



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/05.12.02.12-TDI

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ACHATAMENTO DOS PRIMÁRIOS NA CAPTURA GRAVITACIONAL TEMPORÁRIA

Guilherme Afonso Siqueli

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Carlos Renato Huaura Solórzano, aprovada em 19 de maio de 2016.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3LLU9DB>>

INPE
São José dos Campos
2016

PUBLICADO POR:

Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais - INPE

Gabinete do Diretor (GB)

Serviço de Informação e Documentação (SID)

Caixa Postal 515 - CEP 12.245-970

São José dos Campos - SP - Brasil

Tel.:(012) 3208-6923/6921

Fax: (012) 3208-6919

E-mail: pubtc@inpe.br

COMISSÃO DO CONSELHO DE EDITORAÇÃO E PRESERVAÇÃO DA PRODUÇÃO INTELECTUAL DO INPE (DE/DIR-544):

Presidente:

Maria do Carmo de Andrade Nono - Conselho de Pós-Graduação (CPG)

Membros:

Dr. Plínio Carlos Alvalá - Centro de Ciência do Sistema Terrestre (CST)

Dr. André de Castro Milone - Coordenação de Ciências Espaciais e Atmosféricas (CEA)

Dra. Carina de Barros Melo - Coordenação de Laboratórios Associados (CTE)

Dr. Evandro Marconi Rocco - Coordenação de Engenharia e Tecnologia Espacial (ETE)

Dr. Hermann Johann Heinrich Kux - Coordenação de Observação da Terra (OBT)

Dr. Marley Cavalcante de Lima Moscati - Centro de Previsão de Tempo e Estudos Climáticos (CPT)

Silvia Castro Marcelino - Serviço de Informação e Documentação (SID)

BIBLIOTECA DIGITAL:

Dr. Gerald Jean Francis Banon

Clayton Martins Pereira - Serviço de Informação e Documentação (SID)

REVISÃO E NORMALIZAÇÃO DOCUMENTÁRIA:

Simone Angélica Del Ducca Barbedo - Serviço de Informação e Documentação (SID)

Yolanda Ribeiro da Silva Souza - Serviço de Informação e Documentação (SID)

EDITORAÇÃO ELETRÔNICA:

Marcelo de Castro Pazos - Serviço de Informação e Documentação (SID)

André Luis Dias Fernandes - Serviço de Informação e Documentação (SID)



MINISTÉRIO DA CIÊNCIA, TECNOLOGIA E INOVAÇÃO
INSTITUTO NACIONAL DE PESQUISAS ESPACIAIS

sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/05.12.02.12-TDI

ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ACHATAMENTO DOS PRIMÁRIOS NA CAPTURA GRAVITACIONAL TEMPORÁRIA

Guilherme Afonso Siqueli

Dissertação de Mestrado do Curso de Pós-Graduação em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle, orientada pelos Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Carlos Renato Huaura Solórzano, aprovada em 19 de maio de 2016.

URL do documento original:

<<http://urlib.net/8JMKD3MGP3W34P/3LLU9DB>>

INPE
São José dos Campos
2016

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação (CIP)

Siqueli, Guilherme Afonso.

Si75e Estudo da influência do achatamento dos primários na captura gravitacional temporária / Guilherme Afonso Siqueli. – São José dos Campos : INPE, 2016.

xxvi + 86 p. ; (sid.inpe.br/mtc-m21b/2016/05.12.02.12-TDI)

Dissertação (Mestrado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2016.

Orientadores : Drs. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado, e Carlos Renato Huaura Solórzano.

1. Astrodinâmica. 2. Captura gravitacional. 3. Achatamento.
4. J2. I.Título.

CDU 629.78:521.35



Esta obra foi licenciada sob uma Licença [Creative Commons Atribuição-NãoComercial 3.0 Não Adaptada](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

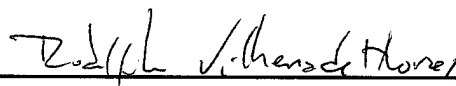
This work is licensed under a [Creative Commons Attribution-NonCommercial 3.0 Unported License](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0/).

Aluno (a): **Guilherme Afonso Siqueli**

Título: "ESTUDO DA INFLUÊNCIA DO ACHATAMENTO DOS PRIMÁRIOS NA CAPTURA GRAVITACIONAL TEMPORÁRIA"

Aprovado (a) pela Banca Examinadora em cumprimento ao requisito exigido para obtenção do Título de **Mestre** em **Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle**

Dr. Rodolpho Vilhena de Moraes



Presidente / UNIFESP / São José dos Campos - SP

Dr. Antonio Fernando Bertachini de Almeida Prado



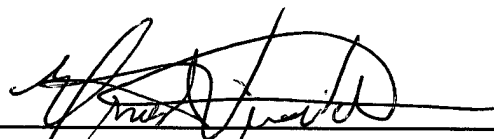
Orientador(a) / INPE / SJCampos - SP

Dr. Carlos Renato Huaura Solórzano



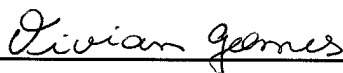
Orientador(a) / UFABC / Santo André - SP

Dr. Ernesto Vieira Neto



Convidado(a) / UNESP/GUARÁ / Guaratinguetá - SP

Dra. Vivian Martins Gomes



Convidado(a) / UNESP/GUARÁ / Guaratinguetá - SP

Este trabalho foi aprovado por:

() maioria simples

unanimidade

“Não vos façais chamar de mestres, porque só tendes um Mestre”.

MATEUS 23, 8 – 10
em *“Bíblia Sagrada. Editora Ave Maria. 157^a ed.”*, 2003

*“Oh minha linda mãe
Ela me disse, filho, na vida você vai longe.
Se você fizer direito, você vai adorar onde você está”.*

*“Oh, meu irrefutável pai
Ele me disse, filho, às vezes pode parecer escuro
Mas a ausência de luz é uma parte necessária.
Apenas tenha certeza que você nunca está sozinho”.*

*“Olhando profundamente pelo telescópio
Você pode perceber que seu lar está dentro de você”.*

JASON MRAZ
em *“Love Is a Four Letter Word - 93 Million Miles”*, 2012

“Absque sudore et labore nullum opus perfectum est”.
“Sem suor e trabalho nenhuma obra é perfeita.”.

SCHREVELIUS
1176

*A meus pais **João Siqueli Primo** (in memoriam) e
Penha Lúcia Afonso Siqueli.*

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Antônio Fernando Bertachini de Almeida Prado (INPE) e ao Prof. Dr. Carlos Renato Huaura Solórzano (UFABC), pela orientação, pelo incentivo às melhores práticas de pesquisa e pelos seus valores transmitidos ao longo destes anos.

A todos os professores do Departamento de Mecânica Espacial e Controle do INPE, com os quais tive a oportunidade de aprender os conteúdos essenciais para a realização deste trabalho, pelas magníficas aulas e pelo apoio nos momentos mais difíceis.

Ao Prof. Dr. Pedro Paulo Balestrassi (UNIFEI) e João Batista Turrioni (UNIFEI), pela oportunidade de aprender ferramentas estatísticas que foram tão úteis para o encerramento deste trabalho.

Aos funcionários do Departamento de Mecânica Espacial e Controle, em especial a secretária Valdirene, com que tive a felicidade de contar com o apoio.

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), pela bolsa de estudo nos primeiros meses deste trabalho.

À Embraer, em especial a Murilo Pinto Ribeiro, pelo incentivo a continuidade neste trabalho.

A todos meus amigos, que participaram ao meu lado na construção deste trabalho.

RESUMO

Neste trabalho é apresentado um estudo do efeito do achatamento dos primários no processo de captura gravitacional. Os trabalhos mais relevantes da literatura, nas áreas de dinâmica orbital, captura gravitacional e achatamento de primários, são apresentados. O modelo matemático que descreve o comportamento do sistema é deduzido e um novo método de adimensionalização das equações é proposto. Com base neste modelo são realizados experimentos fatoriais, que são experimentos estatísticos em que algumas variáveis de um modelo são alteradas simultaneamente, para inferir a contribuição de cada parâmetro na dinâmica no sistema e no tempo total que um corpo permanece na esfera de influência de um primário, sem que colida com o mesmo. Por fim a contribuição do achatamento de um primário é discutida e as conclusões do trabalho são apresentadas.

Palavras-chave: Astrodinâmica. Captura Gravitacional. Achatamento. J_2 .

STUDY OF THE INFLUENCE OF THE PRIMARY OBLATENESS IN TEMPORARY GRAVITATIONAL CAPTURE

ABSTRACT

In this dissertation it is presented a study of the effect of the oblateness of the primary in the gravitational capture process. The most important researches in the literature in the orbital dynamics area, gravitational capture and oblateness are presented. The mathematical model that describes the behavior of the system is deduced and a new adimensionalization method of the equations of motion is proposed. Based on this model are performed factorial experiments, that are statistical experiments in that some variables of the model are changed simultaneously, to measure the contribution of each parameter in the dynamics of the system and in the total time that a body remains in the sphere of influence of a primary without colliding with it. Finally, the contribution of the oblateness of a primary is discussed and the conclusions of the study are presented.

Keywords: Astrodynamics. Gravitational capture. Oblateness. J_2 .

LISTA DE FIGURAS

	<u>Pág.</u>
2.1 Casca esférica e elementos geométricos	11
4.1 Sistema de coordenadas no problema dos três corpos (Inercial e Local). . .	21
5.1 Simulação de captura gravitacional - Comparação com resultado da literatura	32
5.2 Captura Gravitacional (resultados da literatura) - Comparação com simulação	32
5.3 Problema dos dois corpos sem efeito do achatamento do planeta.	33
5.4 Problema dos dois corpos com efeito do achatamento do planeta.	33
5.5 Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais.	38
5.6 Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais.	39
5.7 Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais.	39
5.8 Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas tri-dimensionais.	40
5.9 Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.	41
5.10 Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.	41
5.11 Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.	42
5.12 Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.	42
5.13 Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais.	47

5.14	Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais.	47
5.15	Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.	48
5.16	Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.	48
5.17	Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.	49
5.18	Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.	49
5.19	Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.	50
5.20	Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.	50
5.21	Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.	51
5.22	Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.	51
5.23	Tempos de colisão e escape em função de J_2	54
5.24	Trajetória do corpo orbitante (Variação do J_2 do parâmetro principal)	55
5.25	Energia mínima para captura em função de J_2	59

LISTA DE TABELAS

	<u>Pág.</u>
5.1 Folha de dados (Massa, raio equatorial, raio polar, constante gravitacional, achatamento, semi-eixo maior, período e velocidade média) do Sol, Júpiter, Terra e Lua.	36
5.2 Variação do tempo de captura gravitacional temporária em função da variação do achatamento do primário, tomando Júpiter como referência .	45
5.3 Comparação entre tempos de colisão e de permanência na esfera de influência entre experimentos de mesma configuração com diferentes J_2 . Experimento fatorial bi-dimensional com variação de μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , r_p , tipo de órbita e d	57
5.4 Comparação entre tempos de colisão e de permanência na esfera de influência entre experimentos de mesma configuração com diferentes J_2 . Experimento fatorial tri-dimensional com variação de μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , r_p , tipo de órbita, d , ω , i e Ω	58
A.1 Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional	69
A.2 Dados calculados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional	70
A.3 Resultados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional	71
A.4 Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional	71
A.8 Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso tri-dimensional	73
A.9 Dados calculados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso tri-dimensional	77

A.10	Resultados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso tri-dimensional	81
A.5	Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso bi-dimensional	84
A.6	Dados calculados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso bi-dimensional	85
A.7	Resultados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso bi-dimensional	86

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CNPq	–	Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico
DOE	–	<i>Design of experiments</i>
EMBRAER	–	Empresa Brasileira de Aeronáutica
INPE	–	Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais
UFABC	–	Universidade Federal do ABC
UNIFEI	–	Universidade Federal de Itajubá

LISTA DE SÍMBOLOS

a	–	Semi-eixo maior
a^*	–	Distância entre o corpo C_1 e o baricentro do sistema
b	–	Semi-eixo menor
b^*	–	Distância entre o corpo C_2 e o baricentro do sistema
C_1	–	Corpo/Primário 1
C_2	–	Corpo/Primário 2
C_3	–	Corpo 3
C	–	Centro do círculo
d	–	Distância entre os primários
d^*	–	Distância usada para adimensionalizar as equações
dv	–	Diferencial de velocidade
dr	–	Diferencial de raio
dm	–	Diferencial de Massa
e	–	Excentricidade
E	–	Energia
f	–	Anomalia verdadeira
\bar{f}	–	Achatamento do primário
F	–	Força
F_g	–	Força gravitacional
G	–	Constante gravitacional universal
\vec{H}	–	Vetor momento angular
i	–	Inclinação
J_2	–	Achatamento de um corpo (Segundo harmônico)
$J_{2(1)}$	–	Achatamento de um corpo C_1
$J_{2(2)}$	–	Achatamento de um corpo C_2
k_1	–	Constante
k_2	–	Constante
m	–	Massa
m^*	–	Massa utilizada para adimensionalizar as equações
m_1	–	Massa do corpo 1
m_2	–	Massa do corpo 2
\log_{10}	–	Logaritmo na base 10
M	–	Anomalia média
n	–	Movimento médio
N	–	Número de corpos
p	–	Momento linear
P	–	Elemento simbólico no círculo
P'	–	Elemento simbólico no círculo
Q	–	Elemento simbólico no círculo
Q'	–	Elemento simbólico no círculo

d_e	– Raio equatorial
d_p	– Raio polar
\vec{r}	– Vetor posição
r_p	– Raio de um primário
$r_{p(1)}$	– Raio do primário C_1
$r_{p(2)}$	– Raio do primário C_2
$\dot{\vec{r}}$	– Velocidade
$\ddot{\vec{r}}$	– Aceleração
r_{12}	– Vetor posição entre o corpo 1 e 2
$ r_{12} $	– Módulo do vetor posição entre o corpo 1 e 2
\vec{r}_{13}	– Vetor posição entre C_1 e C_3
$ r_{13} $	– Módulo do vetor posição entre C_1 e C_3
\vec{r}_{23}	– Vetor posição entre C_2 e C_3
$ r_{23} $	– Módulo do vetor posição entre C_2 e C_3
\ddot{r}_{12}	– Aceleração entre o corpo 1 e 2
R	– Elemento simbólico no círculo
R'	– Elemento simbólico no círculo
S	– Elemento simbólico no círculo
S'	– Elemento simbólico no círculo
s_{13}	– Vetor posição entre C_1 e C_3
s_{23}	– Vetor posição entre C_2 e C_3
t	– Tempo
T	– Período
U_{J_2}	– Potencial perturbativo devido ao J_2
v	– Velocidade
v_{12}	– Velocidade circular do corpo C_2 em torno do corpo C_1
v_{23}	– Velocidade circular do corpo C_3 em torno do corpo C_2
V	– Potencial gravitacional
x	– Componente x no plano cartesiano (sistema girante)
y	– Componente y no plano cartesiano (sistema girante)
z	– Componente z no plano cartesiano (sistema girante)
\bar{z}	– Número complexo
$\dot{\bar{z}}$	– Número complexo
$\dot{\bar{z}}$	– Primeira derivada de um número complexo
$\ddot{\bar{z}}$	– Segunda derivada de um número complexo
%	– Porcentagem
Símbolos gregos	
δ	– Razão entre a distância entre os primários e a distância usada para adimensionalizar as equações
ΔC_3	– Fator (razão) do parâmetro C_3 (dobro da energia da órbita)
Δr_p	– Fator (razão) do raio do primário

ϵ	–	Componente x no plano cartesiano (sistema inercial)
ζ	–	Componente z no plano cartesiano (sistema inercial)
η	–	Componente y no plano cartesiano (sistema inercial)
θ	–	Ângulo
$d\theta$	–	Diferencial de ângulo
μ_1	–	Constante gravitacional do corpo 1
τ	–	Tempo
π	–	Constante
Π	–	Perigeu
ρ	–	Esfera de influência
$\bar{\rho}$	–	densidade
$d\Phi$	–	Diferencial de ângulo
Ψ	–	Anomalia média
ω	–	Argumento do perigeu
Ω	–	Ascensão reta do nodo ascendente

SUMÁRIO

	<u>Pág.</u>
1 INTRODUÇÃO	1
1.1 OBJETIVOS	1
2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
2.1 Revisão histórica	3
2.2 Captura gravitacional temporária	5
2.3 Perturbações orbitais devido ao achatamento de corpos celestes	10
3 METODOLOGIA	13
4 MODELO MATEMÁTICO	17
4.1 Derivação das equações de movimento do PCR3C	17
4.2 Perturbação devido ao achatamento dos primários	22
4.3 Adimensionalização das equações de movimento	24
5 ANÁLISE E RESULTADOS	31
5.1 Validação do modelo matemático	31
5.2 Captura gravitacional temporária em Júpiter	35
5.3 Estudo paramétrico do efeito na captura gravitacional	46
6 CONCLUSÕES	61
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	63
APÊNDICE A - TABELAS DE EXPERIMENTOS	69

1 INTRODUÇÃO

A captura gravitacional temporária é um fenômeno físico associado à interação gravitacional entre corpos no qual o corpo em torno de um determinado primário, inicialmente com energia positiva, passa a apresentar uma energia total negativa, sem a atuação de um sistema propulsivo (KOPAL; LYTTLETON, 1963; ALEKSEEV, 1963; ANDERSON, 2011; BELBRUNO; TOPPUTO, 2014).

A captura gravitacional é importante para a formação de novos conglomerados de matéria e eventualmente a formação de novos sistemas, como o Sistema Solar (TSIGANIS et al., 2005; LUO et al., 2014). A captura não é um processo definitivo, permanecendo o corpo neste estado apenas por um determinado período de tempo (VIEIRA NETO; WINTER, 2001). Em seguida o corpo deixa a esfera de influência do primário podendo retornar a esta condição em seguida (SIQUELI et al., 2014).

A captura gravitacional temporária depende de vários fatores, tais como a massa dos corpos envolvidos, a distância entre os primários e parâmetros próprios da captura, os ângulos característicos de entrada na esfera de influência do primário, e o ângulo de inserção na órbita final (SOLÓRZANO, 2006). Estes fatores alteram significativamente o tempo total que um corpo permanece capturado, ou seja, com energia total da órbita negativa em torno do primário que orbita.

Na literatura existem alguns trabalhos que tratam da influência de outros fatores, como a excentricidade das órbitas e o achatamento dos primários, no comportamento órbitas periódicas (SANCHEZ et al., 2009; BEEVI; SHARMA, 2012). Em especial, este último fator compreende alterações no campo gravitacional local, dada a irregularidade geométrica do primário envolvido. Este trabalho realiza uma investigação do efeito do achatamento de um primário no processo de captura gravitacional temporária.

Por se tratar de um assunto pouco explorado em referências bibliográficas, este tema se apresenta como motivação para estudos mais aprofundados e serve como base conceitual para este trabalho.

1.1 OBJETIVOS

O objetivo deste trabalho é estudar a influência do achatamento dos primários no processo de captura gravitacional temporária, em sua dinâmica, no tempo total de captura e na energia de captura.

2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Revisão histórica

Nicholas Copernicus, formado em direito e medicina, apresentava especial interesse em astronomia e matemática. Copernicus foi o primeiro a propor um modelo de sistema solar em que a Terra não era o centro no Universo, mas sim o Sol. Esta hipótese, chamada heliocêntrica, remonta os conceitos de translação e rotação. O trabalho de Copernicus pode ser consultado através da edição de seus manuscritos (COPERNICUS, 1972).

De fato a observação dos astros e corpos celestes feita diretamente a partir da superfície da Terra pode ter características periódicas, como é o caso dos demais planetas do Sistema Solar. Em sua obra *De Revolutionibus*, Copernicus expõe as premissas de seu modelo, sendo elas: O Universo é esférico e o movimento dos corpos se dá por combinações de movimentos circulares.

Tycho Brahe, nascido em 1546, foi um grande observador do movimento dos corpos celestes. Durante sua vida Tycho coletou e catalogou uma série de dados dos corpos visíveis com os instrumentos de sua época, com muita precisão (THOREN, 1990).

Johannes Kepler, utilizando os dados obtidos por Tycho Brahe após sua morte, observou características inerentes ao movimento de tais corpos. Kepler buscava um modelo de Universo perfeito composto por combinações de movimentos circulares e regulares (AITON et al., 1997). Contudo, Kepler não conseguiu conceber um modelo circular analisando o movimento do planeta Marte. Uma das conclusões de seu trabalho é que o melhor ajuste para o movimento deste corpo era uma elipse, um caso especial de uma cônica.

Kepler apresentou em sua obra *Harmonice Mundi* os conceitos que servem de base até os dias atuais para a análise e descrição de órbitas (AITON et al., 1997). A primeira lei enuncia que “as órbitas dos planetas descrevem uma trajetória elíptica em torno do Sol”, conceito que pode ser generalizado para “As órbitas dos corpos celestes descrevem movimentos nos quais sua trajetória pode ser descrito por uma cônica (círculo, elipse, hipérbole)”. A segunda lei enuncia que um corpo em uma órbita não perturbada percorre áreas iguais em tempos iguais. A terceira lei enuncia que existe uma relação de proporcionalidade entre o cubo dos semi-eixos maior das órbitas e o quadrado dos períodos.

A cinemática dos corpos era objeto de estudo desde os primórdios da observação

celeste, contudo a conceito de força ainda não estava formalizado. Isaac Newton propôs um conjunto de leis que descrevem o movimento dos corpos, ou seja, sua dinâmica. Tais leis são de especial importância para a construção de um modelo matemático consistente que descreva o comportamento de sistemas como os planetas e corpos celestes (COHEN, 1999).

Quando um sistema celeste é composto por três corpos, sendo um deles um primário principal, o outro primário conhecido como corpo perturbador e um terceiro corpo com massa desprezível em relação aos outros dois e que os orbita, este problema é denominado problema dos três corpos.

Um caso específico do problema dos três corpos é quando o movimento dos dois primários se dá de forma circular em torno do seu baricentro. Este problema também conhecido como problema circular restrito dos três corpos (SZEBEHELY, 1967; CHOBOTOV, 1996) utilizado por diversos autores em seus trabalhos (VIEIRA NETO, 1999; SOLÓRZANO, 2006; PRADO; VIEIRA NETO, 1998; BEEVI; SHARMA, 2012; SIQUELI et al., 2014) é o elemento base para a construção deste trabalho e será apresentado de forma detalhada no capítulo 4

2.2 Captura gravitacional temporária

A captura gravitacional temporária é um fenômeno físico associado à interação gravitacional entre corpos no qual o corpo que orbita um determinado primário, inicialmente em uma órbita de energia positiva é inserido para uma órbita de energia negativa, sem a atuação de um sistema propulsivo (PRADO; VIEIRA NETO, 1998; ANDERSON, 2011).

Para Osipov, em um passado infinitamente distante, o corpo capturado se encontra infinitamente longe do primário que o capturou e ao longo do tempo, após a captura, ele permanece perto do corpo a uma distância finita (ANDERSON, 2011). Captura gravitacional temporária é um caso particular da captura gravitacional, em que o veículo ou corpo celeste permanece em uma órbita, ao redor do planeta durante um determinado tempo (SOLÓRZANO, 2006).

A captura gravitacional remonta os estudos de Laplace e sua teoria cosmogênica, de que a formação do Sistema Solar se deu por uma nebulosa massiva que orbitava um núcleo condensado e quente (ANDERSON, 2011). Neste caso a matéria cósmica era capturada e, com o tempo, foi se condensando e dando origem aos planetas.

