



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/02.21.13.42-TDI

SATÉLITES DE SATURNO E URANO: ESTABILIDADE, CAPTURA E POSSÍVEL EVOLUÇÃO ORBITAL - DO LHB AOS DIAS DE HOJE

Rogério Deienno

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Tadashi Yokoyama, e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em 10 de março de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3FQ7DLL>>

INPE
São José dos Campos
2014

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@sid.inpe.br

CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELLECTUAL DO INPE (RE/DIR-204):

Presidente:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Membros:

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado - Coordenação Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr^a Inez Staciarini Batista - Coordenação Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação Observação da Terra (OBT)

Dr. Germano de Souza Kienbaum - Centro de Tecnologias Especiais (CTE)

Dr. Manoel Alonso Gan - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Dr^a Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Marciana Leite Ribeiro - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Maria Tereza Smith de Brito - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



Ministério da
**Ciência, Tecnologia
e Inovação**



sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/02.21.13.42-TDI

SATÉLITES DE SATURNO E URANO: ESTABILIDADE, CAPTURA E POSSÍVEL EVOLUÇÃO ORBITAL - DO LHB AOS DIAS DE HOJE

Rogério Deienno

Tese de Doutorado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Tadashi Yokoyama, e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, aprovada em 10 de março de 2014.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP5W34M/3FQ7DLL>>

INPE
São José dos Campos
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Deianno, Rogerio.

D367s Satélites de Saturno e Urano: estabilidade, captura e possível evolução orbital - do LHB aos dias de hoje / Rogerio Deianno. – São José dos Campos : INPE, 2014.

xx + 97 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2014/02.21.13.42-TDI)

Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2014.

Orientadores : Drs. Tadashi Yokoyama, e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado.

1. Migração planetária. 2. Satélites planetários. 3. Evolução orbital. 4. Saturno. 5. Urano. I.Título.

CDU 523.47

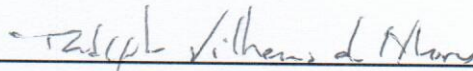


Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aprovado (a) pela Banca Examinadora
em cumprimento ao requisito exigido para
obtenção do Título de **Doutor(a)** em
**Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica
Espacial e Controle**

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



Presidente / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de
Almeida Prado



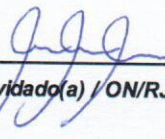
Orientador(a) / INPE / SJC Campos - SP

Dr. Tadashi Yokoyama



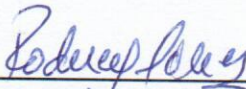
Orientador(a) / UNESP/RC / Rio Claro - SP

Dra. Érica Cristina Nogueira



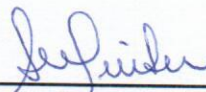
Convidado(a) / ON/RJ / Rio de Janeiro - RJ

Dr. Rodney da Silva Gomes



Convidado(a) / ON/RJ / Rio de Janeiro - RJ

Dra. Sílvia Maria Giuliatti Winter



Convidado(a) / UNESP/GUARA / Guaratinguetá - SP

Este trabalho foi aprovado por:

maioria simples

unanimidade

Aluno (a): **Rogério Deienno**

São José dos Campos, 10 de Março de 2014

*A meus pais Walter Deienno e Maura Deienno, a minha
irmã Renata Deienno e minha noiva Sabrina K.A. Silva*

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus orientadores Tadashi Yokoyama e Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado por todo o ensinamento, apoio, ajuda e confiança, assim como ao pesquisador e supervisor no exterior David Nesvorný; aos membros da banca examinadora pela avaliação e pelos comentários, sugestões e ajuda para a melhoria da presente Tese. Agradeço também a todos os meus familiares e amigos pelo apoio e incentivo durante todo o decorrer deste doutoramento, assim como ao INPE-São José dos Campos (Departamento de Mecânica Espacial e Controle) e ao Southwest Research Institute-Boulder/CO (Department of Space Studies) pelo espaço e infraestrutura cedidos. Os agradecimentos finais vão para a FAPESP - Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo pelo apoio financeiro (processos: 2010/11109-5 e 2012/23732-4).

RESUMO

No Modelo de Nice é aceito que os satélites regulares resistiram à migração planetária sendo que os irregulares foram capturados durante a fase de instabilidade do Sistema Solar. Este problema foi exaustivamente estudado por nós, em particular para o sistema de Urano (satélites equatoriais). O que se observou é que, qualitativamente e estatisticamente isso se verifica, no entanto, a configuração resultante, pós migração, apresenta inclinações e excentricidades, difíceis de serem explicadas se comparadas com os valores atuais observados nos satélites regulares. Neste projeto daremos continuidade ao estudo feito em Urano, mas agora considerando que os satélites poderiam ter se formado no plano local de Laplace, e não no equador. Paralelamente, será feita a extensão também para o planeta Saturno, visando um estudo comparativo dos sistemas de Urano e Saturno. Trabalhos recentes sugerem que a obliquidade de Saturno não seria primordial. Assim, também enfatizaremos o efeito da obliquidade de Saturno na dinâmica de seus satélites (em especial Titan, Hyperion e Iapetus). Neste projeto também estuda-se alguns processos pós migração do Modelo de Nice que possibilitariam o decaimento das inclinações e das excentricidade de forma a reproduzir os valores reais de hoje (dado que, como dito acima, no mestrado encontramos configurações pós migração muito diferentes das atuais).

SATELLITES OF SATURN AND URANUS: STABILITY, CAPTURE, AND POSSIBLE ORBITAL EVOLUTION – FROM LHB TO CURRENT DAYS

ABSTRACT

In the Nice model is accepted that the regular satellites resisted to planetary migration and the irregulars were captured during the instability phase of the Solar System. Such problem was exhaustively studied by us, in particular to the system of Uranus (equatorial satellites). Was observed that, qualitatively and statistically, it verifies. However, the resulting configuration after the migration presents inclinations and eccentricities hard to be explained if compared with the current observed values of the regular satellites. In this project, we continue the study done in Uranus, but now, considering that the satellites could be formed on the local Laplace plane, not the equator. At the same time, will be also done the extension to planet Saturn, attempting to a comparative study of the systems of Uranus and Saturn. Recent works suggest that the obliquity of Saturn is not primordial. So, we will emphasize the effect of Saturn's obliquity on the dynamics of its satellites as well (specially Titan, Hyperion, and Iapetus). Still in this project, we study some of the post migrational process of the Nice model that would make possible the decay of the orbital inclinations and eccentricities, in a such way to reproduce the current values.

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
3.1 Modelos M_i ($i=1\dots 5$): Evolução temporal do semi-eixo maior dos planetas durante a passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância de movimento médio $2S : 1J$. As cores denominam: Azul = Júpiter, Verde = Saturno, Vermelho = Urano e Preto = Netuno.	11
3.2 Semelhante a Fig. 3.1 mas desta vez com o tempo estendido para 100 milhões de anos. Aqui também mostramos a evolução do periélio (q) e do afélio (Q) dos planetas durante a migração. As cores denominam: Azul = Júpiter, Verde = Saturno, Vermelho = Urano e Preto = Netuno.	12
4.1 Topo: três satélites de Urano ($a = 25R_U$, $a = 40R_U$, $a = 55R_U$) são incluídos. Base: idêntico ao caso “Topo”, porém incluindo apenas dois satélites: ($a = 30R_U$, $a = 60R_U$). O caminho seguido pelos gigantes de gelo muda completamente com a inclusão destes satélites.	14
4.2 X’s pretos: número de encontros entre planetesimais-Urano. X’s vermelhos: número de encontros entre planetesimais-Saturno. Ambos durante a evolução mostrada na figura 3.1. Urano sofre muito mais encontros do que Saturno.	21
4.3 Geometria do problema.	29
4.4 Evolução da obliquidade de Saturno. Fonte: Hamilton e Ward (2004).	34
5.1 Estabilidade do sistema em função de ε_s . <i>Cinza</i> : apenas Titan sobrevive. <i>Vermelho</i> : apenas Titan e Hyperion sobrevivem, Iapetus é desestabilizado. <i>Azul</i> : apenas Titan e Iapetus sobrevivem, Hyperion é desestabilizado. <i>Quadriculado</i> : Todo o sistema (Titan, Hyperion, e Iapetus) sobrevive.	37
5.2 Detalhamento dos fenômenos ocorridos no sistema para os casos em que ocorreram desestabilizações, em função de ε_s . <i>Quadriculado</i> : o satélite foi ejetado. <i>Cinza</i> : o satélite colidiu com Titan. <i>Azul</i> : o satélite colidiu com Saturno. <i>Vermelho</i> : Hyperion colidiu com Iapetus.	39
5.3 94 objetos capturados (pontos pretos). As inclinações referem-se ao plano orbital de Urano. Triângulos indicam os atuais satélites irregulares.	44
5.4 Objetos capturados (pontos pretos). As inclinações nos gráficos referem-se ao plano orbital de Saturno. Triângulos indicam os atuais satélites irregulares.	46
5.5 Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titan sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: $disco^{1T}$. Direita: $disco^{2T}$. <i>Azul</i> : $m_{disco} = 3\%m_{Titan}$, <i>Verde</i> : $m_{disco} = 5\%m_{Titan}$, <i>Vermelho</i> : $m_{disco} = 7\%m_{Titan}$, <i>Preto</i> : $m_{disco} = 10\%m_{Titan}$	53

5.6	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Iapetus sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: $disco^{1I}$. Direita: $disco^{2I}$. Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Iapetus}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Iapetus}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Iapetus}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Iapetus}$.	56
5.7	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: $disco^{1O}$. Direita: $disco^{2O}$. Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Oberon}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Oberon}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Oberon}$.	58
5.8	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: Titânia ($disco^{1t}$). Direita: Oberon ($disco^{1O}$), Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Titânia,Oberon}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titânia,Oberon}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Titânia,Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titânia,Oberon}$.	60
5.9	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: Titânia ($disco^{2t}$). Direita: Oberon ($disco^{2O}$), Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Titânia,Oberon}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titânia,Oberon}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Titânia,Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titânia,Oberon}$.	61
5.10	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: Titânia ($disco^{2t}$). Direita: Oberon ($disco^{1O}$). Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titânia,Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titânia,Oberon}$.	62
5.11	Evolução temporal das partículas que compõe os discos considerados. A configuração do disco é apresentada para diferentes intervalos de tempo. Em preto temos as partículas do disco. Em vermelho temos a representação da órbita de Titânia, com o ponto vermelho representando Titânia. Em verde temos a representação da órbita de Oberon, com o ponto verde representando Oberon.	63
5.12	Evolução temporal do semi-eixo maior e da distância do pericentro da órbita de Tritão sob efeito de maré.	65
5.13	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titânia sob efeito de maré. Preto: Nogueira et al. (2011) (Sol + J_2 presentes). Verde: Correia (2009) (Sol + J_2 ausentes).	66
5.14	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Oberon sob efeito de maré. Preto: Nogueira et al. (2011) (Sol + J_2 presentes). Verde: Correia (2009) (Sol + J_2 ausentes).	67
5.15	Variação de $\varepsilon_s(t)$ seguindo Hamilton e Ward (2004), ajustada para nosso problema.	69

5.16	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titan sob efeito de maré, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.	70
5.17	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Iapetus sob efeito de maré, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.	71
5.18	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titan sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.	73
5.19	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Iapetus sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.	74
5.20	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titânia sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol e J_2 .	75
5.21	Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Oberon sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol e J_2 .	76
B.1	Evolução temporal do semi-eixo maior orbital dos satélites de Urano sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. De cima para baixo: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon. <i>Azul</i> : $m_{disco} = 3\%m_{satelite}$, <i>Verde</i> : $m_{disco} = 5\%m_{satelite}$, <i>Vermelho</i> : $m_{disco} = 7\%m_{satelite}$, <i>Preto</i> : $m_{disco} = 10\%m_{satelite}$.	94
B.2	Evolução temporal da excentricidade orbital dos satélites de Urano sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. De cima para baixo: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon. <i>Azul</i> : $m_{disco} = 3\%m_{satelite}$, <i>Verde</i> : $m_{disco} = 5\%m_{satelite}$, <i>Vermelho</i> : $m_{disco} = 7\%m_{satelite}$, <i>Preto</i> : $m_{disco} = 10\%m_{satelite}$.	95
B.3	Evolução temporal da inclinação orbital dos satélites de Urano sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. De cima para baixo: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon. <i>Azul</i> : $m_{disco} = 3\%m_{satelite}$, <i>Verde</i> : $m_{disco} = 5\%m_{satelite}$, <i>Vermelho</i> : $m_{disco} = 7\%m_{satelite}$, <i>Preto</i> : $m_{disco} = 10\%m_{satelite}$.	96

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
4.1 Constantes para \bar{Q}_D^* (BENZ; ASPHAUG, 1999)	22
4.2 Variáveis relacionadas com a equação 4.8, nas unidades cgs (STEWART; LEINHARDT, 2009)	23
4.3 Parâmetros e valores usados para análise de maré.	31
5.1 Condições iniciais adotadas. O índice <i>eq</i> indica que as inclinações estão refe- ridas ao equador de Saturno. Para Iapetus, a sigla <i>LLP</i> indica que diversos valores de inclinação serão adotados, valores estes dependentes da obliquidade de Saturno, no <i>LLP</i> e referidos ao equador (tabela 5.2). Para $\varepsilon_s = 26,7^\circ$, ado- tamos $I_{eq} \approx 15,61^\circ$. O semi-eixo será dado em R_S , raio equatorial de Saturno $\approx 60628km$	36
5.2 Inclinação de Iapetus em função da obliquidade de Saturno, no <i>LLP</i> referida ao equador.	36
5.3 Média dos elementos orbitais dos sobreviventes** em função de ε_s	41
5.4 Média dos elementos orbitais dos satélites de Urano apresentados em Deienno et al. (2011). Os valores de semi-eixo maior serão dados em $R_U \approx 25559km$ e os valores da inclinação estão dados em relação ao equador do planeta. Apenas o valor de obliquidade atual de Urano foi considerado.	42
5.5 Valores atuais dos elementos orbitais dos satélites de Urano.	43
5.6 Colisões resultantes em Urano. A primeira coluna representa o modelo uti- lizado ($BA\&B =$ Benz e Asphaug (1999) e Bottke et al. (2010), e $SL =$ Stewart e Leinhardt (2009)). Na segunda coluna apresentamos o material con- siderado como base nas colisões. A terceira coluna mostra $V_{Q_D^*}$ para o modelo $BA\&B^1$. Na quarta coluna é dada a quantidade de massa total dispersada du- rante as colisões. Por fim, a quinta coluna é destinada para mostrar o quanto, em porcentagem, a massa total dispersada representa em massa de cada satélite.	48

A.1 Resultados de integrações de 5 ou 10 milhões de anos, considerando os principais satélites regulares de Urano e 6 fictícios além de Oberon (posicionados no LLP, ver texto). Os planetas migram seguindo os modelos M_j ($j=1..5$), considerando-se encontros com planetesimais. O sub-índice i indica os valores iniciais e note que eq é usado para indicar as inclinações do LLP com respeito ao equador de Urano (satélites fictícios). LLP (I_1/I_2) é calculado para $a_U = 11,5UA$ ($M1, M2, M4$ e $M5$) ou $a_U = 14,2UA$ ($M3$), dependendo do modelo M_j ($j=1..5$). A notação para os satélites são: M =Miranda, A =Ariel, U =Umbriel, T =Titânia, O =Oberon, $s1, s2, s3, s4, s5$ e $s6$. Satélites ejetados são indicados por “ ej ”. Satélites que sofreram colisões catastróficas (seção 5.4.1) trazem na correspondente coluna, o nome do impactor. Exceto para inclinação de Miranda (aqui no LLP), as condições iniciais dos satélites regulares são dadas por: “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem” 89

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
2 OBJETIVOS	5
3 MODELOS DE MIGRAÇÃO	7
4 METODOLOGIA	13
4.1 Sensibilidade do sistema, Técnica de interpolação & Seleção dos planetesimais	13
4.2 Encontros próximos & Massa dos planetesimais	16
4.3 Colisões	20
4.4 Fricção Dinâmica	24
4.5 Maré	25
4.5.0.1 • Correia (2009)	25
4.5.0.2 • Nogueira et al. (2011)	27
4.5.1 Parâmetros	30
4.6 Movimento do equador do planeta	32
5 RESULTADOS	35
5.1 Satélites de Saturno	35
5.1.0.1 • Simulações	36
5.1.0.2 • Porcentagem de sobreviventes	36
5.1.0.3 • Casos desestabilizados - Fenômenos ocorridos	38
5.1.0.4 • Configuração do sistema após o LHB em função de ε_s	38
5.2 Satélites de Urano	40
5.3 Capturas	43
5.3.1 Urano	43
5.3.2 Saturno	45
5.4 Colisões	46
5.4.1 Urano	47
5.4.2 Saturno	49
5.5 Fricção Dinâmica	49
5.5.1 Saturno	52

5.5.1.1	• Titan	52
5.5.1.2	• Iapetus	54
5.5.2	Urano	57
5.5.2.1	• Oberon	57
5.5.2.2	• Titânia e Oberon	59
5.6	Maré	64
5.6.1	Netuno	64
5.6.1.1	• Tritão	64
5.6.2	Urano	65
5.6.2.1	• Titânia	65
5.6.2.2	• Oberon	66
5.6.3	Saturno	67
5.6.3.1	• Titan	68
5.6.3.2	• Iapetus	69
5.7	Maré + Frição Dinâmica	70
5.7.1	Saturno	72
5.7.1.1	• Titan	72
5.7.1.2	• Iapetus	72
5.7.2	Urano	72
5.7.2.1	• Titânia	73
5.7.2.2	• Oberon	73
5.7.2.3	- Considerações	74
6	CONCLUSÕES / DISCUSSÕES	79
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83
	APÊNDICE A - Tabela com resultados gerais de Urano (DEIENNO et al., 2011)	89
	APÊNDICE B - Ruídos resultantes da dinâmica de um disco de partículas sobre satélites	93
	ANEXO A - Artigos submetidos e em preparação	97

1 INTRODUÇÃO

Atualmente é muito bem aceito que o fenômeno da migração planetária (primeiramente proposto por [Fernandéz e Ip \(1996\)](#)), ocorreu no passado. Após este trabalho muitos outros foram propostos, com destaques para [Hahn e Malhotra \(1999\)](#) e [Tsiganis et al. \(2005\)](#). A grande diferença entre os dois trabalhos está no modo em que a migração ocorre. No primeiro o processo de migração pode ser encarado como um processo conservador, onde os planetas migram de maneira suave a partir de suas posições iniciais até as atualmente ocupadas. O segundo processo, ao contrário do primeiro, é um processo de migração altamente caótico, onde os planetas Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, ao migrarem passam por diversos fenômenos de encontros próximos entre si.

O modelo de [Tsiganis et al. \(2005\)](#), também conhecido por modelo de Nice, aparenta ser o mais adequado para explicar a origem da configuração do nosso Sistema Solar. Como dito anteriormente, neste modelo, os planetas gigantes adquirem suas posições atuais após um processo violento e quase catastrófico, envolvendo a interação do disco de planetesimais com os planetas. Vários encontros próximos entre planetas e planetesimais, assim como entre dois planetas, ocorrem.

[Morbidelli et al. \(2007\)](#) e [Brasser et al. \(2009\)](#) modificaram algumas características do modelo de Nice original ([TSIGANIS et al., 2005](#)) criando uma segunda versão. Nesta segunda versão foram adotadas algumas mudanças em relação às condições iniciais da migração, assim como observou-se a necessidade de encontros próximos entre um dos planetas de gelo e Júpiter. Recentemente, [Walsh et al. \(2011\)](#) estudaram a fase de migração hidrodinâmica na qual os planetas gigantes, em especial, Júpiter esteve envolvido. Neste estudo os autores explicaram um possível cenário de formação de Marte e algumas das atuais características do cinturão principal de asteróides (o chamado modelo Grand Tack), assim como a concordância do final desta migração com as condições iniciais dadas em [Morbidelli et al. \(2007\)](#). Outros trabalhos recentes e importantes de serem citados são os trabalhos de [Nesvorný \(2011\)](#) e [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#), onde os autores estudam a possibilidade de nosso Sistema Solar ter se formado com mais de quatro planetas gigantes. Tal hipótese é válida dado os seguintes fatos: 1) encontros envolvendo Júpiter e outro gigante de gelo ser necessário para garantir a sobrevivência dos planetas terrestres, como previsto por [Brasser et al. \(2009\)](#); 2) o resultado destes encontros normalmente é a ejeção do gigante de gelo. Assim, mediante estas hipóteses e o fato da necessidade de se preservar Urano e Netuno, [Nesvorný \(2011\)](#) realiza um estudo preliminar com o Sistema Solar

contendo 5 planetas, onde este 5^o (com massa semelhante a de Urano) seria ejetado durante o LHB (Late Heavy Bombardment - [Gomes et al. \(2005\)](#)). Porém, o autor encontra que a probabilidade de se construir um Sistema Solar com todas suas características tende à ser pequena. Entretanto, em [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#), os autores aumentam consideravelmente a sua estatística e utilizam-se também de um 6^o planeta. Neste último caso, ambos os planetas (5^o e 6^o, com valor de massa semelhante à metade da massa de Urano), seriam ejetados durante o LHB após encontros com Júpiter. O que [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#) encontraram é que o fato de se considerar mais de 4 planetas inicialmente formando o Sistema Solar aumenta a probabilidade de se reproduzir o número de planetas do sistema após o LHB, dada a necessidade de encontros entre Júpiter e ao menos um gigante de gelo. Também foi apontado por [Nesvorný e Morbidelli \(2012\)](#) que o fato de se usar 6 planetas não melhora os resultados obtidos com 5 planetas, além de o sistema composto por 6 planetas ser mais instável. Contudo, a ideia básica do processo de migração como um todo (caótico, violento, com inúmeros encontros próximos) continua o mesmo.

No entanto, após entendermos o processo de migração em si, mais importante do que estudar apenas a migração, é atentarmos para a dinâmica dos demais corpos que sofreram consequências diretas da evolução orbital de nosso Sistema Solar. De fato, após [Fernández e Ip \(1996\)](#), muitos artigos sobre Troianos, asteróides, Plutinos, KBOs, etc, foram publicados.

Quando falamos em satélites, é aceito que os regulares resistem a todo este processo evolutivo ([TSIGANIS et al., 2005](#)), sendo que os irregulares não suportariam os vários encontros. Neste sentido acredita-se que os satélites regulares sejam de fato primordiais. Por outro lado, os irregulares, se já existiam, seriam desestabilizados (ejetados), podendo no entanto, serem re-capturados durante a fase de instabilidade do Sistema Solar ([NESVORNÝ et al., 2007](#); [NESVORNÝ et al., 2014](#)).

Uma vez desestabilizados, tais satélites (ou os planetesimais do disco) podem ser re-capturados de diferentes formas: *i*) através da quebra de asteróides binários durante a aproximação destes com um planeta ([Nogueira et al. \(2011\)](#) para Tritão e [Gaspar et al. \(2013\)](#) para a possível origem da família Himalia em Júpiter); *ii*) e de um modo mais geral, durante os encontros próximos que ocorrem entre os planetas ([NESVORNÝ et al., 2007](#); [NESVORNÝ et al., 2014](#)). No trabalho de [Nesvorný et al. \(2007\)](#), consegue-se sucesso para explicar a atual configuração dos satélites irregulares, porém há um problema para o caso de Júpiter já que este planeta (na primeira versão do modelo de Nice, Nice-I) não participa de encontros próximos com os demais planetas. Na

segunda versão do modelo (Nice-II), tais encontros são necessários e podem gerar as capturas necessárias em Júpiter (com ressalvas e considerações para a família Hímalia) além dos demais planetas (NESVORNÝ et al., 2014). Para os satélites regulares a questão é bem diferente. Na verdade, a afirmação da estabilidade destes satélites tem sido feita, aparentemente, baseadas em poucas experiências numéricas não publicadas (NESVORNÝ et al., 2007). A principal dificuldade neste caso, reside no tempo de processamento e na sensibilidade do sistema dinâmico. Devido ao pequeno período orbital dos satélites regulares, o tempo de cálculo torna-se extremamente alto, além do fato de que a simples inserção de objetos testes num modelo de migração pode alterar completamente o resultado final de um modelo bem sucedido (integrado sem satélites, Tsiganis et al. (2005)).

Tendo em vista que Júpiter foi bastante estudado (Gaspar et al. (2013), Nesvorný et al. (2014) para os satélites irregulares, e anexo A, Artigo 1, para os satélites galileanos) e que Netuno, por se mostrar mais delicado devido a presença de Tritão, com grande massa, inclinação retrógrada e cuja origem é bastante controversa (GOLDREICH et al., 1989), não será estudado aqui, nos restam assim os sistemas de Saturno e Urano.

Desta forma, neste projeto será dada continuidade ao estudo iniciado no mestrado (DEIENNO, 2010), aplicando as técnicas já desenvolvidas ao sistema de Saturno, onde não somente os satélites regulares e irregulares (capturados), serão colocados a prova, mas também a origem da obliquidade ($\varepsilon_s \approx 27^\circ$) de Saturno (WARD; HAMILTON, 2004; HAMILTON; WARD, 2004; BOUÉ et al., 2009).

Em Deienno et al. (2011) foi feita uma exaustiva exploração para o sistema de Urano e seus satélites. Neste trabalho conseguiu-se superar o problema da sensibilidade do sistema dinâmico, bem como diminuir visivelmente o tempo computacional. Assim foi demonstrado que estatisticamente os satélites regulares são primordiais e que Oberon é de fato o último regular deste planeta capaz de sobreviver aos fenômenos da migração planetária (sendo qualquer outro satélite com órbita além de Oberon desestabilizado). Por outro lado, usando a metodologia apresentada em Nogueira (2008), mas adicionando o achatamento do planeta e também a perturbação do Sol, mostrou-se que planetesimais distantes do planeta podem ser capturados permanentemente, reproduzindo assim um cenário aproximado dos satélites exteriores de Urano.

Dado que, ao contrário dos fenômenos colisionais envolvendo satélites irregulares (BOTTKÉ et al., 2010), asteróides (BENZ; ASPHAUG, 1999; BOTTKÉ et al., 2005), ou

formação planetária (STEWART; LEINHARDT, 2009), pouco sabemos sobre os parâmetros físicos envolvidos em colisões com satélites regulares, conduziremos uma análise comparativa e quantitativa das colisões envolvidas em nossas simulações (basendo-se nos trabalhos acima citados).

Tais resultados são importantes e serão utilizados no estudo da possibilidade de, por meio de um disco de detritos (CRIDA et al., 2009a; CRIDA et al., 2009b), criar uma fricção dinâmica capaz de atenuar as excentricidades e inclinações adquiridas pelos satélites sobreviventes da migração. Esta atenuação é necessária, pois nossos estudos mostram que devido aos encontros próximos entre satélites e planetesimais, alguns satélites podem adquirir excentricidades e inclinações não compatíveis (maiores) do que os valores atuais (BEAUGÉ et al., 2002; DEIENNO et al., 2011).

Ainda no estudo das possibilidades de se atenuar os valores dos elementos orbitais dos satélites pós LHB, estudaremos fenômenos dissipativos de maré, dando evidência aos modelos de Correia (2009) e Nogueira et al. (2011).

A presente Tese será distribuída da seguinte forma: no capítulo 2 daremos ênfase aos objetivos pretendidos. No capítulo 3 apresentaremos os modelos de migração utilizados como padrão. A metodologia será apresentada no capítulo 4. O capítulo 5 trará a apresentação dos resultados mais importantes já obtidos. As conclusões estão no capítulo 6.

2 OBJETIVOS

Nossos objetivos serão de analisar a estabilidade dos satélites regulares e as capturas dos irregulares de Urano e Saturno, e as possíveis colisões provenientes de encontros próximos entre satélites e planetesimais provenientes do disco primordial.

Realizaremos a análise do sistema de Urano de modo semelhante ao em [Deienno \(2010\)](#), porém agora considerando uma abordagem diferente, onde os satélites fictícios, além da órbita de Oberon, terão seus elementos orbitais iniciais referenciados ao Plano Local de Laplace (LLP - “Local Laplace Plane”, [Ward e Canup \(2006\)](#), [Tremaine et al. \(2009\)](#), [Deienno et al. \(2011\)](#)).

Para os satélites de Saturno, em [Deienno \(2010\)](#), mostramos algumas simulações que comprovam a grande estabilidade de Mimas, Enceladus, Tethys, Dione e Rhea durante a fase de encontros próximos planetários. Portanto, aqui daremos maior atenção para Titan, Hyperion e Iapetus, devido o fato de Hyperion e Iapetus apresentarem atualmente características orbitais que contrastam com que conhecemos por satélites regulares e irregulares. Titan é um objeto importante e não pode ser desprezado dado seu grande valor de massa ($m_{Titan} \approx 6,8 \times 10^{-8} M_{\odot}$, onde M_{\odot} denota unidade de massa solar).

Além da influência dos encontros próximos planetários e entre planetesimais e satélites, juntamente a estes, é nosso objetivo analisar a influência da obliquidade de Saturno sobre a evolução do sistema como um todo. Em outras palavras, queremos verificar como o sistema de Saturno se comporta para valores intermediários de obliquidade deste planeta (ε_s). Para tal, tomaremos como base os trabalhos de [Ward e Hamilton \(2004\)](#), [Hamilton e Ward \(2004\)](#), [Boué et al. \(2009\)](#), onde os autores afirmam que a evolução de ε_s ocorre devido a uma captura em ressonância spin-órbita (entre Saturno e Netuno), e que o cenário mais promissor para a evolução de ε_s se dá quando seu valor no momento da captura em ressonância spin-órbita é maior do que 4° . Para Urano não faremos este tipo de análise, pois a possibilidade de uma grande colisão no passado ser o evento responsável por sua grande obliquidade ($\varepsilon_u \approx 98^{\circ}$), torna o conjunto global muito mais complexo. Mesmo o novo cenário proposto por [Boué e Laskar \(2010\)](#), traria complicações dada a necessidade de se considerar um modelo dinâmico de variação de obliquidade dependente de fatores como: *i*) as demais perturbações decorrentes da migração; *ii*) o escape de um determinado satélite (o qual os autores consideraram com uma massa bastante elevada) em um período determinado de tempo. Para Saturno, o cenário é mais confortável dado o fato de que sua obliquidade é alterada devido a uma ressonância do tipo spin-órbita

entre Saturno e Netuno, o que provavelmente ocorreu após os eventos caóticos do fenômeno de migração (Nice-I, Nice-II), como apresentado em [Boué et al. \(2009\)](#) e [McNeil e Lee \(2010\)](#).

Ainda em nossa análise, objetivamos determinar qual dos modelos ([BENZ; ASPHAUG, 1999](#); [BOTTKE et al., 2005](#); [BOTTKE et al., 2010](#); [STEWART; LEINHARDT, 2009](#)) mais se adequa para a análise de colisões envolvendo satélites regulares e planetesimais. É de nosso interesse, tentar determinar o quanto de material (detrito) poderia ser formado na região habitada por satélites regulares.

Dando sequência aos objetivos desta Tese visamos estudar e desenvolver uma metodologia baseada em fenômenos como fricção dinâmica e maré planetária, capazes de atenuar os valores de excentricidades e inclinações orbitais resultantes do desenvolvimento dos objetivos citados na fase inicial.

Assim, montaremos alguns cenários com discos de partículas envolvendo as órbitas dos satélites regulares de Saturno e Urano. Neste ponto, analisaremos o fenômeno de fricção dinâmica propriamente dito, e baseando-nos também nos resultados discutidos no que diz respeito aos fenômenos colisionais, discutiremos a possibilidade de ocorrência de tal.

Por fim, testaremos alguns modelos de maré, os principais serão aqueles apresentados em [Correia \(2009\)](#) e [Nogueira et al. \(2011\)](#). O modelo de [Nogueira et al. \(2011\)](#) utiliza como base o modelo de [Correia \(2009\)](#), porém adicionando à ele as perturbações do Sol e do achatamento planetário, o que pode ser importante para um estudo da evolução orbital de Iapetus (em especial).

3 MODELOS DE MIGRAÇÃO

Nas simulações de [Tsiganis et al. \(2005\)](#), os planetas Júpiter, Saturno, Urano e Netuno, foram inicialmente posicionados entre 5 e 18 UA, e um disco de planetesimais contendo cerca de 35 massas terrestres, posicionado além de 20 UA, estendendo-se até aproximadamente 30 UA. A instabilidade nestas simulações inicia-se quando Júpiter e Saturno, ao migrarem (devido o espalhamento de planetesimais), passam pela ressonância 2:1 de movimento médio. Durante a instabilidade, as órbitas de Urano e Netuno cruzam a órbita de Saturno. Urano e Netuno são então lançados para regiões externas do Sistema Solar (próximo de onde atualmente se encontram) devido aos encontros próximos com Saturno. Os dois gigantes de gelo terminam então sua migração e se estabilizam através da interação com o disco de planetesimais. Este modelo, também conhecido como modelo de Nice (Nice-I neste texto), explica muitas propriedades do Sistema Solar atual ([MORBIDELLI et al., 2005](#); [NESVORNÝ et al., 2007](#); [GOMES et al., 2005](#)). Entretanto, tal modelo não é preciso em alguns detalhes. Por exemplo, as condições iniciais arbitrárias dos planetas usadas em [Tsiganis et al. \(2005\)](#) são difíceis de se conciliar com o estágio anterior, quando os planetas se formaram e migraram em um disco protoplanetário. Em vez de se considerar posições iniciais aleatórias, de acordo com [Morbideilli et al. \(2007\)](#), as posições iniciais de Júpiter e Saturno deveriam ser provenientes da formação destes, vinda de um disco de gás que dispersou quando suas órbitas haviam evoluído e sido capturadas em uma ressonância mútua de movimento médio 3:2. Urano e Netuno, por sua vez, também evoluíram para ressonâncias, sendo as preferenciais: 3:2 entre Saturno e Urano, e 4:3 entre Urano e Netuno. A instabilidade proposta por [Morbideilli et al. \(2007\)](#) foi causada pela passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância 5:3 de movimento médio (posteriormente a passagem pela ressonância 2:1 também ocorreria entre estes planetas, porém muito mais rápida do que previsto por [Tsiganis et al. \(2005\)](#)). Tal modelo representa uma segunda versão do modelo Nice-I (Nice-II neste texto), a qual apresenta melhor coerência entre o processo de formação e migração planetária (no que diz respeito aos planetas gigantes).

Ainda assim, nestes modelos, se a migração dos planetas gigantes ocorresse após a completa formação dos planetas rochosos, torna-se evidente que os planetas rochosos sofreriam as consequências de tal migração. Mesmo que a atual configuração dos planetas gigantes seja bem reproduzida com estes modelos, é natural a verificação de como os planetas rochosos suportam os efeitos da migração, assim como é importante explorar se a atual configuração dos planetas rochosos é compatível com a teoria de migração.

Assim, na tentativa de explicar a atual configuração dos planetas rochosos na presença destas teorias de migração, [Brasser et al. \(2009\)](#) verificou que a passagem um pouco mais duradoura pela ressonância 2:1 entre Júpiter e Saturno no Nice-I poderia gerar algumas ressonâncias seculares indesejáveis, principalmente as ressonâncias $g_1=g_5$ e $g_2=g_5$, causando incompatibilidades nas excentricidades dos planetas rochosos assim como instabilidades (veja também [Agnor e Lin \(2012\)](#)). [Brasser et al. \(2009\)](#) também verificou que para se evitar tais ressonâncias (as quais são funções da separação orbital de Júpiter e Saturno), seria necessário que Júpiter mudasse descontinuamente de posição, aproximando-se do Sol, ao passo que Saturno se afastava do Sol. Tal evolução de Júpiter apenas seria conseguida quando ocorresse um encontro próximo entre Júpiter e ao menos um gigante de gelo. Assim, apareceram as primeiras ideias do modelo conhecido como “*jumping Jupiter*”, o qual representa a versão mais atual do modelo de Nice ([NESVORNÝ; MORBIDELLI, 2012](#)).

Todavia, apesar das diferenças mencionadas, em todos estes modelos, o núcleo da dinâmica (instabilidade global causada pela passagem de Júpiter e Saturno por uma ressonância de movimento médio, e mais tarde, a estabilização devido a interação planetas-disco de planetesimais) é o mesmo. Portanto, neste trabalho (como feito no trabalho de mestrado), nós consideraremos apenas a fase de instabilidade vinda do Nice-I ([TSIGANIS et al., 2005](#); [GOMES et al., 2005](#)), a qual temos maior domínio e acesso a dados. Em nosso trabalho, os importantes ingredientes são o forte bombardeamento dos planetesimais sobre os satélites, juntamente com os encontros entre planetas, os quais são semelhantes em todas as versões descritas acima.

Assim, partindo das condições iniciais dadas em [Tsiganis et al. \(2005\)](#), evoluímos os planetas e planetesimais por aproximadamente 600 milhões de anos (tempo necessário para o início da fase de instabilidade ([GOMES et al., 2005](#))), e anotamos os elementos orbitais de todos os planetas e planetesimais.

As integrações numéricas da fase de instabilidade do Sistema Solar são muito sensíveis à pequenas alterações nas variáveis de integração, elementos orbitais, números de corpos na integração, etc (seção 4.1). Deste modo, mantendo os elementos orbitais de todos os objetos componentes das integrações tal qual anotados no passo acima, integramos, a partir dali, o sistema diversas vezes, porém modificamos o valor de anomalia média apenas dos planetas entre uma integração e outra. Com isso, conseguimos fazer com que o sistema tivesse uma evolução diferente para cada caso integrado.

Considerando que apenas as integrações em que os planetas terminem sua migração

em posições semelhantes as atuais são válidas, nós selecionamos os 5 casos da figura 3.1, os quais chamaremos M1, M2, M3, M4 e M5. Tais casos diferem principalmente no número de encontros próximos entre os planetas, assim como no tipo de migração, sendo que os casos M1, M3 e M5 apresentam um tipo de migração em que Urano e Netuno são “lançados” para as proximidades de suas posições atuais durante o período de 5 ou 10 milhões de anos. Já nos casos M2 e M4, Urano e Netuno não atingem suas órbitas atuais no mesmo período dos demais casos. Nestes dois casos, Urano e Netuno continuarão migrando de forma lenta até suas órbitas atuais, porém sem enfrentarem encontros próximos entre si ou com qualquer outro planeta. A evolução temporal do semi-eixo dos planetas nestes casos é mostrada na Fig. 3.1. Nós mostramos para os casos M1, M2, M3 e M4, apenas os primeiros 5 milhões de anos, isto é, um pequeno intervalo de tempo na região onde a ressonância 2S:1J ocorre, acompanhada de alguns encontros próximos planetários. Também nesta figura, para o caso M5, devido o fato de após 5 milhões de anos os planetas Urano e Netuno ainda não estarem em órbitas estáveis, consideramos um tempo de 10 milhões de anos. No final deste pequeno intervalo de tempo, a excentricidade e a inclinação dos planetas continuam maiores do que os valores atuais. Entretanto, em geral, uma vez que os planetas adquirem este tipo de configuração, mais nenhum encontro próximo planetário ocorrerá. Normalmente, os semi-eixos maiores permanecerão quase constantes e as excentricidades e inclinações serão amortecidas vagarosamente para seus valores atuais, devido a fricção dinâmica dos planetas com o disco de planetesimais. Isto costuma ocorrer em cerca de 100 milhões de anos (Fig. 3.2).

Novamente, seguindo Gomes et al. (2005), a massa total do disco de planetesimais usada por nós é de $35M_{\oplus}$ (onde M_{\oplus} indica unidade de massa da Terra). No início, este disco é representado por apenas 500 objetos, assim sendo, a massa de cada objeto é de $\approx 2,1 \times 10^{-7} M_{\odot}$. Durante a evolução temporal, sempre que um objeto se aproxima a uma distância D_P do semi-eixo de algum planeta ($D_P \approx 3UA$), o planetesimal é substituído por 20 novos objetos, que são distribuídas randomicamente em um círculo de raio $\approx 0,01UA$ centrado no planetesimal original. Neste processo, a massa do planetesimal original é conservada e igualmente dividida entre as novas partículas ($\approx 1,05 \times 10^{-8} M_{\odot}$). Estas por sua vez, após a divisão irão evoluir sob as influências do ambiente do qual foram inseridas, ou seja, algumas serão espalhadas (podendo até serem ejetadas do Sistema Solar) e outras terão encontros próximos ou colidirão com o planeta em questão. De tempos em tempos, o integrador verifica as distâncias planeta-planetesimal, e para todos os encontros $\leq D_P$, a técnica acima é aplicada. Entretanto, planetesimais que já foram divididos uma vez não serão divididos novamente, e podem participar de encontros próximos com os

planetas sem restrições, dado que estes já apresentam um valor de massa não muito grande comparado aos planetas. A ideia principal deste processo é justamente definir uma quantidade de partículas com massa individual aceitável, de tal forma que o tempo de integração seja aceitável, assim como a migração como um todo não seja muito ruidosa na variação dos elementos dos planetas. Ainda neste sentido, nós definimos o tempo com o qual verificamos encontros de planetesimais $\leq D_P$ como 10000 anos. Normalmente, após estas divisões, temos trabalhado com um total de $N_{max} \leq 10000$ partículas. Este é o disco de planetesimais que governa o cenário da migração. Os 5 modelos previamente mencionados foram obtidos considerando este disco de planetesimais.

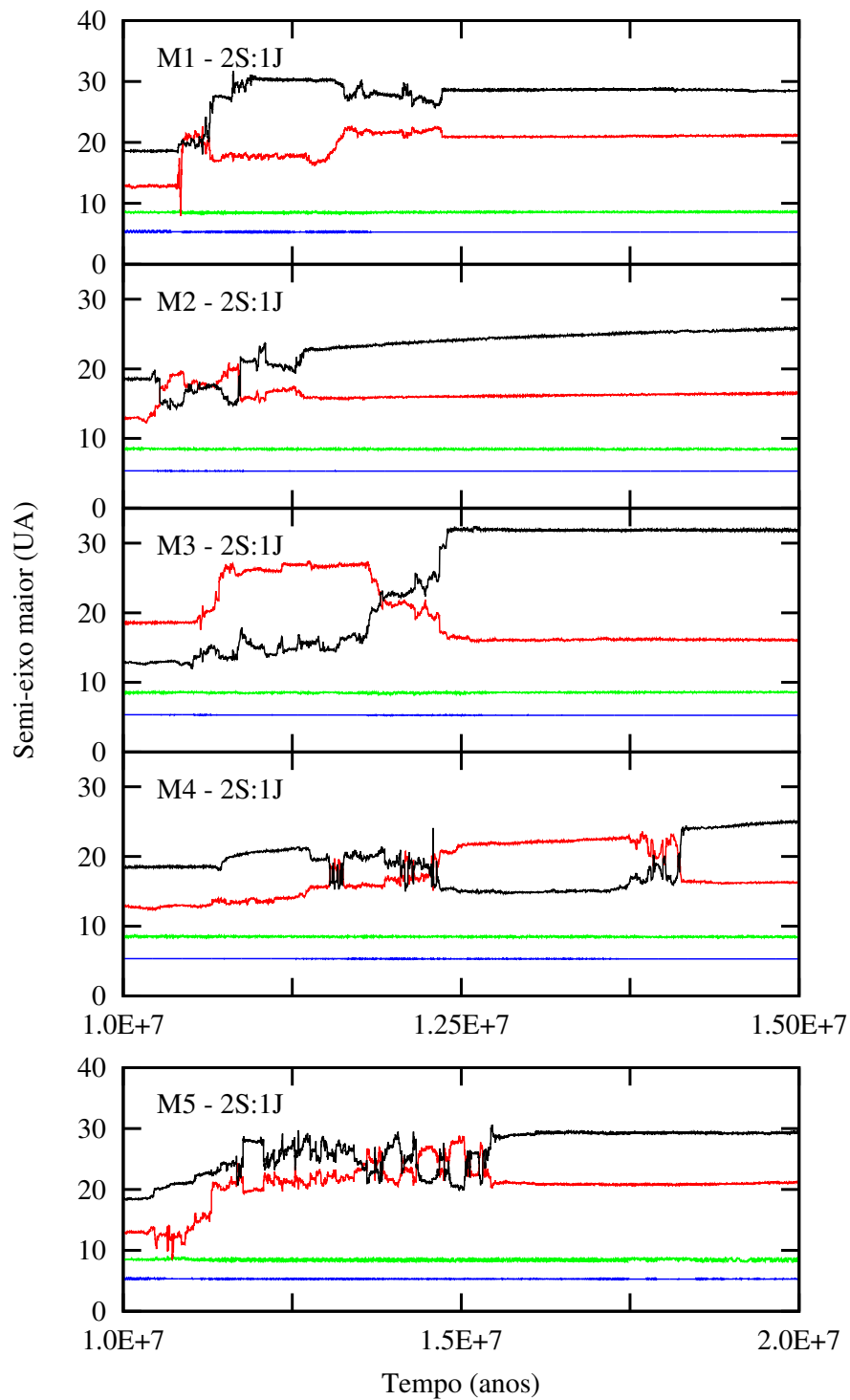


Figura 3.1 - Modelos M_i ($i=1..5$): Evolução temporal do semi-eixo maior dos planetas durante a passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância de movimento médio $2S : 1J$. As cores denominam: Azul = Júpiter, Verde = Saturno, Vermelho = Urano e Preto = Netuno.

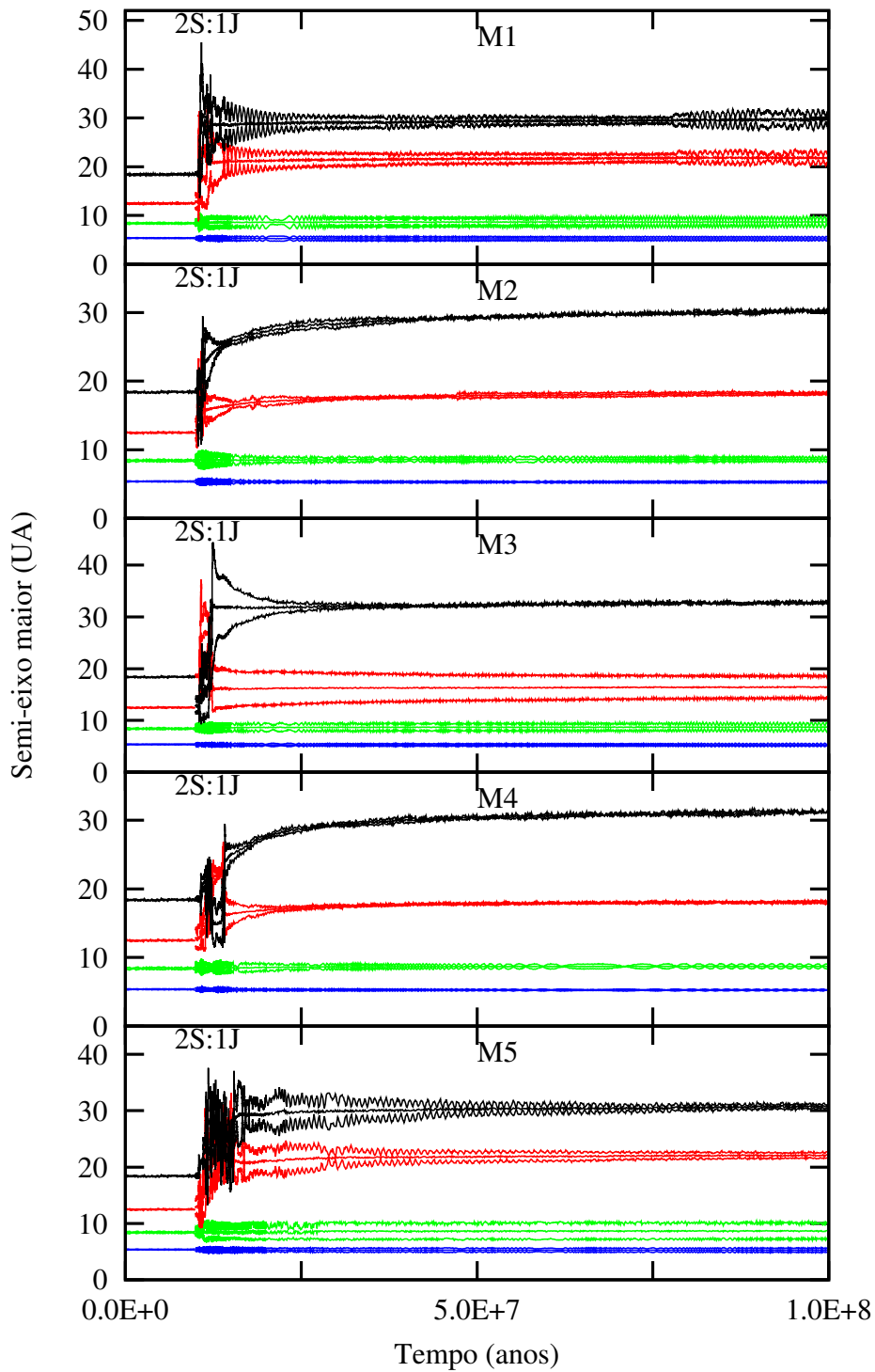


Figura 3.2 - Semelhante a Fig. 3.1 mas desta vez com o tempo estendido para 100 milhões de anos. Aqui também mostramos a evolução do periélio (q) e do afélio (Q) dos planetas durante a migração. As cores denominam: Azul = Júpiter, Verde = Saturno, Vermelho = Urano e Preto = Netuno.

4 METODOLOGIA

4.1 Sensibilidade do sistema, Técnica de interpolação & Seleção dos planetesimais

Nós propusemos estudar a estabilidade dos satélites regulares e objetos fictícios próximos ao satélite regular mais externo de Urano, assim como a dinâmica dos satélites de Saturno (com destaque para Titan, Hyperion e Iapetus), considerando os efeitos da migração planetária baseada no modelo Nice-I. Para fazermos isso, basicamente definimos dois passos. No primeiro, nós coletamos um número de cenários de migração bem sucedidos (5 simulações). Durante a integração dos quatro planetas gigantes, nós guardamos, a cada 7 anos, a posição e a velocidade dos planetas. Para testarmos os efeitos da migração sobre os satélites nós devemos considerar apenas as simulações que reproduzem aproximadamente nosso Sistema Solar atual. Uma maneira ingênua de estudarmos a dinâmica de satélites planetários é integrar novamente um modelo bem sucedido, porém agora incluindo satélites no planeta desejado. Fazendo isso, nota-se uma alta sensibilidade dos resultados sob pequenas mudanças na integração numérica. A inclusão de pequenos satélites (mesmo partículas quase sem massa) na integração, pode causar mudanças de modo que a configuração anteriormente obtida com sucesso para os planetas gigantes pode não ser mais reproduzida. Dado que o sistema é altamente caótico durante a passagem de Júpiter e Saturno pela ressonância 2S:1J, Urano e Netuno podem seguir caminhos diferentes dos anteriores e pequenas perturbações podem gerar importantes consequências, incluindo o escape de Urano ou Netuno. Por exemplo, partindo de uma das simulações anteriores (capítulo 3), mantendo as mesmas condições iniciais, apenas incluindo alguns satélites, o resultado final foi completamente alterado como mostrado na figura 4.1. O gráfico superior mostra a evolução dos planetas quando três satélites de Urano, nas distâncias $25R_U$, $40R_U$ e $55R_U$ são incluídos no modelo de migração ($R_U \simeq 25559\text{km}$, indica unidade em raios de Urano). No gráfico inferior da Fig. 4.1 nós incluímos dois satélites em $30R_U$ e $60R_U$. Podemos notar que o comportamento dos planetas de gelo são muito diferentes. Em particular, para o superior, como Urano teve alguns encontros próximos com Júpiter, os três satélites foram ejetados em aproximadamente 6×10^5 anos. De modo geral, não temos garantia sobre qual será o “Sistema Solar” que poderá ser obtido sempre que um objeto extra, como um satélite regular, for incluído no sistema. Em alguns casos nós podemos ter o escape de Netuno ou Urano. Em ambas as simulações da Fig. 4.1, o integrador Burlirsh-Stöer (BS2) do pacote integrador Mercury foi usado (CHAMBERS, 1999).

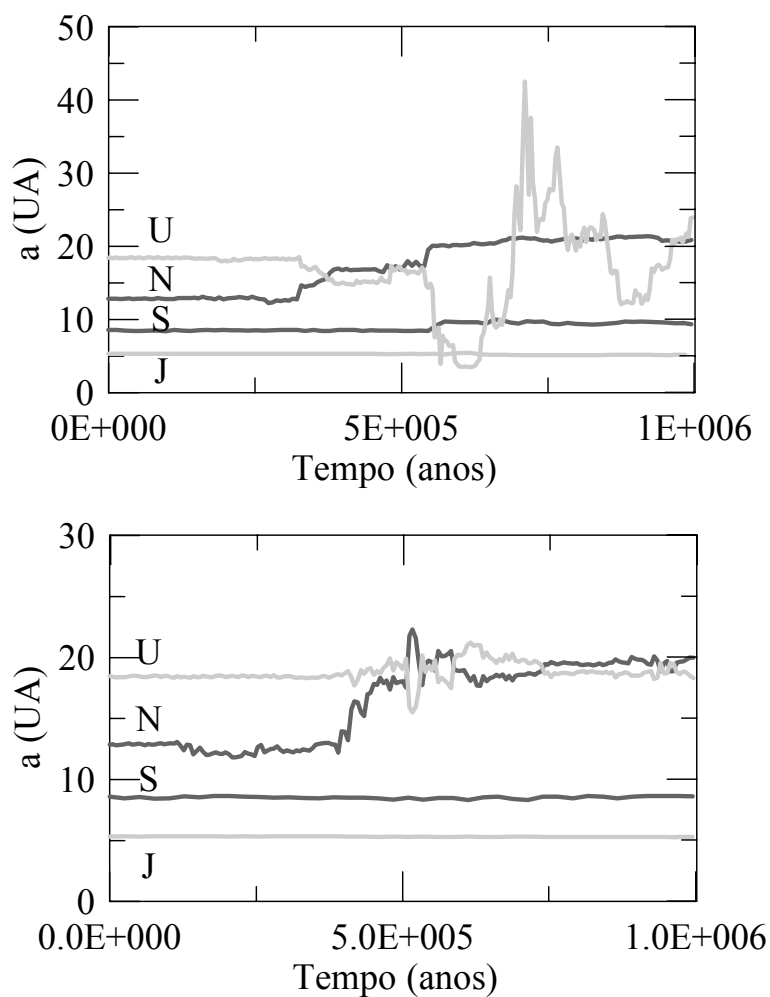


Figura 4.1 - Topo: três satélites de Urano ($a = 25R_U$, $a = 40R_U$, $a = 55R_U$) são incluídos. Base: idêntico ao caso “Topo”, porém incluindo apenas dois satélites: ($a = 30R_U$, $a = 60R_U$). O caminho seguido pelos gigantes de gelo muda completamente com a inclusão destes satélites.

Assim, devido a esta alta sensibilidade do sistema, a simples inclusão de um objeto alvo em um modelo previamente integrado não é válida. Além deste problema, a simulação de um modelo de migração pode levar muito tempo, especialmente no caso em que satélites próximos do planeta são incluídos.

Considerando então apenas aqueles modelos que reproduziram com sucesso nosso Sistema Solar atual, nossa técnica será usá-los como modelos padrões e inserir os satélites para serem estudados sob a ação da migração dos planetas e sob o efeito de alguns planetesimais “selecionados”. O significado de “selecionados” será explicado depois. A técnica para evitar esta alta sensibilidade já foi apresentada em Yokoyama et al. (2009), Brasser et al. (2009), Deienno (2010), Deienno et al. (2011) e também

em Brasil (2011).

Para conseguirmos estes modelos padrões, para cada migração obtida com sucesso, os elementos orbitais heliocêntricos $(a, e, I, \Omega, \omega)$ dos quatro planetas gigantes foram guardados para construção de um banco de dados discreto contendo a evolução completa dos planetas. Nós guardamos estes elementos a cada sete anos (o que nos permite obter uma grande quantidade de dados, sem a necessidade de um passo de integração muito pequeno, o que tornaria o processo demasiadamente lento). Com este banco de dados, para cada três pontos, uma interpolação polinomial quadrática no tempo pode ser definida para representar o semi-eixo maior, excentricidade, inclinação, longitude do nodo ascendente e argumento do pericentro para cada planeta. Através do polinômio do semi-eixo maior, a anomalia média pode ser calculada a partir de uma aproximação usando o problema de 2-corpos. A cada 14 anos, exceto para anomalia média, um novo polinômio é construído para cada elemento orbital dos planetas. Com esta técnica o movimento dos planetas na migração é dado em qualquer instante, e satélites podem ser inseridos no sistema com total garantia de que os planetas irão reproduzir o Sistema Solar anteriormente integrado (sem satélites). Uma vez que o banco de dados é gerado, qualquer conjunto de novos satélites pode ser inserido e nós podemos re-integrar o mesmo cenário, desde que apenas os satélites sejam integrados, isto é, as órbitas (e as perturbações) dos planetas serão suportadas pelos polinômios do nosso banco de dados. Em outras palavras, agora podemos definir um sistema planetocêntrico onde os satélites podem ser inseridos. As perturbações provenientes dos demais planetas e do Sol, são computadas através das equações polinomiais já definidas. Para isso, apenas algumas somas e rotações de vetores são necessárias para que todo o sistema de equações seja referenciado no mesmo plano equatorial do planeta em estudo (nova origem do sistema).

Durante a migração planetária, muitos encontros entre planetas e planetesimais ocorrem. Nosso modelo verifica estas distâncias planeta-planetesimal a cada 14 anos. Seja $t = t^*$ o instante em que um encontro próximo entre Urano (ou Saturno) e um planetesimal ocorre, de modo que a distância de separação seja $\leq 0,8\text{UA}$. Partindo de $t = t^*$, o sistema planeta-planetesimal é integrado retroativamente no tempo até $t = t^{**}$, quando a distância de separação torna-se maior do que 1UA . Esta é uma simples integração do problema de 2-corpos (planetocêntrico) onde a origem é fixada no equador do planeta. Neste caso o integrador usado foi o RA15 (EVERHART, 1985). Continuando, a partir de $t = t^{**}$ uma integração no sentido real do tempo é conduzida, e caso um planetesimal se aproxima dentro de uma distância de $100R_P$ do planeta, em $t = t^{***}$, nós guardamos sua posição e velocidade planetocêntrica

(R_P indica unidade em raios do planeta em questão, Urano ou Saturno). Estes são os planetesimais “selecionados” antes mencionados e eles serão processados depois (segundo passo), considerando um ambiente mais completo que inclui o Sol, o J_2 (coeficiente do achatamento do planeta em estudo), os três planetas restantes e os satélites regulares. Como o passo de integração é bastante pequeno, normalmente em $t = t^{***}$ a distância entre planetesimal-planeta é muito próxima de $100R_P$. Outras distâncias, como $200R_P$ e $300R_P$, também foram utilizadas.

Agora, vamos lembrar que no modelo de Nice nós consideramos um disco com $35M_{\oplus}$ representado por no máximo 10 mil partículas. Isto significa que a massa individual de cada partícula é de $1,05 \times 10^{-8} M_{\odot}$. Um grande número de planetesimais significa menor massa individual e por consequência, um processo de migração mais suave. Entretanto, um tempo de integração maior é necessário para simular a migração.

Embora o disco que nós usamos seja razoável para simular com sucesso a migração dos planetas, o mesmo não se aplica para o estudo da dinâmica de satélites, devido ao fato das massas dos planetesimais gerados serem muito grandes comparadas com as massas dos satélites regulares. Caso as massas dos planetesimais fossem da ordem de $1,05 \times 10^{-8} M_{\odot}$, tornar-se-ia difícil de explicar os corpos do cinturão de Kuiper e também os atuais satélites irregulares. Além disso, a sobrevivência dos satélites regulares em suas órbitas atuais seria muito improvável. O leitor poderia argumentar que eventualmente alguns planetesimais bastante grandes poderiam ter existido no disco, entretanto, a maior parte dos planetesimais não poderia ter massas tão grandes. Na próxima seção nós discutiremos melhor a questão das massas.

4.2 Encontros próximos & Massa dos planetesimais

A dinâmica dos satélites durante a migração envolve a interação do planeta hospedeiro com os demais planetas remanescentes, assim como com o efeito dos planetesimais “selecionados” sobre estes satélites.

Como mencionado anteriormente, com a técnica de interpolação, a computação dos efeitos dos planetas torna-se simples, entretanto, o efeito dos planetesimais sobre os satélites deve ser trabalhado à parte.

Para que possamos levar em conta os efeitos dos encontros próximos entre planetesimais e satélites, nós temos que definir um valor de massa para cada planetesimal que se aproxima do planeta. De acordo com [Trujillo et al. \(2001\)](#), o número (N) de partículas com raio r pertencentes ao cinturão de Kuiper segue uma distribuição

cumulativa dada pela seguinte lei de potência: $N \propto r^{-q}$ ($q = 4 \pm 0,5$). Para asteroídes do cinturão principal o valor $q \approx 3,5$ (JEWITT; HAGUIPOUR, 2007), pode apresentar significantes variações. Para os satélites irregulares de Júpiter parece que uma simples lei de potência não é capaz de descrever perfeitamente sua atual distribuição. O processo de evolução dos satélites, certamente passou por questões de dinâmica, eventos colisionais, reacumulação pós colisão, etc. Estes fatos podem ter perturbado uma possível distribuição na forma de lei de potência neste sistema. Ainda assim, por simplicidade, mantendo a ideia de uma lei de potência para definir a massa dos planetesimais, nós consideraremos os valores atuais observados nos satélites irregulares, tomando também o cuidado de considerar o fato de que um pequeno número de possíveis corpos semelhantes a Plutão (como são observados hoje no cinturão de Kuiper), devem ter existido no disco primordial. Atualmente os valores de massa (m), densidade (ρ) e diâmetro (D) de Plutão, são $m \approx 6,6 \times 10^{-9} M_{\odot}$, $\rho \approx 2,06 \text{ g/cm}^3$ e $D \approx 2300 \text{ km}^1$. De acordo com muitos autores, o cinturão de Kuiper é a relíquia do disco de planetesimais primordial. A maior parte dos corpos do nosso Sistema Solar teve sua origem e composição conectada com este disco transnetuniano. O estudo do cinturão de Kuiper atual pode prover muita informação relacionada com a história de evolução do nosso Sistema Solar. Baseando-se nisso, Levison et al. (2008), Morbidelli et al. (2009), entre outros, concluíram que no disco de planetesimais circumsolar original existiram cerca de 1000 (ou 1500) corpos semelhantes a Plutão. Logo, nós temos que levar em conta esta característica em nosso disco. No momento em que Júpiter e Saturno entram na ressonância 2S:1J (época do LHB), o número de partículas de nosso disco é algo em torno de 10 mil. Seja então: N o número de partículas do disco ($N=10$ mil); N_{enc} o número total de encontros planetesimais-planeta; N_p o número de plutões previsto existente no disco original ($\simeq 1000$); N_{enc}^p o número de encontros Plutão-planeta estimado para nossas simulações. Assim, se considerarmos que a razão N/N_{enc} é uma constante (K) para um dado modelo M_i ($i=1\dots5$), então, para mantermos a proporção, a mesma constante será igual a N_p/N_{enc}^p . Portanto, o número de encontros Plutão-planeta deve ser definido por:

$$N_{enc}^p = N_p \frac{N_{enc}}{N} \simeq \frac{N_{enc}}{10} = 10\% N_{enc} \quad (4.1)$$

Assumiremos agora que os planetesimais sejam esféricos (NOGUEIRA, 2008): $\rho =$

¹http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par

$3m/4\pi r^3$, assim sendo, $r = (\sigma m)^{1/3}$, onde $\sigma = 3/4\pi\rho$. Portanto, a partir da lei de potência anterior ($N \propto r^{-q}$), podemos escrever: $m \propto N^{-3/q}/\sigma$, e finalmente:

$$m = \frac{4\pi\rho N^{-3/q}}{3C} \quad (4.2)$$

onde C é uma constante de proporcionalidade e ρ é a densidade do corpo.

Desde que trabalhamos com um número finito de massas, a massa total de um conjunto de N_{max} partículas pode ser aproximado por:

$$M_{total} = M_1 \sum_{N=0}^{N_{max}} (N + \delta)^{-3/q} \quad (4.3)$$

onde δ é um número randômico no intervalo [0-1] e $M_1 = 4\pi\rho/3C$. Desde que a massa total seja fixada, M_1 (ou C) é determinado pela equação 4.3, e cada massa individual pode ser encontrada com uso da equação 4.2.

Considerando a discussão sobre os objetos observados no cinturão de Kuiper e a atual distribuição de tamanho dos satélites irregulares, nós adotamos $q = 1, 3$. Juntando todos estes conceitos, consideremos os primeiros encontros entre um planetesimal e um planeta. Nossa estratégia é substituir o planetesimal original que está se aproximando por 500 novas massas, isto é, m_1, m_2, \dots, m_{500} , e para a primeira dessas duas massas nós definimos $m_1 \sim m_{Plutao}$ e $m_2 = m_1/2$. A massa remanescente é dividida entre as demais 498 partículas de acordo com a equação 4.2. Chamaremos estas massas resultantes de divisão como “partículas clone”. No segundo encontro o processo é repetido, entretanto, para a nova m_1 atribuímos um valor entre m_1 e m_2 do encontro anterior. Assim, cada planetesimal original que se aproxima é quebrado em 500 novas partículas e, assim que o número de objetos semelhantes a Plutão for atingido, isto é, 10% de N_{enc} (equação 4.1), a inclusão de partículas do tipo Plutão (m_1 e m_2) é interrompida. Deste modo, a partir deste ponto a massa total de cada planetesimal original é completamente dividida em 500 novas partículas seguindo a equação 4.2. O fato de que inserimos dois objetos com grande massa para os primeiros encontros não é tão relevante dado que posteriormente todos estes encontros serão distribuídos randomicamente. Logo, para computar o efeito individual de cada encontro próximo sobre os satélites, nós tentamos criar um ambiente no qual se assemelha ao disco original do passado. Provavelmente, muitos outros critérios poderiam ser levado em conta para definirmos os valores das massas. Nós adotamos

esta distribuição após muitos testes bem sucedidos e considerando que esta é uma maneira simples de conciliar a existência de alguns planetesimais do tipo Plutão no passado, como apontado por [Levison et al. \(2008\)](#) e [Morbidelli et al. \(2009\)](#).

