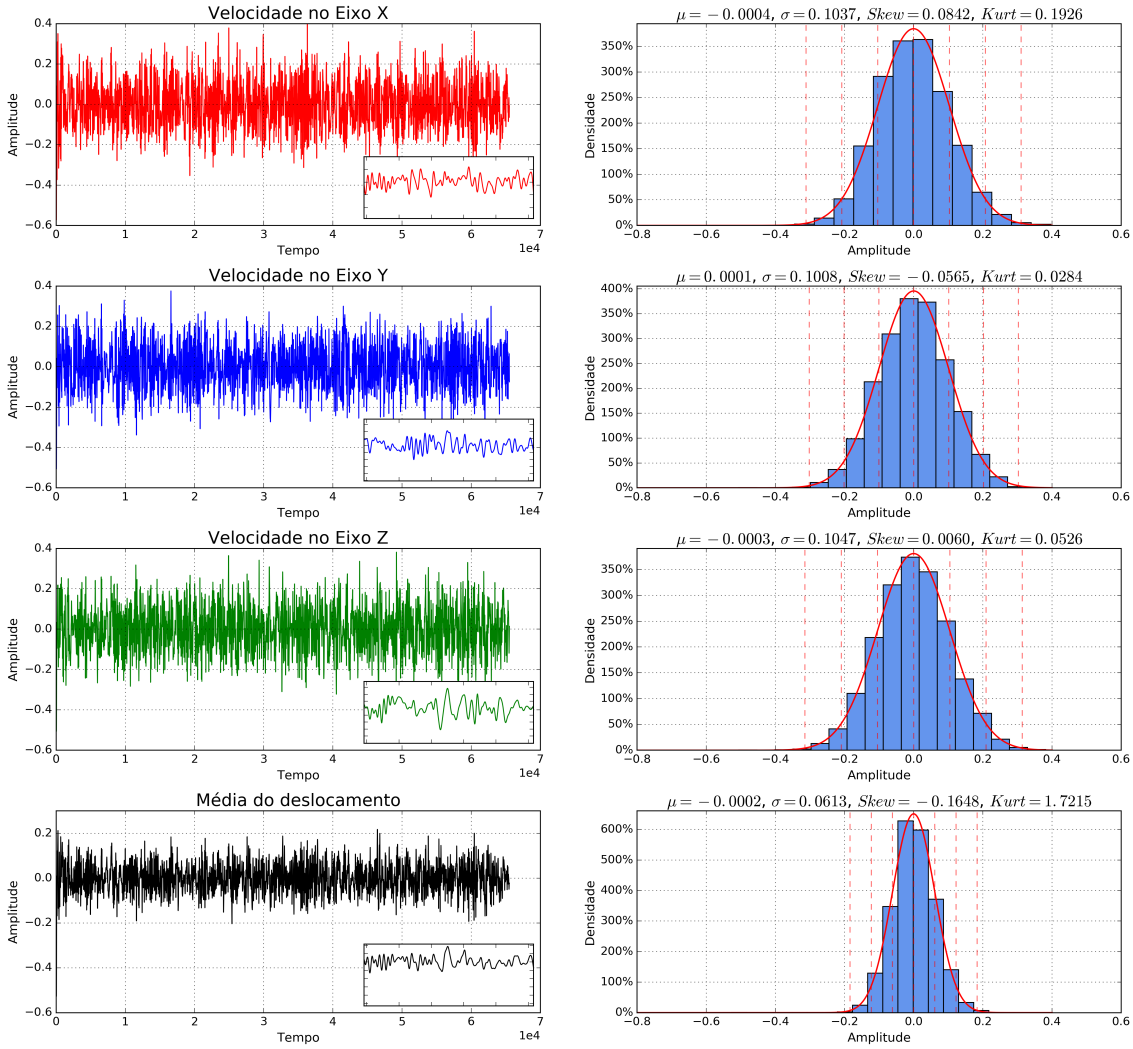
Figura 4.2 - Exemplo da plotagem dos valores relativos a variação da posição de um elemento durante uma simulação realizada pelo 3DBMO.



Os gráficos da esquerda correspondem às variações de posição de um elemento dentro de uma configuração 3D homogênea livre (todos os elementos podem se movimentar), onde o elemento selecionado para gerar os dados da série temporal se movimentou através dos eixos X, Y e Z ao mesmo tempo. O retângulo menor representa um *zoom* de 2% dos dados. No lado direito temos o cálculo de alguns de seus momentos estatísticos junto com seu histograma de densidade de probabilidade.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.3 - Exemplo da plotagem dos valores relativos a variação da velocidade de um elemento durante uma simulação realizada pelo 3DBMO.



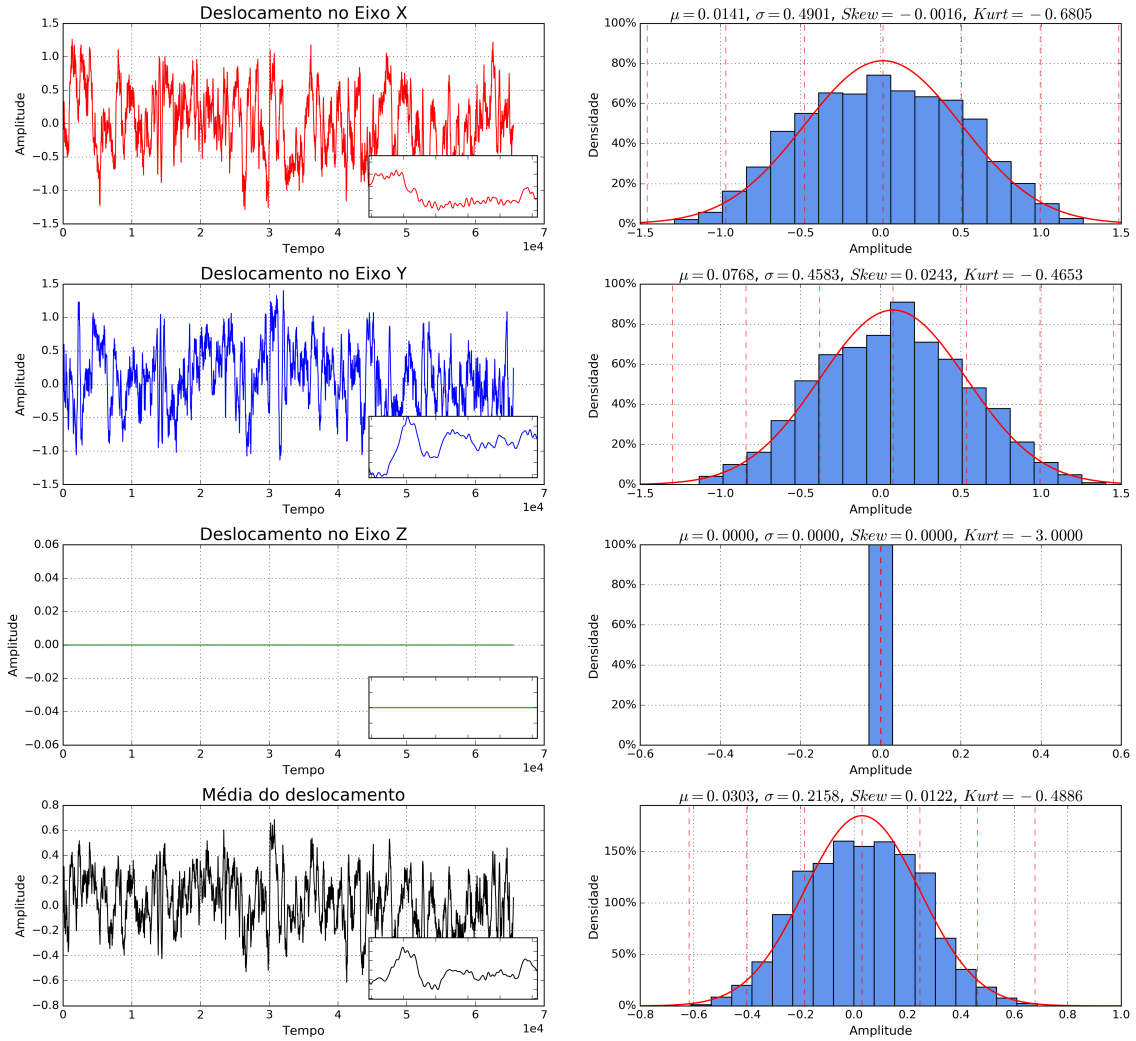
Os gráficos da esquerda correspondem às variações de velocidade de um elemento dentro de uma configuração 3D homogênea livre (todos os elementos podem se movimentar), onde o elemento selecionado para gerar os dados da série temporal se movimentou através dos eixos X, Y e Z ao mesmo tempo. O retângulo menor representa um *zoom* de 2% dos dados. No lado direito temos o cálculo de alguns de seus momentos estatísticos junto com seu histograma de densidade de probabilidade.

Fonte: Produção do autor.

O 3DBMO grava as informações de movimentação em cada direção (X, Y e Z). Porém, em algumas configurações, o elemento selecionado para gerar os dados pode não se movimentar em uma determinada direção. Como esse elemento é criado pelo

3DBMO na posição $P = (0, 0, 0)$, o valor de sua média será 0, como ilustrado pela Figura 4.4.

Figura 4.4 - Exemplo da plotagem dos valores relativos a variação da posição de um elemento durante uma simulação realizada pelo 3DBMO, onde não ocorreu deslocamentos relativos ao eixo Z.



Os gráficos da esquerda correspondem às variações de posição de um elemento dentro de uma configuração 2D homogênea livre (todos os elementos podem se movimentar) criada no plano XY, onde o elemento selecionado para gerar os dados da série temporal se movimentou através dos eixos X e Y. O retângulo menor representa um *zoom* de 2% dos dados. No lado direito temos o cálculo de alguns de seus momentos estatísticos junto com seu histograma de densidade de probabilidade. Podemos observar que durante o período de simulação não houve deslocamento através do eixo Z.

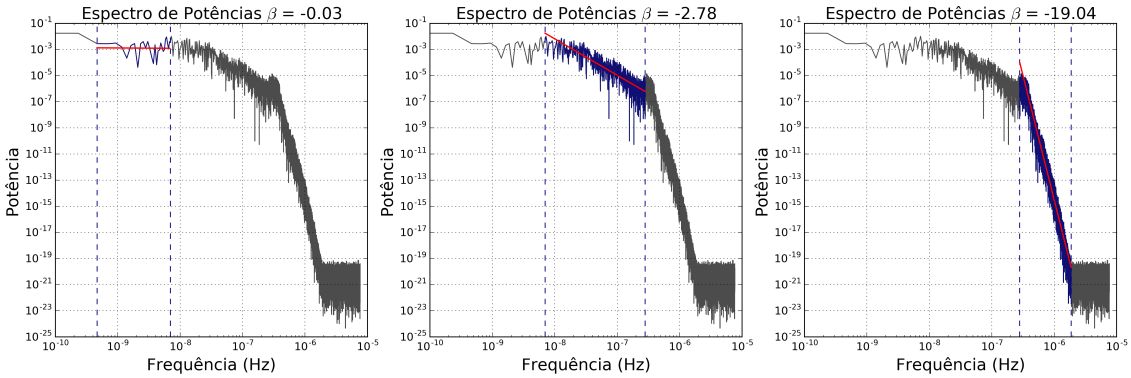
Fonte: Produção do autor.

O experimento foi realizado utilizando um microcomputador equipado com um processador Intel(R) Core(TM) i7-2670QM CPU @ 2.20GHz, com 8GB de memória RAM e sistema operacional Windows 10 Pro de 64 *bits*.

4.2 Análise e interpretação dos resultados

Para realizar a análise espectral utilizamos o cálculo do PSD pelo método do periodograma de Welch, já implementado dentro da biblioteca Matplotlib. O cálculo do DFA foi realizado através de uma implementação em Python das rotinas descritas em PhysioNet (2016). Para o cálculo da reta de ajuste do espectro de potências podemos selecionar diversos intervalos de pontos conforme demonstram as áreas delimitadas na Figura 4.5, e assim obtemos o valor do índice espectral β.

Figura 4.5 - Exemplos de seleção de pontos para o cálculo da reta de ajuste do espectro de potências.



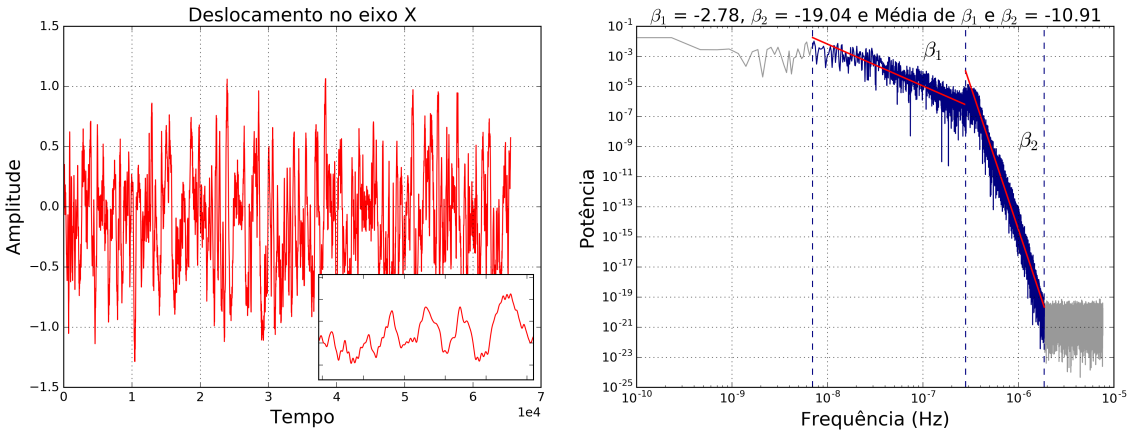
Da esquerda para a direita, as áreas delimitadas em azul correspondem a 1%, 4% e 20% dos pontos de frequência respectivamente. A linha vermelha representa a reta de ajuste para esses pontos. No título do gráfico, o parâmetro β nos fornece o valor do índice espectral referente à inclinação dessa reta de ajuste.

Fonte: Produção do autor.

Neste trabalho optamos por realizar esse ajuste utilizando o valor médio entre um ajuste bi-espectral, tal como ilustra a Figura 4.6. Além do PSD e DFA, também utilizamos o GWS para analisar variações localizadas de energia dentro de algumas dessas séries temporais.

Para verificar a ocorrência de algum tipo de variação nos valores dos índices espectrais das séries geradas pelo 3DBMO, aplicamos o cálculo do PSD e do DFA a todos

Figura 4.6 - Cálculo das retas de ajuste do espectro de potências.



Exemplo de cálculo do valor médio de β utilizando um ajuste bi-espectral. O título do gráfico da direita nos fornece os valores obtidos para os índices espectrais β_1, β_2 e a média entre eles. As áreas em tons de cinza foram desconsideradas devido ao fato de apresentarem uma inclinação próxima de zero.

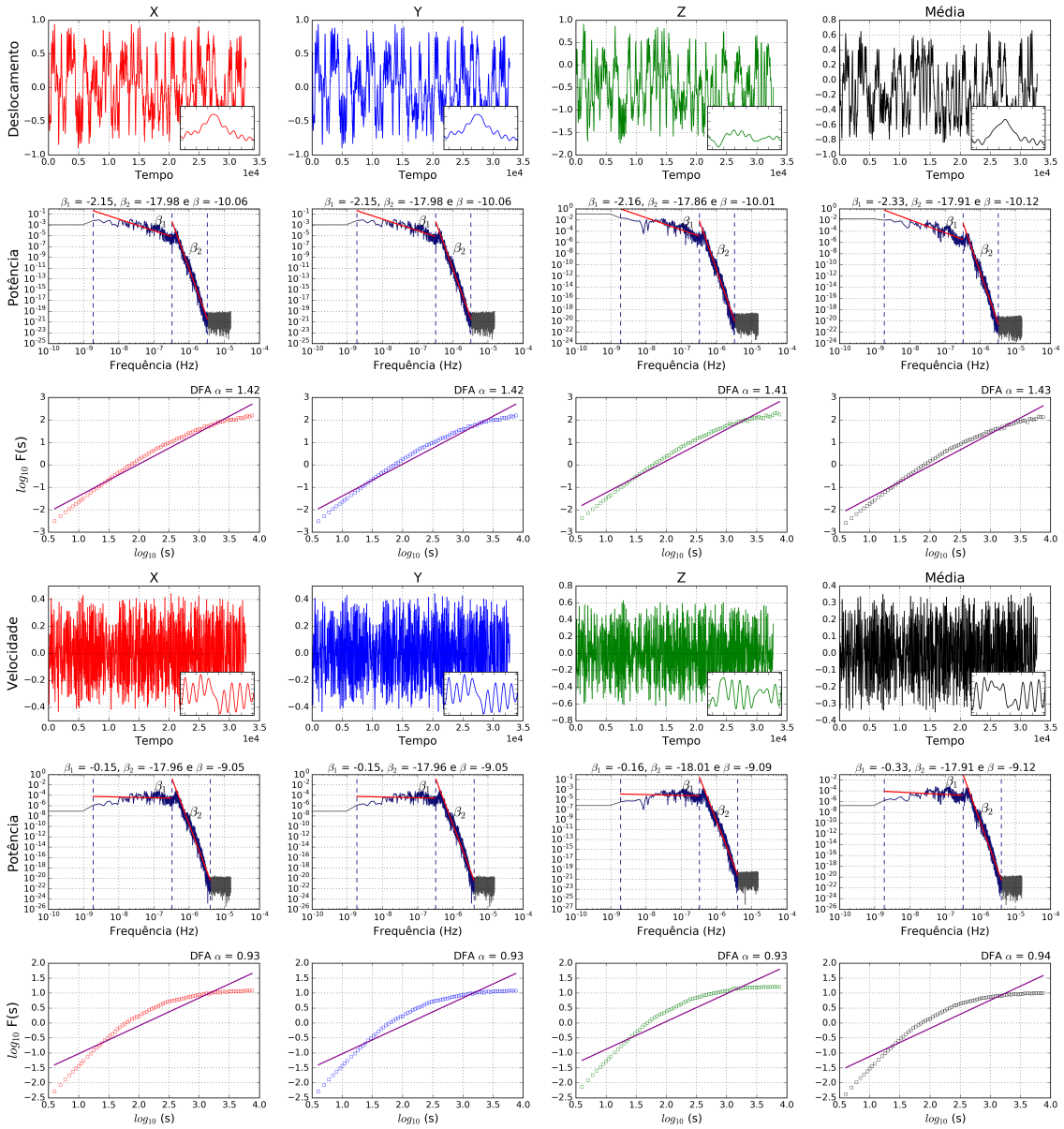
Fonte: Produção do autor.

os conjuntos de dados que foram obtidos para a configuração utilizada neste caso de estudo. As Figuras 4.7, 4.8 e 4.9 ilustram alguns exemplos dos resultados obtidos, provenientes das simulações utilizando configurações de estruturas heterogêneas livres em 1D, 2D e 3D respectivamente, com grau de liberdade do tipo 3.

Cada imagem contém a plotagem das séries obtidas para a variação na posição e na velocidade do elemento que selecionamos para gerar os dados, juntamente com seu respectivo PSD e DFA. A cores vermelha, azul, verde correspondem às variações medidas nos eixos X, Y, Z respectivamente. A cor preta representa a variação média tomada entre esses eixos durante a simulação.

Cada simulação gerou um arquivo com $N = 32.768$ pontos. O retângulo menor representa um *zoom* em 2% dos dados. As retas de ajuste para o espectro de potências são apresentadas na cor vermelha e sua inclinação corresponde ao valor do índice espectral β_1 e β_2. A reta em cor magenta corresponde ao ajuste para o expoente de escala α do DFA. Os valores obtidos para β_1, β_2, juntamente com a média β entre eles, além do valor de α são indicados no título de cada gráfico.