Um corpo é considerado capturado quando descreve um movimento dentro da esfera de influência de um primário e com energia total do movimento negativa (VIEIRA NETO; WINTER, 2001).

O conceito de esfera de influência foi proposto também por Laplace (BATE et al., 1971). Consiste em uma região espacial que representa o limite do efeito majoritário de um primário sobre um corpo que orbita em relação a um segundo primário (corpo perturbador).

Os primeiros exemplos de captura gravitacional foram dados por Schmidt em 1947 e Khil'mi em 1951, que estudaram a evolução do Sistema Solar e sua dinâmica.

Alekseev (1963) apresentou em seu trabalho novos exemplos de captura gravitacional de forma qualitativa, ou seja, não foram utilizadas integrações numéricas para demonstrar a ocorrência de captura. O trabalho de Alekseev é baseado nas conclusões anteriores de Sitnikov e Merman, que demonstraram a possibilidade de captura gravitacional. Neste caso foram considerados casos mais genéricos, nos quais a massa dos primários envolvidos não são iguais, considerando o máximo de parâmetros livres no sistema.

Kopal e Lyttleton (1963) apresentaram as equações de movimento de um corpo atraído por duas massas, sendo sua massa desprezível comparada as outras, para o caso elíptico do problema dos três corpos. As equações de movimento consideram apenas os efeitos dos campos gravitacionais de cada massa e contemplam o espaço tridimensional. O modelo matemático desenvolvido neste trabalho é baseado no equacionamento de Kopal e Lyttleton (1963), com a ressalva de ser considerado apenas o caso circular no problema dos três corpos. O artigo concluiu que, para o caso estudado (elíptico), não se aplica a conservação da energia e não existem curvas de velocidade zero, não importando quão pequeno seja a excentricidade.

Yabushita (1971) estudou o problema de captura gravitacional em sistemas planetários e galácticos, mostrando a possibilidade de perda de matéria através do processo. No artigo, o autor considera o movimento dos corpos de uma galáxia em torno de seu núcleo, aproximadamente como um problema de dois corpos, perturbado pelo núcleo da outra galáxia. Neste caso, existem condições nas quais podem haver transferência de massa de um sistema a outro, durante um encontro destes sistemas. O estudo indica que esta transferência é facilitada para encontros com V_∞ suficiente baixos (< 300 km/s) e não ocorre em encontros com V_∞ maiores que 300 km/s.

Bayley (1972) estudou a captura gravitacional, através do problema elíptico dos três corpos, ocorrendo no periélio e afélio. Foram estudadas as condições para ocorrência de captura, o tipo de órbita (direta ou retrógrada) e a sua estabilidade. O estudo concluiu que todos os planetas do Sistema Solar podem capturar satélites no periélio, tanto em órbitas diretas ou retrógradas. O estudo também concluiu que, devido a grande massa e excentricidade de Júpiter, apenas captura em órbitas retrógradas e no afélio é possível.

Heppenheimer (1975) estudou os satélites naturais de Júpiter através da teoria de captura. Heppenheimer se baseou no modelo de Bailey para fazer suas análises e mostrou que os resultados de Bailey estavam errados.

Horedt (1976), baseado nos estudos de Heppenheimer, afirmou que os efeitos da excentricidade de um planeta tem um efeito de terceira ordem no processo de captura. Neste caso o estudo do problema circular restrito dos três corpos fornece informações relevantes sobre a dinâmica do sistema, sendo portanto uma boa aproximação.

Huang e Innanen (1983) estudaram algumas condições para ocorrência de captura e obtiveram regiões nas quais o processo é mais provável. No caso de Júpiter, por exemplo, corpos com constante de Jacobi em torno de 2,98 têm maiores chances de

ter captura bem sucedida. O estudo também apresenta a variação da excentricidade do corpo capturado em função do processo. Belbruno (1990), Belbruno e Miller (1993) e Yamakawa (1993) estudaram o problema de captura do sistema Terra-Lua.

Miller e Belbruno (1991) apresentaram um método para a construção de uma trajetória de transferência lunar usando captura balística. Neste estudo é apresentado uma redução significativa de combustível em relação aos métodos clássicos. O estudo considerou uma assistência gravitacional em torno da Lua e posteriormente uma trajetória até uma região entre o Sol e a Lua referida como *weak stability boundary* (WSB), que significa fronteira de estabilidade fraca.

Por definição esta fronteira é uma região espacial no qual a captura de um primário se torna fraca e o movimento do corpo que o orbita tende a um movimento caótico (BELBRUNO et al., 2008). O cálculo dessa fronteira para o sistema Sol-Júpiter foi feito por Topputo e Belbruno (2009) e a geometria destas regiões foi objeto de estudo de Belbruno et al. (2012).

O retorno para a lua se dá através do processo de captura balística. Foi demonstrado que a interação entre a Terra, a Lua e o Sol contribuíram para a redução do consumo de combustível. Este conceito de redução de consumo de combustível de uma missão utilizando captura balística também foi objeto de estudo de Johnson e A. (2005).

Yamakawa (1993) apresentou o processo de captura gravitacional temporária no qual o corpo que orbita o primário inicialmente com energia positiva, passa a ter energia negativa dentro da esfera de influência deste primário. Neste caso o corpo é considerado confinado e descreve uma trajetória dentro da esfera de influência do corpo. Contudo, com o aumento de energia em seguida, o corpo abandona esta região.

VIEIRA NETO (1999) utilizou um modelo matemático para captura baseado no problema restrito dos três corpos no qual os dois primários apresentam um movimento circular em torno do baricentro do sistema. Com isto é possível obter a trajetória do corpo em torno de um primário através de integração numérica.

Belbruno (2000) realizou cálculos para o problema de estabilidade fraca na fronteira de trajetórias de transferência balística lunar.

Prado (2003) estendeu o estudo numérico de captura gravitacional temporária para o problema bi-circular restrito dos três corpos. Jehn et al. (2005) estudaram o problema de captura aplicado ao planeta Mercúrio gerando dados preliminares para a

missão BepiColombo. Solórzano (2006) estudou o problema de captura gravitacional temporária no sistema de Netuno-Tritão.

Solórzano (2006) estudou as condições e os parâmetros que influenciam a captura gravitacional temporária e identificou os ângulos de entrada na esfera de influência e de chegada à órbita final. Com estes dois parâmetros bem definidos o autor calculou o tempo total de captura através da integração numérica com passo negativo, partindo da condição física final a qual se deseja estar após o processo de captura.

Francisco (2009) apresentou em sua tese a trajetória de um veículo espacial vindo de fora da esfera de influência. Sukahanov (2010) apresentou o equacionamento dos valores de empuxo a serem desenvolvidos pelos propulsores de um satélite dentro da esfera de influência, em uma região apropriada, de forma que o corpo entre em órbita em torno do primário e se mantenha por um tempo significativo dentro da esfera de influência.

Um método para fazer o *design* de uma captura balística no problema elíptico dos três corpos foi apresentado no trabalho de Hyeraci e Topputo (2010). Mingotti et al. (2011) aplicaram o conceito de forma mais ampla, considerando o caso de n-corpos, considerando os planetas do sistema solar, suas inclinações e excentricidades.

Os autores apresentaram em seu trabalho a transferência entre a Terra e Marte com escape balístico e captura com baixo empuxo. Foi desenvolvida uma otimização do tempo de trajetória que apresentaram soluções eficientes para o problema de captura balística, seguida de um encontro espacial (*rendezvous*) com um planeta, usando baixo empuxo e terminando em uma captura com baixo empuxo.

O estudo de órbitas não-keplerianas, utilizando propulsão com baixo empuxo foi objeto de estudo de Topputo (2007) em sua tese de doutorado.

Belbruno e Topputo (2014) também estudaram as transferências entre a Terra e Marte. O artigo apresentou uma redução significativa no ΔV (variação da velocidade, gerada a partir de um empuxo) total utilizado na manobra através de uma captura bem distante de Marte, seguida de uma captura balística.

Luo et al. (2014), Luo e Topputo (2015) analisaram a captura balística em modelos considerando o Sol e planetas do sistema Solar. O estudo investigou o efeito da excentricidade das órbitas dos planetas, sua anomalia verdadeira e a razão entre as massas no processo de captura. O papel da anomalia verdadeira na captura balística já havia sido estudada também por Hyeraci e Topputo (2013). O estudo de Luo e

Topputo (2015) concluiu que a configuração de um planeta no afélio maximiza a chance de captura em órbitas prógradas e a configuração do planeta no periélio maximiza a chance de captura em órbitas retrógradas. O estudo concluiu também que inclinações nos intervalos de 40° - 70° e 150° - 160° propiciam captura.

2.3 Perturbações orbitais devido ao achatamento de corpos celestes

O movimento de um corpo pode ser descrito como uma composição de movimentos translacionais e rotacionais. O movimento translacional está associado ao movimento do centro de massa do corpo em relação a um ponto fixo de um determinado sistema de coordenadas. O movimento rotacional descreve a trajetória dos pontos que compõem o corpo em torno de seu próprio centro de massa (BEER; JOHNSON, 2004).

O movimento translacional pode ser analisado considerando apenas o movimento do centro de massa. Neste caso a geometria do corpo não interfere no movimento e o centro de massa do corpo passa a ter dinâmica análoga de um ponto com a mesma massa que o corpo total.

Este conceito pode ser verificado através do potencial de uma esfera, demonstrado em detalhes no trabalho de Danby (1962). O potencial de um corpo sólido em um ponto O é dado pela Equação (2.1)

$$V = -G \int \frac{dm}{r} = -G \int \rho \frac{d\nu}{r} \quad (2.1)$$

em que a integral é calculada em torno do corpo e considera-se a densidade do corpo ρ constante, ou seja, o corpo é homogêneo. Se O é um ponto fora do corpo o integrando é finito em todos os pontos e não há singularidades. Por outro lado, se O for um ponto que pertence ao corpo, existe uma singularidade neste ponto. Contudo, se coordenadas polares esféricas forem adotadas a integral converge.

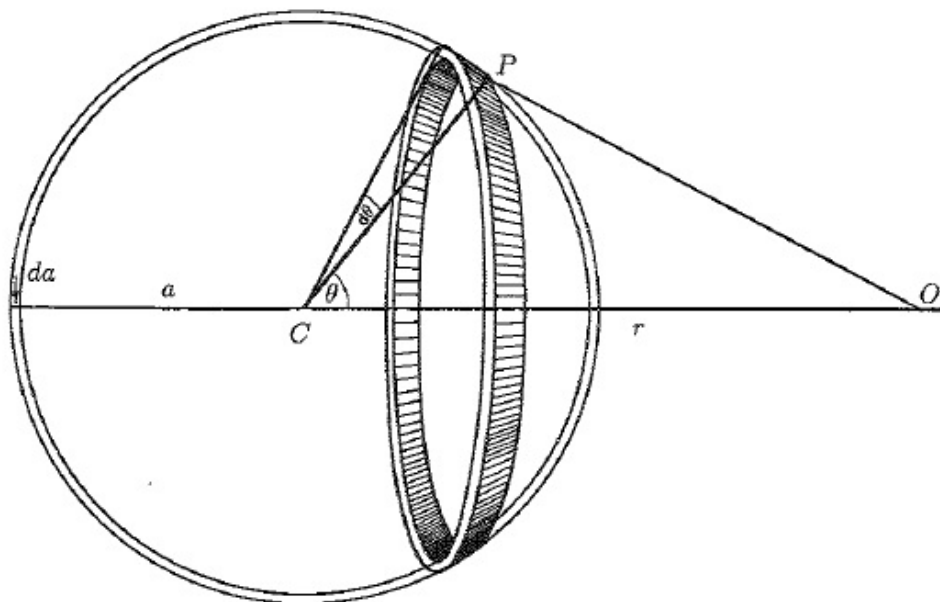
Sendo o elemento de volume em coordenadas esféricas ($d\nu$) dado por (2.2), o potencial se torna (2.3)

$$d\nu = r^2 \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (2.2)$$

$$V = -G \int \int \int \bar{\rho} r \sin \theta dr d\theta d\phi \quad (2.3)$$

Considerando que o ponto O se encontra fora do corpo, conforme ilustrado na Figura 2.1, e este corpo é uma esfera homogênea com raio a com centro em C. Seja a distância entre O e C dada por r e o ângulo $OCP = \theta$. Subdividindo a casca esférica em anéis, tem-se que a massa do anel é dada por 2.4 e cada elemento do anel está

Figura 2.1 - Casca esférica e elementos geométricos



Casca esférica e elementos geométricos.

Fonte: Danby (1962)

a uma distância 2.5 do ponto O.

$$dm = \bar{\rho} 2\pi a \sin \theta da d\theta \quad (2.4)$$

$$r' = (r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta)^{1/2} \quad (2.5)$$

Então o potencial total é dado por

$$V = -G\bar{\rho} 2\pi a^2 da \int \frac{\sin \theta d\theta}{(r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta)^{1/2}} \quad (2.6)$$

A expressão 2.6 pode ser integrada e o resultado é dado por

$$V = -\frac{1}{2} G dm \left[\frac{1}{ra} (r^2 + a^2 - 2ar \cos \theta)^{1/2} \right]_{\theta=0}^{\pi} = -G \frac{dm}{a} \quad (2.7)$$

Portanto se uma esfera tem massa M e centro C , para propósitos gravitacionais pode-se considerá-la como um ponto de massa M em C (DANBY, 1962).

As equações que descrevem o movimento orbital, ou seja, a lei de Newton e a lei da gravitação universal consideram os movimentos dos centros de massa. Já o movimento rotacional de um corpo depende da geometria do corpo e seus momentos e produtos de inercia. A geometria de um corpo também gera uma perturbação em seu campo gravitacional.

Considerando agora que um corpo de massa M , que gira em torno de seu eixo de rotação com velocidade angular ω e tem raios equatoriais e polares dados por d_e e d_p , apresenta forma aproximadamente elíptica, o achatamento do corpo (\bar{f}) é dado pela expressão

$$\bar{f} = \frac{(d_e - d_p)}{d_e} = 1 - \frac{d_p}{d_e}. \quad (2.8)$$

Como d_p é sempre menor que d_e , então a expressão $\frac{d_p}{d_e}$ é sempre um número entre 0 e 1 e portanto \bar{f} assume valores entre 1 e 0. O caso em que \bar{f} é igual a 1 não é possível do ponto de vista teórico, uma vez que seria necessário que o corpo fosse planar, ou seja, não apresentasse dimensões no sentido de d_p . Contudo mesmo sendo este um valor fisicamente impossível de se alcançar, ele será útil para extrair a sensibilidade da mudança da trajetória de um corpo em função da variação de \bar{f} de forma teórica.

O efeito do achatamento de um primário (\bar{f}) pode ser analisado a partir das equações de movimento com perturbação (CHOBOTOV, 1996). A geometria de um corpo é representada matematicamente como uma combinação linear do efeito de diversos formatos diferentes, descritos a partir dos harmônicos. O achatamento é modelado matematicamente principalmente pelo segundo harmônico, também conhecido como J_2 . Por este motivo, a partir deste momento sempre for mencionado o achatamento de um planeta, este achatamento será representado a partir da variável J_2 , mesmo que seu valor exato seja dado por \bar{f} .

3 METODOLOGIA

A metodologia adotada neste trabalho é descrita em detalhes a seguir.

- Modelagem do problema circular restrito dos três corpos.

O modelo matemático adotado (equações não adimensionalizadas) foi baseado nos trabalhos anteriores de [Kopal e Lyttleton \(1963\)](#) e [VIEIRA NETO \(1999\)](#).

As equações do movimento que governam o sistema foram deduzidas considerando que o movimento orbital do corpo se dá em torno de dois primários, de naturezas diferentes (propriedades de massa, propriedades geométricas, achatamentos, etc).

O equacionamento considerou o problema circular restrito dos três corpos (PCR3C), no qual os dois primários apresentam um movimento circular com velocidade angular constante em torno do baricentro do sistema. Por convenção, neste trabalho será adotado a órbita do corpo C_3 em torno do primário C_2 . O primário C_1 será considerado como o corpo perturbador.

As equações que descrevem o comportamento do corpo de menor massa (m_3) foram adimensionalizadas. O fator que adimensionalizou os raios vetores foi um valor contido no intervalo $r < d^* < d$, em que r é o módulo do vetor posição do corpo C_3 com origem no corpo C_2 e d é a distância entre os dois primários. Inicialmente foi considerado o caso em que $d^* = d$, o que reproduz a adimensionalização usada em [VIEIRA NETO \(1999\)](#) e o valor, calculado a partir da Equação 4.36, que será apresentado no Capítulo 4. O fator usado para adimensionalizar as massas dos dois primários foi a soma de suas massas.

- Simulação e validação do modelo matemático.

O modelo baseado no PCR3C foi implementado em linguagem de programação Fortran, utilizando o “Software Microsoft Visual Studio 2010 (The Microsoft, Inc., Redmond, Washington, U.S.A)”. Para a devida validação do modelo e teste da consistência dos seus resultados foi realizada uma comparação direta de resultados com aqueles apresentados no trabalho de [Anderson \(2011\)](#). As simulações computacionais foram realizadas utilizando um integrador numérico Runge-Kutta RK78, com erro máximo absoluto de 10^{-10} .

- Modelagem do efeito perturbador devido ao achatamento dos primários.

O modelo matemático que descreve o efeito perturbador do achatamento dos primá-

rios na trajetória de um corpo é apresentado em Sanchez et al. (2009). As equações que descrevem as acelerações devido ao achatamento dos primários são derivadas e apresentadas. O modelo é simulado para o problema dos dois corpos para validar o efeito de precessão (CHOBOTOV, 1996) sobre uma órbita devido ao J_2 .

- Experimentos fatoriais e *Design of Experiments (DOE)*

A dinâmica do corpo de menor massa no *PCR3C*, considerando o efeito do achatamento dos primários, é influenciada diretamente pelas seguintes variáveis:

- Constante gravitacional adimensionalizada (μ)
- Raio dos primários (r_p)
- Condição inicial da posição (condição final de captura)¹ ($r(t = 0)$)
- Velocidade na condição final de captura ($v(t = 0)$)
- Argumento do perigeu (ω)
- Inclinação da órbita (i)
- Ascensão reta do nodo ascendente (Ω)
- O achatamento do primário (J_2)

Para identificar a influência de cada um destes parâmetros na dinâmica do corpo m_3 foi desenvolvido um DOE. Este método, descrito no livro de Box et al. (2005), consiste em criar um experimento fatorial (completo ou não) que permite explorar mais de uma variável do modelo ao mesmo tempo e, a partir do conjunto de resultados gerado, inferir qual a influência de cada parâmetro no modelo para um dado intervalo de confiança.

O experimento fatorial não-completo é uma opção válida para quando existem limitações do número de experimentos. A vantagem direta deste método é a realização de um menor número de experimentos. Contudo há confundimento² entre as variáveis, o que pode degradar a qualidade dos resultados. Este método é geralmente utilizado em experimentos exploratórios (BOX et al., 2005).

O experimento fatorial completo, por outro lado, necessita de um número muito maior de experimentos. Contudo, este método proporciona um entendimento claro

¹Pelo fato de o problema de captura ser calculado com passo de integração negativo, inicia-se o cálculo na condição final de captura (condição que se deseja alcançar) e calcula-se a trajetória a partir desta condição inicial do problema. Como o sistema considerado não apresenta forças dissipativas, pode-se garantir que o problema é reversível no tempo e portanto a integração pode ser realizada com passo de integração negativo.

²Confundimento é o termo utilizado em estatística quando o efeito de uma variável se confunde com o de outra, ou seja, não é possível separar claramente o efeito das duas.

do efeito das variáveis no resultado final, bem como a interação entre elas. Um produto interessante deste método é a equação de regressão, considerando todas as variáveis no DOE (BOX et al., 2005).

Como as equações que descrevem a influência do achatamento dos primários apresenta termos de maior ordem em r^5 é esperado que sejam necessárias várias revoluções (ou um tempo razoavelmente grande) para que este efeito passe a ser relevante na trajetória do corpo. Portanto, foram considerados neste trabalho, como resultados dos experimentos gerados pelo DOE, o tempo total em que o corpo fica dentro da esfera de influência do primário C_2 e o tempo em que o corpo leva até colidir com a superfície de C_2 , ou fazer uma passagem muito próxima.

- Estudo das condições e parâmetros da captura.

O sistema adotado como referência para o estudo, composto pelos três corpos, foi analisado e definido quais as condições e regiões propícias para captura. Neste caso, inicialmente, foi adotado que os primários são regulares, ou seja, apresentam uma geometria esférica perfeita. Em seguida, o modelo foi ser simulado numericamente, com passo de integração negativo, partindo da condição física final desejada (condição inicial da simulação) com o objetivo de mapear a região de entrada e os limites dos parâmetros de entrada.

Com este processo, obteve-se a variação do tempo total de captura e o tempo total dentro da esfera de influência em função das condições em que o corpo cruza a esfera de influência do primário em evidência. Estes tempos foram comparados e foi escolhida a configuração que maximiza o tempo total de captura.

- Estudo da influência do achatamento dos primários na dinâmica de captura gravitacional.

O modelo baseado no PCR3C foi modificado de forma a contabilizar a variação no campo gravitacional local devido ao achatamento dos primários. Em seguida, o modelo foi simulado numericamente de forma análoga ao caso anterior para a captura em primários regulares de forma a se investigar a influência do achatamento na dinâmica de captura gravitacional temporária, no tempo total de captura e nas condições de entrada.

Neste trabalho foi considerado Júpiter como referência, uma vez que apresenta elevado J_2 . O achatamento foi considerado inicialmente para o primário no qual o satélite ou corpo está orbitando, sendo o corpo perturbador considerado sem acha-

tamento. Essa hipótese se justifica pela maior distância do corpo perturbador.

Para gerar as figuras com os traços das órbitas simuladas, utilizou-se o “Software MATLAB (The MathWorks, Inc., Natick, Massachusetts, U.S.A)”.

4 MODELO MATEMÁTICO

4.1 Derivação das equações de movimento do PCR3C

Neste capítulo serão apresentadas as equações que descrevem o comportamento de corpos celestes no problema circular restrito dos três corpos. As equações serão derivadas e o método de adimensionalização apresentado por [Szebehely \(1967\)](#) será apresentado. Em seguida será proposto um novo fator de adimensionalização da distância, que se mostrará útil para evitar problemas numéricos quando for considerado o efeito do achatamento dos primários no modelo.

O vetor posição (dimensionalizado) no sistema inercial não-girante é dado por $(\xi \eta \zeta)^T$. O vetor posição (dimensionalizado) descrito no sistema girante é dado por $(x' y' z')^T$. Finalmente o vetor posição (adimensionalizado), descrito no sistema girante, é dado por $(x y z)^T$.

De acordo com a segunda lei de Newton um corpo de massa m , sujeito a uma força resultante externa \vec{F} , obedece a seguinte relação,

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = \frac{d(m\vec{v})}{dt} \quad (4.1)$$

em que \vec{v} é a velocidade do corpo e o produto $m\vec{v}$ ou \vec{p} é denominado movimento linear do corpo.

Para o caso em que não há variação da massa do corpo a expressão é dada por

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} \quad (4.2)$$

em que $\ddot{\vec{r}}$ é a aceleração do corpo.