Resumindo, aqueles planetesimais originais da seção anterior que tiveram encontro com um planeta, serão substituídos por 500 novos clones, e a soma das massas de cada um desses 500 clones é a mesma do planetesimal original ($1,05 \times 10^{-8} M_{\odot}$). Para cada clone é atribuída uma massa individual seguindo duas ideias básicas: o número de corpos semelhante a Plutão no disco original é preservado quando os planetesimais são fragmentados em novas partículas, e a massa dessas “partículas clone” segue uma distribuição na forma de lei de potência. Este procedimento é repetido para todos os encontros ocorridos durante uma rodada bem sucedida do modelo de Nice. Cada “partícula clone”, com sua massa, posição e velocidade, é randomicamente arquivada em um único arquivo. O passo final é integrar novamente um modelo de migração original, onde os planetas são retirados do banco de dados construído na seção 4.1 e alguns satélites são adicionados ao planeta (Urano ou Saturno). Para computar o efeito destas “partículas clone” sobre os satélites, o integrador extrai, sequencialmente, do arquivo acima mencionado, uma partícula por vez, inserindo esta na integração. Estes planetesimais são injetados, periodicamente, em intervalos de tempo Δt de acordo com a frequência de encontros ocorridos durante a construção dos modelos M_i ($i=1\dots 5$). Entretanto, o valor de Δt não é o mesmo para toda a integração, desde que o número de encontros planeta-planetesimal é muito pequeno no começo da integração e após isso, durante a passagem pela ressonância 2S:1J, este número aumenta drasticamente. De modo geral, o número de tais encontros aumenta durante os encontros próximos entre Urano e Netuno, enquanto na ausência de encontros planetários o número é baixo. Em outras palavras, Δt é definido durante a primeira simulação quando contruimos nosso banco de dados. Portanto, pequeno ou grande, Δt é adotado de acordo com o número de encontros próximos que ocorreram durante um intervalo de tempo fixo. Isto significa que Δt pode ser menor do que o período de precessão da órbita dos satélites considerados, porém, isso é apenas uma consequência do que realmente aconteceu na migração original. Logo, nós devemos preservar esta característica nesta segunda integração.

Na figura 4.2 nós mostramos o número de encontros planetesimais-planeta ocorridos durante a migração dada na figura 3.1. Os X's pretos representam o número de encontros planetesimais-Urano, e os X's vermelhos os encontros planetesimais-Saturno. Cada X representa o acumulo de encontros ocorridos dentro de uma distância de 0,8 UA, durante um intervalo de tempo de 500 anos. Como a maioria dos encontros

ocorrem durante a ressonância 2S:1J, quando Urano e Netuno tem muitos encontros próximos, não mostramos aqui os poucos encontros que ocorrem antes e depois desta fase. O número total de encontros para cada modelo e planeta é:

$M1$: Urano = 172116, Saturno = 60981; $M2$: Urano = 203657, Saturno = 43778;
 $M3$: Urano = 120697, Saturno = 42375; $M4$: Urano = 115345, Saturno = 26248;
 $M5$: Urano = 121650, Saturno = 37569.

4.3 Colisões

Nesta seção daremos atenção maior ao equacionamento dos fenômenos colisionais propostos por Benz e Asphaug (1999), Stewart e Leinhardt (2009) e Bottke et al. (2010). Também evidenciaremos a grande variedade de parâmetros que devem estar em concordância para uma análise de fenômenos colisionais.

• Benz e Asphaug (1999) e Bottke et al. (2010)

Nesta metodologia os autores definem Q (energia específica) como sendo a energia cinética do projétil por unidade de massa do alvo:

$$Q = 0,5 \frac{m_p v_p^2}{m_a} \quad (4.4)$$

onde m_p , v_p e m_a são a massa e velocidade do projétil e massa do alvo, nesta ordem.

Uma definição de Q_D^* (energia crítica de impacto, necessária para “quebrar” o alvo e dispersar cerca de 50% de sua massa) é dada em Benz e Asphaug (1999):

$$\bar{Q}_D^* = Q_0 \left(\frac{R_{pb}}{1cm} \right)^a + B \rho \left(\frac{R_{pb}}{1cm} \right)^b \quad (4.5)$$

onde Q_0 , R_{pb} , a , B , ρ e b são constantes que dependem do tipo de material e velocidades de impacto envolvidas (seus valores, retirados de Benz e Asphaug (1999) estão resumidos na tabela 4.1).

Em Bottke et al. (2010) é feita a seguinte análise do maior remanescente de uma colisão baseando-se nestes valores e de Q_D^* .

$$\begin{aligned} M_{LR}(Q < Q_D^*) &= \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] m_a \\ M_{LR}(Q > Q_D^*) &= \left[-0,35 \left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] m_a \end{aligned} \quad (4.6)$$

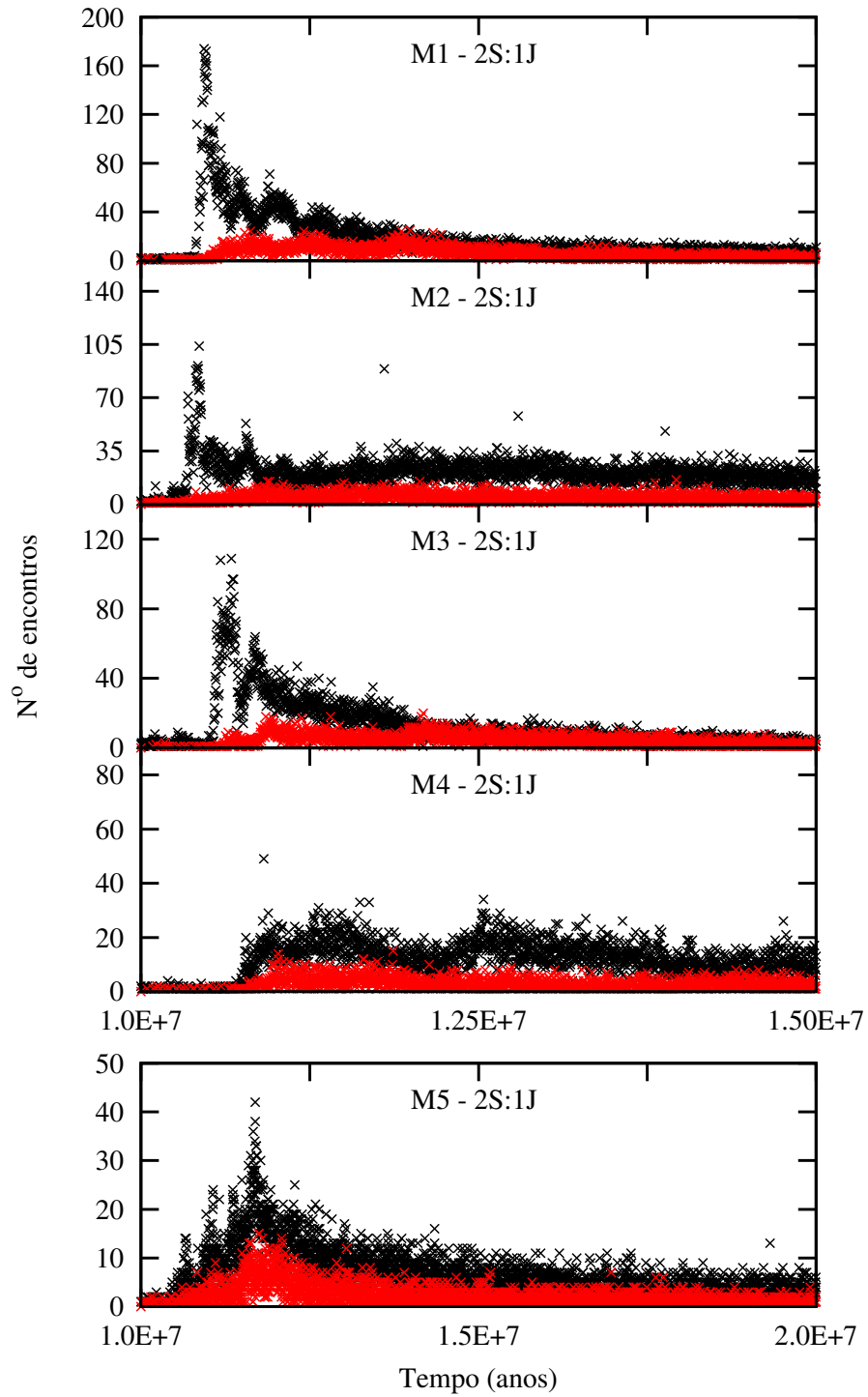


Figura 4.2 - X's pretos: número de encontros entre planetesimais-Urano. X's vermelhos: número de encontros entre planetesimais-Saturno. Ambos durante a evolução mostrada na figura 3.1. Urano sofre muito mais encontros do que Saturno.

onde M_{LR} indica a massa do maior remanescente da colisão.

Ainda, as quantidades Q e Q_d^* definem três diferentes eventos: cratera para $Q < Q_d^*$, catastróficos para $Q \approx Q_d^*$, e super catastróficos quando $Q > Q_d^*$. No cenário do evento super catastrófico, quando dois corpos de tamanhos comparáveis colidem, o resultado pode também ser algo extremamente energético onde ambos, projétil e alvo são pulverizados (BOTTKKE et al., 2010).

Tabela 4.1 - Constantes para \bar{Q}_D^* (BENZ; ASPHAUG, 1999)

Material	v_{impacto} (km/s)	Q_0 (erg/g)	B ($erg\ cm^3/g^2$)	a	b
Basalto	5	$9,0 \times 10^7$	0,5	-0,36	1,36
Basalto	3	$3,5 \times 10^7$	0,3	-0,38	1,36
Gelo	3	$1,6 \times 10^7$	1,2	-0,39	1,26
Gelo	0,5	$7,0 \times 10^7$	2,1	-0,45	1,19

Notas. $v_{\text{impacto}} = v_p$ na equação 4.4 se considerarmos o alvo parado.

- Stewart e Leinhardt (2009)

Os autores sugerem uma nova metodologia de análise de colisões, onde não trabalham individualmente com as massas e raios de alvo e projétil, mas sim com a combinação de ambos. Assim definem a seguinte equação para a energia cinética reduzida por unidade de massa total do sistema (Q_R):

$$Q_R = 0,5 \frac{\mu v_p^2}{m_{\text{total}}} \quad (4.7)$$

onde $\mu = m_p m_a / m_{\text{total}}$ e $m_{\text{total}} = m_p + m_a$.

O análogo a Q_D^* (Q_{RD}^*), nesta metodologia é uma função explícita da velocidade de impacto (v_p) e é definido como segue:

$$Q_{RD}^* = q_s R_{C1}^{9\mu/(3-2\phi)} v_p^{(2-3\mu)} + q_g R_{C1}^{3\mu} v_p^{(2-3\mu)} \quad (4.8)$$

onde q_s , μ , q_g e ϕ são constantes que dependem dos materiais envolvidos na colisão. R_{C1} é o raio esférico resultante da combinação das massas do alvo e do projétil calculado com densidade de $1g/cm^3$. O μ aqui apresentado difere do μ apresentado na Eq. 4.7, porém manteremos a notação, pois estamos apenas reproduzindo o que se

encontra no artigo dos autores, da mesma maneira apresentada por eles. Os valores destas variáveis estão dados na tabela 4.2.

Por fim, para a massa do maior remanescente (M_{lr}) teremos:

$$M_{lr} = [-0,5(Q_R/Q_{RD}^* - 1) + 0,5]m_{total} \quad (4.9)$$

Tabela 4.2 - Variáveis relacionadas com a equação 4.8, nas unidades cgs (STEWART; LEINHARDT, 2009)

Material	μ	ϕ	q_s	q_g
Gelo/Rocha (Weak Rock)	0,4	7	500	10^{-4}
Rocha (Strong Rock)	0,5	8	7×10^4	10^{-4}

Notas. Rocha (Strong Rock) = equivalente aos dados de Benz e Asphaug (1999) para balsalto.

• Considerações

Para todas as equações aqui consideradas, podemos entender que as velocidades do projétil serão na verdade as velocidades relativas de impacto das colisões, dado que ambos, alvo e projétil estão em movimento relativo, e que sua geometria de impacto pode ser qualquer, ou seja, podem ocorrer para qualquer ângulo dentro do intervalo de 0° a 180° .

Os resultados serão apresentados em termos da massa total dispersada durante as colisões. Tal massa será calculada da seguinte forma: *i*) se a massa do maior remanescente (M_{LR} ou M_{lr}) for negativa, ou seja, a colisão for super-catastrófica, a massa dispersada será igual a massa total ($m_{total} = m_a + m_p$); *ii*) se a massa do maior remanescente for positiva, então a massa dispersada será determinada por $m_{disp} = m_{total} - M_{(LR \text{ ou } lr)}$, onde m_{disp} será a massa dispersada.

Sabemos que estas não são as únicas maneiras de se conduzir uma análise colisional, e talvez nem mesmo as melhores. Mesmo assim, baseando-se no grande número e variedade de constantes, assim como em nossa falta de conhecimento nestes eventos relacionados com satélites regulares, principalmente envolvendo um grande intervalo de velocidades de impacto (de frações à dezenas de km/s – seção 5.4) e também que os materiais que formam satélites e planetesimais são pouco conhecidos, é válido

iniciarmos nossa avaliação do problema verificando quanto de material poderia ser dispersado devido as colisões envolvendo satélites regulares e planetesimais durante o LHB segundo algumas das mais recentes teorias de eventos colisionais.

4.4 Fricção Dinâmica

Para o estudo tentativo de minimizar as variações nos elementos orbitais dos satélites regulares de Urano e Saturno, neste caso em especial Titan e Iapetus (dado que os demais pouco sofrem alterações), após o LHB, desenvolveremos dois tipos de análises. A primeira baseia-se no fenômeno de fricção dinâmica, onde os satélites com valores de inclinações e excentricidades orbitais elevadas, interagem com um disco de partículas. Tal disco pode ser formado por diversos fatores, dentre eles: *i*) das colisões ocorridas entre satélites e planetesimais; *ii*) das colisões ocorridas entre satélites fictícios primordiais (caso de Urano); *iii*) das colisões ocorridas entre planetesimais, ou seja, por evolução colisional de planetesimais capturados (satélites irregulares - Bottke et al. (2010)).

Dado o fato de que a formação de disco de partículas ao redor de satélites, por eventos colisionais, envolve um determinado tipo de estudo específico, o qual necessita da avaliação de cada colisão em tempo real durante a integração, computando fatores como fragmentação, espalhamento, e reacumulação, os quais envolvem outros parâmetros e processos físicos não tão bem determinados, além do acúmulo do número de corpos nas integrações (o que torna o processo muito demorado), optamos por não fazer tal análise, pois neste momento, isso não é exatamente de nosso interesse. Nosso interesse neste ponto se limita a avaliar o quão eficaz o mecanismo de fricção dinâmica pode ser.

Levando em conta esta dificuldade, partiremos do princípio de que as colisões, da maneira como foram computadas mediante a metodologia já apresentada, sirvam de referência para viabilizar qual o montante de massa que cada disco pode conter. Em outras palavras, testaremos diversos discos com diversos valores de massa, todos em porcentagem de massa dos satélites. Faremos a análise destes resultados e comparando com os resultados obtidos mediante a metodologia já apresentada (análise de colisões), definiremos se tal possibilidade é plausível de ocorrer.

Para a distribuição das partículas no disco, adotaremos um modelo de distribuição que varia com $1/r$, onde “ r ” é a distância radial planeta-partícula do disco. Os satélites em estudo serão posicionados em duas configurações diferentes. Na primeira, o satélite será posicionado de modo que seu semi-eixo fique imerso no disco de par-

tículas. Na segunda, o semi-eixo orbital do satélite tangenciará a borda interna do disco de partículas. Estes dois cenários serão adotados devido o fato de não estarmos nos baseando até o presente momento em modelos de dispersão de partículas como comentado anteriormente. Também, porque é válido pensar que após uma sequência de colisões do tipo planetesimal-satélite, as partículas geradas deveriam dividir suas órbitas com as dos satélites. Portanto, ainda pensando desta forma, algumas partículas podem ir para dentro e para fora da órbita dos satélites (deixando o satélite imerso no disco criado), ou as partículas próximas do satélite poderiam ser dispersadas de uma certa maneira que apenas um disco exterior seria formado (deixando o satélite tangenciando a borda interna do disco).

4.5 Maré

Nossa segunda análise baseia-se no fenômeno de maré. Como dito no capítulo 2, utilizaremos como ponto de partida os modelos de [Correia \(2009\)](#) e [Nogueira et al. \(2011\)](#). O modelo de [Correia \(2009\)](#) será utilizado em uma forma simplificada, onde apenas a maré que o satélite gera no planeta será considerada, ou seja, desconsideraremos a maré que o planeta cria no satélite ([NOGUEIRA et al., 2011](#)). Já o modelo de [Nogueira et al. \(2011\)](#) será utilizado em sua forma geral, sendo que a ele ainda iremos incorporar mais dois fatores: *i*) o efeito da fricção dinâmica e a dinâmica do movimento do equador de Saturno. Esta dinâmica do movimento do equador será dada como apresentado em [Kinoshita \(1993\)](#), e seguirá o padrão de variação dado em [Hamilton e Ward \(2004\)](#). Para o planeta Urano tomaremos sua obliquidade sempre constante, dado o fato da inexistência de um consenso sobre sua evolução, assim como o fato de usarmos como condições iniciais os resultados obtidos por [Deianno et al. \(2011\)](#) (onde foi considerado que a obliquidade de Urano no período do LHB era a atual).

4.5.0.1 • [Correia \(2009\)](#)

Optamos por iniciar nosso estudo utilizando este modelo, pois as equações de maré podem ser escritas em forma fechada para qualquer valor de excentricidade, desde que $e < 1$. Isso deriva do fato deste modelo assumir que o tempo de resposta (Δt) para maré em um corpo ser constante. Como citado em [Nogueira et al. \(2011\)](#), Δt constante para órbitas excêntricas implica no fato de que $\Delta t = (Q \cdot s)^{-1}$, onde “ Q ” é a função dissipação e “ s ” o spin do corpo em estudo.

Neste trabalho, entretanto, não utilizaremos todas as equações descritas no modelo de [Correia \(2009\)](#). Assim como feito pelos autores em [Nogueira et al. \(2011\)](#),

usaremos um modelo simplificado. Tal simplificação se resume em integrar apenas as equações responsáveis pela variação do semi-eixo maior, excentricidade, spin e obliquidade do satélite em prova, desprezando as variação ocorridas na órbita do planeta.

Dado o fato de pouco se saber sobre a obliquidade de alguns satélites, consideraremos este valor igual a zero. Logo, não serão integradas as equações responsáveis pela variação da obliquidade do satélite. Assim, nossas equações apresentadas a seguir serão as mesmas apresentadas em [Nogueira et al. \(2011\)](#) (baseadas em [Correia \(2009\)](#)), mas omitindo a equação da obliquidade e ajustando os termos relacionados nas demais equações.

$$\begin{aligned}
\dot{a}_{mare} &= \frac{2K}{ma} \left(\frac{f_2(e)s}{n} - f_3(e) \right) + \\
&\quad + \frac{2K_p}{ma} \left(\frac{f_2(e)\cos(I)s_p}{n} - f_3(e) \right), \\
\dot{e}_{mare} &= \frac{9Ke}{ma^2} \left(\frac{11f_4(e)s}{18n} - f_5(e) \right) + \\
&\quad + \frac{9K_p e}{ma^2} \left(\frac{11f_4(e)\cos(I)s_p}{18n} - f_5(e) \right), \\
\dot{s}_{mare} &= -\frac{Kn}{C} \left(f_1(e)\frac{s}{n} - f_2(e) \right),
\end{aligned} \tag{4.10}$$

onde I é a inclinação do satélite em relação ao equador do planeta, s e s_p são, respectivamente, o spin do satélite e do planeta, a , n , e e são o semi-eixo maior orbital, movimento médio, e excentricidade do satélite nesta ordem, com C sendo o momento de inércia do satélite em relação ao seu eixo de spin, e m e m_p são as massas do satélite e do planeta, respectivamente. As demais quantidades são definidas da seguinte forma:

$$\begin{aligned}
K &= \frac{3k_2k'm_p^2r^5\Delta t}{a^6}, \\
K_p &= \frac{3k_{2p}k'm_p^2r_p^5\Delta t_p}{a^6}, \\
f_1(e) &= (1 + 3e^2 + 3e^4/8)(1 - e^2)^{-9/2}, \\
f_2(e) &= (1 + 15e^2/2 + 45e^4/8 + 5e^6/16)(1 - e^2)^{-6}, \\
f_3(e) &= (1 + 31e^2/2 + 255e^4/8 + 185e^6/16 + 25e^8/64)(1 - e^2)^{-15/2}, \\
f_4(e) &= (1 + 3e^2/2 + e^4/8)(1 - e^2)^{-5}, \\
f_5(e) &= (1 + 15e^2/4 + 15e^4/8 + 5e^6/64)(1 - e^2)^{-13/2}.
\end{aligned} \tag{4.11}$$

Aqui k_2 , Δt e r representam o número de Love, o tempo de resposta para maré e o raio do satélite, nesta ordem. As mesmas variáveis para o planeta carregam o sub-índice “ p ”. k' é a constante gravitacional.

4.5.0.2 • Nogueira et al. (2011)

Aqui os autores adicionam nas equações de maré, as equações devida as perturbações do Sol e do achatamento do planeta. Esta implementação é feita, pois os autores estão interessados no estudo de Tritão, o qual inicialmente encontra-se na região onde a perturbação solar é dominante, porém, dada sua excentricidade, Tritão também adentra regiões dominadas pela perturbação do achatamento. Portanto, é plausível a hipótese dos autores de que neste cenário, a maré não estaria atuando sozinha sobre o satélite.

Considerando que nossos sistemas de estudo são Saturno e Urano, temos que: *i*) Saturno está próximo do Sol; é o segundo planeta mais achatado do Sistema Solar; os satélites inicialmente em estudo serão Titan e Iapetus (este em regiões onde a perturbação solar é dominante); o planeta possui seu equador inclinado em relação a sua órbita (o que torna a relação entre as perturbações solar e do achatamento muito mais envolventes); *ii*) Urano é o planeta com maior obliquidade de eclíptica, proporcionando o aparecimento da ressonância de Kozai, mesmo para satélites equatoriais na ausência do achatamento.

Assim, com base nestes aspectos iremos considerar também em nossas simulações a formulação utilizada por Nogueira et al. (2011). Entretanto, para tal usaremos as equações das perturbações solar e do achatamento como apresentadas em Deienno et al. (2011), escritas no plano orbital do planeta, e duplamente mediadas em relação as

anomalias médias do satélite e do Sol. Optamos pela formulação feita no plano orbital devido o fato de que assim as equações de movimento do satélite, derivadas destas perturbações, dependam apenas da evolução de seus próprios elementos orbitais. Do contrário, caso tivéssemos optado por escrever as equações no equador planetário, as equações derivadas do potencial solar neste referencial dependeriam diretamente da evolução do nodo ascendente do Sol (Ω_{\odot} , onde \odot indica que a variável esta relacionada ao Sol).

O potencial da perturbação solar duplamente mediado e escrito no plano orbital como em [Deianno et al. \(2011\)](#) é:

$$R_{\odot} = \frac{m_{\odot} n_{\odot}^2 a^2}{8(m_p + m_{\odot})(1 - e_{\odot}^2)^{3/2}} \left[\left(1 + \frac{3}{2}e^2\right)(3 \cos^2(I_o) - 1) + \frac{15}{2}e^2 \sin^2(I_o) \cos(2w_o) \right]. \quad (4.12)$$

Analogamente, para o potencial devido ao achatamento do planeta, temos:

$$R_{J_2} = \frac{1}{8(1 - e^2)^{3/2}} n^2 r_p^2 J_2 [((3 \cos^2(\varepsilon_p) - 1)(3 \cos^2(I_o) - 1) - 3 \sin(2\varepsilon_p) \sin(2I_o) \cos(\Omega_o) + 3 \sin^2(\varepsilon_p) \sin^2(I_o) \cos(2\Omega_o))], \quad (4.13)$$

onde m_{\odot} , n_{\odot} e e_{\odot} representam a massa, o movimento médio e a excentricidade do Sol. I_o , w_o e Ω_o são nesta ordem a inclinação, o argumento do pericentro e a longitude do nodo ascendente do satélite referenciados no plano orbital do planeta. J_2 é o coeficiente de achatamento.

A relação existente entre a inclinação do satélite escrita no equador e no plano orbital do planeta é dada por:

$$\cos(I) = \cos(\varepsilon_p) \cos(I_o) - \sin(\varepsilon_p) \sin(I_o) \cos(\Omega_o). \quad (4.14)$$

Esta relação (eq. 4.14), assim como as demais apresentadas em [Deianno et al. \(2011\)](#) e usadas para dar forma às equações 4.12 e 4.13, podem ser escritas a partir do triângulo esférico mostrado na figura 4.3, onde ε_p representa o ângulo entre o equador

e o plano orbital do planeta (obliquidade), contado a partir do plano do equador. Esse é o motivo de utilizarmos $-\varepsilon_p$ na figura 4.3, e em nossa formulação.

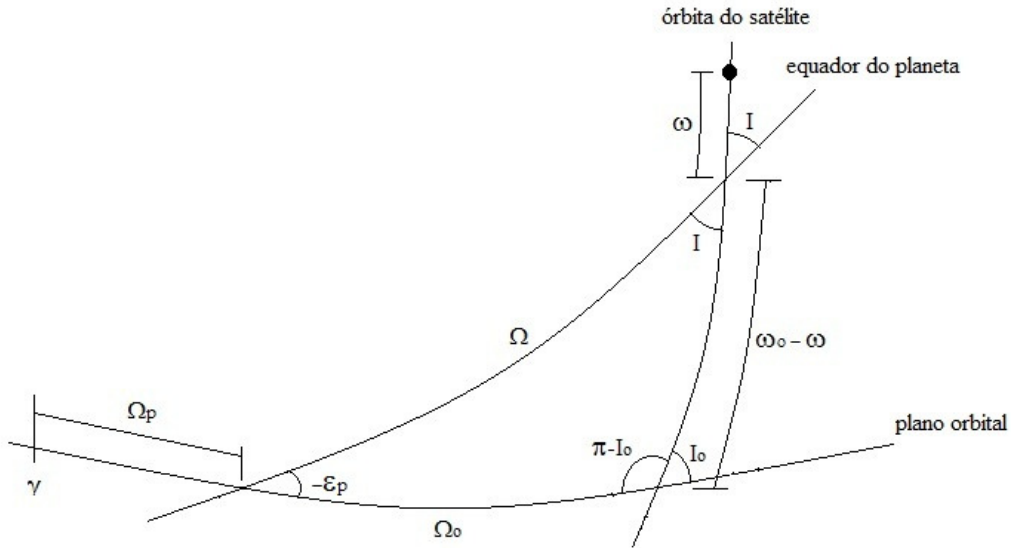


Figura 4.3 - Geometria do problema.

Assim, com base nas equações 4.12 e 4.13, podemos escrever a função perturbadora do problema como segue:

$$H = R_{\odot} + R_{J_2}. \quad (4.15)$$

Portanto, as equações do movimento serão (atentando-se ao fato de que a relação apresentada em 4.14 deverá ser incorporada nas equações 4.10, de modo que elas também estejam referenciadas ao plano orbital do planeta):

$$\begin{aligned}
\dot{a} &= \dot{a}_{mare} , \\
\dot{e} &= \dot{e}_{mare} - \frac{1}{na^2e}(1-e^2)^{1/2} \frac{\partial H}{\partial w_o} , \\
\dot{s} &= \dot{s}_{mare} , \\
\dot{I}_o &= -\frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{1}{\text{sen}(I_o)} \frac{\partial H}{\partial \Omega_o} , \\
\dot{w}_o &= \frac{1}{na^2e}(1-e^2)^{1/2} \frac{\partial H}{\partial e} - \frac{\cos(I_o)}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{1}{\text{sen}(I_o)} \frac{\partial H}{\partial I_o} , \\
\dot{\Omega}_o &= \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{1}{\text{sen}(I_o)} \frac{\partial H}{\partial I_o} .
\end{aligned} \tag{4.16}$$

4.5.1 Parâmetros

A tabela 4.3 mostra os dados usados em nossa análise dos efeitos de maré. Além dos dados de Saturno e Urano, apresentamos aqui os dados referentes à Netuno e Tritão, pois usamos estes corpos para verificar a confiabilidade de nosso código de integração, onde refizemos a integração realizada por [Nogueira et al. \(2011\)](#).

- m, ε (Urano), s (Saturno e Urano) → telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775;
- r → http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par;
- J_2 → Astronomical Almanaque;
- s (Titan, Titânia e Oberon) → estipulado basendo-se nas referências de Tritão e Iapetus;
- k_2 (Iapetus, Titânia e Oberon) → estipulado basendo-se nas referências de Tritão;
- C (Titânia e Oberon) → estipulado basendo-se nas referências dos demais satélites;
- Saturno:
 - k_2 → [Peale et al. \(1980\)](#) e [Callegari e Yokoyama \(2008\)](#);
 - Q → [Callegari e Yokoyama \(2008\)](#);
 - ε → [Hamilton e Ward \(2004\)](#).
- Titan:

Tabela 4.3 - Parâmetros e valores usados para análise de maré.

Objeto	$m (M_{\odot})$	k_2	$r(UA)$	C/mr^2	s (rad/dia)	ε ($^{\circ}$)	Q	J_2
Netuno	$5,156 \times 10^{-5}$	0,407	$1,6554 \times 10^{-4}$	—	9,36022	28,56	9000	$3,343 \times 10^{-3}$
Tritão	$1,0837 \times 10^{-8}$	0,1	$9,044 \times 10^{-6}$	0,35	18,84914	170,00	100	—
Saturno	$2,861 \times 10^{-4}$	0,34	$4,0287 \times 10^{-4}$	—	14,1510	dinâmico	18000	$1,645 \times 10^{-2}$
Titan	$6,765 \times 10^{-8}$	0,48	$1,7216 \times 10^{-5}$	0,34	12,56637	0,00	100	—
Iapetus	$9,079 \times 10^{-10}$	0,1	$4,9098 \times 10^{-6}$	0,4	9,4278	0,00	10000	—
Úrano	$4,364 \times 10^{-5}$	0,104	$1,709 \times 10^{-4}$	—	8,74368	97,86	11000	$1,2 \times 10^{-2}$
Titânia	$1,7732 \times 10^{-9}$	0,1	$5,2735 \times 10^{-6}$	0,3	12,56637	0,00	100	—
Oberon	$1,5153 \times 10^{-9}$	0,1	$5,0896 \times 10^{-6}$	0,3	12,56637	0,00	100	—

- $k_2 \rightarrow$ Iess et al. (2011), Iess et al. (2012);
- Q \rightarrow Murray e Dermott (1999);
- $C \rightarrow$ Iess et al. (2010), Iess et al. (2011), Iess et al. (2012).

- Iapetus:

- Q \rightarrow Levison et al. (2011)²;
- $C \rightarrow$ Murray e Dermott (1999), Levison et al. (2011);
- $s \rightarrow$ Levison et al. (2011).

- Urano:

- $k_2 \rightarrow$ Peale et al. (1980);
- Q \rightarrow Murray e Dermott (1999), Tittlemore e Wisdom (1990).

- Titânia e Oberon:

- Q \rightarrow Tittlemore e Wisdom (1990).

4.6 Movimento do equador do planeta

Aqui apresentaremos o modelo de variação para o equador de um planeta que usaremos para completar o cenário de estudo proposto em Nogueira et al. (2011). Como dito no início da seção 4.5.0.2, incluiremos este efeito apenas para o movimento do equador de Saturno, dado que pouco se sabe sobre a evolução da obliquidade de Urano, e que durante e após o LHB, provavelmente Urano já possuía seu valor atual de obliquidade. Também não aplicaremos esta metodologia ao processo de fricção dinâmica, pois neste caso (como veremos em nossos resultados), o efeito da fricção ocorre muito rápido (cerca de 1,5 milhões de anos).

O modelo adotado será o mesmo proposto por Kinoshita (1993). Kinoshita (1993) supõe uma perturbação indireta do Sol para induzir a variação do equador do planeta. Assim, o autor adiciona em sua função perturbadora (inicialmente composta apenas pela perturbação do R_{J_2}) um termo referente ao movimento do equador (tal termo está deduzido no apêndice de Kinoshita (1993)). Deste modo a função perturbadora apresentada pelo autor é: $K = V_{J_2}^* - \vec{R}' \cdot \vec{G}'$, onde os potenciais $V_{J_2}^*$ e $\vec{R}' \cdot \vec{G}'$ são negativos devido o equacionamento utilizado pelo autor. A analogia deste com nossa notação tornaria $H' = -K$, $R'_{J_2} = -V_{J_2}^*$, e portanto $H' = R'_{J_2} + \vec{R}' \cdot \vec{G}'$. Aqui

²Usamos $Q/|k_2| (\approx 10^5)$, inicialmente constante, embora este valor melhor representa a diminuição do spin de Iapetus quando considerado variável, conforme Levison et al. (2011)

usamos “linha” para determinar as grandezas definidas no equador do planeta, ou seja, as equações de Kinoshita (1993) estão definidas no equador planetário. Portanto, para que possamos adicionar esta perturbação na função perturbadora 4.15, devemos escrever $\vec{R}' \cdot \vec{G}'$ referenciado no plano orbital do planeta (o potencial do achatamento já foi definido e portanto apenas o potencial devido o movimento do equador necessita ser ajustado).

Os vetores \vec{R}' (vetor rotação do equador) e \vec{G}' (vetor momento angular do movimento orbital do satélite referido ao equador do planeta em movimento) são dados na seguinte forma (KINOSHITA, 1993):

$$\begin{aligned}\vec{R}' &= [\dot{I}_p, \dot{\Omega}_p \text{sen}(I_p), \dot{\Omega}_p \text{cos}(I_p)], \\ \vec{G}' &= [G \text{sen}(I) \text{sen}(\Omega), -G \text{sen}(I) \text{cos}(\Omega), G \text{cos}(I)],\end{aligned}\quad (4.17)$$

onde $I_p = -\varepsilon_p$.

A partir da figura 4.3 podemos escrever as seguintes relações:

$$\begin{aligned}\text{sen}(I) \text{sen}(\Omega) &= \text{sen}(I_o) \text{sen}(\Omega_o), \\ \text{sen}(I) \text{cos}(\Omega) &= \frac{\text{cos}(I_o) - \text{cos}(\varepsilon_p) [\text{cos}(\varepsilon_p) \text{cos}(I_o) - \text{sen}(\varepsilon_p) \text{sen}(I_o) \text{cos}(\Omega_o)]}{\text{sen}(\varepsilon_p)}.\end{aligned}\quad (4.18)$$

Aplicando as relações 4.14, $I_p = -\varepsilon_p$, e 4.18 na equação 4.17 podemos escrevê-las no plano orbital como segue:

$$\begin{aligned}\vec{R} &= [-\dot{\varepsilon}_p, -\dot{\Omega}_p \text{sen}(\varepsilon_p), \dot{\Omega}_p \text{cos}(\varepsilon_p)], \\ \vec{G} &= [G_x, G_y, G_z],\end{aligned}\quad (4.19)$$

com

$$\begin{aligned}G_x &= G \text{sen}(I_o) \text{sen}(\Omega_o), \\ G_y &= -G \left[\frac{\text{cos}(I_o) - \text{cos}(\varepsilon_p) [\text{cos}(\varepsilon_p) \text{cos}(I_o) - \text{sen}(\varepsilon_p) \text{sen}(I_o) \text{cos}(\Omega_o)]}{\text{sen}(\varepsilon_p)} \right], \\ G_z &= G [\text{cos}(\varepsilon_p) \text{cos}(I_o) - \text{sen}(\varepsilon_p) \text{sen}(I_o) \text{cos}(\Omega_o)],\end{aligned}\quad (4.20)$$

onde $G = na^2(1-e^2)^{1/2}$, $\dot{\Omega}_p = c1 \cos(\varepsilon_p)$ é a taxa de variação do equador do planeta sobre o plano orbital, com $c1 = -(3/2)[(C-A)/C](1-e_\odot^2)^{-3/2}(n_\odot^2/s_p)$, sendo $(C-A)/C$ os principais momentos de inércia do planeta. $\dot{\varepsilon}_p$ é a taxa de variação de $\varepsilon_p(t)$, o qual seguiremos o padrão de evolução dado em [Hamilton e Ward \(2004\)](#) (ex.: figura 4.4), ou seja, constante para tempos no intervalo $\approx 0,2 \times 10^9$ anos $< t < \approx 0,8 \times 10^9$ anos, e da forma $\varepsilon_p(t) = \varepsilon_{p_i} + \Delta\varepsilon_p(1 - e^{-(t-0,8 \times 10^9)/\tau})$ para tempos maiores. Porém, como veremos e justificaremos na seção 5.6.3, os limites deste intervalo de tempo, assim como o valor de τ , serão ajustados ao nosso problema. O valor de $(C-A)/C$ é ([GOLDREICH, 1965](#)):

$$\frac{C-A}{C} = \frac{2P_T^2 \sec(\varepsilon_p)}{3P_{rot}T_p}, \quad (4.21)$$

onde T_p é o período de precessão, P_T o período de translação, e P_{rot} o período de rotação do planeta.

Assim, usando os vetores definidos em 4.19, podemos escrever e adicionar o termo $\vec{R} \cdot \vec{G}$ referenciados no plano orbital do planeta em nossa função perturbadora 4.15. Deste modo, a nova função perturbadora será:

$$H = R_\odot + R_{J_2} + \vec{R} \cdot \vec{G}. \quad (4.22)$$

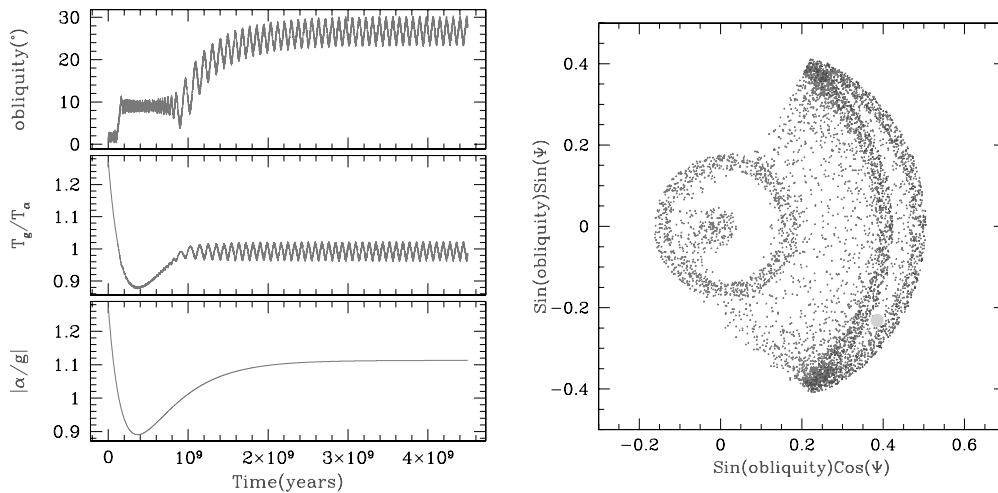


Figura 4.4 - Evolução da obliquidade de Saturno. Fonte: [Hamilton e Ward \(2004\)](#).

5 RESULTADOS

5.1 Satélites de Saturno

Iniciaremos a apresentação dos nossos resultados investigando o comportamento dos satélites regulares de Saturno. Para tal iremos utilizar a metodologia apresentada nas seções 4.1 e 4.2. Diversos valores de ε_s serão considerados. Estudos iniciais confirmam a possibilidade de Hyperion e Iapetus serem primordiais, com Iapetus se formando “in situ” (MOSQUEIRA; ESTRADA, 2005; MOSQUEIRA et al., 2010), assim como o fato de que os demais satélites com órbitas internas à órbita de Titan serem sempre estáveis. Assim, estudaremos apenas a evolução orbital dos satélites Titan (T), Hyperion (h), e Iapetus (i).

Para a massa dos satélites regulares¹ nós consideramos os seguintes valores em termos de M_\odot : $m_T = 6,76 \times 10^{-8}$ ($D \approx 5150,10$ km), $m_h = 5,43 \times 10^{-12}$ ($D \approx 330,77$ km), e $m_i = 9,08 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1468,16$ km). Os diâmetros foram estimados adotando como densidade² (g/cm^3): $\rho_T = 1,88$, $\rho_h = 0,57$ e $\rho_i = 1,09$.

As condições iniciais orbitais destes satélites são as atuais e dadas na tabela 5.1 (exceto a inclinação de Iapetus). A inclinação de Iapetus considerada quando $\varepsilon_s = 26,7^\circ$ é a atual ($I \approx 15,61^\circ$). Nos demais casos, onde adotamos diferentes valores de obliquidade para Saturno, consideramos a inclinação de Iapetus em seu Plano Local de Laplace (LLP), em relação ao equador. A inclinação deste plano (LLP) em relação ao equador planetário é definida em Tremaine et al. (2009) e Deienno et al. (2011):

$$I_{LLP} = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\sin(2\varepsilon_s)}{\beta + \cos(2\varepsilon_s)} \right), \quad (5.1)$$

onde

$$\beta = 2(n/n_p)^2 J_2(r_p/a)^2 (1 - e_p^2)^{3/2}, \quad (5.2)$$

e n_p e e_p , são o movimento médio e a excentricidade orbital do planeta, respectivamente.

Os valores das inclinações usadas para Iapetus, definidas no LLP (eq 5.1), em função

¹telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775

²http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par

Tabela 5.1 - Condições iniciais adotadas. O índice *eq* indica que as inclinações estão referidas ao equador de Saturno. Para Iapetus, a sigla *LLP* indica que diversos valores de inclinação serão adotados, valores estes dependentes da obliquidade de Saturno, no *LLP* e referidos ao equador (tabela 5.2). Para $\varepsilon_s = 26,7^\circ$, adotamos $I_{eq} \approx 15,61^\circ$. O semi-eixo será dado em R_S , raio equatorial de Saturno $\approx 60628km$.

Elementos orbitais iniciais								
Titan			Hyperion			Iapetus		
$a(R_s)$	e	$I_{eq}(^\circ)$	$a(R_s)$	e	$I_{eq}(^\circ)$	$a(R_s)$	e	$I_{eq}(^\circ)$
20,27	0,029	0,47	24,59	0,080	1,15	59,10	0,028	<i>LLP</i> / 15,61

da obliquidade de Saturno são dadas na tabela 5.2.

Tabela 5.2 - Inclinação de Iapetus em função da obliquidade de Saturno, no *LLP* referida ao equador.

Obliquidade ($^\circ$)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$I_{LLP} (^\circ)$	0,00	0,70	1,39	2,09	2,79	3,48	4,18	4,88	5,58	6,28	6,98

Para o cálculo destas inclinações consideramos Saturno à aproximadamente 8,26UA de distância do Sol (próximo a ressonância 2:1 de movimento médio entre Júpiter e Saturno - Tsiganis et al. (2005)) e o valor efetivo do achatamento $J_2' R_p^2 = J_2 R_p^2 + 0,5 \sum_{i=1}^N (m_i a_i^2 / m_p)$ (WARD; CANUP, 2006; TREMAINE et al., 2009), com suas demais características atuais.

5.1.0.1 • Simulações

Dentro deste cenário até aqui descrito, nós fizemos 20 simulações (4 para cada modelo M_i , $i=1\dots5$), para cada valor de ε_s , iniciando de $\varepsilon_s = 0^\circ$ até $\varepsilon_s = 10^\circ$, variando este valor com passo de 1° . Também fizemos 20 simulações considerando o valor atual de ε_s . Portanto, no total foram realizadas 240 simulações numéricas, das quais obtivemos os seguintes resultados:

5.1.0.2 • Porcentagem de sobreviventes

Aqui mostraremos um histograma (figura 5.1) com a porcentagem de satélites sobreviventes, para cada valor de ε_s considerado. Em outras palavras, mostraremos qual a probabilidade de um sistema inicialmente composto por Titan, Hyperion e Iapetus, sobreviver por completo, assim como, qual a probabilidade deste mesmo

sistema ter Hyperion, Iapetus, ou ambos desestabilizados (dado que Titan sempre sobrevive), em função de ε_s .

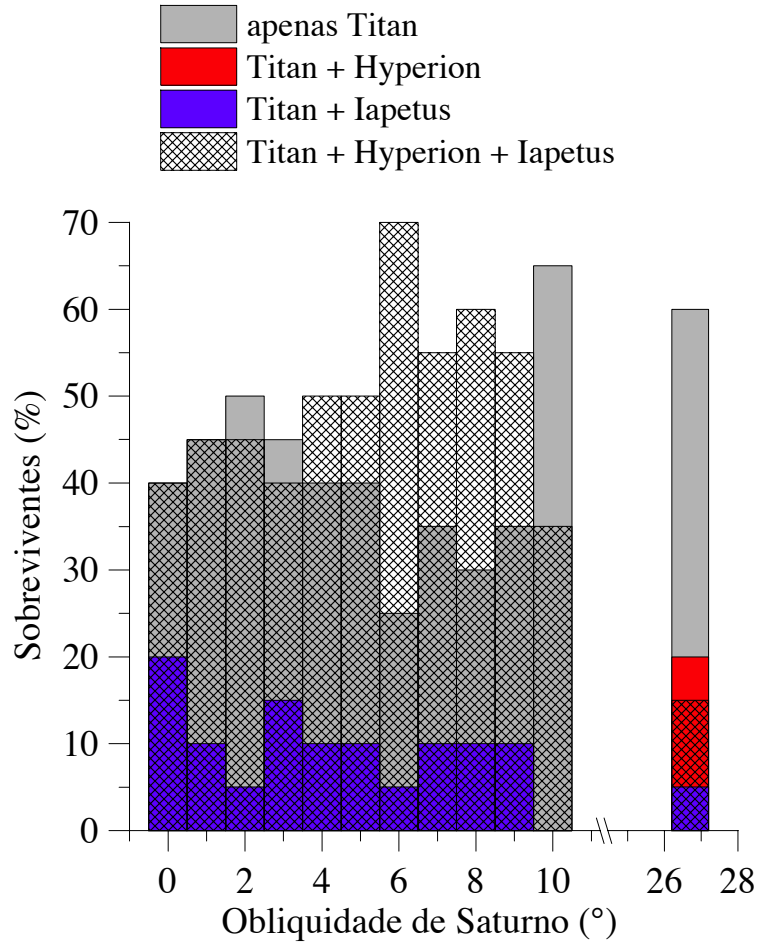


Figura 5.1 - Estabilidade do sistema em função de ε_s . *Cinza*: apenas Titan sobrevive. *Vermelho*: apenas Titan e Hyperion sobrevivem, Iapetus é desestabilizado. *Azul*: apenas Titan e Iapetus sobrevivem, Hyperion é desestabilizado. *Quadriculado*: Todo o sistema (Titan, Hyperion, e Iapetus) sobrevive.

A partir dos dados apresentados, fica evidente a dependência da dinâmica do sistema em relação ao valor de obliquidade adotado para Saturno durante o fenômeno do LHB.

Da figura 5.1, notamos que existe uma correspondência entre a desestabilização de Hyperion quando da desestabilização de Iapetus. Isso fica evidente se considerarmos que, quando Iapetus é desestabilizado, Hyperion sobrevive em apenas 20% dos casos (apenas quando $\varepsilon_s = 26,7^\circ$). Isso reflete apenas cerca de 1,67% do total de casos.

Apenas valores de obliquidade entre 6° e 9° apresentam um percentual de sobrevivência acima dos 50% para o sistema completo (com um pico em 6°). Valores abaixo e acima deste intervalo aparentam ser inconsistentes com o que observamos nos dias de hoje (em especial para valores acima do intervalo), induzindo à conclusão de que durante o LHB, ε_s deveria estar entre 6° e 9° . Entretanto, outros fatores, como por exemplo, o estado final das órbitas dos satélites estudados deve ser levado em consideração para uma conclusão final.

Nos demais casos, para os demais valores de ε_s , Titan sempre sobrevive, ao passo que Hyperion e Iapetus geralmente são desestabilizados.

Estudos adicionais demonstram que os planetesimais pouco influenciam no resultado final, sendo para Saturno os encontros planetários muito mais importantes (diferente do que ocorre para Urano - [Deienno et al. \(2011\)](#)).

5.1.0.3 • Casos desestabilizados - Fenômenos ocorridos

A figura 5.2 mostra dois histogramas, um referente a Hyperion e outro referente a Iapetus. Em ambos é apresentado a porcentagem de fenômenos ocorridos nos casos em que houve desestabilização.

Verificamos que em sua grande maioria, Hyperion tende a colidir com Titan, ao passo que Iapetus tende a ser ejetado do sistema. Em poucos casos a colisão com Saturno ocorre. Raramente Hyperion e Iapetus colidem entre si.

5.1.0.4 • Configuração do sistema após o LHB em função de ε_s

A tabela 5.3 resume os resultados obtidos nos experimentos aqui realizados, onde os valores médios dos elementos orbitais dos sobreviventes (apenas para o caso onde todos os satélites sobrevivem), são mostrados. Desta tabela notamos que os valores médios de inclinação dos satélites tendem a aumentar quando ε_s aumenta. Isso torna-se um problema, principalmente para o caso de Titan que atualmente apresenta inclinação de aproximadamente $0,47^\circ$ em relação ao equador de Saturno. Notamos também que a inclinação de Hyperion tende a “acompanhar” as variações em I_{Titan} .

[Hamilton e Ward \(2004\)](#), assim como [Boué et al. \(2009\)](#), afirmam que para uma boa concordância entre o atual valor de obliquidade de Saturno e sua evolução, ε_s deveria ser ao menos 4° antes da captura em ressonância spin-órbita entre Saturno e Netuno. Com base nesta afirmação, assim como do fato de que o maior percentual de sobrevivência do sistema, observado na figura 5.1, ocorre para valores de ε_s entre

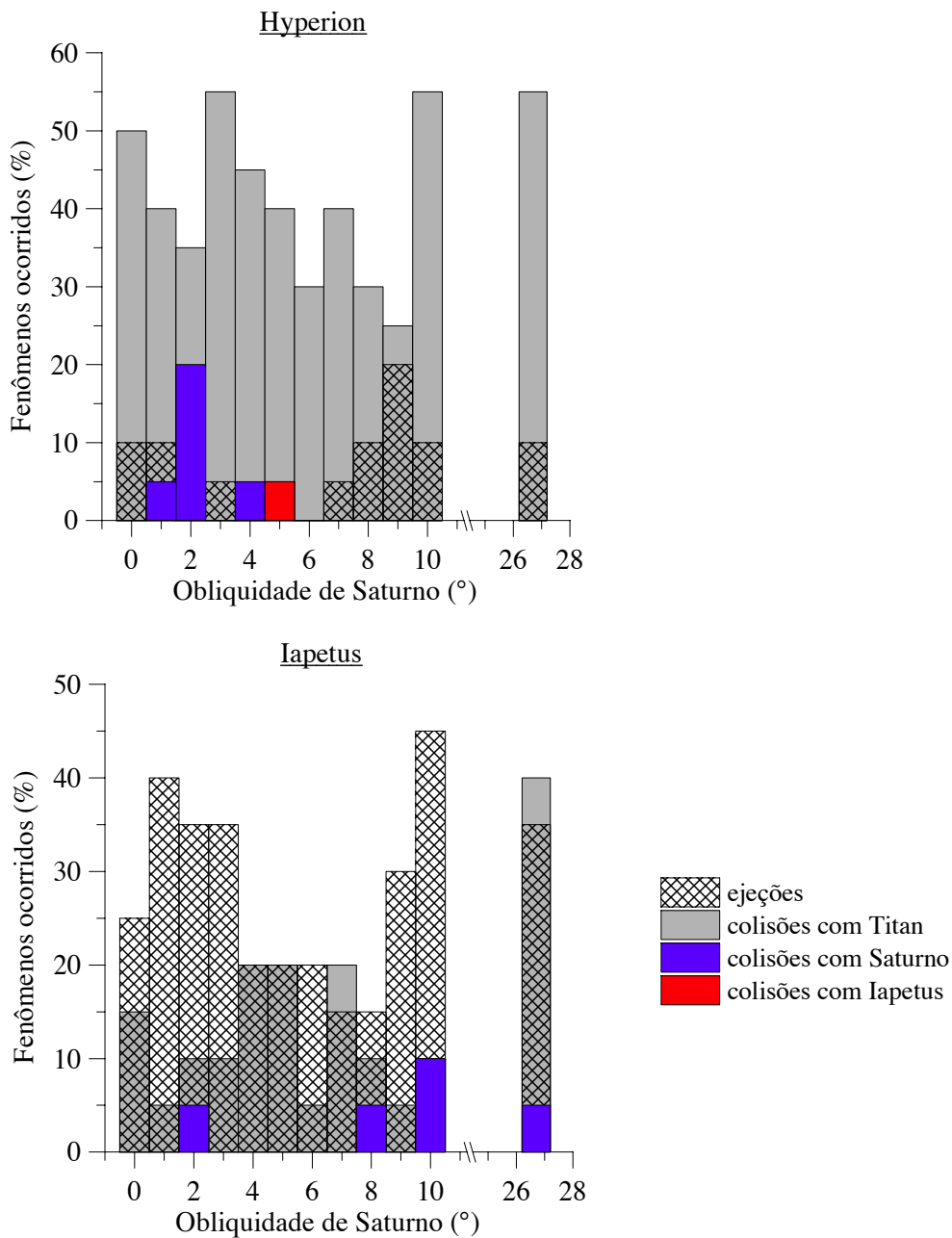


Figura 5.2 - Detalhamento dos fenômenos ocorridos no sistema para os casos em que ocorreram desestabilizações, em função de ε_s . *Quadriculado*: o satélite foi ejetado. *Cinza*: o satélite colidiu com Titan. *Azul*: o satélite colidiu com Saturno. *Vermelho*: Hyperion colidiu com Iapetus.

4° e 9°, além dos dados apresentados na tabela 5.3, podemos concluir que durante o LHB: 1) A probabilidade de $\varepsilon_s = 26,7^\circ$ é baixa; 2) Os resultados mais satisfatórios ocorrem para $\varepsilon_s < 10^\circ$, e preferencialmente para $\varepsilon_s = 6^\circ$. 3) o primeiro “salto” de ε_s

mostrado na figura 4.4 provavelmente ocorreu antes do LHB. Caso isto seja verdade, toda a evolução de ε_s ocorreu após o LHB, e a dinâmica do sistema de satélites sob as influências desta evolução necessita ser avaliada (seções 5.6.3 e 5.7.1).

5.2 Satélites de Urano

Nesta seção nós investigaremos o comportamento dos satélites regulares e fictícios de Urano sob o efeito da migração planetária (seções 4.1 e 4.2). Nós integramos os cinco satélites regulares (M =Miranda, A =Ariel, U =Umbriel, T =Titânia e O =Oberon) e também seis satélites fictícios $sk = (s1, s2, s3, s4, s5, s6)$ posicionados além de Oberon, em ordem crescente de distância do planeta. Os semi-eixos maiores dos fictícios são: $27,5R_U$, $33R_U$, $39,6R_U$, $47,5R_U$, $57R_U$, $68,4R_U$. Estes valores são considerados de acordo com a relação empírica: $a_{i+1} \approx 1,2a_i$, onde a_0 é o semi-eixo maior de Oberon, a_1 é o semi-eixo maior de $s1$ e assim por diante. Os valores de excentricidade e inclinações são mostrados na tabela A.1 (apêndice A). Os demais elementos geométricos foram zerados nas condições iniciais.

Para a massa dos satélites regulares³ nós consideramos os seguintes valores em termos de M_\odot : $m_M = 3,31 \times 10^{-11}$ ($D \approx 471,45$ km), $m_A = 6,80 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1156,51$ km), $m_U = 5,89 \times 10^{-10}$ ($D \approx 1169,18$ km), $m_T = 1,77 \times 10^{-9}$ ($D \approx 1578,38$ km), $m_O = 1,52 \times 10^{-9}$ ($D \approx 1524,42$ km). Os diâmetros foram estimados adotando como densidade⁴ (g/cm^3): $\rho_M = 1,20$, $\rho_A = 1,67$, $\rho_U = 1,40$, $\rho_T = 1,71$, $\rho_O = 1,63$.

Para os satélites fictícios, temos (partindo do princípio de que quanto mais afastados do planeta menores os satélites serão em massa): $m_{s1} = 1 \times 10^{-10}$ ($D \approx 724,25$ km), $m_{s2} = 1 \times 10^{-11}$ ($D \approx 336,17$ km), $m_{s3} = 1 \times 10^{-12}$ ($D \approx 156,03$ km), $m_{s4} = 6 \times 10^{-13}$ ($D \approx 131,60$ km), $m_{s5} = 3 \times 10^{-13}$ ($D \approx 104,45$ km), $m_{s6} = 1 \times 10^{-13}$ ($D \approx 72,41$ km), e a densidade foi fixada em $1 \text{ g}/\text{cm}^3$ para todos eles.

A razão pela qual consideramos satélites fictícios além da órbita de Oberon é a mesma de Deienno (2010), ou seja, consideramos a distância denominada como semi-eixo crítico (GOLDREICH, 1966; BURNS, 1986):

$$a_c = \left(\frac{2M_p J_2}{M_\odot} \right)^{1/5} (1 - e_p^2)^{3/10} a_p^{3/5} R_p^{2/5} \quad (5.3)$$

onde J_2 , M_p , a_p , e_p são: o coeficiente de achatamento, massa, semi-eixo maior e ex-

³telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775

⁴http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par

Tabela 5.3 - Média dos elementos orbitais dos sobreviventes** em função de ε_s .

Obliquidade ($^{\circ}$)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	26,7	
Titan	$\bar{a}(R_S)$	20,26	20,27	20,27	20,27	20,27	20,26	20,27	20,27	20,16	20,27	20,25	20,31
	\bar{e}	0,033	0,032	0,031	0,038	0,030	0,031	0,029	0,033	0,036	0,029	0,026	0,032
	$I_{eq}(^{\circ})$	1,48	0,99	1,52	1,63	1,60	2,03	1,34	3,02	2,48	2,18	2,09	2,96
Hyperion	$\bar{a}(R_S)$	24,57	24,57	24,58	24,57	24,57	24,57	24,58	24,57	24,61	24,57	24,56	24,62
	\bar{e}	0,106	0,118	0,110	0,110	0,117	0,102	0,111	0,117	0,106	0,111	0,108	0,119
	$I_{eq}(^{\circ})$	1,80	1,36	1,86	1,98	1,96	2,37	1,88	3,46	3,00	2,55	2,43	3,50
Iapetus	$\bar{a}(R_S)$	58,90	59,06	59,28	59,22	59,09	59,61	59,00	58,64	59,74	58,99	58,83	57,98
	\bar{e}	0,127	0,106	0,135	0,227	0,194	0,133	0,133	0,127	0,186	0,121	0,108	0,119
	$I_{eq}(^{\circ})$	5,70	6,00	6,83	7,88	10,28	9,78	11,88	10,44	14,68	13,50	12,45	25,98

** Apenas o caso onde todo o sistema (Titan, Hyperion e Iapetus) sobrevive será considerado relevante.

centricidade do planeta, com M_{\odot} definindo unidade de massa solar, respectivamente.

Atualmente temos $a_c \approx 68,3R_U$ e $a_{Oberon} \approx 22,8R_U$, portanto, lembrando que o disco protoplanetário pode se estender até a_c (GOLDREICH, 1966), é interessante investigar o motivo da ausência de satélites no intervalo $[a_{Oberon}, a_c]$.

Para o estudo do sistema de Urano utilizaremos a mesma metodologia em 5.1. Nossos resultados gerais, apresentados no apêndice A, tabela A.1 (DEIENNO et al., 2011), mostram que os satélites com órbita além da órbita de Oberon em geral não sobrevivem ao LHB. Assim, apresentaremos aqui (tabela 5.4), a média dos elementos orbitais pós LHB apenas para os satélites Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon.

Para tal, faremos uma média dos elementos finais resultantes das simulações bem sucedidas apresentadas em Deienno et al. (2011) (tabela A.1). Porém, dado o fato de que para o caso de Urano, alguns valores tendem a diferir muito da média geral (diferentemente do caso de Saturno onde a distribuição dos valores finais é homogênea), eliminaremos os dois menores e os dois maiores valores de semi-eixo maior, excentricidade e inclinação no cálculo do valor médio. Com isso, podemos garantir um melhor cálculo de média, sem que os extremos interfiram nesta média.

Tabela 5.4 - Média dos elementos orbitais dos satélites de Urano apresentados em Deienno et al. (2011). Os valores de semi-eixo maior serão dados em $R_U \approx 25559km$ e os valores da inclinação estão dados em relação ao equador do planeta. Apenas o valor de obliquidade atual de Urano foi considerado.

	<i>Miranda</i>	<i>Ariel</i>	<i>Umbriel</i>	<i>Titânia</i>	<i>Oberon</i>
$\bar{a}(R_U)$	5,02	7,46	10,34	17,03	22,80
\bar{e}	0,030	0,026	0,028	0,015	0,016
$\bar{I}_{eq}(^{\circ})$	1,21	1,86	1,56	0,73	0,92

Os valores atuais⁵ dos elementos orbitais dos satélites de Urano são dados na tabela 5.5:

Observando as tabelas 5.4 e 5.5, verificamos que alguns valores, embora em bom acordo em relação ao semi-eixo maior, diferem em excentricidade e inclinação (ordem de 10). Exceto o caso de Miranda, que atualmente apresenta uma inclinação de $\approx 4,22^{\circ}$, a qual pode estar relacionada ao escape de uma ressonância 3:1 de movimento médio (Miranda-Ariel), seguido de uma captura em ressonância secundária

⁵telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775

Tabela 5.5 - Valores atuais dos elementos orbitais dos satélites de Urano.

	<i>Miranda</i>	<i>Ariel</i>	<i>Umbriel</i>	<i>Titânia</i>	<i>Oberon</i>
$a(R_U)$	5,08	7,47	10,41	17,07	22,83
e	0,001	0,003	0,003	0,001	0,001
$I_{eq}(^\circ)$	4,22	0,04	0,12	0,08	0,07

(DERMOTT et al., 1988; MALHOTRA; DERMOTT, 1990; MALHOTRA, 1990; VERHEY-LEWEGEN et al., 2013), ou ainda devido à rápida passagem por uma ressonância $I2$ ($2\dot{\Omega}_s + n_\odot = 0$) durante a migração de Urano (semelhante ao ocorrido com Umbriel, anexo A, Artigo 2, durante uma captura em ressonância $I1$: $\dot{\Omega}_s + n_\odot = 0$), o que torna o estudo muito mais complexo. Os valores apresentados para os demais satélites devem ser atenuados para que reproduzam os elementos orbitais atuais dos satélites. As tentativas de atenuar tais valores, assim como aqueles apresentados pelos satélites de Saturno, principalmente Titan e Iapetus, serão estudados posteriormente.

5.3 Capturas

5.3.1 Urano

Ao injetamos planetesimais que se aproximam dos planetas, observamos a possibilidade de captura de alguns planetesimais pelos planetas, as quais podem ou não serem permanentes.

Assim, a partir deste ponto, analisaremos brevemente o processo de captura de planetesimais como consequência das simulações realizadas na seção 5.2.

A Fig. 5.3 mostra $(\bar{a} \times \bar{e})$ e $(\bar{a} \times \bar{I})$ para uma simulação onde todos os encontros entre planetas e planetesimais foram coletados dentro de $200R_U$, e o planetesimal original foi dividido em 1000 novas “partículas clone”.

Verificamos na figura 5.3 que a distribuição dos elementos orbitais dos objetos capturados (pontos pretos) estão em bom acordo com os dos satélites reais (trinângulos vermelhos) no que se refere ao semi-eixo maior, porém diferem em relação a excentricidade e inclinação. Também é digno de nota o fato de que a distância mínima dos objetos capturados se mantém $\bar{a} \approx 100R_U$ em relação ao planeta. Isso é uma consequência direta das perturbações que os satélites regulares presentes na simulação causam nos objetos capturados com $\bar{a} \lesssim 100R_U$.

