

## **Estudo dos Efeitos do Potencial Gravitacional Lunar em Manobras de Satélites Artificiais**

**Liana Dias Gonçalves**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais- INPE  
12227-010, São José dos Campos, SP, Brasil  
lianadgon@gmail.com

**Evandro Marconi Rocco**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais- INPE  
12227-010, São José dos Campos, SP, Brasil  
evandro@dem.inpe.br

**Rodolpho Villhena de Moraes**

Universidade Federal de São Paulo – UNIFESP  
12231-289, São José dos Campos, SP, Brasil  
E-mails: rodolpho.vilhena@gmail.com

**Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado**

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais- INPE  
12227-010, São José dos Campos, SP, Brasil  
prado@dem.inpe.br

**Resumo:** São realizados estudos avaliando a influência de cada termo do potencial gravitacional lunar, entre 1 e 100, na órbita de um satélite artificial, modelado por meio de harmônicos esféricos, de acordo com o modelo apresentado por Konopliv. Tal modelo fornece as componentes  $x$ ,  $y$  e  $z$  para a aceleração da gravidade a cada instante de tempo. A aceleração da gravidade fornecida pelo modelo de Konopliv é comparada com a aceleração da gravidade de um campo central, resultando no incremento de velocidade perturbador aplicado ao satélite artificial. Assim são obtidos os elementos keplerianos que caracterizam a órbita de um satélite artificial, possibilitando a análise do movimento orbital. Para isso, são simulados dois casos de manobras orbitais: no primeiro caso é realizada apenas manobra de transferência orbital, e no segundo caso são realizadas manobras de transferência e correção orbitais. Em ambos os casos são analisadas a evolução dos elementos orbitais influenciados pelo potencial gravitacional lunar, bem como a atuação do sistema de controle, a perturbação atuando sobre o satélite, o empuxo aplicado sobre o satélite e o consumo de combustível para a realização das manobras. As manobras de transferência e de correção orbitais de satélites lunares são simuladas utilizando empuxo contínuo e controle de trajetória em malha fechada.

**Palavras-chave:** Potencial gravitacional, astrodinâmica, satélites artificiais, movimento orbital, manobras orbitais

### **1 Introdução**

O comportamento de um satélite artificial em órbita lunar é perturbado, principalmente, pela não homogeneidade do campo gravitacional da Lua, que tende a causar variações nos elementos que caracterizam a órbita do satélite artificial, alterando a órbita do satélite ao longo do tempo.

Normalmente, as missões lunares permanecem em atividade por um longo período de tempo, como por exemplo, a missão lunar indiana Chandrayaan-1, que detectou a existência de água no solo lunar, teve dois anos de duração, e a missão GRAIL, da NASA, que forneceu dados para a elaboração do mais completo e detalhado mapa da distribuição do campo de gravidade da Lua, teve um ano de duração.

Tendo em vista um longo período de atividade da missão espacial de um satélite, torna-se necessária a realização de manobras de manutenção orbital afim de que o satélite seja mantido na órbita pré-determinada. Para estudar as perturbações devido a não esfericidade do campo gravitacional lunar, foi inserido no simulador de trajetória

Spacecraft Trajectory Simulator-STRS, Rocco (2008) o modelo LP100K (Konopliv, 2011). O modelo possibilita o estudo da influência do grau e ordem dos harmônicos gravitacionais na órbita de um satélite artificial lunar, cuja máxima precisão é grau e ordem 100. Estudos e análises de tal influência, bem como simulações considerando a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar sobre a órbita de um satélite artificial, podem ser encontrados em Gonçalves (2013).

O simulador possibilita que seja feito o controle orbital com o objetivo de minimizar ao máximo os desvios e erros de regime, fazendo uso de propulsão contínua e de controle de trajetória orbital em malha fechada. Uma descrição mais detalhada do controle de trajetória orbital pode ser encontrada em Rocco (2012).

