

## Proceeding Series of the Brazilian Society of Computational and Applied Mathematics

---

# Swing-By Propulsado aplicado ao sistema de Haumea

Alessandra Ferraz da Silva Ferreira<sup>1</sup>

Departamento de Engenharia e Tecnologias Espaciais/ Mecânica Espacial e Controle, INPE, São José dos Campos, SP

Antonio F. Bertachini de Almeida Prado<sup>2</sup>

Departamento de Engenharia e Tecnologias Espaciais/ Mecânica Espacial e Controle, INPE, São José dos Campos, SP

Othon Cabo Winter<sup>3</sup>

Grupo de Dinâmica Orbital e Planetologia, UNESP, Guaratinguetá, SP

**Resumo.** O Swing-By propulsado é estudado. A manobra é aplicada ao sistema excêntrico de Haumea. O comportamento da energia do satélite é analisado. Os resultados mostraram condições onde a manobra é vantajosa em relação à aplicação do impulso e quanto pode ser obtido em termos de ganho de energia.

**Palavras-chave.** Swing-By, manobras impulsivas, trajetória de satélites, passagens próximas, impulso.

## 1 Introdução

Alguns trabalhos apresentados na literatura sobre manobra de Swing-By propulsada [2, 5-6] e sobre o problema elíptico restrito de três corpos [1].

O objetivo do presente trabalho é o estudo da manobra de Swing-By, para o caso onde os dois primários estão em órbitas elípticas, com a combinação da aplicação de um impulso em diferentes direções. É uma sequência do trabalho [3], que fez um estudo da manobra de Swing-By para o caso elíptico, porém sem a aplicação do impulso. Aplicações deste tipo de pesquisa podem ser generalizadas e aplicadas para qualquer sistema de primários excêntricos.

Um exemplo com alta excentricidade no Sistema Solar é o planeta anão Haumea. Considerando a presença de suas duas luas, podem-se formar os sistemas Haumea-Hi'iaka e Haumea-Namaka. Eles foram estudados, pois se encaixam no problema

---

<sup>1</sup> aleferrazsilva@hotmail.com

<sup>2</sup> antonio.prado@inpe.br

<sup>3</sup> ocwinter@gmail.com

elíptico restrito de três corpos devido às altas excentricidades, principalmente de Namaka em relação à Haumea. Se um Swing-By propulsado é realizado em torno deles, a excentricidade da sua órbita deve ser levada em consideração e o seus efeitos são muito fortes. Haumea é um planeta anão localizado no Cinturão de Kuiper, a uma distância de 45 U.A. do Sol, com diâmetro equatorial de 1600 km, tem rápida rotação e extrema alongação. Hi'iaka é sua maior lua, descoberta em janeiro de 2005, e a excentricidade de sua órbita é 0,0513. Sua massa estimada é de cerca de  $1,79 \times 10^{19}$  kg. Tem um diâmetro equatorial de aproximadamente 350 km e semi-eixo maior de 49880 km. Namaka foi descoberta em junho de 2005, é interna a órbita de Haumea, tem excentricidade de 0,249 e massa estimada em  $1,79 \times 10^{18}$  kg, diâmetro equatorial de 170 km e semi-eixo maior de 25657 km [4]. Um algoritmo para o cálculo da variação da energia foi desenvolvido e aplicado a esses sistemas.

## 2 Dinâmica do Sistema

A dinâmica usada é a dada pelo problema restrito elíptico de três corpos, o que significa que o sistema é assumido ser formado por dois corpos massivos, chamado primários, em órbitas elípticas em torno do centro de massa deles e um terceiro corpo com massa negligenciável. É desenvolvido um algoritmo para obter a variação da energia para o Swing-By propulsado, que tem o impulso aplicado exatamente durante a máxima aproximação da passagem próxima. A direção do impulso pode ser variada. Desta maneira é possível encontrar a melhor direção para fazer a manobra impulsiva de modo a maximizar a variação da energia. Resultados de outros trabalhos mostram que a aplicação do impulso na direção do movimento do satélite geralmente não é a solução ótima e que há uma forte relação com a posição do corpo secundário na órbita em torno do corpo principal e com a excentricidade dos primários.

O sistema canônico de unidades é usado e abreviado como u.c. Os sistemas de referência mais usados são o fixo (inercial) e rotacional [7].