Ainda nesta figura, observa-se que as excentricidades dos objetos capturados são em

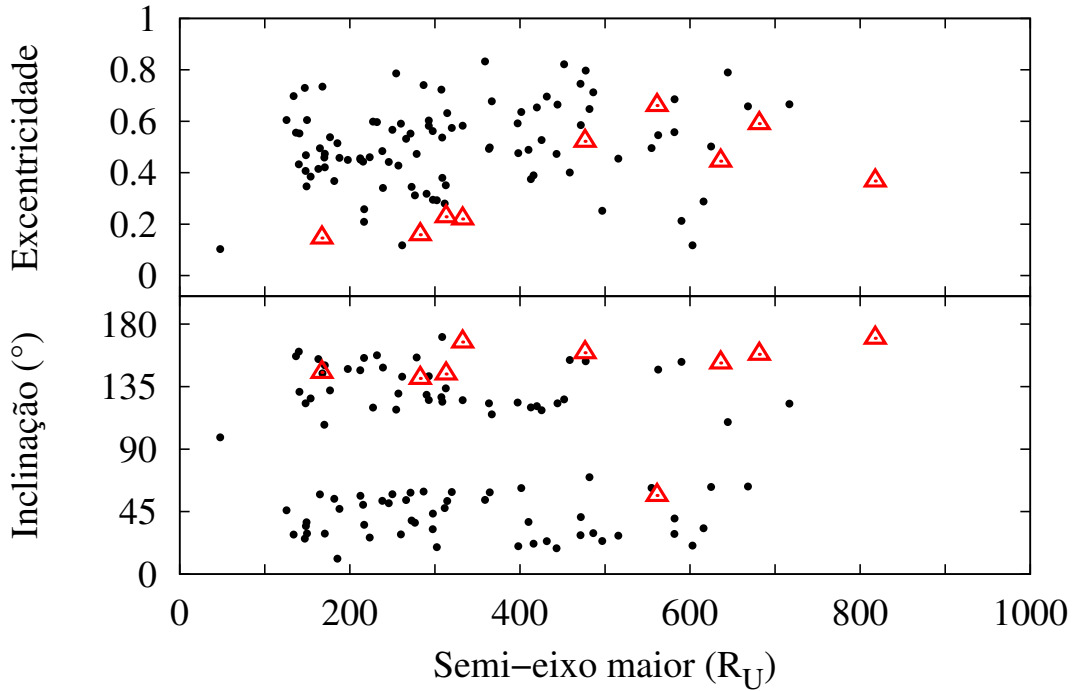


Figura 5.3 - 94 objetos capturados (pontos pretos). As inclinações referem-se ao plano orbital de Urano. Triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

geral maiores do que as apresentadas pelos satélites irregulares reais. Outro fato, como também apontado em Nesvorný et al. (2007), é de que o número de capturas retrógradas é quase a mesma das capturas prógradas. Estas relações são contraditórias com o que observamos atualmente. Porém, um cenário final de excentricidades e inclinações, de possível comparação entre as populações capturadas e reais, requer mais investigações, especialmente envolvendo evolução colisional (BOTTKE et al., 2010). Segundo Bottke et al. (2010), durante a evolução colisional dos objetos capturados, o número destes objetos diminui, suas excentricidades podem ser amortecidas, assim como a relação entre órbitas prógradas e retrógradas alterada.

Em relação à eficiência do processo de captura, no exemplo estudado temos o total de encontros planetesimais-planeta $N_T = 203657$ dentro de uma distância 0,8 UA do planeta (vindos da integração principal, seção 4.2, figura 4.2, modelo $M2$). Deste total, o número de planetesimais que se aproxima de $\simeq 200R_U$ é $N_{200} = 1417$. Assim, como no exemplo, clonamos cada um destes N_{200} objetos em 1000 novos, temos que $N_{200} \times 1000 = 1417000$ é o número de planetesimais injetados na simulação, dos quais $N_{cap} = 94$ é o número de capturados como satélites ao final de todo o processo. Com

isso, podemos estimar a eficiência de captura em nosso processo como segue:

$$P_{cap} = \left(\frac{N_{200}}{N_T} \right) \left(\frac{N_{cap}}{N_{200} \times 1000} \right), \quad (5.4)$$

o que nos resulta em $\simeq 4,6 \times 10^{-7}$. Em Nesvorný et al. (2007) e Nesvorný et al. (2014), temos para Urano uma eficiência de captura de aproximadamente $2,6 \times 10^{-7}$ e $(1-3) \times 10^{-7}$, respectivamente. Portanto, podemos dizer que nossa metodologia apresenta resultados semelhantes aos obtidos nos trabalhos citados para o planeta Urano.

5.3.2 Saturno

Diferentemente de Urano, os resultados de nossa análise de capturas em Saturno não se mostrou nada promissora segundo a metodologia até aqui aplicada. Embora as capturas ocorram, nossas simulações mostram que estas tendem a ser temporárias. Qualquer que seja o modelo M_i ($i=1..5$) adotado, o número de planetesimais capturados ao final das integrações na maioria das vezes é igual a zero, ou apenas um ou dois terminam ao redor de Saturno. Embora ainda não tenhamos entendido o porquê de tal ocorrência, esta deficiência em capturas parece estar ligada ao fato de o número geral de encontros planetesimais-Saturno ser muito menor do que o número planetesimais-Urano (seção 4.2, figura 4.2). Outra explicação pode estar relacionada ao fato de Saturno estar envolvido em um número de encontros próximos planetários menor do que Urano está.

Para resolver este problema, um projeto paralelo e financiado pela FAPESP foi realizado em conjunto com o pesquisador David Nesvorný em Boulder/CO no Southwest Research Institute (*SwRI*). Neste projeto trabalhamos novamente o assunto de capturas de satélites irregulares, como feito em Nesvorný et al. (2007), porém agora sob os efeitos e evolução do chamado *jumping Jupiter* cenário (NESVORNÝ; MORBIDELLI, 2012).

O que se obteve neste estudo é que Saturno (figura 5.4), assim como Urano e Netuno, apresentam um padrão de captura semelhante ao apresentado em Nesvorný et al. (2007). Novamente aqui, o cenário final de tais capturas, deverá passar por todo o processo de evolução colisional (BOTTKE et al., 2010), antes de ser diretamente comparado com a atual configuração dos satélites irregulares de Saturno. Portanto, embora na figura 5.4 estejamos sugerindo tal comparação, assim como fizemos na figura 5.3 para Urano, o leitor deve ser alertado de que isso foi feito apenas por uma questão de referência, com o intuito de tornar os resultados obtidos plausíveis.

Entretanto, ainda que aqui e na seção anterior apenas demonstramos e confirmamos a já estudada possibilidade de captura de satélites irregulares por Urano e Saturno (NESVORNÝ et al., 2007; DEIENNO et al., 2011), o resultado mais importante do estudo se mostrou para o planeta Júpiter, o qual, atualmente, acredita-se que teve encontros com ao menos um gigante de gelo, conseguindo com isso capturar sua coleção de satélites irregulares (com algumas considerações e ressalvas para Himalia - Nesvorný et al. (2014)).

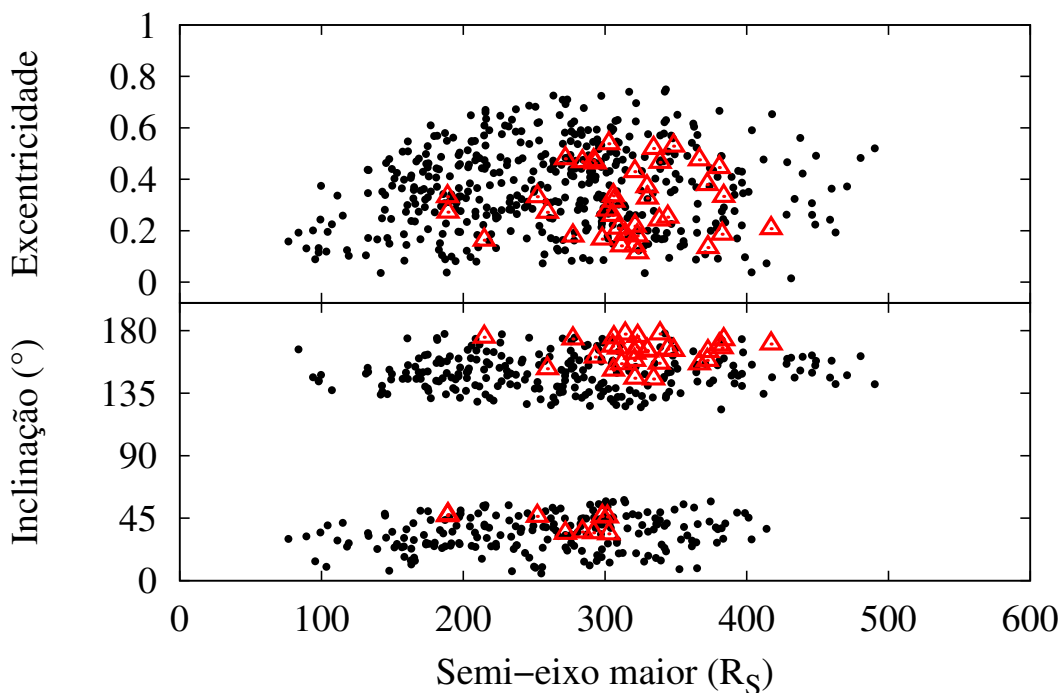


Figura 5.4 - Objetos capturados (pontos pretos). As inclinações nos gráficos referem-se ao plano orbital de Saturno. Triângulos indicam os atuais satélites irregulares.

5.4 Colisões

Nesta seção, utilizando a metodologia apresentada na seção 4.3, daremos atenção maior para algumas das colisões ocorridas nas simulações das seções precedentes. Analisaremos apenas algumas das simulações pois, em geral, as ocorrências de colisões (quantidade e características) apresentam um determinado padrão. Entretanto, este padrão pode ser observado nas simulações de um único planeta, ou seja, as colisões que ocorrem nas simulações de Urano apresentam um padrão diferente das ocorridas em Saturno.

Na seção 5.2, optamos por não adotar a fragmentação dos corpos, tampouco gerar material adicional nas simulações. Naquele caso optamos apenas por aglutinar ou pulverizar os corpos envolvidos em colisões, dependendo do tipo de colisão ocorrida. Porém, agora utilizaremos principalmente as teorias de Benz e Asphaug (1999), Stewart e Leinhardt (2009) e Bottke et al. (2010) para analisarmos tais fenômenos colisionais.

5.4.1 Urano

Em Urano, podemos observar que um grande número de colisões ocorrem entre planetesimais e os satélites regulares e fictícios, assim como algumas colisões entre fictícios, e entre fictícios e regulares.

Durante uma integração onde verificamos, a cada colisão, as velocidades de impacto (relativas) entre os corpos, computamos 43 colisões. A média das velocidades de impacto foi de $\approx 7,37$ km/s. Entretanto algumas destas velocidades atingiram valores de $\approx 14,51$ km/s (colisão entre Miranda e s_5) e $\approx 12,83$ km/s (colisão entre Ariel e um pequeno planetesimal). Por outro lado, baixas velocidades de impacto ($\approx 0,69$ km/s) também ocorreram, neste caso entre Titânia e s_1 .

A tabela 5.6 apresenta um resumo dos resultados obtidos.

Uma análise mais aprofundada dos fenômenos ocorridos durante as colisões mostra que os cenários *BA&B* quando o material é gelo (*i*), gera colisões supercatastróficas entre planetesimais e Miranda. Os demais casos (*ii*) não apresentam cenários tão catastróficos. Com base no fato de que Miranda deve ser preservado, podemos verificar que, o caso (*i*) parece não ser muito adequado para o estudo (devendo ser descartado), muito provavelmente devido a grande diferença entre as velocidades utilizadas para o ajuste do Q_D^* . Mesmo nos demais casos (*ii*), ainda temos muitas incertezas com relação a qual material utilizarmos. Além do mais, estas teorias são todas ajustadas para evolução colisional de asteróides, satélites irregulares (planetesimais capturados), e também para formação planetária (considerando colisões entre planetesimais, muitas vezes no regime de baixas velocidades de impacto).

Mesmo assim, com base nesses estudos e considerando que parte deste montante (não o todo) de massa dispersada deverá permanecer por algum tempo ao redor de alguns desses satélites (compartilhando suas órbitas), podemos concluir que os resultados obtidos no caso (*ii*) parecem razoáveis, tornando-se assim dignos de nossa atenção (principalmente quando pensamos no fenômeno de fricção dinâmica). É importante

Tabela 5.6 - Colisões resultantes em Urano. A primeira coluna representa o modelo utilizado ($BA\&B$ = Benz e Asphaug (1999) e Bottke et al. (2010), e SL = Stewart e Leinhardt (2009)). Na segunda coluna apresentamos o material considerado como base nas colisões. A terceira coluna mostra $V_{Q_D^*}$ para o modelo $BA\&B^7$. Na quarta coluna é dada a quantidade de massa total dispersada durante as colisões. Por fim, a quinta coluna é destinada para mostrar o quanto, em porcentagem, a massa total dispersada representa em massa de cada satélite.

<i>Modelo</i>	<i>Material</i>	$V_{Q_D^*}$ (km/s)	$m_{disp} \times 10^{-10} M_\odot$	$(m_{disp}/m_{satelite}) \times 100\%$		
<i>BA&B</i>	gelo	0,5	3,44	1038,44 (<i>Miranda</i>)		
				50,55 (<i>Ariel</i>)		
				58,36 (<i>Umbriel</i>)		
				19,42 (<i>Titânia</i>)		
				22,61 (<i>Oberon</i>)		
				751,03 (<i>Miranda</i>)		
	3,0	2,49	36,56 (<i>Ariel</i>)			
			42,21 (<i>Umbriel</i>)			
			16,04 (<i>Titânia</i>)			
			16,35 (<i>Oberon</i>)			
			basalto	3,0	1,58	478,49 (<i>Miranda</i>)
						23,29 (<i>Ariel</i>)
26,89 (<i>Umbriel</i>)						
8,95 (<i>Titânia</i>)						
10,42 (<i>Oberon</i>)						
431,03 (<i>Miranda</i>)						
5,0	1,43	20,98 (<i>Ariel</i>)				
		24,22 (<i>Umbriel</i>)				
		8,06 (<i>Titânia</i>)				
		9,39 (<i>Oberon</i>)				
		<i>SL</i>	gelo/rocha (weak-rock)	—	1,15	346,66 (<i>Miranda</i>)
						16,87 (<i>Ariel</i>)
19,48 (<i>Umbriel</i>)						
6,48 (<i>Titânia</i>)						
7,55 (<i>Oberon</i>)						

salientar também que nestes experimentos, quando falamos em massa dispersada durante uma colisão, não necessariamente estamos concluindo que o satélite alvo diminui seu valor em massa. Isso ocorre nos casos onde $Q > Q_D^*$. Para os demais casos, muitas vezes a massa do alvo pode permanecer praticamente constante (com pequenas variações), sendo parte da massa do projétil absorvida pelo alvo e outra parte da massa do alvo e do projétil dispersadas. A soma dessas massas dispersadas pode ser muito próxima do valor da massa do projétil ao passo que a massa do maior remanescente neste caso seria aproximadamente a massa inicial do alvo.

⁷o modelo SL possibilita o cálculo do Q_D^* para cada colisão como função de qualquer valor de velocidade de impacto (Eq. 4.8), ao contrário do modelo $BA\&B$, onde o Q_D^* era uma função pré-determinada mediante constantes estabelecidas para velocidades de impacto específicas (Eq. 4.5)

5.4.2 Saturno

Para Saturno, diferentemente do que foi observado em Urano, poucas colisões ocorrem entre planetesimais e Titan, Hyperion e Iapetus. Por este motivo não faremos aqui uma análise detalhada como no caso de Urano.

O que podemos relatar é que a análise das colisões tal qual realizada no caso (ii) resulta em um total de $m_{disp} \approx 3,34 \times 10^{-12} M_{\odot}$. Este valor representa apenas cerca de 0,005% da massa atual de Titan e 0,36% da massa de Iapetus, porém cerca de 60% da massa de Hyperion.

Algumas teorias suportam a ideia de que Hyperion foi formado de um disco colisional proveniente da colisão de dois proto-Titans durante o final do processo de formação desses proto-satélites (HAMILTON, 2013). Nossa análise colisional, embora pouco aprofundada parece corroborar com esta ideia, porém aqui, Hyperion seria formado de um disco proveniente de outro processo colisional, podendo assim, até ser um satélite de 2ª geração (o qual teria sido destruído durante o LHB e re-aglutinado posteriormente).

Por fim, dado este motivo e o fato de Hyperion ser estável apenas devido a ressonância 4:3 de movimento médio com Titan (CALLEGARI; YOKOYAMA, 2010), não analisaremos os efeitos da fricção dinâmica sobre Hyperion.

5.5 Fricção Dinâmica

Nesta seção apresentaremos alguns resultados obtidos a partir do estudo da fricção dinâmica sobre satélites. Como descrito na seção 4.4, consideraremos diversos tipos de discos de partículas. Estes discos irão variar de acordo com o satélite estudado. Tais mudanças serão feitas principalmente no montante de massa do disco e na distribuição radial do mesmo, assim como na distribuição das inclinações das partículas que compõe o disco.

Em relação ao montante de massa, faremos a seguinte hipótese: iremos considerar quatro tipos diferentes de massa total, sendo estas 3, 5, 7 e 10% da massa do satélite em estudo. Então os resultados das simulações serão comparados com os dados apresentados na tabela 5.6 para verificar quais deles poderiam ser mais plausíveis de terem ocorrido no passado durante e logo após o LHB. Nas figuras apresentadas nesta seção, os resultados referentes a cada valor de massa total do disco serão indicados por cores como segue:

- $m_{disco} = 3\%m_{satelite} \rightarrow$ Azul
- $m_{disco} = 5\%m_{satelite} \rightarrow$ Verde
- $m_{disco} = 7\%m_{satelite} \rightarrow$ Vermelho
- $m_{disco} = 10\%m_{satelite} \rightarrow$ Preto

Em relação à distribuição radial das partículas do disco, iremos considerar duas situações. Na primeira, consideraremos o satélite em estudo imerso no disco de partículas. Na segunda, a órbita do satélite tangenciará a borda interna do disco. Os limites internos e externos adotados para a extensão radial do disco serão apresentados na mesma seção em que o satélite em estudo for citado. Porém, em princípio tais limites sempre seguirão o seguinte padrão: 1) o disco terá uma extensão radial de $\approx 12R_p$ ($R_p =$ raio do planeta); 2) no caso em que o satélite estiver imerso no disco, seu semi-eixo maior orbital estará posicionado aproximadamente $5R_p$ além da borda interna do disco.

Em relação ao ponto 1), tal distribuição radial foi adotada visando não concentrar partículas apenas na região em que o satélite em estudo orbita, porém não tão distante dela. Estudos complementares indicaram que existe uma certa dependência dos resultados com a extensão radial do disco. Tal dependência está na dispersão das partículas do disco. As partículas da região do disco próxima da órbita do satélite são rapidamente dispersadas. Com isso, o disco logo desaparece e seu efeito sobre o satélite não é apreciado. Portanto, para que possamos estudar os efeitos da fricção dinâmica devido a interação de um satélite com um disco de partículas, este não pode ser destruído de imediato. Para que tal destruição não ocorra de imediato sua distância radial deve ser tal que apenas a região onde o satélite em estudo orbita seja espalhada, porém parte do disco deve continuar existindo por algum tempo. Entretanto, um disco muito extenso resulta em muita massa remanescente do disco, ocasionando um ganho muito grande no efeito da fricção, e deixando um resíduo de partículas que dificilmente seria destruído. Logo, a extensão do disco tem “limite” superior e inferior. A extensão adotada por nós parece ser suficiente para suprir os principais requisitos, ou seja, gerar um efeito apreciável, e ter as partículas quase em sua totalidade espalhadas em um tempo não muito longo (cerca de 1,5 milhões de anos), para as duas situações estudadas (satélite imerso ou na borda do disco). 1,5 milhões de anos parece ser o tempo suficiente para que o fenômeno da fricção dinâmica seja apreciável. Por isso, este será o tempo total de todas as nossas integrações nesse tipo de estudo.

A distribuição das inclinações das partículas do disco será tal que as mesmas dividirão suas órbitas com o satélite. Por exemplo, para um satélite que inicialmente tenha inclinação próxima de 0° , e apresenta uma inclinação próxima de 1° após o LHB, será criado um disco onde as inclinações de suas partículas serão randomicamente distribuídas no intervalo $I_{disco} = [0 - 1, 5]^\circ$.

Para todos os casos, os demais elementos iniciais das partículas dos discos serão: $e = 0$ e o conjunto (ω, Ω, l) distribuído randomicamente no intervalo entre 0° e 360° .

Um outro ponto que devemos salientar para este estudo é o número de partículas do disco. Sempre que trabalhamos com discos de partículas existe o problema relacionado com tempo computacional. Este estudo não é diferente. O ideal seria em todas as situações trabalharmos com o maior número de partículas possível. Entretanto, um número de partículas muito grande, resulta em um tempo computacional muito grande. Por outro lado, um número de partículas muito pequeno resulta em partículas geralmente com maiores valores de massa, e conseqüentemente, resultados ruidosos, ou até mesmo prejudicados.

Neste presente estudo, como trabalharemos primeiramente com satélites que possuem grandes valores de massa (Titan, Titânia, Oberon e Iapetus, em ordem decrescente, seções 5.1 e 5.2) a dependência do número de partículas do disco com os resultados não aparenta ser tão problemática. Realizamos testes com discos contendo 1000, 2500 e 5000 partículas, mantendo as demais condições do disco constantes. Não mostraremos os resultados destes testes aqui, dado o fato das curvas resultantes das três integrações basicamente se sobreporem, portanto pouco poderia ser observado. Porém, podemos dizer que o ganho de tempo de integração é muito grande comparando-se o caso com 1000 partículas para os demais.

Contudo, como veremos e discutiremos melhor no apêndice B, ao expandirmos esta metodologia de estudo com 1000 partículas para estudar os satélites Miranda, Ariel e Umbriel, razoavelmente menores do que os demais citados anteriormente, encontramos problemas, onde muito ruído (variações abruptas em semi-eixo maior) foi apresentado nos resultados, de tal forma que pouco pudemos observar os efeitos da fricção dinâmica. Neste caso, fica clara a dependência da relação entre o número de partículas do disco, com a massa total do disco. Também realizamos simulações para Titânia e Oberon envolvidos por discos contendo 500 partículas, onde o mesmo problema foi observado.

Com base nesta análise, chegamos à conclusão que 1000 partículas é um bom ponto

de partida para o estudo, onde os resultados não apresentam muito ruído, e o tempo de integração é aceitável.

5.5.1 Saturno

5.5.1.1 • Titan

O estudo realizado em Titan terá como condições iniciais os dados apresentados na tabela 5.3. Para esta análise, trabalharemos apenas com os dados referentes ao caso onde $\varepsilon_s = 6^\circ$. Tomamos esta decisão pois este é caso com maior porcentagem de sobrevivência do sistema de satélites de Saturno, composto por Titan, Hyperion e Iapetus. Poderíamos adotar outros valores, desde que no intervalo $4^\circ < \varepsilon_s < 10^\circ$, como concluído na seção 5.1.0.4. Entretanto, além do fato do caso com $\varepsilon_s = 6^\circ$ apresentar a maior porcentagem de sobrevivência do sistema, também apresenta os melhores resultados no que diz respeito à inclinação de Titan.

Com base em tudo que foi discutido até aqui, definimos dois discos, um com a órbita de Titan imersa nele ($disco^{1T}$), e outro com a órbita de Titan tangenciando a borda interna dele ($disco^{2T}$). Para cada disco, foram considerados os quatro diferentes montantes de massa citados anteriormente (3, 5, 7 e $10\%m_{Titan}$). A distribuição das partículas em cada disco será dada abaixo:

$$- disco^{1T} \rightarrow a_{disco^{1T}} = [15, 5 - 27, 5]R_S$$

$$- disco^{2T} \rightarrow a_{disco^{2T}} = [20 - 32]R_S$$

$$- I_{disco^{1T,2T}} = [0 - 2]^\circ$$

Na figura 5.5 podemos verificar a evolução do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titan, nos diferentes tipos de discos considerados.

Na figura 5.5 percebemos que o tipo de evolução tendo considerando o $disco^{1T}$, ou o $disco^{2T}$, é muito semelhante. Entretanto, observamos uma amplitude maior de variação no semi-eixo de Titan no caso do $disco^{1T}$, ao passo que a amplitude de variação em excentricidade e inclinação é maior no caso do $disco^{2T}$. Esta diferença ocorre principalmente para os discos com maiores montantes de massa. Uma explicação para tal pode ser a de que o $disco^{2T}$ por ter uma extensão maior, sobrevive por mais tempo, exercendo então seu efeito por um período maior em excentricidade e inclinação (fricção e torque), sem muita troca de momento angular com o satélite. Por isso, vemos na figura que mesmo sendo maior a amplitude de variação dos ele-

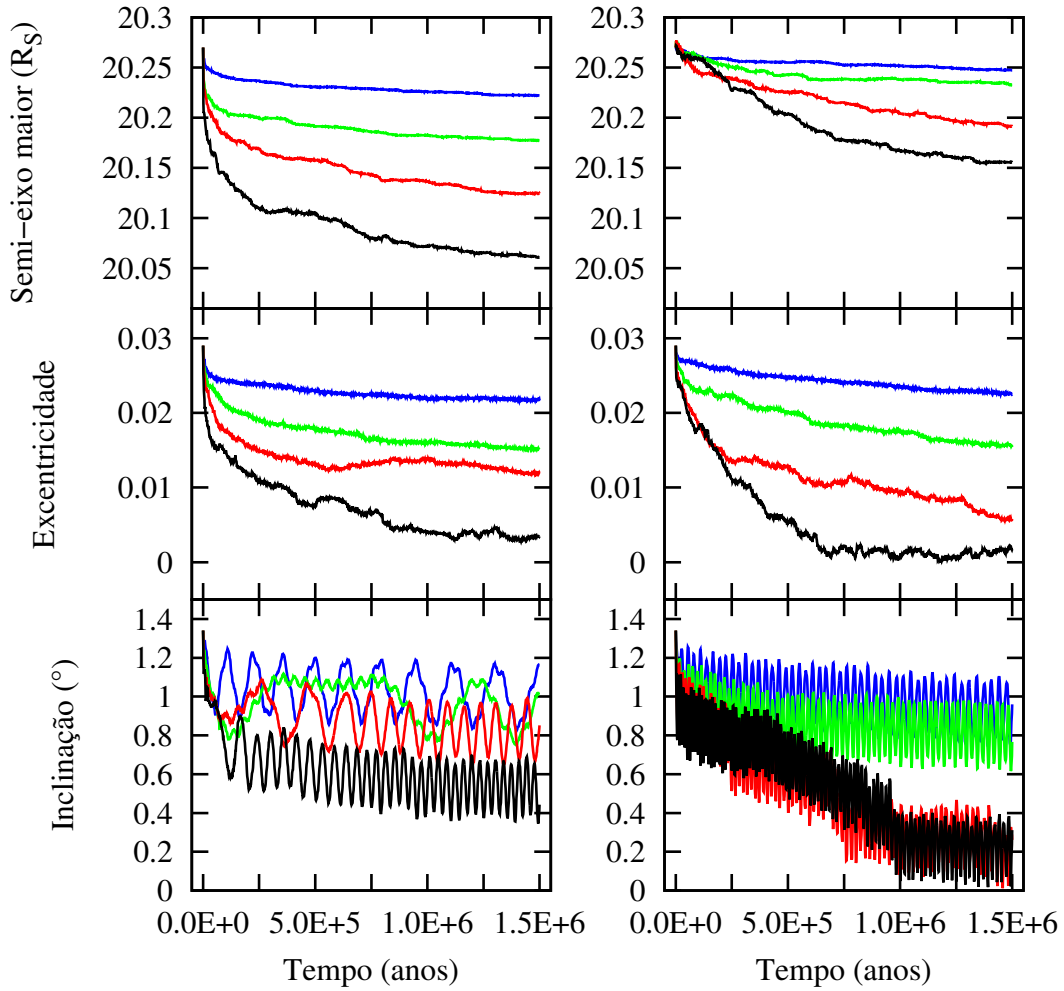


Figura 5.5 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titan sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: $disco^{1T}$. Direita: $disco^{2T}$. Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Titan}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titan}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Titan}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titan}$.

mentos no caso do $disco^{2T}$, esta variação ocorre de maneira mais lenta. Já no caso do $disco^{1T}$, por estar imerso no disco de partículas, o satélite troca muito momento angular com as partículas do disco, e por conseguinte, apresenta uma maior variação em semi-eixo maior.

Percebemos também que os valores atuais dos elementos orbitais de Titan apresentados na tabela 5.1 não conferem muito bem com os valores atingidos em nossas simulações. Embora a excentricidade ainda irá evoluir devido as forças de maré, não podemos afirmar o mesmo para a inclinação orbital. Neste caso, a inclinação orbital apenas se aproxima do valor atualmente observado nos casos com $m_{disco} = 7$

e $10\%m_{Titan}$ para o caso $disco^{2T}$, e $m_{disco} = 10\%m_{Titan}$ para o caso $disco^{1T}$. Entretanto, para todos estes casos, as variações em excentricidade são muito grandes, contradizendo o cenário atual. Já o caso do semi-eixo maior não será discutido em detalhes devido o fato de pouco sabermos sobre a posição real em que Titan poderia ter se formado. O que podemos dizer é que tal efeito de fricção causa a variação no semi-eixo maior do satélite, assim, caso tenha ocorrido, pode indicar que a formação do satélite poderia ter se dado em outra posição, diferente da atual ocupada.

Isso nos leva a entender que um disco com bastante massa parece ser necessário para diminuir a inclinação de Titan. Porém, um disco com muita massa pode ser algo inconcebível se pensarmos nas variações resultantes em excentricidade e na análise feita da seção 5.4.2.

Por outro lado, os discos com menores montantes de massa, provavelmente não são tão efetivos em seus resultados porque Titan com sua grande massa rapidamente espalha todas as partículas do disco.

5.5.1.2 • Iapetus

Assim como o estudo realizado para Titan, o estudo realizado em Iapetus terá como condições iniciais os dados apresentados na tabela 5.3. Devido aos mesmos motivos citados anteriormente, trabalharemos apenas com os dados referentes ao caso onde $\varepsilon_s = 6^\circ$.

Novamente, com base em tudo que foi discutido até aqui, definimos dois discos, um com a órbita de Iapetus imersa nele ($disco^{1I}$), e outro com a órbita de Iapetus tangenciando a borda interna dele ($disco^{2I}$). Entretanto, como Iapetus apresenta uma excentricidade elevada ($e_{Iapetus} \approx 0,133$) no final do LHB, embora os intervalos que definem as bordas interna e externa dos discos sejam os mesmos descritos no início deste capítulo, para Iapetus a extensão do disco será de $26R_S$ (devido a extensão de sua órbita, distância pericentro-apocentro). Para o caso $disco^{1I}$ não será o semi-eixo da órbita de Iapetus que estará aproximadamente $5R_S$ além da borda interna do disco, mas sim o pericentro de sua órbita. Do mesmo modo, o pericentro da órbita de Iapetus tangenciará a borda interna do disco no caso $disco^{2I}$. Caso contrário, devido a sua excentricidade orbital, Iapetus sairia do disco diversas vezes, contradizendo nossa ideia de que as partículas geradas durante as colisões dividiriam suas órbitas com a do satélite por um determinado intervalo de tempo. Em contrapartida, esta hipótese de um disco mais espaçado, também concorda com o fato de que partículas provenientes da região de satélites irregulares possam fazer parte do disco. Esta hi-

pótese pode ser baseada nos fenômenos de evolução colisional (BOTTKE et al., 2010), assim como na formação do grande cinturão atualmente observado e situado entre as órbitas de Iapetus e Phoebe (VERBISCER et al., 2009). Porém, tal espaçamento do disco acarretará em um grande distanciamento das partículas do disco. Para cada disco, foram novamente considerados os quatro diferentes montantes de massa (3, 5, 7 e 10% $m_{Iapetus}$). A distribuição das partículas em cada disco será dada abaixo:

$$- \text{disco}^{1I} \rightarrow a_{\text{disco}^{1I}} = [47 - 73]R_S$$

$$- \text{disco}^{2I} \rightarrow a_{\text{disco}^{2I}} = [51 - 77]R_S$$

$$- I_{\text{disco}^{1I,2I}} = [4 - 13]^\circ$$

Na figura 5.6 podemos verificar a evolução do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Iapetus, nos diferentes tipos de discos considerados.

O que observamos na figura 5.6, é algo muito semelhante ao observado na figura 5.5, isto é, as variações em semi-eixo maior são maiores no caso disco^{1I} , porém as variações em excentricidade e inclinação são semelhantes nos dois discos. De fato, aqui pouco se observa com relação as variações em inclinação. O gráfico referente a inclinação apenas nos leva a conclusão de que a inclinação de Iapetus não é afetada pelo fenômeno de fricção dinâmica, e que seu movimento é muito semelhante em todos os casos considerados.

No que se refere à evolução da excentricidade, embora os valores ainda não concordem com o apresentado na tabela 5.1, podemos observar que existe um grande decréscimo no valor inicial de excentricidade considerada, principalmente para o caso onde $m_{\text{disco}} = 10\%m_{Iapetus}$. Vale lembrar que aqui, 10% da massa de Iapetus pode não ser algo tão problemático quanto no caso de Titan. Podemos considerar isso pensando no fato de que mesmo que tenhamos computado uma pequena probabilidade de formação de discos com grande massa ao redor de satélites de Saturno, no caso de Iapetus, outros fatores devem ser levados em consideração. Por exemplo, Bottke et al. (2010) afirmam que o processo de evolução colisional de satélites irregulares capturados é capaz de gerar cerca de 0,001 massas lunares, ou mais, ao redor de cada um dos planetas gigantes. Essa quantidade de massa é equivalente a aproximadamente 4% da massa de Iapetus. Se considerarmos também que o grande cinturão atualmente observado entre as órbitas de Iapetus e Phoebe (VERBISCER et al., 2009) no passado fosse composto por um número muito maior de partículas (e não apenas poeira), podemos então imaginar que um disco com 10% da massa de

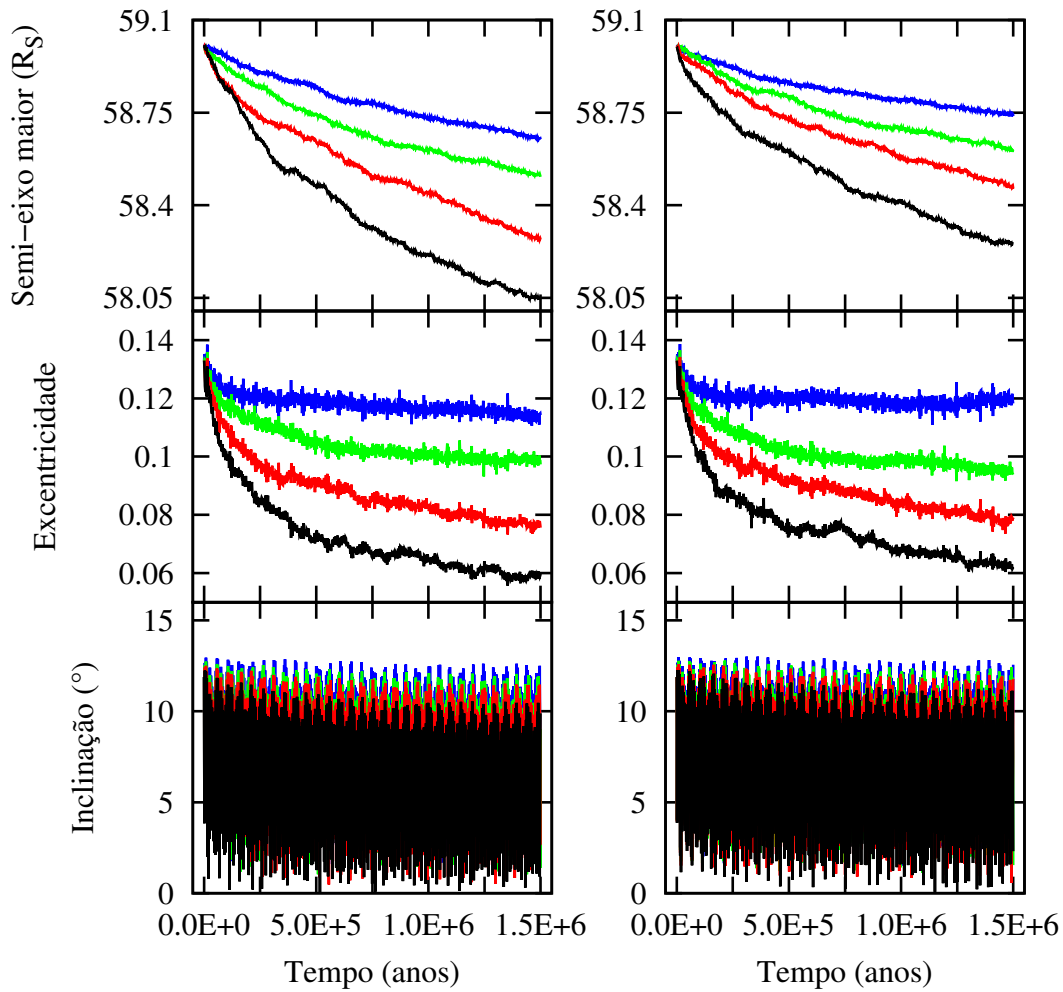


Figura 5.6 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Iapetus sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: $disco^{1I}$. Direita: $disco^{2I}$. Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Iapetus}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Iapetus}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Iapetus}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Iapetus}$.

Iapetus poderia ser aceitável.

No que diz respeito ao semi-eixo maior, Mosqueira e Estrada (2005), Mosqueira et al. (2010) afirmam que Iapetus teria se formado “in situ”. Considerando que os demais elementos são de explicação provável no cenário proposto, podemos assumir a possibilidade de Iapetus ter se formado “in situ”, porém, em uma distância de Saturno um pouco maior do que o previsto (cerca de $1R_S$), dado que as forças de maré pouco parecem atuar no semi-eixo maior de Iapetus (seção 5.6.3.2 e anexo A, Artigo 3).

5.5.2 Urano

5.5.2.1 • Oberon

De modo semelhante ao feito durante o estudo dos satélites de Saturno, prosseguiremos com o estudo em Urano. Iniciaremos estudando apenas o satélite Oberon, posteriormente, Oberon e Titânia, e por fim todos os demais satélites (apêndice B).

Os dados utilizados como condições iniciais para Oberon são aqueles dados na tabela 5.4.

A distribuição das partículas nos discos ($m_{disco}=3, 5, 7$ e $10\%m_{Oberon}$), onde a órbita de Oberon estará imersa nele ($disco^{1O}$), assim como o outro onde a órbita de Oberon tangenciará sua borda interna ($disco^{2O}$) será dada abaixo:

- $disco^{1O} \rightarrow a_{disco^{1O}} = [18 - 30]R_U$
- $disco^{2O} \rightarrow a_{disco^{2O}} = [22, 5 - 34, 5]R_U$
- $I_{disco^{1O,2O}} = [0 - 1, 5]^\circ$

Na figura 5.7 podemos verificar a evolução do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Oberon, nos diferentes tipos de discos considerados.

Diferentemente das figuras apresentadas para Titan e Iapetus, aqui percebemos que o posicionamento do disco de partículas em relação à órbita de Oberon é determinante para sua evolução, não apenas no que diz respeito às variações nos elementos orbitais, mas também no que se refere ao sentido de variação (em especial no semi-eixo maior). Em outras palavras, em um disco onde Oberon está inicialmente imerso, o satélite tende a migrar em direção ao planeta. No caso onde Oberon tem sua órbita inicialmente tangenciando a borda do disco, o satélite tende a migrar no sentido de se afastar de Urano. Tais diferenças ocorrem devido o remanescente de massa do disco. Quando Oberon esta imerso no disco sua interação com o mesmo tende a freiar seu movimento, assim seu semi-eixo orbital diminui. Por outro lado, quando Oberon está na borda do disco, as partículas em seu entorno são rapidamente dispersadas, porém o disco que resta além de sua órbita tende a “puxar” Oberon para longe de Urano (algo semelhante ao que ocorre com Netuno no início de sua migração, descrita por Tsiganis et al. (2005)). O mesmo parece não ocorrer com Titan, devido ao seu grande valor de massa, o qual dispersa praticamente todas as partículas do disco nas duas situações ($disco^{1T}$ e $disco^{2T}$). Já para Iapetus, a diminuição do semi-eixo parece estar

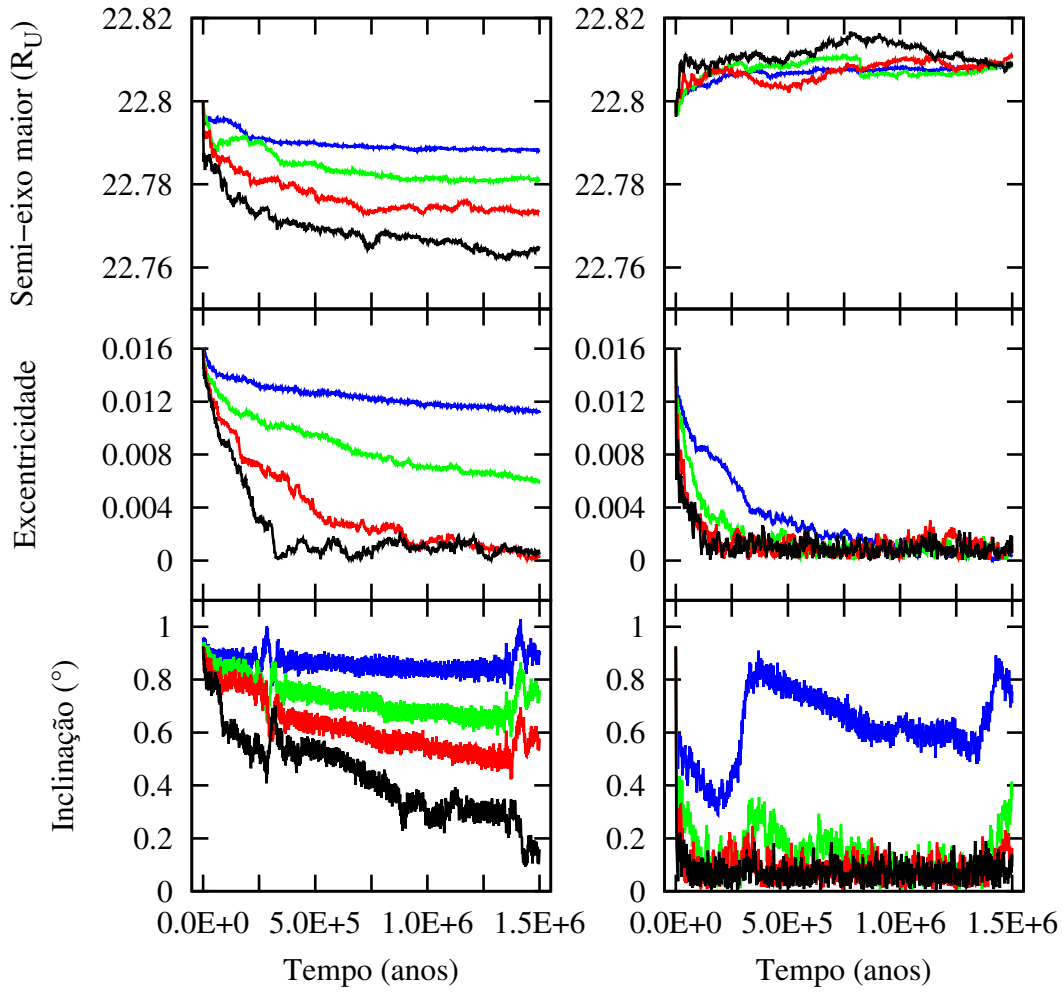


Figura 5.7 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: $disco^{1O}$. Direita: $disco^{2O}$. Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Oberon}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Oberon}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Oberon}$.

relacionada com a circularização de sua órbita.

O cenário também se apresenta muito promissor em relação as variações em excentricidade e inclinação orbital. O caso do $disco^{2O}$ mostra-se muito mais adequado no sentido de explicar como Oberon evoluiu após o LHB para os dias de hoje. Na figura podemos notar que no caso do $disco^{2O}$, a massa total do disco pouco parece influenciar nos resultados (exceto no caso onde $m_{disco} = 3\%m_{Oberon}$ em que o comportamento da inclinação do satélite apresenta um movimento anômalo, ainda não compreendido e único). Nos demais casos do $disco^{1O}$ a grande dependência com a massa total do disco ainda é apreciável, tendo os discos com maiores valores de

massa resultados mais expressivos.

5.5.2.2 • Titânia e Oberon

Dada a proximidade das órbitas dos satélites Titânia e Oberon, parece ser importante considerarmos também Titânia neste estudo. Para tal, dado o fato de que Titânia também apresenta variações pós LHB incompatíveis com o que observamos atualmente, e que segundo [Deianno et al. \(2011\)](#), este também está envolvido em diversos fenômenos colisionais, consideraremos um segundo disco (também composto de 1000 partículas) ao redor da órbita de Titânia (além daquele que já existe ao redor da órbita de Oberon).

Portanto, os discos que utilizaremos ao redor da órbita de Oberon serão os mesmos, ao passo que para Titânia teremos que a distribuição das partículas nos discos ($m_{disco}=3, 5, 7$ e $10\%m_{Titânia}$), onde a órbita de Titânia estará imersa nele ($disco^{1t}$), assim como o outro onde a órbita de Titânia tangenciará sua borda interna ($disco^{2t}$) será dada abaixo:

$$- disco^{1t} \rightarrow a_{disco^{1t}} = [12 - 24]R_U$$

$$- disco^{2t} \rightarrow a_{disco^{2t}} = [17 - 29]R_U$$

$$- I_{disco^{1t,2t}} = [0 - 1, 5]^\circ$$

Os dados utilizados como condições iniciais para Titânia são aqueles dados na tabela 5.4.

Nas figuras 5.8 e 5.9 podemos verificar a evolução do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon. Nos casos da figura 5.8 consideramos os discos ($disco^{1t}$) e ($disco^{1O}$), e para a figura 5.9, os discos ($disco^{2t}$) e ($disco^{2O}$).

Observamos nas figuras que algumas coisas são importantes de serem notadas. A primeira delas é que ao considerarmos Titânia evoluindo juntamente com Oberon, a independência da evolução do semi-eixo maior de Oberon com a massa total do disco no caso ($disco^{2O}$) não existe mais. Agora, retomamos o caso em que a amplitude da variação esta diretamente relacionada com o montante de massa do disco. Se atentarmos para os valores de extensão de disco adotados para Titânia, veremos que parte deste disco contribui para formação do disco de Oberon. Como consequência, o disco ao redor da órbita de Oberon teria maior valor de massa do que colocamos inicialmente. Entretanto, isso não é um problema, pois como veremos na figura 5.11,

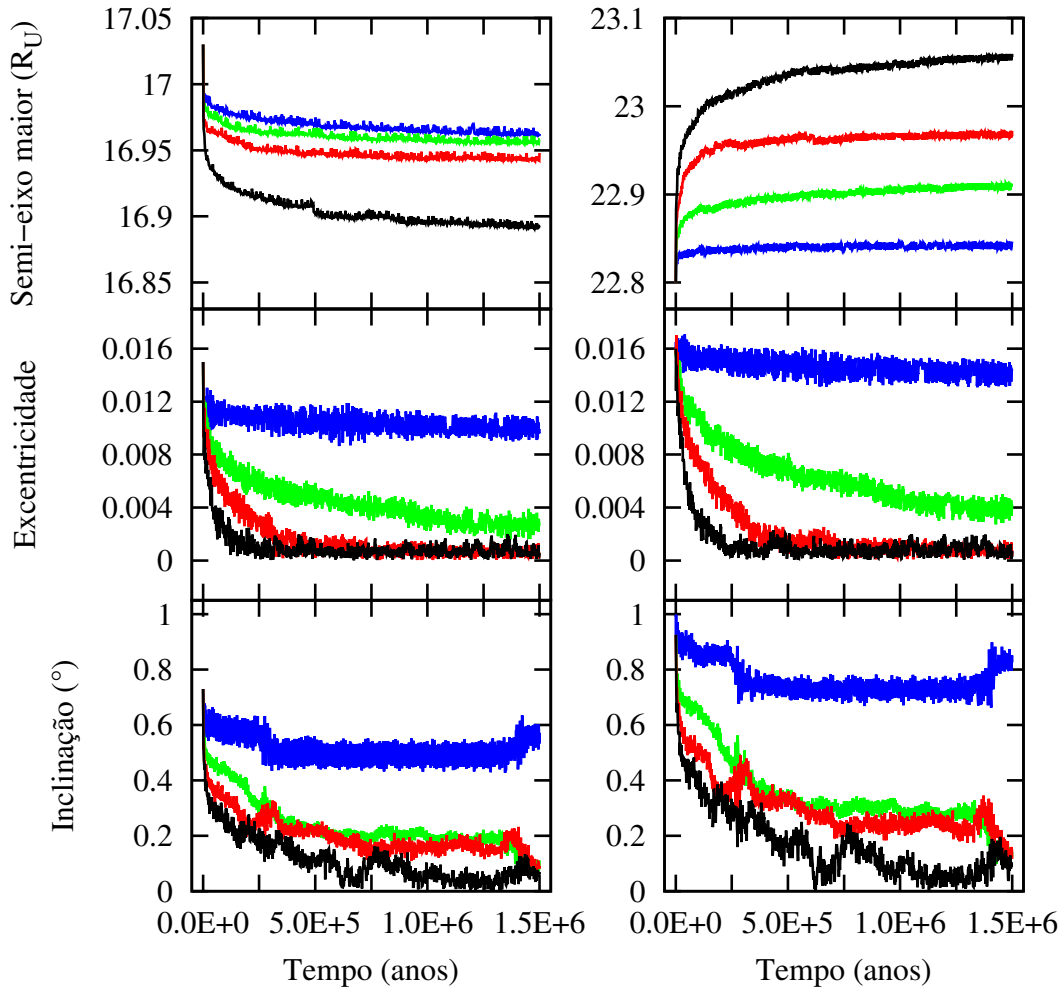


Figura 5.8 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: Titânia ($disco^{1t}$). Direita: Oberon ($disco^{1O}$), Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Titânia,Oberon}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titânia,Oberon}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Titânia,Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titânia,Oberon}$.

esta região de intersecção dos discos é rapidamente espalhada.

O segundo fato importante de ser notado é que para qualquer valor de massa do disco, as variações ocorridas em excentricidade e inclinação estão em ótima concordância com os valores atualmente observados (exceto para o caso em que a massa do disco é cerca de 3% da massa do satélite no caso ($disco^{1t,O}$), figura 5.8).

Para tentarmos completar e concluirmos algo sobre este tipo de evolução, consideraremos agora um sistema composto pelos discos $disco^{2t}$ e $disco^{1O}$, ou seja, Titânia na borda de seu disco e Oberon imerso em seu disco. Tomamos este teste dado o

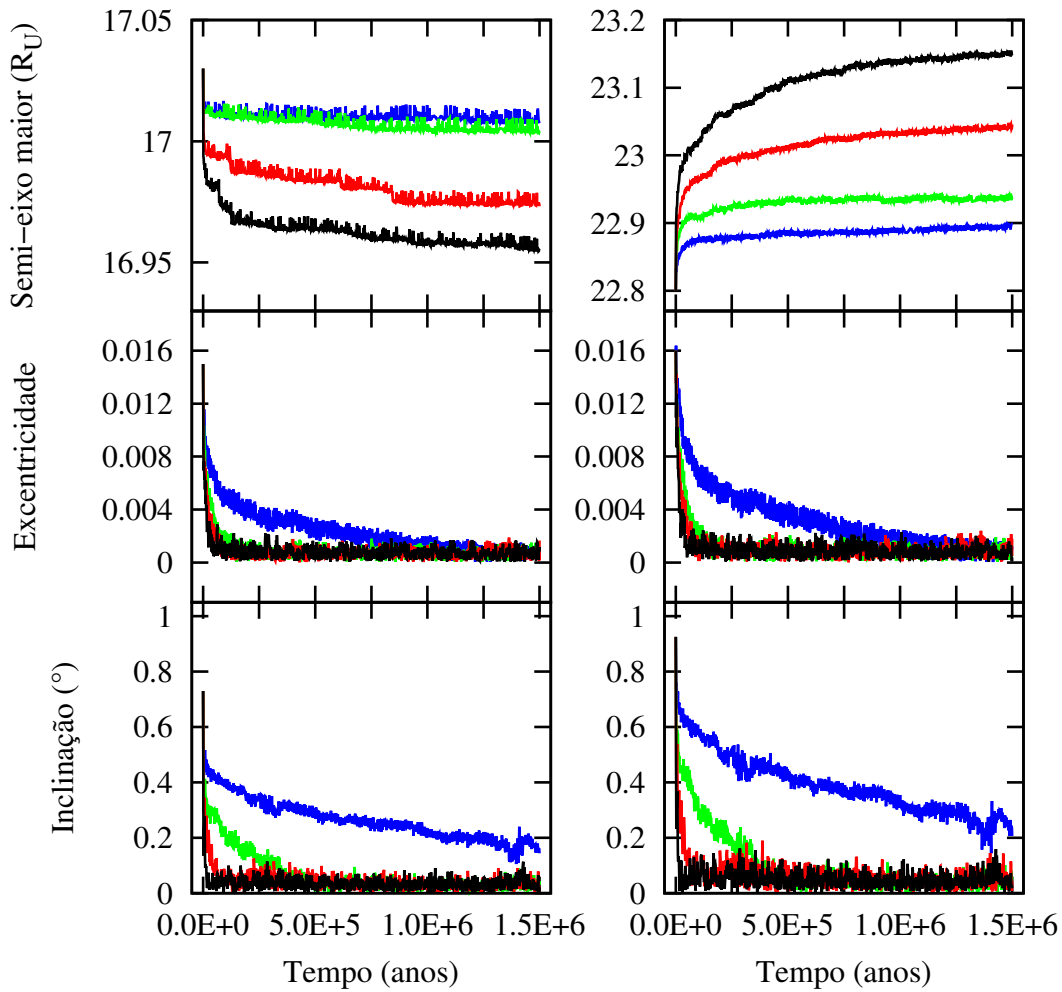


Figura 5.9 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: Titânia ($disco^{2t}$). Direita: Oberon ($disco^{2O}$), Azul: $m_{disco} = 3\%m_{Titânia,Oberon}$, Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titânia,Oberon}$, Vermelho: $m_{disco} = 7\%m_{Titânia,Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titânia,Oberon}$.

fato de que como veremos na figura 5.11, as partículas da região interna às órbitas de Titânia e Oberon são rapidamente espalhadas, assim como o fato de ao usarmos o $disco^{2t}$ as variações em excentricidade e inclinação de Titânia se mostraram indiferentes ao montante de massa do disco (figura 5.9).

Novamente vale a ressalva de que isto é apenas um teste para tentarmos definir qual é a melhor configuração de partículas para obtenção dos resultados de interesse com o uso de fricção dinâmica. Por isso, aqui adotamos apenas dois valores de massa total para o disco (5 e 10% $m_{satelites}$).

A figura 5.10 representa a evolução dos dois satélites.

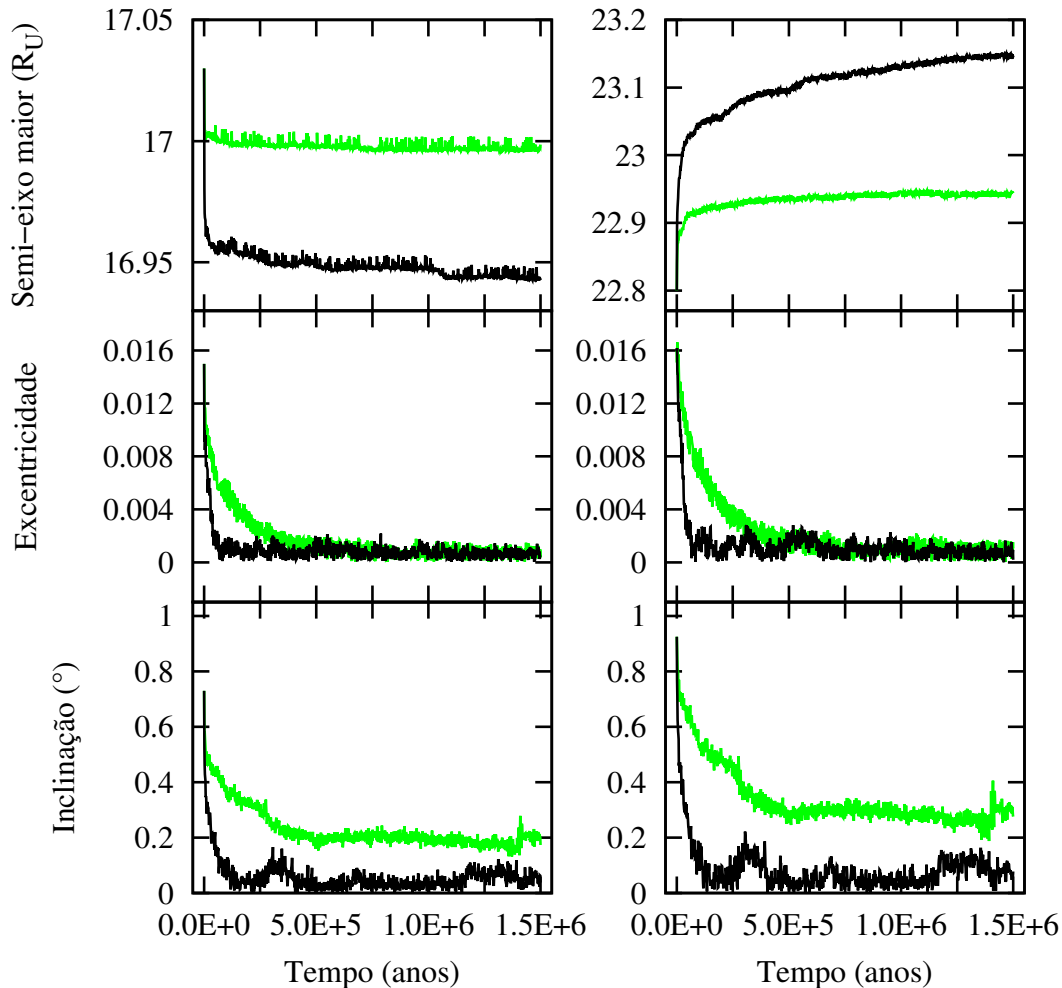


Figura 5.10 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia e Oberon sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. Esquerda: Titânia ($disco^{2t}$). Direita: Oberon ($disco^{1O}$). Verde: $m_{disco} = 5\%m_{Titânia,Oberon}$, Preto: $m_{disco} = 10\%m_{Titânia,Oberon}$.

A figura 5.11 representa a evolução do disco considerado em diferentes épocas.

Com base em todos os experimentos apresentados nesta seção podemos concluir que os valores resultantes do LHB podem ser atenuados considerando o fenômeno de fricção dinâmica, mesmo para discos formados com pouca massa. Analisando as figuras 5.8, 5.9 e 5.10, verificamos que isso é verdade para excentricidade e inclinação, qualquer que seja a configuração de disco adotada. Este é um resultado muito bom, dado que nenhum outro mecanismo parece ser eficiente em amortecer (diminuir)

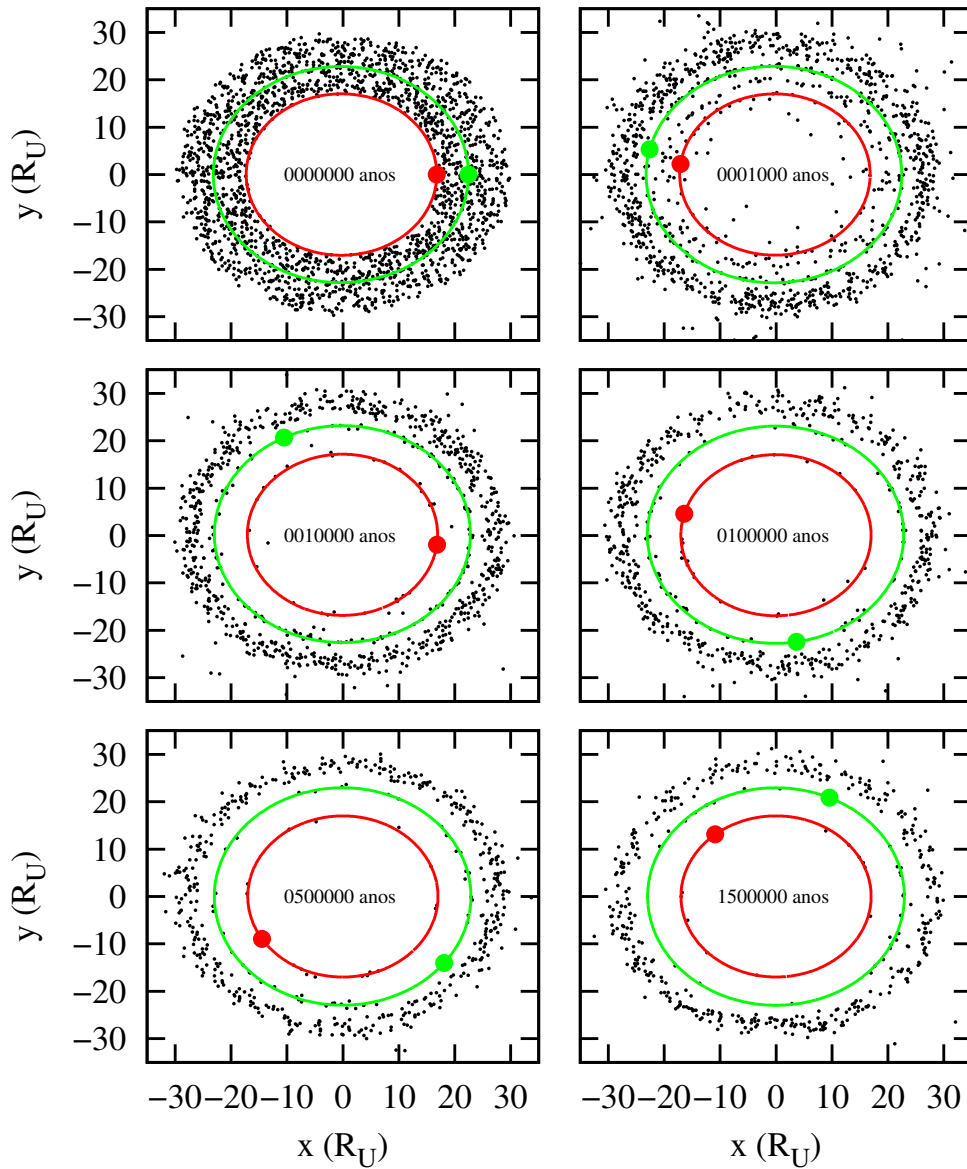


Figura 5.11 - Evolução temporal das partículas que compõem os discos considerados. A configuração do disco é apresentada para diferentes intervalos de tempo. Em preto temos as partículas do disco. Em vermelho temos a representação da órbita de Titânia, com o ponto vermelho representando Titânia. Em verde temos a representação da órbita de Oberon, com o ponto verde representando Oberon.

inclinações orbitais. Em relação ao semi-eixo maior de Titânia e Oberon, novamente pouco podemos dizer, porém os resultados aqui mostrados indicam que caso a fricção dinâmica tenha ocorrido, dada a rápida dispersão das partículas entre as órbitas

destes satélites, Oberon poderia ter se formado em uma órbita mais próxima de Urano.

Por fim, a quantidade de massa utilizada para atingirmos estes resultados em Urano é plausível se compararmos com os resultados obtidos das análises de colisões mostradas na seção 5.4.1 tabela 5.6, onde concluímos que um montante de massa no intervalo [5-10]% das massas de Titânia e Oberon pode ser gerado independentemente do modelo de análise colisional adotado (BENZ; ASPHAUG, 1999; BOTTKKE et al., 2010; STEWART; LEINHARDT, 2009). Logo, mesmo que parte da massa seja perdida durante o LHB, não haveriam problemas dado o fato de discos com menores valores de massa também apresentarem resultados satisfatórios.

5.6 Maré

Aqui iniciaremos propriamente dito o estudo dos efeitos da maré planetária sobre satélites. Como dito em nossa metodologia (capítulo 4, seção 4.5), utilizaremos como ponto de partida os modelos de Correia (2009) e Nogueira et al. (2011). Nossos resultados serão apresentados de modo que possamos comparar a evolução dos satélites dentro dos dois modelos, ou seja, sem e com as perturbações do Sol e do J_2 . Estas integrações serão conduzidas pela idade do Sistema Solar ($\approx 4 \times 10^9$ anos). Não tomaremos um tempo de integração de cerca de 4,5 bilhões de anos, pois estamos partindo do princípio de que a evolução ocorrerá após o LHB. Para o planeta Saturno, para que tal integração seja possível, incluiremos ainda o efeito da evolução de sua obliquidade.

5.6.1 Netuno

5.6.1.1 • Tritão

Para que possamos ter a certeza de que nossos programas estão corretos, e que a metodologia como apresentamos também está, optamos por primeiramente testar nosso código. Tal teste foi realizado tentando reproduzir os resultados de Correia (2009) e Nogueira et al. (2011).

Utilizando os dados de Netuno e Tritão dados na tabela 4.3 (assim como em Nogueira et al. (2011)), e também as seguintes condições iniciais, $a_{Tritao} = 2354R_N$ com R_N sendo o raio equatorial de Netuno $\simeq 24764$ km, $q_{Tritao} = 7R_N$ com q representando a distância do pericentro da órbita, e $I_{Tritao} = 157^\circ$, também dadas em Nogueira et al. (2011), integramos as equações 4.10 e obtivemos o seguinte resultado (figura 5.12).