## 2 Potencial Gravitacional Lunar

O potencial gravitacional da Lua é expresso pela expansão dos coeficientes harmônicos esféricos normalizados, dado pela Eq. (1) (Konopliv, 2001; Kuga, 2011):

$$U(r, \lambda, \phi) = \frac{\mu}{r} + \frac{\mu}{r} \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left(\frac{a_e}{r}\right)^n (\bar{C}_{nm} \cos m\lambda + \bar{S}_{nm} \sin m\lambda) \bar{P}_{nm}(\sin \phi) \quad (1)$$

em que:  $n$  é o grau e  $m$  é a ordem,  $\mu$  é a constante gravitacional e  $r$  é o raio lunar equatorial.  $\bar{P}_{nm}$  são os polinômios associados de Legendre normalizados.  $a_e$  é o raio vetor (distância),  $\phi$  é a latitude e  $\lambda$  é a longitude.

## 3 O Modelo LP100K

O campo gravitacional lunar foi até então determinado por meio de dados das diversas missões lunares já realizadas.

Embora muitos modelos do campo gravitacional lunar existam na literatura, nosso estudo limita-se aos resultados obtidos a partir da implementação do modelo LP100K (Konopliv, 2001) no simulador de trajetória orbital Spacecraft Trajectory Simulator-STRS, Rocco (2008).

Os dados para a elaboração do modelo LP100K foram obtidos por meio de uma das missões de maior contribuição, a Lunar Prospector, (1998-1999), terceira missão do programa de exploração da NASA, denominado Discovery, que forneceu a primeira medição do campo gravitacional lunar. Visto que, até o momento da modelagem utilizando os dados da missão LP, não houve observação direta do lado oculto da Lua, as informações a respeito da gravidade vem do efeito em longo prazo observado na órbita dos satélites.

O modelo LP100K, apresentado por Konopliv, é uma representação dos harmônicos esféricos devido à gravidade planetária, baseada no potencial gravitacional do corpo celeste, dado pela Eq. (1).

A saída calculada pelo modelo fornece as componentes x, y e z para a aceleração da gravidade em cada instante de tempo ao longo da órbita de um satélite artificial, sendo possível considerar os harmônicos esféricos até grau e ordem 100. Por meio de uma comparação feita entre a aceleração da gravidade de um campo central e a aceleração da gravidade fornecida pelo modelo de Konopliv, é obtido o incremento da velocidade que o termo perturbador aplica ao veículo espacial, possibilitando, por meio do problema inverso, a obtenção dos elementos keplerianos que caracterizam a órbita do satélite artificial, afim de que seja feita uma análise do movimento orbital.

## 4 Simulações e Resultados

Visto que o objetivo do trabalho é analisar a influência do potencial gravitacional lunar na órbita de um satélite artificial, foram realizados três estudos, descritos a seguir.

Primeiramente fazemos um estudo visando analisar a influência de cada termo do potencial gravitacional na órbita de um satélite artificial. Essa tarefa foi feita de uma forma indireta, obtendo-se os valores dos incrementos de velocidade aplicados por N termos do potencial durante uma órbita do veículo espacial e a seguir repete-se esse cálculo para N + 1 termos. Fazendo a diferença entre os incrementos de velocidade, obtém-se a contribuição da adição de mais termos no potencial.

A situação em que a variação dos elementos orbitais é usada com o objetivo de minimizar o consumo de combustível para manutenção orbital é usual na prática. Porém, o objetivo aqui é medir o efeito da adição de

cada termo do potencial e não encontrar a estratégia que minimize o consumo de combustível. Uma ideia similar foi feita em Prado (2013) para um veículo espacial que viaja em torno da Terra, perturbado pela Lua e pelo Sol.

Feita a análise da influência dos termos dos harmônicos do potencial gravitacional, são realizadas duas simulações visando transferir o satélite de uma órbita lunar alta para uma órbita lunar baixa, em que são comparados o caso em que sistema de controle atua apenas com o objetivo de realizar a manobra de transferência orbital, e o caso em que o sistema de controle atua visando realizar a manobra de transferência orbital e as manobras de correção, com o objetivo de diminuir ao máximo os efeitos perturbativos sobre a órbita do satélite.

Para os dois casos estudados foram analisados o incremento de velocidade aplicado ao satélite devido a força perturbadora, a evolução dos elementos orbitais, o empuxo aplicado sobre o satélite e o consumo de combustível.