As equações do movimento do problema elíptico restrito de três corpos:

$$\ddot{\bar{x}} = \frac{-(1-\mu)(\bar{x}-\bar{x}_1)}{r_1^3} - \frac{\mu(\bar{x}-\bar{x}_2)}{r_2^3} \quad (1)$$

$$\ddot{\bar{y}} = \frac{-(1-\mu)(\bar{y}-\bar{y}_1)}{r_1^3} - \frac{\mu(\bar{y}-\bar{y}_2)}{r_2^3}, \quad (2)$$

Sendo  $r_1$  a distância entre  $M_1$  e  $M_3$  e  $r_2$  é a distância entre  $M_2$  e  $M_3$ .

## 3 Resultados

O objetivo é estudar o efeito da aplicação do impulso exatamente no momento da

máxima aproximação entre o veículo espacial e a lua de Haumea. Deseja-se obter qual a melhor direção para aplicação desse impulso, de modo a obter a máxima variação de energia possível.

### 3.1 Haumea – Hi’iaka

Para as simulações adotamos o valor de  $\psi = 90^\circ$  e  $\psi = 270^\circ$ , anomalia verdadeira ( $v$ ) de  $M_2$  no momento do encontro próximo igual a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ , magnitude do impulso de 0.5 a 2.0 unidades canônicas (u.c.), direção de aplicação do impulso  $\alpha$  variando de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ , com passo de 1,0 grau. A excentricidade de Hi’iaka em relação à Haumea é 0,0513.

O parâmetro de massa deste sistema é  $\mu = 0,004448$  e o raio do periapside foi adotado sendo 1,1 raios de Hi’iaka.

Figura 1 apresenta a variação da energia para os casos com  $\psi = 90^\circ$ , impulso de 0.5 a 2.0 unidades canônicas e anomalia verdadeira  $0^\circ$  (curva preta),  $90^\circ$  (curva azul),  $180^\circ$  (curva vermelha) e  $270^\circ$  (curva verde). O eixo horizontal representa  $\alpha$  (ângulo que define a direção do impulso) e o eixo horizontal representa a variação da energia.

