

Transformada *wavelet* contínua bidimensional:  
explorando a variabilidade direcional e em escala para a  
análise de sinais espaciais

Evandro Bernardes<sup>1</sup>

PIBIC/CNPq, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE),  
Centro de Tecnologia, Universidade Estadual de Maringá, Maringá, Paraná

Margarete Oliveira Domingues<sup>2</sup>

Laboratório Associado de Computação e Matemática Aplicada,  
Centro de Tecnologias Espaciais, INPE, São José dos Campos, São Paulo

Odim Mendes<sup>3</sup>

Divisão de Geofísica Espacial,  
Centro de Ciências Espaciais e Atmosférica, INPE, São José dos Campos, São Paulo

**Resumo.** Com o propósito de aplicação para análise de sinais espaciais, implementam-se funcionalidades das transformadas *wavelet* contínuas bidimensionais para estudos direcionais e de variabilidades espaciais em imagens do sol. As imagens são provenientes do satélite SOHO, da NASA, em que se escolheu um evento amplamente estudado na literatura. Dois tipos de funções *wavelet* analisadoras são empregados para destacar estruturas de interesse relacionadas a ejeção de massa coronal. Como resultados, verifica-se que as estruturas principais são detectadas, assim como o foram em outros trabalhos. No entanto, algumas outras estruturas de menor intensidade são também identificadas. O método consegue também quantificar a energia por escala e direção. O procedimento caracterizou-se como uma ferramenta de análise útil e com potencial para uso em centros de estudo e monitoramento do clima espacial.

**Palavras-chave.** transformada wavelet, transformada de Fourier, transformadas integrais, análise multiescala, análise de sinais

## 1 Introdução

Utilizando de satélites com melhor distribuição espacial, e que obtêm imagens com melhor resolução tanto temporal quanto espacial, as investigações em Eletrodinâmica Espacial [1,2] têm recebido uma atenção crescente neste início de século, principalmente pelo

---

<sup>1</sup>evbernardes@gmail.com

<sup>2</sup>margarete.domingues@inpe.br

<sup>3</sup>odim.mendes@inpe.br

potencial de aplicações (ilustradas em <http://www2.inpe.br/climaespacial/portal/pt/>) referentes ao cotidiano da sociedade [3]. De forma a contribuir com os esforços das Ciências Espaciais, este trabalho realiza um estudo exploratório das potencialidades de utilização das transformadas *wavelet* contínuas bidimensionais para a análise de imagens do sol obtidas de satélites. Embora as wavelets sejam conhecidas há algum tempo pelos físicos solares, a metodologia proposta têm grande importância para o estudo de imagens do sol por destacar características nativas em um contexto mais restrito desse tipo de ferramenta, e que permitem uma inovação de abordagem para uma série de aplicações de interesse na área espacial.

Ressalta-se inicialmente que as transformadas *wavelet* possuem como funções-base as funções *wavelet*, muito adequadas e valiosas para a análise de sinais não estacionários. Essas funções são funções oscilatórias compactas, idealmente localizadas tanto no tempo como na frequência. As transformadas *wavelet* podem ser usadas para visualizar tanto certas propriedades globais quanto as peculiaridades locais de um sinal, pois caracterizam-se como um instrumento que trabalha ao mesmo tempo em várias escalas de tempo. Detalhes gerais das wavelets e também dos interesses específicos deste trabalho podem ser encontrados em [5].

Este estudo objetiva avaliar fenômenos coronais transientes relacionados ao a evolução de padrões coronais de larga escala. Há inclusive o potencial, no futuro, de automatizar procedimentos de caracterização de estruturas emergentes do Sol de importância para o Clima Espacial. O conteúdo organiza-se da forma seguinte. Na Seção 2, apresentam-se a metodologia utilizada e exemplificações de uso. Na Seção 3, os dados utilizados. Na Seção 4, comentam-se os resultados obtidos com a utilização de duas funções *wavelet* analisadoras distintas. Na Seção 5, fazem-se os comentários finais.