#### 4.1 Incremento de velocidade

Vamos iniciar nosso estudo pela análise da importância de cada termo do potencial gravitacional lunar.

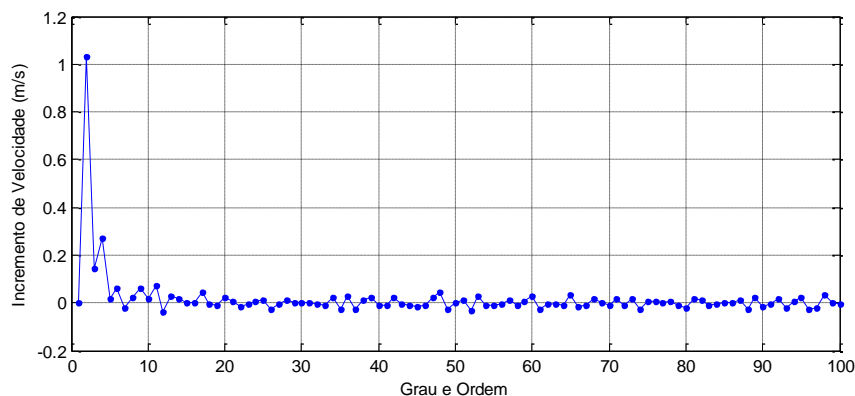
Essa tarefa é repetida 100 vezes, cada vez adicionando-se o próximo termo do potencial gravitacional, ou seja, foram feitas, para cada termo do potencial gravitacional lunar, uma simulação durante o período de uma órbita.

Com o objetivo de estudar os efeitos de cada termo do potencial gravitacional na órbita de um satélite artificial, neste item, para todas as simulações não foram realizadas manobras de correção ou transferência, visto que objetiva-se analisar os efeitos da perturbação devido ao potencial gravitacional na órbita de um satélite artificial.

Dessa forma é obtida a variação de velocidade total aplicada sobre o satélite (integral no tempo da aceleração causada pelos termos perturbadores), que tem seu movimento governado apenas pelo potencial da Lua de acordo com o modelo de Konopliv. Essa medida calcula o efeito de adicionarmos um novo elemento ao potencial gravitacional da Lua, e não a contribuição de cada termo individualmente. Após essas simulações é feita a subtração da contribuição dos termos anteriores, mostrando assim o quanto a adição de um novo termo altera as características orbitais.

A Figura 1 mostra a variação total da velocidade decorrente da não homogeneidade da distribuição de massa lunar, com a dinâmica que leva em conta  $N + 1$  termos do potencial gravitacional menos a mesma variação levando em conta  $N$  termos do potencial gravitacional.

As condições iniciais da órbita são: semi-eixo: maior 1900000 m; excentricidade: 0,001; inclinação: 45°; ascensão reta do nodo ascendente: 20°; argumento do periapside: 100°; anomalia média: 1°.



**Figura 1. Diferença entre a variação de velocidade aplicada ao veículo espacial com  $N + 1$  e com  $N$  termos do potencial lunar.**

Nota-se o esperado domínio do primeiro termo do potencial perturbador como observado em Carvalho (2008), Carvalho (2009a), Carvalho (2009b) e Carvalho (2010). Porém, também é possível perceber que os resultados dos próximos termos não são monotonicamente decrescentes, o que significa que um termo pode ser de ordem mais elevada e ainda assim fornecer uma contribuição relevante para o incremento de velocidade do satélite, como estudado por Gonçalves (2013). Um estudo semelhante pode ser encontrado em Ramanan (2005).

Termos negativos aparecem na Figura 1, o que significa que a adição deste termo no potencial gravitacional lunar diminui a perturbação sofrida pelo veículo espacial, reduzindo assim a variação de velocidade requerida

para manutenção da órbita kepleriana. Em outras palavras, este termo ajuda a controlar o satélite artificial, pois o seu efeito é contrário a resultante dos termos anteriores, logo, a favor do sistema de controle.

#### 4.2 Manobras de transferência e correção orbital

O estudo comparativo feito a seguir objetiva analisar a influência do potencial gravitacional na órbita de um satélite artificial.