A lei da gravitação universal, também enunciada por Newton em 1687, afirma que a força gravitacional gerada entre corpos massivos é proporcional ao produto de suas massas e inversamente proporcional ao quadrado de sua distância. Campos gravitacionais geram forças atrativas e, como consequência da terceira lei de Newton, que decorre do princípio da ação de reação, todos os corpos envolvidos serão atuados por uma resultante de forças. A expressão da lei da gravitação universal é dada pela equação

$$\vec{F}_{g_{12}} = -\frac{Gm_1m_2}{|r_{12}|^3}\vec{r}_{12} \quad (4.3)$$

em que $\vec{F}_{g_{12}}$ é a força gravitacional entre os corpos 1 e 2, G é a constante gravitacional universal, m_1 e m_2 são as massas dos corpos 1 e 2 respectivamente e $|r_{12}|$ é a distância entre os dois corpos.

Considerando inicialmente apenas dois corpos se atraindo mutuamente, conhecido também como problema dos dois corpos, a expressão matemática que descreve o comportamento do movimento de um corpo em relação ao outro é dada por

$$\ddot{\vec{r}}_{12} = -\frac{\mu_1}{|r_{12}|^3}\vec{r}_{12} \quad (4.4)$$

em que μ_1 é o produto de G (constante gravitacional universal) e m_1 .

Neste ponto se mostra conveniente uma transformação de variáveis, que permite obter uma equação para o movimento do corpo em torno do primário. Essas novas variáveis, conhecidas como elementos keplerianos, também tem significado físico direto e expressam a forma da órbita e sua orientação espacial.

Os elementos keplerianos que constam no plano da órbita são: O semi-eixo maior da órbita (a), a excentricidade da órbita (e) e a anomalia verdadeira (f). A anomalia verdadeira, apesar de ser um ângulo não é considerado um elemento kepleriano angular, uma vez que é um elemento contido no plano da órbita.

Os elementos keplerianos angulares são aqueles que localizam uma órbita no espaço. São eles: A ascensão reta do nodo ascendente (Ω), a inclinação da órbita (i) e o argumento do perigeu (ω). Maiores detalhes podem ser encontrados em [Pilchowski \(1981\)](#)

A solução geral do problema dos dois corpos é expressa por

$$r = \frac{a(1 - e^2)}{1 + e \cos f} \quad (4.5)$$

e representa a trajetória descrita pelo corpo.

A equação (4.5) descreve a evolução do vetor posição r em função da variável f ,

conhecida como anomalia verdadeira. A partir desta formulação matemática também é possível obter o estado do sistema (posição e velocidade) para um dado instante de tempo, através da equação de Kepler,

$$M = nt = u - e \sin u \quad (4.6)$$

em que M é a anomalia média, n é o movimento médio, u é a anomalia excêntrica e e a excentricidade.

A equação de Kepler é uma equação transcendental, o que significa que não é possível obter uma função $u = u(t)$ de forma fechada, sem o uso de uma expansão em série e ou uso de métodos numéricos para solução do problema. Vale lembrar ainda que no problema de dois corpos a energia e o momento angular se conservam.

Generalizando a teoria de dois corpos para N corpos, a equação de movimento da i -ésima partícula, sujeita à interação gravitacional com todas as $N-1$ partículas do sistema, é dada pela Equação

$$m_i \ddot{\vec{r}}_i = G \sum_{j=1}^N \frac{m_i m_j}{r_{ij}^3} \vec{r}_{ij}. \quad (4.7)$$

As integrais do movimento são dadas pelas equações

$$\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i = \vec{k}_1 t + \vec{k}_2 \quad (4.8)$$

$$\sum_{i=1}^N m_i \vec{r}_i \times \dot{\vec{r}}_i = \vec{H} \quad (4.9)$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N m_i \dot{\vec{r}}_i \cdot \dot{\vec{r}}_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{m_i m_j}{r_{ij}} = E \quad (j \neq i) \quad (4.10)$$

Considerando que o sistema é composto por três corpos, sendo um deles um primário principal (denominado C_2), o outro primário conhecido como corpo perturbador (denominado C_1) e um terceiro corpo com massa desprezível (denominado C_3) em relação aos outros dois (conforme ilustrado na Figura 4.1, a Equação (4.7) pode ser

simplificada e toma a forma dada por

$$\ddot{\vec{r}}_3 = - \left(\frac{\mu_1}{r_{13}^3} \vec{r}_{13} + \frac{\mu_2}{r_{23}^3} \vec{r}_{23} \right) \quad (4.11)$$

em que r é o vetor posição em relação a origem do sistema de coordenadas, μ_1 é a constante gravitacional do primeiro primário, μ_2 é a constante gravitacional do segundo primário, r_{13} e r_{23} são, respectivamente, os vetores posição em relação aos primários C_1 e C_2 , dados por

$$\begin{aligned} r_{13}^2 &= (x' + a^*)^2 + y'^2 + z'^2 \\ r_{23}^2 &= (x' - b^*)^2 + y'^2 + z'^2 \end{aligned} \quad (4.12)$$

em que a^* e b^* são das distância entre o primário C_1 e o baricentro e o primário C_2 e o baricentro, respectivamente.

A Figura 4.1 apresentou o sistemas de coordenadas inercial ($\xi - \eta$) e local (x-y). Para economia visual foi ilustrado apenas o plano no qual se dá o movimento dos primários em torno do baricentro e o eixo z (no sistema local) ou ζ (no sistema inercial) foram omitidos. Neste trabalho será abordado o caso bi-dimensional e tri-dimensional.

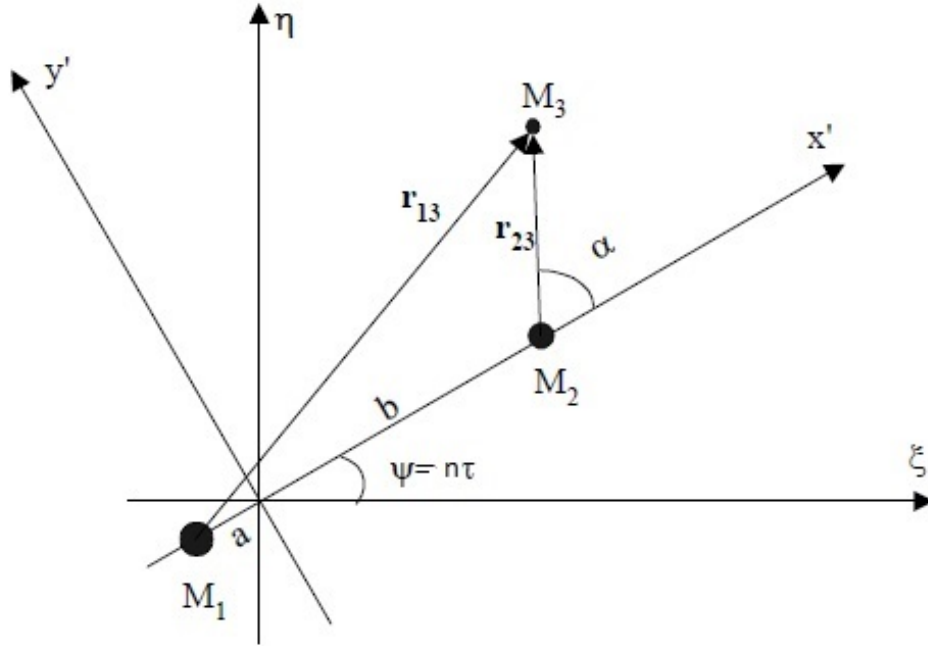
No problema circular restrito dos três corpos a força gravitacional entre os dois primários é igual a força centrífuga entre ambos, o que faz com que a distância entre os primários seja constante ao longo do tempo. Esta relação é expressa nas equações:

$$\begin{aligned} \frac{Gm_1m_2}{(a^* + b^*)^2} &= m_1an^2 \\ \frac{Gm_1m_2}{(a^* + b^*)^2} &= m_2bn^2 \end{aligned} \quad (4.13)$$

em que G é a constante gravitacional universal com valor $6,67408 \times 10^{-20} km^3 kg^{-1} s^{-2}$, m_1 e m_2 são as massas dos corpos 1 e 2, respectivamente, e n é a velocidade angular que o sistema x-y tem em relação ao sistema $\xi-\eta$.

Uma forma de se expressar a rotação entre os dois sistemas é através da nomenclatura

Figura 4.1 - Sistema de coordenadas no problema dos três corpos (Inercial e Local).



Sistema de coordenadas no problema dos três corpos (Inercial e Local).

Fonte: Produção do autor.

adotada por Lathi (2007), dada por

$$(\xi + i\eta) = (x' + iy') e^{in\tau} \quad (4.14)$$

em que i é o número imaginário dado por $i = \sqrt{-1}$ e τ é o tempo. Para facilitar os cálculos, denomina-se o vetor posição no sistema de \bar{Z} e o vetor no sistema girante de \bar{z} . Como a expressão 4.11 apresenta a segunda derivada do vetor posição, se faz necessário calcular a derivada de segunda ordem da variável $\bar{Z} = (\xi + i\eta)$, dada por 4.14, que se torna:

$$\ddot{\bar{Z}} = (\ddot{\bar{z}} - \dot{\bar{z}} n^2 + 2\dot{\bar{z}} in) e^{in\tau} \quad (4.15)$$

Separando a parte real e imaginária da Equação 4.15, tem-se:

$$\ddot{x}' - 2n\dot{y}' = n^2 x' - \mu_1 \frac{(x' + a^*)}{r_{13}^3} - \mu_2 \frac{(x' - b^*)}{r_{23}^3} \quad (4.16)$$

$$\ddot{y}' + 2n\dot{x}' = n^2 y' - \mu_1 \frac{y'}{r_{13}^3} - \mu_2 \frac{y'}{r_{23}^3} \quad (4.17)$$

$$\ddot{z}' = -\mu_1 \frac{z'}{r_{13}^3} - \mu_2 \frac{z'}{r_{23}^3} \quad (4.18)$$

A terceira lei de Kepler afirma que a relação entre o cubo dos semi-eixos maior (no caso do PCR3C dado por $a^* + b^*$) de uma órbita e o quadrado de seu período (T) é constante. Como a velocidade angular n é inversamente proporcional ao período ($n = 2\pi/T$), a Equação de Kepler toma a forma

$$G(m_1 + m_2) = n^2 (a^* + b^*)^3 \quad (4.19)$$

Denominando d a distância entre os dois primários ($a^* + b^*$) e manipulando as Equações 4.13 e 4.19, tem-se:

$$\begin{aligned} a^* &= \frac{\mu_2}{(\mu_1 + \mu_2)} d \\ b^* &= \frac{\mu_1}{(\mu_1 + \mu_2)} d \end{aligned} \quad (4.20)$$

4.2 Perturbação devido ao achatamento dos primários

Os principais efeitos do segundo harmônico (J_2) são movimentos seculares do nodo ascendente Ω e do argumento do perigeu ω de uma órbita (CHOBOTOV, 1996). O potencial gravitacional gerado por este harmônico, segundo Sanchez et al. (2009), é dado por

$$U_{J_2} = \frac{\mu J_2 r_p^2}{r^3} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2} \sin^2 \beta \right) \quad (4.21)$$

A aceleração gerada pelo achatamento do corpo é dada por $-\partial U_{J_2}/\partial r$. Como $\sin \beta =$

z/r (latitude em relação ao primário), a equação 4.21 pode ser escrita como:

$$U_{J_2} = \mu J_2 r_p^2 \left(\frac{1}{2r^3} - \frac{3}{2} \frac{z'^2}{r^5} \right) \quad (4.22)$$

Derivando por partes a equação em termos das componentes da aceleração, tem-se as componentes de aceleração devido ao J_2 dadas pelas equações:

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_{J_2}}{\partial x'} &= -\mu J_2 r_p^2 \left(\frac{-3(x' - b^*)}{2r^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^2 x'}{r^7} \right) \\ \frac{\partial U_{J_2}}{\partial y'} &= -\mu J_2 r_p^2 \left(\frac{-3y'}{2r^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^2 y'}{r^7} \right) \\ \frac{\partial U_{J_2}}{\partial z'} &= -\mu J_2 r_p^2 \left(\frac{-3z'}{2r^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^3}{r^7} \right) \end{aligned} \quad (4.23)$$

Portanto, para o caso do PCR3C, as equações de movimento (4.16, 4.17 e 4.18) com o efeito do achatamento passam a ser dadas por

$$\begin{aligned} \ddot{x}' - 2n\dot{y}' &= n^2 x' - \mu_1 \frac{(x' + a^*)}{r_{13}^3} - \mu_2 \frac{(x' - b^*)}{r_{23}^3} \\ -\mu_1 J_{2(1)} r_{p(1)}^2 \left(\frac{-3(x' + a^*)}{2r_{13}^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^2 (x' + a^*)}{r_{13}^7} \right) &- \mu_2 J_{2(2)} r_{p(2)}^2 \left(\frac{-3(x' - b^*)}{2r_{23}^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^2 (x' - b^*)}{r_{23}^7} \right) \end{aligned} \quad (4.24)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y}' + 2n\dot{x}' &= n^2 y' - \mu_1 \frac{y'}{r_{13}^3} - \mu_2 \frac{y'}{r_{23}^3} \\ -\mu_1 J_{2(1)} r_{p(1)}^2 \left(\frac{-3y'}{2r_{13}^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^2 y'}{r_{13}^7} \right) &- \mu_2 J_{2(2)} r_{p(2)}^2 \left(\frac{-3y'}{2r_{23}^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^2 y'}{r_{23}^7} \right) \end{aligned} \quad (4.25)$$

$$\ddot{z}' = -\mu_1 \frac{z'}{r_{13}^3} - \mu_2 \frac{z'}{r_{23}^3} - \mu_1 J_{2(1)} r_{p(1)}^2 \left(\frac{-3z'}{2r_{13}^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^3}{r_{13}^7} \right) - \mu_2 J_{2(2)} r_{p(2)}^2 \left(\frac{-3z'}{2r_{23}^5} + \frac{15}{2} \frac{z'^3}{r_{23}^7} \right) \quad (4.26)$$

em que $J_{2(1)}$, $J_{2(2)}$, $r_{p(1)}$, $r_{p(2)}$ são valores de J_2 e raio dos primários 1 e 2, respectivamente. Como a contribuição do J_2 só é perceptível para órbitas baixas (condição a ser demonstrada no Capítulo 5), uma hipótese simplificadora adotada é considerar que o efeito do achatamento do primário C_1 não influencia no movimento orbital do corpo C_3 em torno de C_2 ¹. O conjunto de equações 4.24, 4.25, 4.26 é o modelo final a ser adotado como base deste trabalho, em sua forma não adimensionalizada.

4.3 Adimensionalização das equações de movimento

As equações de movimento que foram derivadas na seção anterior, apresentam valores demasiadamente grandes do ponto de vista computacional. Para que as operações numéricas não apresentem problemas computacionais, se faz necessário adimensionalizar as equações (BARROS, 2010).

Diversos trabalhos, como o de Kopal e Lyttleton (1963) e VIEIRA NETO (1999) adimensionalizam as distâncias nas equações em função da distância entre os dois primários (Eq. 4.27) e as massas em função das somas das massas (Eq. 4.28). Esta adimensionalização é bastante eficaz se considerarmos os casos em que a simulação computacional considera apenas as forças gravitacionais, ou seja, como quando o modelo é dado pelas Equações 4.16, 4.17 e 4.18.

$$\begin{aligned} x &= \frac{x'}{d} \\ y &= \frac{y'}{d} \\ z &= \frac{z'}{d} \end{aligned} \tag{4.27}$$

$$\mu = \frac{\mu_2}{\mu_1 + \mu_2} = \frac{\mu_2}{\mu^*} \tag{4.28}$$

As equações adimensionalizadas, de acordo com o método proposto por Kopal e Lyttleton (1963) e VIEIRA NETO (1999), são dadas por

¹A hipótese de desconsiderar o efeito do achatamento do primário C_1 no modelo matemático é válida para $\mu_2/mu_1 \approx 0$

$$\ddot{x} - 2ny = x - \frac{(1 - \mu)(x + \mu)}{r_{13}^3} - \mu \frac{(x + \mu - 1)}{r_{23}^3} \quad (4.29)$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = y \left(1 - \frac{1 - \mu}{r_{13}^3} - \frac{\mu}{r_{23}^3} \right) \quad (4.30)$$

$$\ddot{z} = -\frac{1 - \mu}{r_{13}^3} - \frac{\mu}{r_{23}^3} \quad (4.31)$$

Contudo, quando se insere no modelo as equações com efeito do J_2 (4.24, 4.25 e 4.26), este passa a apresentar termos de ordem em r^7 no denominador, o que pode gerar problemas numéricos.

Vamos considerar um estudo de um sistema em que o Sol e Júpiter são primários e um terceiro corpo de massa desprezível, por exemplo um satélite, orbita inicialmente Júpiter em uma órbita baixa, vamos assumir uma órbita de 80000 km (semi-eixo maior). Neste caso o valor de r_{23} no instante inicial da integração seria de $1,027 \times 10^{-4}$. Considerando a adimensionalização usada em VIEIRA NETO (1999) a distância entre os dois primários (d) é $778,57 \times 10^6$. Como este valor já é reduzido e podem haver instantes de tempo em que o vetor posição tem módulo menor que no instante inicial, é possível que existam erros numéricos grandes durante o processo de integração.

Para solucionar este problema, uma das abordagens da literatura é a regularização das equações de movimento, que consiste em eliminar os zeros numéricos através do uso de quatérnions ou outras substituições de variáveis. Contudo neste trabalho este método não será utilizado e será proposto um novo fator de adimensionalização para as equações, de forma a eliminar as singularidades sem a necessidade do uso de técnicas de regularização.

Antes de apresentar um método alternativo de adimensionalização, é interessante observar as características e propriedades úteis que surgem com a adimensionalização clássica (presente na literatura). Neste trabalho denomina-se d^* o fator que adimensionaliza o vetor posição e m^* o fator que adimensionaliza as massas. A vantagem de se adotar m^* como a soma das massas de ambos, é que a relação $m_2/(m_1 + m_2)$ é bem conhecida na literatura como massa reduzida e é um importante parâmetro em dinâmica orbital.

Já a vantagem de se adotar d^* como sendo a distância entre os primários é que se a massa reduzida for significativamente pequena a adimensionalização da velocidade se torna bastante prática. Isso pode ser verificado a partir das Equações 4.32 e 4.33. Na primeira equação é mostrada no lado esquerdo a velocidade de uma órbita circular do corpo C_3 em torno do primário C_2 , dada pela equação vis-viva 4.34. Do lado direito a mesma velocidade é calculada com as variáveis já adimensionalizadas, o que leva a um valor de velocidade adimensionalizado. Já na segunda equação o valor da velocidade é adimensionalizado dividindo-a pela velocidade orbital do primário C_2 em torno do primário C_1 . Como m_2/m_1 é aproximadamente $m_2/(m_1 + m_2)$, para casos em que $m_1 \gg m_2$, esta divisão garante aproximadamente a adimensionalização da velocidade.

$$v'_{23} = \sqrt{\frac{\mu_2}{r'}} \Rightarrow \text{Adimensionalizando} \Rightarrow v_{23} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (4.32)$$

$$v'_{23} = \sqrt{\frac{\mu_2}{r'}} \Rightarrow \text{Dividindo por } V_{12} \Rightarrow v_{23} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{r'}}}{\sqrt{\frac{\mu_1}{d}}} = \sqrt{\frac{\mu_2}{\mu_1} \frac{d}{r'}} \approx \sqrt{\mu \frac{1}{r}} \quad (4.33)$$

$$\frac{v^2}{2} - \frac{\mu}{r} = -\frac{\mu}{2a} \quad (4.34)$$

Apesar de tais vantagens, este método pode apresentar problemas numéricos quando são considerados os efeitos devido ao achatamento dos primários, devido aos termos de alta ordem das equações envolvendo J_2 , conforme apresentado anteriormente. Neste caso é interessante adimensionalizar as distâncias por um valor que esteja entre os valores normalmente encontrados para r_{23} e d .

Neste trabalho, por convenção, a análise de captura se desenvolve sempre em torno do corpo C_2 . Um valor admissível entre r_{23} e d seria a própria esfera de influência do corpo C_2 (CHOBOTOV, 1996), dada por

$$\rho = \left(\frac{\mu}{1 - \mu} \right)^{\frac{2}{5}} \quad (4.35)$$

Contudo, para fins teóricos, pode-se atribuir um valor arbitrário, já que a adimensionalização não exige que o valor adotado como d^* seja um parâmetro com sentido

físico.

Como a captura gravitacional ocorre enquanto o corpo se encontra geralmente dentro da esfera de influência de um primário, é razoável que o novo fator para adimensionalização dos vetores posição se encontre entre o valor gerado pela média da posição inicial de integração $r(t = 0)$ e a esfera de influência do primário orbitado e a própria distância entre os dois primários. Esta relação é expressa por

$$\log_{10}^{d^*} = \frac{3\log_{10}^d + 7\log_{10}^r}{10} \quad (4.36)$$

Os coeficientes dos termos \log_{10}^d e \log_{10}^r foram atribuídos considerando os coeficientes de maior ordem nas equações em que os parâmetros d e r tem maior relevância, ou seja, ordem 3 (para o modelo do PCR3C propriamente dito) e ordem 7 (para o modelo devido ao achatamento dos primários). O intuito deste cálculo é obter um valor d^* que torne os denominadores do modelo termos razoavelmente equilibrados. Em outras palavras, ao contrário do método anterior em que r_{13} praticamente tinha valor 1 durante toda a integração do movimento e r_{23} um valor muito pequeno em determinados instantes de tempo, este novo fator busca fazer com que o produto de r_{13} e r_{23} esteja próximo de 1, o que permite que nenhum dos valores gere problemas numéricos no modelo.

Voltando ao exemplo anterior, do sistema Sol-Júpiter-satélite, as massas de Júpiter e do Sol são, respectivamente, $1898,3 \times 10^{24}$ kg e 1988500×10^{24} kg, o que representa um valor de μ de $9,5373 \times 10^{-4}$ e a uma esfera de influência de raio $4,82 \times 10^7$ km ou 0,0619 (valor adimensional). Sendo d igual a $778,57 \times 10^6$ km ou 1 (valor adimensional), o valor d^* para $r = 1,027 \times 10^{-4}$ (80000 km) é $1,26 \times 10^6$ km, o que representa 0,16% da distância entre os primários e 2,6% da esfera de influência.

Com este novo valor de d^* os valores de r_{13} e r_{23} passam a ser aproximadamente 619 e 0,0636. Como os termos de maior ordem em r_{13} são cúbicos, seus valores mais altos são da ordem de $2,4 \times 10^8$. Já os termos de maior ordem de r_{23} são de oitava potência o que leva a valores de $4,2 \times 10^{-9}$. Portanto, observa-se que o equacionamento se tornou mais equilibrado numericamente em relação a adimensionalização anterior, o que evita erros numéricos recorrentes.

Este método se apresenta como uma alternativa a regularização das equações de movimento. Contudo, algumas propriedades práticas do método clássico deixam de ser tão objetivas. Para elucidar estes fatos desenvolve-se, a seguir, a adimensionalização

das equações 4.24, 4.25 e 4.26 a partir deste novo valor de d^* .