## 2 Metodologia

A transformada *wavelet* contínua bidimensional, ou em inglês *bidimensional Continuous Wavelet Transform* (CWTb) [5], é definida como o produto interno do sinal a ser analisado, designado aqui por  $f(\mathbf{x})$ , com várias funções *wavelet* derivadas, aqui como  $\psi_{a,\theta,\mathbf{b}}(\mathbf{x})$ , de uma mesma função *wavelet* analisadora. A transformada fica expressa por:

$$\mathcal{W}_f^\psi(a, \theta, \mathbf{b}) = \int f(\mathbf{x})\psi_{a,\theta,\mathbf{b}}(\mathbf{x})\mathbf{d}^2\mathbf{x},$$

em que as operações de dilatação, translação e rotação estabelecem as funções *wavelet*  $\psi_{a,\theta,\mathbf{b}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{a}\psi\left(\frac{\mathbf{r}-\theta(\mathbf{x}-\mathbf{b})}{a}\right)$ , O parâmetro  $a$  é a escala,  $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^2$  a posição (translação), e  $\mathbf{r}_\theta$  a rotação, normalmente dada por  $\mathbf{r}_\theta(x, y) = (x \cdot \cos \theta - y \cdot \sin \theta, x \cdot \sin \theta + y \cdot \cos \theta)$ .

A dimensionalidade da transformada introduz desafios à visualização, pois se têm quatro variáveis independentes (que são a escala, a rotação e translações nos dois sentidos) para representar duas grandezas diferentes: módulo e fase dos coeficientes. A estratégia mais simples de visualizar essa transformada é manter alguns dos parâmetros fixos. Têm-se duas representações básicas [7]: a) representação de posição, em que  $a$  e  $\theta$  são mantidas

constantes e utiliza-se uma função apenas dos parâmetros de deslocamento  $\mathbf{b}$ ; e b) representação de ângulo-escala, em que as translações são mantidas constantes e utiliza-se uma função apenas da escala e do ângulo. A representação de posição é a mais usual e possui mais ampla aplicação em processamentos de imagens, por exemplo, para a detecção de posição, forma e contornos, ou detecção de padrões, entre outras possibilidades.

Os sinais considerados na análise são de energia finita, definidos no plano  $\mathbb{R}^2$ , i.e., funções em que, para  $\mathbf{x} = (x, y)$ ,  $f \in L^2(\mathbb{R}^2, d^2\mathbf{x})$ :  $\|f\|^2 = \int d^2\mathbf{x} |f(\mathbf{x})|^2 < \infty$ . Neste estudo, os sinais são imagens em tons de cinza com todos os seus valores limitados e representados por uma função não negativa.

Para exemplificação da aplicação do método de análise às imagens, alguns casos são escolhidos. Dentre as *wavelets* bidimensionais mais populares que podem ser usadas na CWTb, utilizam-se neste trabalho uma que é invariante na rotação e uma direcional, conforme descritas a seguir.

Para uso da direcionalidade, um exemplo apresentado é a imagem que contém dunas, mostradas na Figura 1(a). Nessa figura, para comparação, mostram-se as representações de escala-ângulo da mesma imagem utilizando (b) a *wavelet* de Morlet e (c) a *wavelet* chapéu mexicano. Observa-se que a CWTb com a *wavelet* isotrópica (a do chapéu mexicano) é constante no ângulo, em que a visualização só mostra a energia de cada escala. Por sua vez, a *wavelet* de Morlet permite detectar a direcionalidade das estruturas presentes na imagem. Na Figura 2, as representações de posição para alguns valores de  $a$  e  $\theta$  da transformada com as duas *wavelets* são apresentadas. Constata-se, pela observação dessa figura, que uma *wavelet* isotrópica é uma boa ferramenta a ser escolhida quando é necessária a detecção de quaisquer detalhes ou bordas presentes na imagem, seja de menores ou maiores escalas; enquanto a *wavelet* direcional é uma boa ferramenta para analisar a existência de estruturas em direções de interesse. No caso da *wavelet* de Morlet, uma característica de análise bem útil é a fase da representação de posição.

