

# Equações do movimento de atitude de um satélite geostacionário contendo um volante de inércia suspenso por dois eixos cardan

PERES, R.<sup>1</sup>, RICCI, M.<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Faculdade de Tecnologia São Francisco FATESF, Brasil  
Aluno de Engenharia na FATESF, Brasil e bolsista do programa PIBIC/INPE .

<sup>2</sup>DMC, INPE, Brasil

Raphael-peres@hotmail.com

## Resumo

O objetivo deste trabalho é apresentar as equações do movimento de atitude, para um satélite estabilizado em três eixos contendo um volante de inércia suspenso por dois eixos cardan. Considera-se que o satélite está na trajetória nominal em órbita. Os torques considerados no modelo são os torques de distúrbio devido à pressão de radiação solar, torques de desalinhamentos do vetor empuxo dos jatos de gás e o torque devido ao gradiente de gravidade.

**Palavras-chave:** Atitude; Satélite; Torque.

## 1. Introdução

O satélite mostrado na Fig. 1 é considerado como sendo um corpo rígido com uma roda de inércia capaz de gerar momento angular nos três eixos fixos no corpo. O momento angular total é a soma do momento angular da roda com o momento angular do veículo. Então, se o tamanho e a velocidade da roda são determinados adequadamente é possível cancelar torques cíclicos sem empregar jatos de gás. Considerando pequenas deflexões angulares do momento angular da roda em relação à orientação nominal, o movimento de arfagem torna-se desacoplado dos movimentos de rolamento e guinada, facilitando assim a aplicação do controle de atitude.

## 2. Metodologia

Os métodos a serem utilizados para atingir o objetivo são: aprofundamento e aplicação dos estudos teóricos nos assuntos relacionados à física (dinâmica de corpos rígidos), cálculo diferencial, cálculo vetorial e fundamentos da dinâmica orbital e de atitude.

## 3. Resultados e Discussão

A equação do movimento de atitude é (Kaplan, 1976)

$$\begin{aligned} \mathbf{T} + \mathbf{G} = & \left[ \frac{d\mathbf{h}}{dt} \right]_B + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{h} = [I_x \dot{\omega}_x - \dot{\delta}(\sin \delta \sin \gamma)h_w + \dot{\gamma}(\cos \delta \cos \gamma)h_w \\ & + (\cos \delta \sin \gamma)\dot{h}_w + \omega_y(\omega_z I_z - h_w \sin \delta) - \omega_z(\omega_y I_y - h_w \cos \delta \cos \gamma)]\mathbf{i} \\ & + [I_y \dot{\omega}_y + \dot{\delta}(\sin \delta \cos \gamma)h_w + \dot{\gamma}(\cos \delta \sin \gamma)h_w - (\cos \delta \cos \gamma)\dot{h}_w \\ & + \omega_z(I_x \omega_x + h_w \cos \delta \sin \gamma) - \omega_x(I_z \omega_z - h_w \sin \delta)]\mathbf{j} + [I_z \dot{\omega}_z - \dot{\delta}(\cos \delta)h_w \end{aligned}$$

$$-(\sin \delta) \dot{h}_w + \omega_x (I_y \omega_y - h_w \cos \delta \cos \gamma) - \omega_y (I_x \omega_x + h_w \cos \delta \sin \gamma) \mathbf{k}, \quad (1)$$

em que  $\mathbf{T}$  são os torques devidos à pressão de radiação solar e aos desalinhamentos dos propulsores;  $\mathbf{G}$  é o torque de gradiente de gravidade;  $\mathbf{h}$  é o momento angular total do sistema (incluindo a roda);  $h_w$  é o módulo do momento angular da roda;  $I_x$ ,  $I_y$  e  $I_z$  são os momentos principais de inércia (excluindo a roda);  $\boldsymbol{\omega} = \omega_x \mathbf{i} + \omega_y \mathbf{j} + \omega_z \mathbf{k}$  é o vetor velocidade angular absoluta do referencial  $x,y,z$ , fixo no corpo do satélite e  $\delta$ ,  $\gamma$  são os ângulos de rolamento e guinada do cardan, respectivamente.