Para isso foram realizadas duas simulações, ambas com as seguintes condições iniciais: semi eixo maior: 2600000 m, excentricidade: 0,001, inclinação: 45°, ascensão reta do nodo ascendente: 20°, argumento do periapside: 100°, anomalia média: 1°, e com o objetivo de transferir o satélite de uma órbita quase circular de aproximadamente 816 km de altitude, para uma órbita de 100 km de altitude.

A primeira simulação apresenta a situação em que é realizada apenas a manobra de transferência. Já na segunda simulação são realizadas manobras de transferência e correção orbital simultaneamente.

As Figuras 2 e 3 apresentam o comportamento do semi-eixo maior e da excentricidade durante as duas simulações realizadas.

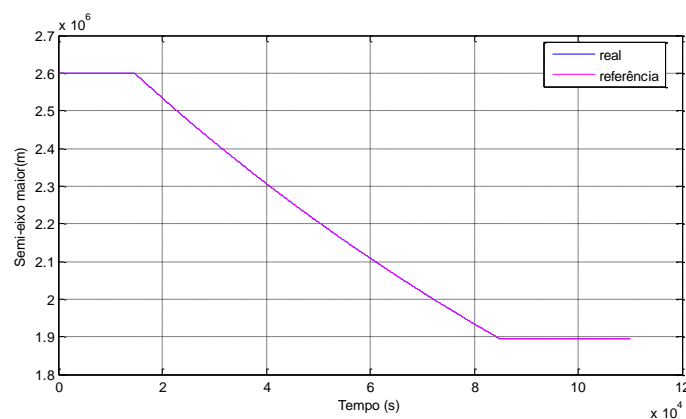


Figura 2. Comportamento do semi-eixo maior durante as simulações realizadas

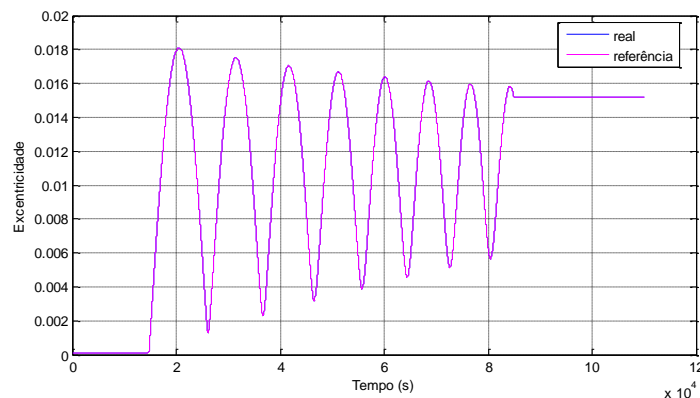
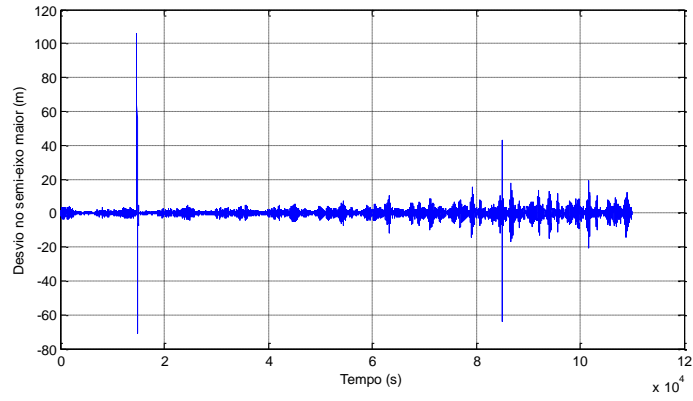