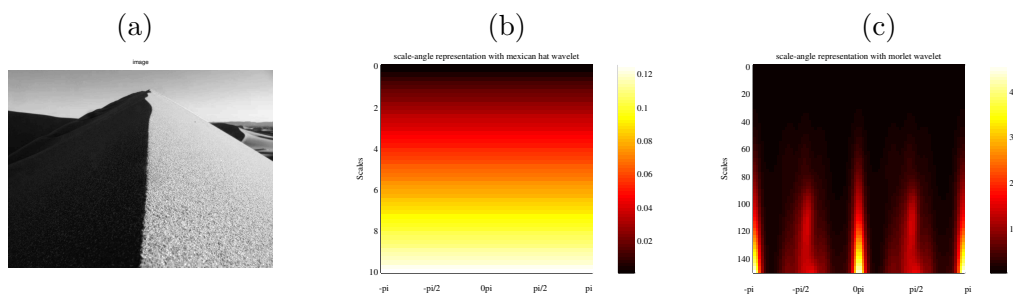


Figura 1: Exemplo de uma imagem de dunas para estudos de bordas e de efeitos direcionais. Imagem original (a). Representação em escala-ângulo da CWT com uma: *wavelet* chapéu mexicano (isotrópica, b), e uma *wavelet* de Morlet (direcional, c).

Na Figura 3(a), apresenta-se uma imagem com várias linhas finas e imperceptíveis. Elas são identificadas a seguir por meio da transformada *wavelet* com auxílio da representação de escala-ângulo. Na Figura 3(b), nota-se que a energia está presente principalmente nos ângulos  $\pi/2$  radianos. Nas Figuras 3(c) e (d), observam-se os resultados das

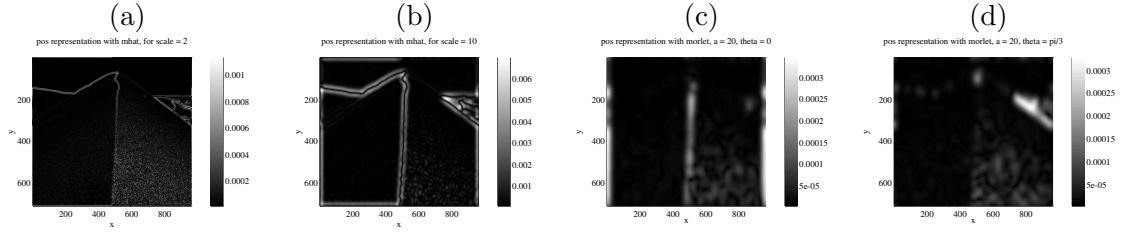


Figura 2: Representação de posição do módulo das transformadas *wavelet* da Fig. 1(a) com as funções *wavelets* analisadoras de chapéu mexicano (a, b) e de Morlet (c, d).

transformadas em representação de posição para, respectivamente, os ângulos de  $\theta = \pi/2$  e 0. Para  $\theta = \pi/2$ , observa-se o destaque que a transformada conseguiu dar às linhas. Considerando imagens muito maiores, isto tornaria mais fácil a detecção de linhas finas e imperceptíveis ou, então, de padrões lineares em cima de uma imagem ruidosa. Para  $\theta = 0$ , constata-se a detecção de algumas formas, efeito que se dá no momento da descon-tinuidade de algumas linhas no meio da imagem, e também efeito de borda no fim e início das linhas (efeito esse que acontece por que o algoritmo considera a imagem como sendo periódica, propriedade que ela não possui de fato).

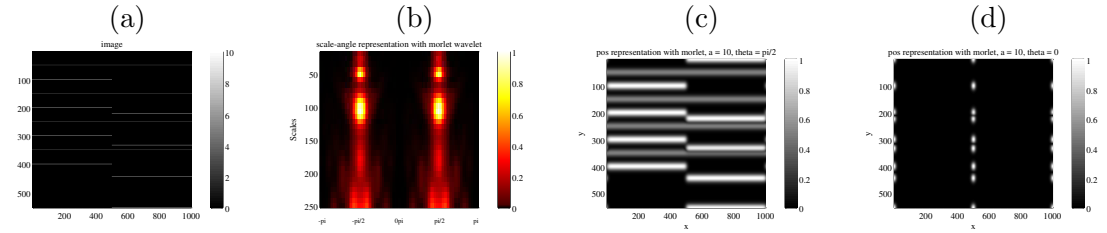


Figura 3: Imagem com várias linhas(a). Média da representação de escala-ângulo da CWT com *wavelet* de Morlet (b). CWT em representação de posição, com  $\theta = \pi/2$  e  $\theta = 0$  respectivamente (c, d).