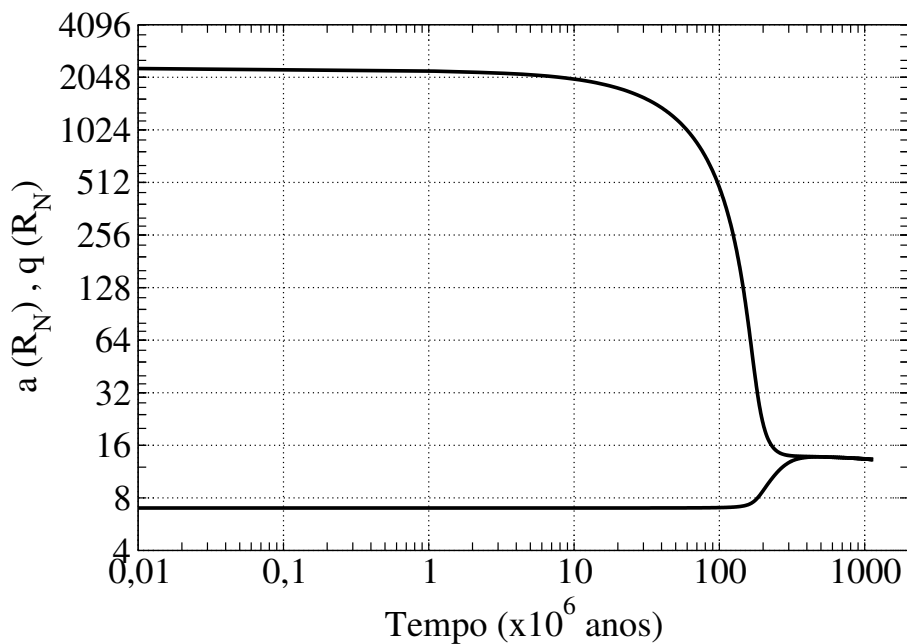


Figura 5.12 - Evolução temporal do semi-eixo maior e da distância do pericentro da órbita de Tritão sob efeito de maré.

Com base no resultado deste teste, apresentado na figura 5.12, e devido sua concordância com o resultado apresentado em [Nogueira et al. \(2011\)](#) (figura 3 do artigo dos autores), concluímos que nosso programa está correto, e portanto daremos continuidade aos estudos.

5.6.2 Urano

Analisaremos aqui os efeitos da maré sobre Titânia e Oberon. As condições iniciais de Titânia e Oberon utilizadas aqui serão as mesmas dadas na tabela 5.4.

Aqui nesta seção também utilizaremos os parâmetros de maré dados na tabela 4.3.

5.6.2.1 • Titânia

A figura 5.13 apresenta a comparação da evolução do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação orbital de Titânia, sob o efeito da maré para o caso onde consideramos o modelo de [Correia \(2009\)](#) (verde - equações 4.10) e [Nogueira et al. \(2011\)](#) (preto - equações 4.16 com H dado em 4.15). A integração foi conduzida por um tempo equivalente à idade do Sistema Solar.

A análise da figura 5.13 nos mostra que a presença do Sol e do achatamento são praticamente desprezíveis para o estudo da evolução do semi-eixo maior e da ex-

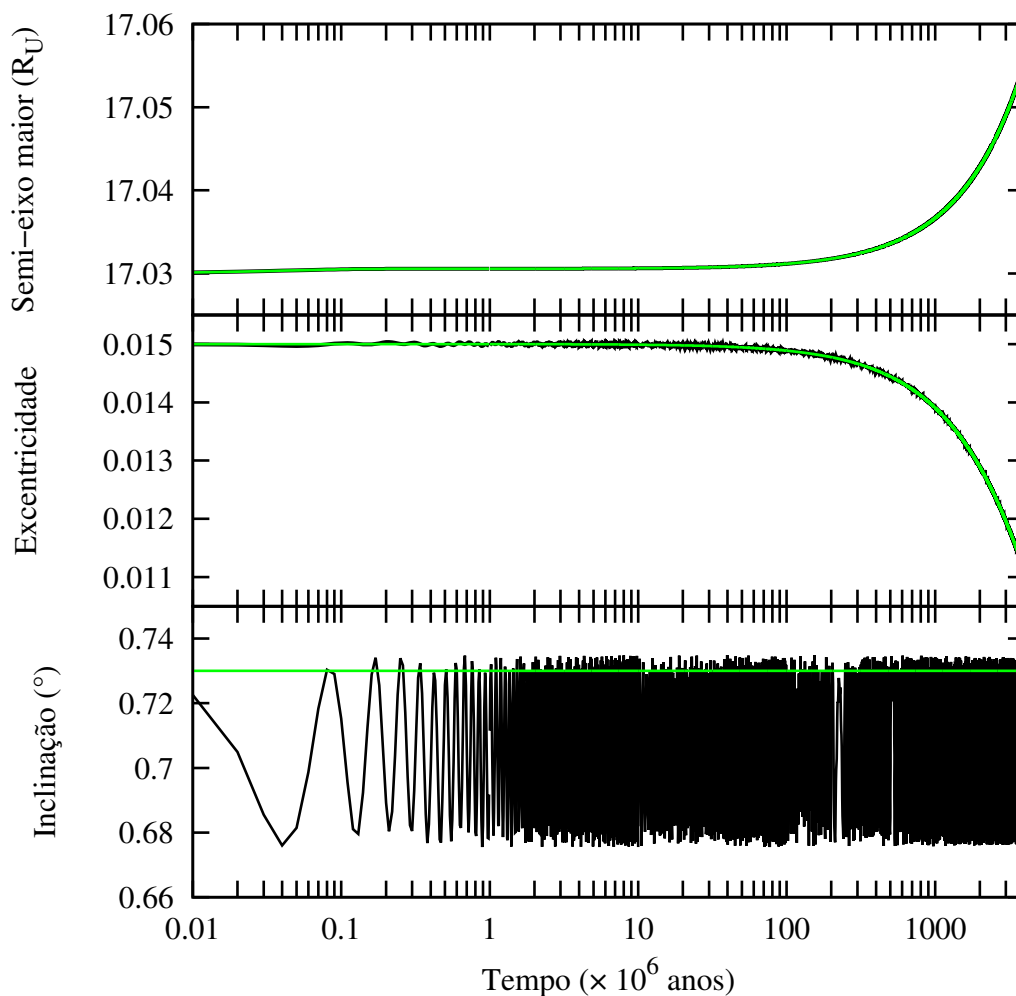


Figura 5.13 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titânia sob efeito de maré. *Preto*: Nogueira et al. (2011) (Sol + J_2 presentes). *Verde*: Correia (2009) (Sol + J_2 ausentes).

centricidade de Titânia sob os efeitos da maré. Porém, estas perturbações induzem uma certa oscilação no valor da inclinação do satélite.

Sobre as variações ocorridas devido à ação da maré, o que podemos dizer é que durante a idade do Sistema Solar, Titânia se afasta muito pouco de Urano. Este afastamento de Titânia é de cerca de $0,025R_U$. Sua excentricidade e inclinação entretanto, não variam o suficiente para que possam se aproximar dos valores atuais.

5.6.2.2 • Oberon

A figura 5.14 é similar a figura 5.13, porém para o satélite Oberon.

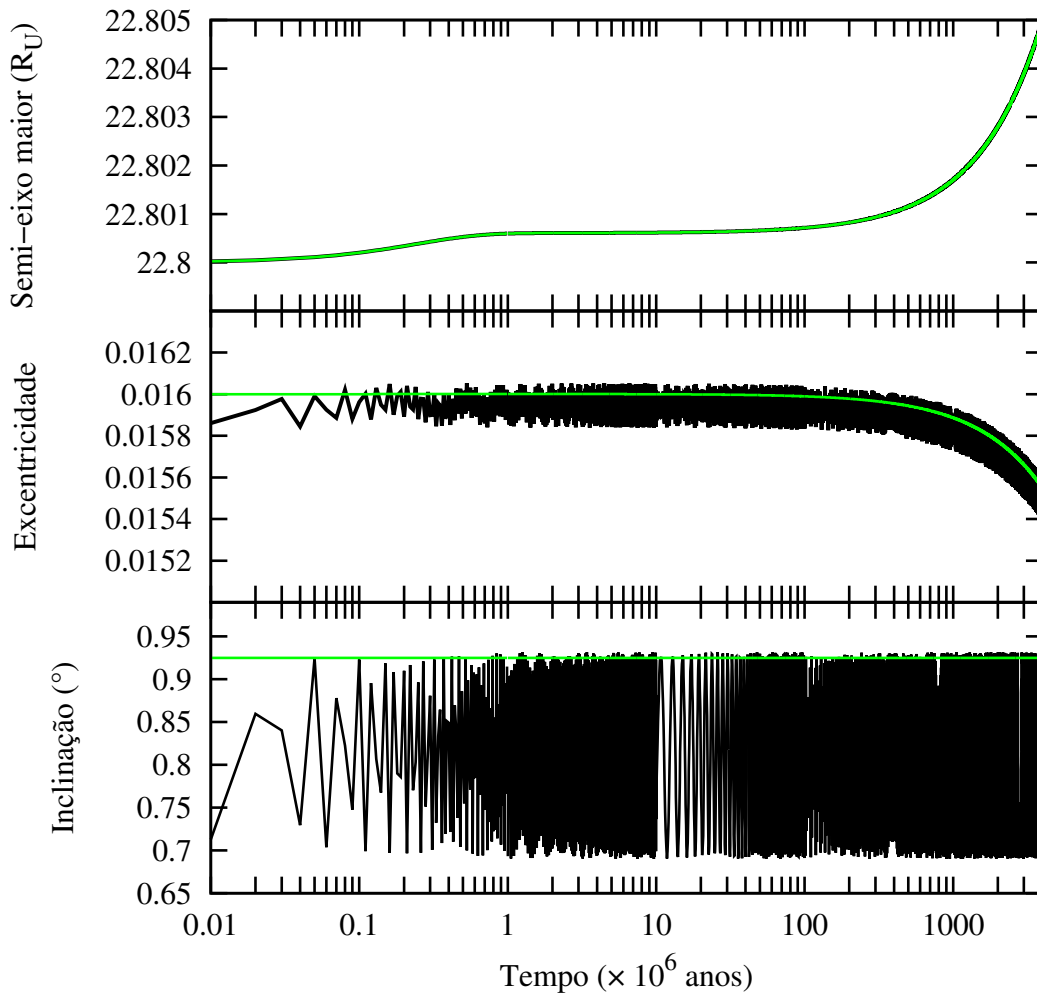


Figura 5.14 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Oberon sob efeito de maré. *Preto*: Nogueira et al. (2011) (Sol + J_2 presentes). *Verde*: Correia (2009) (Sol + J_2 ausentes).

Da figura 5.14 podemos concluir que a mesma análise feita para o caso de Titânia pode ser repetida, entretanto, aqui o Sol exerce uma perturbação maior, induzindo algumas variações também na excentricidade.

5.6.3 Saturno

Prosseguindo com nossos testes, analisaremos os efeitos de maré sobre Titan e Iapetus. As condições iniciais de Titan e Iapetus utilizadas aqui serão as mesmas usadas na seção 5.5.1, ou seja, aquelas dadas na tabela 5.3 quando $\varepsilon_s = 6^\circ$.

Assim como nos casos anteriores, os parâmetros de maré utilizados serão aqueles

dados na tabela 4.3.

5.6.3.1 • Titan

Para que possamos conduzir a evolução de Titan por maré durante toda a idade do Sistema Solar, necessitaremos de incluir em nossas equações o efeito da evolução da obliquidade de Saturno ($\varepsilon_s(t)$). Esta inclusão será feita da maneira com a qual foi desenvolvida na seção 4.6. Por este motivo, não faremos a comparação entre os sistemas de Correia (2009) e Nogueira et al. (2011).

Para tal também necessitaremos modelar a variação de $\varepsilon_s(t)$. Isso será feito baseando-se no trabalho de Hamilton e Ward (2004), ou seja, como comentado na seção 4.6. Entretanto, como nossas integrações sempre irão se iniciar no tempo $t = 0$, ajustaremos os limites definidos na seção 4.6 de tal forma que:

- $\varepsilon_s(t) = cte = \varepsilon_{p_i}$ para $0 \text{ anos} < t \lesssim 0,2 \times 10^9 \text{ anos}$,
- $\varepsilon_s(t) = \varepsilon_{p_i} + \Delta\varepsilon_p(1 - e^{-(t-0,2 \times 10^9)/\tau})$ para $0,2 \times 10^9 \text{ anos} \lesssim t \lesssim 4 \times 10^9 \text{ anos}$,

onde, adaptando os valores para o nosso cenário teremos: $\varepsilon_{p_i} = 6^\circ$, $\Delta\varepsilon_p = 20,7^\circ$, e $\tau = 4,5 \times 10^8$ anos. Em outras palavras, deslocamos o intervalo de tempo mostrado na figura 4.4 de modo que nosso tempo $t = 0$ coincida com o tempo $t \approx 0,6 \times 10^9$ anos considerado por Hamilton e Ward (2004). Isso se deve ao fato de termos concluído que provavelmente o LHB ocorreu após o primeiro salto no valor de $\varepsilon_s(t)$, e que este estudo será conduzido a partir do término do LHB ($\approx 0,6 \times 10^9$ anos após a formação do Sistema Solar, (GOMES et al., 2005)).

Na figura 5.15 apresentamos o resultado desta modelagem.

De posse de mais este desenvolvimento, podemos agora estender a integração de Titan sob os efeitos de maré pela idade do Sistema Solar. Assim, integrando novamente as equações 4.16, mas agora com H dado em 4.22, obtemos a figura 5.16.

A análise da figura nos mostra que apenas um movimento de oscilação é apreciado na evolução da excentricidade e da inclinação de Titan sob os efeitos da evolução por maré. Podemos perceber também que os elementos orbitais em estudo pouco variam considerando apenas a ação da maré.

A variação de obliquidade de Saturno parece nada afetar o movimento de Titan. Podemos observar que apenas a inclinação de Titan apresenta uma maior oscilação quando o equador de Saturno se torna mais inclinado em relação ao seu plano orbital.

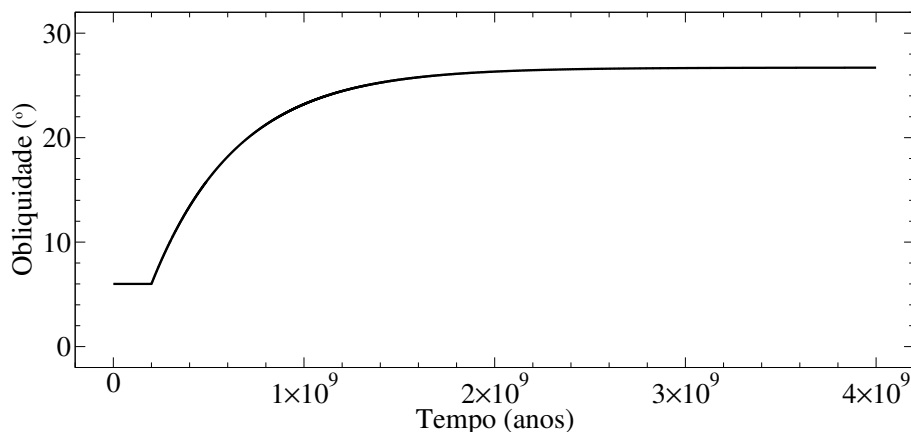


Figura 5.15 - Variação de $\varepsilon_s(t)$ seguindo Hamilton e Ward (2004), ajustada para nosso problema.

Porém, o valor médio da inclinação da órbita de Titan não se altera, o que indica que a órbita de Titan acompanha o movimento do equador de Saturno. Este resultado já havia sido previsto por Kinoshita (1993) e era esperado, o que comprova que nosso código está funcionando corretamente, assim como nossa metodologia é válida.

5.6.3.2 • Iapetus

Na figura 5.17 apresentaremos a evolução de Iapetus durante a idade do Sistema Solar, da mesma forma com a qual foi realizada para o estudo de Titan, ou seja, integrando as equações 4.16, mas agora com H dado em 4.22.

Analisando a figura 5.17 em geral podemos verificar que Iapetus pouco, ou quase nada sente os efeitos de maré segundo a modelagem considerada, ou seja, seu semi-eixo e sua excentricidade não sofrem alterações.

Verificamos que diferentemente de Titan, por Iapetus estar em uma região dominada pela perturbação solar sua órbita não acompanha o movimento do equador de Saturno (algo também já previsto por Kinoshita (1993)). Assim, conforme o equador de Saturno inclina, a órbita de Iapetus torna-se cada vez mais inclinada (em relação ao equador de Saturno). Ainda assim, mesmo o aumento de inclinação para Iapetus sendo bastante elevado, destoa do que é observado na época atual, pois, no caso estudado, em tal aumento, Iapetus parece tender a acompanhar seu LLP durante a evolução de $\varepsilon_s(t)$. Atualmente Iapetus apresenta uma inclinação de cerca de 7° em relação ao seu LLP. De acordo com nossos resultados, a simples variação da obliquidade de Saturno não é suficiente para explicar tal inclinação, sendo outro tipo de mecanismo necessário (anexo A, Artigo 3). Um aumento na amplitude de

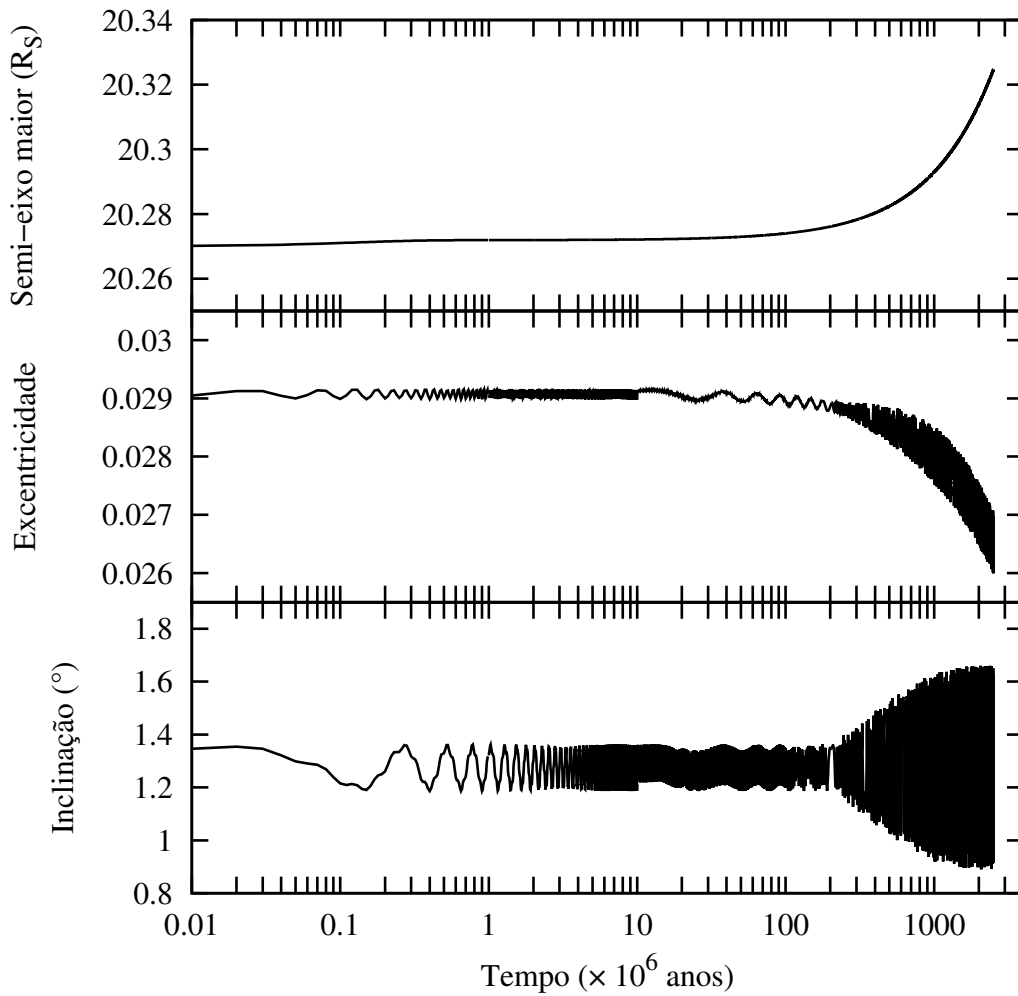


Figura 5.16 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titan sob efeito de maré, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.

oscilação da excentricidade também é apreciado neste caso da figura 5.17.

5.7 Maré + Fricção Dinâmica

Finalmente, para completarmos nosso estudo, vamos juntar os dois fenômenos, maré e fricção dinâmica, adicionando às equações de maré funções capazes de reproduzir os efeitos e os padrões gerais de evolução observados no cenário da fricção dinâmica. Tais funções serão da forma:

- $a(t) = a_i - \Delta a(1 - e^{-t/\tau})$,
- $e(t) = e_i - \Delta e(1 - e^{-t/\tau})$,

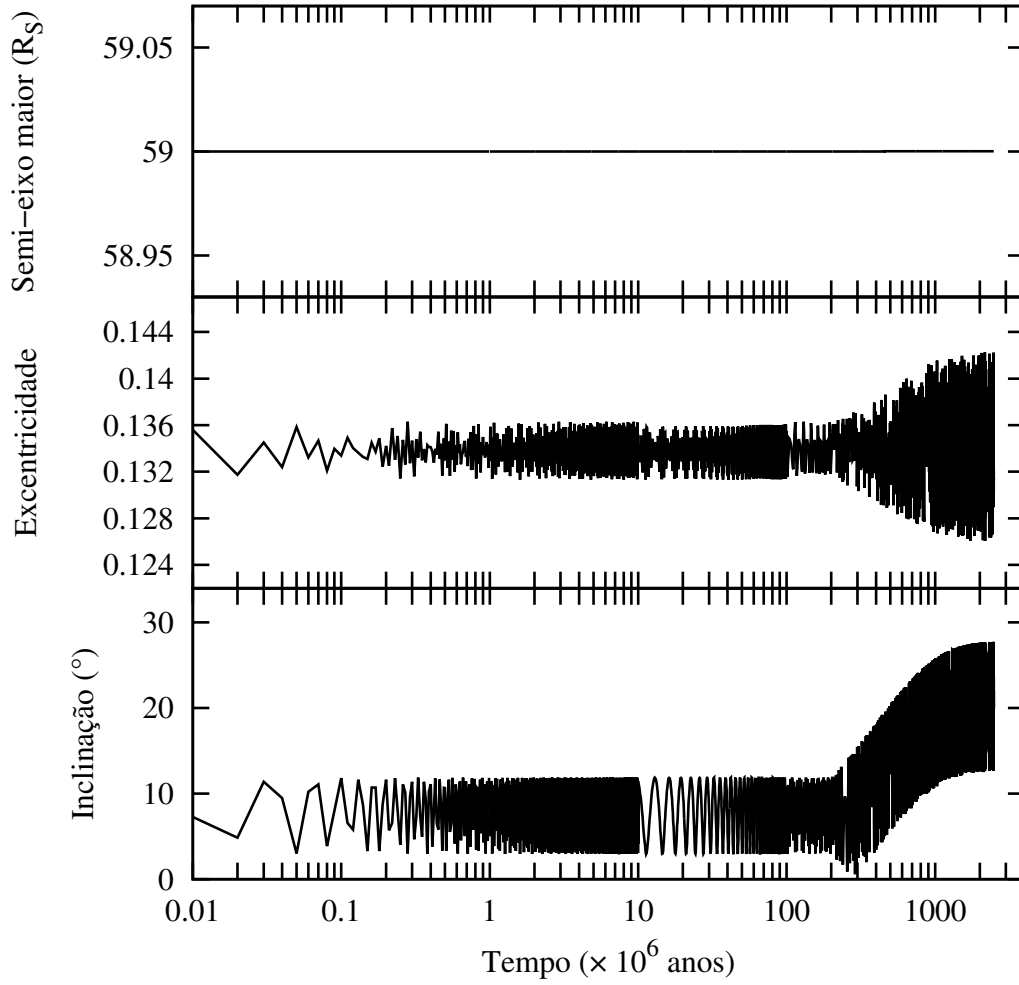


Figura 5.17 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Iapetus sob efeito de maré, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.

$$- I(t) = I_i - \Delta I(1 - e^{-t/\tau}),$$

de tal forma que:

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) &= -\frac{\Delta a}{\tau} e^{-t/\tau}, \\ \dot{e}(t) &= -\frac{\Delta e}{\tau} e^{-t/\tau}, \\ \dot{I}(t) &= -\frac{\Delta I}{\tau} e^{-t/\tau}. \end{aligned} \tag{5.5}$$

Assim, as equações 5.5 serão adicionadas nas equações de maré (em sua forma mais completa), de modo que simularão os resultados obtidos pela fricção dinâmica dentro do cenário de maré. Porém, para que a simulação da fricção dinâmica nas equações de maré seja feita de modo coerente, as equações 5.5 irão atuar no sistema apenas durante 1,5 milhões de anos (tempo usado para simular os efeitos da fricção). Após 1,5 milhões de anos as equações 5.5 não serão mais computadas. Em outras palavras, para tempos de zero até 1,5 milhões de anos integraremos as equações 4.16 + 5.5, com H dado por 4.15 para Urano e 4.22 para Saturno. Para tempos maiores do que 1,5 milhões de anos integraremos apenas as equações 4.16 com as mesmas considerações para H .

Os valores Δa , Δe e ΔI serão definidos para cada caso (satélite em estudo), de tal forma que estes valores simularão as variações necessárias nos satélites devido a um disco de partículas com massa comparável aos usados anteriormente. Em todos os casos usaremos, $\tau = 3 \times 10^5$ anos, e os mesmos parâmetros de maré das seções anteriores.

5.7.1 Saturno

Aqui iniciaremos com Titan e Iapetus, onde continuaremos usando as mesmas condições iniciais usadas nas seções anteriores, assim como os mesmos parâmetros de maré.

As integrações serão conduzidas por 4 bilhões de anos, e como dito acima, a variação do equador de Saturno será considerada, assim como as perturbações do Sol e J_2 .

5.7.1.1 • Titan

A figura 5.18 apresenta o resultado considerando $\Delta a = 0,1R_S$, $\Delta e = 0,020$ e $\Delta I = 1^\circ$.

5.7.1.2 • Iapetus

A figura 5.19 apresenta o resultado considerando $\Delta a = 0,05R_S$, $\Delta e = 0,080$ e $\Delta I = 1^\circ$.

5.7.2 Urano

Para Titânia e Oberon continuaremos usando as mesmas condições iniciais usadas nas seções anteriores, assim como os mesmos parâmetros de maré.

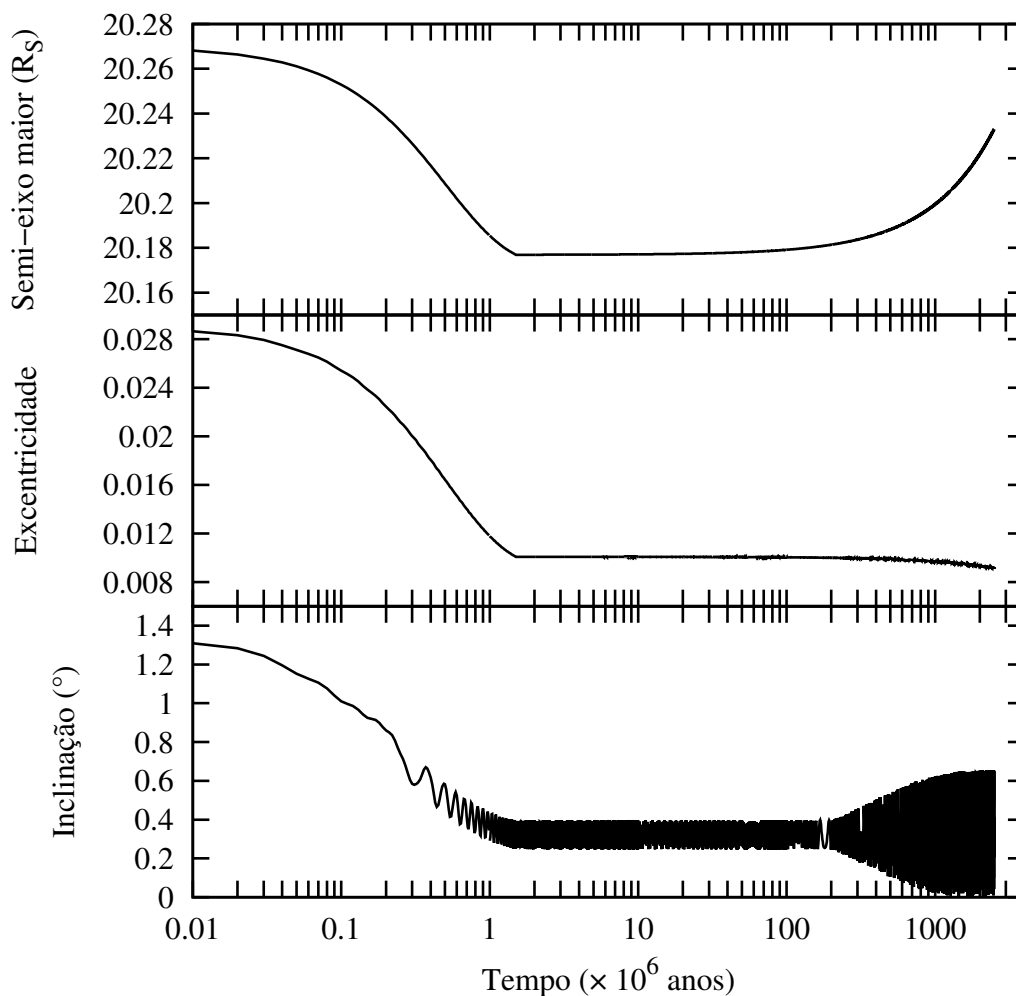


Figura 5.18 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titan sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.

As integrações continuarão sendo conduzidas por 4 bilhões de anos, considerando as perturbações do Sol e J_2 .

5.7.2.1 • Titânia

A figura 5.20 apresenta o resultado considerando $\Delta a = 0,005R_U$, $\Delta e = 0,010$ e $\Delta I = 0,6^\circ$.

5.7.2.2 • Oberon

A figura 5.21 apresenta o resultado considerando $\Delta a = -0,025R_U$, $\Delta e = 0,015$ e $\Delta I = 0,8^\circ$.

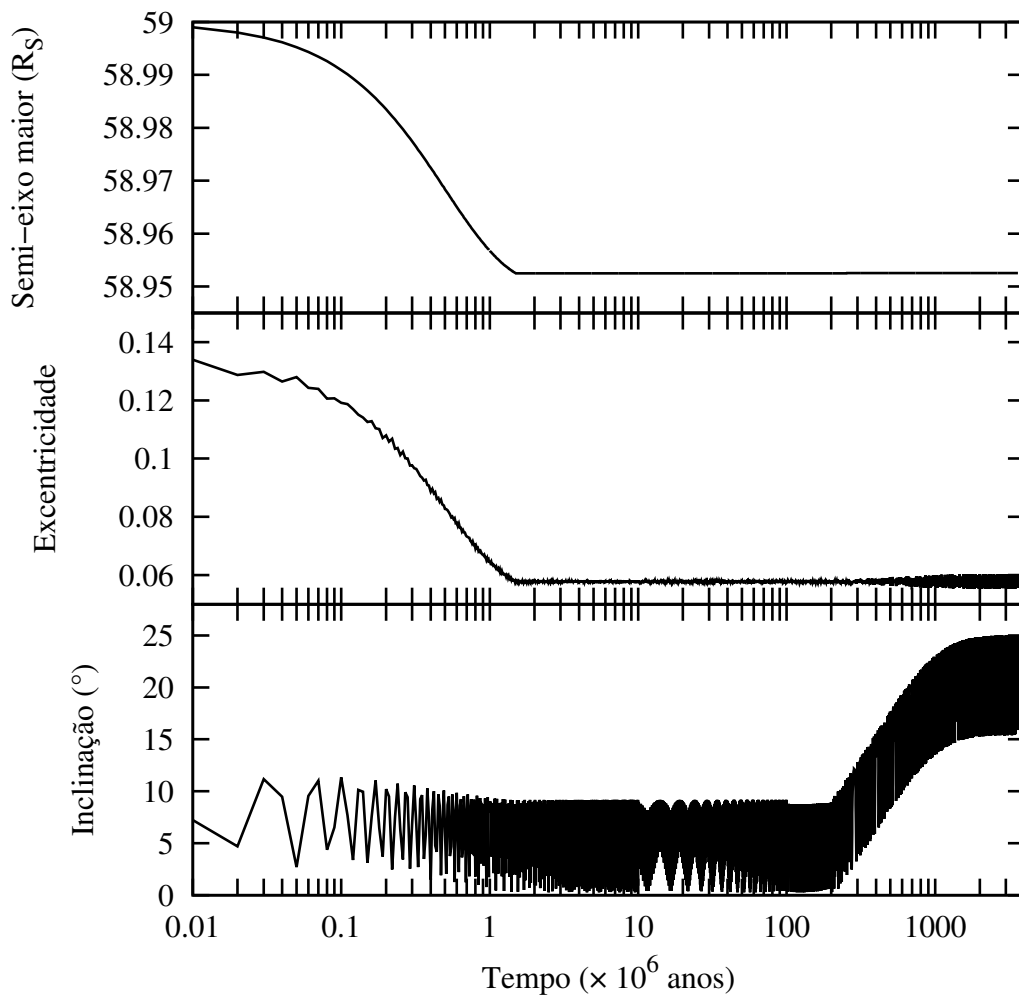


Figura 5.19 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Iapetus sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol, J_2 e $\varepsilon_s(t)$.

5.7.2.3 - Considerações

Para Saturno, a partir da figura 5.18, observamos que a evolução de Titan não parece ser muito realista. Em outras palavras, dois problemas são observados: 1) os efeitos da fricção dinâmica (além da necessidade de um disco com muita massa) necessários para amortecer a inclinação orbital de Titan são muito fortes e resultam em uma diminuição muito acentuada em excentricidade. 2) Um disco com menor massa, o qual não traria problemas para a evolução em excentricidade não seria capaz de atenuar os aumentos em inclinação. Como Titan atualmente apresenta um valor de excentricidade da ordem de 0,03, e nossas simulações indicam a não possibilidade de formação de um disco com muita massa ao redor de Titan devido

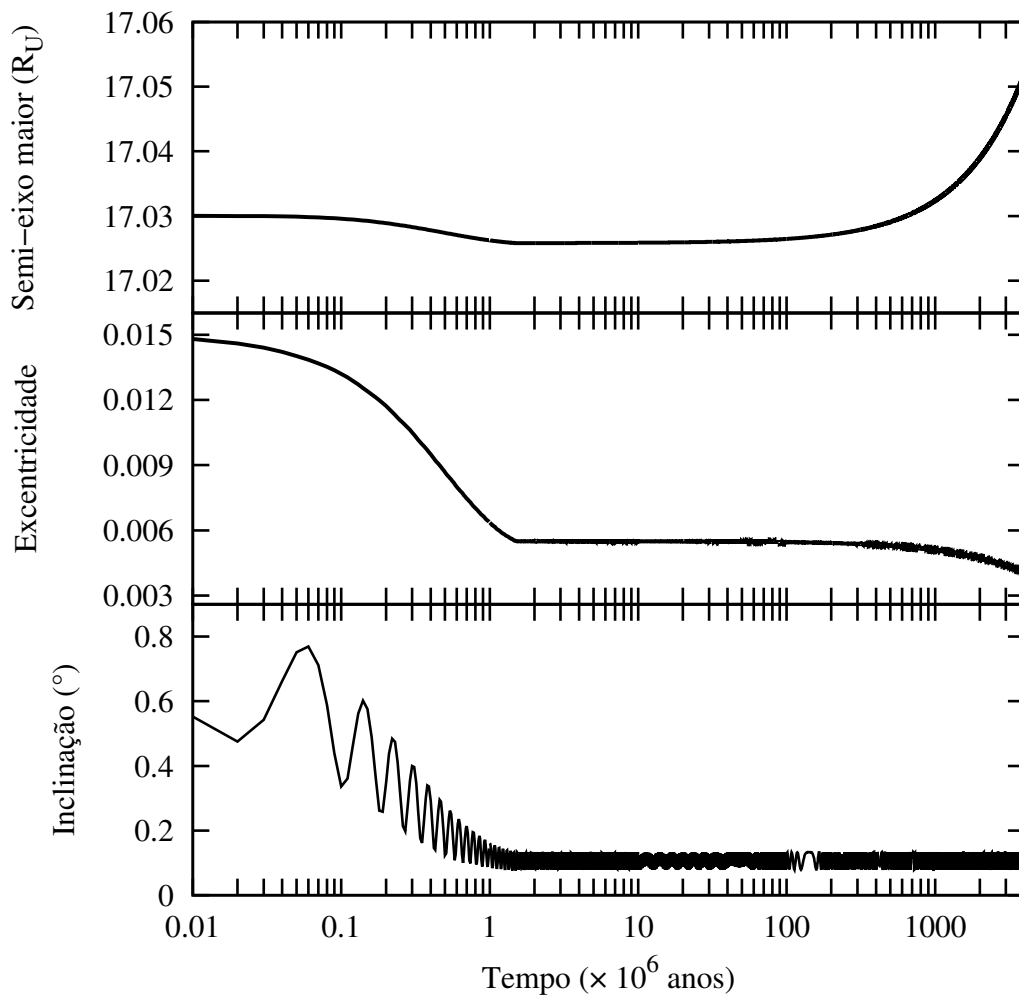


Figura 5.20 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Titânia sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol e J_2 .

ao LHB, podemos concluir que Titan não sofreu fricção dinâmica e sua inclinação orbital representa uma importante restrição aos modelos de migração planetária com encontros próximos entre planetas. Já para Iapetus, sua evolução durante e após o LHB é mais aceitável (figura 5.19), devido o fato de um disco de partículas ao redor de sua órbita ser plausível, porém ainda com muitas ressalvas.

Em Urano, das figuras 5.20 e 5.21 podemos observar que é relativamente simples conduzir Titânia e Oberon do LHB para suas condições atuais.

Com estes resultados nós podemos dizer que nossa metodologia funciona bem. De início o movimento do satélite é dominado pela fricção dinâmica, e após 1,5 milhões

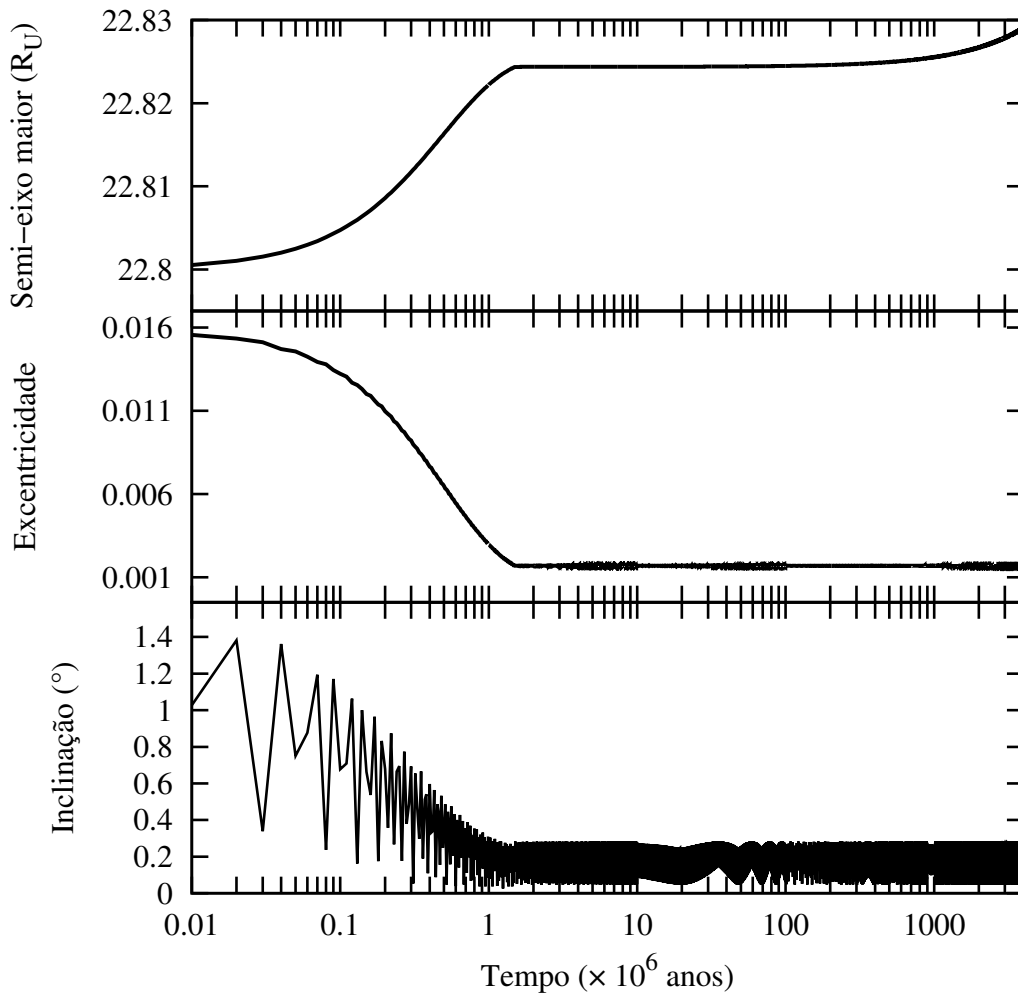


Figura 5.21 - Evolução temporal do semi-eixo maior, excentricidade e inclinação da órbita de Oberon sob efeito de maré e da fricção dinâmica, com a adição das perturbações do Sol e J_2 .

de anos, com o espalhamento do disco, apenas as marés atuam sobre os satélites.

Sobre os demais elementos integrados (s , ω e Ω), embora não tenhamos apresentado a evolução temporal de nenhum, analisamos o comportamento de todos e podemos afirmar que em todos os casos, suas variações estão dentro do previsto, ou seja, o spin dos satélites diminuem corretamente com o passar do tempo e os elementos angulares ω e Ω circulam.

Em relação ao fato de que não consideramos Titânia e Oberon interagindo entre si durante a evolução por maré não é um problema, isso pois, as variações causadas pelas marés nestes satélites são muito pequenas para que o sistema sofra drásticas

consequências. Mesmo que tivéssemos alguns resultados diferentes considerando a interação dos satélites durante a evolução por maré, tais diferenças seriam pequenas. Logo, modificando alguns parâmetros de maré (dadas as grandes incertezas desses parâmetros), poderíamos recuperar os resultados aqui apresentados. Por isso também não apresentamos nenhum outro gráfico além dos apresentados nas seções 5.6 e 5.7. Dentre todas as simulações feitas, as características do movimento dos satélites sob os efeitos das marés foram muito semelhantes. As maiores variações são causadas pela fricção dinâmica, na qual fizemos uma extensa análise para determinarmos possíveis variações e viabilidade.

Ainda assim, para Saturno, dado o fato de Titan ser um objeto de grande massa e importância, de mesmo modo que os satélites galileanos em Júpiter, incluir a interação entre Titan e Iapetus para avaliar a evolução por marés de Iapetus é importante (anexo A, Artigo 3), assim como também é importante a ação das marés causadas pelo par Júpiter-Io em Callisto (anexo A, Artigo 1), suprimindo a necessidade de fricção dinâmica em satélites de Saturno (a qual se mostra pouco promissora, mesmo para Iapetus).

6 CONCLUSÕES / DISCUSSÕES

A presente Tese teve como objetivos avaliar a estabilidade, capturas e evolução dos satélites de Saturno e Urano iniciando-se pouco antes do LHB e passando por toda a evolução do Sistema Solar até os dias de hoje. Para tal foi realizada uma extensa exploração numérica da qual obtivemos:

- *Saturno*

Seguindo Ward e Hamilton (2004), Hamilton e Ward (2004), e Boué et al. (2009), avaliamos a influência da obliquidade de Saturno (ε_s) sobre os satélites Titan, Hyperion e Iapetus durante o LHB. Tal avaliação nos mostrou que os satélites tendem a sofrer maiores perturbações quanto maior for o valor de ε_s . Ainda neste estudo verificamos que a probabilidade de termos $\varepsilon_s = 26,7^\circ$ no momento do LHB é baixa. Isso se deve ao fato dos satélites Hyperion e Iapetus serem desestabilizados na maioria das simulações relacionadas com esta obliquidade. Ainda assim, mesmo com baixa probabilidade, não podemos afirmar que não exista tal possibilidade. Entretanto, os resultados mais satisfatórios ocorrem para $\varepsilon_s < 10^\circ$, preferencialmente para $\varepsilon_s = 6^\circ$.

Da análise de colisões identificamos que pouco material poderia ser formado ao redor das órbitas de Titan e Iapetus. Apenas para Iapetus poderíamos ter uma fonte adicional para acúmulo de matéria (proveniente de evolução colisional entre os satélites irregulares capturados, Bottke et al. (2010)). Porém, uma quantidade de cerca de 60% da massa atual de Hyperion poderia ser gerada, o que atua contra a sobrevivência de Hyperion caso este fosse primordial, mas é a favor da ideia de que Hyperion se formou de um disco de detritos proveniente de colisões com Titan (HAMILTON, 2013), podendo este estudo indicar a possibilidade de Hyperion ser um satélite de 2ª geração.

Dado o fato de se conseguir pouca massa devido colisões entre satélites e planetesimais em nossas análises, para os satélites de Saturno o fenômeno da fricção dinâmica se mostra pouco provável de ter ocorrido, mesmo para Iapetus que ainda apresenta algumas considerações plausíveis, porém principalmente para Titan.

Finalmente, concluímos que como as marés pouco afetam Titan em excentricidade e inclinação, assim como da necessidade de um disco com grande massa para fricção dinâmica, Titan realmente não deve ter experimentado nenhum tipo de fricção como proposto, e mais importante, sua inclinação orbital é um dos mais importantes fatores para colocar restrições nos modelos de migração onde encontros próximos

planetários são permitidos. Já para Iapetus, temos que o estudo de marés necessita da interação com Titan, e que no que diz respeito à sua evolução orbital, Iapetus apresenta-se mais promissor quando da análise de sua inclinação orbital como resultado da instabilidade planetária proposta por Nesvorný e Morbidelli (2012) (anexo A, Artigo 3).

- *Urano*

O estudo em Urano nos mostrou que este planeta poderia ter tido mais satélites no passado do que apresenta atualmente (DEIENNO et al., 2011). Devido os efeitos causados durante o LHB, tais possíveis satélites “extras” (posicionados além da órbita de Oberon) seriam desestabilizados. Assim, Oberon seria o satélite mais distante de Urano capaz de sobreviver aos efeitos do LHB. Entretanto, ainda neste contexto, Oberon e os demais satélites sobreviventes apresentam incompatibilidades em seus elementos orbitais, principalmente em inclinação.

Todavia, diferente dos resultados obtidos para Saturno, nossa análise colisional demonstrou que qualquer que seja o modelo adotado (BENZ; ASPHAUG, 1999; STEWART; LEINHARDT, 2009; BOTTKE et al., 2010), uma grande quantidade de massa (cerca de 10% das massas de Titânia ou Oberon) poderia ser produzida. Contudo, usando diferentes discos de partículas, descobrimos que não é necessário uma grande quantidade de massa nos discos considerados para que as inclinações orbitais de Titânia e Oberon sejam amortecidas com grande eficiência. Este é um ótimo resultado, principalmente se considerarmos que parte da massa gerada nas colisões seria perdida durante o LHB. Logo, a massa total do disco poderia ser menor do que 10% da massa de Oberon ou Titânia. De fato, o que encontramos (figura 5.9) é que um disco que compartilhe sua borda interna com a órbita de Titânia, estendendo-se até pouco além da órbita de Oberon, contendo cerca de 5% da massa desses satélites seria suficiente para amortecer as inclinações remanescente do LHB para os valores atualmente observados.

Entretanto, apenas os problemas relacionados com as inclinações orbitais poderiam ser completamente resolvidos pela fricção dinâmica. Assim, para tratar das excentricidades orbitais, nós consideramos marés (CORREIA, 2009; NOGUEIRA et al., 2011). Porém, como marés não afetam inclinações orbitais e dada a distância planeta-satélite no caso de Titânia e Oberon (o que torna os efeitos de maré muito fracos), nós juntamos os dois efeitos: maré e fricção dinâmica de modo que com isso fomos capazes de conduzir os satélites Titânia e Oberon a partir do LHB até suas posições

atualmente observadas.

Considerando que Urano provavelmente não é o gigante de gelo que teve encontros com Júpiter no passado (GOMES et al., 2012), e também considerando que este estudo também deve ser válido para os demais satélites (Miranda, Ariel e Umbriel), apesar de muitas outras passagens por ressonâncias que estes satélites enfrentaram após o LHB, os resultados aqui obtidos para Urano (que serão submetidos ao A&A como Deienno e Yokoyama (2014) (anexo A, Artigo 4), juntamente com Deienno et al. (2011)) indicam que o sistema de satélites de Urano poderia ter sido diferente no passado, até mesmo contendo mais satélites, e então evoluído para o que é hoje.

Por fim, sobre o processo de captura de satélites irregulares, podemos dizer para ambos os planetas que, nossa metodologia é capaz de gerar uma população de satélites irregulares capturados. Ao redor de Urano isto ocorre em bom acordo com o atual padrão orbital dos atuais satélites observados. Para Saturno, o mesmo não ocorre e as capturas são praticamente inexistentes. Mesmo assim, isso não significa que estejamos cometendo algum tipo de erro, mas sim que possivelmente nossa amostragem de planetesimais durante os encontros próximos planetários é pequena ou os encontros planetesimais-Saturno ocorridos são insuficientes. Portanto, podemos concluir que as capturas como aqui ocorridas concordam com a metodologia apresentada em Nesvorný et al. (2007) e Nesvorný et al. (2014) (exemplo figura 5.4) e que esses trabalhos realmente parecem ser os mais promissores para o entendimento do mecanismo de captura de satélites irregulares pelos planetas gigantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AGNOR, C. B.; LIN, D. N. C. On the migration of Jupiter and Saturn: constraints from linear models of secular resonant coupling with the terrestrial planets. **ApJ**, v. 745, p. 143, 2012. 8
- BEAUGÉ, C.; ROIG, F.; NESVORNÝ, D. Effects of the planetary migration on natural satellites of the outer planets. **Icarus**, v. 158, p. 483–498, 2002. 4
- BENZ, W.; ASPHAUG, E. Catastrophic disruption revisited. **Icarus**, v. 142, p. 5–20, 1999. xvii, 3, 6, 20, 22, 23, 47, 48, 64, 80
- BOTTKE, W. F.; DURDA, D. D.; NESVORNÝ, D.; JEDICKE, R.; MORBIDELLI, A.; VOKHROUHLICKÝ, D.; LEVISON, H. F. The fossilized size distribution of the main asteroid belt. **Icarus**, v. 175, p. 111–140, 2005. 3, 6
- BOTTKE, W. F.; NESVORNÝ, D.; VOKHROUHLICKÝ, D.; MORBIDELLI, A. The irregular satellites: the most collisional evolved populations in the solar system. **AJ**, v. 139, p. 994–1014, 2010. xvii, 3, 6, 20, 22, 24, 44, 45, 47, 48, 55, 64, 79, 80
- BOUÉ, G.; LASKAR, J. A collisionless scenario for Uranus tilting. **ApJ**, v. 712, p. L44–L47, 2010. 5
- BOUÉ, G.; LASKAR, J.; KUCHYNKA, P. Speed limit on neptune migration imposed by saturn tilting. **ApJ**, v. 702, p. L19–L22, 2009. 3, 5, 6, 38, 79
- BRASIL, P. I. O. **Satélites com alta excentricidade e/ou alta inclinação**. 74 p. Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP, 2011. Disponível em: http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137063P6/2011/brasil_pio_me_rcla.pdf. Acesso em: 03 fevereiro 2014. 15
- BRASSER, R.; MORBIDELLI, A.; GOMES, R. S.; TSIGANIS, K.; LEVISON, H. F. Constructing the secular architecture of the solar system ii: the terrestrial planets. **A&A**, v. 507, p. 1053–1065, 2009. 1, 8, 14
- BURNS, J. A. Satellites. **University of Arizona Press**, v. 1032, 1986. 40
- CALLEGARI, J. N.; YOKOYAMA, T. Dynamics of Enceladus and Dione inside the 2:1 mean-motion resonance under tidal dissipation. **Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy**, v. 102, p. 273–296, 2008. 30

- _____. Numerical exploration of resonant dynamics in the system of Saturnian major satellites. **Planetary and Space Science**, v. 58, p. 1906–1921, 2010. 49
- CHAMBERS, J. E. A hybrid symplectic integrator tha permits close encounters between massive bodies. **MNRAS**, v. 304, p. 793–799, 1999. 13
- CORREIA, A. C. M. Secular evolution of a satellite by tidal effect: application to Triton. **Apj**, v. 704, p. L1–L4, 2009. xiv, xix, 4, 6, 25, 26, 64, 65, 66, 67, 68, 80
- CRIDA, A.; CHARNOZ, S.; PAPALOIZOU, J.; SALMON, J. **Satellite and propeller migration in Saturn’s rings**. AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts, v. 41, p. 18.07, 2009. 4
- CRIDA, A.; PAPALOIZOU, J. C. B.; CHARNOZ, S.; SALMON, J. **Satellites migration in Saturn rings**. European Planetary Science Congress, v. 4, p. 753, 2009. 4
- DEIENNO, R. **Dinâmica e estabilidade de satélites regulares como consequência da migração planetária**. 78 p. Dissertação (Mestrado em Física) — Universidade Estadual Paulista (UNESP), Rio Claro/SP, 2010. Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brc/33004137063P6/2010/deienna_r_me_rcla.pdf>. Acesso em: 16 janeiro 2014. 3, 5, 14, 40
- DEIENNO, R.; YOKOYAMA, T.; NOGUEIRA, E. C.; CALLEGARY, N. J.; SANTOS, M. T. Effects of the planetary migration on some primordial satellites of the outer planets: I uranus’ case. **A&A**, v. 536, n. A57, 2011. xvii, xx, 3, 4, 5, 14, 25, 27, 28, 35, 38, 42, 46, 59, 80, 81, 89
- DERMOTT, S. F.; MALHOTRA, R.; MURRAY, C. D. Dynamics of the Uranian and Saturnian satellites systems: a chaotic route to melting Miranda. **Icarus**, v. 76, p. 295–334, 1988. 43, 94
- EVERHART, E. An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings. In: Carusi, A.; Valsecchi, G. B. (Ed.). **Dynamics of comets: their origin and evolution**. [S.l.: s.n.], 1985. p. 185–202. 15
- FERNANDÉZ, J. A.; IP, W. H. Orbital expansion and resonant trapping during the accretion stages of the outer planets. **Planetary and Space Science**, v. 44, p. 431–439, 1996. 1, 2

GASPAR, H. S.; WINTER, O. C.; NETO, E. V. Irregular satellites of Jupiter: three-dimensional study of binary-asteroid captures. **MNRAS**, v. 433, p. 36–46, 2013. [2](#), [3](#)

GOLDREICH, P. Inclination of satellite orbits about an oblate precessing planet. **AJ**, v. 70, p. 5–9, 1965. [34](#)

_____. History of the lunar orbit. **Reviews of Geophysics**, v. 4, p. 411–439, 1966. [40](#), [42](#)

GOLDREICH, P.; MURRAY, N.; LONGARETTI, P. Y.; BANFIELD, D. Neptune’s story. **Science**, v. 245, p. 500–504, 1989. [3](#)

GOMES, R. S.; NOGUEIRA, E. C.; BRASSER, R. **The fate of regular satellites during the Nice model’s planetary close encounters**. AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts, v. 44, p. 415.02, 2012. [81](#)

GOMES, R. S.; TSIGANIS, K.; MORBIDELLI, A.; LEVISON, H. F. Origin of the cataclysmic late heavy bombardment period of the terrestrial planets. **Nature**, v. 435, p. 466–469, 2005. [2](#), [7](#), [8](#), [9](#), [68](#)

HAHN, J. M.; MALHOTRA, R. Orbital evolution of planets embedded in a planetesimal disk. **AJ**, v. 117, p. 3041–3052, 1999. [1](#)

HAMILTON, D. P. **A late major merger at Saturn: consequences for Titan and Iapetus**. AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts, v. 45, p. 302.01, 2013. [49](#), [79](#)

HAMILTON, D. P.; WARD, W. Tilting saturn. ii: numerical model. **AJ**, v. 128, p. 2510–2517, 2004. [xiii](#), [xiv](#), [3](#), [5](#), [25](#), [30](#), [34](#), [38](#), [68](#), [69](#), [79](#)

IESS, L.; JACOBSON, R.; DUCCI, M.; STEVENSON, D. J.; LUNINE, J. I.; ARMSTRONG, J. W.; ASMAR, S.; RACIOPPA, P.; RAPPAPORT, N. J.; TORTORA, P. **Titan’s eccentricity tides**. AGU Fall Meeting Abstracts, p. F3, 2011. [32](#)

IESS, L.; JACOBSON, R.; DUCCI, M.; STEVENSON, D. J.; LUNINE, J. I.; ARMSTRONG, J. W.; ASMAR, S.; RACIOPPA, P.; RAPPAPORT, N. J.; TORTORA, P. The tides of Titan. **Sciences**, v. 337, p. 457, 2012. [32](#)

IESS, L.; RAPPAPORT, N. J.; JACOBSON, R. A.; RACIOPPA, P.; STEVENSON, D. J.; TORTORA, P.; ARMSTRONG, J. W.; ASMAR, S. W.

Gravity field, shape, and moment of inertia of Titan. **Science**, v. 327, p. 1367, 2010. [32](#)

JEWITT, D.; HAGUIGUIPOUR, N. Irregular satellites of the planets: products of capture in the early solar system. **Annu. Rev. Astron. Astrophys.**, v. 45, p. 261–295, 2007. [17](#)

KINOSHITA, H. Motion of the orbital plane of a satellite due to a secular change of the obliquity of its mother planet. **Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy**, v. 57, p. 359–368, 1993. [25](#), [32](#), [33](#), [69](#)

LEVISON, H. F.; MORBIDELLI, A.; VANLAERHOVEN, C.; GOMES, R. S.; TSIGANIS, K. Origin of the structure of the Kuiper belt during a dynamical instability in the orbits of Uranus and Neptune. **Icarus**, v. 196, p. 258–273, 2008. [17](#), [19](#)

LEVISON, H. F.; WALSH, K. J.; BARR, A. C.; DONES, L. Ridge formation and de-spinning of Iapetus via an impact-generated satellite. **Icarus**, v. 214, p. 773–778, 2011. [32](#)

MALHOTRA, R. Capture probabilities for secondary resonances. **Icarus**, v. 87, p. 249–264, 1990. [43](#), [94](#)

MALHOTRA, R.; DERMOTT, S. F. The role of secondary resonances in the orbital history of Miranda. **Icarus**, v. 85, p. 444–480, 1990. [43](#), [94](#)

MCNEIL, D. S.; LEE, M. H. **Tilting Saturn without tilting Jupiter or ejecting an ice giant: constraints on migration**. AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts, v. 42, p. 948, 2010. [6](#)

MORBIDELLI, A.; LEVINSON, H. F.; BOTTKKE, W. F.; DONES, L.; NESVORNÝ, D. Considerations on the magnitude distributions of the Kuiper belt and of the Jupiter Trojans. **Icarus**, v. 202, p. 310–315, 2009. [17](#), [19](#)

MORBIDELLI, A.; LEVISON, H. F.; TSIGANIS, K.; GOMES, R. S. Chaotic capture of Jupiter's Trojan asteroids in the early solar system. **Nature**, v. 435, p. 462–465, 2005. [7](#)

MORBIDELLI, A.; TSIGANIS, K.; CRIDA, A.; LEVISON, H. F.; GOMES, R. S. Dynamics of the giant planets of the solar system in the gaseous protoplanetary disk and their relationship to the current orbital architecture. **AJ**, v. 134, p. 1790–1798, 2007. [1](#), [7](#)

MOSQUEIRA, I.; ESTRADA, P. R. **On the origin of the Saturnian satellite system: did Iapetus form in-situ?** 36th Annual Lunar and Planetary Science Conference, v. 36, p. 1951, 2005. 35, 56

MOSQUEIRA, I.; ESTRADA, P. R.; CHARNOZ, S. Deciphering the origin of the regular satellites of the gaseous giants – Iapetus: the Rosetta ice-moon. **Icarus**, v. 207, p. 448–460, 2010. 35, 56

MURRAY, C. D.; DERMOTT, S. F. **Solar system dynamics**. [S.l.: s.n.], 1999. 32

NESVORNÝ, D. Young solar system’s fifth giant planet? **ApJ**, v. 742, p. L22, 2011. 1

NESVORNÝ, D.; MORBIDELLI, A. Statistical study of the early solar system’s instability with four, five, and six giant planets. **AJ**, v. 144, p. 117, 2012. 1, 2, 8, 45, 80

NESVORNÝ, D.; VOKROUHLICKÝ, D.; DEIENNO, R. Capture of irregular satellites at Jupiter. **ApJ**, v. 784, p. 22, 2014. 2, 3, 45, 46, 81

NESVORNÝ, D.; VOKROUHLICKÝ, D.; MORBIDELLI, A. Capture of irregular satellites during planetary encounters. **AJ**, v. 133, p. 1962–1976, 2007. 2, 3, 7, 44, 45, 46, 81

NOGUEIRA, E. C. **Efeitos da migração planetária primordial sobre a estabilidade de satélites regulares e a possível captura de satélites irregulares**. Tese de Doutorado — Observatório Nacional (ON), Rio de Janeiro/RJ, 2008. 3, 17

NOGUEIRA, E. C.; BRASSER, R.; GOMES, R. S. Reassessing the origin of Triton. **Icarus**, v. 214, p. 113–130, 2011. xiv, xix, 2, 4, 6, 25, 26, 27, 30, 32, 64, 65, 66, 67, 68, 80

PEALE, S. J.; CASSEN, P.; REYNOLDS, R. T. Tidal dissipation, orbital evolution, and the nature of Saturn’s inner satellites. **Icarus**, v. 43, p. 65–72, 1980. 30, 32

STEWART, S. T.; LEINHARDT, Z. M. Velocity-dependent catastrophic disruption criteria for planetesimals. **ApJ**, v. 691, p. L133–L137, 2009. xvii, 4, 6, 20, 22, 23, 47, 48, 64, 80

- TITTEMORE, W. C.; WISDOM, J. Tidal evolution of the Uranian satellites: III evolution through the Miranda-Umbriel 3:1 Miranda-Ariel 5:3 and Ariel-Umbriel 2:1 mean-motion commensurabilities. *Icarus*, v. 85, p. 394–443, 1990. [32](#)
- TREMAINE, S.; TOUMA, J.; NAMOUNI, F. Satellite dynamics on the Laplace surface. *AJ*, v. 137, p. 3706–3717, 2009. [5](#), [35](#), [36](#)
- TRUJILLO, C. A.; LUU, X. J.; BOSH, A. S.; ELLIOT, J. L. Large bodies in the Kuiper belt. *AJ*, v. 122, p. 2740–2748, 2001. [16](#)
- TSIGANIS, K.; GOMES, R. S.; MORBIDELLI, A.; LEVISON, H. F. Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. *Nature*, v. 435, p. 459–461, 2005. [1](#), [2](#), [3](#), [7](#), [8](#), [36](#), [57](#)
- VERBISCER, A. J.; SKRUTSKIE, M. F.; HAMILTON, D. P. Saturn’s largest ring. *Nature*, v. 461, p. 1098–1100, 2009. [55](#)
- VERHEYLEWEGEN, E.; NOYELLES, B.; LEMAITRE, A. A numerical exploration of Miranda’s dynamical history. *MNRAS*, v. 435, p. 1776–1787, 2013. [43](#)
- WALSH, K. J.; MORBIDELLI, A.; RAYMOND, S. N.; BRIEN, D. P. O.; MANDELL, A. M. A low mass for mars from jupiter’s early gas-driven migration. *Nature*, v. 475, p. 206–209, 2011. [1](#)
- WARD, W.; CANUP, R. M. The obliquity of Jupiter. *ApJ*, v. 640, p. L91–L94, 2006. [5](#), [36](#)
- WARD, W.; HAMILTON, D. P. Tilting saturn. i: analytical model. *AJ*, v. 128, p. 2501–2509, 2004. [3](#), [5](#), [79](#)
- YOKOYAMA, T.; DEIENNO, R.; NOGUEIRA, E. C.; CALLEGARI, N. J.; WINTER, O. C.; WINTER, S. M. G. **The role of the Uranus’ obliquity on its satellites during the planetary migration.** IAU XXVII General Assembly, v. 64., 2009. [14](#)

APÊNDICE A - Tabela com resultados gerais de Urano (DEIENNO et al., 2011)

Tabela A.1 - Resultados de integrações de 5 ou 10 milhões de anos, considerando os principais satélites regulares de Urano e 6 fictícios além de Oberon (posicionados no LLP, ver texto). Os planetas migram seguindo os modelos M_j ($j=1..5$), considerando-se encontros com planetesimais. O sub-índice i indica os valores iniciais e note que eq é usado para indicar as inclinações do LLP com respeito ao equador de Urano (satélites fictícios). LLP (I_1/I_2) é calculado para $a_U = 11,5UA$ ($M1, M2, M4$ e $M5$) ou $a_U = 14,2UA$ ($M3$), dependendo do modelo M_j ($j=1..5$). A notação para os satélites são: M =Miranda, A =Ariel, U =Umbriel, T =Titânia, O =Oberon, $s1, s2, s3, s4, s5$ e $s6$. Satélites ejetados são indicados por “ ej ”. Satélites que sofreram colisões catastróficas (seção 5.4.1) trazem na correspondente coluna, o nome do impactor. Exceto para inclinação de Miranda (aqui no LLP), as condições iniciais dos satélites regulares são dadas por: “http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_elem”

Condições Iniciais - Valores Médios - s_i no LLP											
M	A	U	T	O	$s1$	$s2$	$s3$	$s4$	$s5$	$s6$	
$\bar{a}_i(R_U)$	5,08	7,47	10,41	17,07	22,83	27,50	33,00	39,60	47,50	57,00	68,40
\bar{e}_i	0,001	0,001	0,003	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001	0,001
$\bar{I}_{eq}(^\circ)$	0,00/0,00	0,04	0,12	0,08	0,07	0,41/0,21	1,09/0,55	3,39/1,51	19,20/5,14	105,86/42,44	99,91/102,79
Elementos Finais Médios - Com Planetesimais											
M1 - Rodada 1											
$\bar{a}(R_U)$	5,09	7,46	10,31	17,07	22,79	27,23	32,79	39,47	48,08	ej	O
\bar{e}	0,003	0,002	0,006	0,003	0,004	0,011	0,004	0,017	0,122	ej	O
$\bar{I}_{eq}(^\circ)$	0,19	1,12	0,40	0,62	0,95	1,28	3,32	9,34	7,32	ej	O

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

M1 - Rodada 3											
$\bar{a}(R_U)$	5,09	7,49	10,44	16,97	22,95	27,49	33,97	38,76	s2	T	O
\bar{e}	0,005	0,013	0,013	0,008	0,010	0,030	0,075	0,050	s2	T	O
$\bar{I}_{eq}(^o)$	0,22	0,90	0,20	0,17	0,27	0,40	2,40	7,56	s2	T	O
M1 - Rodada 4											
$\bar{a}(R_U)$	4,95	7,53	10,40	17,23	23,13	O	O	40,12	ej	A	ej
\bar{e}	0,294	0,074	0,052	0,016	0,023	O	O	0,089	ej	A	ej
$\bar{I}_{eq}(^o)$	14,26	1,39	1,22	0,67	0,89	O	O	7,30	ej	A	ej
M2 - Rodada 2											
$\bar{a}(R_U)$	5,04	7,08	9,76	16,88	22,79	27,06	s3	s2	U	ej	O
\bar{e}	0,118	0,018	0,068	0,011	0,012	0,031	s3	s2	U	ej	O
$\bar{I}_{eq}(^o)$	2,38	1,54	1,17	0,64	0,56	1,79	s3	s2	U	ej	O
M2 - Rodada 3											
$\bar{a}(R_U)$	4,90	7,30	10,04	17,08	22,89	27,73	s3	s2	46,86	O	O
\bar{e}	0,050	0,055	0,037	0,010	0,010	0,058	s3	s2	0,037	O	O
$\bar{I}_{eq}(^o)$	1,41	1,35	0,81	0,70	0,56	2,06	s3	s2	19,98	O	O
M2 - Rodada 4											
$\bar{a}(R_U)$	4,93	7,46	10,51	18,07	22,62	s2	s1	T	T	A	U
\bar{e}	0,059	0,051	0,031	0,040	0,037	s2	s1	T	T	A	U
$\bar{I}_{eq}(^o)$	2,91	2,45	3,93	3,13	3,51	s2	s1	T	T	A	U

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

M3 - Rodada 2										
$\bar{a}(R_U)$	5,03	7,51	10,22	17,00	23,57	T	s3	s2	46,40	T
\bar{e}	0,001	0,015	0,039	0,038	0,059	T	s3	s2	0,068	T
$\bar{I}_{eq}(\circ)$	0,21	0,54	1,32	1,09	1,91	T	s3	s2	8,62	T
M4 - Rodada 1										
$\bar{a}(R_U)$	5,07	7,52	10,43	16,82	22,27	s2	s1	38,59	s1	A
\bar{e}	0,052	0,047	0,043	0,022	0,020	s2	s1	0,095	s1	A
$\bar{I}_{eq}(\circ)$	3,62	2,40	7,66	0,66	0,65	s2	s1	10,60	s1	A
M4 - Rodada 2										
$\bar{a}(R_U)$	4,57	7,42	10,17	16,95	22,69	s2	s1	37,81	s1	A
\bar{e}	0,060	0,061	0,049	0,053	0,042	s2	s1	124	s1	A
$\bar{I}_{eq}(\circ)$	2,27	3,25	3,52	2,48	3,34	s2	s1	10,11	s1	A
M5 - Rodada 1										
$\bar{a}(R_U)$	5,08	7,46	10,40	17,07	22,83	27,67	s3	s2	U	O
\bar{e}	0,002	0,003	0,002	0,008	0,007	0,056	s3	s2	U	O
$\bar{I}_{eq}(\circ)$	0,07	3,09	0,65	0,56	0,54	2,11	s3	s2	U	O
M5 - Rodada 2										
$\bar{a}(R_U)$	5,08	7,45	10,41	17,02	22,69	s2	s1	40,92	T	e_j
\bar{e}	0,004	0,005	0,009	0,004	0,004	s2	s1	0,142	T	e_j
$\bar{I}_{eq}(\circ)$	0,13	2,28	2,22	0,29	0,25	s2	s1	5,96	T	e_j

Continua na próxima página

Tabela A.1 – continuação da página anterior

M5 - Rodada 3											
$\bar{a}(R_U)$	5,02	7,47	10,40	17,11	22,74	s2	s1	39,63	s2	s1	e_j
\bar{c}	0,011	0,003	0,002	0,006	0,008	s2	s1	0,048	s2	s1	e_j
$\bar{I}_{eq}(^o)$	0,12	2,36	1,57	0,88	1,34	s2	s1	7,73	s2	s1	e_j

APÊNDICE B - Ruídos resultantes da dinâmica de um disco de partículas sobre satélites

Como mostraremos aqui, ao tentarmos expandir a metodologia do fenômeno da fricção dinâmica utilizando um disco composto de 1000 partículas para estudar os satélites Miranda, Ariel e Umbriel, razoavelmente menores do que Titânia e Oberon, encontramos problemas, onde muito ruído foi apresentado nos resultados, de tal forma que pouco podemos observar os efeitos da fricção dinâmica. Neste caso, como será mostrado nas figuras B.1, B.2 e B.3 ficará clara a dependência da relação entre o número de partículas do disco, com a massa total do disco, em relação ao valor da massa do satélite.