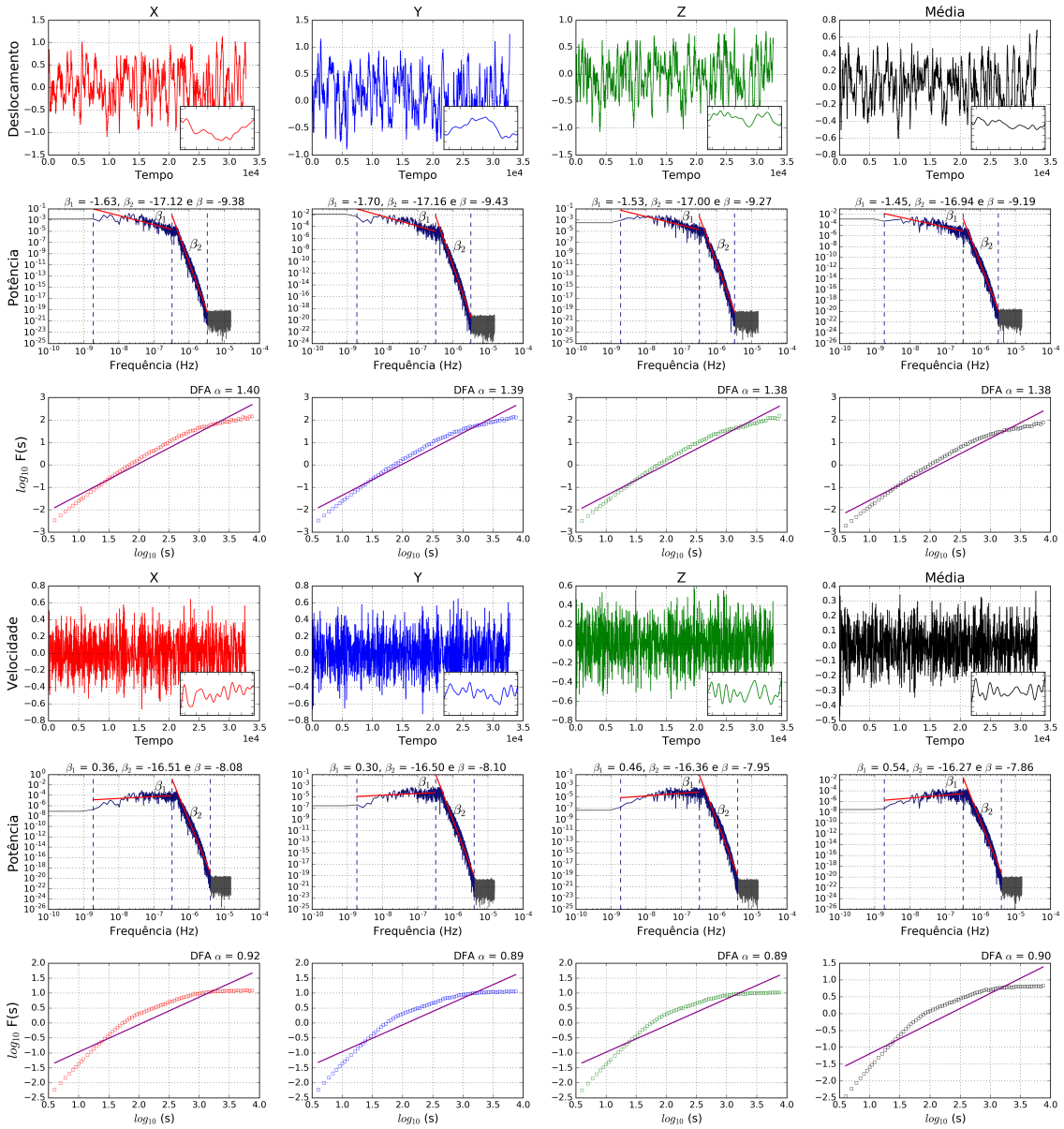
Figura 4.7 - Resultado do cálculo do PSD e DFA para uma estrutura 1D heterogênea livre.



A imagem ilustra o resultado do cálculo e plotagem do PSD e DFA para os valores da variação da posição e da velocidade do elemento P, selecionado para gerar os dados da série temporal, dentro de uma estrutura 1D heterogênea totalmente livre. Nesta simulação, o movimento oscilatório realizado pelo elemento P foi influenciado por todos os elementos que compõem a estrutura 1D. O grau de liberdade utilizado para a movimentação desse elemento é do tipo 3, ou seja, o elemento pode oscilar em qualquer direção.

Fonte: Produção do autor.

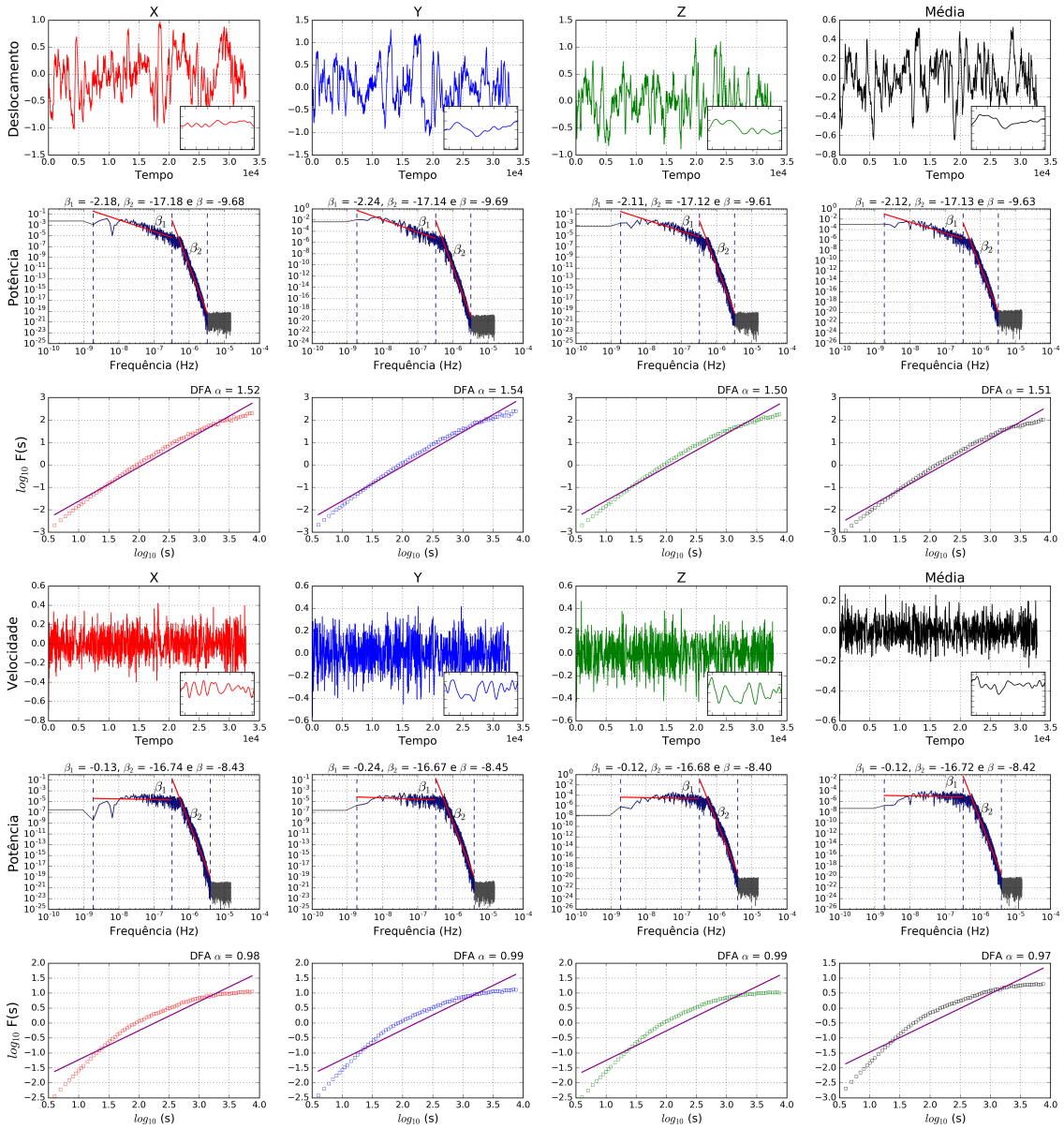
Figura 4.8 - Resultado do cálculo do PSD e DFA para uma estrutura 2D heterogênea livre.



A imagem ilustra o resultado do cálculo e plotagem do PSD e DFA para os valores da variação da posição e da velocidade do elemento P, selecionado para gerar os dados da série temporal, dentro de uma estrutura 2D heterogênea totalmente livre. Nesta simulação, o movimento oscilatório realizado pelo elemento P foi influenciado por todos os elementos que compõem a estrutura 2D. O grau de liberdade utilizado para a movimentação desse elemento é do tipo 3, ou seja, o elemento pode oscilar em qualquer direção.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.9 - Resultado do cálculo do PSD e DFA para uma estrutura 3D heterogênea livre.

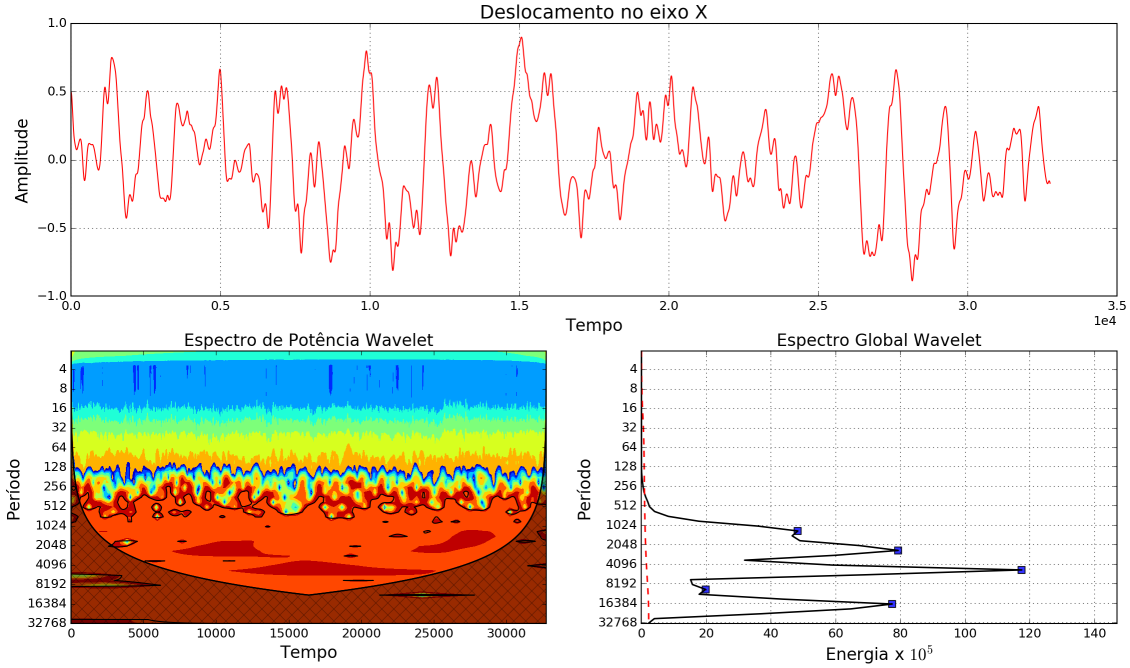


A imagem ilustra o resultado do cálculo e plotagem do PSD e DFA para os valores da variação da posição e da velocidade do elemento P, selecionado para gerar os dados da série temporal, dentro de uma estrutura 3D heterogênea totalmente livre. Nesta simulação, o movimento oscilatório realizado pelo elemento P foi influenciado por todos os elementos que compõem a estrutura 3D. O grau de liberdade utilizado para a movimentação desse elemento é do tipo 3, ou seja, o elemento pode oscilar em qualquer direção.

Fonte: Produção do autor.

Além da verificação através do PSD e do DFA, também realizamos a análise das série temporais geradas pelo 3DBMO utilizando o GWS. Para isso, consideramos o total de pontos da série temporal como sendo os valores do eixo relativo ao tempo e utilizamos períodos em escalas de potência de 2 para representar os períodos do eixo Y. Escolhemos como função-mãe a *wavelet* de Morlet, tal como discutido por Torrence e Compo (1998), Santos et al. (2013) e Bolzan (2004). Como métrica para avaliarmos a variação no GWS utilizamos o cálculo do valor médio referente aos períodos onde o pico do GWS ficou acima da linha de significância, conforme ilustrado pela Figura 4.10. A Figura 4.11 exibe um exemplo do resultado obtido para o cálculo e plotagem do GWS referente à série temporal apresentada na Figura 4.9.

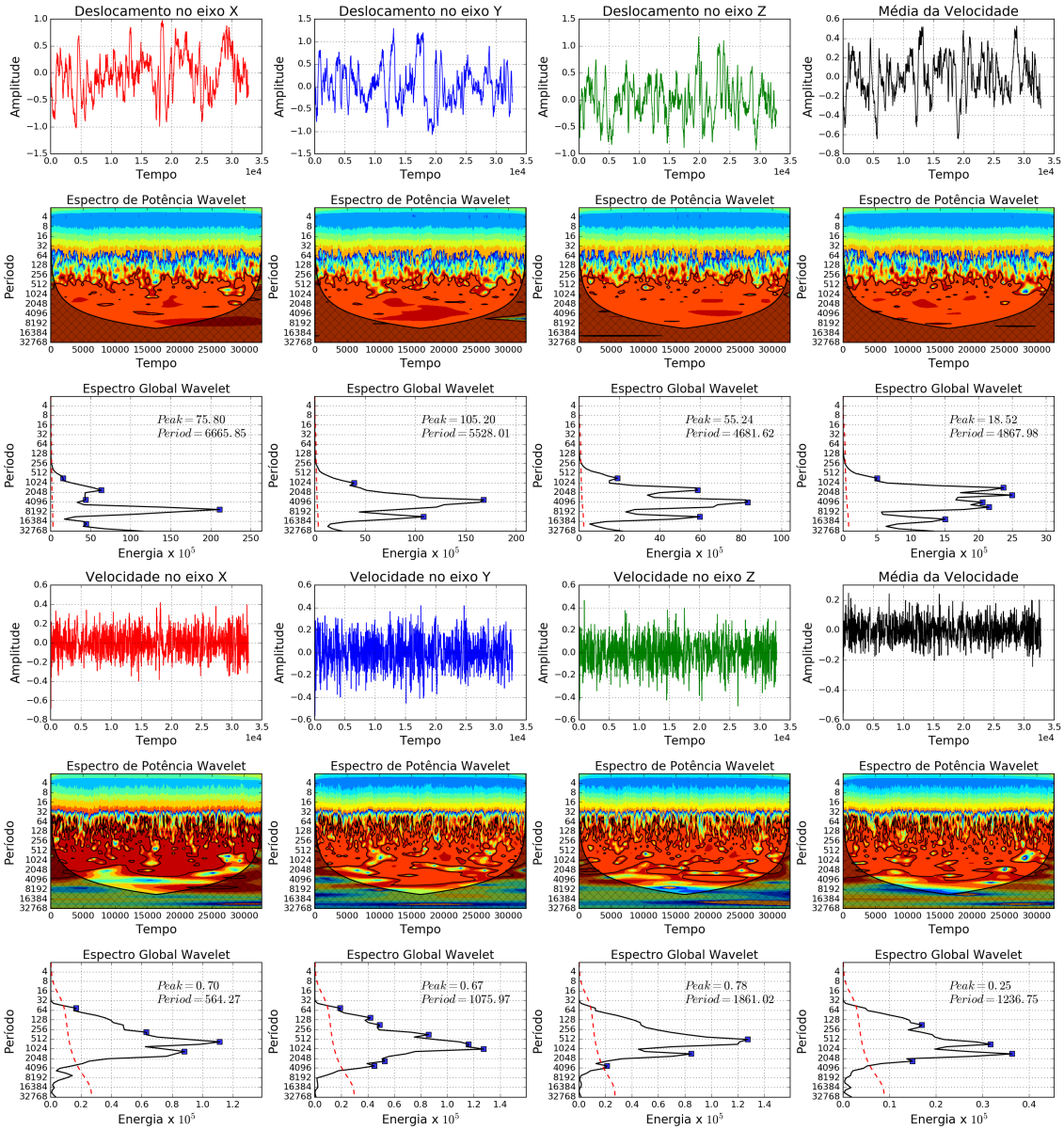
Figura 4.10 - Exemplo de representação dos períodos do GWS.



A figura ilustra um exemplo da representação dos períodos do GWS. Na imagem superior temos a representação da série temporal. A imagem inferior esquerda exibe o seu espectro de potência *wavelet* correspondente. Na imagem direita, temos a representação de seu espectro de potência global *wavelet* (GWS), onde os pontos em azul destacam os picos existentes nesse espectro e que se encontram acima do nível de 5% da linha de significância representada pela curva tracejada. Nessa dissertação, utilizamos o valor médio entre os períodos correspondentes como a métrica proveniente do GWS a ser utilizada para estudar a dependência dimensional do espectro.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.11 - Resultado do cálculo do GWS para uma estrutura 3D heterogênea livre.



A imagem ilustra o resultado do cálculo do GWS para os valores da variação da posição e da velocidade do elemento P, selecionado para gerar os dados da série temporal dentro de uma estrutura 3D heterogênea totalmente livre, correspondente aos valores da série temporal apresentada na Figura 4.9. Em cada plotagem do GWS, *Peak* representa a média dos valores dos picos do GWS que se encontram acima da linha de 5% de significância do espectro e *Period* representa a média dos períodos para esses picos.

Fonte: Produção do autor.

Para verificarmos a variação nos valores dos índices espectrais que foram obtidos calculamos a médias entre todas as simulações que foram realizadas.

A Tabela 4.1 exibe a média dos valores obtidos para o índice espectral β, onde o título de cada coluna corresponde ao tipo de estrutura heterogênea que foi utilizada para gerar os dados da simulação e cada linha representa o tipo de medida que está sendo analisada.

Tabela 4.1 - Médias dos valores obtidos para o índice espectral β.

	Valores do índice espectral β													
	1D-X	**Desvio**	**1D-Y**	**Desvio**	**1D-Z**	**Desvio**	**2D-XY**	**Desvio**	**2D-XZ**	**Desvio**	**2D-YZ**	**Desvio**	**3D-XYZ**	**Desvio**
PosX	-7.36	1.62	-6.49	1.66	-7.66	1.60	-8.50	0.91	-8.48	0.73	-8.66	0.93	-9.27	0.96
PosY	-7.30	1.62	-6.54	1.64	-7.66	1.60	-8.47	0.92	-8.53	0.88	-8.64	0.93	-9.26	0.89
PosZ	-7.30	1.62	-6.49	1.66	-7.64	1.65	-8.50	0.89	-8.47	0.79	-8.65	0.87	-9.29	0.92
PosMédia	-7.32	1.58	-6.46	1.70	-7.63	1.61	-8.47	0.90	-8.44	0.78	-8.70	0.85	-9.26	0.93
VelX	-6.16	2.15	-5.44	1.91	-6.60	1.97	-7.04	1.18	-7.05	1.00	-7.29	1.19	-8.12	1.22
VelY	-6.13	2.14	-5.39	2.00	-6.60	1.97	-7.06	1.31	-7.13	1.13	-7.24	1.20	-8.11	1.17
VelZ	-6.13	2.14	-5.44	1.91	-6.59	2.07	-7.05	1.17	-7.06	1.05	-7.26	1.12	-8.14	1.20
VelMédia	-6.11	2.08	-5.38	1.91	-6.57	1.98	-7.00	1.16	-7.01	1.01	-7.32	1.08	-8.05	1.16

As Figuras 4.12 e 4.13 exibem gráficos representativos onde podemos perceber a variação nos valores do índice espectral β, correspondentes às medidas da variação média da posição e da velocidade do elemento responsável pela geração dos valores das séries temporais, conforme os valores apresentados na Tabela 4.1.

A Tabela 4.2 exibe a média dos valores obtidos para o expoente de escala α. As Figuras 4.14 e 4.15 exibem gráficos representativos onde podemos perceber a variação nos valores do expoente de escala α, correspondentes às medidas da variação média da posição e da velocidade do elemento responsável pela geração dos valores das séries temporais, conforme os valores apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 - Médias dos valores obtidos para o expoente de escala α.