Sejam x' , y' e z' as componentes do vetor posição em relação a origem do sistema de coordenadas do sistema girante (origem solidária ao sistema inercial fixo), t' o tempo, m_1 e m_2 as massas dos primários C_1 e C_2 e definindo as variáveis adimensionalizadas descritas em 4.37, as equações 4.24, 4.25 e 4.26 se tornam 4.38, 4.39 e 4.40 respectivamente.

$$\begin{aligned}x &= \frac{x'}{d^*} \\y &= \frac{y'}{d^*} \\z &= \frac{z'}{d^*} \\t &= t^* t'\end{aligned} \tag{4.37}$$

$$\ddot{x} - 2n\dot{y} = x - \frac{(1 - \mu)(x + \delta\mu)}{r_{13}^3} - \mu \frac{(x + \delta\mu - \delta)}{r_{23}^3} \tag{4.38}$$

$$\ddot{y} + 2n\dot{x} = y \left(1 - \frac{1 - \mu}{r_{13}^3} - \frac{\mu}{r_{23}^3} \right) \tag{4.39}$$

$$\ddot{z} = -\frac{1 - \mu}{r_{13}^3} - \frac{\mu}{r_{23}^3} \tag{4.40}$$

em que r_{13} e r_{23} são dados, respectivamente, por 4.41 e 4.42 e δ é a quantidade dada por 4.43.

$$r_{13} = \sqrt{(x + \delta\mu)^2 + y^2 + z^2} \tag{4.41}$$

$$r_{23} = \sqrt{[x - \delta(1 - \mu)]^2 + y^2 + z^2} \tag{4.42}$$

$$\delta = \frac{d}{d^*} \tag{4.43}$$

Pela própria forma em que as equações são construídas, δ apresenta valores sempre iguais ou superiores a 1.

De forma análoga como foi realizado para o caso em que $d^* = r_{12}$, realiza-se a comparação entre a velocidade calculada com os valores de μ e r adimensionalizados com a divisão pela velocidade média orbital do primário C_1 em torno de C_2 . Na primeira equação 4.44 é mostrada, no lado esquerdo, a velocidade de uma órbita circular do corpo 3 em torno do primário 2, dada pela equação vis-viva 4.34. Do lado direito a mesma velocidade é calculada com as variáveis já adimensionalizadas, o que leva a um valor de velocidade adimensionalizado. Já na segunda equação 4.33 o valor da velocidade é adimensionalizado dividindo-a pela velocidade orbital do primário 2 em torno do primário 1. Novamente m_2/m_1 é aproximadamente $m_2/(m_1 + m_2)$, para casos em que $m_2/m_1 \approx 0$.

Contudo observa-se que existe um fator ($\sqrt{\delta}$) entre a velocidade calculada pela primeira equação e pela segunda forma. Este fato demonstra que a velocidade verdadeira (adimensional) é menor do que a calculada pela divisão da velocidade dada pela vis-viva pela velocidade média do primário C_2 em torno de C_1 . Portanto, a quantidade que adimensionaliza o tempo (t^*) já não é o período da órbita (T) do primário 2, mas sim o valor $\sqrt{\delta}T$.

$$v'_{23} = \sqrt{\frac{\mu_2}{r'}} \Rightarrow \text{Adimensionalizando} \Rightarrow v_{23} = \sqrt{\frac{\mu}{r'/d^*}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \quad (4.44)$$

$$v'_{23} = \sqrt{\frac{\mu_2}{r'}} \Rightarrow \text{Dividindo por } V_{12} \Rightarrow v_{23} = \frac{\sqrt{\frac{\mu_2}{r'}}}{\sqrt{\frac{\mu_1}{d}}} = \sqrt{\frac{\mu_2 d}{\mu_1 r'}} \approx \sqrt{\frac{\delta}{r}} = \sqrt{\frac{\mu}{r}} \sqrt{\delta} \quad (4.45)$$

5 ANÁLISE E RESULTADOS

Neste capítulo serão apresentadas as simulações realizadas neste trabalho e os seus principais resultados. O modelo desenvolvido nos capítulos anteriores será validado por comparação direta com outros resultados da literatura. Em seguida, será analisado o processo de captura gravitacional temporária em torno do planeta Júpiter, e por fim todas os parâmetros serão livres, fazendo um estudo mais amplo do efeito dos parâmetros no processo de captura.

5.1 Validação do modelo matemático

Nesta seção o modelo matemático derivado no capítulo 4, representado pelas Equações 4.38, 4.39 e 4.40, nas quais os raios vetores são dados por 4.41 e 4.42, é validado através da comparação direta dos resultados obtidos por simulação numérica deste modelo com outros trabalhos científicos sobre o tema de captura gravitacional temporária utilizando o modelo do problema circular restrito dos três corpos.

A simulação numérica do sistema foi realizada através de uma rotina elaborada em linguagem Fortran.

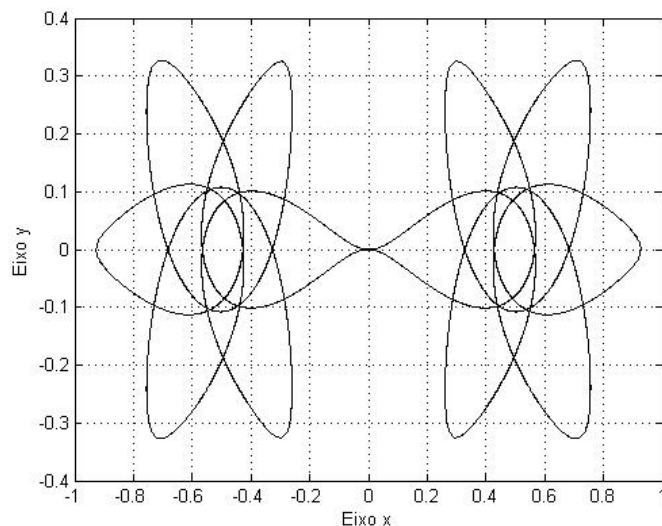
O caso estudado foi uma órbita em um sistema com $\mu = 0,5$ e vetor de estado inicial $\{x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}\} = \{0 \ 0 \ 0 \ 0,35 \ 0 \ 0\}$. Neste caso não se considerou o efeito do achatamento, ou seja, $J_2 = 0$. Observa-se que o resultado da simulação, ilustrado na Figura 5.1, é idêntico ao resultado da simulação de Anderson (2011), ilustrado na Figura 5.2. Nas duas ilustrações o corpo orbita os dois primários, criando a mesma trajetória. Este traço é simétrico em relação a origem, pois os dois primários apresentam a mesma massa (valor de μ é 0,5).

A próxima simulação de validação realizada comparou o resultado do problema dos dois corpos clássico, sem efeito do achatamento, com o modelo que leva em conta o efeito do achatamento, para demonstração da precessão da órbita.

Na Figura 5.3 é ilustrada a órbita de um corpo celeste com massa desprezível em torno de um planeta, caso conhecido como o problema dos dois corpos, com $\mu = 398600$ e vetor de estado inicial $\{x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}\} = \{29810 \ 0 \ 29810 \ 2 \ 2 \ 0\}$. Na Figura 5.4 o mesmo caso é ilustrado, contudo é inserido no modelo a perturbação devido ao achatamento do corpo central.

Observa-se que o efeito do achatamento de um primário em uma órbita é a precessão da mesma em torno do plano equatorial, conforme mostrado em Chobotov (1996).

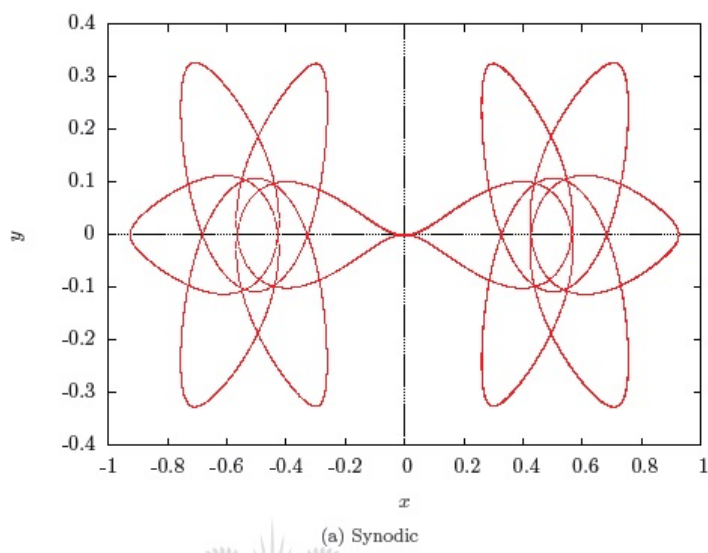
Figura 5.1 - Simulação de captura gravitacional - Comparação com resultado da literatura



Simulação de captura gravitacional - Comparação com resultado da literatura

Fonte: Produção do autor.

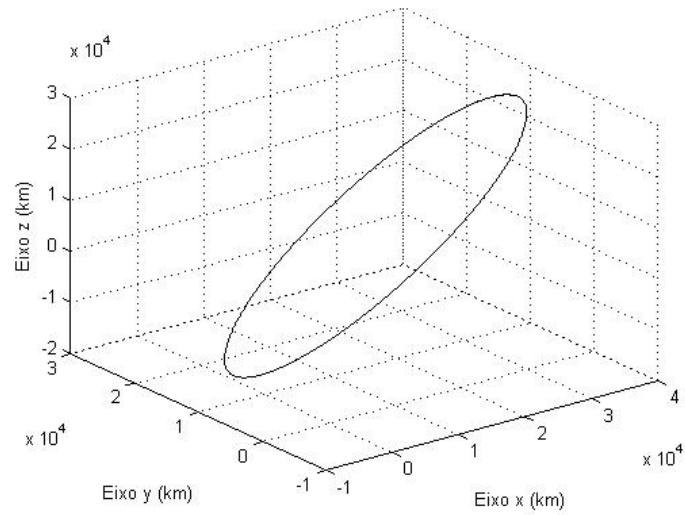
Figura 5.2 - Captura Gravitacional (resultados da literatura) - Comparação com simulação



Captura Gravitacional (resultados da literatura) - Comparação com simulação

Fonte: (ANDERSON, 2011)

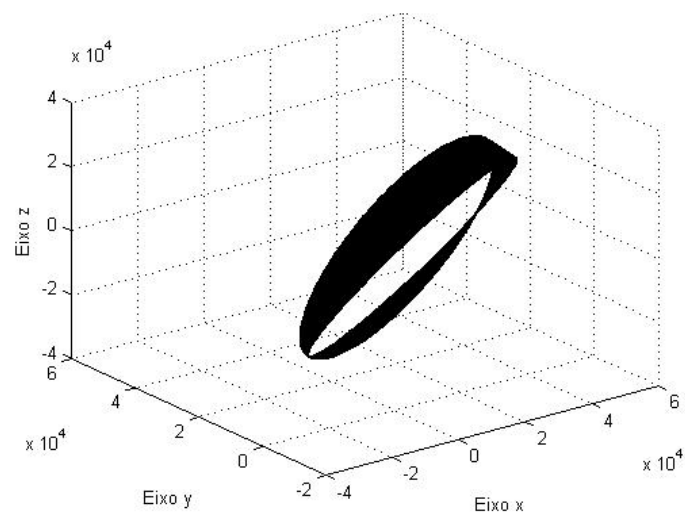
Figura 5.3 - Problema dos dois corpos sem efeito do achatamento do planeta.



Problema dos dois corpos sem efeito do achatamento do planeta.

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.4 - Problema dos dois corpos com efeito do achatamento do planeta.



Problema dos dois corpos com efeito do achatamento do planeta.

Fonte: Produção do autor.

Uma vez validado o modelo matemático através de comparação de resultados e a coerência de seus resultados com o esperado fisicamente, este modelo será utilizado para as análises de captura em torno do planeta Júpiter na seção a seguir.

5.2 Captura gravitacional temporária em Júpiter

A captura gravitacional de um corpo celeste orbitando Júpiter é objeto de estudo deste trabalho e os resultados da captura sem influência do achatamento são apresentados nesta seção.

O sistema analisado é composto por Júpiter como o primário, o Sol como o corpo perturbador e um corpo celeste com massa desprezível em relação aos outros dois corpos. Os dados dos planetas envolvidos no estudo são apresentados na Tabela 5.1.

Através destes dados obtém-se, através da Equação 4.28, um valor de $\mu = 0,00095373$. Pela formulação do PCR3C, as únicas entradas do modelo que influenciam o resultado são o valor da constante gravitacional adimensionalizada μ e o vetor de estado adimensionalizado no instante inicial $\{x \ y \ z \ \dot{x} \ \dot{y} \ \dot{z}\}$.

Denominando a distância entre Júpiter e Sol por d e a velocidade média da órbita heliocêntrica de Júpiter por V_{12} , o vetor de estados na condição inicial é dado por 5.1:

$$\begin{aligned}x^*(0) &= \frac{x(0)}{d} \\y^*(0) &= \frac{y(0)}{d} \\z^*(0) &= \frac{z(0)}{d} \\\dot{x}^*(0) &= \frac{\dot{x}(0)}{V_{12}} \\\dot{y}^*(0) &= \frac{\dot{y}(0)}{V_{12}} \\\dot{z}^*(0) &= \frac{\dot{z}(0)}{V_{12}}\end{aligned}\tag{5.1}$$

Os experimentos fatoriais permitem observar o efeito de diversas variáveis na resposta de um modelo físico ou computacional. Um método sistemático de análise é o chamado *Design of experiments* (DOE). Este método consiste em realizar um experimento fatorial (completo ou não) e, a partir da massa de dados obtida, inferir propriedades da amostra e obter uma equação de regressão do sistema.

Tabela 5.1 - Folha de dados (Massa, raio equatorial, raio polar, constante gravitacional, achatamento, semi-eixo maior, período e velocidade média) do Sol, Júpiter, Terra e Lua.

	Sol	Júpiter	Terra	Lua
Massa ($\times 10^{24}$ kg)	1988500	1898,3	5,9726	0,07342
Raio equatorial (km)	696000	71492	6378,1	1738,1
Raio polar (km)	696000	66854	6356,8	1736
$\mu \times 10^6$ (km^3/s^2)	132712	126,687	0,3986	0,0049
$J_2 \times 10^{-6}$	-	14736	1082,63	202,7
Semi-eixo maior $\times 10^6$ (km)	-	778,57	149,6	0,3844
Período (dias terrestres)	-	4332,589	365,256	27,3217
Velocidade média (km/s)	-	13,06	29,78	1,022

O software utilizado, Minitab, é uma poderosa ferramenta estatística para inferir propriedades de uma amostra que apresente resposta aleatória a uma determinada entrada. O modelo expresso pelas equações 4.38, 4.39 e 4.40 é um modelo determinístico. Por esta natureza, este modelo não precisa ser analisado necessariamente por um software como o Minitab, e de fato algumas análises não se enquadram. Contudo neste trabalho serão explorados apenas a sensibilidade do modelo a mudança das variáveis e a interação entre elas, o que pode ser facilmente explorados através deste software, mesmo sendo o modelo determinístico e baseado nas leis de Newton.

Para mapear as regiões e condições em que o achatamento de um primário influência no processo de captura gravitacional temporária, é necessário de forma iterativa alterar as variáveis do modelo, de forma a varrer diversas condições iniciais, como vetor posição, ângulos espaciais e energia da órbita. Em outras palavras, se faz necessário variar os elementos keplerianos de uma órbita, de forma suficiente, para condições com e sem achatamento para explorar as regiões que apresentam alteração com a variação deste parâmetro.

Contudo o desempenho computacional da simulação nem sempre é satisfatório, devido ao alto custo computacional do modelo e do seu baixo erro absoluto permitido, que é de 10^{-10} (em unidades adimensionais), o que acaba por inviabilizar a estratégia de simular toda a malha em torno de um primário desejado. Neste ponto a análise através dos experimentos fatoriais pode ajudar a encontrar regiões onde é possível obter uma diferença significativa com o achatamento. Isto porque os experimentos fatoriais simulam uma malha menos refinada de pontos e através da sensibilidade e interação dos parâmetros, ajuda a inferir em quais regiões há maior probabilidade de encontrar determinado comportamento em um modelo.

Como o efeito perturbativo devido ao J_2 só é perceptivo para órbitas baixas, devido aos termos da ordem de r^5 e r^7 no denominador de suas equações (Consultar 4.23), e após um longo período, se faz necessário encontrar condições em que as órbitas apresentem o maior tempo possível dentro da esfera de influência de Júpiter e sem colidir com o planeta. Para uma órbita sofrer significativa alteração devida ao achatamento são necessárias, muitas vezes, várias revoluções, pois a aceleração perturbativa é muitas ordens de grandeza menor que a aceleração gravitacional.

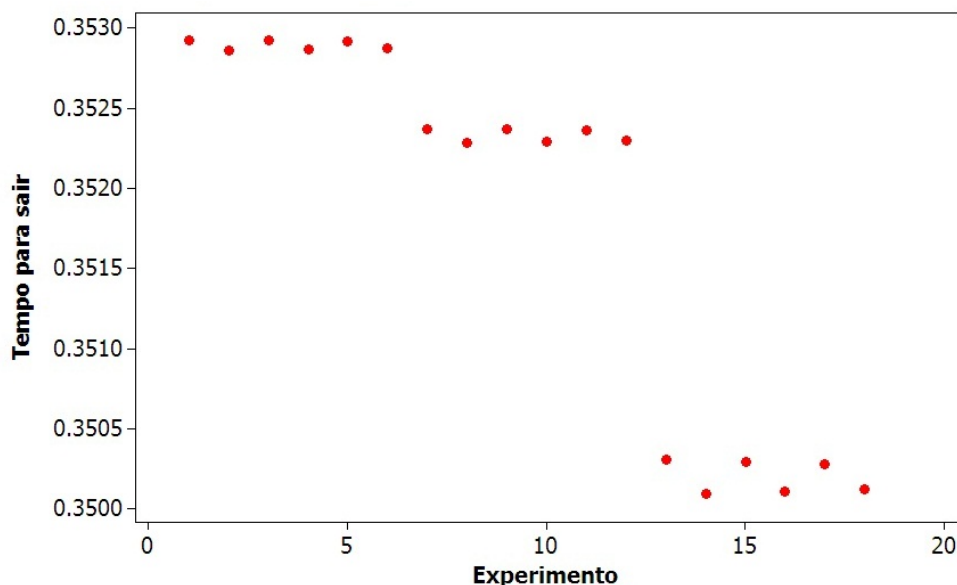
Foi então realizado um primeiro experimento em que foram variados o módulo do raio vetor normalizado (Δr_p), a fração da energia total da órbita (ΔC_3) e o tipo da órbita, ou seja, se ela é direta ou retrógrada, com o objetivo de encontrar as condições que levam a um máximo tempo de órbita antes de escapar da esfera de influência do primário. A resposta que foi obtida neste experimento foi o tempo que o corpo leva até colidir com a superfície de Júpiter, ou fazer uma aproximação demasiadamente abusiva, e o tempo que o corpo leva até deixar a esfera de influência de Júpiter. Naturalmente nos casos em que uma condição é atingida a outra não o pode mais ser, pois a simulação termina logo após uma delas ser alcançada. A tabela com todos os experimentos é descrita no Apêndice A, Tabela A.1.

Os resultados são apresentados na figura 5.5. Nenhum dos 18 casos simulados apresentou colisão com o planeta. Observa-se que a diferença do tempo total de permanência na esfera de influência entre os casos não é muito grande, contudo é possível distinguí-los em três grupos. Os primeiros seis casos, com tempo de permanência da ordem de 0,3530, são os casos em que Δr_p é igual a 1,1. Os casos com tempo de permanência da ordem de 0,3523, são os casos em que Δr_p é igual a 2,0. Finalmente existem seis casos em que o tempo de permanência é o menor possível, da ordem de 0,35, que são casos em que Δr_p é igual a 10,0. Observa-se claramente, que valores elevados de Δr_p propiciam condições para um escape mais rápido do corpo, enquanto que valores pequenos levam a um maior tempo para escapar da esfera de influência do primário.

A figura 5.6 ilustra a contribuição de cada parâmetro na variável de saída. Observa-se que para os pontos escolhidos a velocidade e o tipo de órbita são praticamente indiferentes ¹, enquanto que valores de vetor posição e tempo de permanência na esfera de influência são inversamente proporcionais.

¹O fato de o tempo de captura temporária ser indiferente com o fator da energia total da órbita, consequentemente com a velocidade, não é trivial e este resultado será discutido com mais detalhes no experimento fatorial completo adiante no texto.

Figura 5.5 - Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais.



Tempos de escape e colisão dos experimentos que compõem o DOE_1

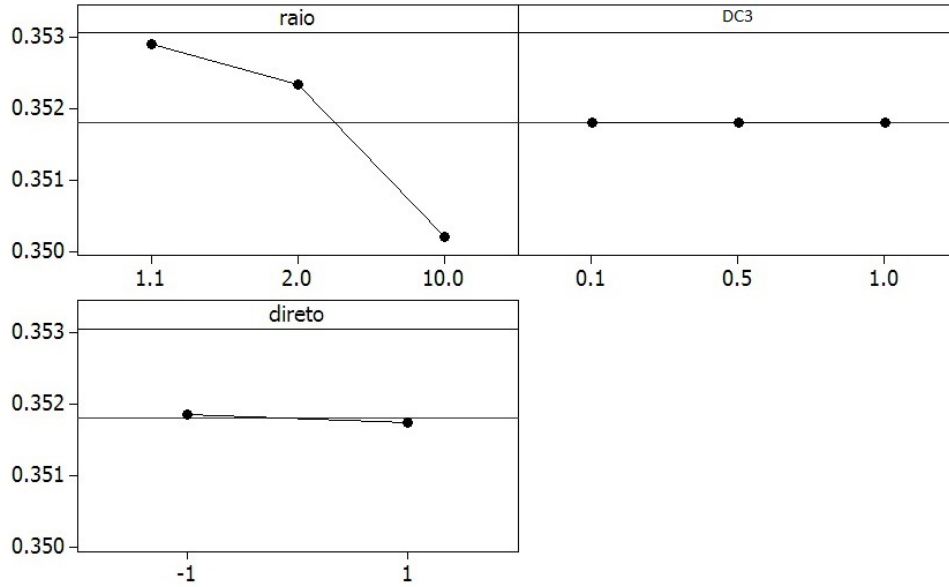
Fonte: Produção do autor.

A figura 5.7 apresenta a interação entre as variáveis. Observa-se que não há interação significativa entre Δr_p , ΔC_3 e o tipo da órbita para este experimento.

O experimento anterior demonstrou que existe pouca influência no tempo que um corpo permanece capturado, se o ponto inicial da integração numérica é muito próximo um do outro, por exemplo, com o mesmo valor de anomalia verdadeira, argumento do perigeu, inclinação, entre outros. Assim sendo, procedeu-se um segundo experimento, desta vez tri-dimensional, no qual além de variar os parâmetros citados anteriormente, variou-se os elementos keplerianos espaciais ω , i e Ω . A tabela com todos os experimentos é descrita no Apêndice A, Tabela A.4.