As figuras B.1, B.2 e B.3 apresentam o mesmo padrão de cores e massas apresentados na seção 5.5, assim como as massas dos satélites usadas são aquelas dadas na seção 5.2, com as condições iniciais da tabela 5.4.

As configurações dos discos usados foram:

- $disco^{Miranda} \rightarrow a_{disco^{Miranda}} = [5 - 17]R_U$
- $disco^{Ariel} \rightarrow a_{disco^{Ariel}} = [2, 6 - 14, 6]R_U$
- $disco^{Umbriel} \rightarrow a_{disco^{Umbriel}} = [10 - 22]R_U$
- $disco^{Titânia} \rightarrow a_{disco^{Titânia}} = [17 - 29]R_U$
- $disco^{Oberon} \rightarrow a_{disco^{Oberon}} = [18 - 30]R_U$
- $I_{disco} = [0 - 2]^o$

Cada disco foi composto por 1000 partículas, totalizando 5000 partículas ao redor de Urano, embebendo seus satélites.

Como veremos na figura, a evolução apresentada por Titânia e Oberon em nada difere do que já foi apresentado. Entretanto, Miranda, Ariel e Umbriel, apresentam uma evolução extremamente ruidosa e pouco confiável. Logo, fica clara a dependência acima citada (massa do disco *vs* número de partículas). Portanto, para o estudo destes pequenos satélites um disco com um número maior de partículas (com massas menores) é necessário. Porém, dada a grande demanda de tempo para a realização de uma integração como esta, pouco pudemos fazer para corrigir o problema até o momento. Somado a isso também temos o fato da evolução da inclinação de Miranda

(DERMOTT et al., 1988; MALHOTRA; DERMOTT, 1990; MALHOTRA, 1990) tornar o sistema desses satélites menores muito mais complexo, o que dificulta todo o estudo.

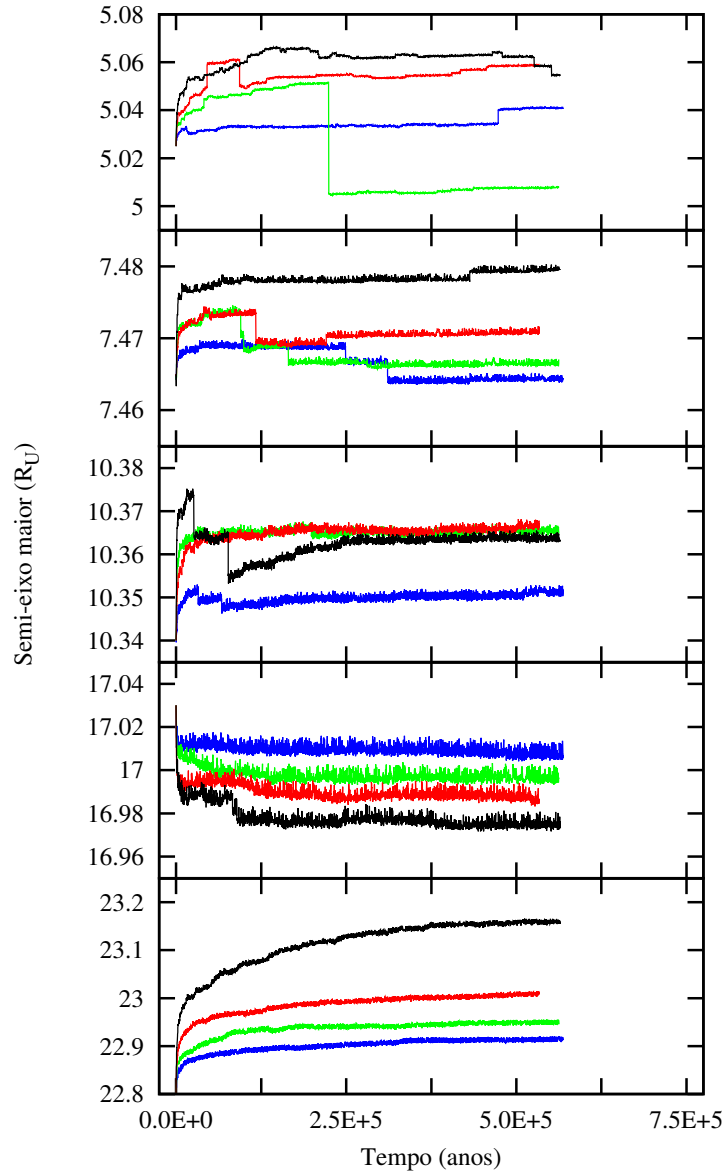


Figura B.1 - Evolução temporal do semi-eixo maior orbital dos satélites de Urano sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. De cima para baixo: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon. Azul : $m_{disco} = 3\% m_{satelite}$, Verde : $m_{disco} = 5\% m_{satelite}$, Vermelho : $m_{disco} = 7\% m_{satelite}$, Preto : $m_{disco} = 10\% m_{satelite}$.

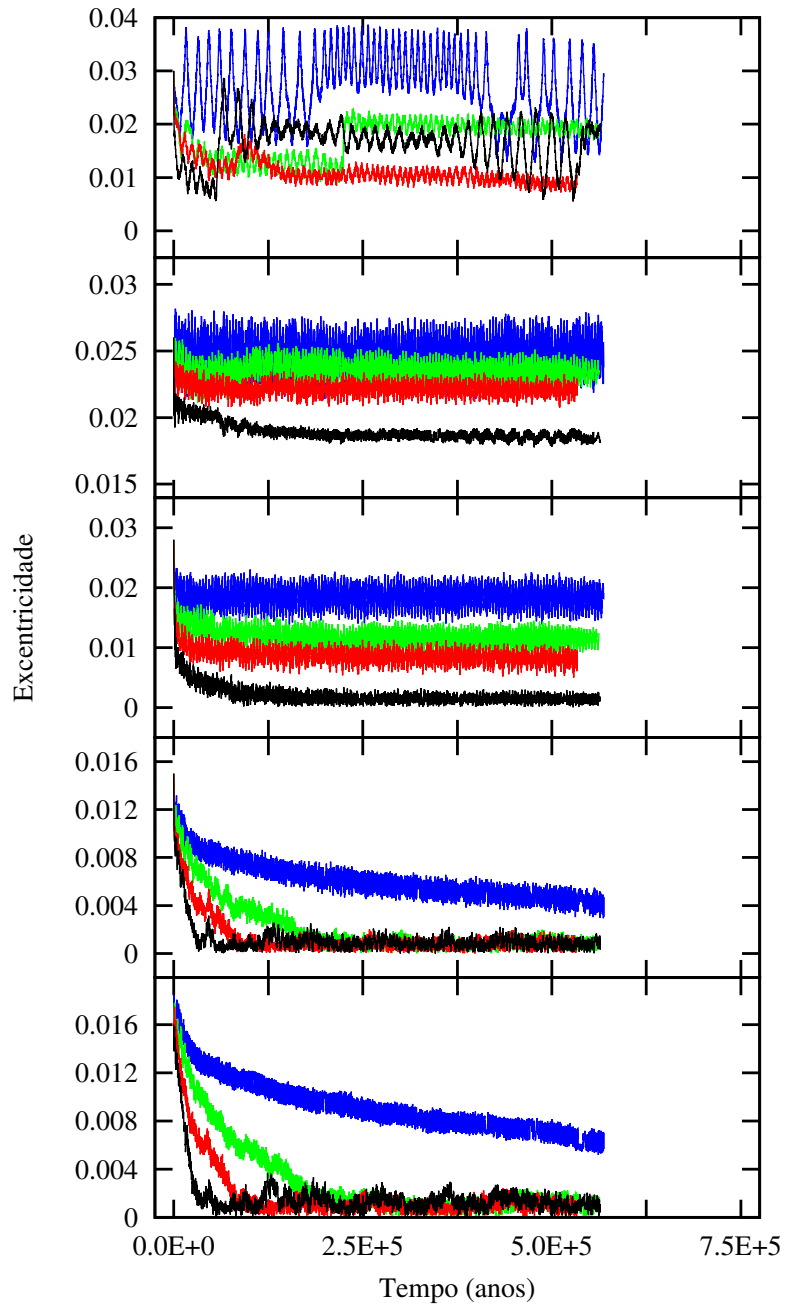


Figura B.2 - Evolução temporal da excentricidade orbital dos satélites de Urano sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. De cima para baixo: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon. Azul : $m_{disco} = 3\%m_{satelite}$, Verde : $m_{disco} = 5\%m_{satelite}$, Vermelho : $m_{disco} = 7\%m_{satelite}$, Preto : $m_{disco} = 10\%m_{satelite}$.

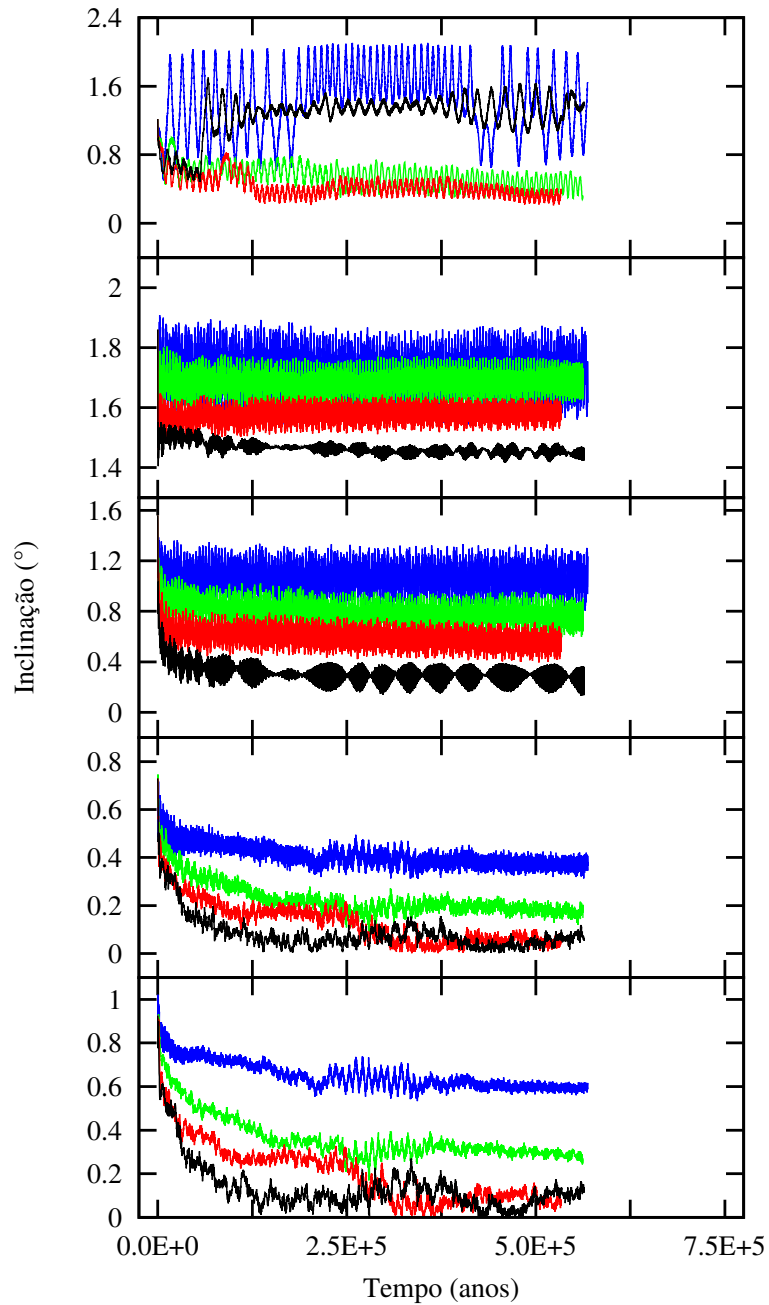


Figura B.3 - Evolução temporal da inclinação orbital dos satélites de Urano sob o efeito do fenômeno de fricção dinâmica. De cima para baixo: Miranda, Ariel, Umbriel, Titânia e Oberon. Azul : $m_{disco} = 3\%m_{satelite}$, Verde : $m_{disco} = 5\%m_{satelite}$, Vermelho : $m_{disco} = 7\%m_{satelite}$, Preto : $m_{disco} = 10\%m_{satelite}$.

ANEXO A - Artigos submetidos e em preparação

- **Artigo 1**

Título: Orbital perturbations of the galilean satellites during planetary encounters

Autores: Deienno, R. e Nesvorný, N. e Vokrouhlický, D. e Yokoyama, T.

Submetido: The Astronomical Journal (AJ)

- **Artigo 2**

Título: Regular satellites and smoothness in planetary migration

Autores: Yokoyama, T. e Deienno, R. e Santos, M. T. e Brasil, P. I. O. e Callegari, N. Jr. e Nogueira, E. C.

Submetido: Astronomy & Astrophysics (A&A)

- **Artigo 3**

Título = Excitation of the Orbital Inclination of Iapetus during Planetary Encounters

Autores: Nesvorný, D. e Vokrouhlický, D. e Deienno, R. e Walsh, K. J.

Submetido: The Astronomical Journal (AJ)

- **Artigo 4**

Título: Dynamical friction on satellites: Rebuilding the Uranian satellites system post-LHB

Autores: Deienno, R. e Yokoyama, T.

Em preparação: Será submetido para Astronomy & Astrophysics (A&A)

Orbital Perturbations of the Galilean Satellites During Planetary Encounters

Rogério Deienno¹, and David Nesvorný

Southwest Research Institute, Boulder, CO, United States

rogerio.deienno@gmail.com

David Vokrouhlický²

Charles University, Prague, Czech Republic

and

Tadashi Yokoyama

Universidade Estadual Paulista, Rio Claro, SP, Brazil

ABSTRACT

The Nice model of the dynamical instability and migration of the giant planets can explain many properties of the present Solar System, and can be used to constrain its early architecture. In the jumping-Jupiter version of the Nice model, required from the terrestrial planet constraint and dynamical structure of the asteroid belt, Jupiter has encounters with an ice giant. Here we study the survival of the Galilean satellites in the jumping-Jupiter model. This is an important concern because the ice-giant encounters, if deep enough, could dynamically perturb the orbits of the Galilean satellites, and lead to implausible results. We performed numerical integrations where tracked the effect of planetary encounters on the Galilean moons. We considered three instability cases from Nesvorný & Morbidelli (2012) that differed in the number and distribution of encounters. We found that in one case, where the number of close encounters was relatively small, the Galilean satellite orbits were not significantly affected. In the other two, the orbital eccentricities of all moons were excited by encounters, Callisto's semimajor axis has changed, and, in a large fraction of trials, the Laplace resonance of the inner three moons was ruptured. The subsequent evolution by tides

¹*presently at* Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, SP, Brazil

²*visiting* Southwest Research Institute, Boulder, CO, United States

damps eccentricities and can recapture the moons in the Laplace resonance. A more important constraint is represented by the orbital inclinations of the moons, which can be excited during the encounters and not appreciably damped by tides. We find that one instability case taken from Nesvorný & Morbidelli (2012) clearly fails this constraint. This shows how the regular satellites of Jupiter can be used to set limits on the properties of encounters in the jumping-Jupiter model, and help us to better understand of how the early Solar System evolved.

1. Introduction

It is currently well accepted that the outer planets radially migrated in the past (Fernandez & Ip 1996). In Hahn & Malhotra (1999) and Tsiganis et al. (2005) two different migration histories were proposed. In the former, the planets were suggested to migrate in a smooth manner from their original orbits to those that they occupy today. The latter, instead, invoked a highly chaotic stage, where the outer planets underwent close encounters among themselves. Specifically, in the simulations of Tsiganis et al. (2005), the outer planets were initially located between 5 and 18 AU, and a massive outer planetesimal disk was placed beyond 20 AU. The instability was triggered in these simulations when Jupiter and Saturn migrated (by scattering planetesimals) over their mutual 2:1 mean motion resonance (MMR). During the instability, the orbits of Uranus and Neptune became Saturn-crossing, Uranus and Neptune were scattered out by Saturn, and these planets subsequently migrated to their current locations by gravitationally interacting with the outer disk. This model, also known as Nice model, appears to well explain many properties of the present Solar System.

However, as originally envisioned, the Nice model is unlikely to be correct in details. This is, for example, because the initial configuration of planets used in Tsiganis et al. (2005) is difficult to reconcile with the previous stage when planets formed and migrated in the protoplanetary gas disk. Instead, according to Morbidelli et al. (2007), Jupiter and Saturn should have emerged from the dispersing gas nebula with orbits in the 3:2 MMR (or possibly the 2:1 MMR), while Uranus and Neptune should have evolved onto nearby resonant orbits as well. The instability trigger proposed by Morbidelli et al. (2007) was the crossing of the 5:3 MMR between Jupiter and Saturn (later the crossing of the 2:1 MMR also occurs, but much faster than in Tsiganis et al. (2005)).

Additional modifications of the original Nice model were motivated by the evolution of secular modes during planetary migration, mainly g_5 , g_6 , and s_6 , and their effects on the terrestrial planets and asteroid belt. Brasser et al. (2009) found that it would be problematic if g_5 slowly swiped over the g_1 or g_2 modes of the terrestrial planets, because the $g_1 = g_5$

and $g_2 = g_5$ resonances would produce excessive excitation and instabilities in the terrestrial planet system (see also Agnor & Lin 2012). Moreover, Morbidelli et al. (2010) and Minton & Malhotra (2011) showed that the behavior of the g_6 and s_6 modes was crucially important for the asteroid belt, where, again, *slow* evolution of the g_6 and s_6 modes would violate constraints from the orbital distribution of asteroids.

To avoid these problems, it has been suggested that Jupiter’s orbit should have discontinuously changed by encounters with an ice giant. The g_5 , g_6 , and s_6 frequencies are mainly a function of the orbital separation between Jupiter and Saturn. Thus, as Jupiter’s semimajor axis moves in during encounters (and Saturn’s semimajor axis moves out), these frequencies decrease in discrete steps. This kind of evolution is desirable, because the secular resonances with the terrestrial planets can be *stepped over*, and not activated. This instability model is known as the *jumping-Jupiter* model. Taken together, the initial conditions leading to the instability and the dynamical evolution of planet during the instability were likely different from those originally envisioned in the Nice model.

Nesvorný (2011) and Nesvorný & Morbidelli (2012) studied the possibility that more than four giant planets formed in the outer Solar System. They showed that including a planet with mass comparable to that of Uranus or Neptune on an orbit between the original orbits of Saturn and Uranus can significantly increase the success rate of instability simulations. This is because, more often than not at least one ice giant is ejected from the Solar System during the instability. The five-planet cases considered in Nesvorný (2011) and Nesvorný & Morbidelli (2012) showed just the right kind of the jumping-Jupiter evolution discussed above, and also often satisfied various other constraints. The six-planet case worked as well but did not offer significant advantages over the five-planet case.

To understand the early evolution of the Solar System it is important to not only consider the evolution of giant planets, but also to determine the effects of planetary evolution on the populations of small bodies. Many recent works studied the effects of planetary migration on Jupiter and Neptune Trojans, asteroids and Kuiper belt objects, etc. (Morbidelli et al. 2005; Levison et al. 2008, 2009; Nesvorný & Vokrouhlický 2009). Here we consider the planetary satellites.

The satellites of the giant planets can be divided into several categories. The *regular* moons have orbits close to their host planet, and small orbital eccentricities and orbital inclinations with respect to the planet’s equator. The *irregular* satellites, on the other hand, have distant orbits, and high eccentricities and high inclinations (as measured with respect to planet’s orbital plane). It is believed that the irregular satellites were captured from heliocentric orbits. Nesvorný et al. (2007), for example, suggested that the irregular satellites were captured during encounters between planets in the Nice model when background

planetesimals were deflected onto bound orbits. They showed that this type of capture has the right efficiency (up to a factor of few) to explain observations and leads to a roughly correct distribution of orbits of captured satellites at Saturn, Uranus and Neptune. However, because Jupiter does not generally participate in planetary encounters in the original Nice model, (Nesvorný et al. 2007), where the encounter statistics was based on the original Nice model simulations, were unable to address with their model the origin of the irregular satellites at Jupiter. The problem of the irregular satellite capture at Jupiter was recently reconsidered by us (Nesvorný et al. 2014a) in the context of the jumping-Jupiter model, where Jupiter participates in encounters.

The regular satellites represent a different concern. They presumably formed near their present orbits well before the instability, and were exposed to the effects of planetary encounters during the instability. Therefore, it is interesting to evaluate the degree of orbital excitation to determine whether the currently-favored instability models are consistent with the systems of regular satellites we see at the outer planets today.

Our work described here builds on the previous efforts that considered the effect of planetary encounters on the regular satellites. Deienno et al. (2011) studied the history of planetary encounters in the instability model with four planets and found that the regular satellites at Uranus became destabilized in about 40% of the considered cases, if Uranus had close encounters with Saturn. Also, if these encounters occurred, any satellites beyond Oberon’s orbit would have most certainly become unbound (Deienno et al. 2011).

The encounters between Uranus and Saturn do not typically occur in the instability model with five planets (Nesvorný & Morbidelli 2012). The survival of Uranus’s satellites is therefore less of a problem in the five-planet model (Nesvorný et al. 2014b). Instead, in this model, Saturn has encounters with the ejected ice giant. Interestingly, these planetary encounters can lead to the orbital excitation of Saturn’s moons Titan and Iapetus, and may potentially explain, as shown in Nesvorný et al. (2014b), the anomalous inclination of Iapetus with respect to the Laplace surface (Tremaine et al. 2009).

Our main goal in this paper is to determine the orbital perturbations of the Galilean moons at Jupiter in the five-planet jumping-Jupiter models taken from Nesvorný & Morbidelli (2012). This is an important issue because the third ice giant included in these simulations has many dozens of close encounters with Jupiter, and is ejected as a results of these encounters to interstellar space. The other planets that remain in the Solar System (Saturn, Uranus and Neptune) suffer fewer encounters with the ice giant; the perturbations of their regular satellites should therefore be less of an issue (see Nesvorný et al. 2014b). We also simulate the tidal evolution of the Galilean moons in times after the instability to show that their orbital eccentricities, if excited by the encounters, could have decreased by

tides during the subsequent evolution.

The structure of this paper is as follows. Section 2 explains our method for tracking the planetary encounters and orbits of the regular satellites. In section 3, we discuss the number and distribution of encounters in different instability cases and the orbital excitation of the Galilean moons during encounters. We also discuss in this section the tidal effects on the Galilean satellites and the behavior of the Laplace resonance. In Section 4, we summarize the main conclusions of this paper.

2. Methodology

We used three different cases of planetary instability taken from the simulations of Nesvorný & Morbidelli (2012). We refer to these cases as *Case 1*, *Case 2*, and *Case 3*. They are the same cases as the ones used in the previous studies of capture of Jupiter’s Trojans and irregular satellites (Nesvorný et al. 2013, 2014a). By using the same cases as in the previous works we aim at subjecting the selected instability scenarios to a number of tests. Our hope is advance toward a fully self-consistent model of the early Solar System instability.

The three selected cases feature three different histories of encounters of Jupiter with ice giants, resulting in different dynamical perturbations of the Galilean satellites. We have considered planetary encounters whenever the distance between the planets was less than the sum of their Hill radii ($d < R_{Hill}^{Jup} + R_{Hill}^{Ice}$). The original simulations in Nesvorný & Morbidelli (2012) were repeated and we recorded all encounters of Jupiter that satisfied the above criteria. See section 3.1 for a discussion of encounters in each case.

The configuration of the Galilean satellites at the onset of the planetary instability is unknown. To set up our simulations, we opted for using the current orbits of Io, Europa, and Ganymede from JPL Horizons¹ at ten slightly different epochs. This choice implies that our initial satellite configurations have the inner three moons in the Laplace resonance, and we can test, among other things, how the Laplace resonance is affected by planetary encounters. Callisto was placed on an orbit with Callisto’s present semimajor axis, and zero eccentricity and zero inclination to Jupiter’s equator. To increase the statistics, we considered a hundred different positions of Callisto along the orbit for each one of the ten epochs. The mean longitude ℓ was set such that $\ell = k\Delta\ell$, where integer $k = 0, 1, \dots, 99$ and $\Delta\ell = 3.6^\circ$. Thus, in total, we have 1000 different configurations of the Galilean satellites for each case. In

¹telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775 (terminal access)

addition, we also considered an additional set of 1000 initial configurations, where Callisto was placed in the outer 2:1 MMR with Ganymede. This was done to test whether it is possible that all four Galilean satellites started in a chain of mean motion resonances, and Callisto was kicked out of the resonance with Ganymede by planetary encounters.

We proceed as follows: (i) Starting from the planetary positions and velocities recorded at the first encounter, the system containing the Sun and planets is integrated backward until the separation of Jupiter and the ice giant reaches 2 AU (let Δt be the time for this to happen). (ii) The Galilean satellites are placed at Jupiter on orbits described above. (iii) We then integrate the orbits of planets and the Galilean satellites forward for time $2\Delta t + P_J$, where P_J is the orbital period of Jupiter. The effects of Jupiter’s oblateness (J_2) and obliquity ($\varepsilon \simeq 3^\circ$) are included in these integrations (precession of Jupiter’s spin vector is ignored). (iv) The orbits of the Galilean satellites obtained at this point are used as the initial orbits for the next encounter and the procedure is iterated over all encounters. (v) Finally, the satellite orbits after the last encounter are integrated for additional 1000 years. We use this simulation to compute the mean orbital elements of the Galilean satellites. All the integrations described above were conducted using the Bulirsch-Stoer integrator from the Mercury code (Chambers 1999).

Before the computed mean elements can be compared with the real mean elements of the Galilean satellites in the present Solar System we must account for the orbital evolution of the Galilean satellites from the time of instability to the present. Considering that the planetary instability most likely occurred about 4 Gyr ago, the *tidal* effects can be particularly important. To study tidal evolution we modified the symplectic integrator known as `swift rmvs3` (Levison & Duncan 1994) to include the tidal acceleration terms from Mignard (1979). The tidal dissipation in this model depends the Love number k_2 and dissipation parameter Q . The values of these parameters for Jupiter and the Galilean satellites are poorly known. Lainey et al. (2009) found, by fitting a tidal model to the astrometric observations of the Galilean satellites, that $k_2/Q = 1.102 \times 10^{-5}$ for Jupiter and $k_2/Q = 0.015$ for Io. We adopt these values here, and for simplicity keep them constant throughout the evolution. The results of our tidal simulations are presented in section 3.4.

3. Results

3.1. Properties of encounters

Figure 1 shows the minimum distance between planets, perijove velocity of the ice giant, and trajectory inclination for all planetary encounters of Jupiter. The number and geometry

of encounters differ from case to case. The number of encounters is 117, 386 and 80 in *Cases* 1, 2 and 3, respectively. The number of encounters reaching minimum distance $d_{min} < 0.05$ AU is 2, 9 and 0 in these cases. As we will see below these deep encounters matter the most for the excitation of the Galilean satellites. Most encounters have perijove velocities roughly within the range from 3 to 6 km s⁻¹ and inclinations smaller than 10°. Only *Case* 2 shows inclinations up to 30°.

Figure 2 shows an example of orbital perturbations of Callisto’s orbit obtained in our simulations. In each case, the results are shown for two different initial phases of Callisto. The figure illustrates that the effect of encounters can lead to different outcomes. In some encounters, the satellite eccentricity, inclination, and semimajor axis increase, while in other encounters the values of orbital elements decrease.

The degree of perturbation during an encounter apparently depends on the minimal distance d_{min} . In general, the encounters with $d_{min} > 0.05$ AU do not cause significant variations (see *Case* 3 in Fig. 2). The encounters with $0.03 < d_{min} < 0.05$ AU can lead to relatively small changes in the orbital inclinations, but otherwise do not affect orbital elements much. The encounters with $0.02 < d_{min} < 0.03$ AU, on the other hand, are already deep enough to significantly perturb the orbits of satellites, mainly that of Callisto (for reference, Callisto’s semimajor axis is $\simeq 0.012$ AU). Only a very few of these encounters can happen if major excitation of Callisto’s orbit is to be avoided. Finally, the encounters with $d_{min} < 0.02$ AU are the most destructive in that they lead to a major excitation of the satellite orbits, and, in some cases, can eject Callisto from the system (see below).

3.2. Excitation of satellite orbits

3.2.1. *Case* 1

The *Case* 1 is an intermediate case with 117 total encounters, two of which have $0.02 < d_{min} < 0.03$ AU (Figures 1 and 2). Figure 3 summarizes the results of our simulations in *Case* 1. For reference, as a simple criterion of the plausibility of the results, we plot in this figure the lines $e_{ref} = 0.05$ for eccentricities, and i_{ref} for inclinations, where i_{ref} was chosen to be 0.5° greater than the current mean inclination. We calculate the fraction of final orbits that end up having $e < e_{ref}$ and $i < i_{ref}$. These fractions are shown in Figure 3.

The orbits of the inner three satellites are only modestly excited by the encounters. The fraction of trials in which the eccentricities and inclinations end up below the reference values is large ($> 75\%$ and $\gtrsim 90\%$, respectively). These results are plausible. A more stringent constraint is represented, as expected, by Callisto’s orbit. We find that about one third of

the trials end up with Callisto’s eccentricity $e < e_{ref}$. This is, however, still a relatively large fraction. Moreover, as we will see in section 3.4, Callisto’s and other moon’s eccentricities can be damped by tides after the stage of planetary encounters. The eccentricity excitation cannot therefore be used, in general, to rule out specific encounter histories (except if orbits become unbound). The results for Callisto’s inclination are more interesting, because only a very small fraction of trials end up with $i < i_{ref}$ (Figure 3), and the inclination remains nearly unchanged during the subsequent tidal evolution (section 3.4).

As for the effect of encounters on the semimajor axis, the inner three satellites end up very near their original semimajor axis values. Even if the changes are small they can have a major consequence for the Laplace resonance in that, at least in some cases, the libration amplitude of the Laplace resonance can significantly increase or the moons can end up on non-resonant orbits. We will discuss this issue in section 3.5.

The semimajor axis of Callisto can change substantially (by up to $\simeq 5 R_{Jupiter}$, where Jupiter’s equatorial radius $R_{Jupiter} \simeq 71500$ km). This raises a question of whether Callisto could have originally shared the Laplace resonance with the inner moons (the 2:1 MMR with Ganymede is located at $a \simeq 23.76 R_{Jupiter}$), and was scattered to its current orbit ($a \simeq 26.33 R_{Jupiter}$) by encounters. We address this issue in section 3.3.

3.2.2. Case 2

Figure 4 shows orbital perturbations of the Galilean satellites in *Case 2*. In this case, we have nine encounters with $d_{min} < 0.05$ AU and two encounters with $d_{min} < 0.02$ AU. These close encounters produce very large perturbations of orbits of the Galilean satellites. For example, in only 11% of trials Ganymede’s orbital inclination ends up below our reference value ($i < 0.7^\circ$), and in only 3% of trials this criterion holds for Callisto’s inclination. The changes on Io’s and Europa’s orbits are also substantial. Given these results, we believe that this case can be ruled out.

3.2.3. Case 3

Figure 5 summarizes the outcomes of our simulations in *Case 3*. In this case, there were no planetary encounters with $d_{min} < 0.05$ AU and orbits of the Galilean moons did not change much. Therefore, *Case 3* is clearly plausible and would imply that the architecture of the Galilean system has remained nearly unchanged during the instability.

An interesting observation, unrelated to planetary encounters, concerns Callisto’s in-

clination. Recall that we started with Callisto’s orbit with zero inclination with respect to Jupiter’s equatorial plane. It may then seem surprising, as seen in Figure 5, that mean orbital inclination with respect to the equatorial plane ends up exactly matching the present value of Callisto ($i = 0.43^\circ$). This result arises because the Laplace surface at the location of Callisto’s orbit is inclined by $\simeq 0.43^\circ$ to Jupiter’s equator (Ward & Canup 2006; Tremaine et al. 2009). Thus, an orbit starting on the equatorial plane will have oscillations, with amplitude reaching almost 1° , and an average inclination value equal to the tilt between equatorial and Laplace planes. This observation may have interesting implications for the origin of Callisto’s orbital inclination, because it shows that Callisto’s orbit should have initially coincided with Jupiter’s equator, as expected, for example, in the presence of a heavy circumplanetary disk, or if Jupiter’s obliquity was zero. This would require that the circumplanetary disk was dispersed, or the Jupiter’s obliquity was tilted, on a very short timescale ($\sim 10^2$ yr).

3.3. Tests with Callisto in a resonance

With Callisto’s semimajor axis considerably changing in *Cases* 1 and 2, we decided to test a possibility that Callisto’s orbit was initially in the 2:1 MMR with Ganymede (potentially driven there when satellites radially migrated by interacting with the circumplanetary gas nebula, or when Ganymede was pushed out by tides (Yoder & Peale 1981; Canup & Ward 2002, 2006, 2009), and Callisto was kicked out of the resonance during planetary encounters. These tests were done for *Case* 1, because this case leads to a large variation of Callisto’s semimajor axis, as needed for moving Callisto’s orbit from the resonance to its current location, but otherwise the orbital elements do not change as much as in *Case* 2.

The initial orbits of the Galilean satellites were set by the method described in section 2, except that Callisto was placed in the 2:1 MMR orbit with Ganymede. We find that these new simulations produce results very similar to those obtained with the original initial conditions (compare new Figure 6 with Figure 3). The fraction of trials in which Callisto’s eccentricity and inclination ended up below the reference values are now higher than before (42% and 20%, respectively). This is related to a strong gradient of the excitation pattern with the radial distance from Jupiter and the fact that Callisto started with a slightly smaller semimajor axis value in these new simulations.

Figure 6 shows that, while it is plausible to change Callisto’s semimajor axis by the required amount, the eccentricity and inclination are typically excited quite a bit such that only a negligible fraction of trials end up with $a \simeq 27 R_{\text{Jupiter}}$, and $e < e_{ref}$ and $i < i_{ref}$. This may not be such a problem as far as the eccentricity is concerned, because Callisto’s

eccentricity could have been damped by tides during the subsequent evolution (see Section 3.4).

Its orbital inclination, however, is almost unaffected by tides, and thus presents a more rigid constraint. In particular, we do not see how the excited orbits with $a \simeq 27 R_{\text{Jupiter}}$ and $i > 3^\circ$ (Figure 6) could reach $i < 1^\circ$ to become a plausible proxy for the current Callisto’s orbit. We conclude that it is unlikely Callisto could have reached its current orbit by starting in the 2:1 MMR with Ganymede, being kicked out of the resonance by planetary encounters, and subsequently evolving by tides. Additional processes responsible for damping Callisto’s inclination would have to be identified for this possibility to become viable.

3.4. Tidal evolution

In the previous sections, we determined orbital perturbations of the Galilean satellites during close encounters in the *jumping*-Jupiter model. These perturbations happened most likely some 4 Gyr ago. A question therefore arises of whether (and how) the satellite orbits could have changed during the ~ 4 Gyr period between the instability and the present time. Here we consider the orbital changes produced by the tidal interaction of moons with Jupiter.

To this goal, we performed a number of numerical integrations with a symplectic N -body code known as `swift rmvs3` (Levison & Duncan 1994) that we modified to include the tidal acceleration terms from Mignard (1979) (see also Lainey et al. (2009), equations 1 and 2 in their supplement). These simulations were done in a reference system centered on Jupiter. We considered both the planetary and satellites tides. We found that the tidal dissipation in the system is overwhelmingly due to the interaction between Io and Jupiter. The direct tidal effects of other satellites can be neglected, but important indirect effects arise on these satellites because they are coupled to the Jupiter-Io pair. Therefore, Callisto’s orbital elements can change as the orbital energy is drained from its orbit to the inner satellites, and then dissipated within Io.

The satellite rotation was assumed to be synchronous. To implement the synchronous rotation in the code we adopted the following approximation (V. Lainey, personal communication). First, we considered only the radial component of the tidal acceleration that results from changing planetocentric distance (and the related dissipation). The radial component does not depend on satellite’s rotation rate, and is therefore independent of the detailed assumptions about synchronicity. The longitudinal tidal acceleration is then effectively included by multiplying the strength of the radial tide by $7/3$. This is because in the limit of small eccentricities, which is applicable here, the orbital energy dissipated in radial flexing

of the satellite is 3/4 of that dissipated by satellite’s librations (e.g., Murray & Dermott, 1999, Chapter 4).

The strength of tidal dissipation is parametrized by the time delay due to tidal response of the deformed body or equivalently by k_2/Q , where Q is the dissipation function and k_2 is the Love number. We assume $k_2/Q = 1.102 \times 10^{-5}$ for Jupiter and $k_2/Q = 0.015$ for Io (Lainey et al. 2009), and evolve the system for 4 Gyr. Possible variation of k_2/Q over the age of the Solar System are not considered, because we are not interested in detailed modeling the tidal evolution, but rather in the average magnitude of the tidal effect in 4 Gyr.

Figure 7 shows the eccentricity of the four Galilean satellites affected by tides in 4 Gyr. Most notably, we find that Callisto’s eccentricity can be significantly damped through the coupling to the inner moons resonant system. In the specific case shown in Fig. 7, Callisto’s eccentricity decreases from 0.05 to 0.025. This change should not be taken at its face value because the parameters of the tidal model are uncertain. The eccentricity drop can be a factor of several smaller, if the effective k_2/Q of Io was lower than considered here, or a factor of several larger, if the effective k_2/Q was higher. What this shows is that Callisto’s eccentricity *could* have been significantly damped by tides over 4 Gyr. Conversely, Figure 8 shows that the orbital inclination of the satellites does not appreciably change during the tidal evolution.

These results have major implications for the interpretation of our scattering experiments discussed in the previous sections. First, they show that Callisto’s eccentricity cannot be used as a rigid constraint on the instability models, because even if Callisto’s eccentricity was significantly excited during planetary encounters, it could have decreased to the present value during the subsequent evolution. The orbital inclinations of the moons, on the other hand, represent a more useful constraint on the planetary encounters, and can be used to rule out specific instability models. For example, *Case 2* discussed above is clearly implausible because Callisto’s inclination remains reasonably low only in a few percent of trials.

3.5. Laplace resonance

Another useful constraint on the instability models is represented by the fact that Io, Europa and Callisto are in the Laplace resonance. This is because, if the semimajor axes of these satellites change as a result of the planetary encounters, the orbits can end up escaping from the resonance. If this happens, the resonant angle $\phi_L = \lambda_I - 3\lambda_E + 2\lambda_G$, where λ_I , λ_E , and λ_G , are the mean longitudes of Io, Europa, and Ganymede, respectively, starts to circulate. By analyzing our simulations we found that this happened in 47%, 93% and 0%

of the trials in *Cases* 1, 2 and 3, respectively.

These results show that *Case* 2 is problematic, as already pointed out above based on considerations related to the orbital inclination of Callisto. The Laplace resonance constraint, however, is not as solid as the inclination constraint, because tides could re-capture satellites in the Laplace resonance. For example, if the Europa and Ganymede have roughly the same probability to be scattered inward and outward, we find that the outward tidal evolution of Io could re-capture Europa and Ganymede in the Laplace resonance in up to 25% of cases. This means, for example, that in up to roughly 65% of trials in *Case* 1, the Laplace resonance could have been left undisturbed or was re-established during the subsequent tidal evolution. An illustration of a case where the moons were re-captured in the Laplace resonance is shown in Figure 9.

4. Conclusions

Here we studied the orbital behavior of the Galilean satellites during the dynamical instability in the outer Solar System. By carrying out numerical simulations we determined the level of orbital perturbation in three instability cases taken from Nesvorný & Morbidelli (2012). The orbital perturbations occur when Jupiter has a close encounter with an ice giant, and the gravity of the ice giant acts on the satellite orbits. We also studied the subsequent evolution of the surviving satellites due to the tidal effects.

We found that the orbits of the Galilean satellites can be profoundly affected by the planetary encounters between Jupiter and an ice giant, especially in the cases where there the encounter distance $0.02 \text{ AU} < d_{enc} < 0.03 \text{ AU}$. The extremely deep encounters with distance $d_{enc} < 0.02 \text{ AU}$ can be clearly ruled out, because those would lead to strong orbital excitation, collisions of moons, and their removal. On the other hand, encounters with $0.03 \text{ AU} < d_{enc} < 0.05 \text{ AU}$ cause only small variations of the orbital elements, and those with $d_{enc} > 0.05 \text{ AU}$ leave the satellite system essentially undisturbed.

The subsequent tidal evolution of the moons, principally due to the tidal dissipation in the Jupiter-Io pair, is capable of damping Callisto’s orbital eccentricity. Therefore, even if Callisto’s eccentricity becomes excited by planetary encounters, it can decrease to values similar to Callisto’s present eccentricity ($\simeq 0.03$) later. Similarly, even if the Laplace resonance of the inner three moons can be broken during planetary instability, it can be reestablished later when Io moves tidally outward, and recaptures Europa and Ganymede in outer MMRs. Together, this means that the eccentricity and Laplace resonance do not represent stringent constraints that could be used to rule out specific instability models.

Conversely, the orbital inclinations of the Galilean moons, and mainly that of Callisto, provide an important constraint. This is because the inclinations are nearly unaffected by tides. Therefore, if the inclinations would have been strongly excited during planetary encounters, such as in the *Case 2* discussed above, they would survive to the present. These cases could clearly be ruled out when compared to the presently low orbital inclinations of the Galilean satellites. Specifically, we find that any planetary encounters with $d_{enc} < 0.02$ AU (*Case 2*) can clearly be ruled out, and that encounters with $0.02 \text{ AU} < d_{enc} < 0.03 \text{ AU}$ (*Case 1*) cannot be too many.

Encounters with $d_{enc} > 0.03$ AU can happen more often. This is interesting because these more distant encounters can be important for capture of the irregular satellites at Jupiter (Nesvorný et al. 2014a). We therefore find that the Galilean and irregular satellites represent different constraints on the planetary encounters: the former limit the distance and number of a few closest encounters, while the latter require that many distant encounters occur. These constraints are complementary and should ideally be used together when evaluating the plausibility of a specific instability model. For example, applying these constraints in Cases 1, 2 and 3 studied here and in Nesvorný et al. (2014a) we find that Case 3 is clearly plausible, Case 2 is clearly implausible, and Case 1 stands in the middle, where most parameters are acceptable except for Callisto’s inclination that ends up too high in most trials.

In a broader scope, while the Galilean satellite constraints discussed here can be used to rule out specific instability models, they cannot be used to rule out the jumping-Jupiter model in general. This is because many (but not all) previously-developed jumping-Jupiter models should satisfy the Galilean satellite constraint as well. This result should be seen in positive light, because the jumping-Jupiter model is required from the terrestrial planet constraint (Brasser et al. 2009; Morbidelli et al. 2007; Nesvorný & Morbidelli 2012), the dynamical structure of the asteroid belt (Morbidelli et al. 2010), and for the capture of the irregular satellites at Jupiter (Nesvorný et al. 2014a). It would be hard to find an alternative.

This work was supported by FAPESP (grants 2012/23732-4 and 2010/11109-5). D.N. was supported by NASA’s Outer Planet Research program. The work of D.V. was partly supported by the Czech Grant Agency (grant P209-13-013085). T. Y. was supported by CNPq.

REFERENCES

Agnor, C. B., & Lin, D. N. C. 2012, ApJ, 745, 143

- Brasser, R., Morbidelli, A., Gomes, R., Tsiganis, K., & Levison, F. H. 2009 *A&A*, 134, 1790
- Canup, R. M., & Ward, W. R. 2002, *AJ*, 124, 3404
- Canup, R. M., & Ward, W. R. 2006, *Nature*, 441, 834
- Canup, R. M., & Ward, W. R. 2009, University of Arizona Press, 59
- Chambers, J. E. 2012, *MNRAS*, 304, 793
- Deienno, R., Yokoyama, T., Nogueira, E. C., Callegari, N. Jr., & Santos, M. T. 2011, *A&A*, 536, A57
- Fernandez, J. A., & Ip, W. H., 1996, *Planet. Space Sci.*, 44, 431
- Gomes, R. S., Tsiganis, K., Morbidelli, A., & Levison, H. F. 2005, *Nature*, 435, 466
- Hahn, J. M., & Malhotra, R. 1999, *AJ*, 117, 3041
- Lainey, V., Arlot, J., Karatekin, Ö., & Hoolst, T. V. 2009, *Nature*, 459, 957
- Levison, H. F., & Duncan, M. J. 1994, *Icarus*, 108, 18
- Levison, H. F., Morbidelli, A., Vanlaerhoven, C., Gomes, R., & Tsiganis, K. 2008, *Icarus*, 196, 258
- Levison, H. F., Bottke, W. F., Gounelle, M. et al. 2009, *Nature*, 460, 364
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Morbidelli, A. 2007, *AJ*, 133, 1962
- Nesvorný, D., & Vokrouhlický, D. 2009, *AJ*, 137, 5003
- Nesvorný, D. 2011, *ApJ*, 742, 22
- Nesvorný, N. & Morbidelli, A. 2012, *AJ*, 144, 117
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Morbidelli, A. 2013, *ApJ*, 768, 45
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Deienno, R. 2014a, *ApJ*, in press
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., Deienno, R., & Walsh, K. J. 2014b, *AJ*, to be submitted
- Mignard, F. 1979, *The Moon and the Planets*, 20, 301
- Minton, D. A., & Malhotra, R. 2011, *ApJ*, 732, 53
- Morbidelli, A., Levison, H. F., Tsiganis, K., & Gomes, R. 2005, *Nature*, 435, 462

- Morbidelli, A., Tsiganis, K., Crida, A., Levison, F. H., & Gomes, R. 2007, *ApJ*, 134, 1790
- Morbidelli, A., Brasser, R., Gomes, R., Levison, H. F., & Tsiganis, K. 2010, *AJ*, 140, 1391
- Murray, C. D., & Dermott, S. F. 1999, *Solar System Dynamics*, Cambridge University Press, Cambridge
- Tremaine, S., Touma, J., & Namouni, F. 2009, *AJ*, 137, 3706
- Tsiganis, K., Gomes, R. S., Morbidelli, A., & Levison, H. F. 2005, *Nature*, 435, 459
- Walsh, K. J., Morbidelli, A., Raymond, S. N., O’Brien, D. P. & Mandell, A. M. 2011, *Nature*, 475, 206
- Ward, W. R., & Canup, R. M. 2006, *ApJ*, 640, L91
- Yoder, C. F., & Peale, S. J. 1981, *Icarus*, 47, 1

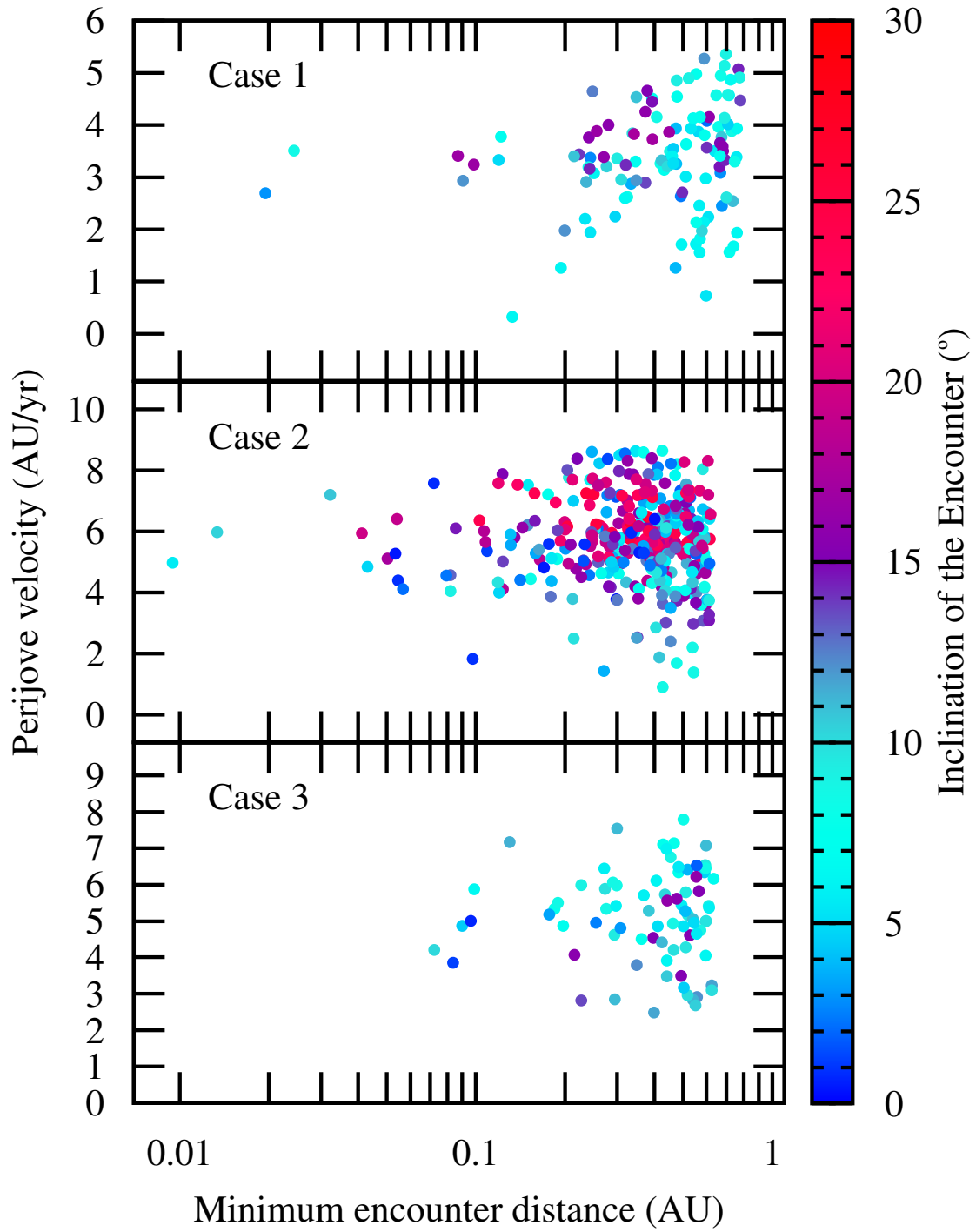


Fig. 1.— Perijove velocity, inclination (with respect to Jupiter’s orbit) and minimum distance of each recorded encounter in *Cases* 1, 2 and 3.

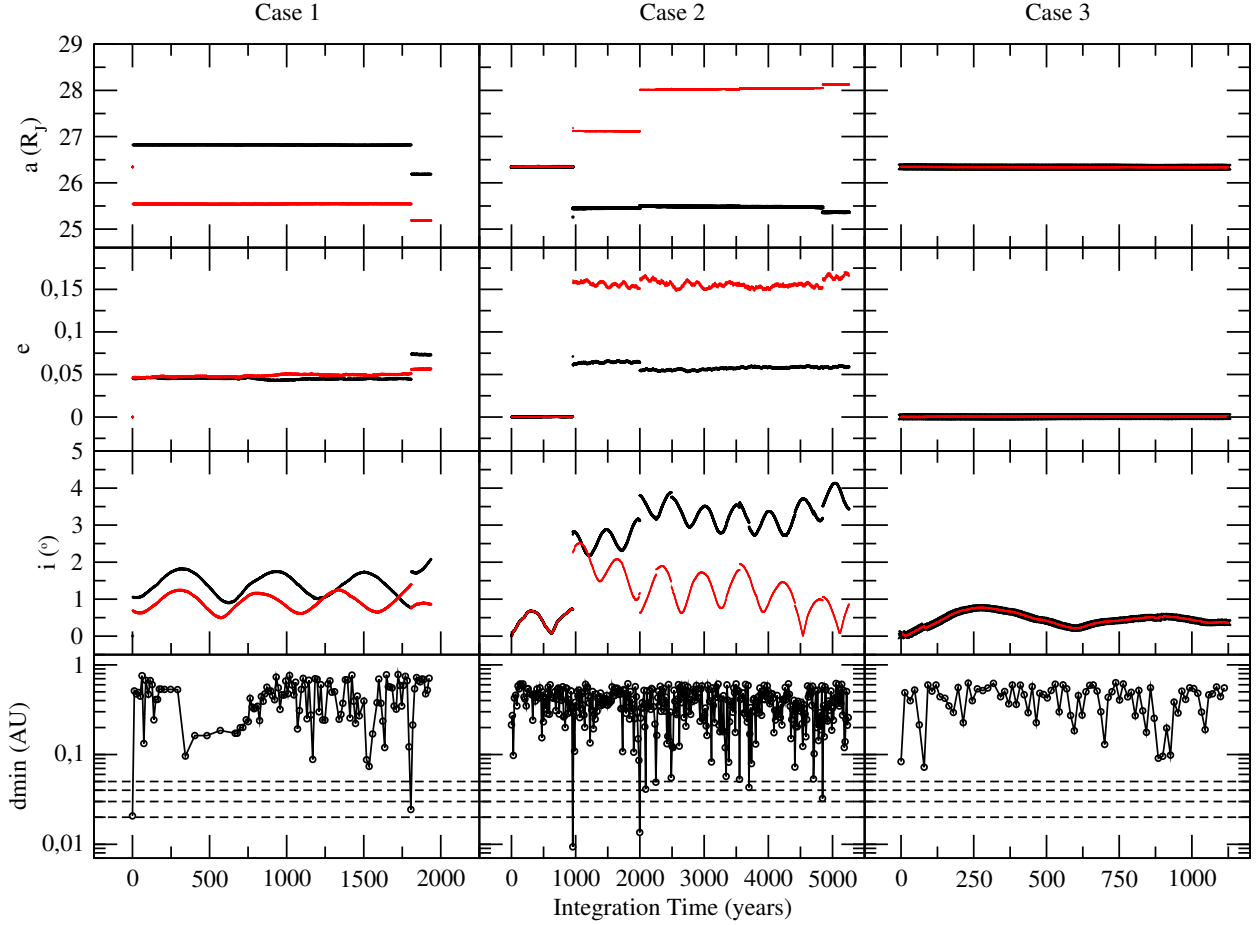


Fig. 2.— From top to bottom: Evolution of the semimajor axis, eccentricity, orbital inclination (relative to the equatorial plane of Jupiter), and the minimum distance of encounters as a function of the integration time (integration Time = $n \times [2\Delta t + P_J]$, $n = 1 \dots N_{enc}$), for two different phases of Callisto on its orbit (red and black). From left to right: *Cases* 1, 2, and 3. The dashed lines in the bottom panels, from top to bottom, represent four values of minimum encounter distance from 0.05 AU to 0.02 AU.

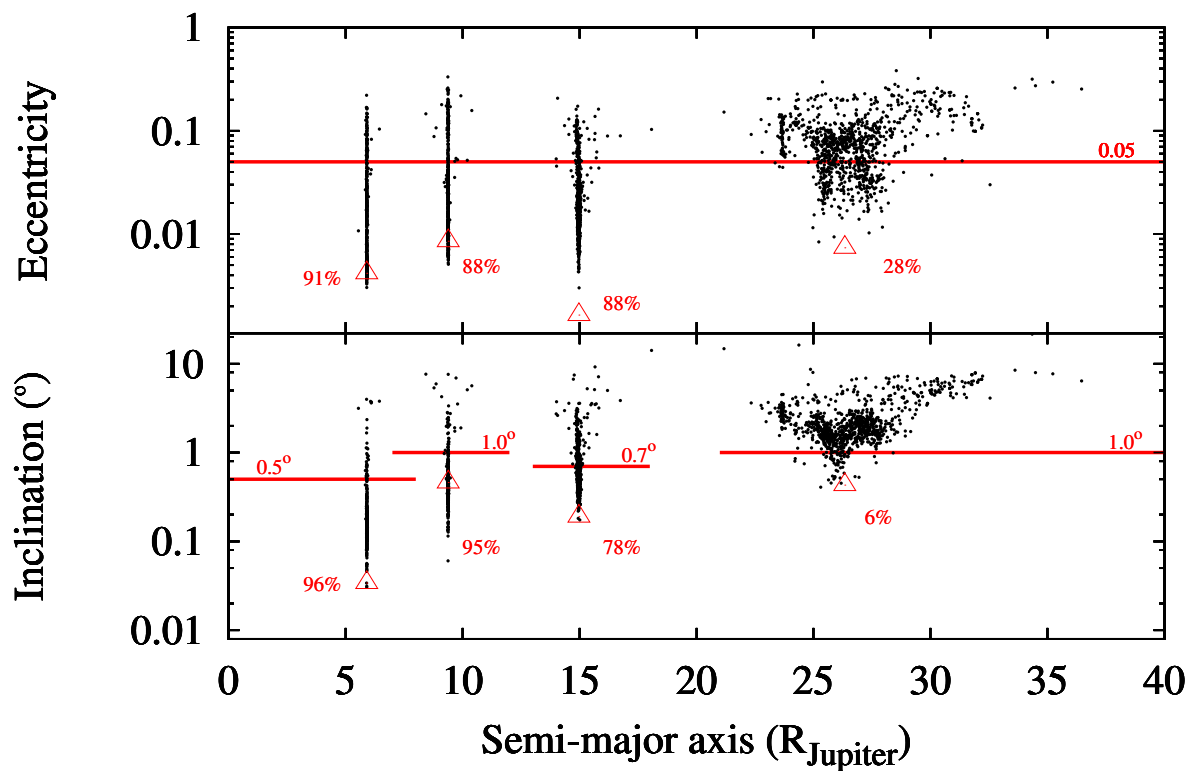


Fig. 3.— *Case 1*. Top: Final averaged eccentricity as function of final averaged semi-major axis. Bottom: The final averaged orbital inclination with respect to Jupiter’s equator. The simulation results are shown by black dots. The triangles show the current averaged values of the orbital elements of the Galilean moons (from left to right: Io, Europa, Ganymede and Callisto). The labels denote the percentage of simulated trials that ended up below the reference lines (discussed in the main text).

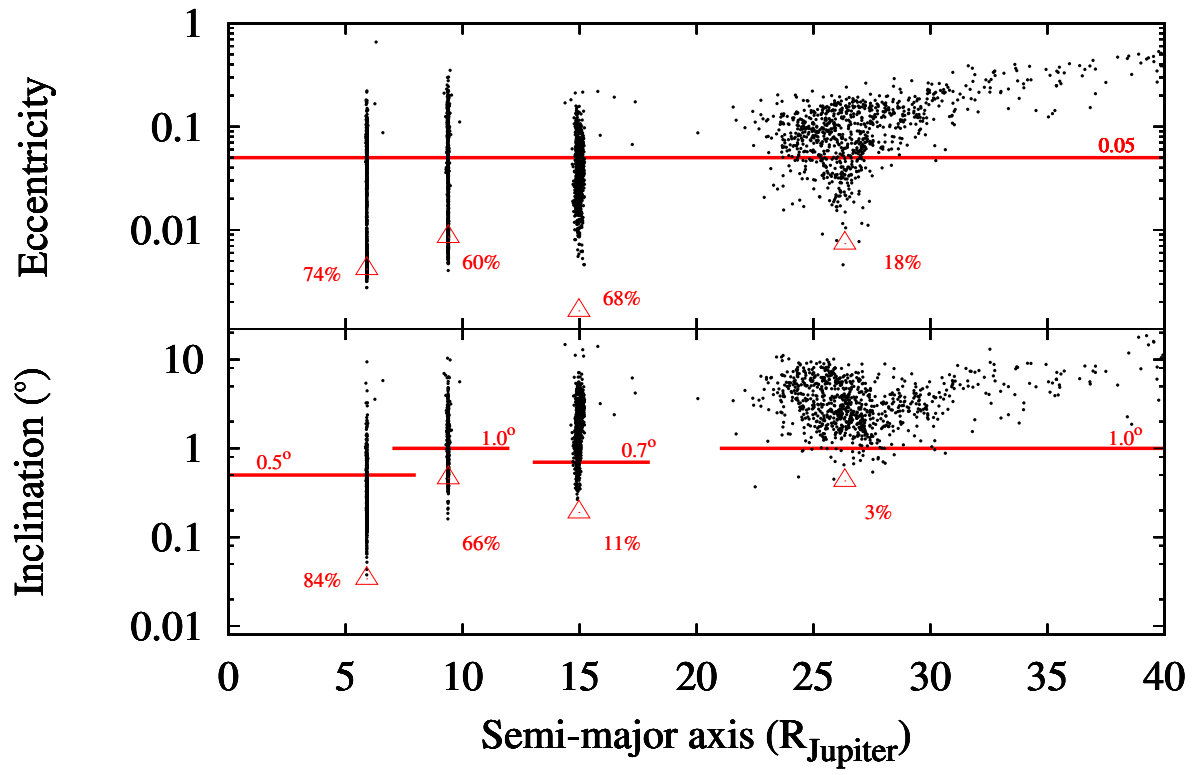


Fig. 4.— The same as Figure 3 but for *Case 2*.