	Valores do expoente de escala α													
	1D-X	**Desvio**	**1D-Y**	**Desvio**	**1D-Z**	**Desvio**	**2D-XY**	**Desvio**	**2D-XZ**	**Desvio**	**2D-YZ**	**Desvio**	**3D-XYZ**	**Desvio**
PosX	1.36	0.12	1.27	0.22	1.38	0.16	1.44	0.06	1.45	0.11	1.43	0.06	1.51	0.14
PosY	1.38	0.13	1.22	0.30	1.38	0.16	1.44	0.06	1.44	0.12	1.43	0.06	1.52	0.15
PosZ	1.38	0.13	1.27	0.22	1.35	0.19	1.44	0.06	1.44	0.12	1.43	0.07	1.52	0.14
PosMédia	1.38	0.13	1.25	0.26	1.37	0.18	1.44	0.06	1.44	0.12	1.43	0.07	1.51	0.15
VelX	0.97	0.15	0.89	0.19	0.97	0.15	1.02	0.08	1.01	0.15	0.99	0.09	1.01	0.11
VelY	0.97	0.16	0.89	0.20	0.97	0.15	1.02	0.08	1.01	0.15	0.98	0.09	1.01	0.11
VelZ	0.97	0.16	0.89	0.19	0.97	0.14	1.01	0.08	1.01	0.15	0.98	0.09	1.02	0.11
VelMédia	0.97	0.16	0.89	0.20	0.97	0.15	1.02	0.08	1.01	0.15	0.98	0.09	1.01	0.11

A Tabela 4.3 exibe a média dos valores obtidos para os períodos do GWS que estão acima do nível de 5% de significância do espectro. As Figuras 4.16 e 4.17 exibem gráficos representativos onde podemos perceber a variação nos valores dos

períodos, correspondentes às medidas da variação média da posição e da velocidade do elemento responsável pela geração dos valores das séries temporais, conforme os valores apresentados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3 - Médias dos valores obtidos para o período do GWS

	Valores do período do GWS													
	1D-X	**Desvio**	**1D-Y**	**Desvio**	**1D-Z**	**Desvio**	**2D-XY**	**Desvio**	**2D-XZ**	**Desvio**	**2D-YZ**	**Desvio**	**3D-XYZ**	**Desvio**
PosX	4575.95	1573.09	4220.20	2394.43	4397.68	1884.96	6220.84	1250.16	5933.65	1483.14	5365.07	1824.48	6191.39	1957.04
PosY	4881.36	1303.99	4234.62	2174.32	4397.68	1884.96	5609.77	1278.17	5398.94	1590.73	5781.94	1514.55	6166.42	2103.15
PosZ	4881.06	1304.40	4219.20	2394.20	4490.24	1483.29	5448.82	1448.75	6141.51	1493.36	6123.57	1321.69	6217.15	2123.57
PosMédia	4578.03	1306.65	4143.76	2042.77	4287.76	1416.02	5748.41	1196.67	6003.76	1643.44	5780.63	1643.44	6161.94	2198.55
VelX	463.58	237.42	413.08	376.63	623.52	537.60	598.79	282.37	611.87	484.61	526.19	230.16	1241.62	868.22
VelY	502.99	297.61	398.05	305.96	623.52	537.60	619.65	270.21	755.79	525.40	523.55	279.70	1406.37	858.07
VelZ	502.99	297.61	413.08	376.63	543.71	317.34	619.95	301.13	699.28	630.90	601.20	273.42	1213.42	499.60
VelMédia	517.76	239.98	464.73	439.75	566.04	488.89	646.22	299.02	777.21	580.97	658.46	366.90	1369.92	749.29

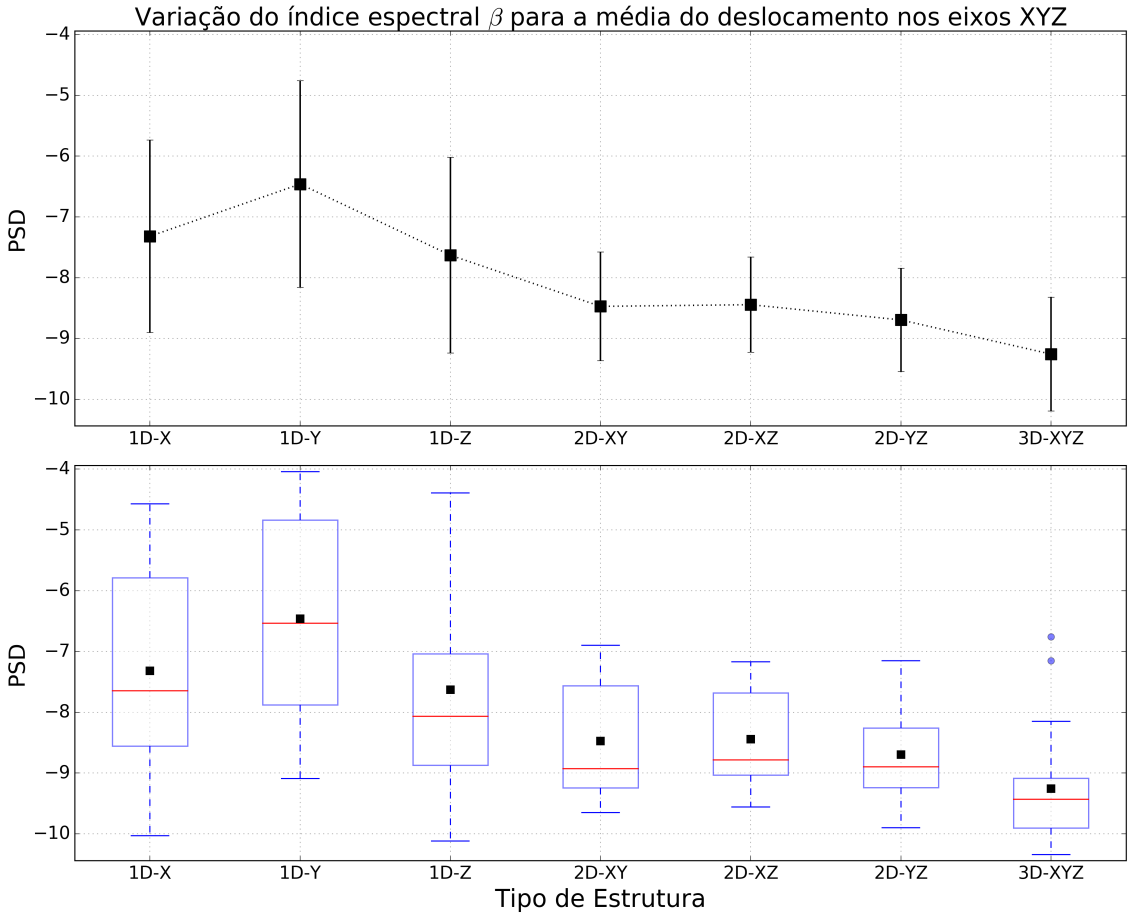
Pela observação das tabelas e figuras apresentadas, podemos perceber que a média dos valores dos índices espectrais β e α, além do período onde ocorreram os picos de energia do GWS, sofreram variações de acordo com o tipo de estrutura utilizada para gerar os dados das simulações realizadas pelo 3DBMO. A representação ilustrada pelos diagramas de caixa mostram que para cada tipo de estrutura os valores espectrais podem sofrer variações levando-se em consideração uma determinada margem de erro.

De acordo com os valores apresentados na Tabela 4.1, e também pela observação das Figuras 4.12 e 4.13, podemos perceber que houve variações nos valores do índice espectral β. Analisando os valores obtidos para o expoente de escala α, apresentados pela Tabela 4.2 em conjunto com as Figuras 4.14 e 4.15, é possível notar que as séries temporais geradas apresentaram características que variaram desde processos anticorrelacionados ($0 < \alpha < 0.5$) até processos caracterizados por correlações de longo alcance ($0.5 < \alpha < 1$), sendo que em alguns casos é possível identificar características que regem processos turbulentos ($\alpha = 1.33$) ou brownianos ($\alpha = 1.5$).

Pelas informações da Tabela 4.3 e das Figuras 4.16 e 4.17, é possível verificar a variação no período de ocorrência do espectro *wavelet*. Essas variações ocorreram tanto para os dados de posição quanto como de velocidade, sendo que para esses últimos podemos notar uma maior variação no período de ocorrência do GWS do que aqueles encontrados nas configurações das estruturas anteriores.

A caracterização quantitativa das diferenças comentadas acima observadas nos domínios espectrais foram realizadas considerando o caso físico mais realístico (e complexo), ou seja, com graus de liberdade tipo 3 (isto é, em X, Y e Z). Considerando

Figura 4.12 - Valores do índice espectral β para a variação média da posição.

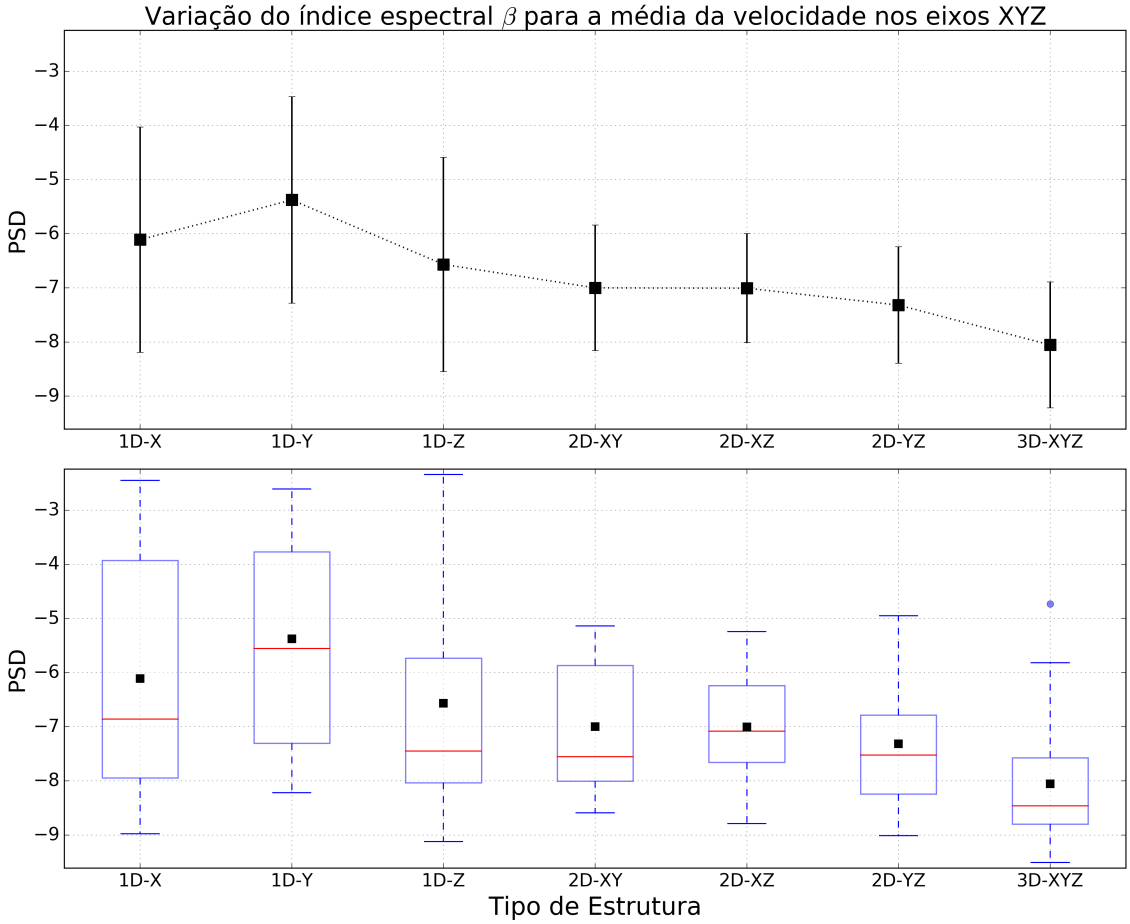


A imagem superior exibe a média dos valores obtidos para o índice espectral β, referentes à variação média do deslocamento na direção dos eixos XYZ. O eixo X representa o tipo de estrutura responsável por gerar os dados da série temporal. O eixo Y representa o intervalo de valores obtidos para o índice espectral β. A imagem inferior exibe o diagrama de caixa, ou *boxplot*, com a representação dos valores estatísticos para a variação do índice espectral β dentro de cada tipo de estrutura.

Fonte: Produção do autor.

os valores médios que foram obtidos é possível perceber uma influência da dimensão na assinatura espectral de um mesmo processo oscilatório. Porém, baseado nas margens de erros, essa influência deve ser explorada considerando um número maior de amostras.

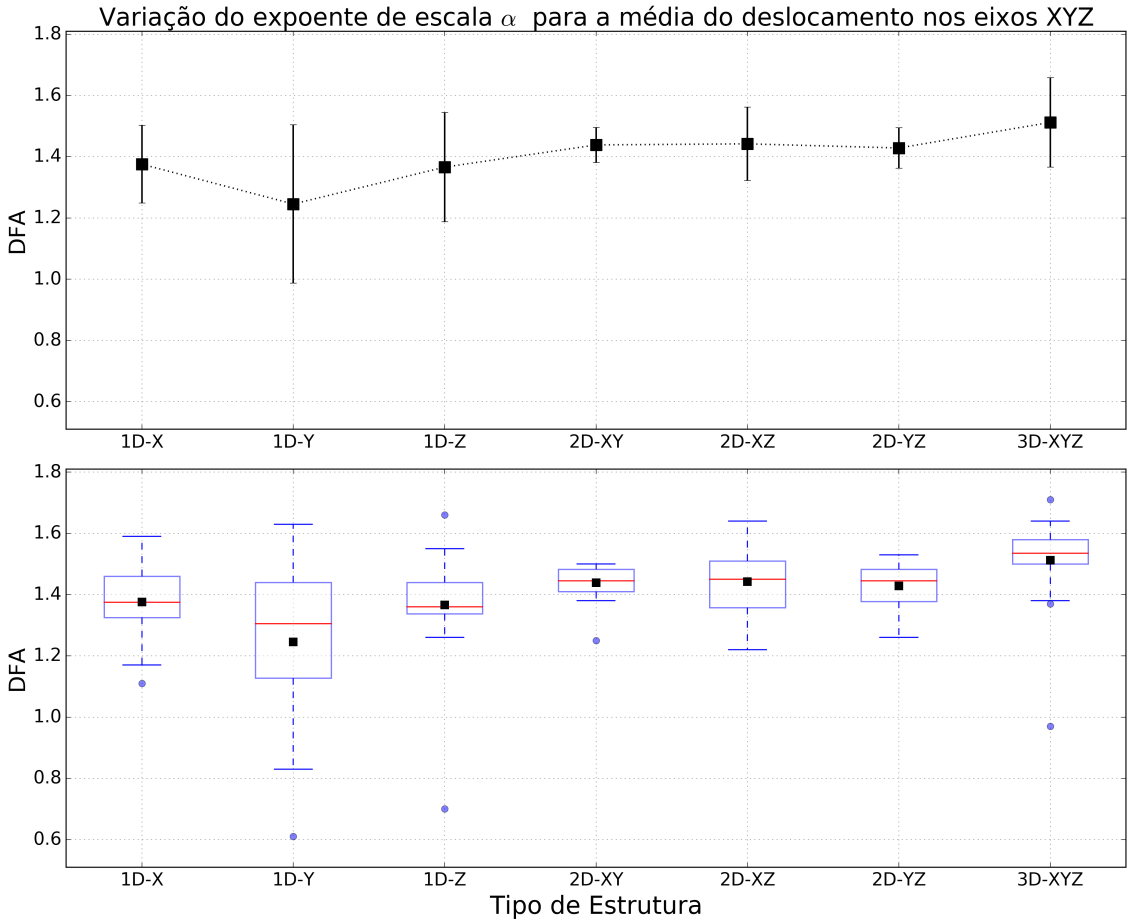
Figura 4.13 - Valores do índice espectral β para a variação média da velocidade.



A imagem superior exibe a média dos valores obtidos para o índice espectral β, referentes à variação média da velocidade na direção dos eixos XYZ. O eixo X representa o tipo de estrutura responsável por gerar os dados da série temporal. O eixo Y representa o intervalo de valores obtidos para o índice espectral β. A imagem inferior exibe o diagrama de caixa, ou *boxplot*, com a representação dos valores estatísticos para a variação do índice espectral β dentro de cada tipo de estrutura.

Fonte: Produção do autor.

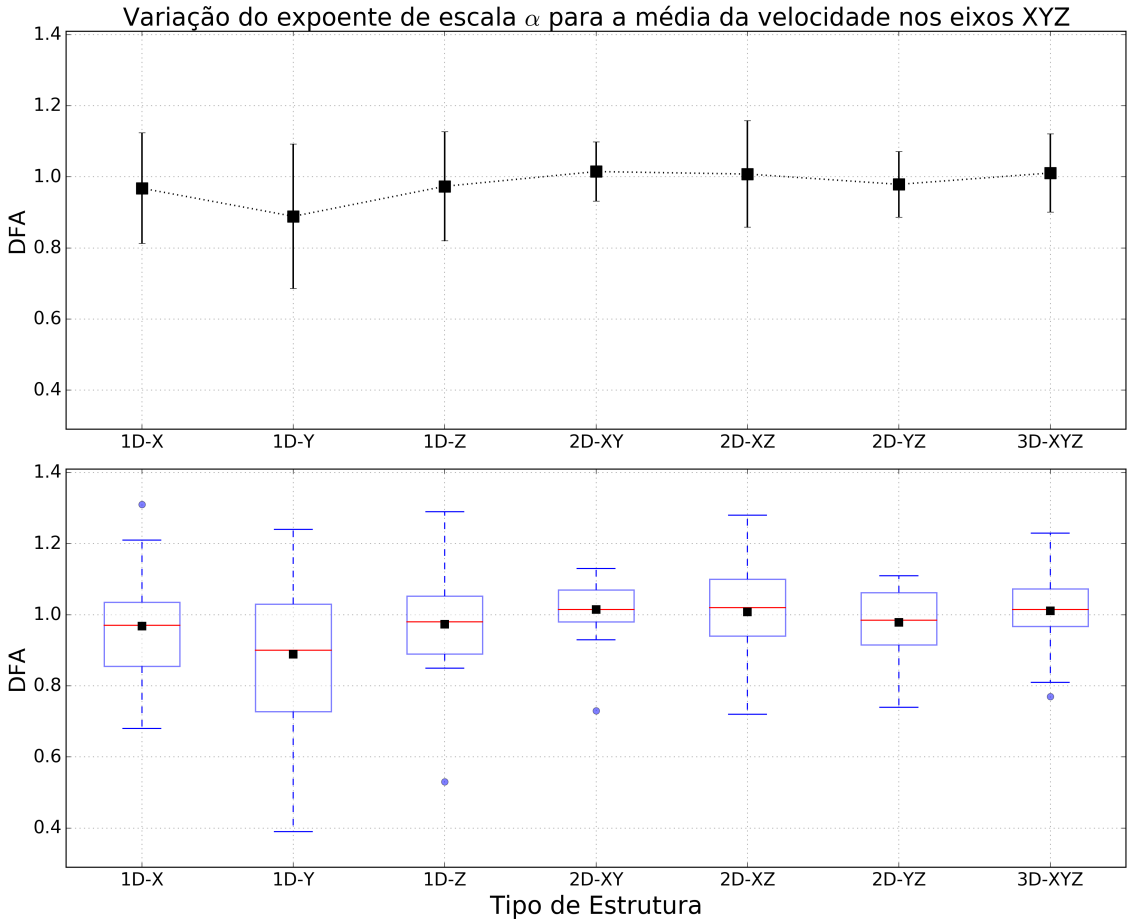
Figura 4.14 - Valores do expoente de escala α para a variação média da posição.