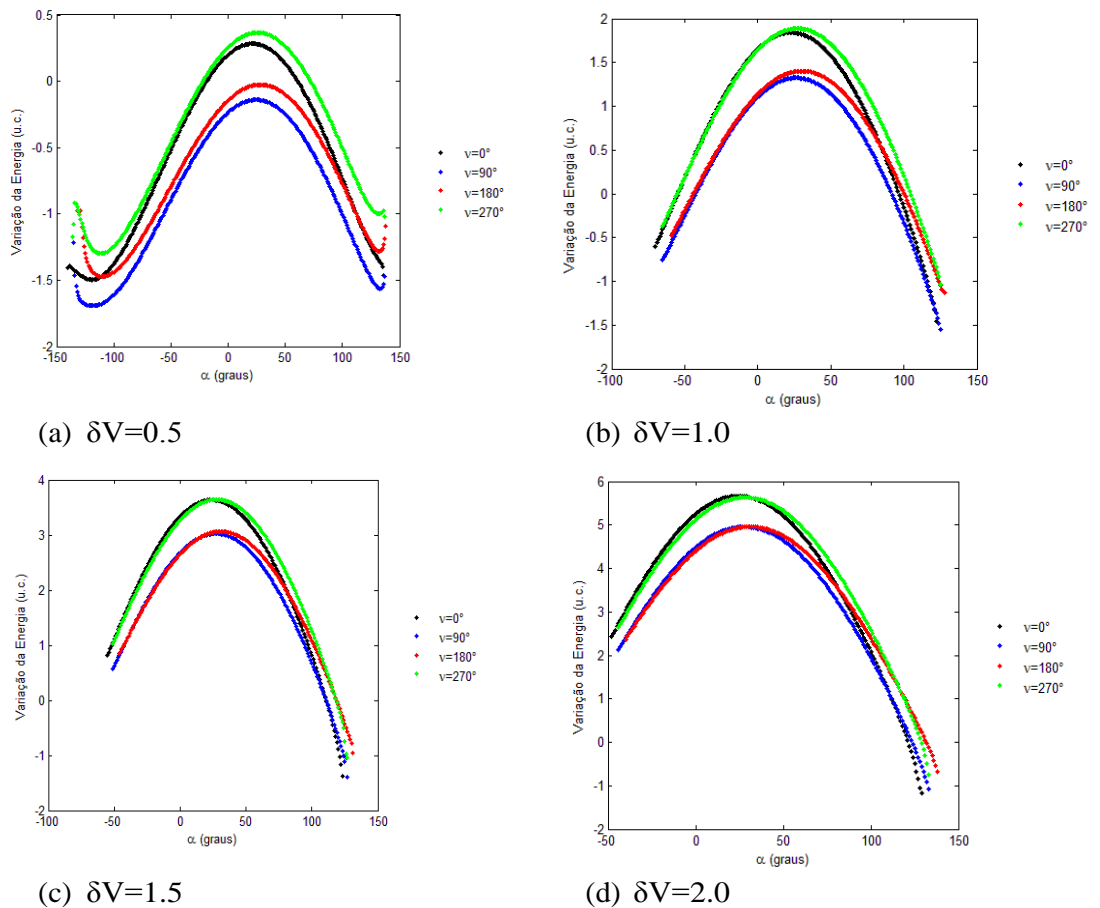


Figura 1: Gráfico de  $\alpha$  Vs variação da energia, para  $\psi = 90^\circ$ , com diferentes  $\delta V$  e valores da anomalia verdadeira ( $v$ ).

A figura 2 apresenta a variação da energia para os casos com  $\psi = 270^\circ$ , impulso de 0.5 a 2.0 unidades canônicas e anomalia verdadeira  $0^\circ$  (curva preta),  $90^\circ$  (curva azul),  $180^\circ$  (curva vermelha) e  $270^\circ$  (curva verde). O eixo horizontal representa  $\alpha$  (ângulo que define a direção do impulso) e o eixo vertical representa a variação da energia.

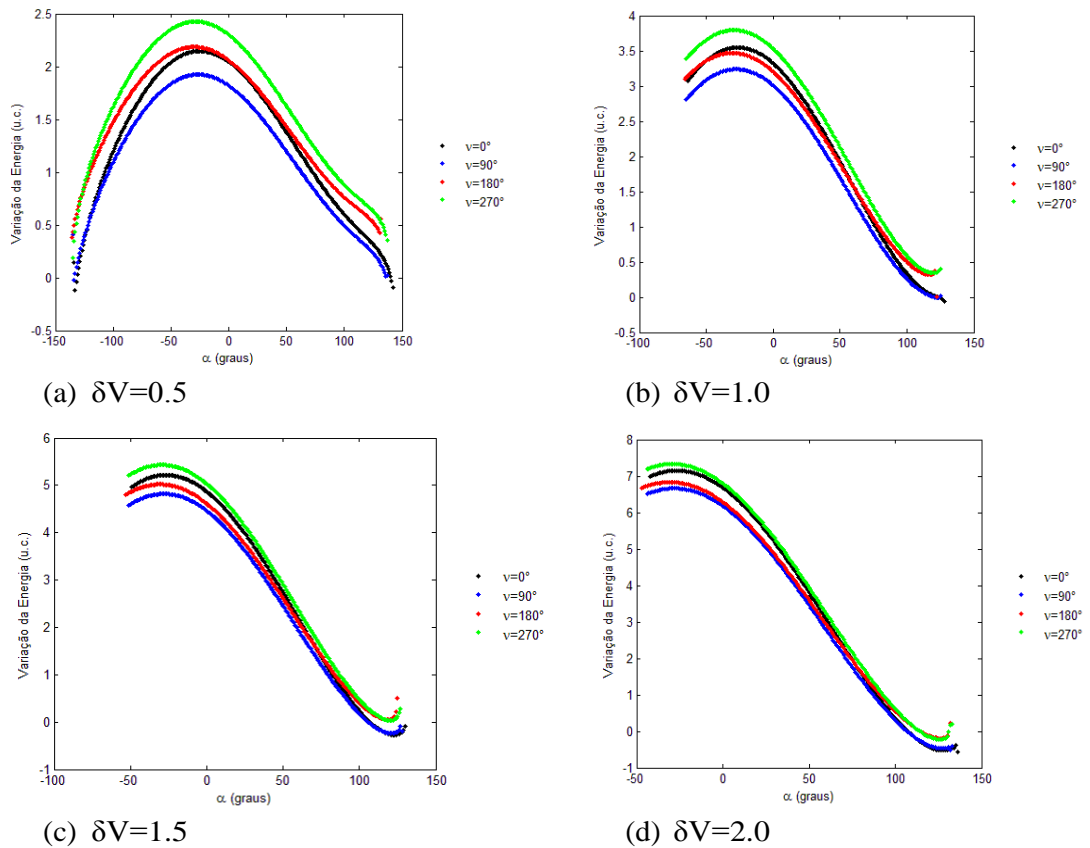


Figura 2: Gráfico de  $\alpha$  Vs variação da energia, para  $\psi = 270^\circ$ , com diferentes  $\delta V$  e valores da anomalia verdadeira ( $v$ ).