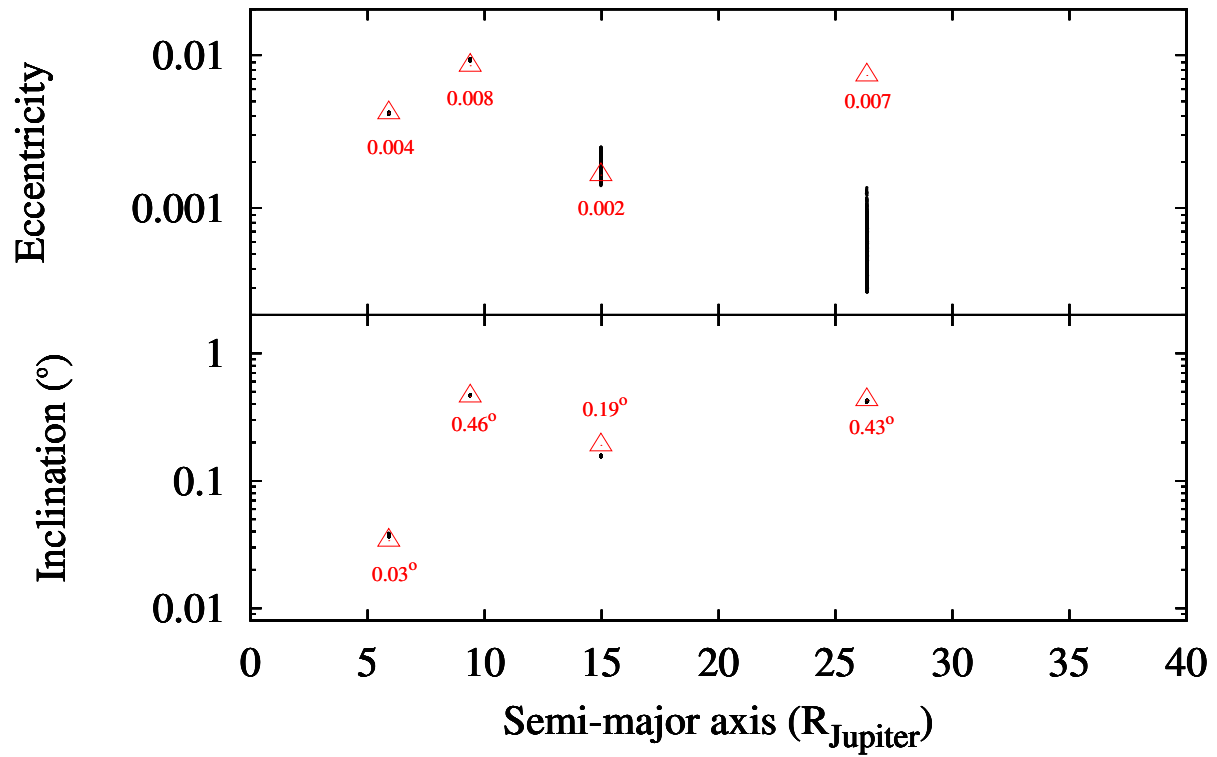


Fig. 5.— The same as Figure 3 but for *Case 3*. The numbers denote the average values of the eccentricity and inclination (with respect to the planet equator) of the Galilean moons.

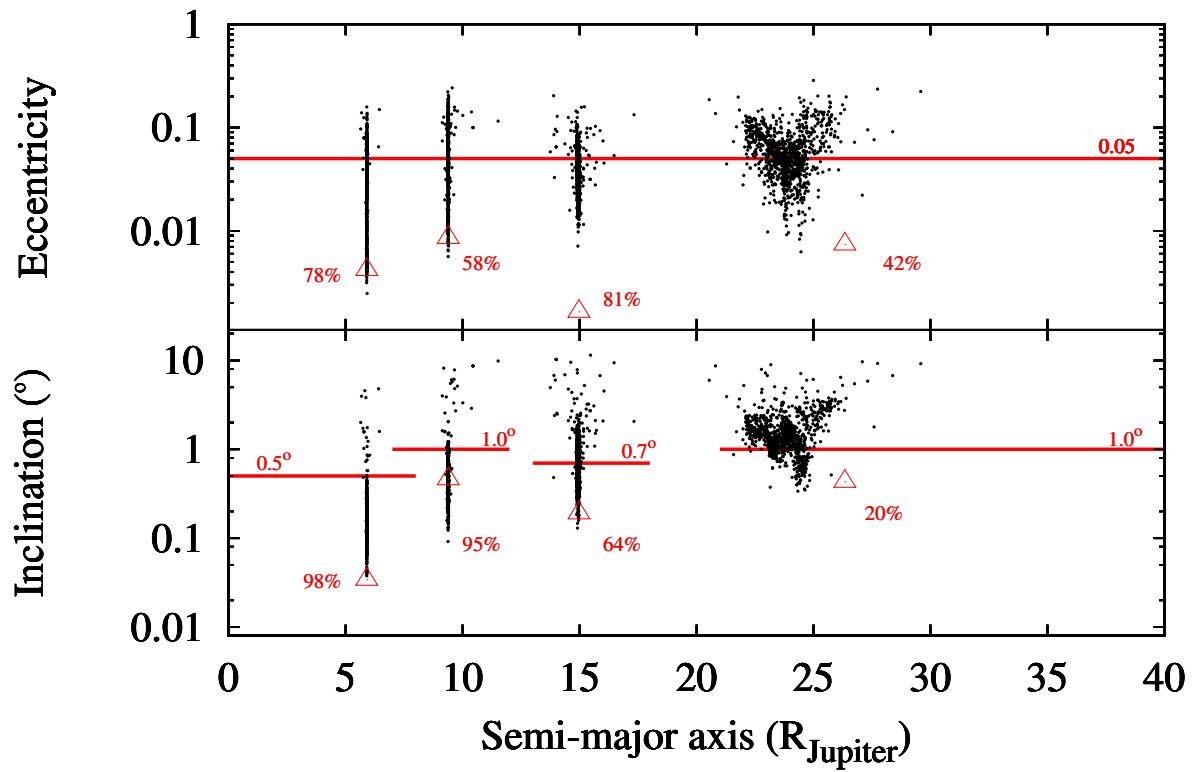


Fig. 6.— Same as Figure 3 but starting with all four Galilean satellites in a chain of the 2:1 MMRs (i.e., Callisto in the 2:1 MMR with Ganymede).

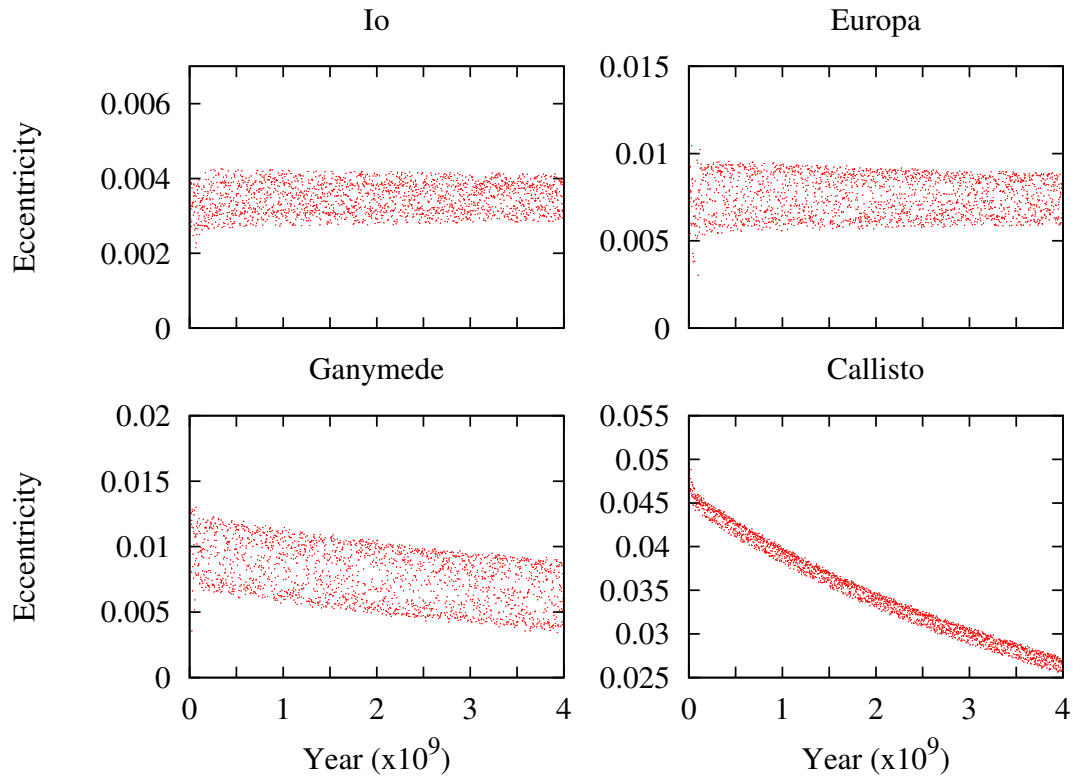


Fig. 7.— Evolution of the orbital eccentricity of the Galilean satellites during the tidal evolution.

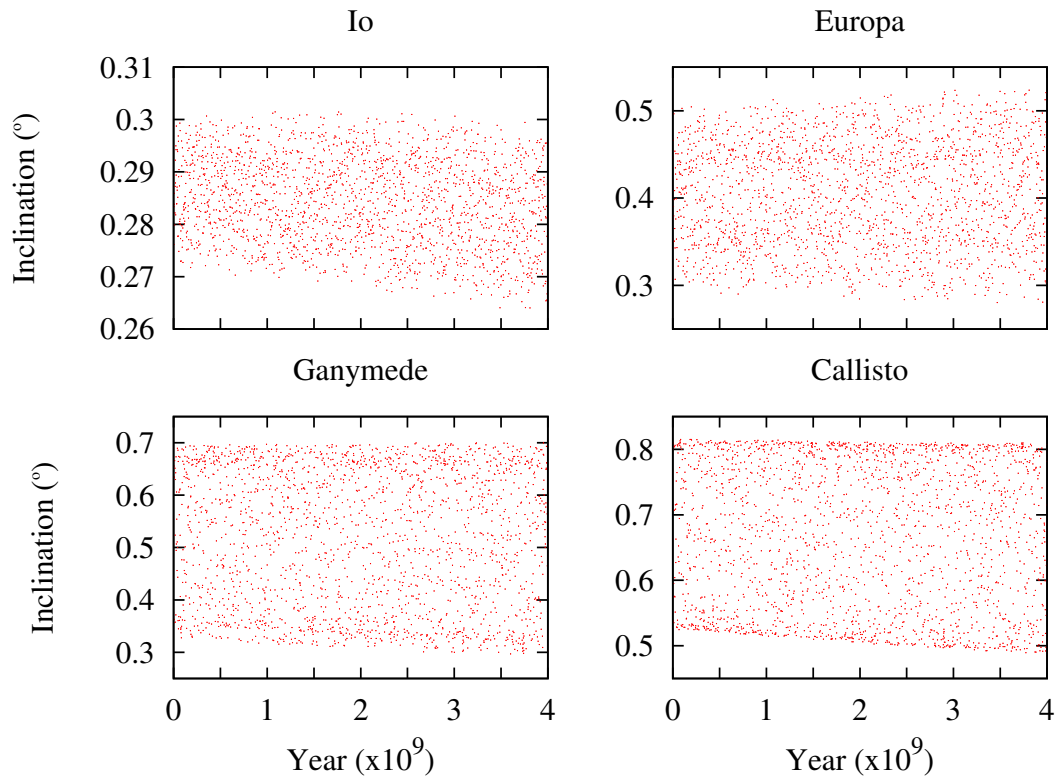


Fig. 8.— Evolution of the orbital inclination (with respect to Jupiter’s equatorial plane) of the Galilean satellites during the tidal evolution.

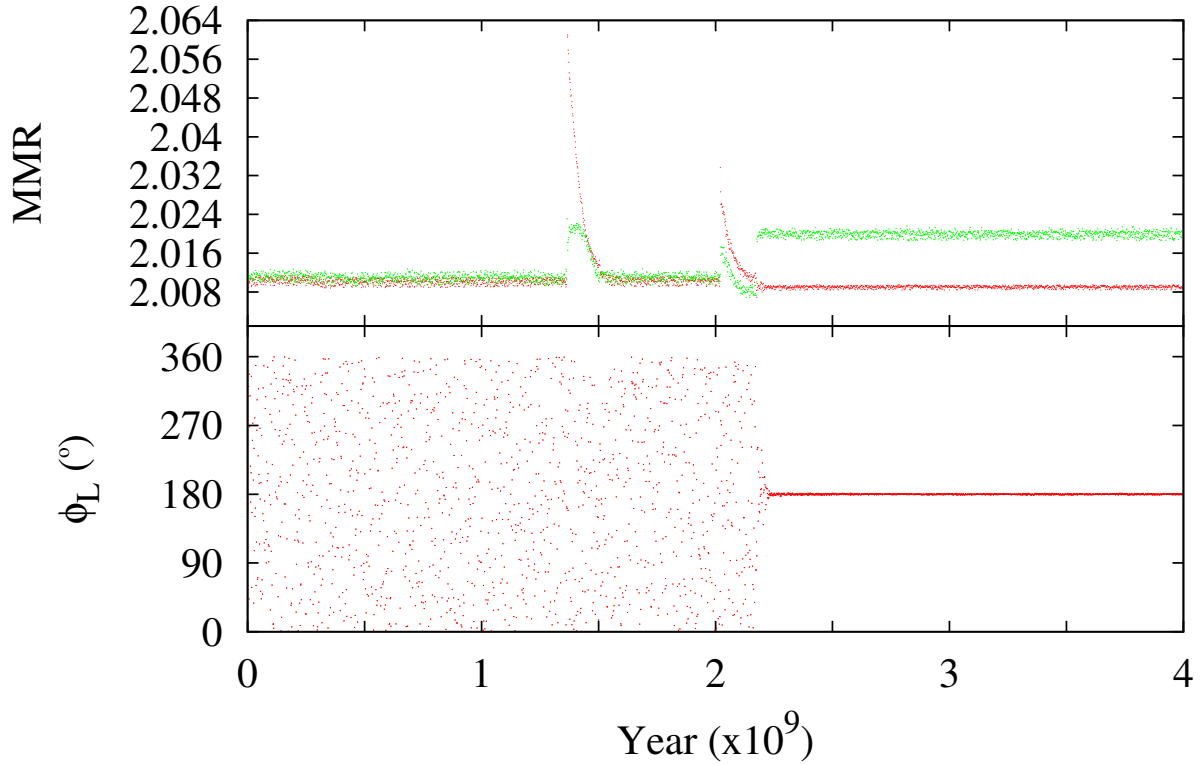


Fig. 9.— Top: Evolution of the mean motion ratios of Io and Europa (red), and Europa and Ganymede (green). Bottom: Evolution of the Laplace resonance angle $\phi_L = \lambda_I - 3\lambda_E + 2\lambda_G$. This figure illustrates that it is possible break the Laplace resonance during planetary encounters, such that ϕ_L circulates at the beginning of our tidal simulations, and re-capture the inner three moons into the Laplace resonance when Io moves out by tides. In this specific case, the capture occurred at $\simeq 2.2$ Gyr when ϕ_L started librating around 180° .

Regular satellites and smoothness in planetary migration (Research Note)

T. Yokoyama¹, R. Deienno², M. T. Santos³, P.I. Oliveira Brasil³, N. Callegari Jr¹, and E. C. Nogueira⁴

¹ Universidade Estadual Paulista, IGCE-DEMAC, Caixa Postal 178, CEP 13.500-970 Rio Claro (São Paulo), Brasil
e-mail: tadashi@rc.unesp.br

² Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais Departamento de Mecânica Espacial e Controle, INPE-DMC, Brasil

³ Universidade de São Paulo, IAG-USP, Rua do Matão 1226, CEP 05508-090, Cidade Universitária, São Paulo, Brasil

⁴ Observatório Nacional, Rua General Cristino 77, CEP 20921-400 Rio de Janeiro, RJ, Brasil

Received **** ; accepted ****

ABSTRACT

Context.

Aims. The aim of this work is to present some convincing examples that show why some abrupt and violent mechanism present in modern planetary migration theories are necessary in order to explain the current architecture of some regular satellites.

Methods. If a planet has an isolated radial smooth migration, the dynamics of a close satellite is given by the oblateness of the planet and the Sun. A secular analytical model is obtained for this problem and compared to numerical integrations.

Results. We show analytically and numerically that in the absence of some abrupt or drastic changes in the semi-major axis of the planet, the satellite is easily captured in some resonances that excite either the inclination or the eccentricity to some values which cannot be not compatible with the current values as seen today. To avoid captures the changes in the semi-major axis must be very fast or abrupt.

Key words. planets and satellites: general-solar system: general –

1. Introduction

Before the era Nice model, in order to simulate the planetary migration, some authors (Malhotra 1995, Gomes 1997, Fleming & Hamilton 2000, Carruba et al 2004) etc, exploited the trick of including a “dissipative drag term ” in the equations of the planets. The effect of this term is to induce a convenient radial variation for the semi-major axes of the planets in order to drive them to the current configuration. Except in the neighborhood of some resonances, this kind of trick results in a very smooth radial variation of the semi-major axis. Even some models including planetesimal disk (Hahn & Malhotra, 1999 may still originate smooth migration.

Recently Morbidelli et al(2009) raised some important drawbacks if smooth migration model is used as a guiding template to represent the evolution of the solar system. They point that the current secular structure of the planets cannot be reproduced and the fundamental eigenfrequencies of the secular system are also inconsistent. Basically, in order to get realistic values of eccentricity, inclination and consistent secular variations for Jupiter and Saturn, the migration of the giant planets should have occurred in a violent way since in the whole process, important features of the solar system, mainly the current architecture of the terrestrial planets must be met.

Since 2005, the original Nice model (Tsiganis et al, 2005, Gomes et al, 2005, etc) has been checked in several situations and some important improvements has been added. Then, it becomes clear in these modern versions that, violence, chaos, close

approaches, are the norm, not smoothness. See for example “tack scenario ” and some very rapid and drastic changes in the evolution of the planets in Brasser et al (2009), Walsh et al (2011), and the interesting review in Morbidelli (2011a).

Following Morbidelli et al (2009), in this work we want to show some drawbacks and consequences on close satellites if a host planet migrates smoothly, instead of suffering drastic changes as predicted in Nice model and in its improved versions.

2. Inclination and evection resonances

We assume that the radial distance Sun-planet is varying smoothly (Malhotra 1995, Fleming & Hamilton 2000, Carruba et al 2004) . We also assume that due to the proximity of the satellite to the planet, in this situation, the principal disturbers are the oblateness of the host planet and the Sun. In order to identify some important features of the secular evolution during the smooth migration, it is better to consider the average of these perturbations. We take a single average of the disturbing functions, in the mean anomaly of the satellite. For very close satellite, the orbital period of the Sun can be comparable to the period of the argument of the pericenter or longitude of the ascending node of the satellite. For this reason, additional average in the mean anomaly of the Sun is not allowed.

In a equatorial reference system fixed in the center of the planet, the averaged disturbing function due to the oblateness is (Yokoyama, 2002, Deienno et al, 2011):

$$R_{J_2} = \frac{1}{4}n^2R_p^2J_2(3\cos^2I - 1)(1 - e^2)^{-3/2} \quad (1)$$

The corresponding solar part (removing some misprints) is given in Yokoyama 2002:

$$\begin{aligned}
R_{\odot} = & \frac{k^2 M_{\odot} a^2}{2a_{\odot}^3} \left[\frac{3}{2} P(A^2 + B^2 + C^2 + D^2 + 2E^2 - \frac{2}{3}) + \right. \\
& \frac{3}{2} A^2 Z \cos(2w + 2f_{\odot} + 2w_{\odot} + 2\Omega - 2\Omega_{\odot}) + \\
& \frac{3}{2} B^2 Z \cos(2w + 2f_{\odot} + 2w_{\odot} - 2\Omega + 2\Omega_{\odot}) + \\
& \frac{3}{2} C^2 Z \cos(2w - 2f_{\odot} - 2w_{\odot} + 2\Omega - 2\Omega_{\odot}) + \\
& \frac{3}{2} D^2 Z \cos(2w - 2f_{\odot} - 2w_{\odot} - 2\Omega + 2\Omega_{\odot}) + \\
& \frac{3}{2} Z(E^2 + 2CD) \cos(2w - 2f_{\odot} - 2w_{\odot}) + \\
& \frac{3}{2} Z(E^2 + 2AB) \cos(2w + 2f_{\odot} + 2w_{\odot}) + \\
& 3Z(-E^2 + AD + BC) \cos 2w + \\
& 3P(-E^2 + AC + BD) \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot}) + \\
& 3P(AB + CD) \cos(2\Omega - 2\Omega_{\odot}) + \\
& 3ACZ \cos(2w + 2\Omega - 2\Omega_{\odot}) + \\
& 3ADP \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot} + 2\Omega - 2\Omega_{\odot}) + \\
& 3EP(A - D) \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot} + \Omega - \Omega_{\odot}) + \\
& 3EP(-A - B + C + D) \cos(\Omega - \Omega_{\odot}) + \\
& 3EZ(A - C) \cos(2w + \Omega - \Omega_{\odot}) - \\
& 3AEZ \cos(2w + 2f_{\odot} + 2w_{\odot} + \Omega - \Omega_{\odot}) + \\
& 3BCP \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot} - 2\Omega + 2\Omega_{\odot}) + \\
& 3BDZ \cos(2w - 2\Omega + 2\Omega_{\odot}) + \\
& 3EP(B - C) \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot} - \Omega + \Omega_{\odot}) + \\
& 3EZ(B - D) \cos(2w - \Omega + \Omega_{\odot}) - \\
& 3BEZ \cos(2w + 2f_{\odot} + 2w_{\odot} - \Omega + \Omega_{\odot}) + \\
& 3CEZ \cos(2w - 2f_{\odot} - 2w_{\odot} + \Omega - \Omega_{\odot}) + \\
& \left. 3DEZ \cos(2w - 2f_{\odot} - 2w_{\odot} - \Omega + \Omega_{\odot}) \right] \quad (2)
\end{aligned}$$

where :

$$\begin{aligned}
A &= \frac{1}{4}(1 + \cos I)(1 - \cos \epsilon) \\
B &= \frac{1}{4}(1 - \cos I)(1 + \cos \epsilon) \\
C &= \frac{1}{4}(1 + \cos I)(1 + \cos \epsilon) \\
D &= \frac{1}{4}(1 - \cos I)(1 - \cos \epsilon) \\
E &= \frac{1}{2} \sin I \sin \epsilon \\
P &= 1 + \frac{3}{2} e^2 \\
Z &= \frac{5}{2} e^2 \quad (3)
\end{aligned}$$

In Eq. 1 or in Eq. 2, n , J_2 , R_p are respectively: mean motion of the satellite, oblateness coefficient and equatorial radius of the planet. The meaning of k^2 , M , r , a , e , I , f , w , Ω are: gravitational constant, mass, satellite distance, semi-major axis, eccentricity, inclination, true anomaly, argument of the pericenter and

longitude of the node, respectively. The index \odot refers to the elements of the Sun and ϵ is the inclination of Sun's orbit referred to the equator. In both disturbing functions, terms of order three in the ratio R_p/r or r/r_{\odot} were neglected.

In Eq. 2, after writing f_{\odot} in terms of the mean longitude (λ_{\odot}) it is clear that the following resonant combinations: $\varpi - \lambda_{\odot}$, $\lambda_{\odot} + \Omega - 2\Omega_{\odot}$ and $2\lambda_{\odot} + \Omega - 3\Omega_{\odot}$ appear through the terms:

$$\begin{aligned}
& - \frac{3}{2} C^2 Z \cos(2w - 2f_{\odot} - 2w_{\odot} + 2\Omega - 2\Omega_{\odot}) \\
& - \frac{3}{2} ADP \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot} + 2\Omega - 2\Omega_{\odot}) \\
& - 3EP(A - D) \cos(2f_{\odot} + 2w_{\odot} + \Omega - \Omega_{\odot})
\end{aligned}$$

For a close satellite, we assume that in the beginning, eccentricity and inclination are both small. Therefore, these three resonant arguments are the most important to be selected among the all others listed in Eq.2. The first one is well known in the lunar theory and is called evection resonance (Touma & Wisdom 1998). It affects mostly the eccentricity while the second and third affects the inclination (Yokoyama 2002, Yokoyama 2004).

The frequencies associated to the argument of pericenter and to the longitude of the node are easily obtained from Eq.1:

$$\begin{aligned}
n_w &= \frac{3nJ_2R_p^2}{4a^2(1-e^2)^2} (5\cos^2 I - 1) \\
n_{\Omega} &= -\frac{3nJ_2R_p^2 \cos I}{2a^2(1-e^2)^2}
\end{aligned}$$

Since the migration is assumed smooth, basically the phenomenon consists in a radial motion of the Sun as our reference is placed on the host planet. In order to artificially simulate the outward or inward migration of the Sun, we integrate the cartesian equations adding for the Sun, a very simple drag force: $\mathbf{F}_d = K\mathbf{v}_{\odot}$ (Gomes 1997, Fleming & Hamilton 2000). This is the linear and simplest model to simulate the apparent migration of the Sun. K is a constant and its numerical value depends on each planet and of course, on the migration time τ and \mathbf{v}_{\odot} is the Sun's velocity (Gomes 1997).

As the Sun migrates, its mean motion $n_{\odot} = (k^2(M_{\odot} + M_p)/a_{\odot}^3)^{1/2}$ varies continuously, so that some resonant combinations involving n_w and n_{Ω} may occur.

From Eq.3 it is clear that the two inclination resonances $\lambda_{\odot} + \Omega_{\odot}$ (**I**₁) and $2\lambda_{\odot} + \Omega_{\odot}$ (**I**₂) become important only if ϵ is not so small. On the other hand, the evection resonance: $\varpi - \lambda_{\odot}$ (**E**) is important for small ϵ .

We start with resonance **I**₁, assuming that the eccentricity and inclination of the primordial satellites are small. Therefore **I**₁ occurs when $n_{\odot} + n_{\Omega} \approx 0$ for convenient values of the semi-major axes a_{\odot} and a . Whenever a resonance is encountered, some orbital parameters of the satellite can suffer significant changes, mainly in the case of capture (Yokoyama 2002). Capture in **I**₁ and **I**₂ is possible only if the planet is in a outward migration (Yokoyama 2004), that is, for increasing a_{\odot} while for evection, capture is possible only for decreasing a_{\odot} . If we assume that during the migration time, Uranus' semi-major axis has increased from ≈ 14.0 AU to 19.2 AU, a simple calculation from $n_{\odot} + n_{\Omega} = 0$ shows that satellites with semi-major axis in the interval [9.650 R_U , 11.057 R_U] could have been involved in **I**₁.

Table 1 gives the semi-major axis intervals where resonances **I**₁, **I**₂ and **E** could have occurred considering the possible intervals of migration as given in Gomes (1998). Since we assumed

Table 1. Semimajor axis intervals for \mathbf{I}_1 , \mathbf{I}_2 and \mathbf{E} resonances

Planets	$\lambda_\odot + \Omega$	$2\lambda_\odot + \Omega$	$\varpi - \lambda_\odot$
Uranus	9.650–11.057	7.916–9.071	9.650–11.057
Neptune	8.530–10.169	6.997–8.326	8.530–10.169
Saturn	7.797–8.107	6.396–6.642	7.797–8.107
Jupiter	6.693–6.801	5.491–5.579	6.693–6.801

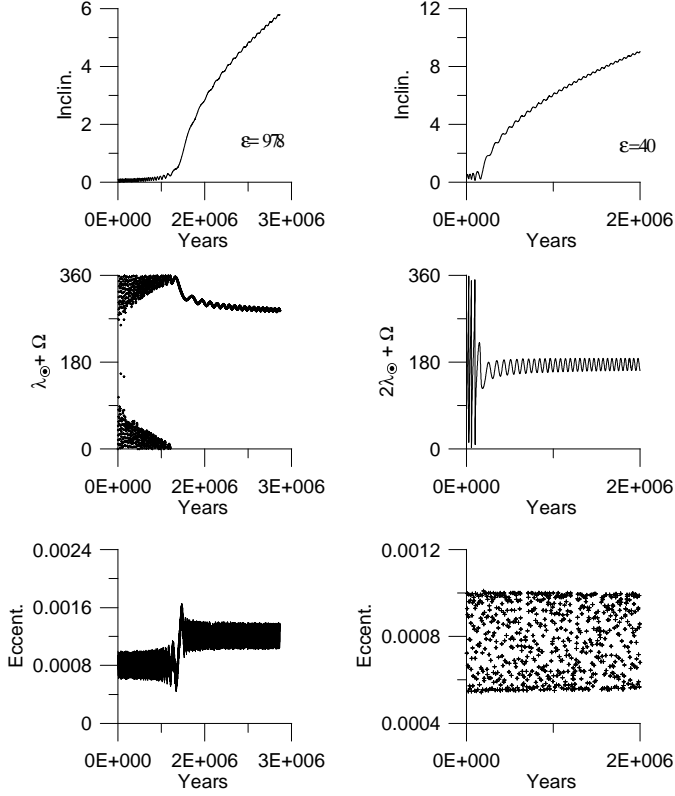


Fig. 1. Left column: capture of a clone of Umbriel in $\lambda_\odot + \Omega$ resonance with $\epsilon = 97.8^\circ$. The inclination increases (top), while critical angle librates around 270° (middle) and eccentricity also suffers a slight jump at the moment of the capture. Initial conditions: $a_\odot = 88820R_U$, $a = 10R_U$, $e = 0.001$, $I = 0.1^\circ$, $w = \Omega = l = 0^\circ$. Right column: similar to the previous but now in $2\lambda_\odot + \Omega$ resonance with $\epsilon = 40^\circ$. The inclination remains increasing (top), as long as critical angle librates around 180° (middle) and this time no abrupt variation in eccentricity occurs. Initial conditions: $a_\odot = 107550R_U$, $a = 8.9R_U$, $e = 0.001$, $I = 0.25^\circ$, $w = \Omega = l = 0^\circ$

circular and planar orbits, the second and last column are virtually equal. This means that passage through \mathbf{I}_1 and \mathbf{E} occurs almost simultaneously, so that changes in inclinations are always accompanied with changes in eccentricities.

The current semi-major axes of the inner satellites of the giant planets are the final result of many complex effects. Over the time, a non negligible effect is the tidal dissipation. In particular, the past Umbriel's semi-major axis, probably was smaller than the present value. A detailed discussion on the evolution of the Uranian satellites, involving passage through possible orbital resonances due to the tidal evolution is given in Tittmeyer & Wisdom (1988, 1989, 1990). In our work we do not consider tidal evolution since the problem we are considering, probably took place just after the satellites were formed, when the planets were still under the effect of the migration. We therefore prefer

to study these effects on the just-formed satellites assuming that this phenomenon occurred before the tidal evolution.

Now, it is interesting that among all current satellites, none, except Umbriel (whose present semi-major axis is $10.419R_U$), is inside the intervals given in Table 1.

That said, if this value of the semi-major axis were primordial, certainly Umbriel would have been captured in the $\lambda_\odot + \Omega_\odot$ resonance. While this is only a theoretical prediction based on our averaged system, $R_{J_2} + R_\odot$, (Yokoyama 2002, 2004), this result can now be fully tested through integration of the exact unaveraged equations. Then we integrated the complete cartesian equations of a clone of Umbriel, disturbed by the Uranus' oblateness and a migrating Sun according to dissipative force $\mathbf{F}_d = K\mathbf{v}_\odot$. Fig. 1, left column refers to a capture in \mathbf{I}_1 for the case of $\epsilon = 97.8^\circ$. As mentioned before, in the case of outward migration, capture in this resonance is almost certain, provided that ϵ is not so small. Actually, we did several simulations, including different initial semi-major axes (9.65, 9.8, 10.0, 10.419) and different initial semi-major axes of Uranus choosing again several values in the migration interval (14.0 AU to 19.2AU). Our experiments show that the captures occur quite easily provided $\epsilon > 90^\circ$ (this is justified due to the factor $(1 - \cos \epsilon)^2$ in the AD product). In the above figure, left column, we have a typical variation of the inclination and also the behaviour of the critical angle, which librates around 270° once capture occurs in \mathbf{I}_1 resonance. The bottom panel shows a slight jump in the eccentricity since \mathbf{I}_1 and \mathbf{E} resonances occurs almost simultaneously. Unless a quite efficient tidal mechanism is able to damp the inclination for the present migration model, it seems that we have to exclude any primordial satellite with semi-major axis in the interval ($9.650R_U$, $11.057R_U$) during the migration time, otherwise Umbriel would have been captured in \mathbf{I}_1 . For the adopted semi-major axes of Uranus, \mathbf{I}_2 resonance occurs in the interval: ($7.916R_U$, $9.071R_U$). Although today there is no Uranus' satellite in this region, we investigated some fictitious clones of Umbriel, considering the work of Canup & Ward (2006), where the location and masses of possible primordial Uranus' satellites are obtained according to their theory of satellites formation. These clones can be captured very easily, in $2\lambda_\odot + \Omega$, provided ϵ is larger than 40° . As shown in Fig. 1 (right), once captured, the inclination of the satellite increase to high values and this time the growth is more efficient than in \mathbf{I}_1 case.

An important point is the fact that tidal effect when acting on inclination, is very inefficient, that is, contrary to what is known when tide acts on semi-major axis or eccentricity, inclination is not easily lowered. Therefore, since all the current satellites of Uranus (except Miranda) are almost planar, these kind of captures must not have occurred. This implies some constraints either about primordial semi-major axis of Umbriel, or primordial obliquity of Uranus: the satellite could not have formed in the interval ($9.650R_U$, $11.057R_U$) if Uranus' ϵ were larger than 90° . For the \mathbf{I}_2 resonance, we obtain similar constraints with the same reasoning: no satellite could have existed in the interval ($7.916R_U$, $9.071R_U$), if ϵ were larger than 40° .

Up to now we have talked only on captures. Fig. 2 shows two passages through \mathbf{I}_1 without captures. Then we note that even in the case of unsuccessful capture, the inclination can be easily excited to values $\approx 1^\circ$. Several additional tests were performed for different ϵ and these values of inclinations were very common. We found only one case where the resulting inclination were $\approx 0.4^\circ$. All of them, usually exceeded the current inclination of Umbriel.

The origin of the large obliquity of Uranus' has been discussed since long time, stimulating the interest of many sci-

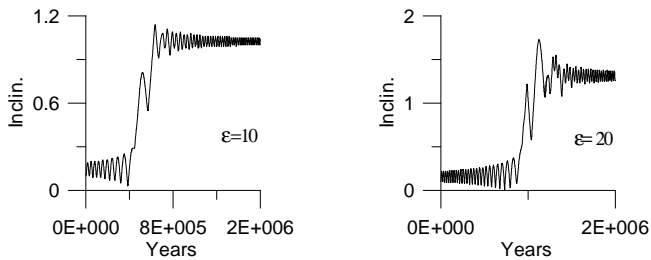


Fig. 2. Even in the case of unsuccessful capture, inclination can suffer significant increase. Left: passage through $\lambda_{\odot} + \Omega$ resonance. Initial conditions: $a_{\odot} = 88887R_U$, $a = 10R_U$, $e = 0.001$, $I = 0.1^{\circ}$, $w = \Omega = l = 0^{\circ}$ and $\epsilon = 10^{\circ}$. Right: similar to the previous case, with $\epsilon = 20^{\circ}$. Initial conditions: $a_{\odot} = 84737R_U$, $a = 9.8R_U$, $e = 0.001$, $I = 0.1^{\circ}$, $w = \Omega = l = 0^{\circ}$

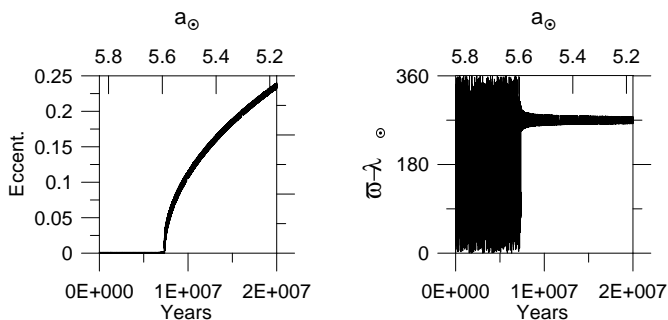


Fig. 3. Capture of a fictitious satellite of Jupiter in E resonance. Jupiter migrates smoothly inward. Left: Time variation of the eccentricity. The horizontal axis on the top, indicates the variation (AU) of Jupiter’s semi-major axis. Right: similar to left panel, but for resonant angle: $\varpi - \lambda_{\odot}$. Initial conditions: $a_{\odot} = 12207R_J$, $e_{\odot} = 0.04897$, $a = 6.9R_J$, $e = 0.001$, $I = 1^{\circ}$, $w = \Omega = l = 0^{\circ}$ and $\epsilon = 3.13^{\circ}$.

entists. Recently Morbidelli et al (2011b) proposed a new theory for the origin of Uranus’ ϵ involving also current family of regular satellites. Of course, the I_1 and I_2 capture scenarios we have described above, does not consider this recent theory about Uranus’s obliquity and its family of regular satellites. All the calculations were done with fixed $\epsilon = 97.8^{\circ}$.

For evection resonance, it is easy to conclude (Yokoyama 2004) that capture is possible only for decreasing semi-major axis of the planet. In the original Nice model, Jupiter’s semi-major axis decreases from 5.4 AU to 5.2 AU, then a simple calculation from $n_w + n_{\Omega} = n_{\odot}$ shows that only satellites with semi-major axis in the interval $[6.693R_J, 6.801R_J]$ can be captured in the evection resonance. This resonance is very efficient, so that depending on the duration and length of the inward migration of Jupiter, captures can cause significant increase of the eccentricity. Again, if smooth decreasing of Jupiter’s semi-major axis is assumed (Fleming & Hamilton, 2000), we obtain Fig. 3. It shows a typical evolution in E resonance, for one possible primordial satellite of Jupiter (Canup & Ward, 2006). This increase in eccentricity may involve other members of the family of regular satellites. Note in Fig. 3 that the migration were evolved very slowly ($\approx 2 \times 10^7$ years). In modern migrational theory we know that migration of Jupiter should be completely different than as thought before, (see “tack scenario” in Walsh et al, 2011, Morbidelli, 2011a). For instance, just accelerating the previous variation of semi-major to occur in about 2×10^5 years,

the capture is completely ignored and the satellite remains quite stable, while almost no change occurs in its eccentricity.

Therefore, the resonance shown in Fig. 3 just illustrates some of the consequences if smooth migration is adopted. This kind of capture should cause unexpected instabilities in the whole set of the regular satellites.

3. Conclusion

We showed that smooth radial variation of the planets, as thought in the last decade, may not be valid templates for planetary migration. Slow and smooth variation of the semi-major axis of the planets can generate resonances involving the elements of the satellite (ϖ or Ω) and the mean motion of the Sun. Modern migrational theory shows that the variation of the radial distances cannot occur smoothly, on the contrary, they occur abruptly, in a very short time, so that undesirable captures in resonances can be avoided.

Acknowledgements. This work was supported by FAPESP and CNPQ.

References

- Brasser R., Morbidelli A., Gomes R., Tsiganis K., Levison F. H. 2009, Constructing the secular architecture of the solar system II: The terrestrial planets, *A & A*, v. 134, 1790-1798.
- Canup R.M. & Ward W., 2006, A Common Mass Scaling For satellite Systems of Gaseous Planets, *Nature*, v. 441, 834-839.
- Callegari Jr N. & Yokoyama T., 2008, Dynamics of Enceladus and Dione inside the 2:1 mean-motion resonance under tidal dissipation, *Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy*, V.102, 273-296.
- Carruba V., Nesvorný D., Burns J. A., Čuk M. & Tsiganis K., 2004, Chaos and the effects of planetary migration on the orbit of S/2000 S5 Kiviuk, *A & J*, v. 128 1899-1915.
- R. Deienno, T. Yokoyama, E. C. Nogueira, N. Callegari Jr, M.T.Santos 2011, Some effects of the planetary migration on some primordial satelletes of the outer planets. I Uranus’ case, *A & A*, v. 536, A57, DOI: <http://dx.doi.org/10.1051/0004-6361/201014862>
- Ferraz-Mello S., Rodriguez, A. C. & Hussmann H., 2008, Tidal friction in close-in satellites and exoplanets: The Darwin theory re-visited, *Celestial Mechanics & Dynamical Astronomy*, v. 101, Issue 1-2, 171-201.
- Fleming H. J. & Hamilton D. P., 2000, On the origin of the Trojan asteroids: effects of Jupiter’s massa accretion and radial migration, *Icarus*, v.148,479-493.
- Gomes R. S., 1997, Dynamical Effects of planetary migration on the primordial asteroid belt, *A & J* v.114, 396-401.
- Gomes R. S.,1998, Dynamical Effects of planetary migration on the primordial Trojan-type asteroids, *A & J* v.116, 2590-2597.
- Gomes R. S., Tsiganis K., Morbidelli, & Levinson H.F., 2005, Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets, *Nature*, v.435, 466-469.
- Hahn J. M. & Malhotra R., 1999, Orbital evolution of planets embedded in a planetesimal disk, *A \$ J*, v.117, 3041-3052.
- Malhotra R., 1993, The origin of Pluto’s peculiar orbit , *Nature*, v.365, 819-821.
- Malhotra R.,1995, The origin of Pluto’s orbit: implications for the solar system beyond Neptune, *A & J*,v.110, 420-429.
- Morbidelli A., Tsiganis K., Crida A., Levison F. H., Gomes R. 2007, Dynamics of the giant planets of the solar system in the gaseous protoplanetary disk and their relationship to the current orbital architecture *A & J*, v. 134, 1790-1798.
- Morbidelli A., Brasser R.,Tsiganis K., Gomes R, Levison F. H. 2009, Constructing the secular architecture of the solar system I: The giant planets, *A & A*, v. 134, 1790-1798.
- Morbidelli A.,ArXiv: 1106.4114 V1, astro.PH 21 Jun. 2011a, Dynamical Evolution of Planetary System.
- Morbidelli A., Tsiganis K., Batygin K., Gomes R., Crida A. 2011b, Explaining why the satellites of Uranus have equatorial prograde orbits despite of the large planets obliquity EPSC Abstracts V.6, EPSC-DPS2011-54, 2011b.
- Tittemore W.C. & Wisdom J., 1988, Tital evolution of the Uranian Satellites I, *Icarus*, v. 74, 172-230.
- Tittemore W.C. & Wisdom J., 1989, Tital evolution of the Uranian Satellites II, *Icarus*, v. 78, 63-89.

- Tittemore W.C. & Wisdom J., 1990, Tidal evolution of the Uranian Satellites III, *Icarus*, v. 85, 394-443.
- Touma J. & Wisdom J., 1998, Resonances in the early evolution of the Earth-Moon system, *A & J*, v. 115, 1653-1663.
- Tsiganis K., Gomes R., Morbidelli, & Levinson H.F., 2005, Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system, *Nature*, v.435, 459-461.
- Yokoyama T., 2002, Dynamics of fictitious satellites of Venus and Mars, *Planetary and Space Science*, v. 50, 63-77.
- Yokoyama T., 2002, Possible effects of secular resonances in Phobos and Triton, *Planetary and Space Science*, v. 50, 63-77.
- Yokoyama T., Santos M.T., Cardin G., Winter O.C., On the orbits of the outer satellites of Jupiter, *Astronomy and Astrophysics*, v.401, 763-772.
- Yokoyama T., Deienno R., Nogueira E.C., 2008, Perturbations on regular satellites as consequences of the planetary migration, 40th DPS Meeting, Program Update, Ithaca, New York, USA.
- Yokoyama T., Mana M. R.M., Nascimento C., Santos M. T., Callegari Jr N., 2004, On the dynamics of some resonances of Phobos in the future, *A & A*, v.429, 731-738.
- Walsh K., Morbidelli A., Raymond S. N., O'Brien D. P. & Mandell A. M., 2011, A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration, *Nature*, v.475, 206-209.

Excitation of the Orbital Inclination of Iapetus during Planetary Encounters

David Nesvorný¹, David Vokrouhlický^{1,2}, Rogério Deienno^{1,3}

and

Kevin J. Walsh¹

(1) *Department of Space Studies, Southwest Research Institute, 1050 Walnut St.,
Suite 300, Boulder, CO 80302, USA*

(2) *Institute of Astronomy, Charles University, V Holešovičkách 2,
180 00 Prague 8, Czech Republic*

(3) *Division of Space Mechanics and Control, National Institute of Space Research,
São José dos Campos, SP 12227-010, Brazil*

ABSTRACT

Saturn's moon Iapetus has an orbit in a transition region where the Laplace surface is bending from the equator to the orbital plane of Saturn. The orbital inclination of Iapetus to the local Laplace plane is $\simeq 8^\circ$, which is unexpected, because the inclination should be $\simeq 0$ if Iapetus formed from a circumplanetary disk on the Laplace surface. It thus appears that some process has pumped up Iapetus's inclination while leaving its eccentricity near zero ($e \simeq 0.03$ at present). Here we examined the possibility that Iapetus's inclination was excited during the early solar system instability when encounters between Saturn and ice giants occurred. We found that the dynamical effects of planetary encounters on Iapetus's orbit sensitively depend on the distance of the few closest encounters. In four out of ten instability cases studied here, the orbital perturbations were too large to be plausible. In one case, Iapetus's orbit was practically unneffected. In the remaining five cases, the perturbations of Iapetus's inclination were adequate to explain its present value. In three of these cases, however, Iapetus's eccentricity was excited to $>0.1-0.25$, and it is not clear whether it could have been dumped to its present value ($\simeq 0.03$) by some subsequent process (e.g., tides or dynamical friction from captured irregular satellites do not seem to be strong enough). Our results therefore imply that only 2 out of 10 instability cases ($\sim 20\%$) can excite Iapetus's inclination to its present value while leaving its orbital eccentricity low.

1. Introduction

The moons of giant planets in the solar system can be divided into several categories. The *regular* moons are large, roughly spherical satellites on nearly circular orbits that are aligned with the host planet’s equator. They are thought to have formed by complex accretion processes in the circumplanetary disk (Canup & Ward 2002, Mosqueira & Estrada 2003). The *irregular* moons are smaller, irregularly shaped satellites with large, eccentric, inclined, and often retrograde orbits. They are thought to have been captured from heliocentric orbits (e.g., Nesvorný et al. 2007). In addition, there are the ring moons, Neptune’s Triton, etc., which are not the main focus here.

Saturn’s moon Iapetus has a special status. Its physical properties, including the large size (diameter $D \simeq 735$ km), nearly spherical figure and synchronous rotation, are characteristic of a regular moon. Its orbit, however, is unusual in that it is transitional between those of the regular and irregular satellites.

The regular moons, on one hand, have their orbital precession controlled by the quadrupole potential of the host planet’s equatorial bulge, and by their mutual interaction. The irregular moons, instead, have their orbital precession driven by solar gravity. The transition between these two regimes occurs near the Laplace radius, r_L , defined as:

$$r_L^5 = J_2' R_p^2 a_p^3 (1 - e_p^2)^{3/2} \frac{M_p}{M_\odot}, \quad (1)$$

where M_p , R_p , a_p and e_p are planet’s mass, physical radius, semimajor axis and eccentricity, M_\odot is the solar mass, and

$$J_2' R_p^2 = J_2 R_p^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n a_i^2 \frac{m_i}{M_p}. \quad (2)$$

Here, J_2 is the quadrupole coefficient, m_i and a_i are the mass and semimajor axis of a satellite, and index i goes over n inner satellites.

For Saturn, $J_2 \simeq 0.0163$, and for Iapetus, $J_2' = 0.065$, mainly contributed by Titan. With the semimajor axis $a = 59 R_p$, Iapetus is therefore just outside the Laplace radius, $r_L \simeq 48 R_p$. None of other regular or irregular satellites is as close to the Laplace radius. The regular satellites have $a \ll r_L$, and their nodal precession is roughly uniform with respect to the planet’s equator. The irregular satellites have $a \gg r_L$ and their nodal precession is roughly uniform with respect to the orbital plane of their host planet.

In the transition region, $a \sim r_L$, the uniform precession occurs with respect to a surface, known as the *Laplace surface*, that is intermediate between the equatorial and orbital planes. The angle between the planetary spin axis and the normal to the Laplace surface, ϕ , is defined

as

$$\tan 2\phi = \frac{\sin 2\theta}{\cos 2\theta + 2r_L^5/a^5}, \quad (3)$$

where θ is the host planet obliquity (Tremaine et al. 2009).¹ For Saturn’s present obliquity, $\theta_S = 26.7^\circ$, and the orbital distance of Iapetus, this gives $\phi \simeq 15^\circ$, roughly half way between the equatorial and orbital planes.

The mean orbital eccentricity of Iapetus is $\simeq 0.03$ and the mean inclination to the Laplace surface is $\simeq 8^\circ$ (Figure 1). If it formed from a circumplanetary disk, one would expect Iapetus to have zero eccentricity and inclination relative to this surface. It thus appears that some process has pumped up Iapetus’s inclination while leaving its eccentricity near zero.

Ward (1981) pointed out that the shape of the Laplace surface is affected by the mass of the circumplanetary disk, and suggested that the current orbit of Iapetus reflects its shape before the disk dispersed. However, this scenario requires a fast dispersal of the disk in $\sim 10^3$ yr. If the dispersal were slower, the inclination relative to the Laplace surface would behave as an adiabatic invariant and would thus remain near zero.

The excitation of Iapetus’s inclination could have instead occurred when Saturn obtained its substantial obliquity. For this to work the obliquity would need to be tilted on a timescale comparable to Iapetus’s nodal precession period (currently $P_\Omega \simeq 3440$ yr). Unfortunately, all processes proposed thus far to explain Saturn’s obliquity act too fast (Tremaine 1991) or too slow (Hamilton & Ward 2004, Ward & Hamilton 2004) for this to be plausible.

Here we study the possibility that Iapetus’s inclination was pumped up during the (hypothesized) dynamical instability in the outer solar system when scattering encounters of Saturn with ice giants happened (Tsiganis et al. 2005). Our model for dynamical perturbations of the satellite orbits in realistic instability simulations is explained in Section 2. The results are discussed in Section 3. In Section 4 we study the subsequent evolution of Iapetus’s orbit to the present epoch. Section 5 concludes this paper.

2. Model for Dynamical Perturbations of Iapetus’s Orbit during Planetary Encounters

Several properties of the Solar System, including the wide radial spacing and orbital eccentricities of the giant planets, can be explained if the early Solar System evolved through a dynamical instability followed by migration of planets in the planetesimal disk (Malhotra

¹Note that Eqs. (22) and (23) in Tremaine et al. (2009) have typos.

1993, Thommes et al. 1999, Tsiganis et al. 2005). Recently, we developed the latest generation of instability/migration models (Nesvorný & Morbidelli 2012; hereafter NM12), whose initial conditions were tightly linked to our expectations for planet formation in the protoplanetary nebula. We recently used these models to study the orbital behavior of the terrestrial planets during the instability (Brasser et al. 2013), capture of Jupiter Trojans and irregular satellites (Nesvorný et al. 2013, 2014), and survival of the Galilean satellites at Jupiter (Deienno et al. 2014).

Here we work with ten cases taken from NM12. Cases 1, 2 and 3 were illustrated in Nesvorný et al. (2013, their Figures 1-4). Figure 2 shows the evolution of planets in Case 4. Table 1 lists the main properties of these simulations. Note that these cases were selected solely based on their success in reproducing the orbital properties of the solar system planets (see NM12). We therefore did not have any a priori knowledge of what consequences to expect in these cases for the satellite orbits.

In all cases considered here, the Solar System was assumed to have five giant planets initially (Jupiter, Saturn and three ice giants). This is because NM12 showed that having five planets initially is a convenient way to satisfy constraints. The third ice giant with the mass comparable to that of Uranus or Neptune is ejected into interstellar space during the instability (see also Nesvorný 2011, Batygin et al. 2012). A shared property of the selected runs is that Saturn undergoes a series of encounters with the ejected ice giant.

For each planetary encounter (in all selected cases) we recorded the position and velocity vectors of all planets. Only encounters with $d < R_{H,1} + R_{H,2}$, where d is the distance of planets during the encounter, and $R_{H,1}$ and $R_{H,2}$ are their Hill radii, were considered. The number of these encounters for Saturn is shown in Table 1. In Cases 6 and 10, Saturn had the lowest (14) and highest (64) number of encounters, respectively. To determine the effect of these encounters on Iapetus, we used the recorded states and performed a second set of integrations where Iapetus and Titan were included. This was done as follows.

First, planets were integrated backward in time from the first encounter recorded in the previous integration. This new integration was stopped when $d > 3$ AU. At this point, Titan and Iapetus were inserted in the integration. We assumed that the initial orbits of both satellites were perfectly circular and on the Laplace surface. The semimajor axes were set to their current values ($a_T = 20.25 R_S$ and $a_I = 59.02 R_S$).² Saturn’s oblateness and

²The original orbits of Titan and Iapetus before the instability are unknown. Ideally, we would like to start with the initial semimajor axis values that lead, after a period of scattering encounters, to the present ones. This is unfortunately difficult to assure in our forward modeling. This approximation, however, should not be a big deal in the cases where the semimajor axis changes by less than $\sim 10\%$ during scattering encounters,

gravity of the inner moons up to Enceladus were included in the forward simulation via the effective quadrupole term J_2' (Eq. 2). The orbits of planets and satellites were propagated forward in time, through the encounter, and up to the point when $d > 3$ AU again. We used the Bulirsch-Stoer integrator with a step $h = 0.16$ days, which is roughly 1/100 of Titan’s orbital period.

Once this part was over, we removed the ice giant that participated in the encounter (to avoid any additional encounters during the interim period), and continued integrating the orbits of planets and satellites toward the next encounter. Ideally, we would like to smoothly join this integration with that corresponding to the next encounter. This is, unfortunately, impossible with our current setup that ignores the gravitational effects of planetesimals (while planetesimals were included in the original simulations). Therefore, even if we integrated the planetary orbits all the way to the next encounter, the position and velocity vectors at that time would not be the same as the ones in the original simulation.

As a compromise, we opted to respect the recorded time interval to the next encounter, δt , if $\delta t < 3500$ yr, or integrate to $t = 3500-7000$ yr if $\delta t > 3500$ yr. The integration time cutoff was implemented to economize the CPU time. This should be correct as long as the timing of encounters is uncorrelated with the orbital phase of the two satellites, which should be a reasonable assumption. The integration was terminated randomly between $t = 3500$ and 7000 yr to assure that the timing of the next encounter was uncorrelated with the phase of Iapetus’s nodal recession.

The orbits of satellites at the end of each integration were used as the initial orbits for the next encounter. To minimize possible discontinuities at this transition we preserved the osculating values of angles $\Omega_I - \Omega_T$ and $\Omega_I - \Omega_S$, where Ω_T and Ω_I are nodal longitudes of the two satellites with respect to the local Laplace planes, and Ω_S is Saturn’s nodal longitude with respect to the invariant plane of the outer solar system. Angle $\Omega_I - \Omega_T$ remained unchanged because we maintained the orientation of orbits of Titan and Iapetus with respect to Saturn’s orbital plane. Angle $\Omega_I - \Omega_S$ was preserved by applying a rotation on the position and velocity vectors of planets before each encounter. This procedure assured that the secular evolution of i_T and i_I did not suffer any artificial discontinuities during transitions from one encounter to another.

Saturn’s obliquity at the time of planetary encounters is unknown and we therefore treated it as an unknown parameter in our model. In each of the ten selected cases, we performed two sets of simulations with Saturn’s obliquity $\theta_S = 0$ and $\theta_S = 26.7^\circ$. In the later case, it is assumed that Saturn’s obliquity was excited *before* the instability (Ward &

because the results obtained with slightly different initial semimajor axis values are expected to be similar.

Hamilton 2004, Hamilton & Ward 2004). In the former case, it is assumed that Saturn’s equator was aligned with the orbital plane at the onset of the instability. This is plausible, because it has been suggested that Saturn’s current obliquity was excited by a secular spin-orbit resonance *after* the instability (Boué et al. 2009). It is also possible that Saturn’s obliquity had a value intermediate between these two extremes. We do not study these intermediate values here, because it turns out that satisfactory results can be obtained for both $\theta_S = 0$ and $\theta_S = 26.7^\circ$ (Section 4). We therefore do not have a good motivation to investigate the intermediate values.

For each case and obliquity value, we performed 1000 integrations where the initial orbital phase of satellites and the initial azimuthal orientation of Saturn’s pole was chosen at random. These integrations should be considered statistically equivalent, because the orbital and precessional phases at the onset of instability are unknown. Saturn’s spin vector was assumed to be fixed in inertial space, which should be a reasonable approximation, because the stage of encounters typically lasts $\sim 10^5$ yr, while the precession period of Saturn’s spin axis is much longer ($\simeq 1.8 \times 10^6$ yr at present). Also, note that planetary encounters themselves cannot substantially change the orientation of Saturn’s spin axis (Lee et al. 2007).

3. Results of Scattering Simulations

While the global orbital evolution of the planets was similar in the ten selected cases, the history of Saturn’s encounters with an ice giant varied from case to case. These differences are important for perturbations of Iapetus’s orbit and is why different cases were considered in the first place. The statistics of encounters is reported in Table 1. There are between 14 (Case 6) and 64 (Case 10) recorded encounters in each case, a small fraction of which shows a minimal distance $d < 0.1$ AU (column 5 in Table 1). These very close encounters are obviously the most important for the regular satellites. The closest encounter of all occurred in Case 6 ($d = 0.003$ AU). On the other hand, the closest encounter in Case 1 had $d = 0.201$ AU. For reference, the semimajor axes of Titan and Iapetus are 0.0081 AU and 0.024 AU, respectively.

Cases 2, 6 and 10 had at least five encounters with $d < 0.1$ AU, while Case 5 had the closest encounter with $d = 0.007$ AU. These cases generated very large perturbations of orbits of Iapetus and Titan. In most trials, Iapetus was ejected onto a heliocentric orbit. In those in which the orbit remained bound, the eccentricity and inclination ended up implausibly large. In addition, perturbations of Titan’s orbit often produced a very large inclination that, again, cannot be reconciled with the present orbit (because there is no obvious means

to damp Titan’s inclination back down; Section 3). We therefore believe that these cases are implausible.

This is interesting because it shows that Saturn’s regular satellites pose important constraints on the instability calculations. Deienno et al. (2014) used Cases 1, 2 and 3 from NM12 discussed here and considered constraints from the Galilean satellites of Jupiter. They found Case 2 implausible, because perturbations of the orbits of the Galilean satellites were clearly excessive. This finding correlates with the constraints from the Saturnian satellites considered here, which also allow us to rule out Case 2.

Table 2 shows the orbital elements of Titan and Iapetus after the last planetary encounter in Cases 1, 3, 4, 7, 8 and 9. The range of the results is broad, starting from relatively small perturbations such as those in Case 7, where Iapetus inclinations ended up being $2^\circ < i_1 < 3^\circ$ on average. Only $\simeq 10\%$ of trials in this case exceeded 5° . We therefore find that dynamical perturbations in Case 7 are not large enough to explain Iapetus’s present inclination. This would imply that Iapetus would need to have a significant inclination before the stage of encounters.

Cases 1, 3, 4, 8 and 9 appear to be more interesting. We now discuss these cases in detail. In general, the results show a dependence on the obliquity value of Saturn. In Case 1, for example, Iapetus’s orbit reached inclination $i_1 = 3.2_{-1.7}^{+2.0}$ deg for $\theta_S = 0$, while $i_1 = 4.0_{-2.0}^{+2.6}$ deg for $\theta_S = 26.7^\circ$. This trend of increasing i_1 with increasing θ_S is expected because of the following arguments. With $\theta_S = 0$ the main source of the inclination excitation is the direct torque of the ice giant on the satellite orbit. If θ_S is non-zero, however, the inclination with respect to the Laplace surface can be changed by several additional effects.

These additional effects are *indirect* in that they do not change the orientation of the satellite orbital plane in the inertial reference frame. Instead, they affect the tilt of the reference Laplace surface. A change of the semimajor axis of a satellite, for example, implies a change of ϕ according to Eq. (3). If the semimajor axis immediately changed back during the next planetary encounter, the original orbital inclination would be recovered. If, instead, the next encounter happens only after a significant fraction of the nodal period, satellite’s orbital plane has time to recess around the Laplace surface, and the original inclination is not recovered.

Both these cases occur in reality as there are typically a few dozens of encounters spread over $\sim 10^5$ yr (while $tP_\Omega = 3440$ yr). Therefore, as the semimajor axis changes as a result of encounters, the inclination will random walk with respect to the Laplace surface. This effect adds to that produced on the satellite orbit by the direct torque. Additional changes of satellite’s orbital inclination relative to the Laplace surface are produced as *Saturn’s* orbit

is modified by scattering encounters with ice giants. They are a consequence of changes of Saturn’s orbital inclination and the dependence of ϕ on Saturn’s semimajor axis in Eq. (1). For example, $\phi \simeq 20^\circ$ at $59 R_S$ for Saturn’s initial semimajor axis $a_S \simeq 7.8$ AU (Figure 2), while $\phi \simeq 15^\circ$ at the present with $a_S \simeq 9.55$ AU/

Figure 3 shows the final distribution of orbital elements of Iapetus and Titan obtained in Case 1 and $\theta_S = 26.7^\circ$. This result is encouraging for several different reasons. First, the final $i_I > 5^\circ$ in about 30% of all trials. The probability that Iapetus obtained its present orbital inclination ($\simeq 8^\circ$) is therefore significant. Second, Titan’s inclination to the Laplace surface was excited to values between 0.1° and 0.6° , with the distribution peaking at $\simeq 0.4^\circ$. This is consistent with the present inclination of Titan ($\simeq 0.34^\circ$ mean). Third, the orbital eccentricity of Iapetus remained low. There is thus no need in this case for invoking tides or other effects to bring the eccentricity down.

Figure 4 shows the orbital elements of satellites at the end of each encounter in one trial integration in Case 1. This trial was selected and is shown here because it leads to the final values of the orbital elements that are fully consistent with the present orbits of Titan and Iapetus. The semimajor axis values remained nearly unchanged, eccentricities remained small,³ and inclinations reached the required values. Many trial integrations in Case 1 shows a similar result.

The results in Case 1 and $\theta_S = 0$ are less ideal, because only $<15\%$ of trials lead to $i_I > 5^\circ$. This is a consequence of the general dependence of the results on Saturn’s obliquity discussed above. We conclude that a significant initial obliquity of Saturn before the stage of planetary encounters helps to obtain better results in Case 1. Very similar results were obtained in Case 3. We therefore do not explicitly discuss Case 3 here.

Case 4 tells a different story. In this case, the closest encounter occurred at a distance $d = 0.033$ AU, which is only $\simeq 1.3$ times the semimajor axis of Iapetus. This encounter itself generated larger perturbation of satellite orbits than all encounters in Cases 1 and 3. Iapetus’s inclination ended up being $6.5_{-3.3}^{+2.9}$ deg for $\theta_S = 0$ (Figure 5) and $6.9_{-2.7}^{+3.8}$ deg for $\theta_S = 26.7^\circ$. Both these results match the present inclination of Iapetus comfortably within 1σ .

Interestingly, Titan’s inclination was excited to $0.458_{-0.041}^{+0.048}$ deg for $\theta_S = 0$ and to $1.53_{-0.25}^{+0.43}$ deg for $\theta_S = 26.7^\circ$. So, based solely on this result, low Saturn’s obliquity would be preferred in Case 4, because Titan’s inclination ends up matching its present value better with $\theta_S = 0$

³This would imply that the present orbital eccentricities $\simeq 0.03$ of Titan and Iapetus were produced by a different process that probably pre-dates the time of planetary instability.

than when the obliquity is large. This is opposite to what we have found for Cases 1 and 3 (see above).

In addition, unlike in Cases 1 and 3, the eccentricity of Iapetus became significantly excited in Case 4 (to $0.151_{-0.069}^{+0.069}$ for $\theta_S = 0$ and to $0.129_{-0.059}^{+0.073}$ for $\theta_S = 26.7^\circ$). This case would thus require significant eccentricity damping in times after the planetary instability (Section 4). Figure 6 illustrates the orbital elements of Iapetus and Titan in one trial integration in Case 4.

Cases 8 and 9 bear similarities to Case 4 (Table 2). Both these cases generated the required excitation of Iapetus’s inclination, but led to significant eccentricity that would need to be damped after the epoch of planetary encounters. Titan’s inclination obtained in these simulations was roughly correct, perhaps only a bit larger than what we would ideally like (column 5 in Table 2). Titan’s eccentricity remained essentially unchanged.

These results should be seen in positive light. We were only able to consider ten instability cases thus far. Our resolution of the initial conditions leading to the instability and planetary encounters is therefore grainy. Given the sensitivity of these results to the detailed history of planetary encounters, we then find it quite possible that our tests are somewhat inadequate to get everything right. A more thorough investigation of parameter space will need a massive use of CPUs or a different approach (Vokrouhlický et al., in preparation).