A imagem superior exibe a média dos valores obtidos para o expoente de escala α, referentes à variação média do deslocamento na direção dos eixos XYZ. O eixo X representa o tipo de estrutura responsável por gerar os dados da série temporal. O eixo Y representa o intervalo de valores obtidos para o expoente de escala α. A imagem inferior exibe o diagrama de caixa, ou *boxplot*, com a representação dos valores estatísticos para a variação do expoente de escala α dentro de cada tipo de estrutura.

Fonte: Produção do autor.

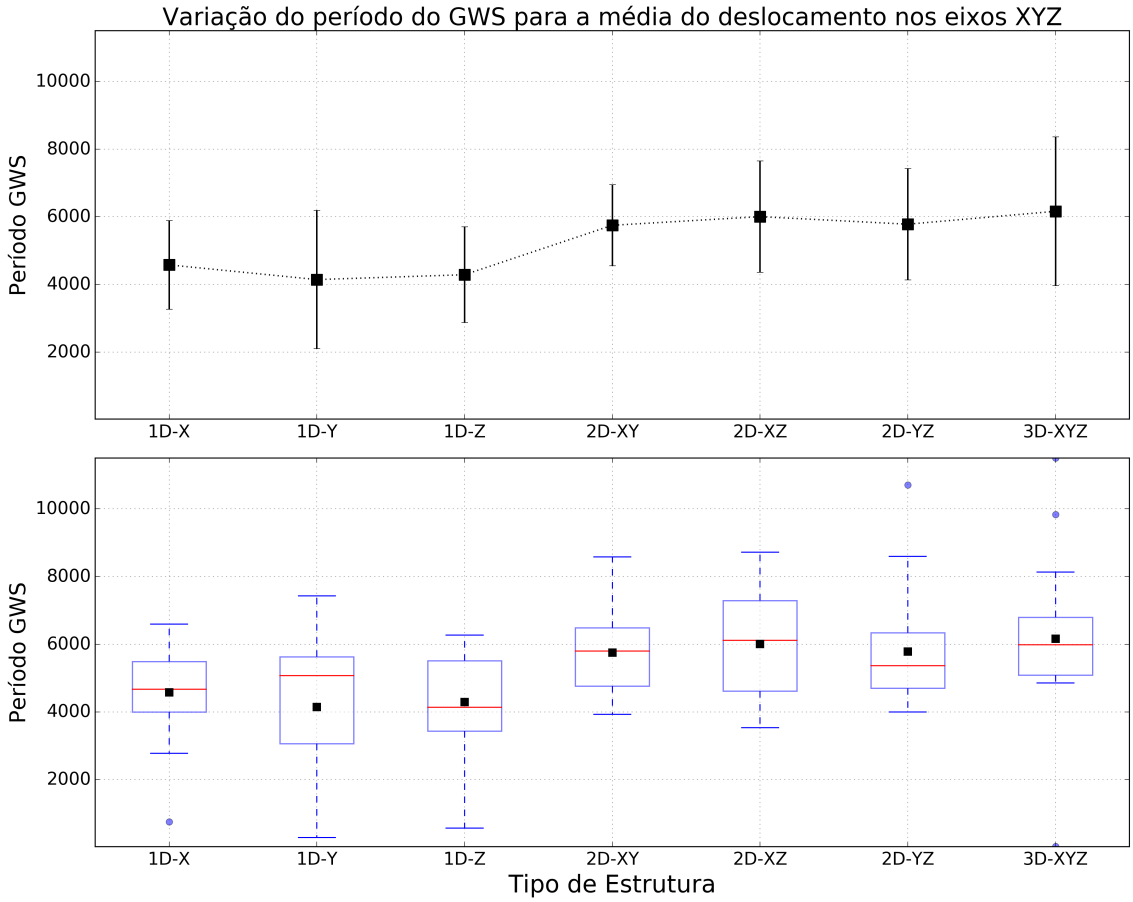
Figura 4.15 - Valores do expoente de escala α para a variação média da velocidade.



A imagem superior exibe a média dos valores obtidos para o o expoente de escala α, referentes à variação média da velocidade na direção dos eixos XYZ. O eixo X representa o tipo de estrutura responsável por gerar os dados da série temporal. O eixo Y representa o intervalo de valores obtidos para o expoente de escala α. A imagem inferior exibe o diagrama de caixa, ou *boxplot*, com a representação dos valores estatísticos para a variação do expoente de escala α dentro de cada tipo de estrutura.

Fonte: Produção do autor.

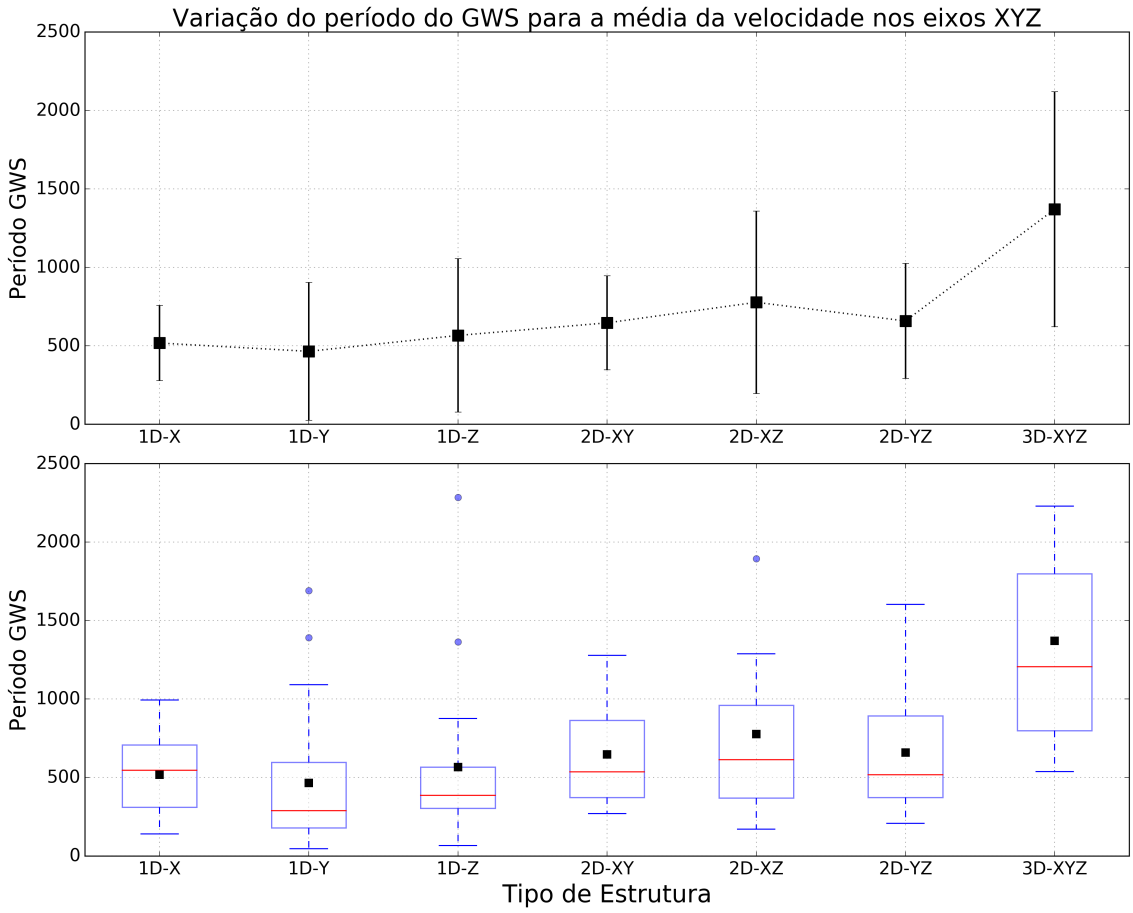
Figura 4.16 - Valores do período do GWS para a variação média da posição.



A imagem superior exibe a média dos valores obtidos para o período do GWS acima do nível de 5% de significância do espectro, referentes à variação média do deslocamento na direção dos eixos XYZ. O eixo X representa o tipo de estrutura responsável por gerar os dados da série temporal. O eixo Y representa o intervalo de valores obtidos para o período do GWS. A imagem inferior exibe o diagrama de caixa, ou *boxplot*, com a representação dos valores estatísticos para a variação do período do GWS dentro de cada tipo de estrutura.

Fonte: Produção do autor.

Figura 4.17 - Valores do período do GWS para a variação média da velocidade.



A imagem superior exibe a média dos valores obtidos para o período do GWS acima do nível de 5% de significância do espectro, referentes à variação média da velocidade na direção dos eixos XYZ. O eixo X representa o tipo de estrutura responsável por gerar os dados da série temporal. O eixo Y representa o intervalo de valores obtidos para o período do GWS. A imagem inferior exibe o diagrama de caixa, ou *boxplot*, com a representação dos valores estatísticos para a variação do período do GWS dentro de cada tipo de estrutura.

Fonte: Produção do autor.

5 CONCLUSÕES

Neste trabalho discutimos a importância de se levar em consideração as interferências dimensionais que podem ocorrer quando da medição e análise de um determinado tipo de fenômeno físico.

Para isso desenvolvemos uma ferramenta computacional denominada *3D Big Mechanical Oscillator* (3DBMO), a qual foi utilizada para a simulação de diversos tipos de ambientes e estruturas para a geração de dados de séries temporais, utilizando equações provenientes do Movimento Harmônico Simples.

Através da configuração dos parâmetros iniciais dessas estruturas simulamos diversos tipos de ambientes para a geração dados. Esse conjunto de informações foi utilizado para auxiliar no estudo da dependência espectral multidimensional onde, através da aplicação de técnicas de análise espectral (cálculo do espectro de potências, do coeficiente de flutuação destendenciada e do espectro global *wavelet*) demonstramos que pode ocorrer variações nos valores médios das medições espectrais de acordo com o tipo de estrutura criada, levando-se em consideração ainda o grau de liberdade utilizado para a movimentação do sistema.

O resultado obtido demonstrou que interferências multidimensionais podem comprometer um determinado tipo de análise. Isso ressalta a importância de não realizarmos suposições considerando apenas uma dimensão espacial do fenômeno.

Essa questão é importante pois as medições realizadas por equipamentos tais como satélites de coleta de dados, dentre outros, podem ser afetadas pela influência de oscilações multidimensionais.

5.1 Implicações em Física Espacial

Os resultados obtidos a partir da aplicação do 3DBMO no contexto desta dissertação têm implicações importantes na física espacial. O principal processo, que inclusive motivou a principal questão deste trabalho, está diretamente relacionado com a natureza das irregularidades de densidade eletrônica observadas na ionosfera terrestre. As principais irregularidades são conhecidas como bolhas de plasmas que são observadas a partir de series temporais da variação de densidade (ou campo elétrico) medidos na camada F da ionosfera a partir de sondas especiais. Uma das principais questões a respeito da natureza destes dados é sobre o tipo de dinâmica não-linear que descreve a disposição e oscilação das bolhas. Com base em espectros de potências, obtidos a partir da FFT das series temporais correspondentes, vários autores

concluem que trata-se de um processo turbulento. Entretanto os valores típicos de variância do espectro são muito altos para garantir que a turbulência homogênea seja de fato o processo principal (FORNARI et al., 2016). Um outro fato que pode ser importante para explicar a alta variância espectral observada é a dimensionalidade das oscilações das bolhas que são observadas a partir de medidas realizadas apenas em uma dimensão, o que pode, perante o resultado obtido nessa dissertação, ser um efeito da dimensionalidade do processo oscilatório. O aprofundamento desta questão é de suma importância e deve ser tratado numa dissertação ou tese complementar que leve em consideração o modelo 3DBMO como um protótipo bem mais simples do que aquele que compõe a ionosfera.

5.2 Sugestões para trabalhos futuros

Como trabalhos futuros relacionados à esta dissertação, propomos os seguintes:

a) Trabalhos com o sistema na configuração atual:

- Criar um amplo banco de dados de séries temporais provenientes da configuração mais física (tipo 3) para o estudo do problema principal (dimensão x frequência) via GWS;
- Analisar a dependência dimensional do espectro de frequências considerando processos mais complexos que incluem, por exemplo, a variação do coeficiente de viscosidade e/ou dinâmica colisional;
- Analisar a dependência dimensional do espectro de frequências utilizando um número maior de amostras e considerando as margens de erro encontradas;
- Elaborar um protótipo cujas características físicas e geométricas possam aproximar a simulação de um caso real em física espacial (por exemplo: bolhas de plasma na ionosfera, oscilações do campo magnético solar, etc).

b) Trabalhos que podem aprimorar o sistema:

- Implementação de novos recursos de interface do 3DBMO. Por exemplo, refinamento dos parâmetros físicos podem ser adicionados de forma a oferecer uma maior variabilidade e flexibilidade para a geração de séries temporais canônicas, inclusive permitindo por exemplo a utilização do *mouse* para a criação de diferentes tipos de estruturas oscilantes.

- Incorporar outras dinâmicas, na forma de grade acoplada, além das que fazem parte do Movimento Harmônico Simples, como por exemplo a equação diferencial ordinária de *Van der Pol* (WEISSTEIN, 2017), podem ser incorporadas para incluir processos de oscilação mais complexos: caóticos, reativos-difusivos, etc.
- Um desafio interessante é realizar a refatoração do código-fonte, reescrevendo o programa para que o mesmo possa aproveitar melhor os recursos computacionais. Novas tecnologias e plataformas também podem ser exploradas para a criação do simulador. Uma boa alternativa seria a utilização da biblioteca em Python para visualização científica interativa denominada VisPy (VisPy, 2016), a qual possui recursos de aceleração por *hardware*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AGUIAR, C. E. **O oscilador harmônico**. 2007. 13 p. Disponível em: <http://www.if.ufrj.br/~carlos/infoenci/notasdeaula/roteiros/aula07.pdf>. Acesso em: 10 de novembro de 2016. 8

AGUIRRE, A. **Uma introdução à análise espectral de séries temporais econômicas**. [s.n.], 1995. Disponível em: <http://EconPapers.repec.org/RePEc:cdp:texdis:td081>. Acesso em: 17 de junho de 2015. 17, 25

AMENDOLA, G. V. **Análise do comportamento da ionosfera a partir de medidas em HF**. 105 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2003. Disponível em: <http://www.pgee.ime.eb.br/pdf/giuseppe_amendola.pdf>. Acesso em: 11 de maio de 2015. 2

BAKER, G. L.; GOLLUB, J. P. **Chaotics dynamics**: an introduction. Canada: Cambridge University Press, 1990. 136 p. 17, 23

BARROS, M. **Processos estocásticos**. Rio de Janeiro: Editora Papel Virtual, 2004. 432 p. 2, 15

BASSALO, J. M. F.; CATTANI, M. S. D. **Osciladores harmônicos clássicos e quânticos**. [S.l.]: Editora Livraria da Física, 2009. 160 p. 11

BOLZAN, M. J. A. Analysis of wavelet transform applied in geophysical. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, SciELO Brasil, v. 26, n. 1, p. 37–41, 2004. 29, 30, 69

BROWN, B. **HF propagation tutorial**: distribution of ionospheric electrons (iii). 2000. Disponível em: <http://www.astrosurf.com/luxorion/qsl-hf-tutorial-nm7m3.htm>. Acesso em: 15 de maio de 2015. 93

BULDYREV, S.; GOLDBERGER, A.; HAVLIN, S.; MANTEGNA, R.; MATSA, M.; PENG, C.-K.; SIMONS, M.; STANLEY, H. Long-range correlation properties of coding and noncoding dna sequences: Genbank analysis. **Physical Review E**, APS, v. 51, n. 5, p. 5084, 1995. 28

CANDIDO, C. M. N. **Estudos de irregularidades do plasma da camada ionosférica e equatorial e de baixas latitudes do setor brasileiro**. 285 p. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2008-03-18 2008. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m17@80/2008/02.29.15.07>. Acesso em: 19 maio 2015. 1, 94

CASON, C.; FROEHLICH, T.; KOPP, N.; PARKER, R. **POV-RAY for Windows.** Persistence of Vision, Raytracer Pty. Ltd, Victoria, Australia, 2004. Disponível em: <http://www.povray.org>. Acesso em: 09 de fevereiro de 2016. 37

CHABAY, R.; GRITSCH, M.; SHERWOOD, B.; DANIELS, S. D.; KLOSS, G.; DENKER, J. **povExport**. 2015. Disponível em: <http://www.povray.org/>. Acesso em: 09 de fevereiro de 2016. 37

CHABAY, R. W. **Matter and interactions**: modern mechanics/electric and magnetic interactions. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2015. 36

CHAPRA, S. C. **Métodos numéricos aplicados com Matlab para engenheiros e cientistas**. [S.l.]: AMGH Editora Ltda., 2013. 655 p. 24

CHATFIELD, C. **The analysis of time series**: an introduction. New York: CRC Press, 2004. 333 p. 15, 17

COOLEY, J. W.; TUKEY, J. W. An algorithm for the machine calculation of complex fourier series. **Mathematics of computation**, JSTOR, v. 19, n. 90, p. 297–301, 1965. 24

CORREIA, P. **Introdução à programação**: Parte ii - python. [s.n.], 2010. Disponível em: <http://www.researchgate.net/publication/268811866_Introduo__programao_Parte_II-Python>. Acesso em: 23 de abril de 2016. 35

CRISTI, R. **Short time fourier transform**. n.d. Disponível em: <http://faculty.nps.edu/rcristi/EO3404/B-Discrete-Fourier-Transform/text/3-STFT.pdf>. Acesso em: 05 de dezembro de 2016. 100

DANTAS, M. d. S. **Análise espectral de padrões-gradiente de séries temporais curtas**. 157 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2008-12-15 2009. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m18@80/2009/02.05.10.55>. Acesso

em: 24 maio 2015. 16, 18, 23, 24, 25, 97, 98, 99, 100, 101, 103, 106, 107, 109, 110, 111, 112, 113, 114, 115

DANTAS, M. d. S. **Um ambiente virtual colaborativo de computação científica para análise avançada de séries temporais**. 201 p. Tese (Doutorado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2014-08-29 2014. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/08.25.14.21>. Acesso em: 23 de abril de 2015. 4, 16, 17, 20, 26, 27, 28

DAUBECHIES, I. **Ten lectures on wavelets**. [S.l.]: SIAM, 1992. 97

DENDY, R. O. **Plasma dynamics**. [S.l.]: Oxford University Press, 1990. 176 p. 2

DOMINGUES, M.; MENDES, O.; KAIBARA, M.; MENCONI, V.; BERNARDES, E. Explorando a transformada wavelet contínua. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, scielo, v. 38, 00 2016. ISSN 1806-1117. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1806-11172016000300416&nrm=iso>. 97, 98, 99, 104

DOMINGUES, M. O.; MENDES, O.; COSTA, A. M. da. On wavelet techniques in atmospheric sciences. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 35, n. 5, p. 831–842, 2005. 106

ELECTRÓNICA. **Frequência**. 2016. Disponível em: <http://www.electronica-pt.com/content/view/194/>. Acesso em: 10 de outubro de 2016. 17

EMBRACE. **EMBRACE**: Estudo e Monitoramento do Clima Espacial Brasileiro. 2014. Disponível em: <http://www2.inpe.br/climaespacial/portal/>. Acesso em: 22 de abril de 2016. 95

FARIA, M. M. A. **Osciladores harmónicos**. 55 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade do Minho, Portugal, 2015. Disponível em: <http://hdl.handle.net/1822/37303>. Acesso em: 10 de outubro de 2016. 7, 8

FEDER, J. **Fractals**. [S.l.]: Plenum, 1988. 22

FORNARI, G.; ROSA, R.; MENESES, F. de; MURALIKRISHNA, P. Spectral fluctuation analysis of ionospheric inhomogeneities over brazilian territory. part i: Equatorial f-region plasma bubbles. **Advances in Space Research**, Elsevier, v. 58, n. 10, p. 2037–2042, 2016. 3, 80

FRISCH, U. **Turbulence**: the legacy of an kolmogorov. [S.l.]: Cambridge University Press, 1995. 25