Nota-se que o efeito da magnitude do impulso é o aumento na variação da energia. A excentricidade causa um aumento na velocidade orbital do satélite quando Hi'iaka está no periapside, e quando está no apoapside a velocidade é menor. Quando Hi'iaka está a  $v=270^\circ$  de Haumea é a melhor posição para se obter maior variação na energia. O ganho máximo da energia ocorre em torno de  $\alpha = \pm 20^\circ$ . Na figura 2(d) a máxima variação de energia é 7.3303 u.c.,  $\alpha = -29^\circ$  e  $v=270^\circ$ . As regiões com descontinuidade em  $\alpha$  são casos resultantes em capturas ou colisões.

### 3.2 Haumea - Namaka

O principal interesse neste estudo é o sistema Haumea-Namaka, devido à sua alta

excentricidade,  $e = 0,249$ . Adotamos o ângulo de aproximação ( $\psi$ ) igual a  $90^\circ$  e  $270^\circ$ , anomalia verdadeira de M2 no momento do encontro próximo igual a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ , magnitude do impulso de 0.5 a 2.0 unidades canônicas (u.c.),  $\alpha$  variando de  $-180^\circ$  a  $180^\circ$ , com passo de  $1,0$  grau.

O parâmetro de massa deste sistema é  $\mu = 0,0004466$  e o raio do periapside foi adotado sendo 1,1 raios de Namaka.

A figura 3 apresenta a variação da energia para os casos  $\psi = 90^\circ$ , com impulso de 0.5 a 2.0 unidades canônicas e anomalia verdadeira  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$ , respectivamente. O eixo horizontal representa  $\alpha$  (ângulo que define a direção do impulso) e o eixo horizontal a variação da energia.