Figura 3. Comportamento da excentricidade durante as simulações realizadas

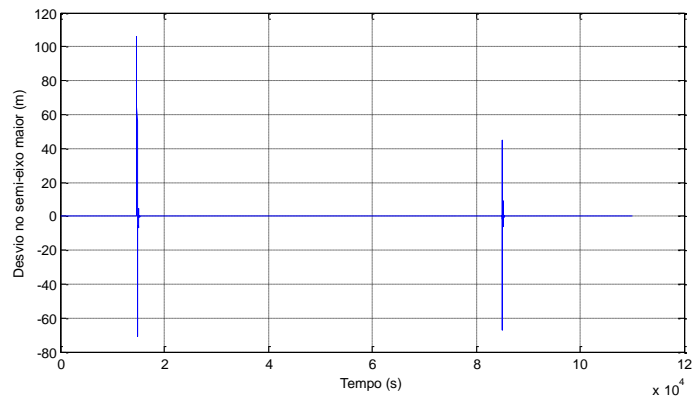
A Figura 2 mostra que o objetivo da simulação foi alcançado com sucesso já que o semi-eixo maior diminuiu e estabiliza quando alcançado o objetivo da simulação. O propulsor é ligado para a realização da manobra de transferência orbital após o satélite realizar uma volta completa ao redor da superfície lunar e desligado quando o satélite atinge a altitude de 100 km.

Pela Figura 3 podemos ver que a órbita manteve-se com baixa excentricidade, apresentando pequenas variações devido ao potencial gravitacional e ao uso dos propulsores para a realização das manobras.

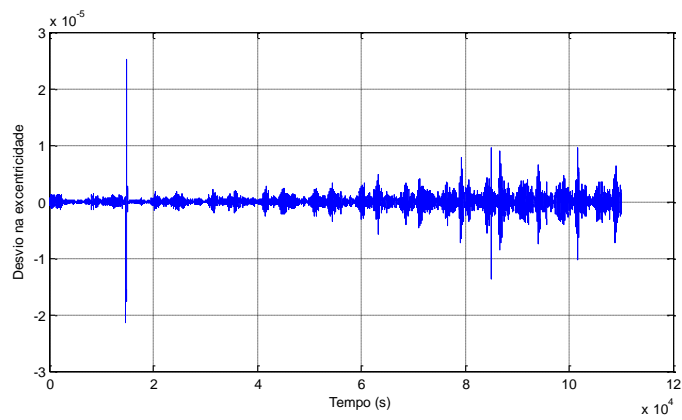
As Figuras 4 e 5 mostram o desvio no semi-eixo maior e as Figuras 6 e 7 mostram o desvio na excentricidade nas duas simulações realizadas.



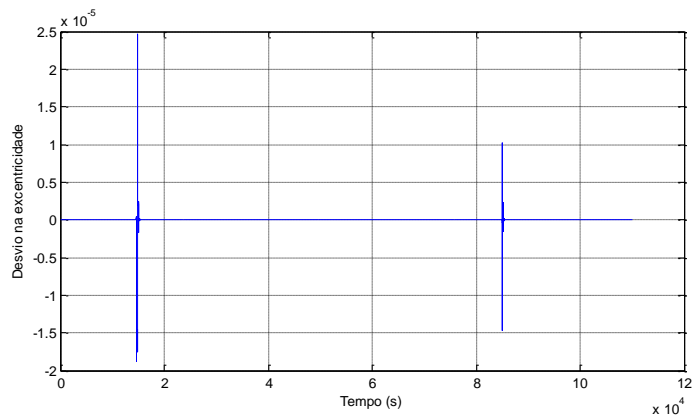
**Figura 4. Desvio do semi-eixo maior durante simulação sem correção orbital**



**Figura 5. Desvio do semi-eixo maior durante simulação com correção orbital**



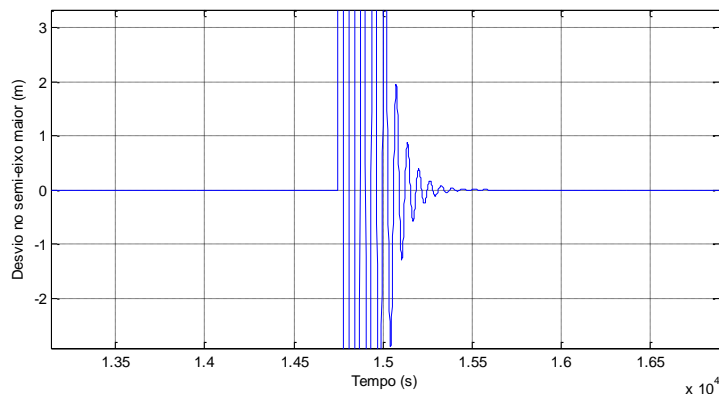
**Figura 6. Desvio da excentricidade durante simulação sem correção orbital**