FUGAL, L. **Conceptual wavelets in digital signal processing: an in-depth, practical approach for the non-mathematician**. [S.l.]: Space & Signals Technical Pub., 2009. 104

GARDNER, W. A. **Statistical spectral analysis**: a nonprobabilistic theory. [S.l.]: Prentice-Hall, Inc., 1988. 566 p. 18

GEÇKINLI, N.; YAVUZ, D. **Discrete Fourier transformation and its applications to power spectra estimation**. [S.l.]: Elsevier Scientific Publishing Company Inc., 2013. 340 p. 24

GEEL, B. V.; RASPOPOV, O.; RENSSEN, H.; PLICHT, J. Van der; DERGACHEV, V.; MEIJER, H. The role of solar forcing upon climate change. **Quartenary Sciences Reviews**, n. 18, p. 331–338, 1999. 2

GOLIŃSKA, A. K. Detrended fluctuation analysis (dfa) in biomedical signal processing: selected examples. **Studies in Logic, Grammar and Rhetoric**, v. 29, p. 107–115, 2012. 26, 28

GRITSCH, M. **A physics-based general 3D mass-spring system**. n.d. Disponível em: <http://kineticskit.sourceforge.net/index.html>. Acesso em: 02 de maio de 2016. 37, 43

GROSSMANN, A.; MORLET, J. Decomposition of hardy functions into square integrable wavelets of constant shape. **SIAM journal on mathematical analysis**, SIAM, v. 15, n. 4, p. 723–736, 1984. 105

GUERRIERO, V. Power law distribution: Method of multi-scale inferential statistics. **Journal of Modern Mathematics Frontier**, Science and Engineering Publishing Company, v. 1, n. 1, p. 21–28, 2012. 26

GUTIERREZ, C. E. C. **Eliminação do ruído por encolhimento de wavelets**: uma aplicação à série de preço spot de energia elétrica do brasil. 84 p. Dissertação (Mestrado) — Pontifícia Universidade Católica (PUC), Rio de Janeiro, 2002. Disponível em: <http://www.dbd.puc-rio.br/pergamum/tesesabertas/5000045931_02_Indice.html>. Acesso em: 10 de dezembro de 2016. 109

HANLY, S. **Vibration analysis**: FFT, PSD and spectrogram basics. 2016. Disponível em:

<http://blog.mide.com/vibration-analysis-fft-psd-and-spectrogram>. Acesso em: 03 de agosto de 2016. 20

HARVEY, A. C. **Time series models**. Oxford: Philip Allan Publishers Limited, 1981. 229 p. 15, 31

HEINZEL, G.; RÜDIGER, A.; SCHILLING, R. **Spectrum and spectral density estimation by the Discrete Fourier transform (DFT), including a comprehensive list of window functions and some new at-top windows**. 2002. Available at: http://hdl.handle.net/11858/00-001M-0000-0013-557A-5. 22

INOVARPROTEC. **Introdução ao movimento harmônico simples**. 2013. Disponível em: <https://www.youtube.com/watch?v=OV7oYedj_bE>. Acesso em: 01 de maio de 2016. 9, 10

JONES, E.; OLIPHANT, T.; PETERSON, P. et al. **SciPy**: Open source scientific tools for Python. 2001. Online. Disponível em: <http://www.scipy.org/>. Acesso em: 23 de abril de 2016. 36

KELLEY, M. C. **The Earth's ionosphere**: plasma physics & electrodynamics. [S.l.]: Academic press, 2009. 93

KIRCHGÄSSNER, G.; WOLTERS, J.; HASSLER, U. **Introduction to modern time series analysis**. [S.l.]: Springer Science & Business Media, 2013. 325 p. 15

KNEUBÜHL, F. K. **Oscillations and waves**. Germany: Springer, 1997. 523 p. 7, 13

KOUTSOYIANNIS, D. A toy model of climatic variability with scaling behaviour. **Journal of Hydrology**, Elsevier, v. 322, n. 1, p. 25–48, 2006. 4

LANZEROTTI, L. J. Space weather effects on technologies. **Space weather**, Wiley Online Library, p. 11–22, 2001. 94

LIMA, P. C. de. Wavelets: uma introdução. **Matemática Universitária**, v. 33, p. 13–44, 2002. 97

MALLAT, S. **A wavelet tour of signal processing**. 3. ed. [S.l.]: Academic Press, 1999. 22, 97

MALLAT, S. G. A theory for multiresolution signal decomposition: the wavelet representation. **IEEE transactions on pattern analysis and machine intelligence**, Ieee, v. 11, n. 7, p. 674–693, 1989. 101, 103

MARQUES, G. C.; OLIVEIRA, L. N. **Oscilações e ondas**: osciladores acoplados. 2012. Disponível em: <http://midia.atp.usp.br/ensino_novo/oscilacoes_e_ondas/ebooks/osciladores_acoplados.pdf>. Acesso em: 20 de novembro de 2016. 31

MATSUOKA, M. T.; CAMARGO, P. d. O.; BATISTA, I. S. Análise da ionosfera usando dados de receptores gps durante um período de alta atividade solar e comparação com dados de digissondas. **Revista Brasileira de Geofísica**, scielo, v. 27, p. 565 – 582, 2009. ISSN 0102-261X. Disponível em: <http://www.scielo.br/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0102-261X2009000400003&nrm=iso>. 1, 93

MCKINNEY, W. **Python for data analysis**. United States of America: O'Reilly Media Inc., 2013. 470 p. 2, 14

MEKO, D. D. **GEOS 585A, applied time series analysis**. 2009. Disponível em: <http://www.ltrr.arizona.edu/~dmeko/geos585a.html>. Acesso em: 10 de outubro de 2016. 16, 17, 18

MERTINS, A. **Signal analysis**: wavelets, filter banks, time-frequency transforms and applications. [S.l.]: John Wiley & Sons, Inc., 1999. 100

MISITI, M.; MISITI, Y.; OPPENHEIM, G.; POGGI, J. M. **Wavelet toolbox**: for use with MATLAB. [S.l.]: The Math Works, Inc., 1997. 106, 108, 110, 112, 113, 114, 115

MOECKE, M. **Princípios de sistemas de telecomunicações**: noções de espectros de frequência. 2006. 161 p. Disponível em: <http://wiki.sj.ifsc.edu.br/wiki/images/1/1d/Apostila_de_PRT_2014-1_(Material_Professores_Saul-Moecke).pdf>. Acesso em: 12 de julho de 2016. 18, 19, 20, 23

MORETTIN, P. A.; TOLOI, C. M. **Séries temporais**. São Paulo: Editora Atual Ltda., 1986. 136 p. 2

_____. **Análise de séries temporais**. São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda., 2006. 538 p. 15, 16, 17, 18

NASA. **Solar storm and space weather - frequently asked questions**: do space weather effects/solar storms affect earth? 2016. Disponível em: <http://www.nasa.gov/mission_pages/sunearth/spaceweather/index.html>. Acesso em: 13 de maio de 2015. 94

NASCIMENTO, M. I. M. **Jean Le Rond D'Alembert**. 2006. Disponível em: <http://www.histedbr.fe.unicamp.br/navegando/glossario/verb_b_jean_le_rond_d.htm>. Acesso em: 01 de novembro de 2016. 11

NEIL, E. **Intro to coupled oscillators**. 2014. Disponível em: <http://www.colorado.edu/physics/phys3210/phys3210_sp14/lecnotes.2014-03-31.Intro_to_Coupled_Oscillators.html>. Acesso em: 24 de maio de 2016. 11

OLIVEIRA, D. d. C. **Osciladores acoplados**: sistemas com dois graus de liberdade. 2008. 31 p. Monografia (Monografia (Licenciatura em Física)) — Universidade Católica de Brasília, Brasília, 2008. Disponível em: <https://www.ucb.br/sites/100/118/TCC/1%C2%BA2008/TCC04Daniel.pdf>. Acesso em: 20 de abril de 2015. 7, 12

OLIVEIRA, H. M. a. D. **Wavelets**: entrando na onda. 2002. Disponível em: <http://faculty.nps.edu/rcristi/EO3404/B-Discrete-Fourier-Transform/text/3-STFT.pdf>. Acesso em: 06 de dezembro de 2016. 101, 102

_____. **Análise de sinais para engenheiros**: uma abordagem via wavelets. [S.l.]: Brasport, 2007. 99

PENG, C.-K.; BULDYREV, S. V.; HAVLIN, S.; SIMONS, M.; STANLEY, H. E.; GOLDBERGER, A. L. Mosaic organization of dna nucleotides. **Physical review e**, APS, v. 49, n. 2, p. 1685, 1994. 22, 26

PEREIRA FILHO, R. D. **Introdução à Ionosfera**. 2002. Disponível em: <http://www.sarmento.eng.br/Ionosfera.htm>. Acesso em: 11 de maio de 2015. 1

PhysioNet. **Detrended Fluctuation Analysis (DFA)**. 2016. Disponível em: <https://www.physionet.org/physiotools/dfa/>. Acesso em: 20 de dezembro de 2016. 64

PIZETTA, D. C. **Osciladores livres, amortecidos, forçados e ressonância**. 2015. Disponível em: <http://www.gradadm.ifsc.usp.br/dados/20151/FCM0104-1/Osciladoreseressonancia.pdf>. Acesso em: 18 de novembro de 2016. 13

REIS, B. M. d. F. **Uso de gráfico de recorrência e transformada wavelet discreta par caracterização de sistemas dinâmicos**. 161 p. Dissertação (Mestrado) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos

Campos, 2016-03-04 2016. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/02.29.19.18>. Acesso em: 02 de dezembro de 2016. 97, 99, 101, 103, 105, 111, 112, 113

RIOUL, O.; VETTERLI, M. Wavelets and signal processing. **IEEE signal processing magazine**, Institute of Electrical and Electronics Engineers, v. 8, n. LCAV-ARTICLE-1991-005, p. 14–38, 1991. 97

ROQUE, A. **Oscilações acopladas e modos normais**. 2012. Disponível em: <http://sisne.org/Disciplinas/Grad/Fisica2FisMed/aula10.pdf>. Acesso em: 22 de abril de 2015. 31

SALOMÃO, L. R. **Estimativa do expoente de Hurst, por meio da transformada Wavelet, de séries temporais de precipitação de chuvas das regiões climáticas do estado de São Paulo no período de 1978 a 1997**. 125 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro, SP, 2006. Disponível em: <http://repositorio.unesp.br/bitstream/handle/11449/91934/salomao_lr_me_rcla.pdf?sequence=1>. Acesso em: 16 de dezembro de 2016. 29, 106

SANCHES, I. J. **Compressao sem perdas de projeções de tomografia computadorizada usando a transformada wavelet**. 136 p. Dissertação (Mestrado) — Universidade Federal do Paraná (UFPR), Paraná, 2001. Disponível em: <http://www.dainf.ct.utfpr.edu.br/~ionildo/wavelet/dissertacao.pdf>. Acesso em: 10 de dezembro de 2016. 106, 110, 111

SANTOS, C. A. G.; FREIRE, P. K. M. M.; TORRENCE, C. A transformada wavelet e sua aplicação na análise de séries hidrológicas. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, v. 18, n. 3, p. 271–280, 2013. 69

SCHERER, D.; DUBOIS, P.; SHERWOOD, B. Vpython: 3d interactive scientific graphics for students. **Computing in Science & Engineering**, v. 2, n. 5, p. 56–62, 2000. Disponível em: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/cise/2/5/10.1109/5992.877397>. 36

SHERWOOD, B.; CHABAY, R. Vpython–3d programming for ordinary mortals. **Earth**, v. 1000, p. 6e24, 2011. 36

SOUZA, V. C. O. d.; ASSIREU, A. T.; ROSA, R. R. Análise de correlação de longo alcance em séries temporais de vento para fins de energia eólica. In:

GHERARDI, D. F. M.; ARAGÃO, L. E. O. e. C. d. (Ed.). **Anais...** São José dos Campos: Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), 2015. p. 1969–1974. ISBN 978-85-17-0076-8. Disponível em: <http://urlib.net/sid.inpe.br/marte2/2015/06.15.15.00.30>. Acesso em: 19 abr. 2017. 26, 29

STERN, D. P. **Newton's second law**: The mks system and the "newton". 2004. Disponível em: <http://www.phy6.org/stargaze/Snewt2nd.htm>. Acesso em: 10 de abril de 2016. 43

SUMMERFIELD, M. **Programação em Python 3**: Uma introdução completa à Linguagem Python. Brasil: Alta Books, 2009. 505 p. 35, 36

TÉCNICO, I. S. **Análise espectral**: outra forma de olhar para os sinais. 2008. Disponível em: <https://nebm.ist.utl.pt/repositorio/download/372/11>. Acesso em: 24 de maio de 2015. 17

TIPLER, P.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**. 6. ed. [S.l.]: Editora LTC, 2009. 8

TIPLER, P. A.; MOSCA, G. **Física para cientistas e engenheiros**: Volume 1: Mecânica, oscilações e ondas, temordinâmica. [S.l.]: Grupo Gen-LTC, 2000. 759 p. 13

TORRENCE, C.; COMPO, G. P. A practical guide to wavelet analysis. **Bulletin of the American Meteorological Society**, v. 79, n. 1, p. 61–78, 1998. 28, 69

TUKEY, J. W. Can We Predict Where 'Time Series' Should Go Next? **Directions in Time Series**, p. 1–31, 1980. 15

VENTURA, S. C. **O astro Sol**. 2016. Disponível em: <http://www.curaeascensao.com.br/sol_arquivos/sol5.html>. Acesso em: 28 de novembro de 2016. 1

VERONESE, T. B.; ROSA, R. R.; BOLZAN, M. J.; FERNANDES, F. R.; SAWANT, H.; KARLICKY, M. Fluctuation analysis of solar radio bursts associated with geoeffective x-class flares. **Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics**, Elsevier, v. 73, n. 11, p. 1311–1316, 2011. 3

VisPy. **VisPy: interactive scientific visualization in Python**. 2016. Disponível em: <www.vispy.org>. Acesso em: 25 de janeiro de 2017. 81

WALKER, J.; HALLIDAY, D.; RESNICK, R. **Fundamentals of physics**. United States of America: John Wiley & Sons Inc., 2014. 1450 p. 7, 8, 9, 12

WEEKS, M. **Processamento digital de sinais utilizando matlab e wavelets**. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos Ltda., 2012. 409 p. 18

WEISSTEIN, E. W. **Van der Pol equation**. 2017. Disponível em: <http://mathworld.wolfram.com/vanderPolEquation.html>. Acesso em: 25 de janeiro de 2017. 81

WICKERT, M. **Signals and systems For dummies**. [S.l.]: John Wiley & Sons, 2013. 387 p. 7, 18, 19, 21, 24

WXPYTHON. **wxPython**. n.d. Disponível em: <https://wxpython.org/>. Acesso em: 09 de fevereiro de 2016. 37

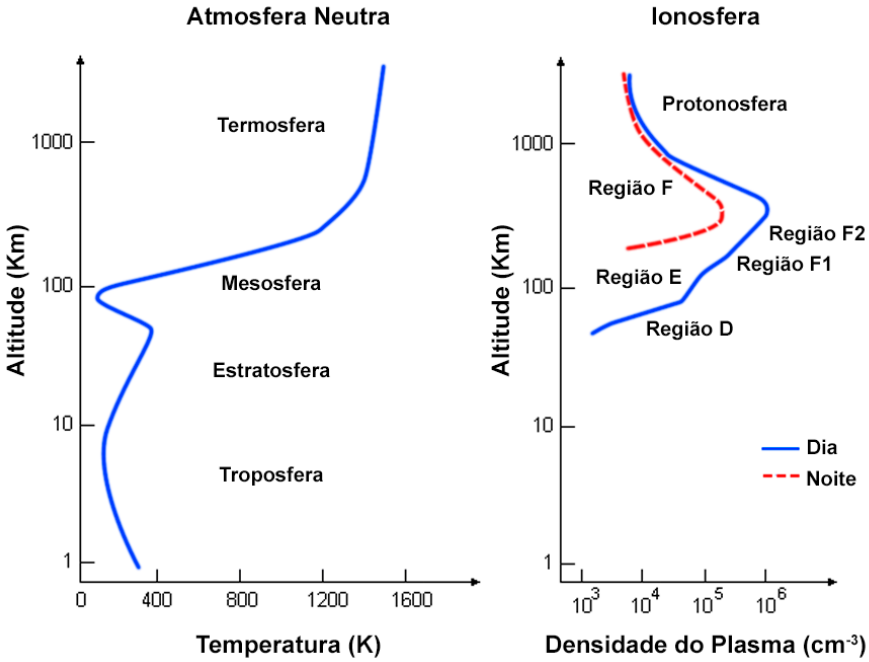
ZILIO, S. C.; BAGNATO, V. S. **Mecânica, calor e ondas**. 2008. 288 p. Disponível em: <http://www.fotonica.ifsc.usp.br/ebook/e-book3d.php>. Acesso em: 10 de outubro de 2016. 7, 8, 9, 11

APÊNDICE A - SISTEMAS FÍSICOS RELACIONADOS

A ionosfera é a porção da atmosfera superior localizada entre aproximadamente 50 km e 1000 km de altitude (MATSUOKA et al., 2009). Essa camada é constituída de íons e elétrons livres, produzidos pela radiação solar e pela incidência de partículas cósmicas. De acordo com Matsuoka et al. (2009), uma onda eletromagnética que atravessa a ionosfera tem a velocidade e direção de propagação alterada, o que caracteriza a ionosfera como um meio dispersivo. A densidade de elétrons varia de acordo com a altitude, formando regiões de maior concentração que definem as camadas da ionosfera.

A Figura A.1 exibe uma comparação entre perfis da atmosfera neutra e ionizada. De acordo com a variação de temperatura, a atmosfera neutra apresenta 4 camadas, enquanto que a ionosfera varia segundo a densidade eletrônica do plasma.

Figura A.1 - Perfis da atmosfera neutra e da ionosfera.

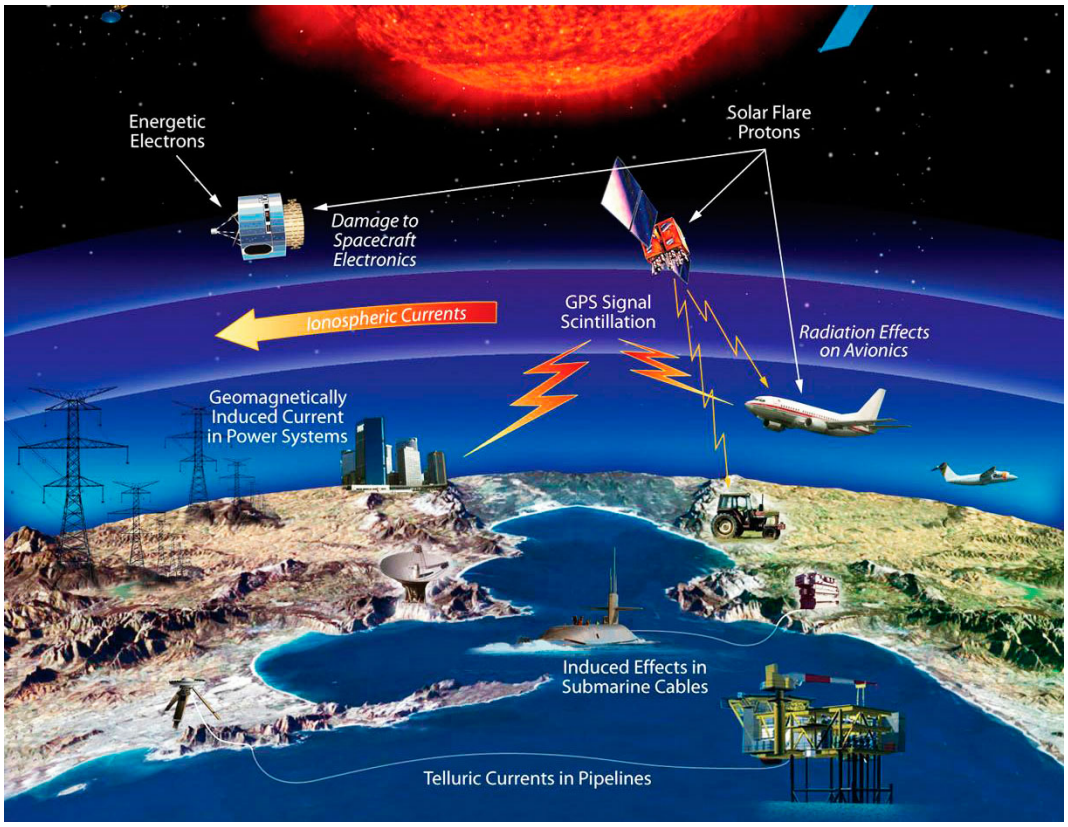


No lado esquerdo temos as divisões para as camadas da atmosfera neutra variando segundo a temperatura. No lado direito temos a classificação para as camadas da ionosfera durante o dia (linha sólida azul) e noite (linha tracejada vermelha) que apresenta variações com a densidade eletrônica do plasma.