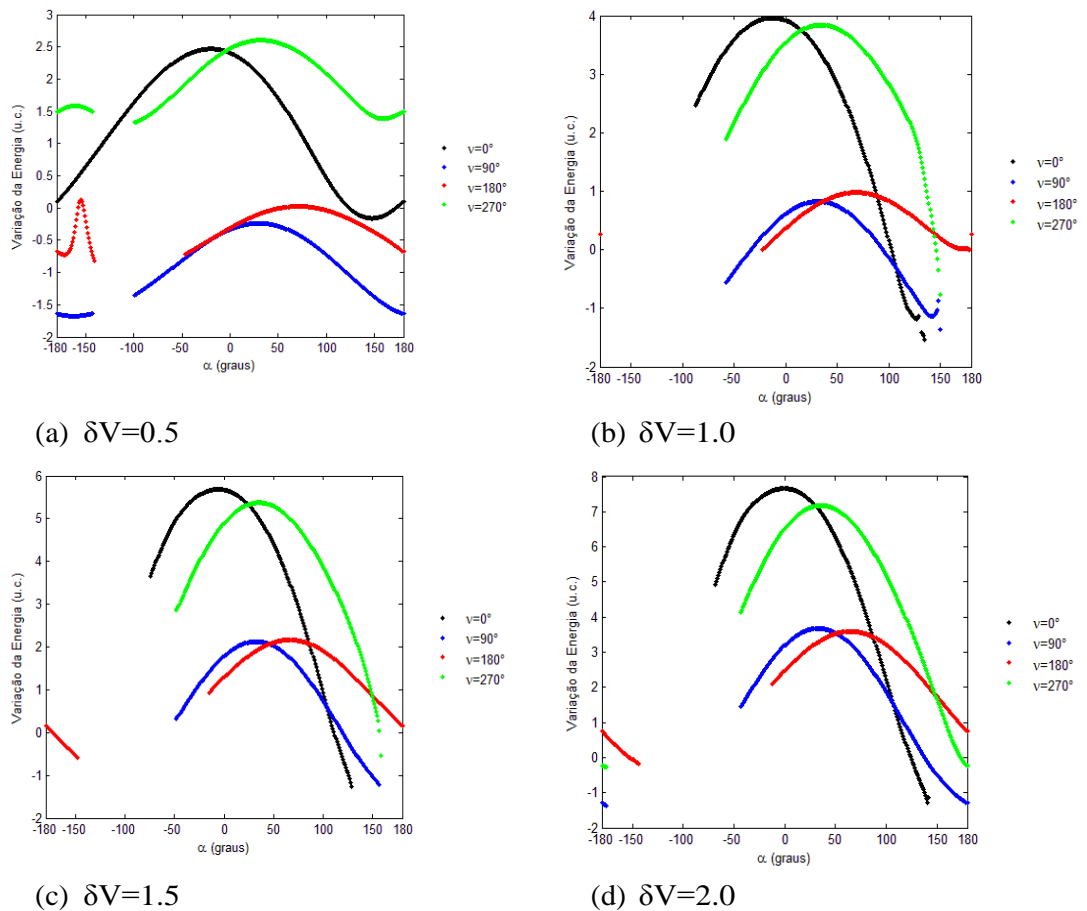


Figura 3: Gráfico de  $\alpha$  Vs variação da energia, para  $\psi = 90^\circ$ , com diferentes  $\delta V$  e valores da anomalia verdadeira ( $v$ ).

A figura 4 apresenta a variação da energia para os casos com  $\psi = 270^\circ$ , impulso de 0.5 a 2.0 unidades canônicas e anomalia verdadeira  $0^\circ$  (curva preta),  $90^\circ$  (curva azul),  $180^\circ$  (curva vermelha) e  $270^\circ$  (curva verde), respectivamente. O eixo horizontal representa  $\alpha$  (ângulo que define a direção do impulso) e o eixo horizontal representa a variação da energia.