**Figura 7. Desvio da excentricidade durante simulação com correção orbital**

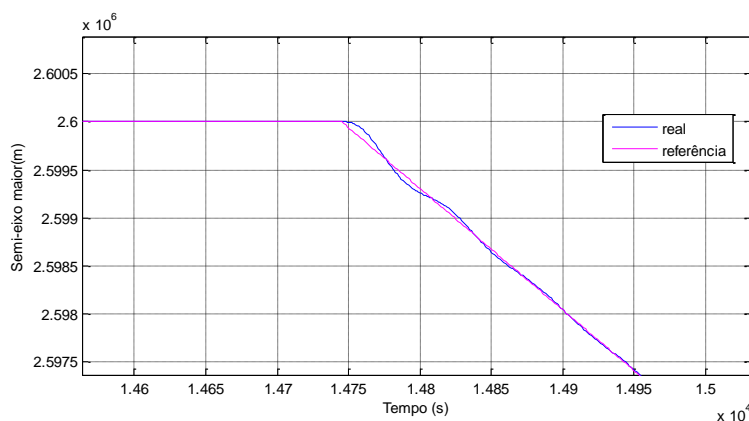
Pelas Figuras 5 e 7 podemos notar que o uso dos propulsores para a realização das manobras de correção mantém a trajetória real do satélite junto a trajetória de referência. A ausência do uso dos propulsores para manobras de correção orbital gera desvios durante toda a simulação, como pode ser visto nas Figuras 4 e 6.

Os resultados dos dois casos estudados e apresentados nas Figuras 4 a 7 mostram que ocorre um pico de desvio nos momentos em que o propulsor é ligado e desligado. Esses picos tendem a estabilizar após uma sequência de oscilações que ocorrem devido ao regime transitório do sistema de controle, como pode ser visto na Figura 8.



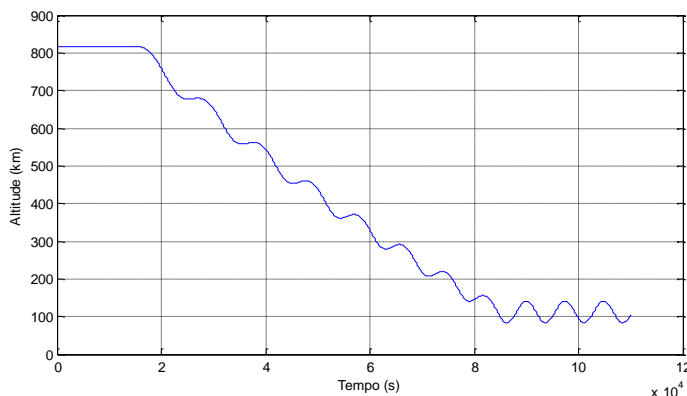
**Figura 8. Regime Transitório do sistema de controle**

Tais picos, vistos nas Figuras 4 a 7, fazem com que exista uma diferença entre a trajetória real e a trajetória de referência, como pode ser visto na Figura 9, que é uma aplicação da Figura 2. Essa diferença tende a ser corrigida pelo sistema de controle, que atua com o objetivo de anular a diferença entre as trajetórias causada pelo acionamento dos propulsores.

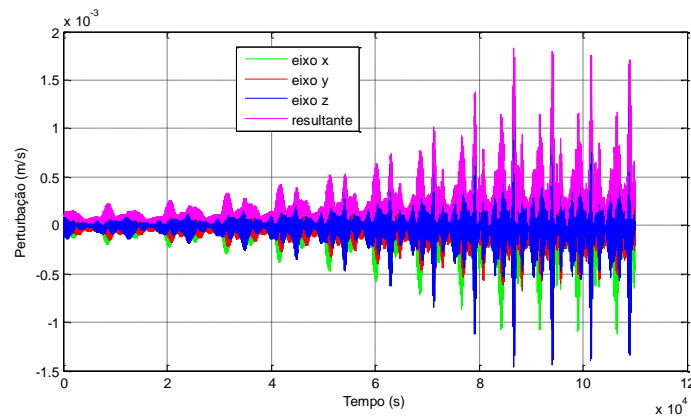


**Figura 9. Ampliação da Figura 2**

As Figuras 10 e 11 apresentam a altitude do satélite e a perturbação devido ao potencial gravitacional lunar.