Fonte: Adaptado de Brown (2000) e Kelley (2009).

A ionosfera desperta um grande interesse na área de telecomunicações por se tratar do meio de transmissão e propagação de ondas de rádio (CANDIDO, 2008). Seu comportamento dinâmico e suas propriedades físico-químicas fornecem informações importantes sobre os fenômenos relacionados à interação do sistema Sol-Terra, com fortes implicações no estudo do clima espacial. Para Lanzerotti (2001), os projetos ou operações realizadas em muitas das tecnologias atuais devem levar em consideração as interferências provenientes do sistema Sol-Terra e que estão relacionadas com o clima espacial. Os impactos causados por essas interferências incluem a indução de correntes elétricas, a interferência no sinal de satélites e no sinal de redes sem fio, o excesso de ruído em sistemas de comunicações, perdas de sinal, danos em equipamentos, dentre outros, como ilustrado pela Figura A.2.

Figura A.2 - Exemplo de tecnologias e infraestruturas que podem ser afetadas por eventos climáticos espaciais.



Eventos climáticos espaciais, como explosões solares, podem danificar satélites e sistemas de comunicações, interferir na frequência de sinais GPS, causar o rompimento de cabos submarinos e condutores de óleo, dentre outros.

Fonte: NASA (2016).

O termo “clima espacial” refere-se às condições do Sol e do vento solar, magnetosfera, ionosfera e termosfera que podem influenciar a performance e confiabilidade de espaçonaves e sistemas tecnológicos terrestres e que podem afetar a vida humana (EMBRACE, 2014).

APÊNDICE B - ASPECTOS TEÓRICOS SOBRE *WAVELETS*

O conceito de *wavelets*[1] pode ser visto como uma síntese de ideias provenientes de áreas como a Engenharia, a Física e a Matemática pura, que surgiram nas últimas décadas. As *wavelets* fazem parte de um desenvolvimento relativamente recente dentro da área da matemática aplicada, sendo compostas por ferramentas matemáticas bastante simples e que, devido a sua origem interdisciplinar, atraem cientistas e engenheiros de diferentes áreas (DAUBECHIES, 1992).

As *wavelets* são baseadas em conceitos que já existiam sob várias formas em muitos campos diferentes. A formalização e emergência desta teoria é o resultado de um esforço multidisciplinar que reuniu matemáticos, físicos e engenheiros, que reconheceram que estavam desenvolvendo ideias similares de forma independente (MALLAT, 1999).

As transformadas *wavelets* podem ser vistas como mecanismos para decompor ou quebrar sinais nas suas partes constituintes, permitindo analisar os dados em domínios de frequência com a resolução de cada componente amarrada à sua escala. Além disso, na análise de *wavelets* podemos utilizar funções que estão contidas em regiões finitas. Isso faz com que o uso de transformadas *wavelets* seja conveniente na aproximação de dados que apresentem descontinuidades (LIMA, 2002).

De acordo com Domingues et al. (2016), a Transformada de Fourier é uma das técnicas que podem ser empregadas para a análise de um sinal, possibilitando a sua representação por meio de uma soma finita de funções bases senoidais em diferentes frequências. Isso permite utilizar o domínio da frequência para representar um sinal expresso no domínio do tempo (REIS, 2016). Porém, embora permita a representação de um sinal no domínio da frequência, a Transformada de Fourier não fornece informações sobre o domínio temporal. Isso dificulta a análise de sinais com características não-estacionárias, pois, impossibilita dizer quando a partir do sinal transformado no domínio da frequência um determinado evento ocorreu (RIOUL; VETTERLI, 1991).

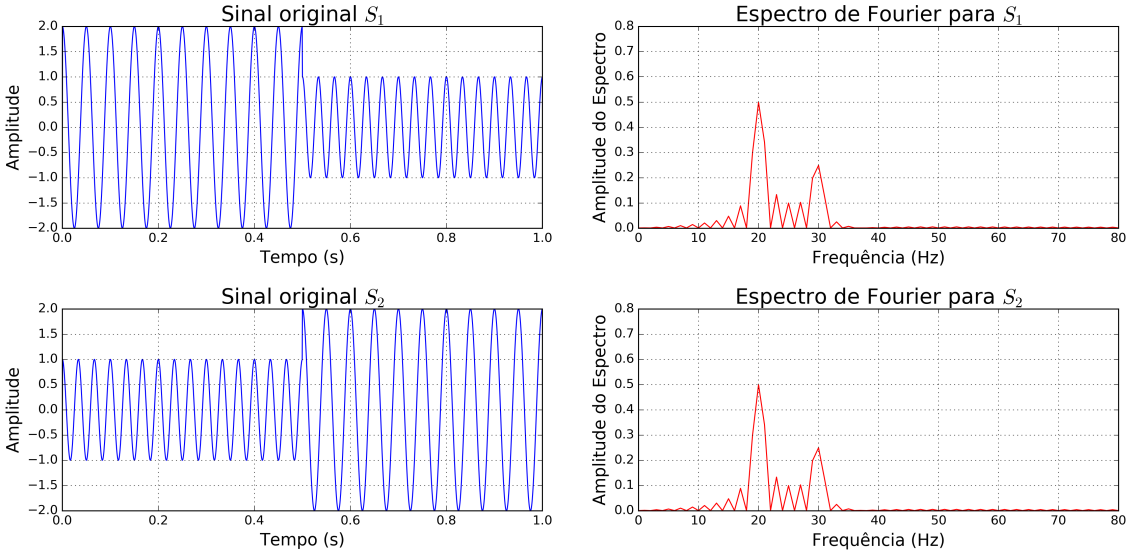
Como exemplo, considere os sinais discretos S_1, representado pela Equação B.1 e S_2, representado pela Equação B.2, conforme descrito por Dantas (2009). Ambos possuem 2048 pontos e sua representação é ilustrada, juntamente com seus espectros, pela Figura B.1.

[1] Do francês "ondalette" - pequena onda.

$$S_1(t) = \begin{cases} 2\ cos(40\ \pi\ t), & 0 < t < 0.5 \\ cos(60\ \pi\ t), & 0.5 < t < 1 \end{cases} \tag{B.1}$$

$$S_2(t) = \begin{cases} cos(60\ \pi\ t), & 0 < t < 0.5 \\ 2\ cos(40\ \pi\ t), & 0.5 < t < 1 \end{cases} \tag{B.2}$$

Figura B.1 - Comparativo entre espectros de Fourier de duas séries temporais diferentes.



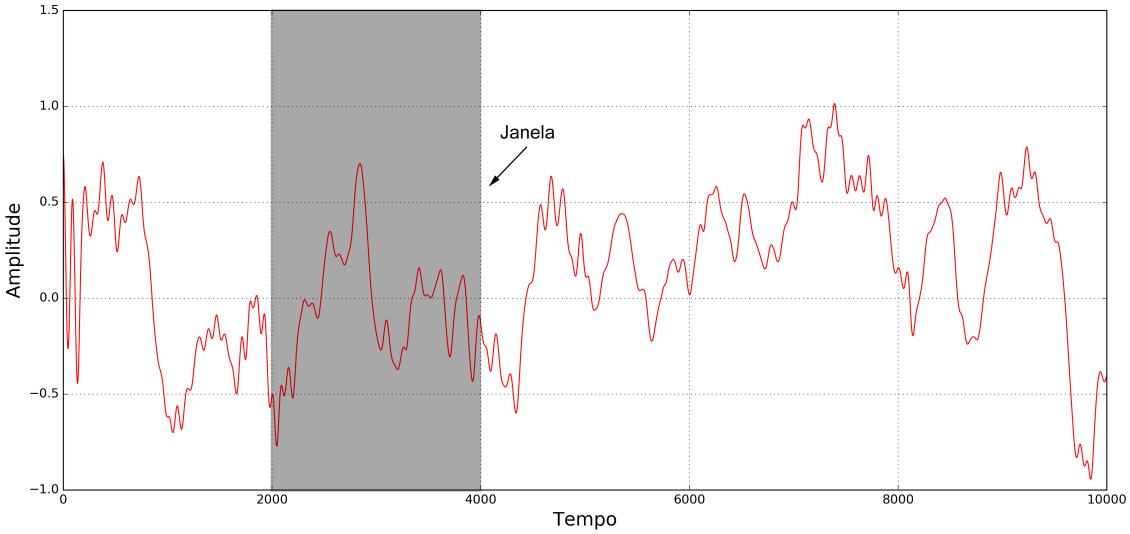
Comparativo entre os espectros dos sinais da Equação B.1 (parte superior) e Equação B.2 (parte inferior). Embora os sinais sejam diferentes, a representação de seus espectros é idêntica, destacando as frequências centrais nos valores de 20Hz e 30Hz. Além disso, a representação espectral não fornece nenhuma informação sobre a localização dessas frequências no tempo.

Fonte: Adaptado de Dantas (2009).

Para que uma representação espectral possa fornecer o instante no tempo em que as frequências estão localizadas é necessário a utilização de uma ferramenta de análise que combine os domínios frequencial e temporal (DOMINGUES et al., 2016). Logo, com o objetivo de se melhorar as características apresentadas pelo método de Fourier surgiram outras alternativas para se realizar a análise no domínio do tempo e da frequência, como a Transformada de Fourier de Tempo Curto, também conhecida por Transformada de Gabor ou Transformada Janelada de Fourier (DANTAS, 2009).

A técnica empregada pela Transformada Janelada de Fourier possibilita a coleta de informações a respeito de frequências de um sinal juntamente com o intervalo onde elas ocorrem. A ideia central é aplicar a Transformada de Fourier em pequenos intervalos do sinal, dentro dos quais o sinal permaneça aproximadamente estacionário (DANTAS, 2009). No entanto, a precisão dessas informações está diretamente relacionada com o tamanho do intervalo, ou janela, utilizado para a análise (REIS, 2016), conforme ilustrado pela Figura B.2.

Figura B.2 - Análise de sinal com o uso de janelas.



A área em destaque representa a janela que será utilizada para realizar a análise local no tempo.

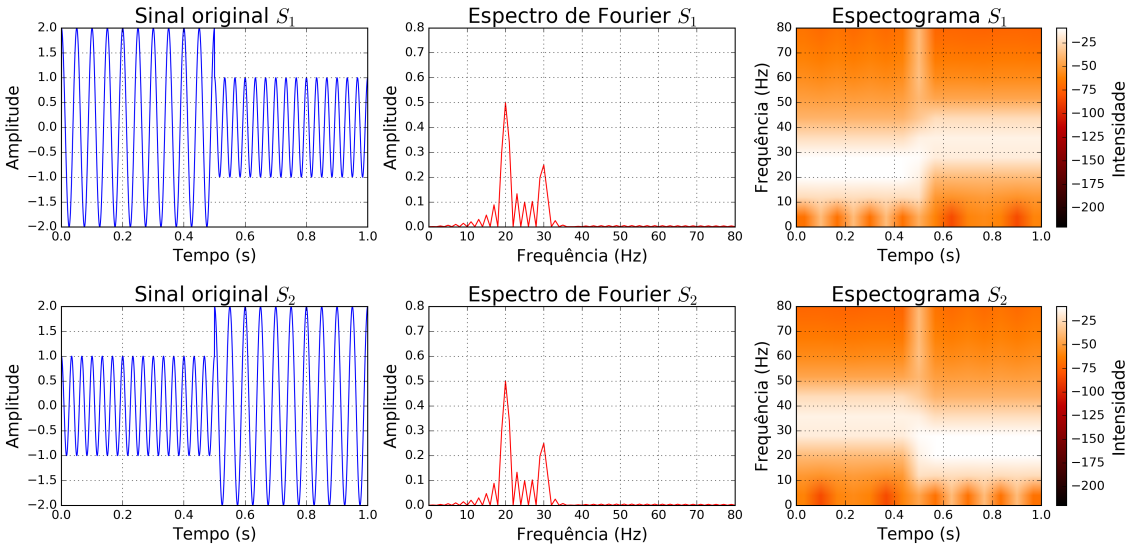
Fonte: Adaptado de Oliveira (2007).

A Transformada Janelada de Fourier é representada pela Equação B.3. Segundo Domingues et al. (2016), a porção desejada do sinal pode ser obtida pela multiplicação do sinal original f por uma função $g(t)$, denominada de função janela, a qual possua valor zero fora do intervalo desejado e satisfaça a condição $\int_{-\infty}^{\infty} |g(t)|^2 \, dt \; < \infty$. O produto de $f(t)g(t-u)$, denominado de sinal janelado, conterá informações de f perto de $t = u$. Com a variação do parâmetro u, podemos deslocar a janela ao longo do eixo com os valores do tempo, realizando assim, a análise de diferentes intervalos dentro do sinal.

$$\hat{f}(u,\xi) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)g(t-u)e^{-i\xi t}dt \tag{B.3}$$

A plotagem da magnitude em módulo quadrado da Transformada Janelada de Fourier é denominada de espectrograma (CRISTI, n.d.). O espectrograma é um gráfico que exibe os valores de um sinal em relação ao tempo e a frequência, utilizando uma escala de cores para indicar a intensidade da densidade espectral de energia. A Figura B.3 ilustra o espectrograma para os sinais S_1 e S_2 referentes a Figura B.1.

Figura B.3 - Espectrograma para para os sinais S_1 e S_2.



Comparativo entre os sinais e espectros referentes a Equação B.1 (parte superior) e Equação B.2 (parte inferior), juntamente com seus respectivos espectrogramas.

Fonte: Produção do autor.

Mesmo com o avanço obtido pela utilização da Transformada Janelada de Fourier, a largura fixa da janela independentemente da frequência que está sendo analisada representa uma limitação, devido ao fato da resolução no tempo e na frequência permanecer constante em todo o plano durante o processo de análise de um sinal (DANTAS, 2009). Essa situação contribuiu para o surgimento de uma técnica de análise mais flexível, a qual foi denominada de Transformada *Wavelet*.

De acordo com Mertins (1999), a Transformada *Wavelet* foi introduzida no início dos anos 80 para ser utilizada como instrumento de avaliação de dados sísmicos

e constitui uma ferramenta moderna que unifica várias técnicas de processamento digital de sinais (DANTAS, 2009).

Uma *wavelet* é uma função em forma de uma pequena onda gerada por deslocamentos e escalonamentos de uma função analisadora $\psi(t)$ (REIS, 2016), capaz de decompor e representar outra função inicialmente descrita no domínio do tempo, de maneira a permitir a análise dessa função em diferentes escalas de frequência e de tempo. Essa decomposição é denominada de Transformada *Wavelet* e possui variações contínua e discreta.

Segundo (OLIVEIRA, 2002), a função analisadora $\psi(t)$ é conhecida como *wavelet* analisadora. Ela atua como um protótipo para a geração de outras funções correspondentes a versões dilatadas e comprimidas da mesma função analisadora $\psi(t)$. De acordo com (REIS, 2016), a função analisadora $\psi(t)$ é geralmente representada pela Equação B.4, onde n é o fator de deslocamento, s é o fator de escala e $\left(\sqrt{s}\right)^{-1}$ é a constante de normalização do $L^2(\mathbb{R})$, utilizada para manter a mesma energia da *wavelet* analisadora, independentemente da escala utilizada.

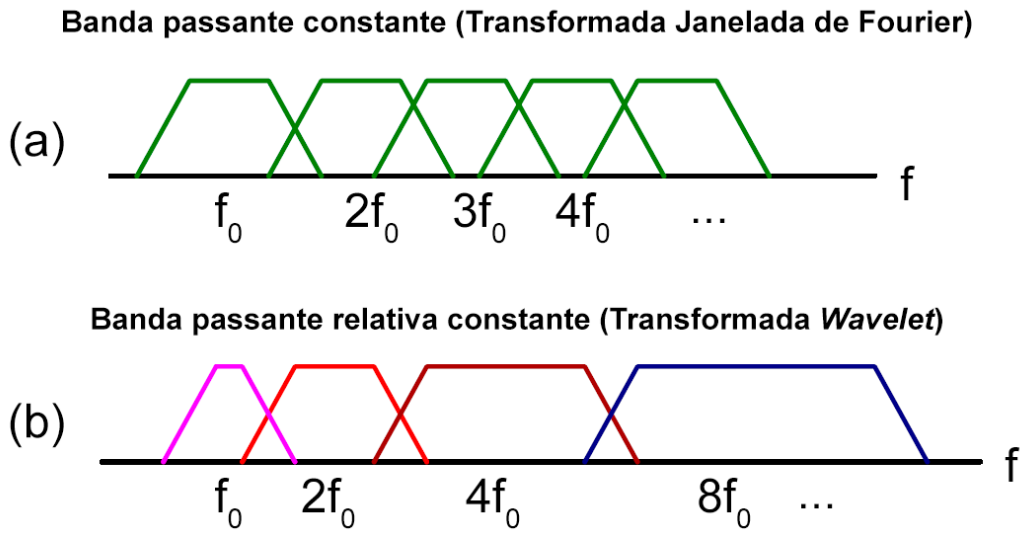
$$\psi(s,n,t) = \frac{1}{\sqrt{s}}\psi\left(\frac{t-n}{s}\right), \quad \text{s, n} \in \mathbb{R};\ s > 0 \tag{B.4}$$

A Transformada *Wavelet* foi criada como uma alternativa a Transformada Janelada de Fourier, visando solucionar o problema da resolução (OLIVEIRA, 2002). Enquanto a janela utilizada pela técnica de Fourier permanece constante em todo o plano tempo-frequência, a técnica utilizado pela Transformada *Wavelet* permite a definição de um banco de filtros em que, após se especificar o formato de um deles, todos os demais serão correspondentes a versões escalonadas de acordo com um fator de escala dependente da frequência, como ilustrado pela Figura B.4.

Como algumas das principais características da DWT temos o fato dela apresentar uma boa compressão da energia do sinal, possibilitar uma reconstrução perfeita com filtros de suporte pequeno, possuir pouca redundância e baixo custo computacional (REIS, 2016). Ainda, as informações fornecidas pela DWT possibilitam a análise de um sinal em diferentes frequências com diferentes resoluções, através de uma ferramenta denominada de análise em multirresolução.

Segundo Mallat (1989), na representação utilizada pela análise de multirresolução cada nível de resolução corresponde a um espaço V_j de funções de $L^2(\mathbb{R})$ que satisfazem a condição dada pela Equação B.5:

Figura B.4 - Análise espectral com banco de filtros.



Na imagem (a), temos os filtros com banda passante constante correspondente a técnica utilizada pela Transformada Janelada de Fourier. Na imagem (b), temos a representação da técnica adotada pela Transformada *Wavelet*, que utiliza filtros baseados em banda passante relativa constante.

Fonte: Adaptado de Oliveira (2002).

$$V_j \supset V_{j+1}, \quad j \in (\mathbb{Z}) \tag{B.5}$$

Além disso, as seguintes propriedades devem ser satisfeitas:

1.Propriedade do aninhamento, onde

$$... \subset V_{-2} \subset V_{-1} \subset V_0 \subset V_1 \subset V_2 \subset ...$$

2.A união dos espaços é dada por $\cup_{j\in\mathbb{Z}} V_j = L^2(\mathbb{R})$.