Observa-se através da figura 5.8 que há uma grande dispersão nos dados deste experimento, tanto de tempo para colisão, como para o tempo para deixar a esfera de influência. Também é possível observar que existem condições que maximizam os dois tempos. Assim como no experimento anterior, os tempos para colisão seguem um padrão determinado principalmente pelo parâmetros Δr_p . Um primeiro conjunto de dados, com tempo de permanência da ordem de 0,02, são os casos em que Δr_p é igual a 1,1. Os casos com tempo de permanência da ordem de 0,04 a 0,06, são os casos em que Δr_p é igual a 2,0. Finalmente o conjunto de dados que

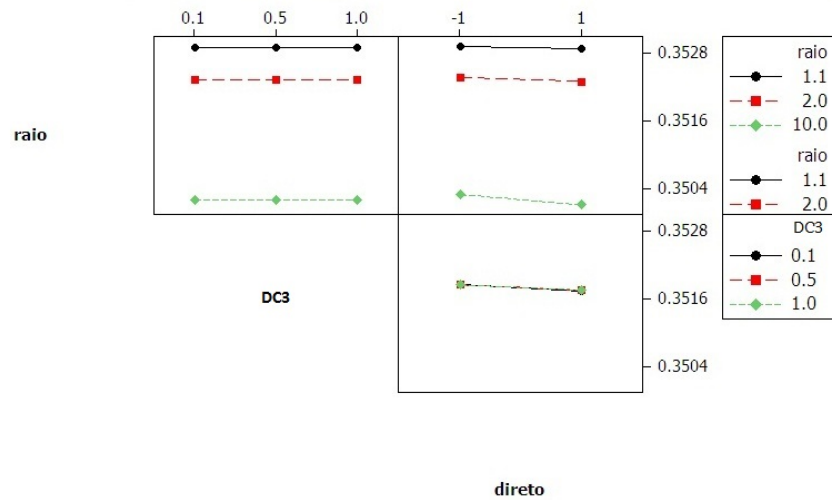
Figura 5.6 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais.



Efeitos principais das variáveis no DOE_1

Fonte: Produção do autor.

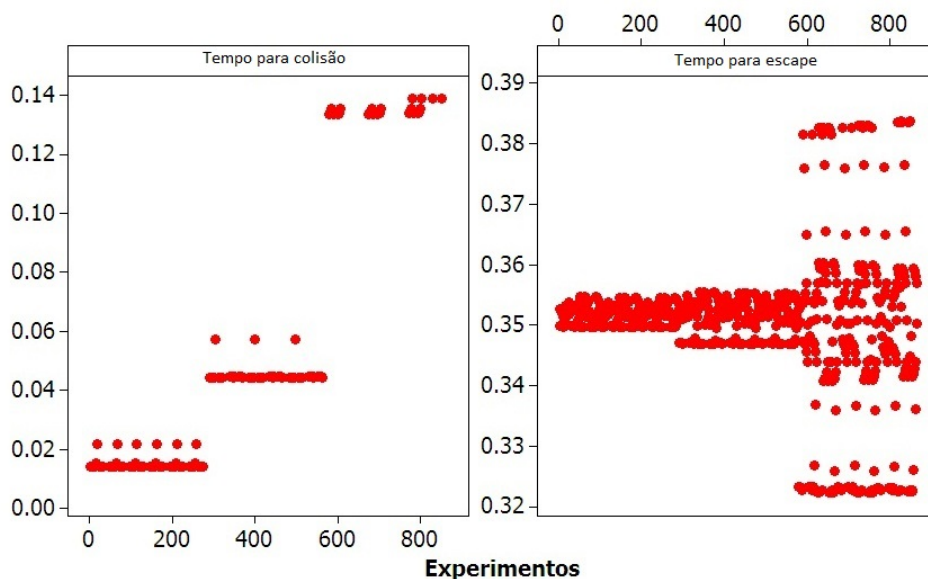
Figura 5.7 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais.



Interação entre as variáveis no DOE_1

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.8 - Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas tri-dimensionais.



Tempos de escape e colisão dos experimentos que compõem o DOE_2

Fonte: Produção do autor.

apresenta o maior tempo para colisão, da ordem de 0,14, que são casos em que Δr_p é igual a 10,0. Portanto o padrão de formação destes três sub-conjuntos de pontos é fortemente determinado pelo fator Δr_p .

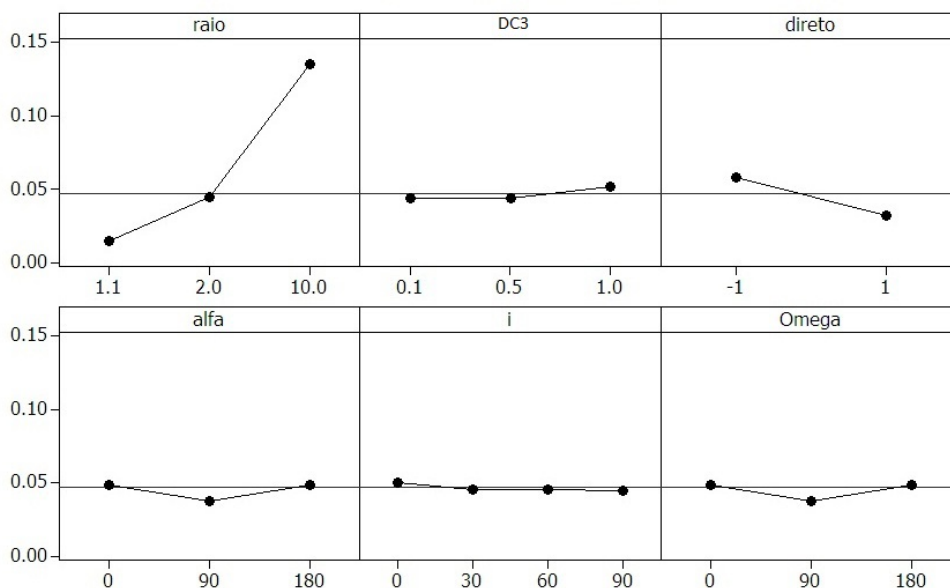
As variações no tempo para colisão, ilustradas na figura 5.8, em escala bem menor que as determinadas pelo parâmetro discutido anteriormente, são causadas pelo valor de inclinação da órbita. Órbitas com inclinações maiores, que no caso simulado apresentam 60° , apresentam um tempo para colisão maior.

Ainda na figura 5.8, observa-se que para valores pequenos de Δr_p (1,1 e 2,0) a nuvem de pontos do tempo para escapar da esfera de influência (t_{out}) apresenta uma pequena dispersão em torno de 0,35. Contudo para grandes valores deste parâmetro, que no caso simulado apresenta um valor de 10,0, existe uma grande dispersão nos dados, provenientes da combinação de todos os demais parâmetros.

As figuras 5.9 e 5.10 ilustram a contribuição de cada parâmetro nas variáveis de saída, tempo de colisão e tempo para abandono da esfera, respectivamente. Já as figuras 5.11 e 5.12 ilustram a interação entre os parâmetros.

Observa-se que o raio-vetor é a variável mais significativa para o tempo de colisão,

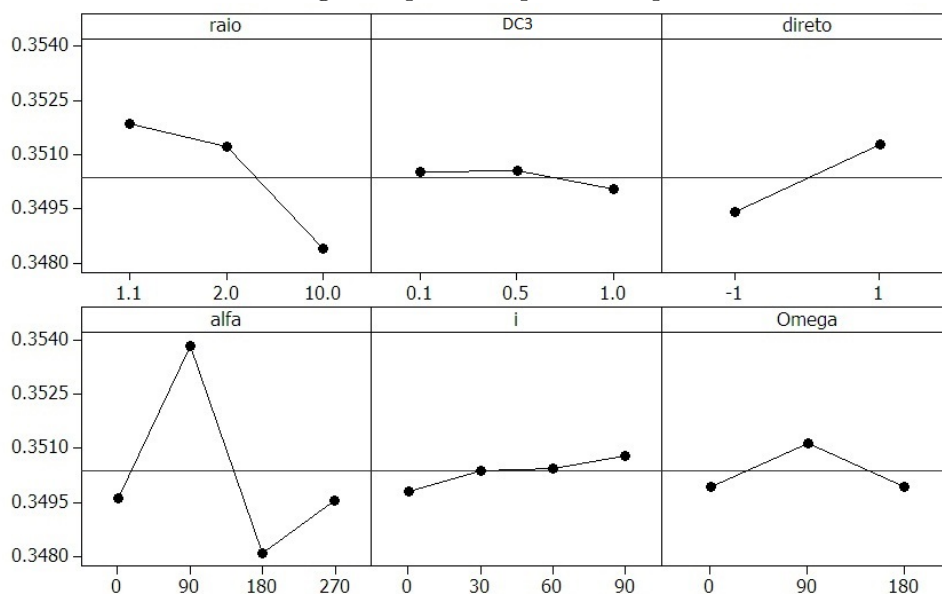
Figura 5.9 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.



Efeitos principais das variáveis no DOE_2 para tempo de colisão

Fonte: Produção do autor.

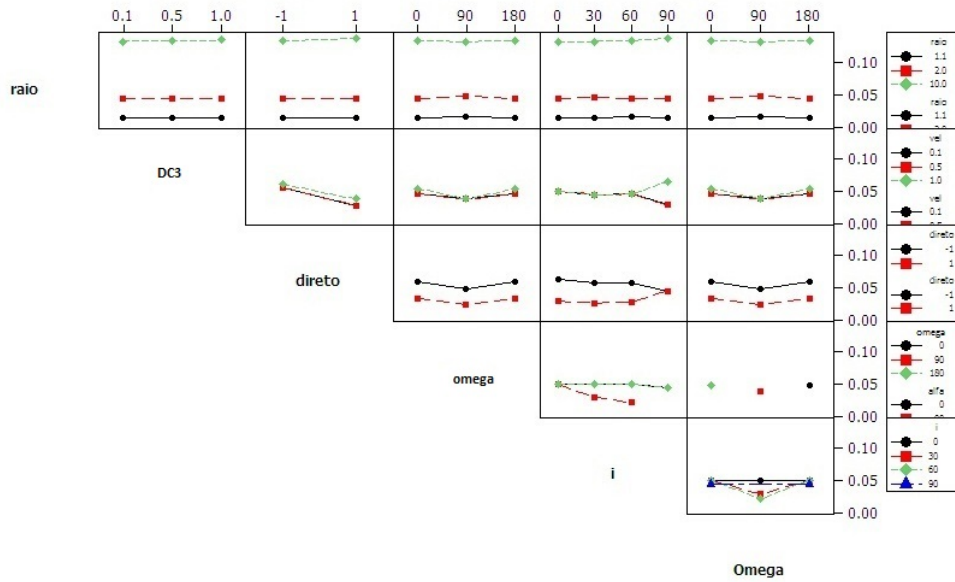
Figura 5.10 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.



Efeitos principais das variáveis no DOE_2 para tempo de escape

Fonte: Produção do autor.

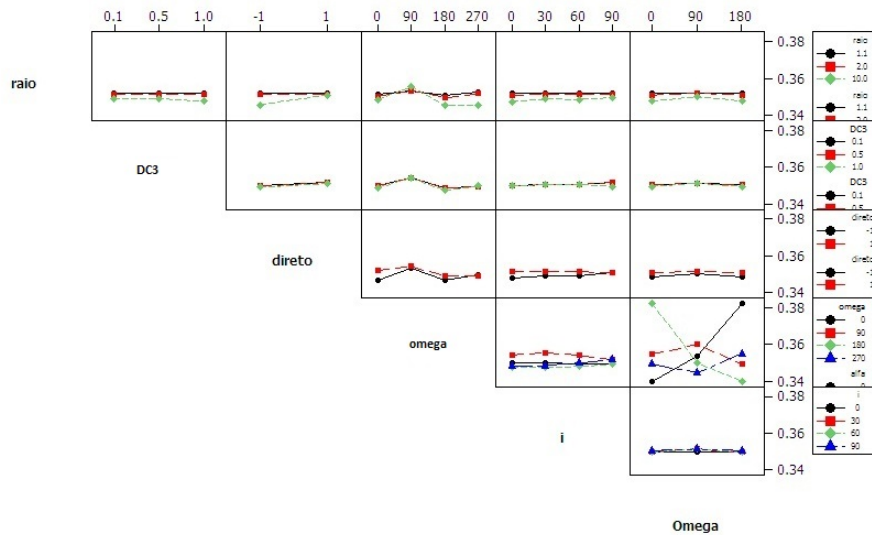
Figura 5.11 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.



Interação entre as variáveis no DOE_2 para tempo de colisão

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.12 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de Júpiter, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.



Interação entre as variáveis no DOE_2 para tempo de escape

Fonte: Produção do autor.

sendo diretamente proporcional a este. Não há interação forte entre as variáveis para o tempo de colisão. Observa-se também que a relação é entre o raio-vetor e o tempo para deixar a esfera de influência são inversamente proporcionais e que valores de ω próximos de 90° maximizam t_{out} .

A partir dos pontos de maior tempo para escape, ilustrados na Figura 5.8, procedeu-se uma simulação na qual o achatamento de Júpiter foi aumentado em $10\times$ e $50\times$ respectivamente. Todos os casos simulados apresentam $\mu = 0.00095369$, $\Delta r_p = 10$, $d = 778570000km$, uma vez que todos representam a captura em torno do planeta Júpiter. Os parâmetros considerados em cada simulação ao listados a seguir:

- Caso 1: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita retrógrada, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.
- Caso 2: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita retrógrada, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.
- Caso 3: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.
- Caso 4: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 30^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.
- Caso 5: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 60^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.
- Caso 6: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.
- Caso 7: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 90^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 90^\circ$.
- Caso 8: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.
- Caso 9: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 30^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.
- Caso 10: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 60^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.
- Caso 11: $\Delta C_3 = 0.1$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.
- Caso 12: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita retrógrada, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.
- Caso 13: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter), órbita retrógrada, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.
- Caso 14: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ ($10\times$ o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ ($50\times$ o valor de Júpiter).

(50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 15: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 30^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 16: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 60^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 17: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 18: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 90^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 90^\circ$.

• Caso 19: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

• Caso 20: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 30^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

• Caso 21: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 60^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

• Caso 22: $\Delta C_3 = 0.5$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 90^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

• Caso 23: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 24: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 30^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 25: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 0^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 60^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$.

• Caso 26: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 90^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 90^\circ$.

• Caso 27: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

• Caso 28: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 30^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

• Caso 29: $\Delta C_3 = 1.0$, $\omega = 180^\circ$, $J_2 = 0.1474$ (10× o valor de Júpiter) e $J_2 = 0.7368$ (50× o valor de Júpiter), órbita direta, $i = 60^\circ$ e $\Omega = 0^\circ$.

A Tabela 5.2 contém os resultados. Um aumento de 10× do J_2 de Júpiter levou a um aumento entre 3% e 10% do tempo total de captura. Já um aumento de 50× do J_2 levou a um aumento entre 50% e 61% do tempo total de captura.

Observa-se portanto uma relação entre o achatamento do primário principal e tempo

Tabela 5.2 - Variação do tempo de captura gravitacional temporária em função da variação do achatamento do primário, tomando Júpiter como referência

caso	$t_{out}(J_2)$	$t_{out}(J_2 \times 10)$	$\Delta t_{out}(J_2 \times 10)$	$t_{out}(J_2 \times 50)$	$\Delta t_{out}(J_2 \times 50)$
1	0.381	0.393	3.1%	0.577	51.4%
2	0.381	0.393	3.1%	0.577	51.4%
3	0.383	0.404	5.5%	0.591	54.3%
4	0.383	0.403	5.2%	0.593	54.8%
5	0.382	0.402	5.2%	0.599	56.8%
6	0.381	0.393	3.1%	0.577	51.4%
7	0.383	0.404	5.5%	0.591	54.3%
8	0.383	0.404	5.5%	0.591	54.3%
9	0.383	0.403	5.2%	0.593	54.8%
10	0.382	0.402	5.2%	0.599	56.8%
11	0.381	0.393	3.1%	0.577	51.4%
12	0.383	0.408	6.5%	0.620	61.9%
13	0.383	0.408	6.5%	0.620	61.9%
14	0.383	0.408	6.5%	0.600	56.7%
15	0.383	0.408	6.5%	0.602	57.2%
16	0.383	0.409	6.8%	0.609	59.0%
17	0.383	0.408	6.5%	0.620	61.9%
18	0.383	0.408	6.5%	0.600	56.7%
19	0.383	0.408	6.5%	0.600	56.7%
20	0.383	0.408	6.5%	0.602	57.2%
21	0.383	0.409	6.8%	0.609	59.0%
22	0.383	0.408	6.5%	0.620	61.9%
23	0.384	0.417	8.6%	0.609	58.6%
24	0.384	0.418	8.9%	0.611	59.1%
25	0.384	0.423	10.2%	0.617	60.7%
26	0.384	0.417	8.6%	0.609	58.6%
27	0.384	0.417	8.6%	0.609	58.6%
28	0.384	0.418	8.9%	0.611	59.1%
29	0.384	0.423	10.2%	0.617	60.7%

total de captura gravitacional. Neste caso específico foi considerado o planeta Júpiter como referência para o estudo e feito uma simulação com valores aumentos abstratos de achatamento do primário. A próxima etapa deste trabalho consiste investigar em condições mais genéricas, variando também o valor de μ e d , qual o efeito do achatamento no processo de captura.

5.3 Estudo paramétrico do efeito na captura gravitacional

Nesta seção é desenvolvido um estudo análogo ao que foi desenvolvido na seção anterior para o planeta Júpiter, contudo com mais variáveis livres. No primeiro estudo é realizado um experimento fatorial completo com as variáveis μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , r_p , tipo de órbita e d . No estudo foi realizado um experimento fatorial não-completo tri-dimensional com as variáveis citadas no experimento anterior com inclusão de ω , i e Ω .

As figuras 5.13 e 5.14 ilustram os tempos para colidir com o primário e o tempo para sair da esfera de influência para os estudos bi e tri-dimensional respectivamente. Assim como nos casos anteriores de Júpiter são apresentadas as figuras com os efeitos principais de cada variável na saída do sistema e a interação entre elas.

Através das figuras 5.15 e 5.16 observa-se que as variáveis μ , Δr_p e J_2 tem efeitos contrários nos tempos t_{in} e t_{out} . O efeito de μ e de Δr_p é esperado, pois um grande valor do primeiro e pequeno valor do segundo tendem a aumentar o tempo para deixar a esfera de influência, já que o corpo sente uma força gravitacional maior do corpo C_2 e está mais próximo a ele. O contrário tende a beneficiar o tempo para colisão, uma vez que a menor força gravitacional e o fato de estar mais distante elastecem o tempo para a colisão.

Já o efeito de J_2 não é tão direto. Menores valores de J_2 tendem a beneficiar t_{out} e valores maiores a maximizar t_{in} no estudo bi-dimensional.

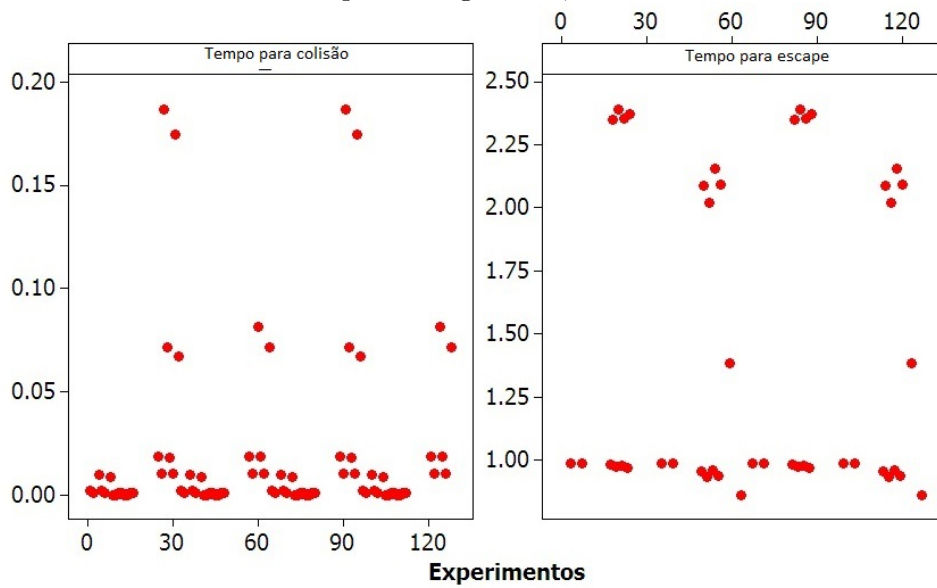
As interações entre as variáveis, para os casos em que há colisão com o primário e os casos em que há escape, são ilustradas respectivamente nas figuras 5.17 e 5.18.

A partir das figuras 5.19 e 5.20, que representam o estudo fatorial não-completo de todas variáveis (tri-dimensional), conclui-se o mesmo para as variáveis μ , Δr_p que no caso anterior. Contudo o comportamento de parâmetro J_2 inverte: Elevados valores de J_2 tendem a beneficiar t_{out} e valores menores a maximizar t_{in} .

As interações entre as variáveis, para os casos em que há colisão com o primário e os casos em que há escape, são ilustradas respectivamente nas figuras 5.21 e 5.22.

De todos os casos anteriores outra observação é notória: o efeito de J_2 nos tempos de captura é maior nos casos em que há colisão com o planeta, do que nos casos em que o corpo C_3 cruza a esfera de influência de C_2 , isto porque a maior parte do tempo a órbita é bem mais próxima do planeta no primeiro caso do que no segundo.

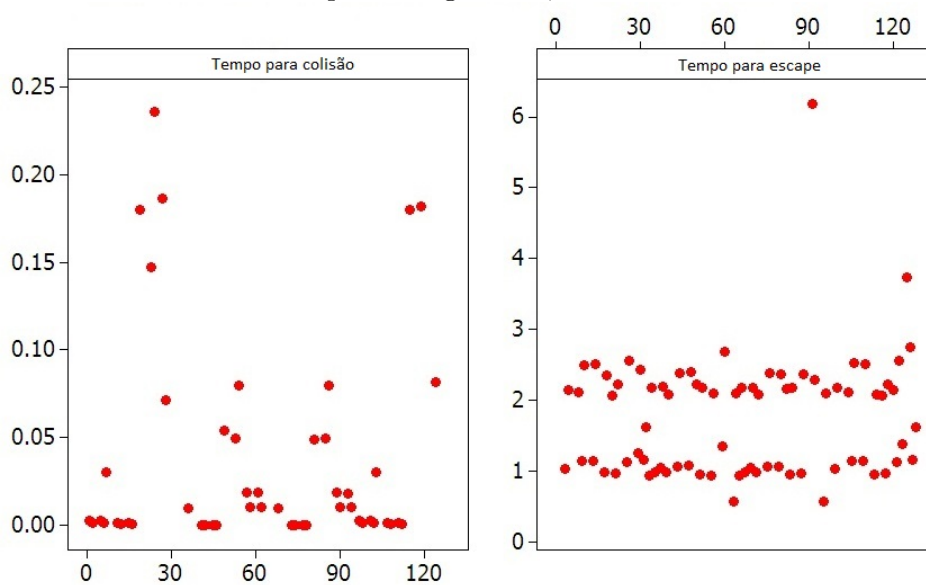
Figura 5.13 - Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais.



Tempos de escape e colisão dos experimentos que compõem o DOE_3

Fonte: Produção do autor.