4. Subsequent Orbital Evolution of Iapetus from after the Instability to the Present Epoch

It is hypothesized that planetary instability occurred $\simeq 4$ Gyr ago (e.g., Gomes et al. 2005). Here we studied several dynamical processes that may have altered Iapetus’s orbit during gigayears after the instability. We looked into several mechanisms: (1) dynamical effects of flybys of 100-km class planetesimals, (2) dynamical friction from captured irregular satellites and their debris, and (3) tides. Our tests showed that the effects of (1) are completely negligible. Mechanism (2) would be effective in damping Iapetus’s eccentricity only if the mass captured in (or evolved to) the neighborhood of Iapetus’s orbit were $> 0.1 M_{\text{Iapetus}}$, where $M_{\text{Iapetus}} = 1.8 \times 10^{21}$ kg. For comparison, the mass of the original population of irregular satellites captured at Saturn is estimated to be $\sim 10^{18}$ kg (Nesvorný et al. 2014), more than two orders of magnitude lower than needed.

To study (3), we adopted a model for tides developed in Mignard (1979, 1980), where the tidal accelerations of satellites are given as functions of the planetocentric Cartesian coordinates (Eqs. (1) and (2) in Lainey et al. 2012). The tidal evolution of satellite’s

orbit was studied by direct numerical integrations of orbits with a symplectic N -body code known as `swift_rmvs3` (Levison & Duncan 1994) that we modified to include Mignard’s tidal acceleration terms. The satellite rotation was assumed to be synchronous.⁴ The dissipation effects were parametrized by the standard tidal parameter $Q' = Q/k_2$, where k_2 is the quadrupole Love number and Q is the quality factor (assumed constant here). As for Saturn, previous theoretical work indicated Q' values at least of the order of 10^4 (e.g., Peale et al. 1980, Zhang & Nimmo 2009), but Lainey et al. (2012) recently suggested from the astrometric modeling of Cassini’s observations that $Q' \simeq 4350$ (with about 30% uncertainty). We use this later value but point out that our main conclusions (related to the eccentricity of Iapetus) are essentially independent of Saturn’s Q' .

Instead, the strength of tidal damping of the eccentricity of Iapetus sensitively depends, via the secular orbital coupling of Iapetus to other moons,⁵ on the dissipation of tidal energy in Titan and the inner satellites. We find that it is problematic to quantify this process, because Q' values of Saturn’s satellites are poorly known. We therefore performed several numerical integrations with widely ranging values of Q' . All satellites between Mimas and Iapetus were included.

The principal result of these integrations is that the secular coupling of Iapetus to Titan and the inner moons, and the tidal dissipation in Titan and the inner moons, would potentially be capable of reducing Iapetus’s eccentricity only if $Q' \lesssim 20$ (Figure 7). This low value of Q' , however, appears to be implausible. For example, dynamical constraints suggest that $Q' \simeq 10^3$ - 10^4 for Enceladus and Dione (Zhang & Nimmo 2009). For Titan, theory indicates that the strength of tidal dissipation should sensitively depend on its interior structure (e.g., Sohl et al. 1995), but is unlikely as low as needed here. Measurements elsewhere in the solar system suggest $Q' \simeq 70$ for Io (Lainey et al. 2009) and $Q' \simeq 1200$ for the Moon (Khan et al. 2004).

In summary, we find that if the orbital eccentricity of Iapetus would have become excited during planetary encounters, it would probably stay high to the present epoch. This result has important implications for the interpretation of our scattering experiments (Section 3),

⁴To implement the synchronous rotation in the code we adopted the following approximation (V. Lainey, personal communication). For tides raised on a satellite, we only included the radial component of the acceleration. This component does not depend on satellite’s rotation rate, and is therefore independent of the detailed assumptions about synchronicity. We then multiplied the magnitude of this component by 7/3 to account for the effects of the longitudinal component of the tidal acceleration. This is because in the limit of small eccentricities, which is applicable here, the orbital energy dissipated by radial flexing of the satellite is 3/4 of that dissipated by satellite’s librations (e.g., Murray & Dermott 1999, Chapter 4).

⁵Iapetus itself is too far from Saturn for direct tides to be important for Iapetus’s orbital evolution.

because it shows that only 3 out of 10 instability cases considered here (numbers 1, 3 and 7 in Table 2) appear to be plausible based on Iapetus’s eccentricity constraint. We also find that Titan’s and Iapetus’s orbital inclinations, if excited by planetary encounters, would remain essentially unchanged during the subsequent tidal evolution. Titan’s inclination (current mean $i_T = 0.34^\circ$) does not appear to be a problem because it stays low during the scattering phase in all three cases mentioned above. While Case 7 would require that Iapetus’s inclination was excited already before the scattering phase, Cases 1 and 3 are capable of generating Iapetus’s inclination during the scattering phase (Figure 4).

5. Conclusions

The orbital inclination of Iapetus is a long standing problem in planetary science. The inclination should be $\simeq 0$ if Iapetus formed from a circumplanetary disk on the Laplace surface, but it presently is $\simeq 8^\circ$. Here we investigated the possibility that Iapetus attained its significant orbital inclination during a hypothesized instability in the outer solar system when Saturn had close encounters with an ice giant. We found that roughly 50% of instability cases that satisfy other constraints (see NM12) are capable of exciting Iapetus’s (and Titans’s) inclination to the present value. For most of these cases to be plausible, however, some dissipation mechanism is required to damp the orbital eccentricity of Iapetus that is typically excited by encounters to > 0.1 . In only 2 out of 10 instability cases studied here, the eccentricity of Iapetus remained low while the orbital inclination of Iapetus was significantly excited (such that $i_I > 5^\circ$ in at least 30% of trials; Cases 1 and 3). These different outcomes depend on the number and minimum distance of the encounters, and on their geometry.

One of our main motivations for this study was the question of whether it is possible to have a history of encounters between Saturn and an ice giant that leads to capture of the irregular satellites at Saturn via the mechanism described in Nesvorný et al. (2007) *and* to satisfy constraints from Saturn’s regular satellites. Here we demonstrated that it is indeed possible to satisfy these constraints simultaneously (e.g., in Cases 1 and 3; see Nesvorný et al. (2014) for irregular satellite capture in these cases). Moreover, we found that the orbital perturbation of the regular satellites mainly results from a few closest encounters. The results are therefore expected to be highly variable. As a rough criterion, we find that the closest encounter of the ice giant to Saturn cannot be closer than 0.05 AU or about 2 times the semimajor axis of Iapetus (or 0.02 AU if the eccentricity constraint is relaxed). Capture of irregular satellites, on the other hand, mainly depends on the bulk of distant encounters, and is expected to occur generically. The regular and irregular satellites thus represent somewhat different constraints.

Our final remark is related to the orbital perturbations of regular satellites at Jupiter, Uranus and Neptune. Deienno et al. (2014) already demonstrated that the orbits of the Galilean satellites remain unchanged in Case 3 studied here, while they suffer implausibly large excitations in Case 2. Also, according to Deienno et al., from the perspective of the Galilean satellites, the Case 1 is intermediate between Cases 2 and 3. Our tests for Jupiter, using the same methodology as described for Saturn in Section 2, confirm these results and show, in addition, that Cases 4, 7, 8, and 10 generate only modest (and plausible) perturbations of the Galilean satellite orbits. Therefore, while there is a hint of correlation of the results for Jupiter and Saturn, there are also cases such as the Case 10, where Galilean satellites survive essentially undisturbed while Saturn’s regular satellites, including Titan, plunge in disorder. These cases could give the right framework for the hypothesis of the late origin of the Saturn system (Asphaug & Reufer 2013).

Interestingly, the satellites of Uranus are a very sensitive probe for planetary encounters. This is because the most distant of these satellites, Oberon, has the semimajor axis comparable to Rhea in the Saturnian system, and only $\simeq 0.068^\circ$ inclination with respect to the Laplace surface. Previous works done in the framework of the original Nice model and the jumping-Jupiter model with four planets (Deienno et al. 2011; Nogueira et al. 2013; and R. Gomes, personal communication) had difficulties to satisfy this constraint, because Uranus experienced many encounters with Jupiter and/or Saturn in these instability models. In the models taken from NM12, however, Uranus does not have encounters with Jupiter and Saturn, and instead experiences a relatively small number of encounters with a relatively low-mass ice giant. According to our tests, Oberon’s inclination remains below 0.1° in all cases studied here, except for Case 8. This result could be used to favor the NM12 instability models. Neptune’s satellites are less of a constraint in this context, because Triton’s orbit is closely bound to Neptune and has been strongly affected by tides (Correia et al. 2009).

This work was supported by NASA’s Outer Planet Research program. The work of D.V. was partly supported by the Czech Grant Agency (grant P209-13-013085). R. D. was supported by FAPESP (grants 2010/11109 and 2012/23732).

REFERENCES

- Asphaug, E., & Reufer, A. 2013, *Icarus*, 223, 544
- Batygin, K., Brown, M. E., & Betts, H. 2012, *ApJ*, 744, L3
- Brasser, R., Walsh, K. J., & Nesvorný, D. 2013, *MNRAS*, 433, 3417

- Boué, G., Laskar, J., & Kuchynka, P. 2009, *ApJ*, 702, L19
- Canup, R. M., & Ward, W. R. 2002, *AJ*, 124, 3404
- Correia, A. C. M. 2009, *ApJ*, 704, L1
- Deienno, R., Yokoyama, T., Nogueira, E. C., Callegari, N., & Santos, M. T. 2011, *A&A*, 536, A57
- Deienno, R., Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., Yokoyama, T., 2014, *AJ*, submitted
- Gomes, R., Levison, H. F., Tsiganis, K., & Morbidelli, A. 2005, *Nature*, 435, 466
- Hamilton, D. P., & Ward, W. R. 2004, *AJ*, 128, 2510
- Khan, A., Mosegaard, K., Williams, J. G., & Lognonné, P. 2004, *Journal of Geophysical Research (Planets)*, 109, 9007
- Lainey, V., Arlot, J.-E., Karatekin, Ö., & van Hoolst, T. 2009, *Nature*, 459, 957
- Lainey, V., Karatekin, Ö., Desmars, J., et al. 2012, *ApJ*, 752, 14
- Lee, M. H., & Peale, S. J. 2002, *ApJ*, 567, 596
- Levison, H. F., & Duncan, M. J. 1994, *Icarus*, 108, 18
- Malhotra, R. 1993, *Nature*, 365, 819
- Mignard, F. 1979, *Moon and Planets*, 20, 301
- Mignard, F. 1980, *Moon and Planets*, 23, 185
- Mosqueira, I., & Estrada, P. R. 2003, *Icarus*, 163, 198
- Murray, C. D., & Dermott, S. F. 1999, *Solar system dynamics*.
- Nesvorný, D. 2011, *ApJ*, 742, L22
- Nesvorný, D., & Morbidelli, A. 2012 (NM12), *AJ*, 144, 117
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Morbidelli, A. 2007 (NVM07), *AJ*, 133, 1962
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., & Morbidelli, A. 2013, *ApJ*, 768, 45
- Nesvorný, D., Vokrouhlický, D., Deienno, R. 2014, *ApJ*, in press

- Nogueira, E. C., Gomes, R. S., & Brassier, R. 2013, AAS/Division of Dynamical Astronomy Meeting, 44, #204.21
- Peale, S. J., Cassen, P., & Reynolds, R. T. 1980, *Icarus*, 43, 65
- Sohl, F., Sears, W. D., & Lorenz, R. D. 1995, *Icarus*, 115, 278
- Thommes, E. W., Duncan, M. J., & Levison, H. F. 1999, *Nature*, 402, 635
- Tremaine, S. 1991, *Icarus*, 89, 85
- Tremaine, S., Touma, J., & Namouni, F. 2009, *AJ*, 137, 3706
- Tsiganis, K., Gomes, R., Morbidelli, A., & Levison, H. F. 2005, *Nature*, 435, 459
- Ward, W. R. 1981, *Icarus*, 46, 97
- Ward, W. R., & Hamilton, D. P. 2004, *AJ*, 128, 2501
- Zhang, K., & Nimmo, F. 2009, *Icarus*, 204, 597

#	M_{Ice} (M_{\oplus})	M_{disk} (M_{\oplus})	# of enc.	# of enc. in 0.1AU	d_{min} (AU)
1	15	20	36	0	0.201
2	15	20	51	5	0.021
3	15	20	29	2	0.056
4	22	20	33	2	0.033
5	22	22	22	1	0.007
6	22	22	14	5	0.003
7	18	20	27	1	0.057
8	18	20	17	1	0.020
9	18	20	15	3	0.054
10	18	22	64	6	0.038

Table 1: The basic properties of ten selected instability cases from NM12. The columns are: (1) id number, (2) mass of the 3rd ice giant, (3) mass of the planetesimal disk, (4) number of encounters between Saturn and ice giants, (5) number of encounters with $d < 0.1$ AU, and (6) distance of the closest encounter. Plausible cases that do not lead to excessive perturbations of the orbits of Iapetus and Titan are denoted in bold in column 1. In Cases 1, 2 and 3, the five planets were placed in a resonant chain (3:2,3:2,2:1,5:3). In Cases 4 to 10, Jupiter, Saturn and the 3rd ice giant were placed in a resonant chain (3:2,4:3), and Uranus and Neptune were placed on non-resonant orbits with semimajor axes 17 AU and 22.1 AU, respectively. The planetesimal disk with mass indicated in column 3 was represented by 1000 massive disk particles initially located between 24 and 30 AU. See NM12 for additional information on these runs.

#	θ ($^\circ$)	a_T (R_S)	e_T	i_T ($^\circ$)	a_I (R_S)	e_I	i_I ($^\circ$)
		20.25	0.029	0.34	59.02	0.029	8.1
1	0	$20.2535^{+0.0007}_{-0.0007}$	$0.00010^{+0.00007}_{-0.00005}$	$0.17^{+0.11}_{-0.09}$	$59.03^{+0.07}_{-0.09}$	$0.002^{+0.001}_{-0.001}$	$3.2^{+2.0}_{-1.7}$
1	26.7	$20.2535^{+0.0006}_{-0.0006}$	$0.00009^{+0.00005}_{-0.00005}$	$0.33^{+0.17}_{-0.16}$	$59.02^{+0.08}_{-0.07}$	$0.002^{+0.001}_{-0.001}$	$4.0^{+2.6}_{-2.0}$
3	0	$20.2534^{+0.0004}_{-0.0003}$	$0.0012^{+0.0002}_{-0.0002}$	$0.15^{+0.08}_{-0.07}$	$58.3^{+1.8}_{-1.9}$	$0.094^{+0.071}_{-0.044}$	$2.4^{+1.3}_{-1.2}$
3	26.7	$20.2535^{+0.0003}_{-0.0004}$	$0.0006^{+0.0003}_{-0.0002}$	$0.46^{+0.14}_{-0.13}$	$58.4^{+1.7}_{-2.1}$	$0.095^{+0.075}_{-0.045}$	$3.6^{+2.0}_{-1.8}$
4	0	$20.24^{+0.04}_{-0.01}$	$0.005^{+0.001}_{-0.003}$	$0.46^{+0.05}_{-0.04}$	$60.6^{+7.4}_{-6.4}$	$0.151^{+0.069}_{-0.069}$	$6.5^{+2.9}_{-3.3}$
4	26.7	$20.25^{+0.02}_{-0.02}$	$0.0004^{+0.004}_{-0.002}$	$1.5^{+0.4}_{-0.3}$	$60.3^{+7.2}_{-6.5}$	$0.129^{+0.073}_{-0.059}$	$6.9^{+3.8}_{-2.7}$
7	0	$20.2533^{+0.0006}_{-0.0005}$	$0.0005^{+0.0002}_{-0.0002}$	$0.16^{+0.008}_{-0.07}$	$59.01^{+0.25}_{-0.24}$	$0.008^{+0.009}_{-0.004}$	$2.0^{+1.1}_{-0.9}$
7	26.7	$20.2533^{+0.0009}_{-0.0009}$	$0.0004^{+0.0003}_{-0.0002}$	$0.30^{+0.18}_{-0.15}$	$59.04^{+0.23}_{-0.26}$	$0.008^{+0.007}_{-0.005}$	$2.8^{+1.6}_{-1.4}$
8	0	$20.33^{+0.04}_{-0.08}$	$0.030^{+0.012}_{-0.012}$	$0.74^{+0.13}_{-0.12}$	61^{+21}_{-11}	$0.233^{+0.085}_{-0.047}$	$6.6^{+3.4}_{-2.1}$
8	26.7	$20.26^{+0.10}_{-0.08}$	$0.030^{+0.025}_{-0.017}$	$0.91^{+0.59}_{-0.70}$	63^{+20}_{-13}	$0.248^{+0.087}_{-0.066}$	$9.0^{+5.1}_{-5.1}$
9	0	$20.2532^{+0.0005}_{-0.0005}$	$0.0037^{+0.0009}_{-0.0006}$	$1.15^{+0.05}_{-0.06}$	$55.5^{+2.9}_{-2.9}$	$0.24^{+0.14}_{-0.11}$	$5.9^{+3.6}_{-2.1}$
9	26.7	$20.2532^{+0.0004}_{-0.0004}$	$0.004^{+0.002}_{-0.001}$	$1.9^{+0.2}_{-0.8}$	$55.8^{+3.0}_{-2.5}$	$0.24^{+0.12}_{-0.10}$	$8.0^{+4.3}_{-4.1}$

Table 2: The orbital elements of Titan and Iapetus obtained in our scattering simulations. The columns show: (1) id number, (2) Saturn’s obliquity (θ_S), (3)-(5) Titan’s semimajor axis, eccentricity and inclination (a_T , e_T and i_T), (6)-(8) Iapetus’s semimajor axis, eccentricity and inclination (a_I , e_I and i_I). The inclinations are given relative to the Laplace surface. The values listed here are the medians and their $\pm 34.1\%$ associated quantiles. The first row with numbers lists the current mean orbital elements of Titan and Iapetus.

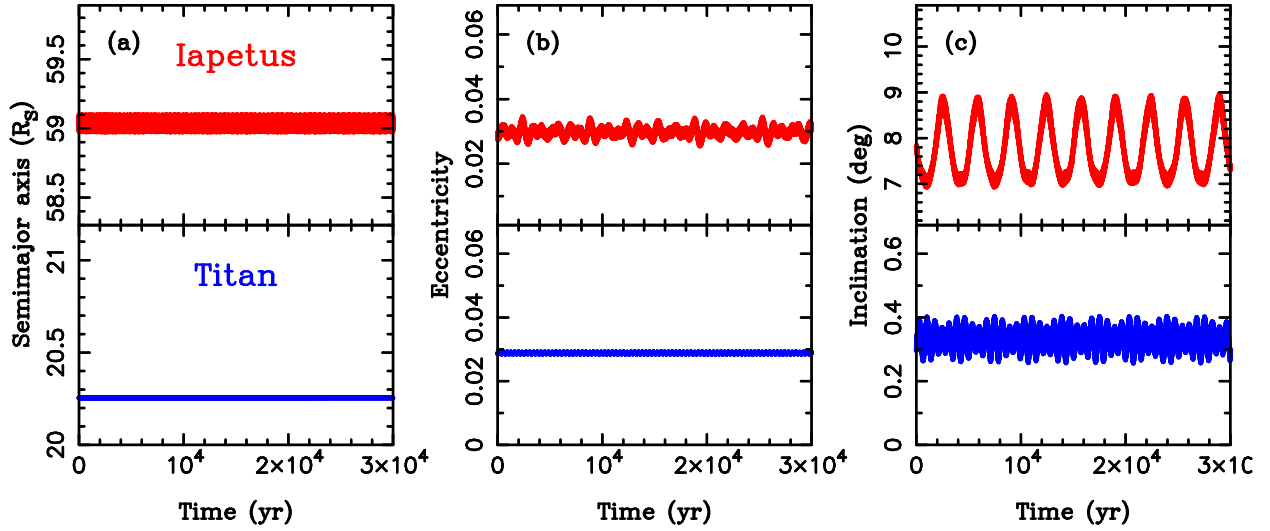


Fig. 1.— The current orbits of Iapetus (red) and Titan (blue). From left to right the plots show the semimajor axis, eccentricity and inclination to Laplace surface. Notably, the orbital eccentricities of Iapetus and Titan are similar ($\simeq 0.03$). The mean orbital inclination of Iapetus to the Laplace surface is $\simeq 8^\circ$ (panel c). To make this figure, we obtained the orbital elements of planets and Saturn’s satellites from JPL’s Horizons (ssd.jpl.nasa.gov). The orbits were numerically integrated from the present epoch to 30,000 yr in the future. We used a fourth-order symplectic map (Nesvorný et al. 2003). The spin axis of Saturn was kept fixed at its present value (ecliptic colatitude 28.05° , ecliptic longitude 79.52° ; e.g., Ward & Hamilton 2004). The tilt of the Laplace surface was determined from Eq. (3).

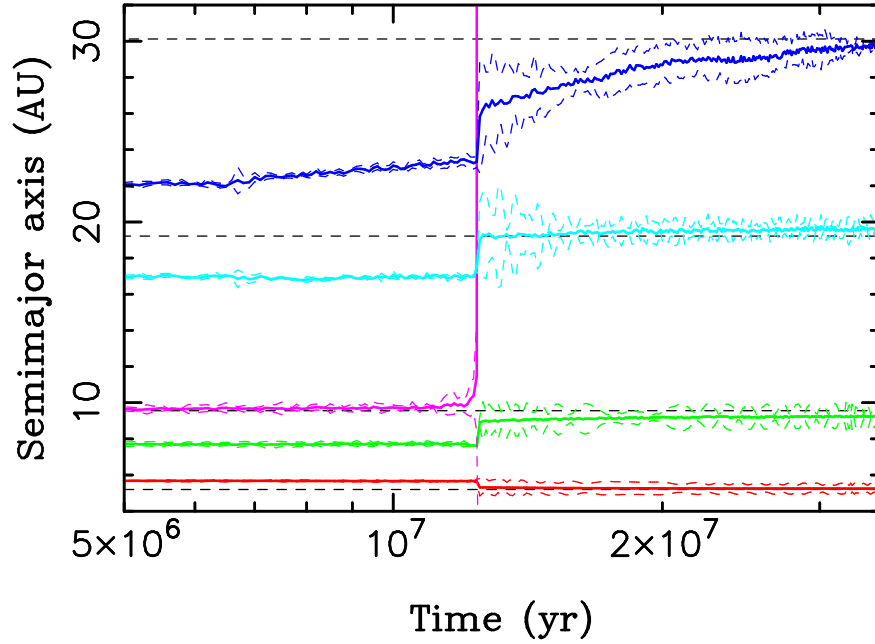


Fig. 2.— The orbital history of the outer planets in Case 4. Jupiter, Saturn and the 3rd ice giant with mass $M_{\text{Ice}} = 22 M_{\oplus}$ were started in the (3:2,4:3) resonant chain. Uranus and Neptune were placed on non-resonant orbits with the semimajor axes 17 AU and 22.1 AU, respectively. The plot shows the semimajor axes (solid lines), and perihelion and aphelion distances (dashed lines) of each planet’s orbit. The horizontal black dashed lines show the semimajor axes of planets in the present solar system. The 3rd ice giant was ejected from the solar system at $t = 1.25 \times 10^7$ yr after the start of the integration.

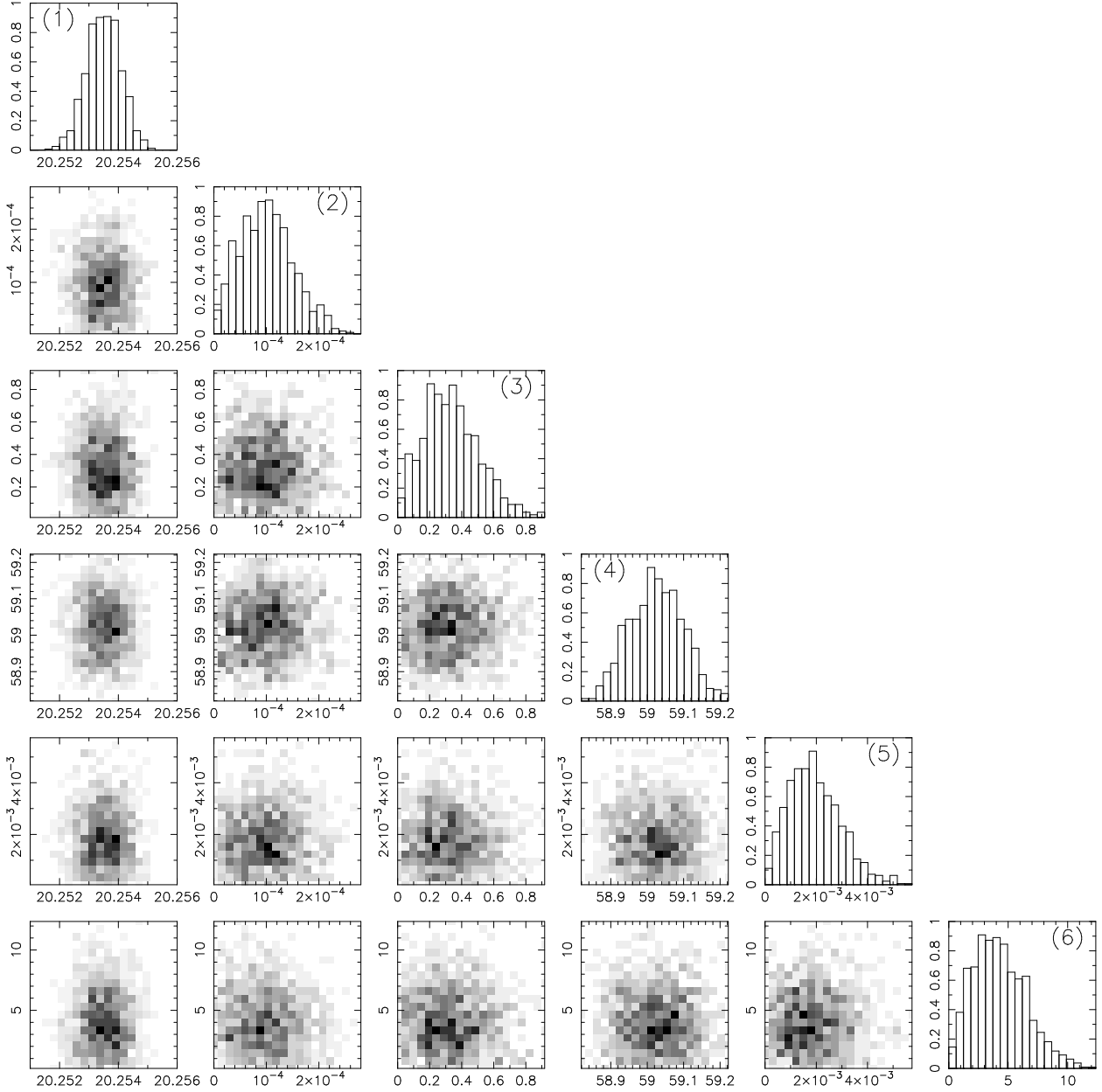


Fig. 3.— The final distribution of orbital elements obtained in Case 1 and $\theta_S = 26.7^\circ$. The plots show the 1D histograms and 2D projections of: the (1) semimajor axis of Titan (the units are R_S), (2) eccentricity of Titan, (3) inclination of Titan (in degrees), (4) semimajor axis of Iapetus (in R_S), (5) eccentricity of Iapetus, and (6) inclination of Iapetus (in degrees). Darker bins in the 2D projections correspond to a larger likelihood of the result. The inclinations are given with respect to the Laplace surface.

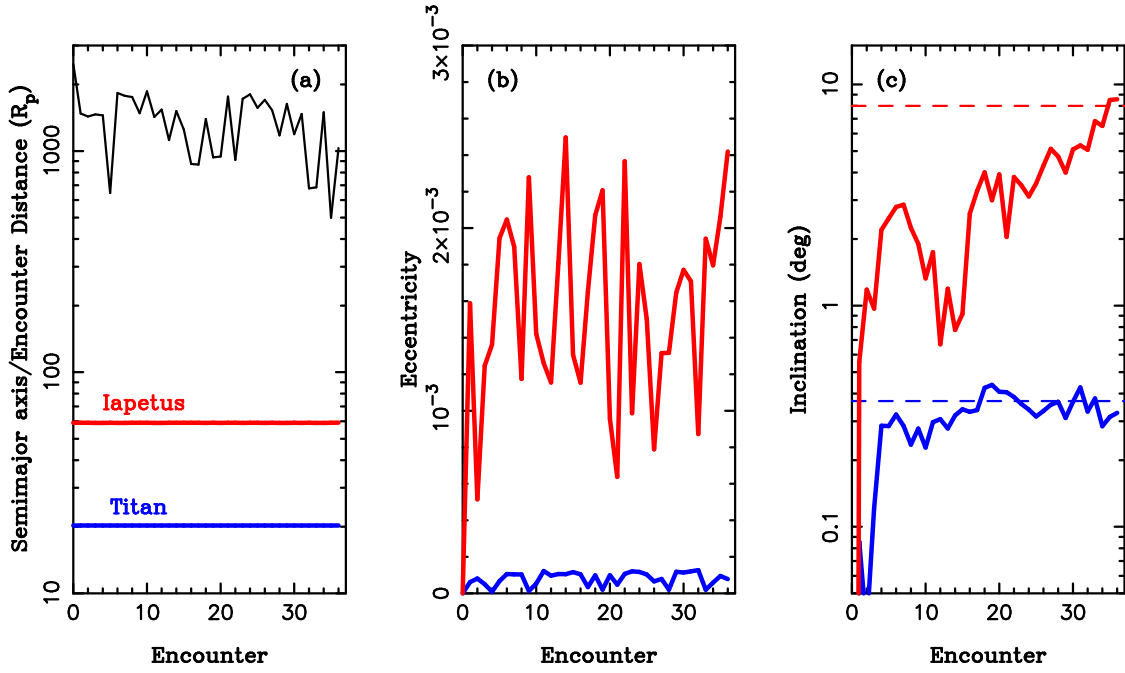


Fig. 4.— Example of the satellite orbit evolution in Case 1. From left to right the panels show the semimajor axis, eccentricity and inclination of Iapetus (red) and Titan (blue). The black line in panel (a) shows the minimal distance of Saturn and the ice giant for each encounter. The dashed lines in panel (c) indicate the present inclination values of the satellites. Here we assumed that $\theta_S = 26.7^\circ$. The inclinations are given with respect to the Laplace surface.

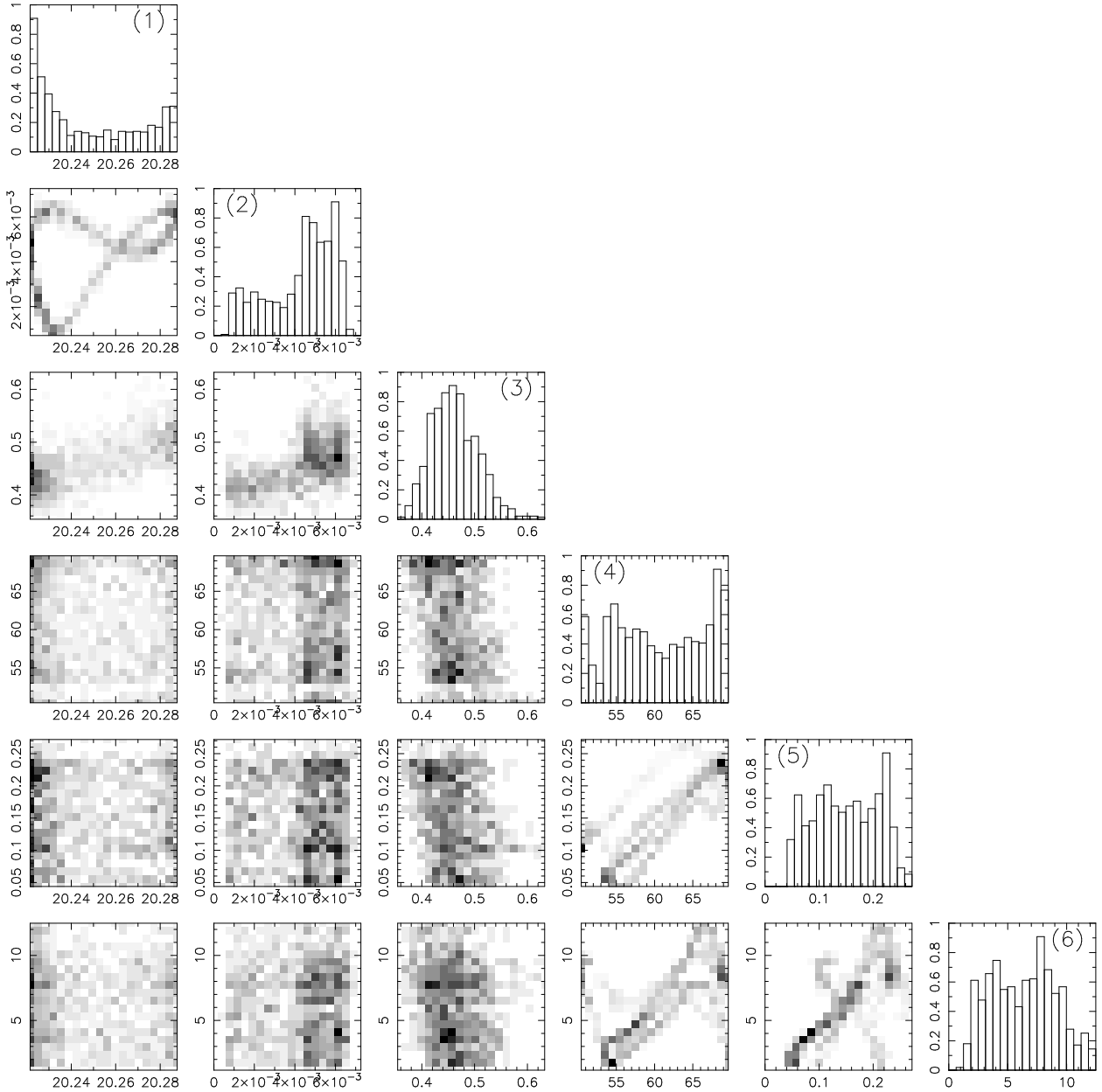


Fig. 5.— The final distribution of orbital elements obtained in Case 4 and $\theta_S = 0$. The plots show the 1D and 2D projections of: the (1) semimajor axis of Titan (the units are R_S), (2) eccentricity of Titan, (3) inclination of Titan (in degrees), (4) semimajor axis of Iapetus (in R_S), (5) eccentricity of Iapetus, and (6) inclination of Iapetus (in degrees). Darker bins in the 2D projections correspond to a larger likelihood of the result. The inclinations are given with respect to the Laplace surface.

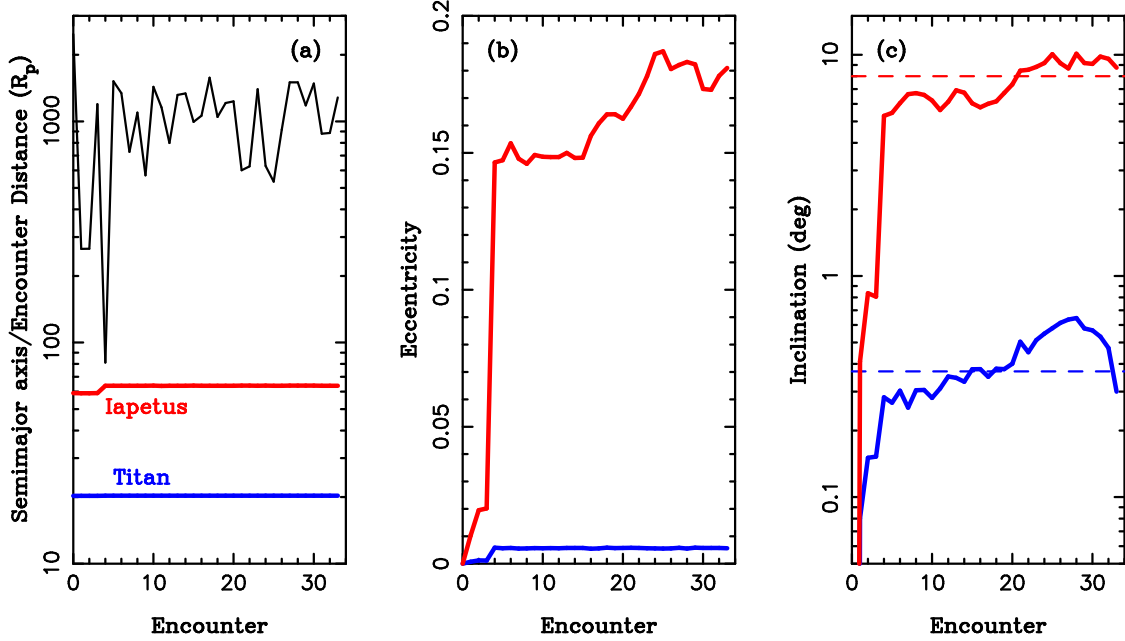


Fig. 6.— Example of the satellite orbit evolution in Case 4. From left to right the panels show the semimajor axis, eccentricity and inclination of Iapetus (red) and Titan (blue). The black line in panel (a) shows the minimal distance of Saturn and the ice giant for each encounter. The dashed lines in panel (c) indicate the present inclination values of the satellites. Here we assumed that $\theta_S = 0$. The inclinations are given with respect to the Laplace surface.

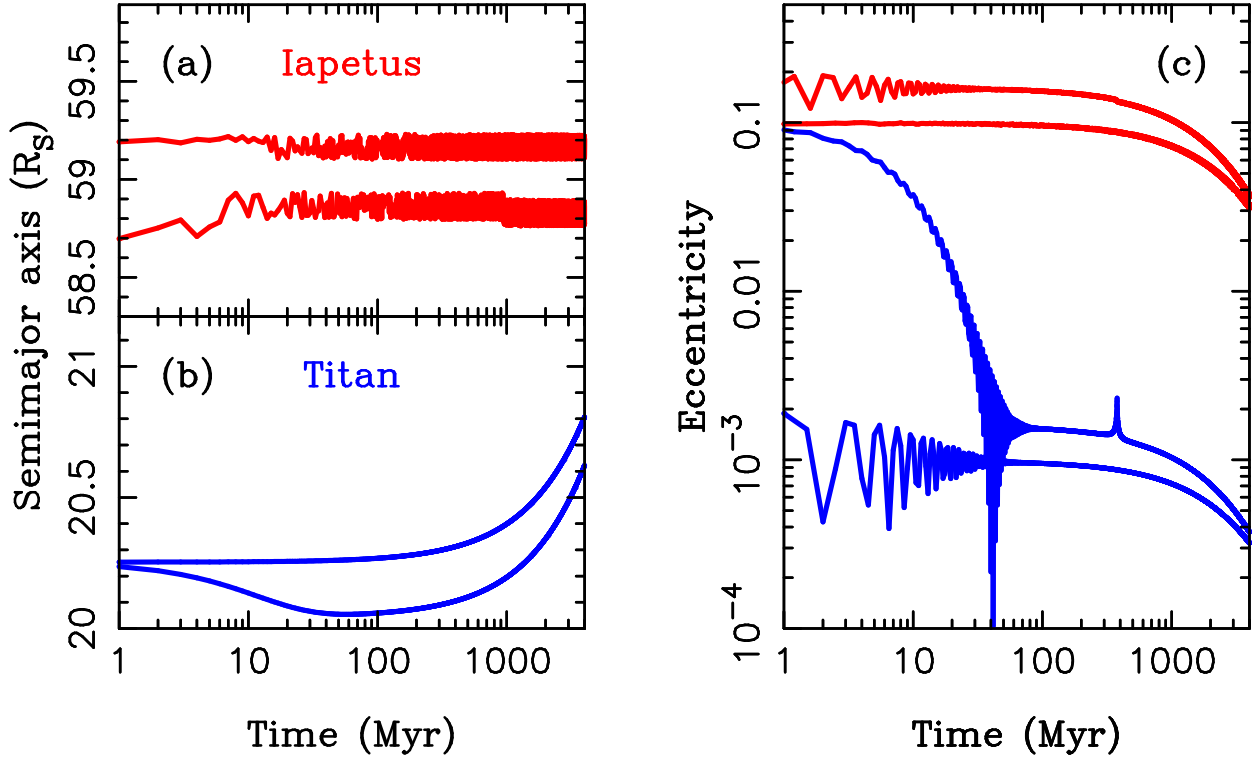


Fig. 7.— Examples of the orbital evolution of Titan (blue) and Iapetus (red) due to tides. Two cases with different initial setups are shown here: (1) $e_T = 0$ and $e_I = 0.1$, and (2) $e_T = 0.1$ and $e_I = 0.2$. In panel (a), the two tracks of Iapetus were offset by $\pm 0.2 R_S$ for clarity. The orbital inclinations of Titan and Iapetus, not shown here, do not practically change over 4 Gyr. The final eccentricity of Iapetus, after 4 Gyr of tidal evolution, is roughly equal to the present value ($e_I \simeq 0.029$). In both cases, we fixed $Q'_S = 4350$ (Lainey et al. 2012) and used the same value of Q' for all satellites, $Q' = 20$ and $Q' = 10$, respectively, for the two initial setups. The extremely strong tidal dissipation in satellites implied by these values is probably implausible (see the main text).

Dynamical friction on satellites: Rebuilding the Uranian satellites system post-LHB

R. Deienno¹ and T. Yokoyama²

¹ Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, DMC/ETE, CEP 12227-010 São José dos Campos (São Paulo), Brasil
e-mail: rogerio.deienno@gmail.com

² Universidade Estadual Paulista, IGCE-DEMAC, Caixa Postal 178, CEP 13.500-970 Rio Claro (São Paulo), Brasil
e-mail: tadashi@ms.rc.unesp.br

Received **** ; accepted ****

ABSTRACT

Context. Nowadays, it is well accepted that planetary migration was a phenomenon faced by our Solar System and it occurred in some violent and catastrophic process: the migrating planets undergone either several close encounters among themselves or with planetesimals of the primordial disk, the so called Late Heavy Bombardment (LHB). Based in this scenario, many works were conducted to validate these models to explain some features of our observed Solar System. Some of these works are related to satellites. In this context, the authors have found that the regular satellites survive the LHB phenomenon while the irregulars should be captured objects. However, our simulations showed that LHB phenomenon can excite some orbital elements of the surviving regular satellites to some values that differ largely from what we see today.

Aims. here we focus on how some mechanisms could act upon the disturbed regular satellites to damp their orbital inclination and conduct the eccentricity and semi major axis to the orbits that they occupy currently.

Methods. First, we considered the dynamical friction phenomena, where the satellites interact with a disk of particles formed as a by product of the satellite-planetesimal collisions occurred during the LHB. The second methodology considers tides, which hardly damps orbital inclinations but other elements. Finally, as a third methodology, we tested the simultaneous effect of first and second methodologies, integrating the averaged equations of the satellites system starting from LHB epoch to the end of the migration phenomenon.

Results. We could evaluate the efficiency of such mechanisms in reproducing the current observed orbital elements of the regular satellites of Uranus, and also check on how each one affect the whole evolution.

Conclusions. By this whole analysis and simulations we could conclude that, even with considerable disturbance on its orbital elements, is plausible that the Uranus' satellites survived to the LHB. Then, through the proposed mechanisms they evolved from the LHB to now.

Key words. celestial mechanics - planets and satellites: general - planets and satellites: individual: Uranus

1. Introduction

Currently is very well accepted that the planetary migration phenomenon (first proposed by Fernandez & Ip 1996), occurred in the past. After this work many others were proposed, with highlights to Hahn & Malhotra 1999 and Tsiganis et al 2005. The main difference between these two works lies in the way that the migration occurs. In the former the whole process can be seen as a conservative process, where the planets migrate in a smooth manner from their initial conditions up to those that they occupy today. The latter, on the other hand, is a highly chaotic migration process where the planets Jupiter, Saturn, Uranus, and Neptune, during the migration undergo several close encounters among themselves.

The model of Tsiganis et al 2005, also known as Nice model, appears to be more appropriate to explain the origin of the configuration of our solar system (Yokoyama et al 2013). As stated before, in this model, the planets acquire their current positions after a violent and almost catastrophic process involving the interaction of the planetesimal disk with the planets. Several close encounters between the planets and the planetesimals as well as those involving two planets occur.

Morbidelli et al 2007 and Brasser et al 2009 have modified some features of the original Nice model (Tsiganis et al 2005) creating a second version. In this second version were adopted some changes related to the initial conditions of the migration, as well as observed the need of some close encounters among at least one of the ice giants and Jupiter (the so-called jumping Jupiter scenario). Recently, Walsh et al 2011 have studied the hydrodynamic migration phase in which the giant planets, in special, Jupiter was involved. In this study the authors explain many features about the actual main asteroid belt as well as the formation of Mars, and also show a great agreement between the outcome of the end of their migration and initial conditions given in Morbidelli et al 2007. Some other recent works that must be cited are the works from Nesvorný 2011 and Nesvorný & Morbidelli 2012, where the authors studied the possibility of our solar system have formed with more than four giant planets. Such hypothesis is valid given the facts: *i*) encounters involving Jupiter and another ice giant is needed as predicted by Brasser et al 2009; *ii*) the result of these encounters usually is the ejection of the ice giant. Thus, Nesvorný 2011 carried a study considering a solar system containing five planets, where this fifth planet (with Uranus' like mass) would be ejected during the LHB (Late Heavy Bombardment - Gomes et al 2005). But, the author found

a low probability to build a solar system with all its features. However, in Nesvorný & Morbidelli 2012, the authors have expanded the methodology of Nesvorný 2011 using a sixth planet as well. Also, considering different initial resonant locks among the planets, the authors increased this probability and comparing the systems they could get more favorable outcomes. In this last case, when six planets were considered, both fifth and sixth planets (with masses comparable to Uranus and Neptune) would be ejected during the LHB after encounters with Jupiter. So, although pointed in the new versions of the Nice model that Jupiter must have encounters with at least one ice giant, what does not happen in Tsiganis et al 2005, the works of Nesvorný 2011 and Nesvorný & Morbidelli 2012 give the possibility of this encounters have happened with the fifth and sixth planets rather than Uranus or Neptune, since these must be preserved. Nevertheless, the basic idea of the process of the migration as a whole (chaotic, violent, with several close encounters) still the same as in Tsiganis et al 2005.

Still, after we understand the process of migration itself, more important than study only the migration, is to attempt to the dynamics of the other bodies that suffered the direct consequences of the orbital evolution of our solar system. In fact, after Fernández & Ip 1996, many papers about Trojans, Plutinos, asteroids, KBOs, etc, have appeared.

When we talk on satellites is accepted that, those called regulars (usually close to the host planet, presenting small eccentricity and orbital inclination - with respect to the planet's equatorial plane) resist to the entire evolutive process of the planets (Tsiganis et al 2005). On the other hand, those called irregulars (far from the host planet, usually with high values of eccentricity and orbital inclination - with respect to planet's orbital plane) would not support the total number of planetary close encounters. In this way, it's believed that the regular satellites are in fact primordials. To the irregulars it's believed that they are captured objects from the planetesimal disk. Even if they already existed, they would be destabilized (ejected), but sometimes re-captured during or maybe after the planetary migration (Nesvorný et al 2007).

Even so, the affirmation of the stability of the regular satellites was done during many years, apparently, basing itself in a few number of numerical simulations not published (see Nesvorný et al 2007). The main difficulty in this case lies in the CPU-time required as well as in the sensitivity of the dynamical system. Due to the small orbital period of the regular satellites, the CPU-time required becomes too high, besides, as shown in Deienno et al 2011, we have the fact that the simple insertion of a target object in a migrational model alters completely the final outcome of a previous model that had reproduced the solar system's actual configuration (integrated without satellites, Tsiganis et al 2005).

In Deienno et al 2011, the authors have done an exhaustive exploration for the Uranian system with satellites. In that work, using a discrete database built from an integration of the Nice model (Tsiganis et al 2005 without satellites), the authors have constructed polynomial functions that were used as templates for the migrating planets in a way that the future analysis, with satellites, could be done with no sensitivity in the migration path of the planets. Thus, the problem of the sensitivity of the dynamical system was overcome. Also, the CPU-time was greatly decreased, once the planets do not need to be integrated anymore. In other words, the path of the migrating planets was supplied by the polynomial functions, as well as its perturbations upon the target satellites were included as external forces, acting during the entire integration. Then, Deienno

et al 2011, considered a system containing the five main satellites of Uranus: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania, and Oberon, plus other six fictitious satellites called s_i with $i = 1...6$ from beyond Oberon's orbit up to distances near the critical semi-major axis (a_c , Goldreich 1966, and Burns 1986) with inclinations on its Local Laplace Plane and initial low eccentricities. So, based in the above methodology, using the described set of satellites, Deienno et al 2011 have statistically shown that the regular satellites of Uranus are primordials and Oberon is in fact the furthest regular satellite of Uranus capable to survive the planetary migration phenomena (being any other satellite with orbit beyond Oberon's, destabilized).

However, as Beaugé et al 2002, Deienno et al 2011 also demonstrate that due to the close encounters involving satellites and planetesimals, some satellites might acquire eccentricities and orbital inclinations not comparable (higher) than the current ones. This is the main drawback, or a simple caveat, in the work of these authors, where both Beaugé et al 2002 and Deienno et al 2011 concluded that big planetesimals (Pluto sized or bigger) should not exist in large quantity in the primordial planetesimal disk. Even so, as we are talking about something that happened in the early solar system (≈ 600 Myr after the end of the hydrodynamic era, Gomes et al 2005, Walsh et al 2011 or even earlier, Bottke et al 2012), these orbital elements should to continue evolving, and maybe reach what we see today.

When we talk about studying the evolution of the orbital eccentricities of satellites, it is well known that tides is a very good tool to be used. It also cooperates to damp the values of the orbital eccentricities. But there is no such tool, capable to damp orbital inclination efficiently, when we talk about this issue. At least, there is none closed theory for how to damp orbital inclination as we have to eccentricities (tides usually do not give many changes in orbital inclinations).

Therefore, in front of this issues, this present work will be devoted to try to explain how the eccentricities and orbital inclinations of the regular satellites of Uranus, post LHB, could be damped to what we observe today. In this ways, this work is going to be a second part of the work of Deienno et al 2011, where now we will work with the remaining 4Gyr of evolution of our solar system.

To do so, we are going to consider the following steps: *i*) considering that, unlike the collisional phenomena involving irregular satellites (Bottke et al 2010), asteroids (Benz & Asphaug 1999, Bottke et al 2005), or planetary formation (Stewart & Leinhardt 2009), little we know about the physical parameters involved in collisions with regular satellites, we will conduct a comparative and quantitative analysis of the collisions that occurred in the simulations of Deienno et al 2011 (based on the above cited jobs). *ii*) The results obtained in *i*) will be important to study the possibility of, by means of a disk of debris (Crida et al 2009a, 2009b) create a dynamical friction upon the satellites that is capable to damp the eccentricities and orbital inclinations acquired by those surviving of the migration. *iii*) A parallel study will be done considering tides, highlighting the works of Correia 2009 and Nogueira et al 2011, where both have studied the possible history of Triton, the former, using tidal equations, and the latter, adding solar and oblateness perturbations in the tidal formalism of Correia 2009. So, we can compare this results with those given by the previous method (*ii*). The reason why we choose highlight this two works will be explained in section 2.3. *iv*) Finally, summing the effects of *ii*) and *iii*), we are going to be able to evaluate the entire evolution of the satellites of Uranus post LHB, up to our current days, under the most complete scenario.

This work is organized in the following way. In section 2 we present the methodology, where we discuss properly how we analysed the collisions, the features and assumptions that we use to evaluate the dynamical friction, and also describe the tidal modulation (the parameters that we have used will be also given). Section 3 is devoted to show our outcomes related to collisions, dynamical friction, tides, and dynamical friction plus tides, in this order. Our conclusions and discussions will be presented in section 4. In Appendix A, we show something about the dependence “Satellite’s mass vs Number of particles” in the context of the dynamical friction. Appendix B will be devoted to highlight the influence that the tidal parameters have upon the studied satellites.

2. Methodology

2.1. Colisions

Here we describe with more details the equating of the collisional methods proposed by Benz & Asphaug 1999, Stewart & Leinhardt 2009, and Bottke et al 2010. We also evidenced the wide variety of parameters that must be in agreement for an analysis of collisional phenomena.

– Benz & Asphaug 1999 and Bottke et al 2010

This authors use basically the same methodology where they define the impact energy “Q” as the kinetic energy of the projectile per unit mass of the target:

$$Q = 0.5 \frac{m_p v_p^2}{m_t} \quad (1)$$

where m_p , v_p , and m_t are the mass and velocity of the projectile, and mass of the target, respectively.

A simple definition of the averaged quantity Q_D^* (critical impact specific energy, defined as the energy per unit mass of the target needed to “break” the target and disperse 50% of its mass away at escape velocity) could be found in Benz & Asphaug 1999:

$$\bar{Q}_D^* = Q_0 \left(\frac{R_{pb}}{1cm} \right)^a + B\rho \left(\frac{R_{pb}}{1cm} \right)^b \quad (2)$$

where R_{pb} and ρ are the radius and density of the parent body (or target). Q_0 , B , a , and b are constants that depends on the material kind and impact velocities involved (their values, taken from Benz & Asphaug 1999 are summarized in table 1).

Bottke et al 2010 do the following analysis of the largest remnant of a collision based in the values of Q_D^* .

$$M_{LR}(Q < Q_D^*) = \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] m_t$$

$$M_{LR}(Q > Q_D^*) = \left[-0.35 \left(\frac{Q}{Q_D^*} - 1 \right) + \frac{1}{2} \right] m_t \quad (3)$$

where M_{LR} indicates the mass of the largest remnant of the collision.

Also from Q and Q_d^* quantities we can define three different events: cratering for $Q < Q_d^*$, barely catastrophic disruption ($Q \approx Q_d^*$), and super-catastrophic disruption when $Q > Q_d^*$. Within the super-catastrophic event, when like-sized bodies collide, we also can have some extremely energetic cases where both target and projectile are pulverized (Bottke et al 2010).

Table 1. Fit constants for \bar{Q}_D^* (Benz & Asphaug 1999)

Material	v_{impact} (km/s)	Q_0 (erg/g)	B (erg cm ³ /g ²)	a	b
Basalt	5	9.0×10 ⁷	0.5	-0.36	1.36
Basalt	3	3.5×10 ⁷	0.3	-0.38	1.36
Ice	3	1.6×10 ⁷	1.2	-0.39	1.26
Ice	0.5	7.0×10 ⁷	2.1	-0.45	1.19

Notes. $v_{impact} = v_p$ in equation 1 if we consider the target stopped.

– Stewart & Leinhardt 2009

In their study the authors propose a new methodology of analysis of collisions, where they will not work individually with masses and radii of projectile and target, but with the combination of both. They did this because they found that Q_D^* varies by orders of magnitude depending on the impact velocity and material properties. Thus, they define new variables to describes catastrophic disruptions that remove ambiguities related to material density and projectile-to-mass ratio. So, the new impact energy, now becomes the “reduced mass kinetic energy scaled by the total mass of the colliding system” (Q_R , as defined by the authors):

$$Q_R = 0.5 \frac{\mu v_p^2}{m_{total}} \quad (4)$$

where $\mu = m_p m_t / m_{total}$ is the reduced mass and $m_{total} = m_p + m_t$.

The analogous to Q_D^* (Q_{RD}^*) in this methodology is an explicit function of the impact velocity (v_p) and is defined as follows:

$$Q_{RD}^* = q_s R_{C1}^{9\mu/(3-2\phi)} v_p^{(2-3\mu)} + q_g R_{C1}^{3\mu} v_p^{(2-3\mu)} \quad (5)$$

where q_s and q_g are constants that depends on the involved materials in the collision. R_{C1} is the spheric radius resultant from the combination of the masses of the projectile and target (m_{total}) at a density of 1g/cm³. Also, according to the authors, here μ and ϕ are material properties and density and are not included in the gravity term (right) because of the definition of R_{C1} . So, even the variable μ presented here differing from the μ presented in the equation 4, we will keep this notation because we are only reproducing what one can find in the Stewart & Leinhardt 2009, and in the same manner that they have presented. The values of this variables are summarized in table 2.

Lastly, to the mass of the largest remnant we’ll have:

$$M_{lr} = [-0.5(Q_R/Q_{RD}^* - 1) + 0.5] m_{total} \quad (6)$$

where M_{lr} indicates the mass of the largest remnant of the collision under this theory.

Table 2. Variables related to equation 5 above, in cgs units (Stewart & Leinhardt 2009)

Material	μ	ϕ	q_s	q_g
Weak Rock	0.4	7	500	10 ⁻⁴
Strong Rock	0.5	8	7×10 ⁴	10 ⁻⁴

Notes. Strong Rock = Benz & Asphaug 1999 basalt laboratory data equivalent.

– Considerations

To all equations here presented, we can understand that the velocities of the projectile indeed will be the relative impact velocities of the collisions. This is because, both target and projectile are in relative motion during our integrations. Also because

they could have any impact geometry, ie, the collisions could occur at any angle within the interval from 0° to 180° .

The results will be presented in terms of the total mass dispersed during the collisions. Such mass, will be estimated as follows: *i*) if the mass of the largest remnant (M_{LR} or M_{lr}) is negative, ie, the collision was super-catastrophic, the dispersed mass will be equal to the total mass ($m_{total} = m_r + m_p$); *ii*) if the mass of the largest remnant is positive, then the dispersed mass will be determined by $m_{disp} = m_{total} - M_{(LR \text{ or } lr)}$, where m_{disp} indicates the dispersed mass.

Of course that these are not the only ways to carry a collisional analysis, maybe neither the best. But based in the very large number of constants and in our lack of knowledge about these events regarding to regular satellites, mainly involving a wide variation of impact velocities (from few to tens of km/s – section 3.1) as well as materials not well known for both planetesimal and regular satellites, this is a valid way to a first evaluation of the problem, ie, to see how much material could be dispersed due to collisions involving regulars satellites and planetesimals during the LHB, based in some of the newest collisional theories. Moreover, it is not of our interesting to determine constants or give new constraints to the collisional phenomena (theory). Perhaps, this problem issued here could be the trigger to start to happen investigations like that.

2.2. Dynamical Friction

For the tentative study to minimize the variations in the orbital elements of the regular satellites of Uranus after the LHB, we're going to base ourselves on the dynamical friction phenomenon. The dynamical friction phenomenon is capable to damp the high values of the orbital eccentricities and inclinations acquired by the regular satellites (during the LHB), via the interaction of these satellites with a disk of particles (in the same way that had happened with the planets Uranus and Neptune after their interaction with the planetesimal disk in Tsiganis et al 2005 at the end of the migration). Such disk could be formed by several factors, including: *i*) from the collisions occurred between planetesimals and satellites; *ii*) from the collision between fictitious primordial satellites (Deienno et al 2011); *iii*) and from the collisions involving only planetesimals, ie, due to collisional evolution of the captured planetesimals (irregular satellites – Botke et al 2010).

Given the fact that the formation of a disk of particles around the satellites, by collisional events, involve a specific kind of study that needs real time evaluation of every each collision during the whole integration, and also computing some factors as fragmentation, scattering, and re-accumulation, which in turn involves not well determined physical parameters besides the accumulation of the bodies in the integrations (demanding too much CPU-time), we opt to do not do an analysis like that. In this moment, this is not exactly of our interesting (what could be the aim of a new and different job). Our interesting at this point is limited to evaluate how effective the dynamical friction mechanism can be.

Considering this difficulties, we start from the principle that the analysis of the collisions marked in Deienno et al 2011 will serve as reference to decide how much mass each disk should contain (section 3.1, using the methodology given in 2.1). After, using several disks with different amounts of mass and number of particles, all of them composed by a percentage of mass of the satellites shared into the total number of particles (for example, a disk around Oberon will have about 3, 5, 7, or 10% of Oberon's mass and would contain 500, 1000, 2500 and 5000 par-

ticles), we're going to look how dynamical friction mechanism really works upon regular satellites (section 3.2). We also look to how the number of particles influences in the CPU-time or in the noise on outcomes (appendix A). So, we carry the analysis of these results comparing them with those obtained through the collisional analysis, defining whenever this possibility is or is not plausible to occur.

For the distribution of the particles in the disk, we will adopt a distribution model which varies with $1/r$, where “r” is the radial distance planet-disk's particle. The studied satellites will be placed in two distinct configuration. First, the satellite will be placed in a such way that its semi-major axis stays immersed into the disk of particles. Second, the semi-major axis of the satellites will touch the inner edge of the disk of particles. These two scenarios will be adopted due to the fact of we are not basing ourselves until this moment in dispersal models of particles, as stated before. Also because it is intuitive to think that after a sequence of collisions of the kind planetesimal-satellite, the generated particles should share its orbits with satellites' ones. So, still thinking in this way, some particles can go to inward and outward distances from the satellites (letting the satellite immersed in the created disk), or those particles near the satellites should be scattered in a such manner that only a outer disk would formed (letting the satellites in the inner edge of this disk).

2.3. Tides

– *Correia 2009*

In the context of tidal evolution, we may cite some works as Mignard 1979a, 1979b, 1981a, and 1981b, Peale et al 1980, and Peale 1988, Titemore & Wisdom 1988, 1989, and 1990, Murray & Dermott 1999, Callegari & Yokoyama 2008, between so many others. Still, in this work we decide to start using the model described by Correia 2009, which is based in parts in the works of Mignard 1979a, and 1981a. The work of Correia 2009 brings the tidal equations written in closed form for all values of eccentricity, since we have $e < 1$ (due to a linearization made in Δt , the time delay of the tidal response, which is assumed constant – Mignard 1979a, Correia 2009, Nogueira et al 2011). According to Nogueira et al 2011, constant Δt to eccentric orbits implies in the fact that $\Delta t = (Q \cdot s)^{-1}$, where, “Q” is the dissipation function and “s” the spin rate of the studied body. So, taking into account that the above described job works for all values of the eccentricity, it seems to be a good starting point. However, we will not use all the equations described in the model of Correia 2009. Following Nogueira et al 2011, we will use a simplified model. Such simplification comes down in integrate only the equations responsible for the variation of the semi-major axis, eccentricity, spin, and obliquity of the tested satellite, ignoring the variations occurred on the planet (which according to the authors is negligible when compared with to those related to the satellites). Given the lack of knowledge about satellites obliquity, we begin our tests considering such values as zero. Thereby, the equations responsible for the variation of the obliquity of the satellite will not be integrated. In this way, our equations presented next are the same presented in the simplified version of Nogueira et al 2011 (taken from Correia 2009), but suppressing the one regarding the obliquity and adjusting the terms related in the others.

$$\begin{aligned}
\dot{a}_{tide} &= \frac{2K}{ma} \left(\frac{f_2(e)s}{n} - f_3(e) \right) + \\
&\quad + \frac{2K_p}{ma} \left(\frac{f_2(e)\cos(I)s_p}{n} - f_3(e) \right), \\
\dot{e}_{tide} &= \frac{9Ke}{ma^2} \left(\frac{11f_4(e)s}{18n} - f_5(e) \right) + \\
&\quad + \frac{9K_p e}{ma^2} \left(\frac{11f_4(e)\cos(I)s_p}{18n} - f_5(e) \right), \\
\dot{s}_{tide} &= -\frac{Kn}{C} \left(f_1(e)\frac{s}{n} - f_2(e)\cos(\varepsilon) \right),
\end{aligned} \tag{7}$$

where I is the orbital inclination of the satellite related to the planet's equator, s and s_p are the spin rate of the satellite and the planet respectively, a , n , and e being the semi-major axis, mean motion, and eccentricity of the satellite. C is the moment of inertia of the satellite with respect to its spin axis, and m and m_p the masses of the satellite and of planet. The other quantities are defined by:

$$\begin{aligned}
K &= \frac{3k_{2s}k'm_p^2r^5\Delta t}{a^6}, \\
K_p &= \frac{3k_{2p}k'm^2r_p^5\Delta t_p}{a^6}, \\
f_1(e) &= (1 + 3e^2 + 3e^4/8)(1 - e^2)^{-9/2}, \\
f_2(e) &= (1 + 15e^2/2 + 45e^4/8 + 5e^6/16)(1 - e^2)^{-6}, \\
f_3(e) &= (1 + 31e^2/2 + 255e^4/8 + 185e^6/16 + 25e^8/64) \times \\
&\quad \times (1 - e^2)^{-15/2}, \\
f_4(e) &= (1 + 3e^2/2 + e^4/8)(1 - e^2)^{-5}, \\
f_5(e) &= (1 + 15e^2/4 + 15e^4/8 + 5e^6/64)(1 - e^2)^{-13/2}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Here k_{2s} , Δt , and r represent the Love number, tidal response time, and the radius of the satellite respectively. The same variables for the planet carry the index "p". k' is the gravitational constant.

– *Nogueira et al 2011*

As stated before, in this model the authors add in the tidal equations from Correia 2009, the equations derived from the perturbations of the Sun and of the oblateness of the host planet. This implementation is done because the authors are interested in study Triton, which initially stays in a region where the solar perturbation is dominant, but, given its orbital eccentricity, Triton may also enter in the region dominated by the oblateness perturbation. So, it is plausible the hypothesis that in this scenario, tide is not acting alone upon the satellite.

Considering that our interest is to study the system of Uranus, and that this planet presents the higher value of obliquity ($\approx 98^\circ$) which provides the appearance of the Kozai's resonance even for equatorial satellites when the oblateness is neglected, making the interaction between the solar and oblateness perturbations much more involved, we will also consider in our study the formulation used by Nogueira et al 2011. However, to do so, we are going to use the equations of the solar and of the oblateness perturbations as they appeared in Deienno et al 2011, written in the orbital plane of the planet, also doubly averaged regarding the mean anomalies of the satellite and of the Sun. We have opted for the formulation in the orbital plane of the planet

due to the fact that, in this way, the equations of motion of the satellites, derived from these perturbations, depend only of the evolution of its own orbital elements as well as $n_\odot(a_\odot)$ and e_\odot , which are virtually constant (being the variables with \odot related with the Sun). Otherwise, if we had opted to write the equations in the equatorial plane of the planet, the equations derived of the solar potential in this reference frame, would depend directly of the evolution of the ascendent node of the Sun (Ω_\odot), putting some more complications in the problem.