3.A interseção dos espaços é dada por $\cap_{j\in\mathbb{Z}} V_j = \{0\}$.

4.A propriedade da escala é dada por uma função $f(t) \in V_j \Leftrightarrow f(2t) \in V_{j+1}, \forall_j \in \mathbb{Z}$.

5.A propriedade de invariância do deslocamento é dada por uma função $f(t) \in V_0 \Rightarrow f(t-n) \in V_0, \forall_j \in \mathbb{Z}$.

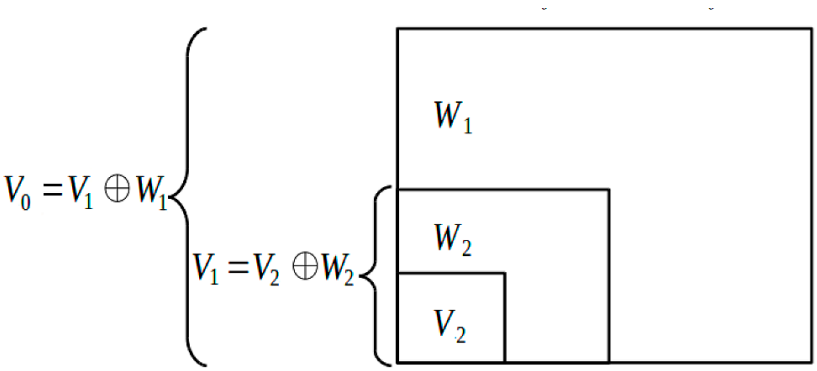
Para esta representação o espaço V_{j+1} apresenta uma resolução menor do que o espaço V_j. Logo, quanto menor a escala j maior a resolução. A diferença entre dois espaços V_j e V_{j+1} é denominada espaço de detalhe W_{j+1}, o qual contém todas as informações necessárias para passar do nível $j+1$ para o nível j (REIS, 2016). Dessa forma,

$$V_j = V_{j+1} \ + \ W_{j+1} \tag{B.6}$$

A Figura B.5 ilustra a relação entre os espaços de escala V e o espaço de detalhes W, também conhecido como espaço das funções *wavelet*. As funções base para o espaço V_j recebem a denominação de funções escala ϕ as funções base para o espaço W_j são denominadas de funções *wavelets* ψ (REIS, 2016), de forma que um sinal $f(t)$ pode ser representado em formato multiescala de acordo com a Equação B.7.

$$f(t) = \sum_{j,k \ \in \ \mathbb{Z}} c_{j,k}\phi_{j,k}(t) + \sum_{j,k \ \in \ \mathbb{Z}} d_{j,k}\psi_{j,k}(t) \tag{B.7}$$

Figura B.5 - Relação entre os espaços V_j e as *wavelets* W_j.

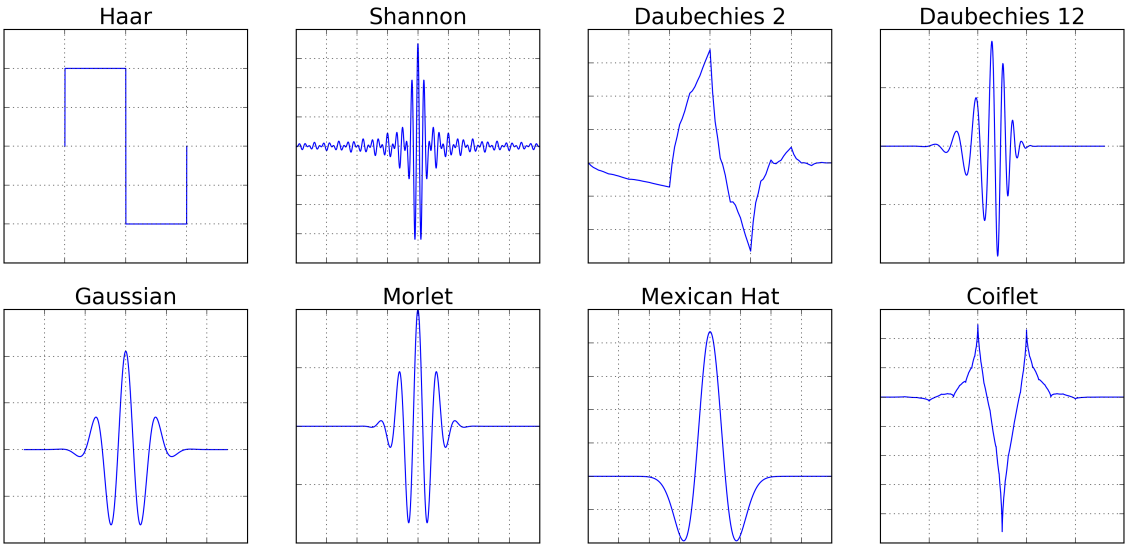


Fonte: Reis (2016).

Os coeficientes $c_{j,k}$ são responsáveis por captar as oscilações de baixa frequência enquanto que os coeficientes $d_{j,k}$ captam as oscilações de alta frequência (DANTAS, 2009), e são calculados de forma mais eficiente através do algoritmo piramidal de Mallat (MALLAT, 1989).

Uma *wavelet* é uma função em forma de onda que possui duração limitada e valor médio zero (FUGAL, 2009). Diferentemente de funções senoidais, as quais teoricamente se possuem um comprimento infinito, as *wavelets* têm um começo e um fim. Existem vários tipos de funções *wavelets* analisadoras que podem ser utilizadas durante o estudo de sinais. Alguns exemplos são apresentados pela Figura B.6.

Figura B.6 - Exemplos de alguns tipos de funções *wavelets*.



Fonte: Produção do autor.

Porém, conforme citado por (DOMINGUES et al., 2016), para ser considerada uma *wavelet*, a função deve satisfazer as seguintes condições:

1. $\int_{-\infty}^{\infty} \psi(t)dt = 0$. Denominada propriedade da admissibilidade, garante que a função *wavelet* tenha uma forma de onda.

2. $\int_{-\infty}^{\infty} |\psi(t)|^2 dt = 1$. Denominada propriedade da energia unitária, permite que a função *wavelet* tenha suporte compacto ou um decaimento rápido de sua amplitude, garantindo sua localização espacial.

3. $\int_{-\infty}^{\infty} t^m \psi(t)dt = 0, 0 \leq m \leq M$. Conhecida como propriedade de momentos nulos, torna possível a análise da regularidade local de um sinal.

4. Caso a função *wavelet* analisadora seja regular e de ordem $n \geq 1$, tal que seus momentos nulos até essa ordem também sejam iguais a zero, suas

derivadas de primeira ordem também são zero em $\xi = 0$. Dessa forma, a Tranformada *Wavelet* de uma função $f(t) = t$ também é igual a zero. Essa característica é responsável por detectar a regularidade da função *wavelet* analisadora.

Transformada *Wavelet* pode ser classificada em contínua ou discreta. A Transformada *Wavelet* Contínua (CWT[2]) é uma transformada integral linear que pode ser utilizada para explorar as características presentes em sinais não-estacionários, extraindo informações em certas bandas de frequência e/ou detectando detectando estruturas locais presentes (GROSSMANN; MORLET, 1984).

A CWT permite a decomposição de um sinal em diferentes componentes de frequências, fornecendo como saída um escalograma que representa o módulo ao quadrado das amplitudes dos coeficientes *wavelet*, o que torna possível realizar a verificação de como a energia do sinal varia no tempo t e na escala s. Os parâmetros de escala s e de deslocamento n da CWT são contínuos. A transformada pode ser obtida pela Equação B.8, onde $f(t)$ representa a série temporal e ψ^* indica o conjugado complexo na norma $L^2(\mathbb{R})$:

$$W(s,n) = \frac{1}{\sqrt{s}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)\psi^* \left(\frac{t-n}{s}\right) dt \tag{B.8}$$

Os padrões obtidos pelo escalograma são mais ou menos redundantes e dependem do tipo de *wavelet* utilizada. Para resolver problemas práticos, o custo computacional da CWT é de alta complexidade (N^2). No sentido de se resolver isso encontrou-se uma formulação discreta e ortogonal a criação da ferramenta de análise multirresolução (MR) por S. Mallat no início dos anos 90, denominada Transformada *Wavelet* Discreta (DWT[3]), cujo objetivo é tentar minimizar essa redundância. Nesse tipo de transformada os parâmetros de escala s e deslocamento n assumem valores discretos. Isso permite que um número discreto de *wavelets* seja gerado quando os valores dos fatores de escala e de deslocamento são restritos a $s = s_0^j$ e $n = ks_0^j n_0$, onde $s_0 > 1$, $n_0 > 0$ e $j, k \in \mathbb{Z}$ (REIS, 2016). Isso permite a construção de funções *wavelets* $\psi_{j,k}(t)$ ortonormais descritas pela Equação B.9:

$$\psi(k,j,t) = s_0^{-j/2}\psi\left(s_0^{-j}t - kn_0\right) \tag{B.9}$$

[2]Do inglês, *Continuous Wavelet Transform.*
[3]Do inglês, *Discrete Wavelet Transform.*

Assumindo dilatações binárias e translações unitárias, ou seja, $s_0 = 2$ e $n_0 = 1$, as funções *wavelets* constituem uma base ortonormal para $L^2(\mathbb{R})$, sendo obtidas conforme a Equação B.10. Isso facilita a implementação de cálculos computacionais.

$$\psi(k, j, t) = 2^{-j/2}\psi\left(2^{-j}t - k\right) \tag{B.10}$$

Conforme Dantas (2009), a análise de sinais utilizando *wavelets* consiste na aproximação de uma função através de uma combinação linear de funções básicas (*wavelets*), de maneira que seja possível obter uma boa representação da função original tanto no domínio temporal como no domínio das frequências. A análise por meio da *wavelets* realiza a decomposição de um sinal por meio de operações de dilatação e translação da *wavelet* mãe, Equação B.4. Essas operações geram o espaço $L^2(\mathbb{R})$, conhecido como espaço de funções quadraticamente integráveis, ou seja, de energia finita (SANCHES, 2001).

Pela Equação B.4, o parâmetro s corresponde a informação de escala e o parâmetro n corresponde a informação de translação. A escala s é responsável pela dilatação ($s > 1$) ou compressão $s < 1$) da *wavelet* analisadora. O valor de n indica o conceito de translação, responsável pelo ponto de início dessa função dentro de uma série temporal. Para exemplificar essas operações, considere a função de Haar, proposta em 1909 pelo matemático húngaro Alfred Haar, cuja definição de sua função ψ é dada pela Equação B.11:

$$\psi(t) = \begin{cases} 1, & 0 \leq t < 0.5 \\ -1, & 0.5 \leq 1 \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \tag{B.11}$$

A Figura B.7 ilustra exemplos do comportamento dessa função para diferentes valores de escala s e deslocamento n.

A CWT representa a soma do sinal multiplicado pela *wavelet* analisadora, juntamente com as versões transladadas e escalonadas, ao longo de todo o sinal (SALOMÃO, 2006). Os procedimentos para a sua obtenção são fornecidos em (MISITI et al., 1997), e são compostos pelas seguintes etapas:

1. Escolha uma função *wavelet*, a qual deve ter certas características de acordo com o sinal a ser analisado (DOMINGUES et al., 2005).

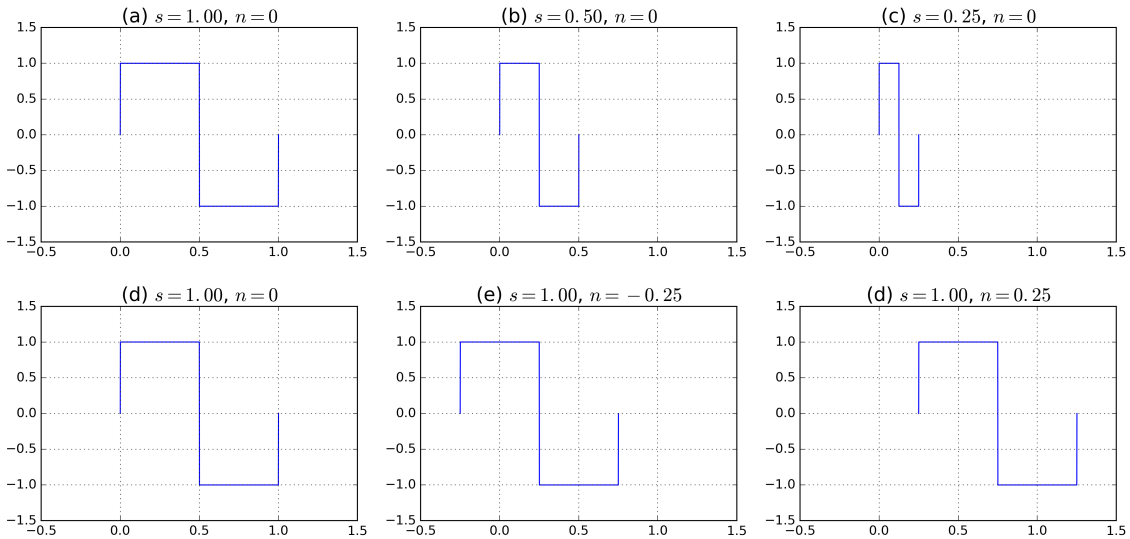
2. Calcule os coeficientes C, que representam o quanto a *wavelet* está correlacionada com a seção do sinal. Quanto maior for o valor obtido para C, maior a similaridade entre a *wavelet* e a seção do sinal. O resultado obtido irá depender da forma escolhida para a função *wavelet*.

3. Realize um deslocamento da *wavelet* para a direita e repita os procedimentos 1 e 2 até cobrir todo o sinal.

4. Altere a escala utilizada para a *wavelet* e repita os procedimentos 1, 2 e 3.

5. Repita os passos de 1 a 4 para todas as escalas.

Figura B.7 - Exemplos de dilatação, compressão e translação para a *wavelet* de Haar.



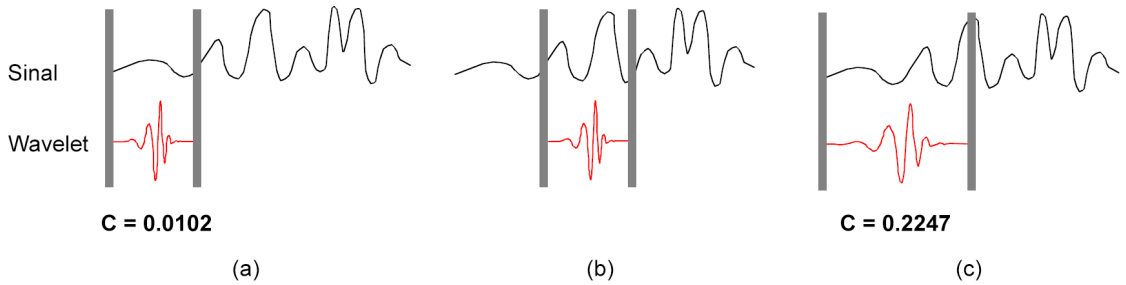
Na parte superior temos exemplos de dilatação e compressão, onde (a) $s = 1$, $n = 0$, (b) $s = 0.5$, $n = 0$ e (c) $s = 0.25$, $n = 0$. Na parte inferior, temos exemplos de translação, onde (c) $s = 1$, $n = 0$, (d) $s = 1$, $n = -0.25$ e (e) $s = 1$, $n = 0.25$.

Fonte: Produção do autor.

Ao término da aplicação desses procedimentos teremos produzido coeficientes *wavelet* em diferentes escalas e seções do sinal, como ilustra a Figura B.8, os quais constituem os resultados de uma regressão do sinal original realizado nas *wavelet*.

Conforme cita Dantas (2009), os coeficientes *wavelets* das escalas maiores estão associados às *wavelets* que possuem a maior dilatação e as escalas menores representam as *wavelets* mais comprimidas. Quanto maior for a dilatação da *wavelet*, maior será

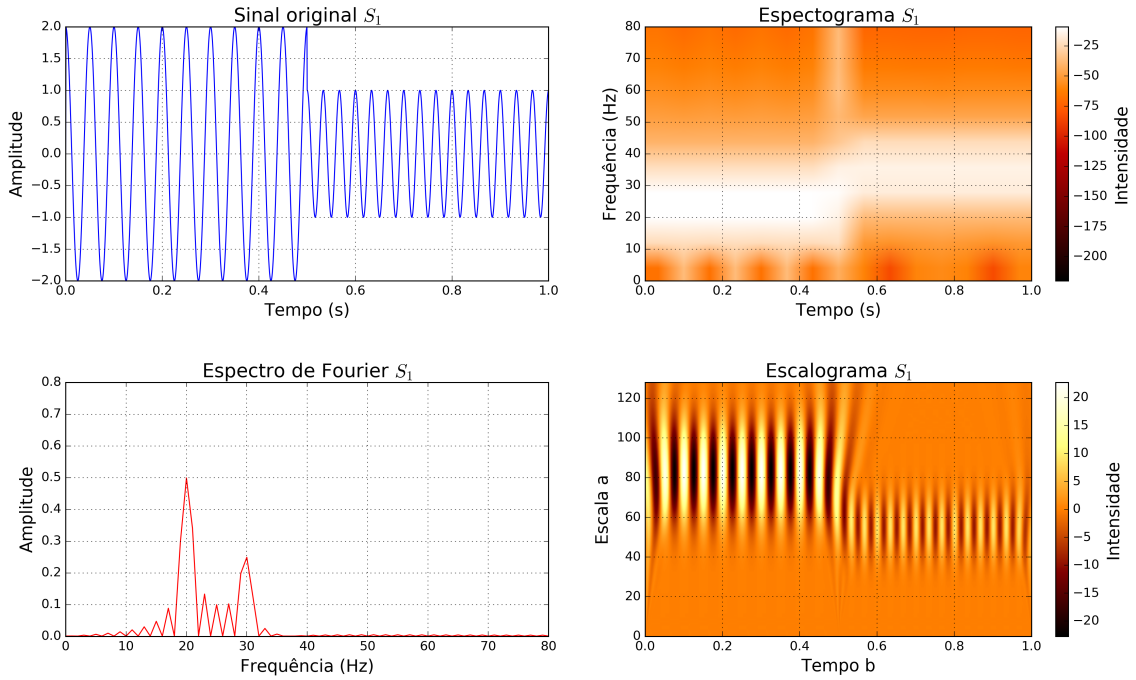
Figura B.8 - Representação dos procedimentos para se obter a CWT de um sinal.



(a) Comparação da *wavelet* com o início do sinal e cálculo do coeficiente de correlação C. (b) Deslocamento da *wavelet* através de todo o sinal. (c) Alteração da escala da *wavelet* e cálculo do coeficiente de correlação C.

Fonte: Misiti et al. (1997).

Figura B.9 - Comparativo entre o espetrograma e escalograma de um sinal.



Sinal original S_1 e a representação de seu espectro de potências e espectrograma, além do escalograma da transformada *wavelet* em função da escala (função de Morlet).

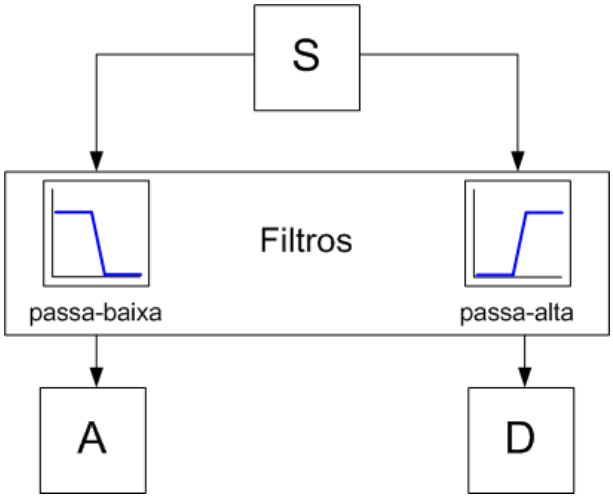
Fonte: Produção do autor.

a seção do sinal com o qual ela estará sendo comparada. Assim, as características mais visíveis estarão sendo medidas pelos coeficientes *wavelets*, como demonstra a representação comparativa da Figura B.9.