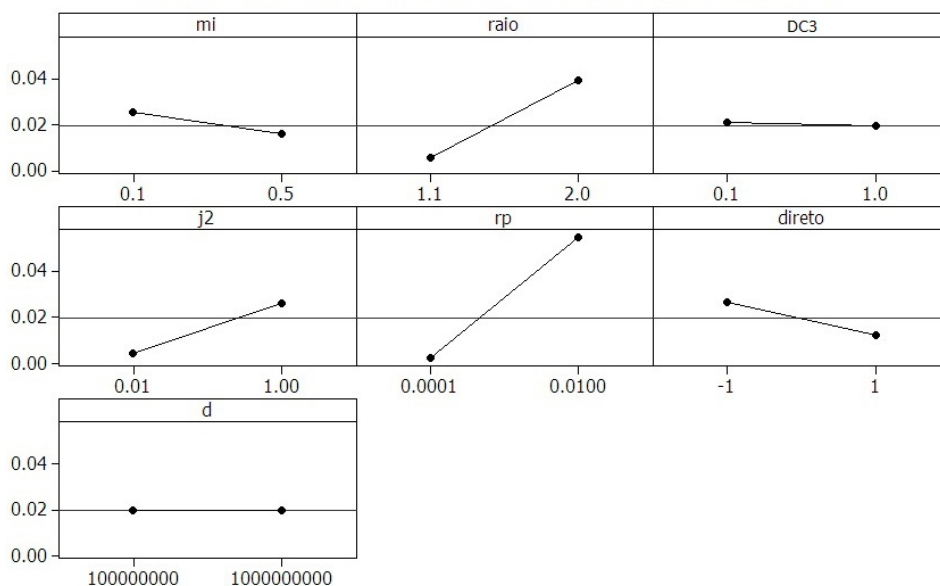
Figura 5.14 - Tempo de escape e colisão para simulação de captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais.



Tempos de escape e colisão dos experimentos que compõem o DOE_4

Fonte: Produção do autor.

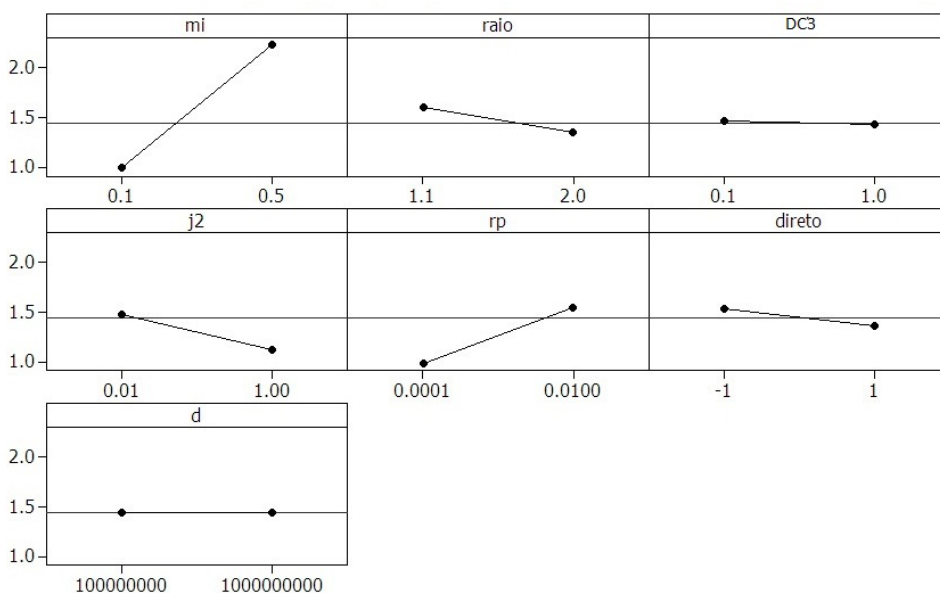
Figura 5.15 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.



Efeitos principais das variáveis no DOE_3 para tempo de colisão

Fonte: Produção do autor.

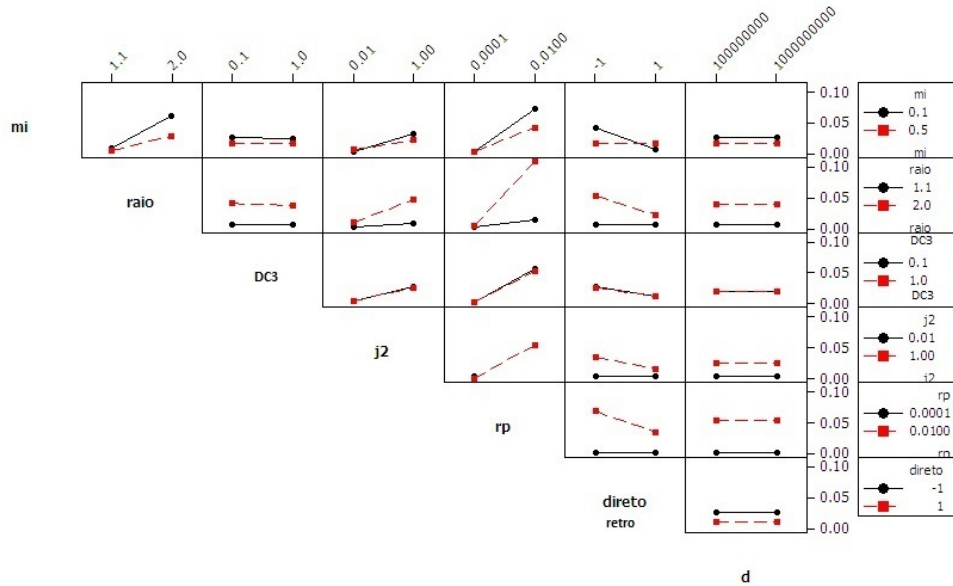
Figura 5.16 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.



Efeitos principais das variáveis no DOE_3 para tempo de escape

Fonte: Produção do autor.

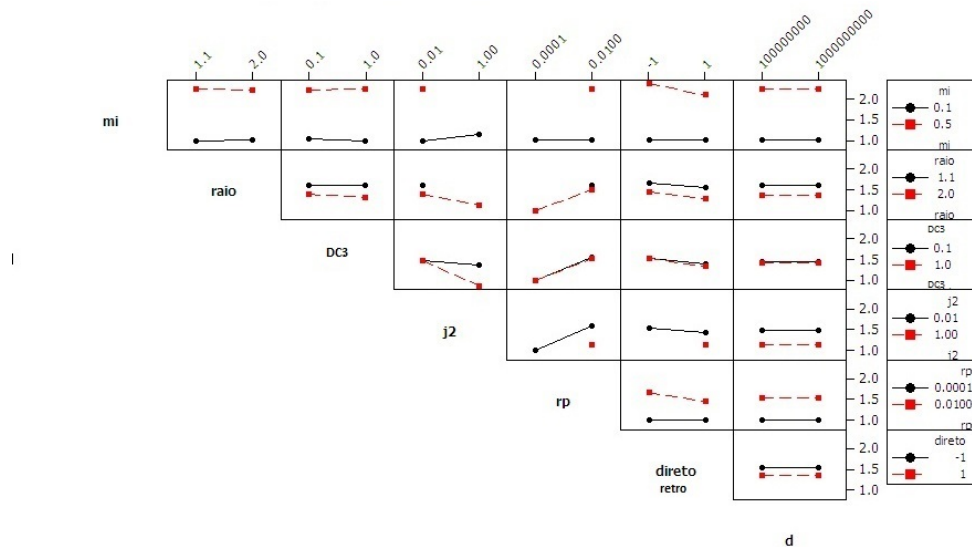
Figura 5.17 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.



Interação entre as variáveis no DOE_3 para tempo de colisão

Fonte: Produção do autor.

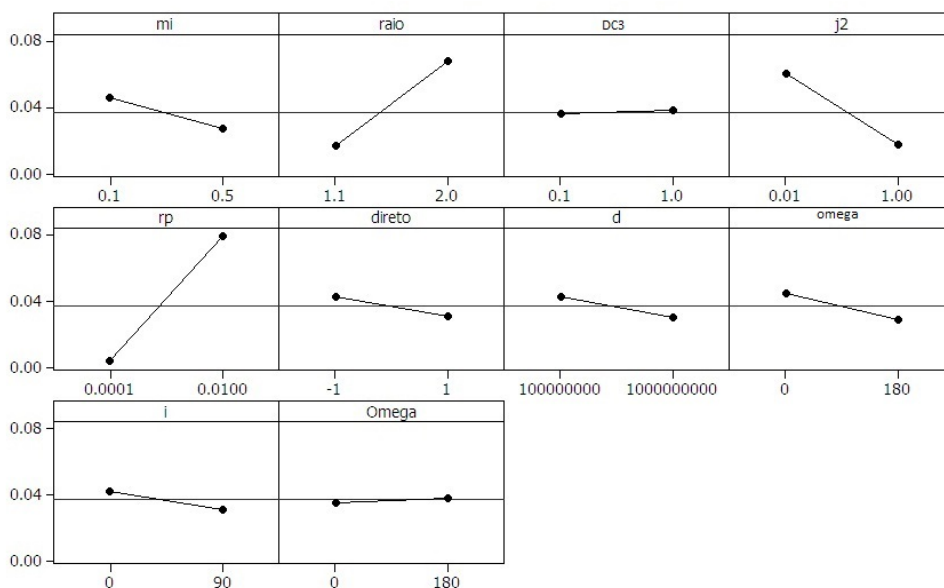
Figura 5.18 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas bi-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.



Interação entre as variáveis no DOE_3 para tempo de escape

Fonte: Produção do autor.

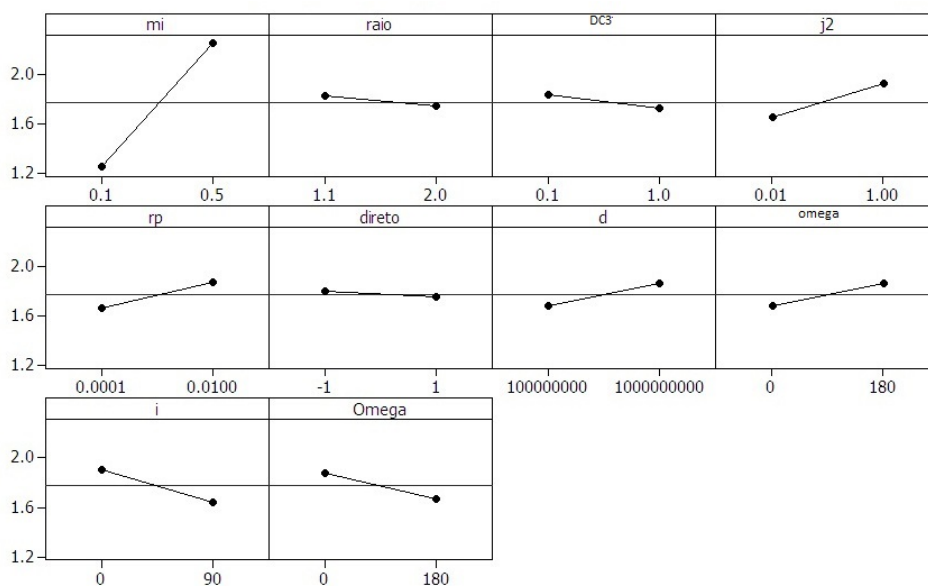
Figura 5.19 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.



Efeitos principais das variáveis no DOE_4 para tempo de colisão

Fonte: Produção do autor.

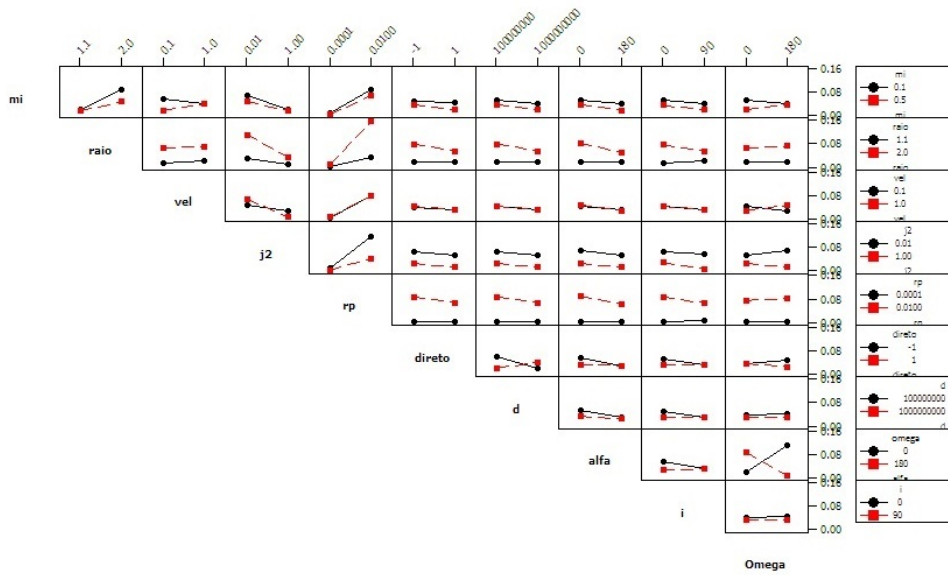
Figura 5.20 - Diagrama de efeitos principais das variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tri-dimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.



Efeitos principais das variáveis no DOE_4 para tempo de escape

Fonte: Produção do autor.

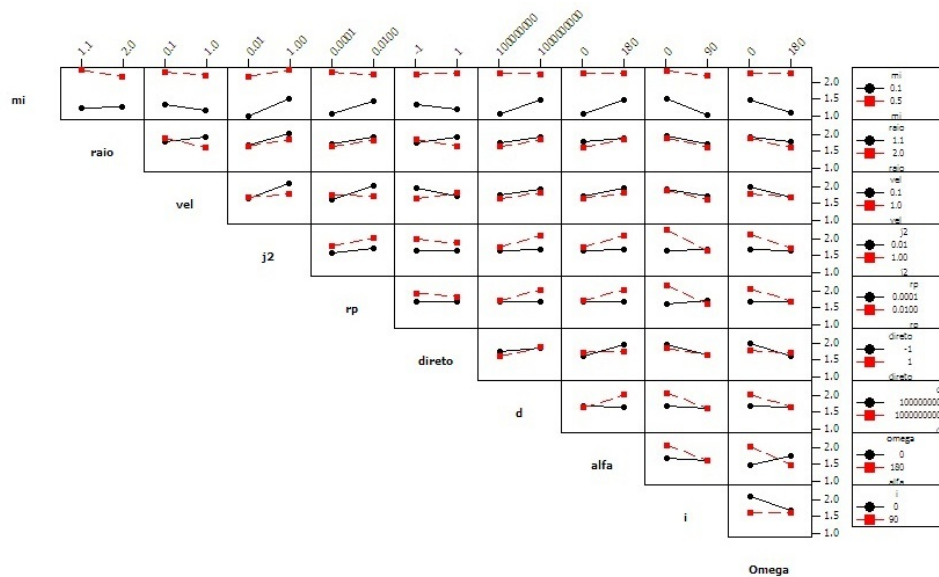
Figura 5.21 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tridimensionais. Diagrama para tempo de colisão com o planeta.



Interação entre as variáveis no DOE_4 para tempo de colisão

Fonte: Produção do autor.

Figura 5.22 - Interação entre as variáveis que influenciam na captura gravitacional temporária em torno de um primário genérico, considerando órbitas tridimensionais. Diagrama para tempo de escape da esfera de influência.



Interação entre as variáveis no DOE_4 para tempo de escape

Fonte: Produção do autor.

Nas tabelas 5.3 e 5.4 são mostrados os casos em que todos os parâmetros que influenciam na captura são iguais, exceto o valor de J_2 . Observa-se uma grande variação nos tempos t_{in} e t_{out} e em alguns casos (como na comparação entre os experimentos 1 e 9 na tabela 5.3) a dinâmica do processo é alterada a ponto de que uma condição que antes entrava em rota de colisão passa a escapar pela esfera de influência e vice-versa.

Outra forma de observar o efeito do achatamento na trajetória do corpo C_3 é analisar o comportamento dos pontos que apresentam os maiores valores de tempo para colisão e tempo para saída (Figura 5.14) quando sujeitos a variação de J_2 . Para este estudo de caso foram considerados os dois pontos que apresentam maior tempo para colisão (pontos superiores na figura 5.14, lado esquerdo) e os dois pontos que apresentam maior tempo para saída da esfera de influência (pontos superiores na figura 5.14, lado direito).

Obviamente os pontos que apresentam colisão com o planeta não são de interesse prático, pois são pontos em que não é possível a captura gravitacional. Porém estes são os pontos que apresentam órbitas mais baixas e portanto são mais suscetíveis a apresentar variação com o achatamento do primário. Por este motivo estas duas condições serão apresentadas na Figura 5.23, para fins de estudo e serão desconsideradas em seguida.

Cada um destes quatro pontos, que tem sua descrição apresentada abaixo (ou se preferir consulte Tabela A.8 no apêndice A), foram simulados para valores de J_2 entre 0 e 1², com passo de 0,1. Os resultados da simulação são apresentados na figura 5.23.

- Ponto 1 (Experimento 91)³

$$\begin{aligned}\mu &= 0,1 \\ \Delta r_p &= 2 \\ \Delta C_3 &= 0,1 \\ \omega &= 180^\circ \\ r_p &= 0,01 \\ d &= 10^9 km\end{aligned}$$

²Lembrando que conforme discutido anteriormente no texto, o valor de J_2 de 1 é impossível de ser encontrados em sistemas planetários reais, uma vez que o planeta precisaria ser planar. Contudo os resultados são apresentados para ilustrar uma abstração teórica do modelo.

³Ponto que saiu da esfera de influência (em 6,20 unidades de tempo adimensionalizada), para o caso em que $J_2 = 1$, no experimento fatorial não-completo tridimensional genérico

Retrógrada

$$i = 0^\circ$$

$$\Omega = 0^\circ$$

- Ponto 2 (Experimento 125)⁴

$$\mu = 0,1$$

$$\Delta r_p = 1,1$$

$$\Delta C_3 = 1$$

$$\omega = 180^\circ$$

$$r_p = 0,01$$

$$d = 10^9 km$$

Direta

$$i = 0^\circ$$

$$\Omega = 0^\circ$$

- Ponto 3 (Experimento 24)⁵

$$\mu = 0,5$$

$$\Delta r_p = 2$$

$$\Delta C_3 = 1$$

$$\omega = 0^\circ$$

$$r_p = 0,01$$

$$d = 10^8 km$$

Retrógrada

$$i = 0^\circ$$

$$\Omega = 180^\circ$$

- Ponto 4 (Experimento 27)⁶

$$\mu = 0,1$$

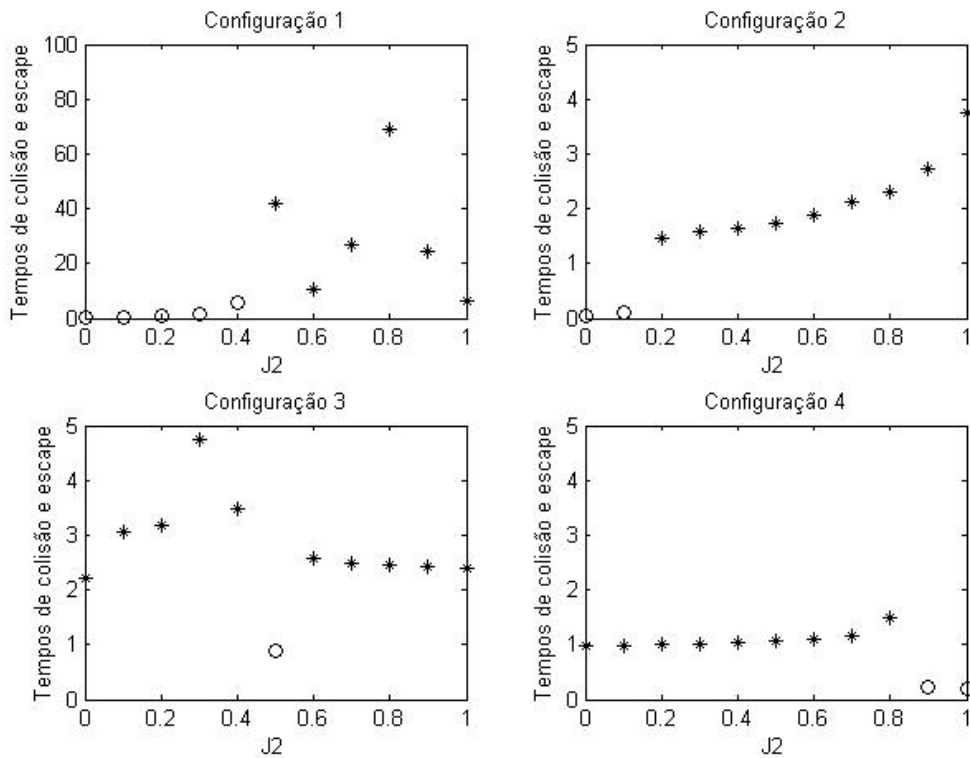
$$\Delta r_p = 2$$

⁴Ponto que saiu da esfera de influência (em 3,75 unidades de tempo adimensionalizada), para o caso em que $J_2 = 1$, no experimento fatorial não-completo tridimensional genérico

⁵Ponto que apresentou colisão com o primário (em 0,24 unidades de tempo adimensionalizada), para o caso em que $J_2 = 1$, no experimento fatorial não-completo tridimensional genérico

⁶Ponto que apresentou colisão com o primário (em 0,19 unidades de tempo adimensionalizada), para o caso em que $J_2 = 1$, no experimento fatorial não-completo tridimensional genérico

Figura 5.23 - Tempos de colisão e escape em função de J_2



Tempos de colisão e escape em função de J_2 .

Fonte: Produção do autor.

$$\Delta C_3 = 0, 1$$

$$\omega = 0^\circ$$

$$r_p = 0, 01$$

$$d = 10^8 km$$

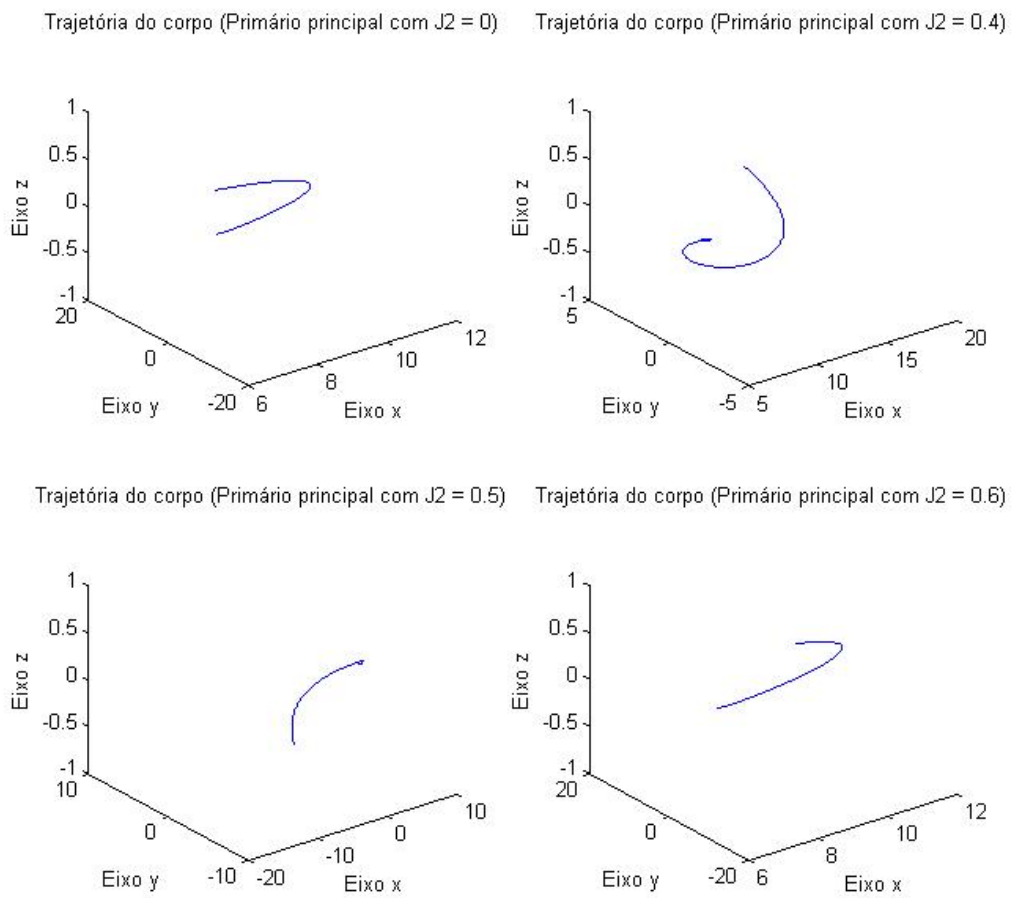
Retrógrada

$$i = 0^\circ$$

$$\Omega = 0^\circ$$

Na figura 5.23 é possível observar claramente o efeito do parâmetro J_2 na dinâmica da captura gravitacional. Os pontos ilustrados com círculos (o) não preenchidos representam condições em que houve colisão com o primário e os pontos ilustrados com asterisco (*) são os casos em que o corpo escapou do corpo. Observa-se que com o aumento do achatamento do planeta alguns casos que antes colidiam com o

Figura 5.24 - Trajetória do corpo orbitante (Variação do J_2 do parâmetro principal)



Trajetória do corpo orbitante (Variação do J_2 do parâmetro principal)

Fonte: Produção do autor.

planeta, passam não mais colidir e escapam. Este notório comportamento demonstra o efeito expressivo do achatamento no processo de captura.