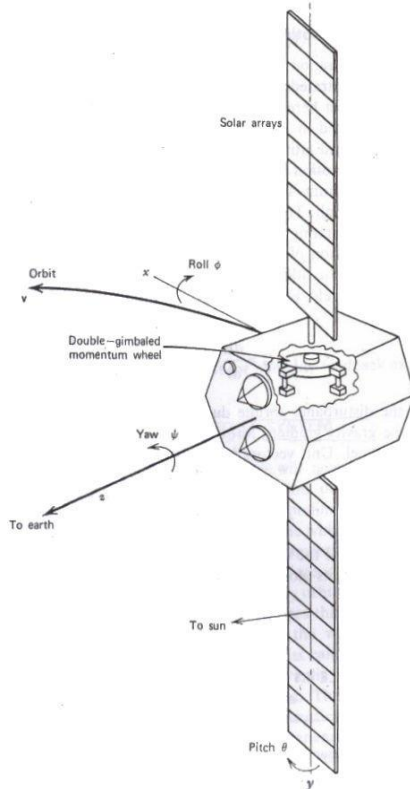


Figura 1 Concepção artística do satélite estabilizado em três eixos

FONTE: Kaplan (1976), p.242.

A equação (1) pode ser linearizada considerando pequenas deflexões angulares do cardan, resultando

$$T_x = I_x \ddot{\varphi} + [4\omega_o^2 (I_y - I_z) + \omega_o h_n] \varphi + [-\omega_o (I_x - I_y + I_z) + h_n] \dot{\psi} + \dot{h}_{xc} - \omega_o h_{zc}, \quad (2a)$$

$$T_y = I_y \ddot{\theta} + 3\omega_o^2 (I_x - I_z) \theta + \dot{h}_{yc}, \quad (2b)$$

$$T_z = I_z \ddot{\psi} + [\omega_o^2 (I_y - I_x) + \omega_o h_n] \psi - [-\omega_o (I_x - I_y + I_z) + h_n] \dot{\varphi} + \dot{h}_{zc} + \omega_o h_{xc}, \quad (2c)$$

em que  $\varphi$ ,  $\theta$  e  $\psi$  são os ângulos de rolamento, arfagem e guinada;  $\omega_o = 7,28 \cdot 10^{-5}$  rd/s é a velocidade angular orbital;  $h_{xc} = \gamma h_n$ ,  $h_{yc} = -h_w$ ,  $h_{zc} = -\delta h_n$  e  $h_n$  é o momento angular nominal da roda.

Tabela1 Parâmetros e Requisitos de Projeto

Massa do satélite	716 Kg
Momentos de inércia	$I_x = I_z = 2000 \text{ N.m.s}^2$ $I_y = 400 \text{ N.m.s}^2$
Requisitos de precisão de atitude	<u>arfagem</u> e rolamento = $0.05^\circ$ <u>guinada</u> = $0.40^\circ$
Torques da pressão solar (posição orbital $t=0$ a $t=6$ A.M. ou 6 P.M.)	$T_x = 2 \times 10^{-5} (1 - 2 \sin \omega_o t) \text{ N.m}$ $T_y = 10^{-4} (\cos \omega_o t) \text{ N.m}$ $T_z = -5 \times 10^{-5} (\cos \omega_o t) \text{ N.m}$
Torque de desalinhamento do propulsor	$T_F = 8,5 \times 10^{-5} \text{ N.m}$

#### 4. Conclusão

Devido à consideração de pequenas deflexões angulares do cardan, o movimento de arfagem tornou-se desacoplado dos movimentos de rolamento e guinada. Com a linearização aplicada na equação do movimento, o problema pode ser separado em controle de arfagem e controle de rolamento/guinada.

**Agradecimentos:** Ao CNPq pelo apoio financeiro recebido através da Bolsa de Iniciação Científica junto ao PIBIC-INPE.

#### Referências

KAPLAN, M. H., Modern Spacecraft Dynamics & Control, New York: John Wiley, 1976.