**Figura 10. Altitude do satélite durante as simulações realizadas**



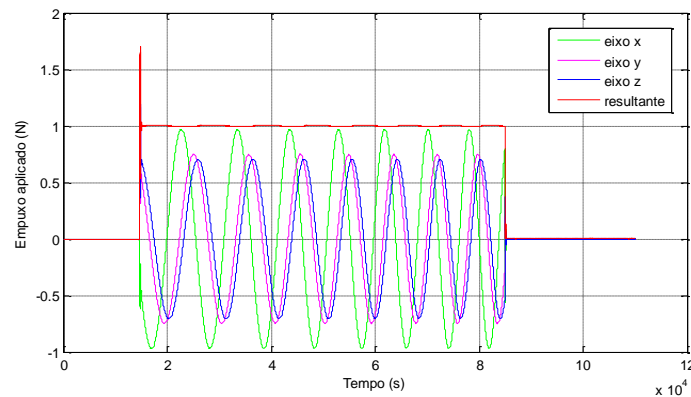
**Figura 11. Perturbação devido ao potencial gravitacional lunar**

De acordo com os objetivos das missões simuladas, vemos na Figura 10 a variação da altitude do satélite ao longo do tempo de simulação. O satélite teve uma variação de altitude de aproximadamente 700 km, e ficou oscilando em torno da altitude de 100 km, visto que era esse o objetivo da missão.

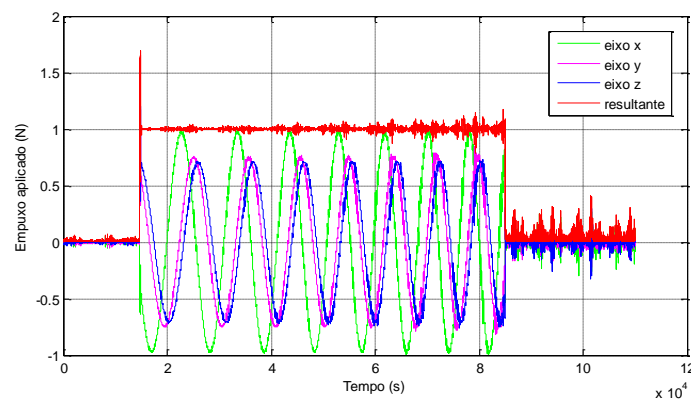
Pela Figura 11, vemos que a força perturbativa devido ao potencial gravitacional lunar sobre o satélite, ou seja, a força que a perturbação exerce sobre o veículo, e acaba por tirá-lo da trajetória kepleriana, apresenta um comportamento bastante inconstante, dificultando a atuação do sistema de controle.

Também é possível observar que a intensidade da perturbação resultante sobre o satélite aumenta conforme o satélite se aproxima da superfície lunar e estabiliza a partir do momento em que o satélite mantém a altitude de 100 km.

Nas Figuras 12 e 13 podemos observar o empuxo aplicado durante as simulações realizadas. Vemos que o propulsor aplica força nos três eixos. Sendo assim, é possível que o controle atue separadamente em cada eixo.



**Figura 12. Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação sem correção orbital**



**Figura 13. Empuxo aplicado sobre o satélite durante a simulação com correção orbital**

Nota-se nas Figuras 12 e 13, que a manobra é finalizada quando, de acordo com a Figura 10, a altitude atinge o valor de 100 km. Neste momento o propulsor é desligado e, portanto, o empuxo aplicado tende a zero. Também é possível perceber, pela Figura 13, a inconstância do potencial gravitacional, que exige uma atuação intensa do sistema de controle.

Os resultados das simulações realizadas mostram que para o caso em que não são realizadas manobras de correção orbital, o consumo de combustível é de aproximadamente 2,8685 kg. Para o caso em que são realizadas manobras de correção orbital, o consumo é de 2,9273 kg, ou seja, existe uma diferença de 0,0588 kg de propelente.