O cálculo dos coeficientes de todas as possíveis escalas exige um grande esforço computacional, além de gerar informação redundante (DANTAS, 2009). Para sinais unidimensionais, a CWT gera uma representação no espaço tempo-escala. Para Dantas (2009), uma alternativa ao cálculo da CWT seria a realização da análise utilizando a DWT.

De acordo com Gutierrez (2002), a DWT pode ser interpretada como sendo uma filtragem seguida de uma decimação, ou *downsamplig*, do sinal. O processo de filtragem em um nível mais básico é ilustrado na Figura B.10.

Figura B.10 - Exemplo do processo de filtragem básica de um sinal.

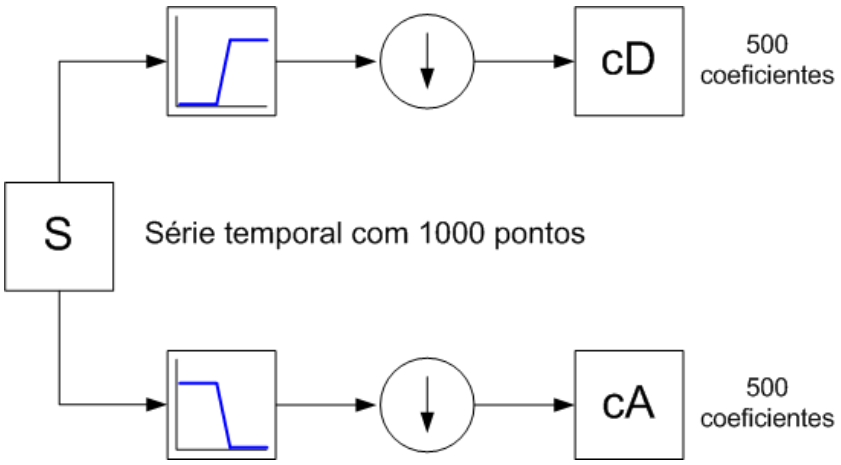


O sinal original S passa por dois filtros complementares, gerando dois novos sinais. Fonte: Dantas (2009).

A aplicação de filtros em uma série temporal duplica o número de dados. Entretanto, ao aplicarmos a operação de *downsamplig* diminuímos a taxa de amostragem do sinal, eliminando dados ou pontos intercalados (DANTAS, 2009). Um exemplo desse processo é ilustrado na Figura B.11.

No caso de uma série temporal composta, a aplicação da DWT permite a separação dos componentes de alta e baixa frequência, como o exemplo demonstrado a

Figura B.11 - Exemplo de processo de filtragem associado ao *downsampling*.



No primeiro bloco a série temporal original possui um total de 1000 pontos. Após passar pelos filtros passa-baixa e passa-alta, sofre a decimação e dá origem aos coeficientes *wavelets*, cada um com metade da dimensão da série temporal original. *cA* representa os coeficientes de aproximação e *cD* representa os coeficientes de detalhes.

Fonte: Dantas (2009).

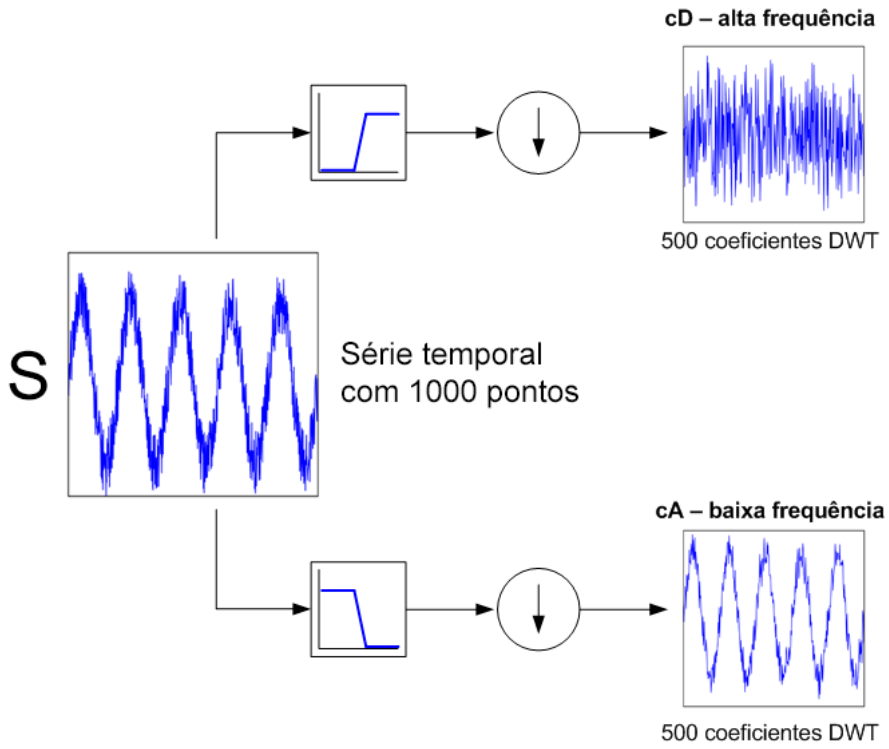
Figura B.12.

A DWT emprega dois conjuntos de funções denominadas funções de escala e funções *wavelet*, os quais estão associados com filtros passa-baixo e passa-alta, respectivamente. Ela é calculada através da análise do sinal em diferentes bandas de frequência, com diferentes resoluções, pela decomposição do sinal em componentes de aproximação e componentes de detalhe. Os componentes de detalhe são responsáveis por armazenar informações necessárias que permitem a reconstrução do sinal a partir dos componentes de aproximação (SANCHES, 2001).

O processo de decomposição utilizado na implementação da DWT é iterativo e conta com sucessivas decomposições nos coeficientes de aproximação, o que possibilita a visualização da série temporal em resoluções cada vez menores (MISITI et al., 1997). Dessa forma, obtém-se a chamada árvore de decomposição *wavelet* multinível, ilustrada pela Figura B.13.

A decomposição é realizada de maneira iterativa até que o nível de detalhe seja composto de uma única amostra, determinando a quantidade de níveis de decomposição, o qual pode ser estabelecido de forma mais apropriada de acordo com a natureza ou

Figura B.12 - Exemplo de aplicação da DWT em uma série temporal real.



A figura demonstra a aplicação da DWT para separar os componentes de alta e baixa frequência de uma série temporal composta por uma senoide na qual foram adicionados ruídos de alta frequência.

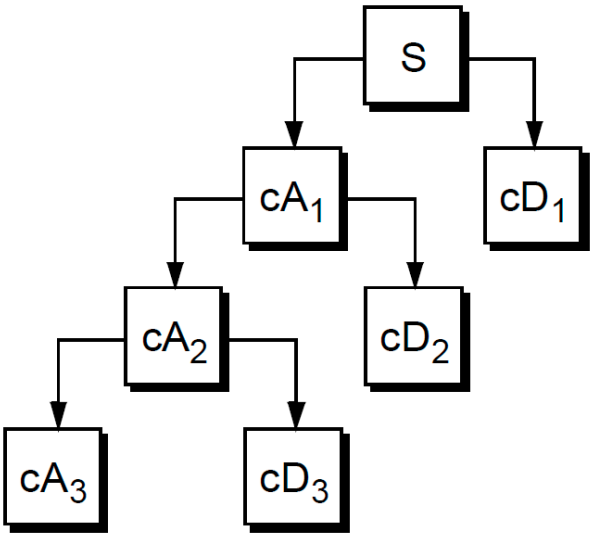
Fonte: Adaptado de Dantas (2009).

critério de entropia adotado para o sinal (DANTAS, 2009).

De acordo com Reis (2016), teoricamente essa decomposição pode seguir de forma indefinida. Porém, na prática, o nível de decomposição é baseado na natureza do sinal ou nas faixas de escala de interesse. A decomposição do sinal em diferentes bandas de frequência é obtida através de sucessivas filtragens passa-baixa e passa-alta do sinal no domínio do tempo. Os filtros passa-baixa e passa-alta juntos constituem um banco de filtros (SANCHES, 2001). Essa decomposição em sub-bandas pode ser vista como uma estrutura de filtros, a qual pode ser implementada conforme ilustrado pela Figura B.14, onde H denota o filtro passa-alta (*highpass*) e L denota o filtro passa-baixa (*lowpass*).

Os componentes gerados na decomposição de uma série temporal também permitem a recomposição da mesma sem que haja perda de informação, através de um processo

Figura B.13 - Esquema da árvore de decomposição *wavelet* multinível de uma série temporal.



Fonte: Misiti et al. (1997).

denominado de reconstrução ou síntese. Essa operação matemática é conhecida como Transformada Discreta Inversa de *Wavelet* (IDWT[4]) (DANTAS, 2009).

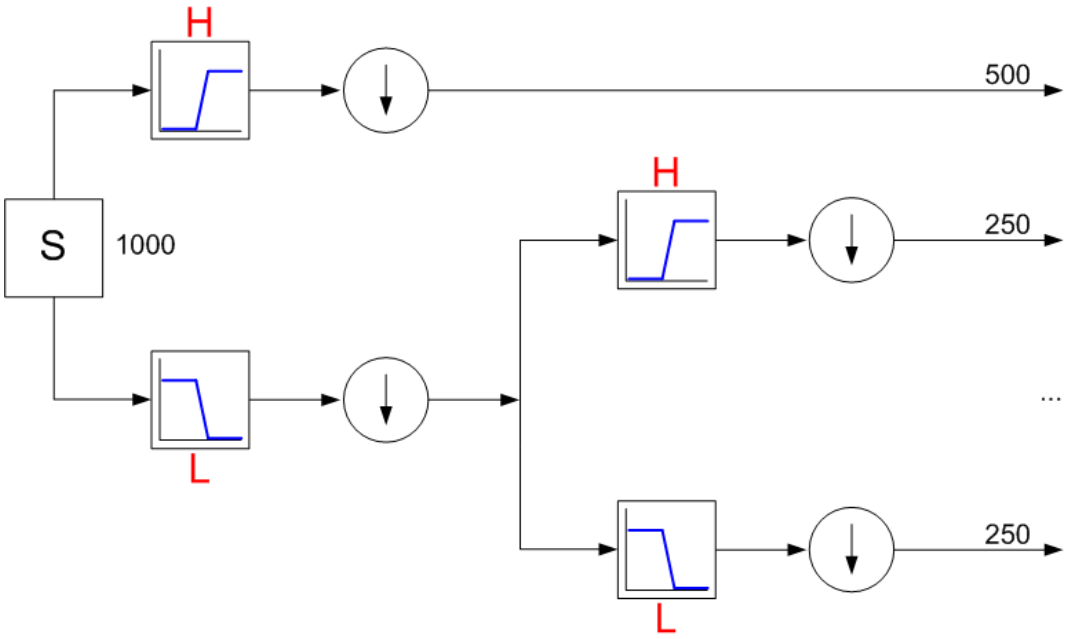
A reconstrução de um sinal envolve o processo de aumentar o segmento do sinal através da inserção de zeros entre os valores da amostras, o qual é denominado de *upsampling* (MISITI et al., 1997). Tal procedimento pode ser visualizado através da Figura B.15.

Após o *upsampling*, o sinal é filtrado utilizando os filtros de reconstrução H' (passa-alta) e L' (passa-baixa). Esse processo é responsável por reconstruir o sinal original. Caso o sinal original tenha sido decomposto em mais de um nível, o processo de reconstrução deve iniciar no último nível de decomposição e ser repetido até a recuperação do sinal original (REIS, 2016). A Figura B.16 ilustra o esquema de reconstrução de um sinal.

De acordo com Dantas (2009), os filtros de decomposição passa-baixa (L) e passa-alta (H), em conjunto com seus respectivos filtros de reconstrução (L' e H'), formam um sistema que é denominado de Filtro de Quadratura Espelhado (QMF[5]). O al-

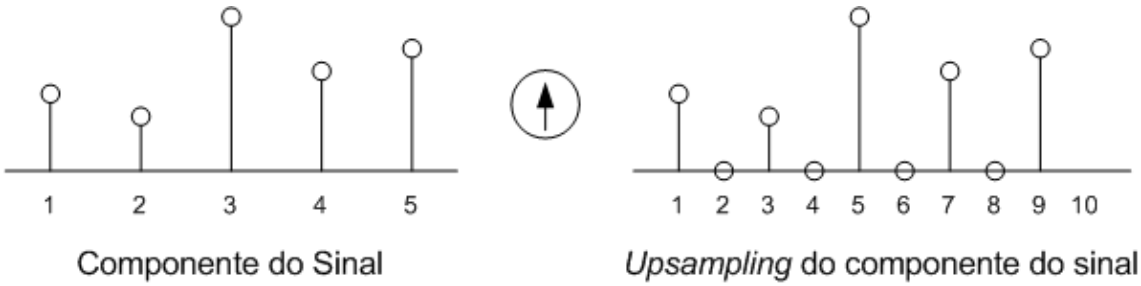
[4]Do inglês, *Inverse Discrete Wavelet Transform*.
[5]Do inglês, *Quadrature Mirror Filter*.

Figura B.14 - Esquema de decomposição de uma série temporal em sub-bandas.



Fonte: Dantas (2009).

Figura B.15 - Exemplo do processo de *upsampling*.



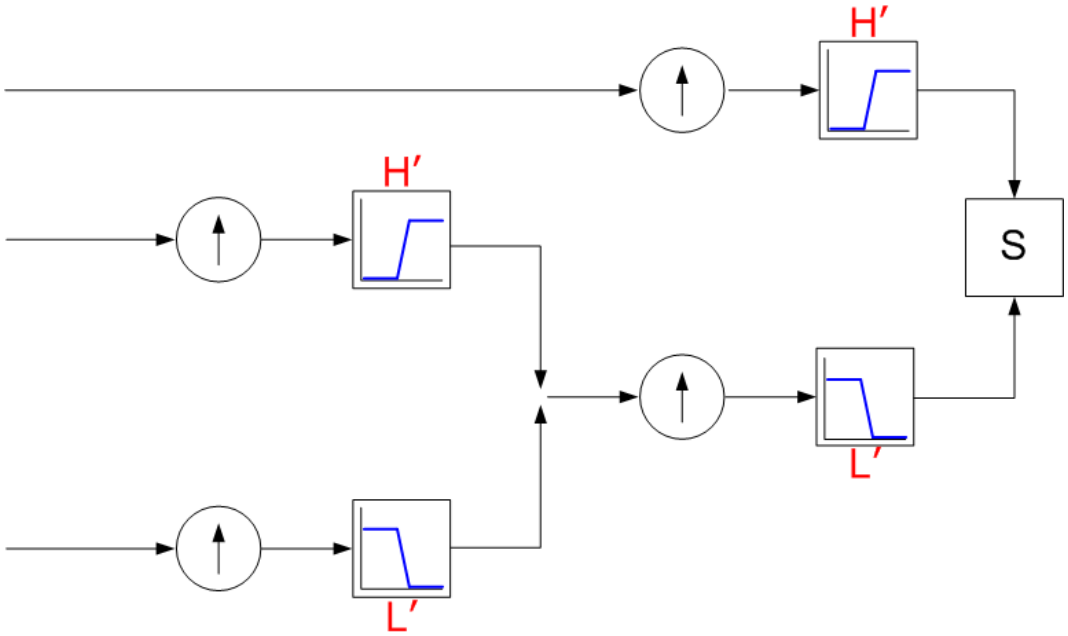
O processo de *upsampling* recupera o tamanho do sinal através da inserção de zeros entre as amostras consecutivas.

Fonte: Misiti et al. (1997).

goritmo de Mallat utiliza um banco de filtros QMF para realizar a decomposição e reconstrução do sinal (REIS, 2016), conforme ilustrado pela Figura B.17.

Pela Figura B.17 é possível perceber que utilizando os componentes de aproximação

Figura B.16 - Esquema de reconstrução de um sinal.

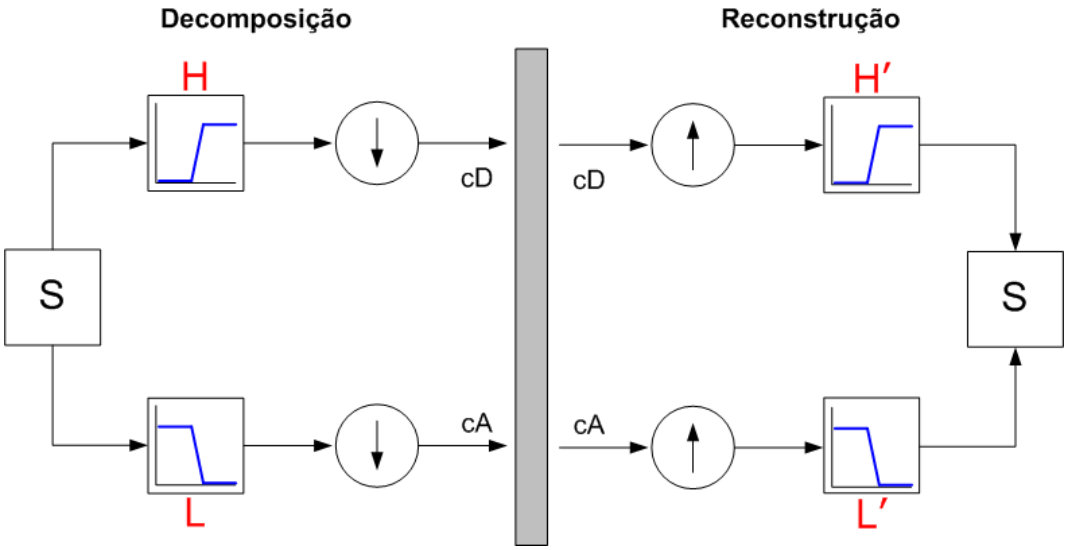


Fonte: Dantas (2009).

(cA) e os componentes de detalhes (cD) podemos reconstruir o sinal original. Entretanto, os vetores que possuem esses coeficientes não podem ser combinados diretamente pois, como eles foram obtidos através do processo de *downsampling*, possuem apenas metade do tamanho do sinal original. Logo, antes de realizar a combinação para gerar o sinal original devemos primeiro reconstruir os componentes de detalhes e os componentes de aproximação (MISITI et al., 1997).

Estendendo esta técnica para uma análise multinível podemos perceber que as relações se mantém para todos os componentes que são utilizados para reconstruir o sinal original, o que nos fornece várias formas de se realizar essa operação, como demonstra Figura B.18.

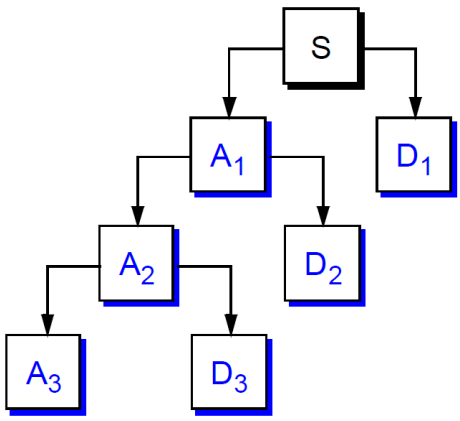
Figura B.17 - Decomposição e reconstrução de um sinal utilizando o banco de filtros QMF.



Nessa representação, S indica o sinal, L e H indicam os filtros de decomposição, L' e H' indicam os filtros de reconstrução, cD representa os coeficientes de detalhes e cA representa os coeficientes de aproximação.

Fonte: Dantas (2009).

Figura B.18 - Componentes do sinal reconstruído.



$$S = A_1 + D_1$$
$$= A_2 + D_2 + D_1$$
$$= A_3 + D_3 + D_2 + D_1$$

Os componentes A_1, A_2 e A_3 representam níveis de aproximação que foram obtidos através da reconstrução dos coeficientes cA_1, cA_2 e cA_3. O mesmo vale para os componentes D_1, D_2 e D_3, que foram obtidos através da reconstrução dos coeficientes cD_1, cD_2 e cD_3. A combinação dos componentes A e D constituem o sinal original S.

Fonte: Misiti et al. (1997).

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Constam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Programas de Computador (PDC)

São a sequência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.