The potential of the solar perturbation doubly averaged and written in the orbital plane of the planet as in Deienno et al 2011 is:

$$\begin{aligned}
R_\odot &= \frac{m_\odot n_\odot^2 a^2}{8(m_p + m_\odot)(1 - e_\odot^2)^{3/2}} \times \\
&\quad \times \left[\left(1 + \frac{3}{2}e^2\right)(3\cos^2 I_o - 1) + \frac{15}{2}e^2 \sin^2 I_o \cos 2w_o \right].
\end{aligned} \tag{9}$$

Analogously, to the oblateness potential we have:

$$\begin{aligned}
R_{J_2} &= \frac{n^2 r_p^2 J_2}{8(1 - e^2)^{3/2}} [(3\cos^2 \varepsilon_p - 1)(3\cos^2 I_o - 1) - \\
&\quad - 3\sin 2\varepsilon_p \sin 2I_o \cos \Omega_o + 3\sin^2 \varepsilon_p \sin^2 I_o \cos 2\Omega_o],
\end{aligned} \tag{10}$$

where m_\odot , n_\odot , and e_\odot are respectively, the mass, the mean motion, and the eccentricity of the Sun. I_o , w_o , and Ω_o are in this sequence, the inclination, the argument of the pericentre, and the longitude of the ascendent node of the satellite referred in the orbital plane of the planet. J_2 is the coefficient of the oblateness.

The existing relationship between the inclination of the satellite written in the equatorial plane and in the orbital plane of the planet is given by:

$$\cos I = \cos \varepsilon_p \cos I_o - \sin \varepsilon_p \sin I_o \cos \Omega_o. \tag{11}$$

This relationship (equation 11), as all the others presented in Deienno et al 2011 and used to give form to the equations 9 and 10, can be written from the spherical triangle showed in figure 1, where ε_p represents the angle between the equator and the orbital plane of the planet (obliquity), counted from the equatorial plane. This is why we used $-\varepsilon_p$ in the figure 1, and also in our formulation.

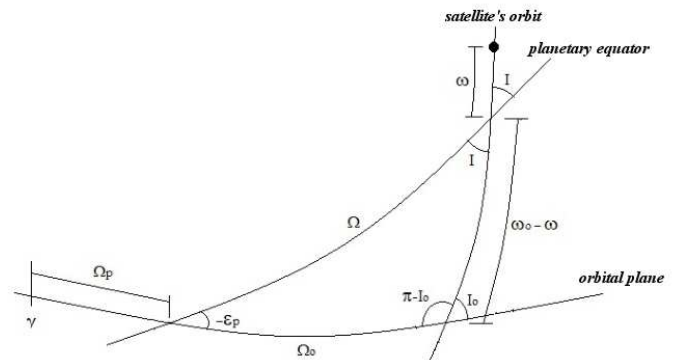


Fig. 1. Geometry of the problem.

Thus, basing in the equations 9 and 10, we can write the disturbing function of the problem as follows:

Table 3. Parameters and values used in tidal analysis.

Object	m (M_\odot)	k_2	$r(UA)$	C/mr^2	s (rad/dia)	ε ($^\circ$)	Q	J_2
Neptune	5.156×10^{-5}	0.407	1.6554×10^{-4}	–	9.36022	28.56	9000	3.343×10^{-3}
Triton	1.0837×10^{-8}	0.1	9.044×10^{-6}	0.35	18.84914	170.00	100	–
Uranus	4.364×10^{-5}	0.104	1.709×10^{-4}	–	8.74368	97.86	$11000 < Q_U^\dagger < 39000$	1.2×10^{-2}
Titania	1.7732×10^{-9}	$k_{2s} = 0.02^\ddagger$ or 0.1^\ddagger	5.2735×10^{-6}	0.3	12.56637	0.00	100	–
Oberon	1.5153×10^{-9}	$k_{2s} = 0.02^\ddagger$ or 0.1^\ddagger	5.0896×10^{-6}	0.3	12.56637	0.00	100	–

Notes. being m the mass, k_2 the Love number, r the radius, C/mr^2 the moment of inertia, s the spin rate, ε the obliquity, Q the dissipation function, and J_2 the oblateness coefficient of the objects.

$$H = R_\odot + R_{J_2}. \quad (12)$$

Therefore, the equations of the motion will be (paying attention to the fact that the relationship showed in 11 shall be incorporated in the equations 7, in a such way that they also became referred to the orbital plane of the planet):

$$\begin{aligned} \dot{a} &= \dot{a}_{tide}, \\ \dot{e} &= \dot{e}_{tide} - \frac{1}{na^2e}(1-e^2)^{1/2} \frac{\partial H}{\partial w_o}, \\ \dot{s} &= \dot{s}_{tide}, \\ \dot{i}_o &= -\frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{1}{\sin I_o} \frac{\partial H}{\partial \Omega_o}, \\ \dot{w}_o &= \frac{1}{na^2e}(1-e^2)^{1/2} \frac{\partial H}{\partial e} - \frac{\cos I_o}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{1}{\sin I_o} \frac{\partial H}{\partial I_o}, \\ \dot{\Omega}_o &= \frac{1}{na^2(1-e^2)^{1/2}} \frac{1}{\sin I_o} \frac{\partial H}{\partial I_o}. \end{aligned} \quad (13)$$

2.3.1. Tidal parameters

Table 3 brings the data used in our tidal analysis. Beyond Uranus' data, we also present the data referred to Neptune and Triton because we have used these bodies to verify the confiability of our integrator, re-doing the test done by Nogueira et al 2011 (figure 3 of the authors' paper, using the model of Correia 2009).

So, the data presented in table 3 referred to Neptune and Triton are the same used by the cited authors.

To the other data we have:

- $r \rightarrow$ http://ssd.jpl.nasa.gov/?sat_phys_par;
- Uranus:
 - $m_U, \varepsilon_U, s_U \rightarrow$ telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775;
 - $J_{2U} \rightarrow$ Astronomical Almanaque;
 - $k_{2U} \rightarrow$ Tittlemore & Wisdom 1988;
 - $Q_U^\dagger \rightarrow$ Tittlemore & Wisdom 1990, and Murray & Dermott 1999.
- Titania and Oberon:
 - $Q_s \rightarrow$ Tittlemore & Wisdom 1990, and Murray & Dermott 1999.
 - $s_s \rightarrow$ stipulated based on Triton's references, assuming that these satellites should de-spin;
 - $C_s \rightarrow$ stipulated based on Triton's references, just as Titan's (Less et al 2012);
 - $k_{2s}^\ddagger \rightarrow$ Peale 1988 and Tittlemore & Wisdom 1988 for the first value. Stipulated based on data from Ariel in Murray & Dermott 1999, just as Triton's references for the second value;

† The values of Q to Uranus following Murray & Dermott 1999 may vary within $11000 < Q_U < 39000$. Tittlemore & Wisdom 1990 have used the value $Q = 11000$.

‡ Just a litte is known about this quantity, called as Love number (k_{2s}). Some authors as Murray & Dermott 1999 in a study using Ariel, considered this value as 0.1 (the same as Triton) and 0.32 in their calculations. Other authors as Peale 1988 and Tittlemore & Wisdom 1988 determine the Love number through the following function $k_2 \approx 3\rho gR/19\mu$, where, ρ is the satellite's density, g the surface gravity, $R = r$ the radius of the satellite, and $\mu \approx 4 \times 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$ its rigidity (like water ice). Using the current corresponding values of ρ , g , and R for Titania and Oberon, we got $k_{2s} \approx 0.02$ for both, which is quite different from the values used by Murray & Dermott 1999.

However, given our lack of knowledge about all these parameters, we performed a set of simulations considering different values for k_{2s} and Q_U to see how the satellites are affected by them. What we found is that due to the fact that both Titania and Oberon are far from Uranus, tidal effects are not too strong and the differences caused by changing these values are of the order of 10^{-2} to 10^{-3} in semi-major axis (showing greater dependence with Q_U), and 10^{-4} in eccentricities which is more dependent of k_{2s} (appendix B), through the solar system age.

3. Results

As stated before, Deienno et al 2010 investigated the behavior of the regular and fictitious satellites of Uranus under the effect of the planetary migration. The reason why the authors did this lies in the fact that according to Goldreich 1966 and Burns 1986 there is a distance called critical semi-major axis (a_c , equation 14), where the torque on the orbit of the satellite caused by the oblateness is equal to the torque produced by the Sun. Also, as the close satellites are believed to be formed from circumplanetary material, a disk containing this material must be confined to a region within a_c , in the equatorial plane (Goldreich 1989).

$$a_c = \left(\frac{2M_p J_2}{M_\odot} \right)^{1/5} (1 - e_p^2)^{3/10} a_p^{3/5} R_p^{2/5} \quad (14)$$

where J_2, M_p, a_p, e_p are again the oblateness coefficient, mass, semi-major axis, and eccentricity of the planet, with M_\odot defining solar mass.

Considering this equation, for Uranus, currently we have $a_c \approx 68.3R_U$, where $R_U \approx 25559 \text{ km}$ is the equatorial radius of Uranus. As Oberon has $a_{Oberon} \approx 22.8R_U$ is interesting to check on why the absence of satellites within $[a_{Oberon}, a_c]$. In this sense, Deienno et al 2011 created a enviroment containing the five main regular satellites of Uranus (M =Miranda, A =Ariel, U =Umbriel, T =Titania, and O =Oberon) and also six fictitious satellites $sk =$

($s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6$) positioned beyond Oberon's orbit, with low eccentricities and orbital inclinations on their Local Laplace Plane (which is more appropriate than the equatorial plane to a planet with high ε as Uranus). The semi-major axes of these fictitious satellites were: $27.5R_U, 33R_U, 39.6R_U, 47.5R_U, 57R_U,$ and $68.4R_U$ respectively. Such values were considered according with the empiric relationship: $a_{i+1} \approx 1.2a_i$, where 1.2 is the approximate mean ratio of consecutive semi-major axes of the main satellites, and a_0 is the semi-major axis of Oberon, with a_1 being the semi-major axis of s_1 and so on. All the other initial conditions, such as the values of inclinations as well as the masses and diameters used are given in Deienno et al 2011.

Under the effects of the planetary migration, computing the planetary close encounters and the planetesimals-satellites encounters as well, the authors conducted their study and have found that Oberon is the furthestmost satellite capable to resist to all of the effects of the planetary migration (Tsiganis et al 2005, Nesvorný & Morbidelli 2012 considering that Uranus was not the planet that has suffered encounters with Jupiter, otherwise all its satellites could be lost, Gomes et al 2012, and private conversation with Gomes). Still, the orbital elements of the surviving satellites differs from what we see today, mainly in inclination. To show these differences (table 4), here we summarize the results presented by Deienno et al 2011, doing an average on the final elements of the "successful runs" presented in table 3 of theirs article. However, given the fact that some values tend to differ largely to the global average, we eliminate the two smaller and the two greater values of semi-major axis, eccentricity, and inclination on average calculations. So, we can guarantee a best fit with an averaged value, such that the so different outcomes do not interfere on the calculations.

Table 4. Average of the orbital elements of the Uranian satellites presented in Deienno et al 2011. The inclinations are given with respect to the equatorial plane of Uranus.

	<i>Miranda</i>	<i>Ariel</i>	<i>Umbriel</i>	<i>Titania</i>	<i>Oberon</i>
$\bar{a}(R_U)$	5.02	7.46	10.34	17.03	22.80
\bar{e}	0.030	0.026	0.028	0.015	0.016
$\bar{I}_{eq}(^\circ)$	1.21	1.86	1.56	0.73	0.92

The current values¹ of the orbital elements of the regular satellites of Uranus are given in table 5:

Table 5. Current values of the orbital elements of the Uranian satellites.

	<i>Miranda</i>	<i>Ariel</i>	<i>Umbriel</i>	<i>Titania</i>	<i>Oberon</i>
$a(R_U)$	5.08	7.47	10.41	17.07	22.83
e	0.001	0.003	0.003	0.001	0.001
$I_{eq}(^\circ)$	4.22	0.04	0.12	0.08	0.07

Observing the tables 4 and 5, we verify that some values, even according regarding the semi-major axis, differ largely in inclination and eccentricity (by order of tens). Excepting the case of Miranda, which currently presents an orbital inclination with respect to the equatorial plane of Uranus $\approx 4.22^\circ$, which is believed to be related to an escape of a mean motion resonance 3:1 (Miranda-Ariel), followed by a capture in a secondary resonance (Dermott et al 1988, Malhotra & Dermott 1990, Malhotra 1990, and more recently Verheylewewegen et al 2013), that makes

the whole study much more complex, the values shown for the remaining satellites need to be damped, so they can agree with the actual ones. The attempts to damp such values will be studied in the following subsections, in the sequence described in section 1, regarding the methodologies shown in section 2 and its subsections.

3.1. Colisions

In this section, using the methodology presented in section 2.1, we give greater attention to some of the collisions occurred in the simulations of Deienno et al 2011. We analyse only a few of the simulations because in general the collisional events (quantity and features) present a certain pattern. In their work, the authors opted to neither adopt fragmentation of the bodies nor generate additional material in the simulations. What they did was, depending on the kind of occurred collision, agglutinate or pulverize the bodies involved in collisions. Even so, all the collision occurred in their simulations were tracked and marked. Therefore, using the main theories of Benz & Asphaug 1999, Stewart & Leinhardt 2009, and Bottke et al 2010 to analyse such collisional events, here we can check on these collisions. We observed that a large number of collisions occur among planetesimals and regulars and fictitious satellites as well as between the fictitious, and also between fictitious and regulars.

During the analysis of these collisions, when we checked on the impact velocities (relative) among the bodies, we determine an averaged value of $\approx 7.37\text{km/s}$. In some cases much higher impact velocities could happens, for example, within a set of collision tracked and marked during an integration, a collision between Miranda and s_5 reached $\approx 14.51\text{km/s}$, just as some other with velocities like $\approx 12.83\text{km/s}$ (collision between Ariel and a small planetesimal) also occur. On the other hand, low impact velocities ($\approx 0.69\text{km/s}$) also occur, in this specific case between Titania and s_1 .

Table 6 shows a summary of the outcomes related to the collisional events tracked and marked in the simulations of the planetary migrational process of Deienno et al 2011, using the above mentioned collisional theories (section 2.1 and its items).

A deeper analysis about the occurred phenomena during the collisions shows that the scenarios *BA&B* when the material is ice (*i*), can generate super-catastrophic collisions between planetesimals and Miranda. The other cases (*ii*) do not present scenarios so catastrophics. Based in the fact that Miranda must be preserved we can verify that, the case (*i*) seems not to be much adequate for the study. Much probably due to the large difference among the velocities used to the adjustment of Q_D^* . Even in the others cases (*ii*), we still have many uncertainties about which material we must to use. Besides, all of these theories are adjusted for a collisional evolution of asteroids, irregular satellites (captured planetesimals), and planetary formation (considering collisions among the planetesimals, most of the times under the low impact velocities regime).

Even so, based on these studies, and considering that part of this amount (not the whole) of the dispersed mass should to remain for a while around some of these satellites, we can conclude that the results obtained in the case (*ii*), now including the model *SL* in the discussion, looks more reasonable, which makes them worthy of our attention (mainly when we think about the dynamical friction phenomenon). However, here we are not going to decide which could be the best fit. This will be done after analysing the outcomes of the dynamical friction properly.

¹ telnet://horizons.jpl.nasa.gov:6775

It is also important to highlight that in these experiments, when we talk about dispersed mass during a collision, not necessarily we are concluding that the target satellites should decrease its value of mass. This happens in the cases where $Q > Q_D^*$. For the other cases, many times the target's mass can remain practically unchanged (with small variations), being part of the projectile's mass absorbed by the target and the other part of the mass of the target and projectile dispersed. The calculations shows that the sum of these dispersed masses could be very near of the value of the mass of the projectile while the mass of the largest remnant in this case is almost the same as the initial mass of the target body.

Table 6. Results of the collisions occurred in the Uranian satellite system during the planetary migrational process. First column represents the model theory used ($BA\&B$ = Benz & Asphaug (1999) and Bottke et al (2010), and SL = Stewart & Leinhardt (2009)). Second column shows the considered material to the collided bodies. The third column brings $V_{Q_D^*}$ to the model $BA\&B$. In the fourth column is given the total amount of the dispersed mass during the collisions. Finally, the fifth column is destined to present how much the total dispersed mass represents in percentage of each satellite's mass, where we also indicate M =Miranda, A =Ariel, U =Umbriel, T =Titania, and O =Oberon.

<i>Model</i>	<i>Material</i>	$V_{Q_D^*}$ (km/s)	m_{disp} $\times 10^{-10} M_\odot$	$(m_{disp}/m_{satellite})$ $\times 100\%$		
<i>BA&B</i>	ice	0.5	3.44	1038.44 <i>M</i>		
				50.55 <i>A</i>		
				58.36 <i>U</i>		
				19.42 <i>T</i>		
				22.61 <i>O</i>		
				751.03 <i>M</i>		
	3.0	2.49	36.56 <i>A</i>			
			42.21 <i>U</i>			
			16.04 <i>T</i>			
			16.35 <i>O</i>			
			basalt	3.0	1.58	478.49 <i>M</i>
						23.29 <i>A</i>
26.89 <i>U</i>						
8.95 <i>T</i>						
10.42 <i>O</i>						
431.03 <i>M</i>						
5.0	1.43	20.98 <i>A</i>				
		24.22 <i>U</i>				
		8.06 <i>T</i>				
		9.39 <i>O</i>				
		<i>SL</i>	ice/rock (weak-rock)	-	1.15	346.66 <i>M</i>
						16.87 <i>A</i>
19.48 <i>U</i>						
6.48 <i>T</i>						
7.55 <i>O</i>						

Notes. the model SL enables the calculus of the Q_D^* for all collisions as a function of any value of impact velocities (equation 5), unlike the model $BA\&B$, where Q_D^* is a pre-determined function through constants established for the specific impact velocities (equation 2).

3.2. Dynamical Friction

Here we start properly the study of the dynamical friction upon the satellites. As described in section 2.2 we considered several types of disks of particles. These disks will vary according with the studied satellite. Such changes will be done mainly in the total amount of mass that is going to compose the disk, in the radial distribution, as well as in the orbital inclinations of the disk particles.

Related to the total amount of mass that is going to compose the disk of particles we will hypothesize the following: four different disks containing 3, 5, 7, and 10% of the satellite's mass will be considered. Then, the results of the simulations will be compared with the data presented in table 6 to see which one could be more plausible to have occurred in the past, during and after the LHB. In the figures of this section the results referred to each value of the total amount of mass of the disk will be indicated by collors as follows:

- $m_{disk} = 3\% m_{satellite}$ → Blue
- $m_{disk} = 5\% m_{satellite}$ → Green
- $m_{disk} = 7\% m_{satellite}$ → Red
- $m_{disk} = 10\% m_{satellite}$ → Black

About the radial distribution of the disk's particles we consider two different situations. First, we consider the studied satellite immersed in the disk of particles. Second, the satellite's orbit will touch the inner edge of the disk of particles. As stated in section 2.2 this was done because, at this moment, we are not basing ourselves in dispersal models of particles, and also because it is intuitive to think that after a sequence of collisions of the kind planetesimal-satellite, the generated particles should share its orbits with satellites' ones. So, still thinking in this way, some particles can go to inward and outward distances from the satellites (letting the satellite immersed in the created disk), or those particles near the satellites should be scattered in a such manner that only an outer disk would formed (letting the satellites in the inner edge of this disk). Thus, after some tests, for the inner and outer limits adopted to the radial extension of the disk we have considered: 1) the disk will have a radial extension of $\approx 12R_p$ (R_p = equatorial planetary radius). 2) in the case where the satellite is immersed in the disk, its orbital semi-major axis will be positioned approximate to $5R_p$ beyond the inner edge of the disk.

Related to 1), such radial distribution was adopted having in mind do not to concentrate the particles only in the region in which the studied satellite is orbiting, but neither so far. Complementary studies indicated that there is a certain dependence on the results with the radial extension of the disk. Such dependence lies in the dispersion of the particles of the disk. The particles of the region of the disk near of the satellite's orbit are quickly dispersed. Thus, this disk disappears soon and its effect upon the satellite is not appreciated. So that we may study the dynamical friction effects due to the interaction between a satellite and a disk of particles, such disk cannot be destroyed immediately. To disallow a such destruction of occur immediately the disk radial distance should be such that only the region near the studied satellite is dispersed, even so part of the disk must remain for little longer. However, a much extended disk could result in much remnant mass of the disk causing a very high gain in the effects of the friction, so letting a residue of particles that hardly would be destroyed. Thus, the extension of the disk must have inner and outer limits. The extension adopted by us looks sufficient to fill the main requirements, ie, generate an appreciable effect and also having the particles of the disk in almost their totality scattered within a period not too long (about 1.5 million years), to the two studied situations (satellites immersed or in the inner edge of the disk). However, this extension of the disk is not in a closed form and will may not resolve all the features needed in the problem. Even so, as stated above it fills the main requirements, giving us a pretty good idea of the resulting dynamic. Thus, after several simulations, we realize that 1.5 million years seems to be time enough to appreciate the dynamical friction phenomenon, as one may see in the figures of this

section. So, this is going to be the time integration of all of our simulations in this kind of study.

The inclination distribution of the disk’s particles will be made in a way that they share their orbits with the satellite’s ones, in other words, for instance, for a satellite that initially had an inclination near 0° and presents an inclination near 1° after the LHB, will be created a disk where the inclinations of its particles become distributed within the interval $I_{disk} = [0 - 1.5]^\circ$.

For all cases, the other initial orbital elements of the particles will be: $e = 0$, and the set (ω, Ω, l) distributed randomly in the interval from 0° to 360° .

Another point that we need to highlight for this study regards the number of particles that compose the disk. Whenever we work with a disk of particles some problems related with CPU-time exist. This is not a different study. The ideal thing to do would, in all the situations, work with the largest number of particles as possible. However, a very large number of particles, results in a very time consuming integration. On the other side, a very small number of particles, generally results in particles with greater values of mass, consequently, either noised or even harmed outcomes.

As here we are first going to work with the biggest satellites of Uranus (Titania and Oberon given the more complex dynamics of Miranda-Ariel system as well as its influence on Umbriel), the dependence regarding the outcomes and the number of particles of the disk seems not to be much problematic. We did tests with disks containing 1000, 2500, and 5000 particles, keeping the orbital parameters of the disk the same as discussed above, and also keeping the disk’s mass constant in all the cases, ie, changing only the number of particles. The integrations were carried using the Mercury package (Chambers 1999) with the appropriate corrections, choosing the Hybrid option with a timestep of $1/20$ of the small orbital period of the satellite involved in the study, and after comparing some of the outcomes with the same package in the BS (general Bulirsch-Stoer) option. The system was composed by the planet, its satellites, the disk of particles, and considering the disturbances of the Sun and of the planet’s J_2 . All bodies interact themselves but the particles of the disk. We do not show these comparative results here given the fact that the plots resultant of the those integrations basically overlap themselves, so only little would be observed. Nevertheless, we can say that the gain in CPU-time is very large when comparing the case with 1000 particles and the others (especially when using the Hybrid option).

Notwithstanding, as we going to see and discuss better in Appendix A, attempting to expand this methodology of study with 1000 particles to study Miranda, Ariel, and Umbriel, reasonably smaller than Titania and Oberon, we found some problems. In this case, much noise appeared in the outcomes in a such manner that little could be observed on the effects of the dynamical friction. The same problem (not shown) was faced when we tried to study Titania and Oberon with a disk of 500 particles.

Based in all this analysis we conclude that 1000 particles is a good starting point for the study, where we do not have much noise in the results and the CPU-time is acceptable as well.

3.2.1. Oberon

We first start analysing Oberon. For Oberon, we start using the data presented in table 4.

The distribution of the particles in the disks ($m_{disk}=3, 5, 7, 10\%m_{Oberon}$), where the orbit of Oberon will be immersed ($disk^{10}$), as well as when will be touching its inner edge ($disk^{20}$), is set as follows:

$$\begin{aligned} - disk^{10} &\rightarrow a_{disk^{10}} = [18 - 30]R_U \\ - disk^{20} &\rightarrow a_{disk^{20}} = [22.5 - 34.5]R_U \\ - I_{disk^{10,20}} &= [0 - 1.5]^\circ \end{aligned}$$

Figure 2 shows the evolution of the semi-major axis, eccentricity, and orbital inclination of Oberon under the effect of the different disks considered.

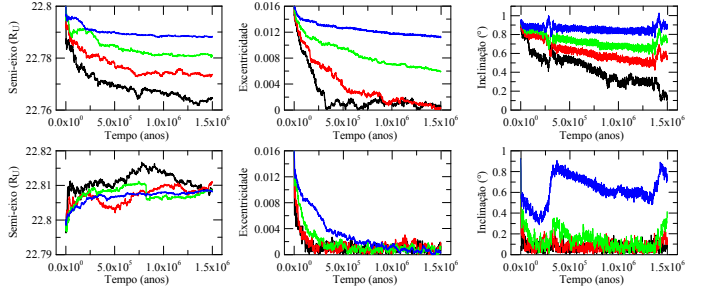


Fig. 2. Evolution of the semi-major axis, eccentricity, and orbital inclination of Oberon under the effect of the dynamical friction phenomenon. Top: $disk^{10}$. Bottom: $disk^{20}$. Blue : $m_{disk} = 3\%m_{Oberon}$, Green : $m_{disk} = 5\%m_{Oberon}$, Red : $m_{disk} = 7\%m_{Oberon}$, Black : $m_{disk} = 10\%m_{Oberon}$.

From figure 2 one may see that the location of the disk of particles related to the orbit of Oberon is determinant for its evolution, not only regarding to the orbital elements variations but to the direction of variation (specially in the semi-major axis). In other words, in a disk where Oberon is immersed, the satellite tends to migrate toward Uranus. On the opposite case, when Oberon has its orbit initially in the inner edge of the disk, the satellite tends to migrate outward of Uranus. Such differences occur due to the remnant of the mass of the disk. When Oberon is immersed in the disk its interaction with the disk tends to brake its motion, thus, its orbital semi-major axis decreases. On the other hand, when Oberon is in the inner edge of the disk, the particles near around its orbit are quickly dispersed, but the remnant disk beyond its orbit tends to “pull” Oberon to far away from Uranus (something similar to what happens with Neptune in the beginning of its smooth migration, described by Tsiganis et al 2005).

This effect that moves Oberon away from Uranus is exactly what we need to reposition Oberon on its current orbit, given the fact that its semi-major axis as shown in table 4 is lower than the observed. Happily, as one may see in the sequence, adding Titania in our study (figure 6), independently of the adopted disk, given the perturbations between the orbits of Titania and Oberon, shortly the particles of this region are scattered, letting then only a disk with similar features to $disk^{20}$.

This scenario also seems to be very promising related to the variations in eccentricity and orbital inclination. Again, the case $disk^{20}$ seems to be more adequate in the sense of explain on how Oberon evolved from just after of the LHB up to the current days. In the figure 2 we can note that in the case $disk^{20}$ the total amount of mass of the disk little seems to influence the outcomes. An exception however, occurs in the case where $m_{disk} = 3\%m_{Oberon}$. In such case, the behavior of the orbital inclination presents an anomalous motion, probably related with some kind of secular resonance among Oberon and particles of the disk. Even so, this behavior will not be studied here because as one will see, when we added Titania, this supposed resonance disappears. On the cases of the $disk^{10}$, a big dependence with the

outcomes and the total amount of mass of the disk is appreciated, where the more massive disks have more expressive results.

3.2.2. Titania & Oberon

Although the above presented results are good, given the proximity of the orbits of the satellites Titania and Oberon, is important to consider Titania in our study as well. To do so, considering the fact that Titania also presents variations after the LHB that are incompatible with the currently observed, and following Deienno et al 2011, this satellite was involved in several collisional events like Oberon, we give sequence to our study considering a second disk (also having 1000 particles) around Titania's orbit (those disks considered in the case of Oberon will still be considered).

Therefore, the disks used around Oberon's orbit will be the same, while for Titania the distribution of the particles of the disks ($m_{disk}=3, 5, 7, 10\%m_{Titania}$), where the orbit of Titania will be immersed ($disk^{1T}$), as well as when will be touching its inner edge ($disk^{2T}$), is set as follows:

$$\begin{aligned} - disk^{1T} &\rightarrow a_{disk^{1T}} = [12 - 24]R_U \\ - disk^{2T} &\rightarrow a_{disk^{2T}} = [17 - 29]R_U \\ - I_{disk^{1T,2T}} &= [0 - 1.5]^\circ \end{aligned}$$

The initial conditions data for Titania are given in table 4.

Figure 3 shows the evolution of the semi-major axis, eccentricity, and orbital inclination of the Titania and Oberon (evolving together), in the case where we considered $disk^{1T}$ and $disk^{1O}$.

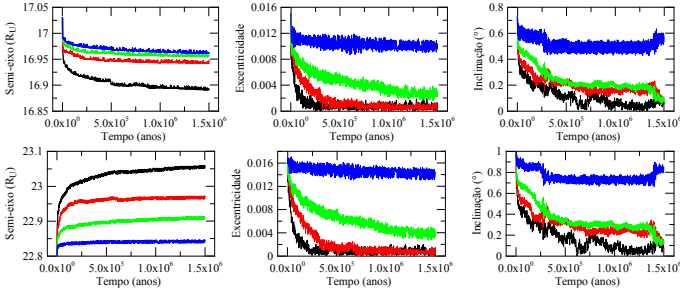


Fig. 3. The same as in figure 2 but adding Titania. Top: Titania ($disk^{1T}$). Bottom: Oberon ($disk^{1O}$), Blue : $m_{disk} = 3\%m_{Titania,Oberon}$, Green : $m_{disk} = 5\%m_{Titania,Oberon}$, Red : $m_{disk} = 7\%m_{Titania,Oberon}$, Black : $m_{disk} = 10\%m_{Titania,Oberon}$.

Figure 4 is similar to figure 3, but now we consider the disks $disk^{2T}$ and $disk^{2O}$.

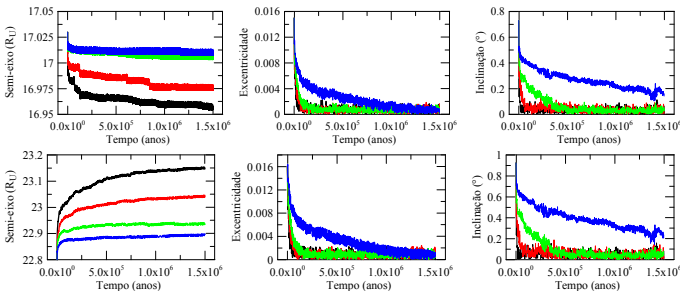


Fig. 4. The same as in figure 3 but considering: Top: Titania ($disk^{2T}$). Bottom: Oberon ($disk^{2O}$)

Looking to figures 3 and 4 we see that there are some important things to note. The first of is that, when we consider Titania evolving together with Oberon, the independence of the evolution of the semi-major axis of Oberon regarding the total mass of the disk ($disk^{2O}$) does not exist anymore. Now, the amplitude of the variation is directly related with the total amount of mass of the disk. If we look to the values of the disk extension adopted to Titania, we will see that part of this disk contribute to form the Oberon's disk. As a consequence, the disk around Oberon's orbit would have more mass than what we put initially. Still, this may not to be a problem because as we see in figure 6, this region of intersection of the disks between the two satellite's orbits is quickly scattered. However, some particles of this disk will remain in the outer region of Oberon's orbit (in the case of $disk^{2T}$).

The second and also important fact to be noted is that for any amount of mass of the disk the variations occurred on eccentricity and inclination are in a very good agreement with the current observed values (except for the case where the total mass of the disk is about 3% of the satellite's mass in the case ($disk^{1T,O}$)).

To try to complete and conclude something about this type of evolution, we will now consider a system composed by the disks $disk^{2T}$ and $disk^{1O}$, ie, Titania on the edge of its disk and Oberon immersed on its. We take this test given the fact that as we will see in figure 6 the particles in the region inner the orbits of Titania and Oberon are rapidly spread, so smaller variations in Titania's semi-major axis would be noted (in the same way as in figure 4), what is important to keep this value closest to which we observe today

Again, is worth to highlight that this is only a test to try to define which would be the best configuration of particles to obtain the interested results using dynamical friction. Thereupon, in the next simulation we have taken only two different values to the total amount of mass of the disks (5 and 10% $m_{satellites}$).

Figure 5 shows the evolution of both Titania and Oberon. Figure 6 shows the evolution of the particles of the above considered disk in different epochs.

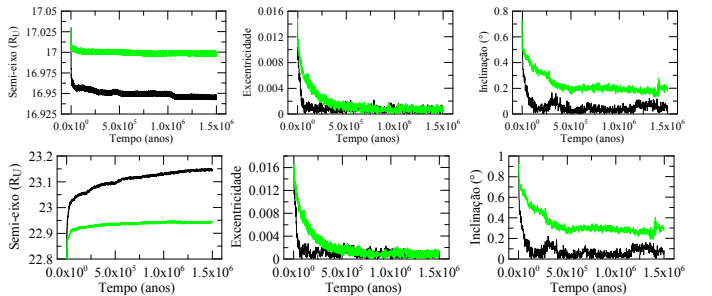


Fig. 5. The same as in figures 3 and 4 but considering only two different disk's mass: Green : $m_{disk} = 5\%m_{Titania,Oberon}$, Black : $m_{disk} = 10\%m_{Titania,Oberon}$. Top: Titania ($disk^{2T}$). Bottom: Oberon ($disk^{1O}$).

Based in all the experiments presented in this section we can conclude that the outcomes from the LHB could be easily damped through the dynamical friction phenomenon, even considering disks with not too much mass. By the analysis of the figures 3, 4, and 5, we verify this is true for the eccentricity and orbital inclination, whatever the adopted configuration of the disk. This is a really good result given the fact that no other mechanism seems to be so efficient to damp (decrease) orbital inclinations. However, some restrictions should be made when we look at the evolution of the semi-major axis of the satellites in this

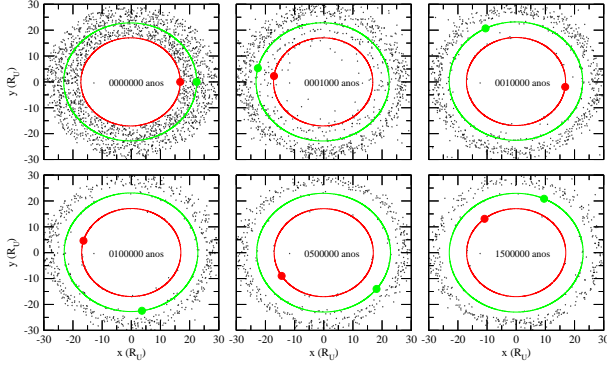


Fig. 6. Evolution of the particles that compose the considered disks. The configuration of the disk is represented in different time intervals. *Black*: particles of the disk. *Red*: Titania's orbital representation, being Titania the red filled dot. *Green*: Oberon's orbital representation, being Oberon the red filled dot.

kind of scenario. More precisely, in respect to Uranus' satellites, Titania and Oberon, the best scenario should be someone similar to that presented in figure 5. In this case, because the fact that the particles between the orbits of Titania and Oberon being scattered in just a few years, the semi-major axis of Titania kept almost unchanged, remaining close to its current value, mainly in the case where $m_{disk} = 5\%m_{Titania}$. For Oberon, the result is a little different from the observations indicating that, probably the disk that we considered should either have had less mass or its radial extension should be smaller than the adopted (which would decrease the gains in the semi-major axis, due to the faster depletion of the disk, resulting in a small length of migration to Oberon). Perhaps, a disk with mass $m_{disk} = 3\%m_{Oberon}$ and smaller radial extension surrounding Oberon's orbit would result in something closest to what we observe now. Another possibility, a consequence of the discussion above, lies in the fact that, Oberon's migration could be smaller if Titania's $disk^{2T}$ were not so extended.

Considering that these satellites will still evolve by tides throughout billions of years, the fact that the values of their semi-major axis and eccentricities are not exactly where they should be but near it, is something that increases the credibility of this study.

Also, the quantity of mass used to reach these results is plausible comparing with those obtained during the collisional analysis done in section 3.1, table 6, from where we can conclude that an amount of mass within [5-10]% of Titania's or Oberon's mass could be generated independently of the collisional model adopted (case (*ii*-basalt, weak-rock) Benz & Asphaug 1999, Bottke et al 2010, and Stewart & Leinhardt 2009). So, even if one think that a portion of that mass would be lost during the LHB, it is not problematic as we have shown considering lesser masses disks. On the other hand, its also good because the possibility of generate more massive disks could damp higher values of orbital inclinations as well (despite of the variations on semi-major axis, which also need to be related with the radial extension of the disk).

3.3. Tides

Now, in the study of the tidal effects upon the satellites through numerical integrations. As we have said (chapter 2, section 2.3) we are going to use the models presented in Correia 2009 and Nogueira et al 2011. Our results will be showed in a way that we can compare the evolution of the satellites within of the two models, in other words, with and without the perturbations due to the Sun and J_2 , respectively. Such integrations will be conducted, using as integrator the RA15 (Everhart 1985), by the solar system age ($\approx 4 \times 10^9 years$). We won't take a time integration of about 4.5 billions of years because we are starting from the point that the this evolution will occur after the LHB.

3.3.1. Neptune - Triton

To be sure that our programs are correct as well as the presented methodology, we opt to first test the code. Such test was done trying to get the same results that appears in Correia 2009 and Nogueira et al 2011.

Using the data of Neptune and Triton given in table 3, as well as the following initial conditions, $a_{Triton} = 2354R_N$ with $R_N = 24764km$ the equatorial radius of Neptune, $q_{Triton} = 7R_N$ where q represents the pericentre distance of the orbit, and $I_{Triton} = 157^\circ$, as given in Nogueira et al 2011, we integrate the equations 7 and we got the result in figure 7.

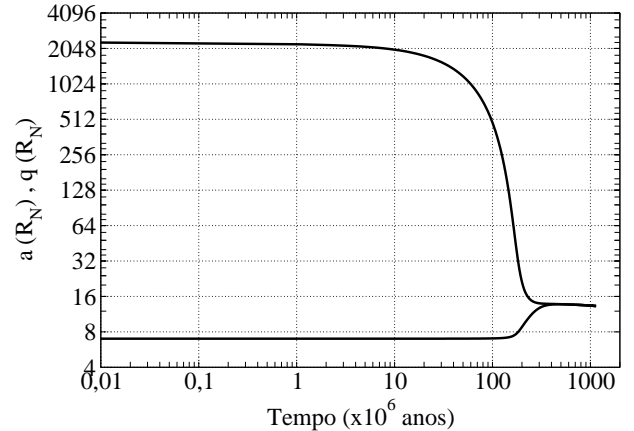


Fig. 7. Evolution of the semi-major axis and of the pericentre distance of the orbit of Triton under the tidal effects.

Given the good agreement between figure 7 and the result shown by Nogueira et al 2011 (figure 3 of the authors' paper), we concluded that our program is correct. Therefore, we can continue with the study.

3.3.2. Uranus - Titania

As in the case of Triton, here and in all the following simulations related with tides, the tidal parameters will be retrieved from table 3.

Initiating with Titania, taking the initial conditions from table 4, we analysed the behavior of its semi-major axis, eccentricity, and orbital inclination under the tidal effects (figure 8) considering the models of Correia 2009 (*green* – equations 7), and Nogueira et al 2011 (*black* – equations 13 with H given by 12).

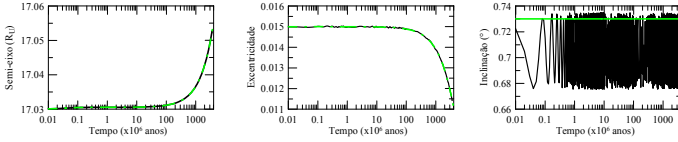


Fig. 8. Evolution of the semi-major axis, eccentricity, and orbital inclination (with respect to Uranus' equator) of Titania under the tidal effects. *Black:* Nogueira et al 2011 (Sun + J_2 are present). *Green:* Correia 2009 (Sol + J_2 are absent).

By the analysis of the figure 8 we see that for Titania the presence of the Sun and the oblateness are practically negligible to the kind of evolution by tides related with semi-major axis and eccentricity. However, as we may see, some oscillations due to these perturbations are appreciated in the orbital inclination of Titania.

About the variations that occur due to the action of the tides, what we could say is that during the solar system age Titania migrates outward from Uranus. This distancing of Titania is about $0.025R_U$, and with that Titania can't reach its current orbital semi-major axis starting from our initial conditions. Even so, just a little is missing for that to happens. Also, as we are working with initial conditions from an average which was calculated from numerous numerical integrations, the fact of Titania end its process of migration by tides about $0.015R_U$ short of its actual semi-major axis is a very good result. Titania's orbital eccentricity and inclination however, do not varies what they should in a way to approach to the current values. But, the fact that the dynamical friction phenomenon worked pretty well on the Titania's orbital eccentricity and inclination, changing very little its semi-major axis, indicates that one possible way to carry Titania from the LHB to the actual orbit is consider dynamical friction plus tides.

3.3.3. Uranus - Oberon

Continuing in the same way as for Titania, for Oberon we have (figure 9).

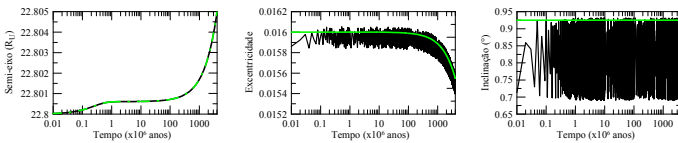


Fig. 9. The same as in figure 8 but for Oberon.

From figure 9 we may conclude that the same analysis done to the case of Titania is valid. However, here the solar perturbations are higher, which induces some variations in the eccentricity as well.

So, rather than rewrite all the observations made to Titania, what shows worth to be highlighted again, given the fact that the dynamical friction phenomenon showed up very efficient upon Oberon, is that all it takes to interpretation that the dynamical friction phenomenon together with tides are able to lead Oberon, as well as Titania, from our post LHB initial conditions to their current observed.

Another point that we should mention is related to the fact that both Titania and Oberon do not interact each other in this tidal study (differently from section 3.2.2). However, as we will conclude at the end of the next section, (where more details will be presented), this is not problematic.

3.4. Dynamical Friction + Tides

Lastly, for completeness of our study, let's put together the two models, tides and dynamical friction, adding to the tidal equations some functions that can reproduce the effects and the general pattern of evolution obtained as results inside the dynamical friction scenario. Such functions will be in the form:

$$\begin{aligned} -a(t) &= a_0 - \Delta a(1 - e^{-t/\tau}), \\ -e(t) &= e_0 - \Delta e(1 - e^{-t/\tau}), \\ -I(t) &= I_0 - \Delta I(1 - e^{-t/\tau}), \end{aligned}$$

in a way that:

$$\begin{aligned} \dot{a}(t) &= -\frac{\Delta a}{\tau} e^{-t/\tau}, \\ \dot{e}(t) &= -\frac{\Delta e}{\tau} e^{-t/\tau}, \\ \dot{I}(t) &= -\frac{\Delta I}{\tau} e^{-t/\tau}. \end{aligned} \quad (15)$$

So, the equations 15 will be added in the equations of tides (13), which considers the perturbations of the Sun (9) and of the oblateness (10), in a such way that will simulate the outcomes obtained by the dynamical friction within the tidal scenario. But, to be coherent, the equations 15 will act upon the system only for 1.5 millions of years (time used in the dynamical friction simulations). After 1.5Mys the equations 15 will not be computed anymore. In other words, starting from time zero up to 1.5Mys, we will integrate the equations 13 + 15, with H given by 12. For times greater than 1.5Mys only the equations 13 considering H as in (12) will be integrated. Again, here we used the RA15 as integrator.

The values for Δa , Δe , and ΔI will be defined for each case, satellite in study, such as these values will intent to reproduce the variations on the satellites needed by a disk of particles with comparable mass of those used.

Figure 10 shows the results for Titania (top) and Oberon (bottom), where for the former we have used $\Delta a = 0.005R_U$, $\Delta e = 0.010$, and $\Delta I = 0.6^\circ$, and for the latter $\Delta a = -0.025R_U$, $\Delta e = 0.015$, and $\Delta I = 0.8^\circ$. In the two cases we used $\tau = 3 \times 10^5 \text{ years}$, and the same tidal parameters and initial conditions of the previous sections.

The simulations were again carried out by 4Gys taking into account the perturbations of the Sun and Uranus' oblateness.

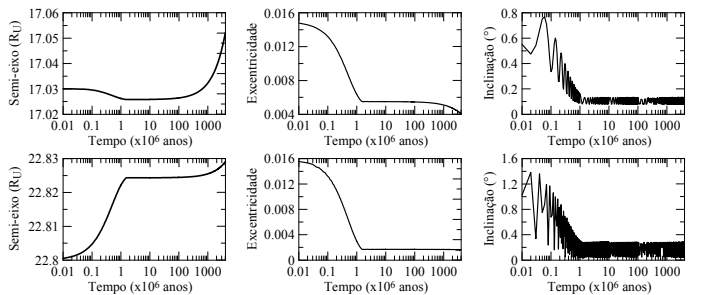


Fig. 10. Evolution of the semi-major axis, eccentricity, and inclination of the orbits of Titania (top) and Oberon (bottom) under the effect of the tides and of the dynamical friction, with the addition of the perturbations of the Sun and J_2 .

– Considerations

From figure 10 and the values of Δa for Oberon, as we said at the end of the section 3.2.2, a disk around Oberon should ei-

ther have had less mass than 5% of Oberon's mass of its radial extension should be smaller than that adopted.

With this results we can check that our methodology works well. In the begining the motion of the satellite is dominated by the dynamical friction phenomenon and after 1.5Mys, with the depletion of the disk, only the tides act upon the satellites. So, now we can confirm some previous considerations, ie, by joining the effects produced by tides and dynamical friction, becomes possible the evolution of the orbital elements of the satellites starting just after the LHB to those currently observed.

About all the others orbital elements integrated, s , ω , and Ω , although not shown at anytime, we can ensure that in all cases, the variations are as predicted, ie, the spin of the satellites decreases along the time, reaching the synchronous state, as well the angular elements ω and Ω circulate.

Regarding that fact that we did not considered Titania and Oberon interacting each other during the tidal evolution is not problematic because the variations are too small for the system suffer some drastic consequence due to this. Even if we had some different result considering interaction, such differences would be small. Thus, by the changing of the not well known tidal parameters (what one can do given the big uncertainties), we could recovery the results presented. This is why we opted for do not show any other plot beyond those in the sections 3.3 and 3.4. Among all the simulations that we have done, the characteristics of the motion of the satellites due to tidal effects were very similar. Not to many differences can be observed (as we may see in Appendix B) by changing the values of k_{2s} and Q_U . The biggest variations are caused due to the dynamical friction phenomenon, which we have done an extensive analysis in section 3.2 to determine the possibles amplitudes of variation and viability.

4. Conclusions/Discussions

In this work a numerical exploratory analysis of the dynamical friction phenomenon was carried out intending to understand on how some regular satellites could respond. Our motivation in this subject was created basing ourselves in the results of Deienno et al 2011, where the authors have shown the possibility that Uranus have had more satellites in the past then it has today, being those extras (fictitious) satellites lost during the LHB. In that context Oberon would be the outermost satellite that could survive to the LHB. Even so, the results of the authors also showed that some incompatibilities were apreciated in the orbital elements of the remnant satellites, mainly in the inclinations. As is well known, tides hardly damps orbital inclinations, or when it does, tidal scales to damp inclinations could be larger than the Solar System's age (depending on the values to be damped). Continuing in this sense, we looked in a way to be more effective with the inclinations issues. For that we proposed the dynamical friction phenomenon.

In the way to comput the dynamical friction phenomenon, we tracked the collisions occured during the simulations of the planetary instability of Deienno et al 2011, based in the models of Tsiganis et al 2005 and Gomes et al 2005. With all the data collected, using the theories presented in Benz & Asphaug 1999, Stewart & Leinhardt 2009, and Bottke et al 2010, we computed how much mass could be released by the collisions involving planetesimals and satellites, as well as, collisions between to satellites. What we found is that a large amount of mass, up to about 10% of Oberon's or Titania's mass, could be released by these colisions (whatever the collisional model adopted)

In a first moment, trying to figure it out on how efficient the dynamical friction phenomenon could be, we did not make

any simulation related to mass and particles dispersion during the collisional events. Even so, as argued during the main text, our approach was to think that the total amount of mass created would remain for a while in the region where the satellites orbits were. By the use of different disks of particles we found that not too much mass in the disks is needed to damp the inclinations in the way that we want, and with high efficiency. This was a very good result, mainly when we consider that some part of the released mass could be lost still during the LHB. So, in this way the total mass of the disk would be lesser than 10% of Oberon's or Titania's mass. Indeed, what we found is that a disk that shares its inner edge with Titania's orbit, extended up to a little beyond Oberon's orbit, composed with about 5% of the mass of Titania and 3% of the mass of Oberon, would be enough to damp the inclinations remnant of the LHB to the current observed values.

However, only the issues about the inclinations could be fully resolved by this mechanism. To take care of the orbital eccentricities and semi-major axes, we considered tides (Correia 2009, and Nogueira et al 2011). As already stated, tides do not work very well in damping inclinations, moreover, given the distance planet-satellite in the case of Titania and Oberon, tidal effects are very weak. Even so, some variations can be appreciated in the evolution of orbital eccentricities and semi-major axes. Thus, for completeness, we added the two effects to act upon the satellites and what we have found is that with such addition we can lead the satellites from the LHB up to what we observe today.

Therefore, considering that Uranus is probably not the one ice giant that had encounters with Jupiter in the jumping Jupiter scenario (Gomes et al 2012, and private conversation with Gomes), and also considering that this study is well valid for the other satellites (Miranda, Ariel, and Umbriel), despite of many other resonance crosses that these satellites have faced after the LHB, the results here obtained together with those presented in Deienno et al 2011, indicates that the Uranus system of satellites could have being different in the past, even with more satellites, and then evolved to what is now.

Acknowledgements. This work was supported by FAPESP and CNPQ.

Appendix A: Satellite's mass vs Number of particles

Here we show that during the tentative of expand our methodology on the dynamical friction phenomenon using a disk composed by 1000 particles to study Miranda, Ariel, and Umbriel, reasonably smaller than Titania and Oberon, we found problems related with noise in the outcomes.

As we will see in figure A.1 with such noise we almost can't see the effects of the dynamical friction. Also in this figure, becomes clear the dependence of the relationship between the number of the particles and total mass of the disk, when compared with the mass of the satellite.

In the figure A.1 we present the same pattern of collors used in section 3.2 as well as the initial conditions were retrived from table 4

The configuration of the disks were:

- $disk^{Miranda} \rightarrow a_{disk^{Miranda}} = [5 - 17]R_U$
- $disk^{Ariel} \rightarrow a_{disk^{Ariel}} = [2, 6 - 14, 6]R_U$
- $disk^{Umbriel} \rightarrow a_{disk^{Umbriel}} = [10 - 22]R_U$
- $disk^{Titania} \rightarrow a_{disk^{Titania}} = [17 - 29]R_U$
- $disk^{Oberon} \rightarrow a_{disk^{Oberon}} = [18 - 30]R_U$
- $I_{disk} = [0 - 2]^o$

Each disk was composed by 1000 particles, totaling 5000 particles around Uranus with its satellites immersed in such disk.

As one may see in figure A.1, the path of evolution presented by Titania and Oberon do not differ from what we have already presented. However, Miranda, Ariel, and Umbriel, show a evolutionary path extremely noisy and not so reliable. So, given the dependence “Satellite’s mass vs Number of particles”, to study small satellites, a disk with more particles, and smaller masses, would be necessary (which increases a lot the CPU-time). Plus, we always need to have in mind that the evolution of Miranda’s inclination (Dermott et al 1988, Malhotra & Dermott 1990, and Malhotra 1990) makes the whole system from Miranda to Umbriel much more complex.

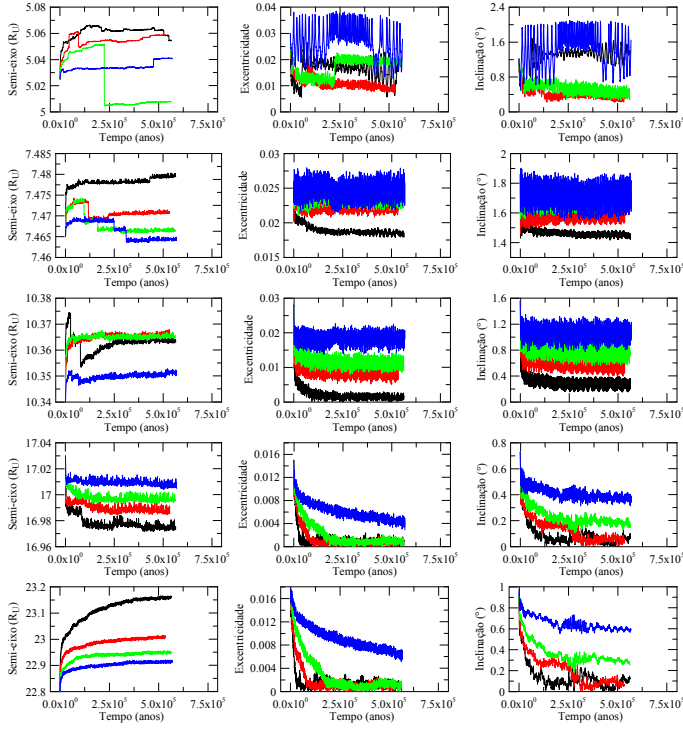


Fig. A.1. Evolution of the semi-major axis, eccentricity, and orbital inclination of the satellites of Uranus under the effect of the dynamical friction phenomenon. From top to bottom: Miranda, Ariel, Umbriel, Titania, and Oberon. *Blue* : $m_{\text{disk}} = 3\%m_{\text{satellite}}$, *Green* : $m_{\text{disk}} = 5\%m_{\text{satellite}}$, *Red* : $m_{\text{disk}} = 7\%m_{\text{satellite}}$, *Black* : $m_{\text{disk}} = 10\%m_{\text{satellite}}$.

Appendix B: Tidal parameters and their influence

In this section we show how the tidal parameters k_{2s} and Q_U , number of Love of the satellite and Dissipation factor of Uranus, respectively, can influence the evolution of Titania and Oberon.

Figures B.1 and B.2 show the results for Titania and Oberon, in this order. The curves represent different combinations of values of k_{2s} and Q_U according to table 3.

As one may see, not much can be appreciated as variation of the semi-major axis and eccentricity for this two satellites as a function of k_{2s} and Q_U . The larger difference occurs to Titania’s final semi-major axis which vary in about $0.025R_U$ when considering the minimum and the maximum values of Q_U . For Oberon, the variations in semi-major axis are much smaller than that of Titania (about $0.004R_U$). In both cases, the value k_{2s} do not cause any change in the evolution of semi-major axis.

Looking to the evolution of the eccentricity, the variations are even smaller for both the satellites (Titania and Oberon), and only a small dependence of Q_U seems to exist.

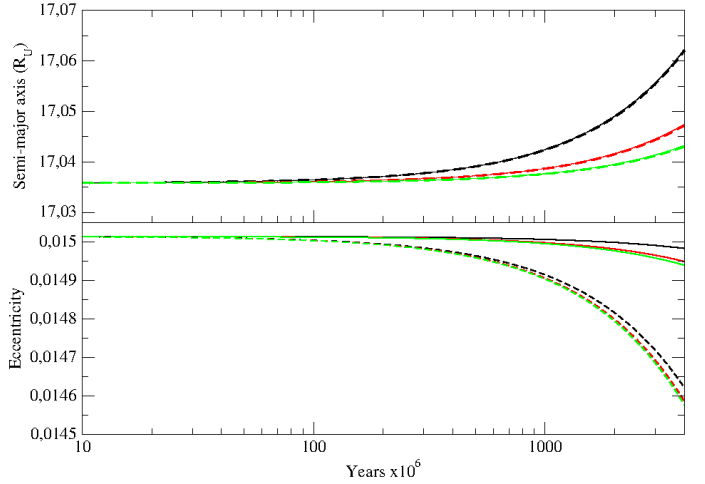


Fig. B.1. Evolution of the semi-major axis and eccentricity of Titania as a function of the tidal parameters k_{2s} and Q_U . *Black* : $k_{2s} = 0.02$ and $Q_U = 11000$, *Red* : $k_{2s} = 0.02$ and $Q_U = 25000$, *Green* : $k_{2s} = 0.02$ and $Q_U = 39000$, *DashedBlack* : $k_{2s} = 0.1$ and $Q_U = 11000$, *DashedRed* : $k_{2s} = 0.1$ and $Q_U = 25000$, *DashedGreen* : $k_{2s} = 0.1$ and $Q_U = 39000$.

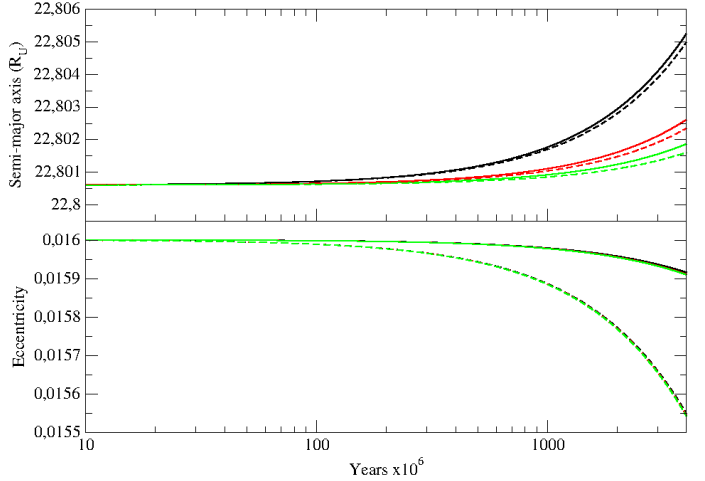


Fig. B.2. Same as in figure B.1 but for Oberon.

References

- Beaugé C., Roig F. & Nesvorný D., 2002, Effects of planetary migration on natural satellites of the outer planets, Icarus, v. 158, 483-498.
- Benz W. & Asphaug E., 1999, Catastrophic disruptions revisited, Icarus v.142.5-20.
- Bottke W. F., Durda, D. D., Nesvorný D., Jedicke R., Morbidelli A., Vokrouhlický D. & Levison H. F., 2005, The fossilized size distribution of the main asteroid belt, Icarus, v.175, p.111-140.
- Bottke W.F., Nesvorný D., Vokrouhlický D. & Morbidelli A. 2010, The irregular satellites: The most collisional evolved populations In the Solar System, A&J, v.139, 994-1014.
- Bottke W.F., Vokrouhlický D., Minton D., Nesvorný D., Morbidelli A., Brasser R., Simonson B., & Levison H. F., 2012, An Archaean heavy bombardment from a destabilized extension of the asteroid belt, Nature, v.485, 78-81.
- Brasser R., Morbidelli A., Gomes R., Tsiganis K., Levison F. H. 2009, Constructing the secular architecture of the Solar System II: The terrestrial planets, A & A, v. 134, 1790-1798.
- Burns J.A. 1986, In Satellites, eds. J.A.Burns & M.S. Matthews, Tucson, University of Arizona.
- Callegari Jr N. & Yokoyama T., 2008, Dynamics of Enceladus and Dione inside the 2:1 mean-motion resonance under tidal dissipation, Celestial Mechanics and Dynamical Astronomy, V.102, 273-296.
- Chambers J. E. 1999, A Hybrid Symplectic Integrator That Permits Close Encounters Between Massive Bodies. Monthly Notices of The Royal Astronomical Society, V. 304, 793-799.

- Correia A. C. M., 2009, Secular evolution of a satellite by tidal effect: Application to Triton, *The Astrophysical Journal*, v.704, L1-L4.
- Crida A., Charnoz S., Papaloizou J. C. B. & Salmon J., 2009a, Satellite and propeller migration in Saturn's rings, *AAS, DPS #41*.
- Crida A., Papaloizou J. C. B., Charnoz S. & Salmon J., 2009b, Satellites migration in Saturn's rings, *EPSC Abstracts*, v.4.
- Deienno R., Yokoyama T., Nogueira E. C., Callegari N. Jr. & Santos M. T., 2011, Effects of the planetary migration on some primordial satellites of the outer planets: I Uranus' case, *A&A*, v.536, A57.
- Dermott S. F.; Malhotra R. & Murray C. D., 1988, Dynamics of the Uranian and Saturnian satellites systems: a chaotic route to melting Miranda, *Icarus*, v.76, 295-334.
- Everhart E., 1985, An efficient integrator that uses Gauss-Radau spacings, *IAU*, v.83, p.185-202.
- Fernandez J. A. & Ip W. H., 1996, Orbital expansion and resonant trapping during the late accretion stages of the outer planets, *Planetary and Space Science*, v. 44, 431-439.
- Goldreich P., 1966, History of the Lunar Orbit Reviews of Geophysics, v.4, 411-439.
- Goldreich P., Murray N., Lonagaretti P.Y. & Banfield D. 1989, Neptune's Story, *Science*, v.245, 500-504.
- Gomes R. S., Tsiganis K., Morbidelli, & Levinson H.F., 2005, Origin of the cataclysmic Late Heavy Bombardment period of the terrestrial planets, *Nature*, v.435, 466-469.
- Gomes R. S., Nogueira E. C., & Brasser R., 2012, The Fate of Regular Satellites during the Nice Model's Planetary Close Encounters, *American Astronomical Society, DPS meeting #44*, #415.02.
- Hahn J. M. & Malhotra R., 1999, Orbital evolution of planets embedded in a planetesimal disk, *A & J*, v.117, 3041-3052.
- Less L., Jacobson R. A., Ducci M., Stevenson D. J., Lunine J. I., Armstrong J. W., 2012, Asmar S. W., Racioppa P., Rappaport N. J. & Tortora P., The tides of Titan, *Science*, v.337, p.457.
- Malhotra R. & Dermott S. F., 1990, The role of secondary resonances in the orbital history of Miranda, *Icarus*, v.85, 444-480.
- Malhotra R., 1990, Capture probabilities for secondary resonances, *Icarus*, v.87, 249-264.
- Mignard F., 1979, The evolution of the Lunar orbit revisited I, *The Moon and the Planets*, v.20, 301-315.
- Mignard F., 1979, The evolution of the Lunar orbit revisited II, *The Moon and the Planets*, v.23, 185-201.
- Mignard F., 1981, Evolution of the Martian satellites, *MNRAS*, v.194, 365-379.
- Mignard F., 1981, The Lunar orbit revisited III, *The Moon and the Planets*, v.24, 189-207.
- Morbidelli A., Tsiganis K., Crida A., Levison F. H., Gomes R., 2007, Dynamics of the giant planets of the Solar System in the gaseous protoplanetary disk and their relationship to the current orbital architecture *A & J*, v. 134, 1790-1798.
- Murray C. D. & Dermott S. F., 1999, *Solar system dynamics*, Cambridge University Press.
- Nesvorný D., Vokrouhlický D. & Morbidelli A., 2007, Capture of irregular satellites during planetary encounters, *A & J*, v.133, 133-1962.
- Nesvorný D., 2011, Young solar system's fifth planet?, *The Astrophysical Journal*, v.742, L22.
- Nesvorný D. & Morbidelli A., 2012, Statistical study of the early solar system's instability with four, five and six giant planets, *The Astronomical Journal*, v.144, A117.
- Nogueira E. C., Brasser R. & Gomes R. S., 2011, Reassessing the origin of Triton, *Icarus*, v.214, p.113-130.
- Peale S. J., Cassen P. & Reynolds R. T., 1980, Tidal dissipation, orbital evolution, and the nature of Saturn's inner satellites, *Icarus*, v.43, p.65-72.
- Peale S. J., 1988, Speculative histories of the Uranian satellite system, *Icarus*, v.74, p.153-171.
- Stewart S. T. & Leinhardt Z. M., 2009, Velocity-dependent catastrophic disruption criteria for planetesimals, *The Astrophysical Journal*, v.691, p.L133-L137.
- Tittemore W. C. & Wisdom J., 1988, Tidal evolution of the Uranian satellites: I passage of Ariel and Umbriel through the 5:3 Mean-Motion commensurability, *Icarus*, v.74, p.172-230.
- Tittemore W. C. & Wisdom J., 1989, Tidal evolution of the Uranian satellites: II An explanation of the anomalously high orbital inclination of Miranda, *Icarus*, v.78, p.63-89.
- Tittemore W. C. & Wisdom J., 1990, Tidal evolution of the Uranian satellites: III Evolution through the Miranda-Umbriel 3:1 Miranda-Ariel 5:3 and Ariel-Umbriel 2:1 mean-motion commensurabilities, *Icarus*, v.85, p.394-443.
- Tsiganis K., Gomes R., Morbidelli, & Levinson H.F., 2005, Origin of the orbital architecture of the giant planets of the Solar System, *Nature*, v.435, 459-461.
- Verheylewegen E., Noyelles B. & Lemaitre A., 2013, A numerical exploration of Miranda's dynamical history, *arXiv:1302.4329v1*.
- Walsh K. J., Morbidelli A., Raymond S. N., O'Brien D. P. & Mandell A. M., 2011, A low mass for Mars from Jupiter's early gas-driven migration, *Nature*, v.475, p.206-209.
- Yokoyama T., Deienno R., Santos M. T., Brasil P. I. O., Callegari Jr N., & Nogueira E.C., 2013, Regular satellites and smoothness in planetary migration, *A&A Research Note*, Submitted.