O terceiro caso apresentado na Figura 5.23 apresenta um comportamento peculiar para valores de J_2 próximo de 0,5, onde o corpo passa de uma condição que escapa da esfera de influência para uma condição em que colide com o primário, com o aumento do achatamento do primário e em seguida apresenta o comportamento contrário, ou seja, com o aumento do achatamento volta a escapar da esfera, propiciando a captura gravitacional. Este caso ilustra que existe uma “janela” de J_2 que não permite captura gravitacional temporária. A figura 5.24 ilustra estas trajetória do corpo C_3 para valores de J_2 de 0, 0,4, 0,5 e finalmente 0,6. Novamente observa-se que o caso em que J_2 é 0,5 a trajetória do corpo modifica substancialmente e ele passa a colidir com o primário.

Finalmente, após obter através do experimento fatorial o caso que apresenta o maior tempo de órbita (t_{out}) e demonstrar que existe uma grande alteração da característica da órbita com J_2 a partir deste caso, é apresentado na Figura 5.25 a variação do tempo total de captura em função do fator de energia ΔC_3 para diversos valores pré-fixados de J_2 . A grande utilidade destes gráficos é eles apresentam a energia mínima de captura para uma determinada condição e por consequência a variação deste energia mínima em função da variação do J_2

Através da Figura 5.25, observa-se que para o caso sem achatamento a energia mínima de captura, para o caso considerado⁷, é a própria energia da órbita dada por $C_3 = 2 \times E_{órbita}$, em que $E_{órbita}$ é dado pela equação Vis-Viva por $\frac{-\mu}{2a}$. Esta condição é representa no gráfico como sendo $\Delta C_3 = 1$. Com um pequeno aumento de J_2 para 0,1 passam a existir regiões em que não há captura, por exemplo entre valores de ΔC_3 de 0,45 e 0,75 e para o valor de 0,85. Com o progressivo aumento do achatamento, o valor da energia mínima de captura volta a ser pequeno a partir de J_2 de 0,6, quando já não há mais pontos em que há colisão com o planeta.

⁷Relembrar caso 3 da Figura 5.23 (Experimento 24): $\mu = 0,5$, $\Delta r_p = 2$, $\Delta C_3 = 1$, $\omega = 0^\circ$, $r_p = 0,01$, $d = 10^8 km$, Retrógrada, $i = 0^\circ$ e $\Omega = 180^\circ$

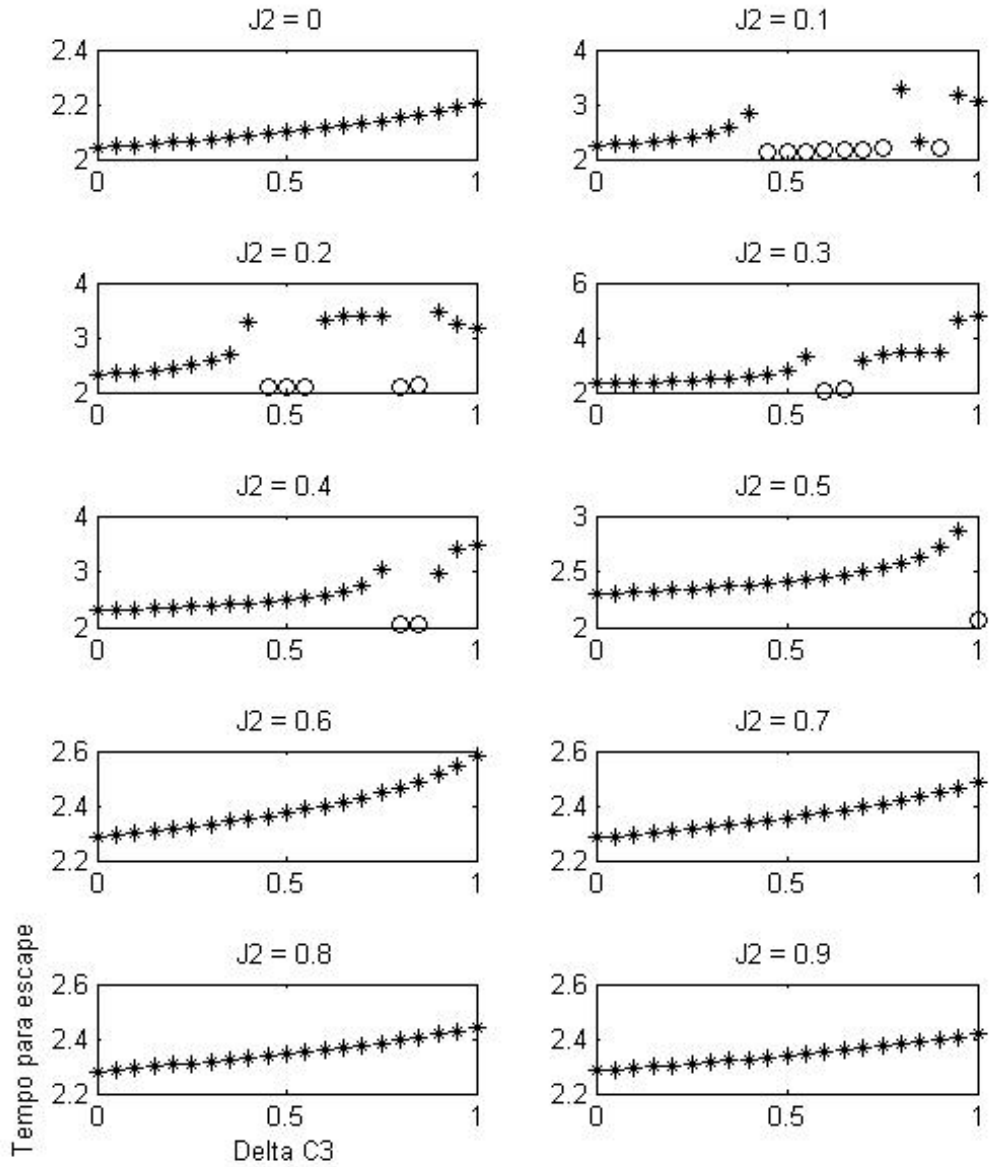
Tabela 5.3 - Comparação entre tempos de colisão e de permanência na esfera de influência entre experimentos de mesma configuração com diferentes J_2 . Experimento fatorial bi-dimensional com variação de μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , r_p , tipo de órbita e d

Experimentos:	J_2 baixo		J_2 alto	
	t_{in}	t_{out}	t_{in}	t_{out}
1/9	0.0024	—	0.0002	—
2/10	0.0013	—	0.0001	—
3/11	—	0.9880	0.0013	—
4/12	0.0098	—	0.0008	—
5/13	0.0024	—	0.0002	—
6/14	0.0013	—	0.0001	—
7/15	-0.9884	0.0013	—	—
8/16	0.0089	—	0.0008	—
17/25	—	0.9823	0.0185	—
18/26	—	2.3532	0.0104	—
19/27	—	0.9724	0.1870	—
20/28	—	2.3937	0.0715	—
21/29	—	0.9792	0.0184	—
22/30	—	2.3548	0.0104	—
23/31	—	0.9683	0.1746	—
24/32	—	2.3720	0.0672	—
33/41	0.0024	—	0.0002	—
34/42	0.0013	—	0.0001	—
35/43	—	0.9847	0.0013	—
36/44	0.0099	—	0.0008	—
37/45	0.0024	—	0.0002	—
38/46	0.0013	—	0.0001	—
39/47	—	0.9860	0.0013	—
40/48	0.0090	—	0.0008	—
49/57	—	0.9533	0.0187	—
50/58	—	2.0906	0.0106	—
51/59	—	0.9319	—	1.3827
52/60	—	2.0201	0.0816	—
53/61	—	0.9581	0.0186	—
54/62	—	2.1588	0.0104	—
55/63	—	0.9388	—	0.8614
56/64	—	2.0957	0.0717	—

Tabela 5.4 - Comparação entre tempos de colisão e de permanência na esfera de influência entre experimentos de mesma configuração com diferentes J_2 . Experimento fatorial tri-dimensional com variação de μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , r_p , tipo de órbita, d , ω , i e Ω

Experimentos:	J_2 baixo		J_2 alto	
	t_{in}	t_{out}	t_{in}	t_{out}
1/9	0.0024	—	—	1.1442
2/10	0.0013	—	—	2.4937
3/11	—	1.0336	0.0013	—
4/12	—	2.1515	0.0008	—
5/13	0.0024	—	—	1.1462
6/14	0.0013	—	—	2.5113
7/15	0.0304	—	0.0013	—
8/16	—	2.1101	0.0008	—
17/25	—	0.9823	—	1.1219
18/26	—	2.3532	—	2.5561
19/27	0.1804	—	0.1870	—
20/28	—	2.0663	0.0715	—
21/29	—	0.9681	—	1.2551
22/30	—	2.2251	—	2.4316
23/31	0.1473	—	—	1.1683
24/32	0.2362	—	—	1.6223
33/41	—	0.9459	0.0002	—
34/42	—	2.1783	0.0001	—
35/43	—	0.9847	—	1.0709
36/44	0.0099	—	—	2.3855
37/45	—	1.0547	0.0002	—
38/46	—	2.1895	0.0001	—
39/47	—	0.9855	—	1.0833
40/48	—	2.0881	—	2.4021
49/57	0.0544	—	0.0186	—
50/58	—	2.2244	0.0105	—
51/59	—	0.9511	—	1.3599
52/60	—	2.1776	—	2.6925
53/61	0.0494	—	0.0186	—
54/62	0.0796	—	0.0104	—
55/63	—	0.9388	—	0.5783
56/64	—	2.0957	—	2.0993

Figura 5.25 - Energia mínima para captura em função de J2



Energia mínima para captura em função de J2

Fonte: Produção do autor.

6 CONCLUSÕES

Foi proposto um método que considera a adimensionalização dos raios vetores das equações de movimento do sistema (no problema circular restrito dos três corpos) por um fator, que se encontra numericamente entre os valores do raio do primário que o corpo celeste orbita e da distância entre os dois primários. Através desta forma de adimensionalização das equações de movimento, os denominadores das equações de movimento passaram a não apresentar valores desbalanceados, caso em que enquanto alguns são muito grandes outros são muito pequenos. Com isso foi possível evitar problemas numéricos na integração das equações do movimento durante as simulações. O método se demonstrou robusto em função da variação das condições iniciais do sistema na simulação.

Com a nova adimensionalização das equações de movimento, a velocidade angular dos primários em torno do seu baricentro passou a não ser mais unitária. Mesmo com esta consequência, foi possível adimensionalizar de forma prática as velocidades para qualquer condição de cálculo, sem que houvesse a necessidade de adimensionalizar termo a termo as variáveis na equação de energia, por exemplo.

O achatamento do corpo perturbador nas equações de movimento é irrelevante para a dinâmica do sistema, quando se analisa as equações de movimento, para valores de μ razoavelmente menores que 0,5. Portanto o achatamento do corpo perturbador pode ser desprezado nestes casos.

Os experimentos fatoriais permitiram obter os efeitos principais das variáveis que influenciam no sistema e as interações entre tais variáveis. Para tal foi utilizado o software Minitab. Através destes experimentos foi possível determinar as condições de captura (conjunto de parâmetros) que propiciam um tempo maior de captura, ou seja, os casos em que não há colisão com o primário ou a saída rápida pela sua esfera de influência.

Os experimentos fatoriais e sua análise estatística demonstraram que o efeito do achatamento dos primários depende das características da órbita, principalmente se a órbita é planar ou não e se é direta ou retrógrada.

Para os casos em que a órbita é planar valores menores de J_2 maximizam o tempo de permanência na esfera de influência.

Para o caso de órbitas com elevada inclinação e ascensão reta do nodo ascendente, elevados valores de J_2 tendem a maximizar o tempo para escape e valores menores

a maximizar o tempo para colisão.

A variação do achatamento do primário principal pode modificar não só a trajetória do corpo orbitante no processo de captura gravitacional temporária, como também a colisão ou escape da esfera de influência. Em alguns casos estudados valores baixos de J_2 levavam a colisão com o primário principal e com o aumento do achatamento o mesmo caso passou a se comportar de forma a escapar da esfera de influência e não mais colidir contra o planeta. Existem casos em que o contrário também foi visualizado, ou seja, para valores pequenos de achatamento o corpo escapava da esfera de influência e com o aumento do achatamento passou a colidir com o planeta.

A energia mínima para captura gravitacional temporária varia em função do achatamento do primário principal, sendo que para determinadas condições, ou seja determinado conjunto de elementos keplerianos, a mudança do achatamento de um primário cria regiões em que a captura não é possível, aumentando portanto a energia mínima de captura.

Do exposto neste trabalho, conclui-se que o efeito do achatamento de um primário no processo de captura gravitacional temporária é relevante em sistemas em que o primário apresenta um elevado achatamento. Para os sistemas em que o primário principal apresenta um pequeno achatamento o efeito deste achatamento é praticamente desprezível na dinâmica do corpo orbitante. O efeito do achatamento pode alterar o comportamento do corpo dentro da esfera de influência, maximizar ou minimizar o tempo de captura, causar a precessão da órbita e alterar a energia mínima para ocorrência de captura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AITON, E. J.; DUNCAN, A. M.; FIELD, J. V. **The harmony of the World**. [S.l.]: American Philosophical Society, 1997. 3
- ALEKSEEV, V. M. New examples of capture in the three-body problem. **Soviet Astronomy**, v. 6, n. 4, 1963. 1, 5
- ANDERSON, K. D. **Gravitational capture**. 2011. 122 p. Dissertation (Magister Scientiae in Applied Mathematics) — University of Johannesburg, Johannesburg, 2011. 1, 5, 13, 31, 32
- BARROS, V. P. Escalas e simplificações: exemplos em sistemas físicos e biológicos. **Revista brasileira de ensino de física**, v. 32, n. 1, p. 1303, 2010. 24
- BATE, R. R.; MUELLER, D. D.; WHITE, J. E. **Fundamentals of astrodynamics**. [S.l.]: Dover Publications, 1971. 5
- BAYLEY, J. M. Studies on planetary satellites. satellite capture in the three-body elliptical problem. **American Astronomical Society**, v. 77, n. 2, 1972. 6
- BEER, F. P.; JOHNSON, E. R. **Mecânica vetorial para engenheiros.:** Cinemática e dinâmica. [S.l.]: Pearson, 2004. 10
- BEEVI, A. S.; SHARMA, R. K. Oblateness effect of saturn on periodic orbits in the saturn-titan restricted three-body problem. **Astrophys Space Sci**, v. 340, p. 245–261, 2012. 1, 4
- BELBRUNO, E. Calculation of boundary ballistic Lunar capture transfer trajectories. In: **AIAA/AAS Astrodynamics Specialist Conference**. [S.l.: s.n.], 2000. 7
- BELBRUNO, E.; GIDEA, M.; TOPPUTO, F. Geometry of weak stability boundaries. **Qualitative theory of dynamical systems**, v. 12, n. 1, p. 53–66, 2012. 7
- BELBRUNO, E.; TOPPUTO, F. Earth-mars transfers with ballistic capture. **Celestial mechanics and dynamical astronomy**, v. 121, n. 4, p. 329–346, 2014. 1, 8
- BELBRUNO, E.; TOPPUTO, F.; GIDEA, M. Resonance transitions associated to weak capture in the resctricted three-body problem. **Advances in space research**, n. 42, p. 1330–1351, 2008. 7

- BELBRUNO, E. A. Examples of the nonlinear dynamics of ballistic capture and escape in the earth-moon system. In: ANNUAL AIAA ASTRODYNAMICS CONFERENCE, 1990, Portland, OR. **Proceedings...** Portland: AIAA/AAS Astrodynamics Conference, 1990. 7
- BELBRUNO, E. A.; MILLER, J. Sun-perturbed earth-to-moon transfers with ballistic capture. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 16, n. 4, p. 770–775, 1993. 7
- BOX, G. E. P.; HUNTER, J. S.; HUNTER, W. G. **Statistics for experimenters**. New Jersey: John Wiley Sons, 2005. 14, 15
- CHOBOTOV, V. A. **Orbital mechanics**. Virginia: American Instituto of Aeronautics and Astronautics, Inc., 1996. 4, 12, 14, 22, 26, 31
- COHEN, I. B. **The principia**: mathematical principles of natural philosophy. [S.l.]: University of California Press, 1999. 4
- COPERNICUS, N. **Complete works**: the manuscript of nicholas copernicus' on the revolutions, facsimile. [S.l.]: Macmillan, 1972. 3
- DANBY, J. M. A. **Fundamentals of celestial mechanics**. New York: The Macmillan Company, 1962. 10, 12
- FRANCISCO, A. L. M. **Estudo de trajetória para veículos espaciais utilizando captura gravitacional**. 2009. 268 p. Tese (Doutorado em mecânica espacial e controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 2009. 8
- HEPPENHEIMER, T. A. On the presumed capture origin of jupiter's outer satellites. **Icarus**, n. 24, p. 172–180, 1975. 6
- HORED T, G. P. Capture of planetary satellites. **The astronomical journal**, n. 81, 1976. 6
- HUANG, T. Y.; INNANEN, K. A. The gravitational escape/capture of planetary satellites. **The astronomical journal**, n. 88, 1983. 6
- HYERACI, N.; TOPPUTO, F. Method to design ballistic capture in the elliptic restricted three-body problem. **Journal of guidance, control, and dynamics**, v. 33, n. 6, p. 1814–1823, 2010. 8

_____. The role of true anomaly in ballistic capture. **Celestial mechanics and dynamical astronomy**, v. 116, p. 175–193, 2013. 8

JEHN, R.; CAMPAGNOLA, S.; GARCIA, D.; KEMBLE, S. Low-thrust approach and gravitational capture at mercury. In: INTERNATIONAL SYMPOSIUM ON SPACE FLIGHT DYNAMICS, 18., 2005, Munich, Germany. **Proceedings...** Munich: ESA, 2005. 7

JOHNSON, M. D.; A., B. E. Reduction of lunar landing fuel requirements by utilizing lunar ballistic capture. **Ann. N.Y. acad. sci**, v. 2065, p. 139–151, 2005. 7

KOPAL, Z.; LYTTLETON, R. A. On the elliptic case of the restricted problem of three bodies and the remote history of the earth-moon system. **Icarus**, v. 1, n. 1-6, p. 455–458, 1963. 1, 6, 13, 24

LATHI, B. P. **Sinais e sistemas lineares**. Porto Alegre: Bookman, 2007. 21

LUO, Z. F.; TOPPUTO, F. Analysis of ballistic capture in sun-planet models. **Space research**, v. 56, p. 1030–1041, 2015. 8, 9

LUO, Z. F.; TOPPUTO, F.; BERNELLI-ZAZZERA, F.; TANG, G. J. Constructing ballistic capture orbits in the real solar system model. **Celestial mechanics and dynamical astronomy**, v. 120, p. 433–450, 2014. 1, 8

MILLER, J. K.; BELBRUNO, E. A. A method for the construction of a lunar transfer trajectory using ballistic capture. In: AAS/AIAA SPACEFLIGHT MECHANICS MEETING, 1., 1991, Houston, Texas. **Proceedings...** San Diego: AAS Publication Office, 1991. 7

MINGOTTI, G.; TOPPUTO, F.; BERNELLI-ZARRERA, F. Earth-mars transfers with ballistic escape and low-thrust capture. **Celestial mechanics and dynamical astronomy**, n. 110, p. 169–188, 2011. 8

PILCHOWSKI, H. U. **Introdução à mecânica celeste**. São José dos Campos, 1981. 125p. Relatório técnico. 18

PRADO, A. F. B. A. A numerical study of the gravitational capture in the bi-circular restricted four-body problem. In: INTERNATIONAL ASTRONAUTICAL CONGRESS, 54., 2003, Bremen, Alemanha. **Proceedings...** Bremen: AIAA, 2003. 7

PRADO, A. F. B. A.; VIEIRA NETO, E. Orbital maneuvers using gravitational capture. In: CONGRESSO NACIONAL DE MATEMÁTICA APLICADA E

- COMPUTACIONAL (CNMAC), 21., 1998, Caxambu, Brasil. **Proceedings...** Caxambu, 1998. 4, 5
- SANCHEZ, D. M.; YOKOYAMA, T.; BRASIL, P. I. O.; CORDEIRO, R. R. Some initial conditions for disposed satellites of the systems gps and galileo constellations. **Mathematical problems in engineering**, v. 2009, 2009. 1, 14, 22
- SIQUELI, G. A.; PRADO, A. F. B. A.; SOLÓRZANO, C. R. H. Study of parameter sensitivity in temporary gravitational capture process. In: COSPAR SCIENTIFIC ASSEMBLY, 21., 2014, Moscow, Russia. **Proceedings...** Moscow: COSPAR, 2014. 1, 4
- SOLÓRZANO, C. R. H. **Estudo dos efeitos perturbativos do terceiro corpo e do achatamento de um planeta na dinâmica de um veículo espacial: caso Netuno-Tritão**. 2006. 179 p. Tese (Doutorado em mecânica espacial e controle) — INPE (Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais), São José dos Campos, 2006. 1, 4, 5, 8
- SUKAHANOV, A. A. **Lectures on astrodynamics**. São José dos Campos: INPE, 2010. 8
- SZEBEHELY, V. G. **Theory of orbits**. [S.l.]: New York: Academic Press, 1967. 4, 17
- THOREN, V. E. **The lord of Uraniborg: a biography of tycho brahe**. [S.l.]: Cambridge University Press, 1990. 3
- TOPPUTO, F. **Low-thrust non-Keplerian orbits: analysis, design, and control**. 2007. 158 p. Tese (Doutorado em engenharia aeroespacial) — Politécnica de Milão / Departamento de engenharia aeroespacial, Milão, 2007. 8
- TOPPUTO, F.; BELBRUNO, E. Computation of weak stability boundaries: Sun-jupiter system. **Celestial mechanics and dynamical astronomy**, v. 105, p. 3–17, 2009. 7
- TSIGANIS, K.; GOMES, R.; MORBIDELLI, A.; LEVISON, H. F. Origin of the orbital architecture of the giant planets of the solar system. **Nature**, v. 435, 2005. 1
- VIEIRA NETO, E. **Estudo numérico da captura gravitacional temporária utilizando o problema restrito dos três corpos**. 1999. 220 p. Tese (Doutorado em mecânica espacial e controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos, 1999. 4, 7, 13, 24, 25

VIEIRA NETO, E.; WINTER, O. C. Time analysis for temporary gravitational capture; satellites of uranus. **The astronomical journal**, n. 122, p. 440–448, 2001. 1, 5

YABUSHITA, S. The possibility of capture in the restricted problem of three bodies and formation of bridges between galaxies. **Monthly notices of the royal astronomical society**, v. 153, p. 97–109, 1971. 6

YAMAKAWA, H. **On Earth-Moon transfer trajectory with gravitational capture**. 129 p. Dissertation (Doctor of engineering) — University of Tokyo, Tokyo, 1993. 7

APÊNDICE A - TABELAS DE EXPERIMENTOS

Os experimentos realizados neste trabalho e apresentados no capítulo 5 foram tabelados para facilitar sua visualização.