Para clareza e reprodutibilidade do trabalho, as análises apresentadas foram imple-mentadas no programa [9] com uso de recursos do pacote *yawtb* e da paleta de cores *hot*.

### 3 Dados

Para os propósitos de estudo, escolheram-se dois tipo de imagem solares provenien-tes dos instrumentos do satélite *Solar and Heliospheric Observatory* (SOHO), para testar e avaliar a identificação de estruturas. O experimento *The Large Angle Spectrometric COronagraph* (LASCO), um dos 11 instrumentos deste satélite, dispõe de anteparos (co-ronógrafos) que bloqueiam a luz intensa do centro do sol para estudar a coroa solar e objetos com menos intensidade [8]. Esse instrumento foi desenvolvido para medir a coroa solar na região do entorno do Sol de 1.1 a 32 raios solares. Ele auxilia assim em questões

essenciais de acompanhamento e entendimento das ocorrências de física solar de interesse prático dos centros de clima espacial, como o programa de (*Estudo e monitoramento brasileiro de Clima Espacial (Embrace)*), estabelecido na CEA/INPE. O desafio de elaborar ferramentas numérico-computacionais de análise é uma demanda premente, como esta deste trabalho, resultante da cooperação da Divisão de Geofísica Espacial (DGE), da Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA), e o Laboratório de Computação e Matemática Aplicada (LAC), da Coordenação de Laboratórios Associados (CTE).

Para caracterização da ferramenta implementada, nesta fase exploratória, escolheu-se um caso que apresenta uma ejeção de massa coronal (CME) em 6 de outubro de 2001, estudada anteriormente por [11, 13] baseada na definição de [12], que descreve a visualização do fenômeno como um núcleo dentro de uma luneta brilhante escuro rodeado por um laço inexpressivo brilhante, sendo a sua estrutura interna fraca (Fig. 4(a)). A questão básica foi avaliar se a ferramenta seria capaz de encontrar e realçar as características diáfanos da estrutura solar.

## 4 Resultados

Da observação direta da Figura 4(a), que refere-se a original, pode-se ver que existe uma emissão de massa coronal. No entanto, as estruturas de formação não se mostram bem identificadas, havendo inclusive ambiguidade de interpretação porque algumas delas são praticamente imperceptíveis ou confusas sem processamentos adequados da imagem. Já na Figura 4(b), mostra-se a representação em posição da CWTb com *wavelet* do chapéu mexicano para a escala 7. Têm-se as estruturas de bordas destacadas nessa representação. Houve discernimento das estruturas relevantes de interesse considerando a ocorrência e expansão para o meio interplanetário. A representação de bordas na CWTb com *wavelet* de Morlet na representação de posição não é indicada, dada sua redundância (figura não apresentada). Na Figura 4(c), detectou-se no sinal, em especial, energia nas escalas 20 – 25, e no ângulo de 0 radianos. A representação de ângulo-escala é uma representação que revela-se bastante interesse, pois permite uma quantificação da energia para estudos comparativos de eventos, utilizando uma base de dados ampla, e seus efeitos na Terra. Cabe mencionar ainda que, para esse tipo de representação, o centro da imagem (ou seja, onde está o anteparo) e as bordas (em que se detectam efeitos de borda na transformada) têm de ser removidos para evitar artefatos indesejáveis. A energia em  $\pi$  radianos é um artefato devido a imagem não estar periodizada.

Finalmente, decorrente do estudo, além das estruturas principais detectadas em [11] com o uso da transformada wavelet dual-tree e com outras técnicas referenciadas naquele artigo para o evento estudado, observaram-se, pelas análises implementadas com a CWTb, várias estruturas direcionais de menor intensidade detectadas nos quadrantes sudoeste e sudeste do sol (sistema de referência solar). Essas estruturas não estão destacadas nas análises dos trabalhos anteriores. Desta forma, mesmo que o custo da CWTb usando essas duas funções analisadoras seja maior em alguns casos exploratórios, o seu uso mostrou-se de importância no destaque e na quantificação de estruturas.