Essa pequena diferença ocorre, pois, além de existir gasto comum entre as duas missões para a realização da manobra de transferência, quando esta é encerrada, ainda existe um consumo de combustível utilizado para minimizar os efeitos perturbativos sobre a trajetória do satélite artificial.

## 5 Conclusões

Os resultados apresentados neste trabalho estão de acordo com o modelo do potencial lunar desenvolvido por Konopliv (2001), que mostra a correlação entre a aceleração da gravidade lunar e a topografia, evidenciando a flutuação da aceleração da gravidade devido a distribuição não uniforme de massa lunar.

O estudo feito para analisar o efeito de cada termo do potencial gravitacional sobre a órbita de um satélite artificial lunar mostrou que o primeiro termo (grau e ordem 2) domina o movimento, mas as contribuições dos demais termos são relevantes, principalmente dos 10 primeiros termos. Os demais são responsáveis por contribuição bem menores.

Valores negativos aparecem neste estudo, evidenciando que alguns termos atuam no sentido contrário à resultante anterior, ajudando assim a manter a órbita do satélite artificial próximo à órbita kepleriana.

Os estudos mostram que a perturbação sobre um satélite artificial devido à distribuição não uniforme de massa da Lua é consideravelmente inconstante, o que exige atuação intensa do sistema de controle para atenuar os desvios causados na trajetória.

## 6 Referências

- Carvalho, J. P. S.; Moraes, R. V.; Prado, A. F. B. A. Semi-analytic theory of a moon artificial satellite considering lunar oblateness and perturbations due to a third-body in elliptic orbit. In: Brazilian Conference on Dynamics Control, and Applications, 7, 2008, Presidente Prudente. Proceedings...Presidente Prudente, 2008.
- Carvalho, J. P. S. Moraes, R. V.; Prado, A. F. B. A. Non-sphericity of the moon and critical inclination. In: Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional, 32, 2009, Cuiabá, Brasil.Proceedings...Cuiabá, 2009(a).
- Carvalho, J. P. S. Moraes, R. V.; Prado, A. F. B. A. Non-sphericity of the Moon and near Sun-synchronous polar lunar orbits, *Mathematical Problems in Engineering* Article ID 740460, 24 pages. doi:10.1155/2009/740460, 2009(b).
- Carvalho, J. P. S. Moraes, R. V.; Prado, A. F. B. A. Some orbital characteristics of lunar artificial satellites, *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy*, v. 108, n. 4, p. 371-388, DEC 2010.
- Gonçalves, L. D. Manobras Orbitais de Satélites Artificiais Lunares com Aplicação de Propulsão Contínua. 2013. Dissertação (Mestrado em Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos. 2013.
- Konopliv, A. S.; Asmar, S. W.; Carranza, E.; Sjogren, W. L.; Yuan, D. N. Recent gravity models as a result of the lunar prospector mission, *Icarus*, Vol. 150, pp. 1-18, Academic Press, 2001.
- Kuga, H.K.; Carrara, V.; Kondapalli R. R. Satélites Artificiais – Movimento Orbital. INPE - São José dos Campos, 2011. 111 p. Disponível em: <<http://urlib.net/8JMKD3MGP7W/3ARJ3NH>>.
- Rocco, E. M. Perturbed orbital motion with a PID control system for the trajectory. In: Colóquio Brasileiro de Dinâmica Orbital, 14, Águas de Lindóia, 2008. Resumos...2008.
- Rocco, E. M. Controle de trajetória com propulsão contínua para missões do tipo drag-free. In: Congresso Nacional de Engenharia Mecânica, 7, 2012, São Luís, Brasil.Proceedings...São Luís, 2012.
- Prado, A.F.B.A., "Searching for Orbits with the Minimum Fuel Consumption for Station-Keeping Maneuvers: Application to Luni-Solar Perturbations." *Mathematical Problems in Engineering* (Print), Volume 2013(2013), Article ID 415015, 11 pages.
- Ramanan, R. V.; Adimurthy, V. An analysis of near-circular lunar mapping orbits. *J. Earth Syst. Sci.* 114, No. 6, December 2005, pp. 619–626.