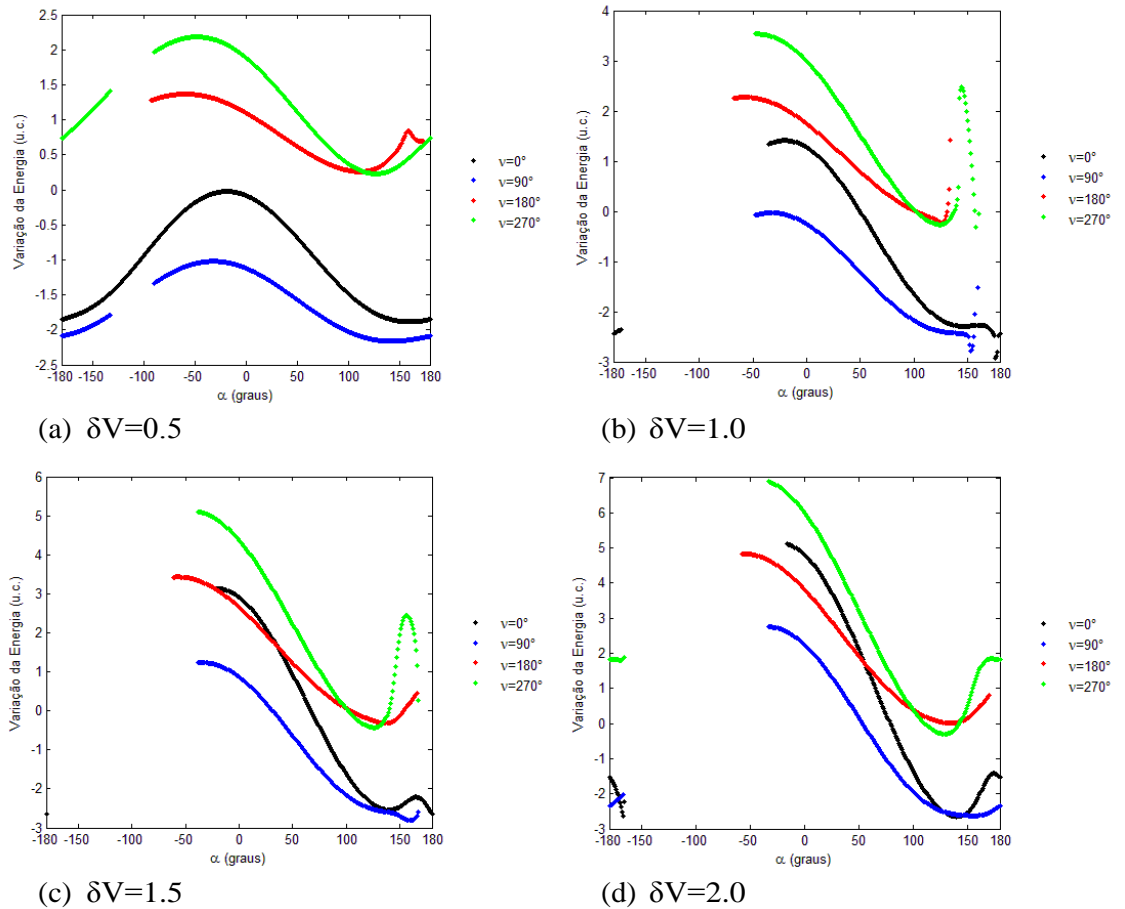


Figura 4: Gráfico de  $\alpha$  Vs variação da energia, para  $\psi = 270^\circ$ , com diferentes  $\delta V$  e valores da anomalia verdadeira ( $v$ ).

A excentricidade neste caso é maior comparado ao caso anterior. Neste caso  $v=90^\circ$  resulta em maior variação da energia. A magnitude do impulso é diretamente proporcional à variação da energia.

## 4 Conclusão

O trabalho mostra a variação da energia causada pela manobra de Swing-By propulsada aplicado ao sistema de Haumea, que é um planeta anão localizado no cinturão de Kuiper. O interesse nesse sistema é devido à excentricidade entre os primários. Foram analisadas quatro diferentes configurações entre os primários, sendo anomalia verdadeira igual a  $0^\circ$ ,  $90^\circ$ ,  $180^\circ$  e  $270^\circ$  e diferentes valores para a magnitude do impulso ( $\delta V$ ) e ângulo de aproximação ( $\psi$ ). Dos resultados vemos que a variação da energia é diretamente proporcional à magnitude do impulso. O efeito físico da excentricidade é que a velocidade orbital não é mais constante, a velocidade é maior quando  $M_2$  está no periapside e menor quando está no apoapside. No

sistema Haumea-Hi'iaka a configuração que dá a maior variação de energia é quando  $\nu=270^\circ$  e  $\delta V=2.0$  u.c. e para Haumea-Namaka é  $\nu=90^\circ$  e  $\delta V=2.0$  u.c. Em geral, foi mostrado que a melhor direção para se aplicar o impulso nos casos estudados é na direção não tangencial a órbita ( $\alpha \neq 0^\circ$ ). Este estudo considerando a excentricidade entre os primários permite obter resultados mais realísticos do problema.

## Agradecimentos

Os autores desejam expressar seu agradecimento pelo apoio prestado por doações # 473387/2012-3, 304700/2009-6 e 312813/2013-9, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq); subsídios # 2011/13101-4, 2011/08171-3, 2012/21023-6 e 2014/06688-7 da Fundação de Pesquisa de São Paulo (FAPESP) e com o apoio financeiro do Conselho Nacional de Aperfeiçoamento de Ensino Superior (CAPES).

## Referências

- [1] R. A. Broucke, Stability of Periodic Orbits in the Elliptic, Restricted Three-Body Problem, *AIAA Journal*, vol. 7, 1003-1009, (1969).
- [2] A. F. B.A. Prado, Powered swing-by, *Journal of Guidance Control and Dynamics*, vol. 19, 1142-1147, (1996).
- [3] A. F. B. A, Prado, Close-approach trajectories in the elliptic restricted problem, *Journal of Guidance, Control and Dynamics* vol. 20, 797-802, (1997).
- [4] D. Ragozzine, e M. E. Brown, Orbits and Masses of the Satellites of the Dwarf Planet Haumea (2003 EL61), *Astronomical Journal*, v. 137, 4766-4776, (2009).
- [5] A. F. Silva, A. F. B. A. Prado, A.F.B.A. e O. C. Winter, Optimal impulsive control in a powered Swing-By, *AIAA Guidance, Navigation, and Control (GNC) Conference*, (2013).
- [6] A. F. Silva, A. F. B. A. Prado, A.F.B.A. e O. C. Winter, Powered Swing-By Maneuvers around the Moon, *Journal of Physics: Conference Series*, vol. 465, (2013).
- [7] V. Szebehely, *Theory of Orbits*, Academic Press, (1967).