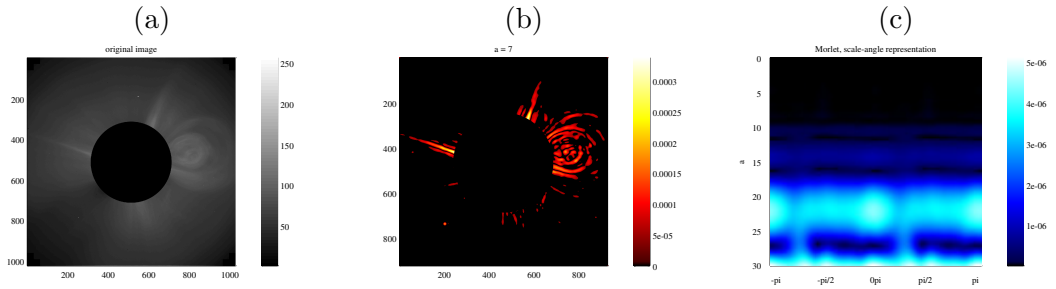


Figura 4: (a) Imagem do Sol obtida pelo satélite SOHO/NASA, em 06/10/2001, por meio do instrumento LASCO que dispõe de um anteparo para exclusão do disco solar. (b) CWTb dessa imagem com a *wavelet* do chapéu mexicano em uma representação de posição para  $a = 7$  e (c) CWTb com *wavelet* de Morlet para escalas variando entre 1 e 30, em uma representação ângulo-escala.

## 5 Comentários Finais

A CWTb, em que depende da escolha da *wavelet* analisadora adequada, tem um papel importante em estudos exploratórios de diversos fenômenos da física solar. Outras formas de análise e quantificação podem ser exploradas no aspecto quadridimensional observado no domínio dessa transformada. No caso analisado, todas as informações de localização de estruturas foram identificadas e outras de estruturas de menor intensidade também. Além do mais, essa ferramenta implementada tem um potencial de automatização computacional futura para o rastreamento e caracterização de estruturas em imagens solares. Assim, os resultados constatados tornam essa ferramenta uma candidata promissora para estudos de fenômenos solares, permitindo quantificações e auxílio ao monitoramento em centros de clima espacial.

## 6 Agradecimentos

O bolsista agradece ao programa PIBIC-INPE/CNPq o auxílio financeiro. Também à NASA as imagens do experimento LASCO/SOHO-NASA.

## Referências

- [1] Chang, T. T. S., An Introduction to Space Plasma Complexity, Cambridge, (2015).
- [2] Mendes, O., da Costa, A. M., Domingues, M. O., Introduction to planetary electrodynamics: a view of electric fields, currents and related magnetic fields. *Advances in Space Research* 35(5), 812-818, 2005.
- [3] Bothmer, V., Daglis, I. A., *Space Weather Physics and Effects*, Springer, (2007).
- [4] A. Grossmann and J. Morlet, Decomposition of Hardy Functions into Square Integrable Wavelets of Constant Shape, *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, (1984).
- [5] Antoine, J.-P., Murenzi, R., Vandergheynst, P., Ali, S. T. *Two-Dimensional Wavelets and their Relatives*, Cambridge, (2008).
- [6] Antoine, J.-P., Barache, D., Cesar, R. M., Costa, R. M. F., Shape Characterization with the Wavelet Transform, *Signal Process.*, **62**, 265-290, (1997).
- [7] Antoine, J.-P., Murenzi, R. M. Two-dimensional directional wavelets and the scale-angle representation, *Signal Process.*, **52** 259-281, (1996).
- [8] Lasco Experiment: <http://lasco-www.nrl.navy.mil>, acessado em 11/05/2015.
- [9] GNU/Octave: <http://www.gnu.org/software/octave/>
- [10] YAWTB. Yet Another Wavelet Toolbox: <http://sites.uclouvain.be/ispgroup/yawtb/>
- [11] Souza, V. M., Domingues, M. O., Mendes, M., Pagamisse, A., Stenborg, G. A. Enhancement of space plasma images by complex wavelets. *Brazilian Journal of Physics*, aceito julho 2015.
- [12] Illing, R. M. E., Hundhausen, A. J., Observation of a Coronal Transient From 1.2 to 6 Solar Radii. *Journal of Geophysical Research* 90 (A1), 275–282, 1985.
- [13] Cremades, H., Bothmer, V., On the three-dimensional configuration of coronal mass ejections, *Astronomy & Astrophysics*, 422, 307–322, 2004.