A Tabela A.1 apresenta os dados utilizados para avaliar o efeito das variáveis Δr_p , ΔC_3 e o tipo da órbita (direta ou retrógrada) no tempo total em que o corpo permanece dentro da esfera de influência de Júpiter sem colidir com o planeta e sem cruzar a sua esfera de influência.

A Tabela A.2 apresenta os valores calculados da esfera de influência, da norma do vetor posição, da constante $\mu J_2 r_p^2$ (utilizada no cálculo de perturbação devido ao J2), de δ e das condições iniciais da simulação, ou seja, posição e velocidade.

A Tabela A.3 apresenta os valores do tempo total necessário para o corpo violar uma das duas condições de vínculo do problema, a saber, colidir com a superfície do planeta (ou passar muito próximo de sua superfície) ou abandonar a esfera de influência do mesmo.

Tabela A.1 - Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional

<i>Exp.</i>	μ	\mathbf{r}	\mathbf{v}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>
1	0.00095	1.1	0.1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
2	0.00095	1.1	0.1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
3	0.00095	1.1	0.5	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
4	0.00095	1.1	0.5	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
5	0.00095	1.1	1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
6	0.00095	1.1	1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
7	0.00095	2	0.1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
8	0.00095	2	0.1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
9	0.00095	2	0.5	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
10	0.00095	2	0.5	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
11	0.00095	2	1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
12	0.00095	2	1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
13	0.00095	10	0.1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
14	0.00095	10	0.1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
15	0.00095	10	0.5	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
16	0.00095	10	0.5	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1
17	0.00095	10	1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	-1
18	0.00095	10	1	0	0.014736	8.58677×10^{-5}	778570000	1

Tabela A.2 - Dados calculados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
1	40.67	0.05639	4.47×10^{-9}	656.7	656.1	0	0	0	-0.17	0
2	40.67	0.05639	4.47×10^{-9}	656.7	656.1	0	0	0	0.17	0
3	40.67	0.05639	4.47×10^{-9}	656.7	656.1	0	0	0	-0.15	0
4	40.67	0.05639	4.47×10^{-9}	656.7	656.1	0	0	0	0.15	0
5	40.67	0.05639	4.47×10^{-9}	656.7	656.1	0	0	0	-0.12	0
6	40.67	0.05639	4.47×10^{-9}	656.7	656.1	0	0	0	0.12	0
7	26.76	0.03710	1.93×10^{-9}	432.1	431.8	0	0	0	-0.16	0
8	26.76	0.03710	1.93×10^{-9}	432.1	431.8	0	0	0	0.16	0
9	26.76	0.03710	1.93×10^{-9}	432.1	431.8	0	0	0	-0.14	0
10	26.76	0.03710	1.93×10^{-9}	432.1	431.8	0	0	0	0.14	0
11	26.76	0.03710	1.93×10^{-9}	432.1	431.8	0	0	0	-0.11	0
12	26.76	0.03710	1.93×10^{-9}	432.1	431.8	0	0	0	0.11	0
13	8.67	0.01203	0.2×10^{-9}	140.0	140.0	0	0	0	-0.12	0
14	8.67	0.01203	0.2×10^{-9}	140.0	140.0	0	0	0	0.12	0
15	8.67	0.01203	0.2×10^{-9}	140.0	140.0	0	0	0	-0.11	0
16	8.67	0.01203	0.2×10^{-9}	140.0	140.0	0	0	0	0.11	0
17	8.67	0.01203	0.2×10^{-9}	140.0	140.0	0	0	0	-0.09	0
18	8.67	0.01203	0.2×10^{-9}	140.0	140.0	0	0	0	0.09	0

A Tabela A.4 apresenta os dados utilizados para avaliar o efeito das variáveis Δr_p , ΔC_3 , o tipo da órbita (direta ou retrógrada) e os elementos keplerianos angulares (ω, i, Ω) no tempo total em que o corpo permanece dentro da esfera de influência de Júpiter sem colidir com o planeta e sem cruzar a sua esfera de influência. Por uma questão de economia textual, não serão apresentados os experimentos da mesma forma que no caso anterior, uma vez que computam um total de 864 experimentos.

As tabelas com os dados calculados e os resultados foram removidas por questão de economia textual. Os resultados deste experimento serão apresentados apenas de forma gráfica na seção competente deste documento.

Tabela A.3 - Resultados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional

<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}
1	> 10	0.35292
2	> 10	0.35286
3	> 10	0.35292
4	> 10	0.35286
5	> 10	0.35292
6	> 10	0.35287
7	> 10	0.35237
8	> 10	0.35228
9	> 10	0.35237
10	> 10	0.35229
11	> 10	0.35236
12	> 10	0.3523
13	> 10	0.3503
14	> 10	0.35009
15	> 10	0.35029
16	> 10	0.3501
17	> 10	0.35027
18	> 10	0.35012

Tabela A.4 - Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno do planeta Júpiter, para o caso bi-dimensional

μ	J_2	r_p	$d(km)$	Δr_p	ΔC_3	<i>Tipo</i>	$\omega(^{\circ})$	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
0.00095	0.014736	0.00097655	0.78×10^9	1, 1	0, 1	-1	0	0	0
				2	0, 5	1	90	30	90
				10	1		180	60	180
							270	90	

A Tabela A.5 apresenta os dados utilizados para avaliar o efeito das variáveis μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , distância entre os primários e o tipo da órbita (direta ou retrógrada) no tempo total em que o corpo permanece dentro da esfera de influência de um primário genérico sem colidir com ele e sem cruzar a sua esfera de influência.

A Tabela A.6 apresenta os valores calculados da esfera de influência, da norma do vetor posição, da constante $\mu J_2 r_p^2$ (utilizada no cálculo de perturbação devido ao J2), de δ e das condições iniciais da simulação, ou seja, posição e velocidade.

A Tabela A.7 apresenta os valores do tempo total necessário para o corpo violar uma das duas condições de vínculo do problema, a saber, colidir com a superfície do primário (ou passar muito próximo de sua superfície) ou abandonar a esfera de influência do mesmo.

A Tabela A.8 apresenta os dados utilizados para avaliar o efeito das variáveis μ , Δr_p , ΔC_3 , J_2 , r_p , a distância entre os primários, o tipo da órbita (direta ou retrógrada) e os elementos keplerianos angulares (ω , i , Ω) no tempo total em que o corpo permanece dentro da esfera de influência de um primário sem colidir com o mesmo e sem cruzar a sua esfera de influência.

A Tabela A.9 apresenta os valores calculados da esfera de influência, da norma do vetor posição, da constante $\mu J_2 r_p^2$ (utilizada no cálculo de perturbação devido ao J_2), de δ e das condições iniciais da simulação, ou seja, posição e velocidade.

A Tabela A.10 apresenta os valores do tempo total necessário para o corpo violar uma das duas condições de vínculo do problema, a saber, colidir com a superfície do primário (ou passar muito próximo de sua superfície) ou abandonar a esfera de influência do mesmo.

Tabela A.8 - Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso tri-dimensional

<i>Exp.</i>	μ	<i>raio</i>	f_{C3}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
1	0.1	1.1	0.1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	90	180
2	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	90	0
3	0.1	2	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	0	180
4	0.5	2	0.1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	0	0
5	0.1	1.1	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	0	0
6	0.5	1.1	1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	0	180
7	0.1	2	1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	90	0
8	0.5	2	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1	90	180
9	0.1	1.1	0.1	180	1	0.0001	0.1×10^9	-1	0	0
10	0.5	1.1	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1	0	180
11	0.1	2	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1	90	0
12	0.5	2	0.1	180	1	0.0001	0.1×10^9	-1	90	180
13	0.1	1.1	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1	90	180
14	0.5	1.1	1	180	1	0.0001	0.1×10^9	-1	90	0
15	0.1	2	1	180	1	0.0001	0.1×10^9	-1	0	180
16	0.5	2	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1	0	0
17	0.1	1.1	0.1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	0	180
18	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	0	0

Continua na próxima página

Tabela A.8 – continuação

<i>Exp.</i>	μ	<i>raio</i>	f_{C3}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
19	0.1	2	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	90	180
20	0.5	2	0.1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	90	0
21	0.1	1.1	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	90	0
22	0.5	1.1	1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	90	180
23	0.1	2	1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	0	0
24	0.5	2	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1	0	180
25	0.1	1.1	0.1	180	1	0.01	0.1×10^9	-1	90	0
26	0.5	1.1	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1	90	180
27	0.1	2	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1	0	0
28	0.5	2	0.1	180	1	0.01	0.1×10^9	-1	0	180
29	0.1	1.1	1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1	0	180
30	0.5	1.1	1	180	1	0.01	0.1×10^9	-1	0	0
31	0.1	2	1	180	1	0.01	0.1×10^9	-1	90	180
32	0.5	2	1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1	90	0
33	0.1	1.1	0.1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	90	0
34	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	90	180
35	0.1	2	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	0	0
36	0.5	2	0.1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	0	180
37	0.1	1.1	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	0	180
38	0.5	1.1	1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	0	0
39	0.1	2	1	180	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	90	180
40	0.5	2	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1	90	0
41	0.1	1.1	0.1	180	1	0.0001	0.1×10^9	1	0	180
42	0.5	1.1	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1	0	0
43	0.1	2	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1	90	180
44	0.5	2	0.1	180	1	0.0001	0.1×10^9	1	90	0
45	0.1	1.1	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1	90	0
46	0.5	1.1	1	180	1	0.0001	0.1×10^9	1	90	180
47	0.1	2	1	180	1	0.0001	0.1×10^9	1	0	0
48	0.5	2	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1	0	180
49	0.1	1.1	0.1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	1	0	0
50	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	1	0	180
51	0.1	2	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	1	90	0
52	0.5	2	0.1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	1	90	180

Continua na próxima página

Tabela A.8 – continuação

<i>Exp.</i>	μ	<i>raio</i>	f_{C3}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
53	0.1	1.1	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	1	90	180
54	0.5	1.1	1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	1	90	0
55	0.1	2	1	180	0.01	0.01	0.1×10^9	1	0	180
56	0.5	2	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	1	0	0
57	0.1	1.1	0.1	180	1	0.01	0.1×10^9	1	90	180
58	0.5	1.1	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	1	90	0
59	0.1	2	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	1	0	180
60	0.5	2	0.1	180	1	0.01	0.1×10^9	1	0	0
61	0.1	1.1	1	0	1	0.01	0.1×10^9	1	0	0
62	0.5	1.1	1	180	1	0.01	0.1×10^9	1	0	180
63	0.1	2	1	180	1	0.01	0.1×10^9	1	90	0
64	0.5	2	1	0	1	0.01	0.1×10^9	1	90	180
65	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	1×10^9	-1	90	180
66	0.5	1.1	0.1	180	0.01	0.0001	1×10^9	-1	90	0
67	0.1	2	0.1	180	0.01	0.0001	1×10^9	-1	0	180
68	0.5	2	0.1	0	0.01	0.0001	1×10^9	-1	0	0
69	0.1	1.1	1	180	0.01	0.0001	1×10^9	-1	0	0
70	0.5	1.1	1	0	0.01	0.0001	1×10^9	-1	0	180
71	0.1	2	1	0	0.01	0.0001	1×10^9	-1	90	0
72	0.5	2	1	180	0.01	0.0001	1×10^9	-1	90	180
73	0.1	1.1	0.1	0	1	0.0001	1×10^9	-1	0	0
74	0.5	1.1	0.1	180	1	0.0001	1×10^9	-1	0	180
75	0.1	2	0.1	180	1	0.0001	1×10^9	-1	90	0
76	0.5	2	0.1	0	1	0.0001	1×10^9	-1	90	180
77	0.1	1.1	1	180	1	0.0001	1×10^9	-1	90	180
78	0.5	1.1	1	0	1	0.0001	1×10^9	-1	90	0
79	0.1	2	1	0	1	0.0001	1×10^9	-1	0	180
80	0.5	2	1	180	1	0.0001	1×10^9	-1	0	0
81	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.01	1×10^9	-1	0	180
82	0.5	1.1	0.1	180	0.01	0.01	1×10^9	-1	0	0
83	0.1	2	0.1	180	0.01	0.01	1×10^9	-1	90	180
84	0.5	2	0.1	0	0.01	0.01	1×10^9	-1	90	0
85	0.1	1.1	1	180	0.01	0.01	1×10^9	-1	90	0
86	0.5	1.1	1	0	0.01	0.01	1×10^9	-1	90	180

Continua na próxima página

Tabela A.8 – continuação

<i>Exp.</i>	μ	<i>raio</i>	f_{C3}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
87	0.1	2	1	0	0.01	0.01	1×10^9	-1	0	0
88	0.5	2	1	180	0.01	0.01	1×10^9	-1	0	180
89	0.1	1.1	0.1	0	1	0.01	1×10^9	-1	90	0
90	0.5	1.1	0.1	180	1	0.01	1×10^9	-1	90	180
91	0.1	2	0.1	180	1	0.01	1×10^9	-1	0	0
92	0.5	2	0.1	0	1	0.01	1×10^9	-1	0	180
93	0.1	1.1	1	180	1	0.01	1×10^9	-1	0	180
94	0.5	1.1	1	0	1	0.01	1×10^9	-1	0	0
95	0.1	2	1	0	1	0.01	1×10^9	-1	90	180
96	0.5	2	1	180	1	0.01	1×10^9	-1	90	0
97	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	1×10^9	1	90	0
98	0.5	1.1	0.1	180	0.01	0.0001	1×10^9	1	90	180
99	0.1	2	0.1	180	0.01	0.0001	1×10^9	1	0	0
100	0.5	2	0.1	0	0.01	0.0001	1×10^9	1	0	180
101	0.1	1.1	1	180	0.01	0.0001	1×10^9	1	0	180
102	0.5	1.1	1	0	0.01	0.0001	1×10^9	1	0	0
103	0.1	2	1	0	0.01	0.0001	1×10^9	1	90	180
104	0.5	2	1	180	0.01	0.0001	1×10^9	1	90	0
105	0.1	1.1	0.1	0	1	0.0001	1×10^9	1	0	180
106	0.5	1.1	0.1	180	1	0.0001	1×10^9	1	0	0
107	0.1	2	0.1	180	1	0.0001	1×10^9	1	90	180
108	0.5	2	0.1	0	1	0.0001	1×10^9	1	90	0
109	0.1	1.1	1	180	1	0.0001	1×10^9	1	90	0
110	0.5	1.1	1	0	1	0.0001	1×10^9	1	90	180
111	0.1	2	1	0	1	0.0001	1×10^9	1	0	0
112	0.5	2	1	180	1	0.0001	1×10^9	1	0	180
113	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.01	1×10^9	1	0	0
114	0.5	1.1	0.1	180	0.01	0.01	1×10^9	1	0	180
115	0.1	2	0.1	180	0.01	0.01	1×10^9	1	90	0
116	0.5	2	0.1	0	0.01	0.01	1×10^9	1	90	180
117	0.1	1.1	1	180	0.01	0.01	1×10^9	1	90	180
118	0.5	1.1	1	0	0.01	0.01	1×10^9	1	90	0
119	0.1	2	1	0	0.01	0.01	1×10^9	1	0	180
120	0.5	2	1	180	0.01	0.01	1×10^9	1	0	0

Continua na próxima página

Tabela A.8 – continuação

<i>Exp.</i>	μ	<i>raio</i>	f_{C3}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>	$i(^{\circ})$	$\Omega(^{\circ})$
121	0.1	1.1	0.1	0	1	0.01	1×10^9	1	90	180
122	0.5	1.1	0.1	180	1	0.01	1×10^9	1	90	0
123	0.1	2	0.1	180	1	0.01	1×10^9	1	0	180
124	0.5	2	0.1	0	1	0.01	1×10^9	1	0	0
125	0.1	1.1	1	180	1	0.01	1×10^9	1	0	0
126	0.5	1.1	1	0	1	0.01	1×10^9	1	0	180
127	0.1	2	1	0	1	0.01	1×10^9	1	90	0
128	0.5	2	1	180	1	0.01	1×10^9	1	90	180

Tabela A.9 - Dados calculados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso tri-dimensional

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
1	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.28	0	0	0	0	-1.71
2	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.18	0	0	0	0	3.83
3	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.48	0	0	0	1.56	0
4	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.12	0	0	0	3.5	0
5	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.28	0	0	0	-1.24	0
6	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.18	0	0	0	-2.78	0
7	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.48	0	0	0	0	1.13
8	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.12	0	0	0	0	-2.54
9	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.15	0	0	0	1.71	0
10	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.05	0	0	0	3.83	0
11	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.64	0	0	0	0	1.56
12	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.28	0	0	0	0	-3.5
13	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.15	0	0	0	0	-1.24
14	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.05	0	0	0	0	2.78
15	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.64	0	0	0	-1.13	0
16	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.28	0	0	0	-2.54	0
17	9.76	0.23498	5521.41	23.5	21.41	0	0	0	-0.86	0
18	23.5	0.23498	27607.07	23.5	12.01	0	0	0	-1.92	0

Continua na próxima página

Tabela A.9 – continuação

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
19	6.42	0.15462	2390.88	15.46	13.61	0	0	0	0	-0.78
20	15.46	0.15462	11954.41	15.46	7.42	0	0	0	0	1.75
21	9.76	0.23498	5521.41	23.5	21.41	0	0	0	0	0.62
22	23.5	0.23498	27607.07	23.5	12.01	0	0	0	0	-1.39
23	6.42	0.15462	2390.88	15.46	13.61	0	0	0	0.57	0
24	15.46	0.15462	11954.41	15.46	7.42	0	0	0	1.27	0
25	9.76	0.23498	552141.31	23.5	20.89	0	0	0	0	0.86
26	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	11.49	0	0	0	0	-1.92
27	6.42	0.15462	239088.12	15.46	14.23	0	0	0	-0.78	0
28	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	8.04	0	0	0	-1.75	0
29	9.76	0.23498	552141.31	23.5	20.89	0	0	0	0.62	0
30	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	11.49	0	0	0	1.39	0
31	6.42	0.15462	239088.12	15.46	14.23	0	0	0	0	-0.57
32	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	8.04	0	0	0	0	1.27
33	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.15	0	0	0	0	-1.71
34	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.05	0	0	0	0	3.83
35	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.64	0	0	0	1.56	0
36	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.28	0	0	0	3.5	0
37	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.15	0	0	0	-1.24	0
38	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.05	0	0	0	-2.78	0
39	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.64	0	0	0	0	1.13
40	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.28	0	0	0	0	-2.54
41	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.28	0	0	0	1.71	0
42	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.18	0	0	0	3.83	0
43	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.48	0	0	0	0	1.56
44	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.12	0	0	0	0	-3.5
45	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.28	0	0	0	0	-1.24
46	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.18	0	0	0	0	2.78
47	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.48	0	0	0	-1.13	0
48	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.12	0	0	0	-2.54	0
49	9.76	0.23498	5521.41	23.5	20.89	0	0	0	-0.86	0
50	23.5	0.23498	27607.07	23.5	11.49	0	0	0	-1.92	0
51	6.42	0.15462	2390.88	15.46	14.23	0	0	0	0	-0.78
52	15.46	0.15462	11954.41	15.46	8.04	0	0	0	0	1.75

Continua na próxima página

Tabela A.9 – continuação

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
53	9.76	0.23498	5521.41	23.5	20.89	0	0	0	0	0.62
54	23.5	0.23498	27607.07	23.5	11.49	0	0	0	0	-1.39
55	6.42	0.15462	2390.88	15.46	14.23	0	0	0	0.57	0
56	15.46	0.15462	11954.41	15.46	8.04	0	0	0	1.27	0
57	9.76	0.23498	552141.31	23.5	21.41	0	0	0	0	0.86
58	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	12.01	0	0	0	0	-1.92
59	6.42	0.15462	239088.12	15.46	13.61	0	0	0	-0.78	0
60	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	7.42	0	0	0	-1.75	0
61	9.76	0.23498	552141.31	23.5	21.41	0	0	0	0.62	0
62	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	12.01	0	0	0	1.39	0
63	6.42	0.15462	239088.12	15.46	13.61	0	0	0	0	-0.57
64	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	7.42	0	0	0	0	1.27
65	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.15	0	0	0	0	-1.71
66	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.05	0	0	0	0	3.83
67	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.64	0	0	0	-1.56	0
68	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.28	0	0	0	-3.5	0
69	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.15	0	0	0	1.24	0
70	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.05	0	0	0	2.78	0
71	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.64	0	0	0	0	1.13
72	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.28	0	0	0	0	-2.54
73	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.28	0	0	0	-1.71	0
74	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.18	0	0	0	-3.83	0
75	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.48	0	0	0	0	1.56
76	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.12	0	0	0	0	-3.5
77	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.28	0	0	0	0	-1.24
78	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.18	0	0	0	0	2.78
79	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.48	0	0	0	1.13	0
80	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.12	0	0	0	2.54	0
81	9.76	0.23498	5521.41	23.5	20.89	0	0	0	0.86	0
82	23.5	0.23498	27607.07	23.5	11.49	0	0	0	1.92	0
83	6.42	0.15462	2390.88	15.46	14.23	0	0	0	0	-0.78
84	15.46	0.15462	11954.41	15.46	8.04	0	0	0	0	1.75
85	9.76	0.23498	5521.41	23.5	20.89	0	0	0	0	0.62
86	23.5	0.23498	27607.07	23.5	11.49	0	0	0	0	-1.39

Continua na próxima página

Tabela A.9 – continuação

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
87	6.42	0.15462	2390.88	15.46	14.23	0	0	0	-0.57	0
88	15.46	0.15462	11954.41	15.46	8.04	0	0	0	-1.27	0
89	9.76	0.23498	552141.31	23.5	21.41	0	0	0	0	0.86
90	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	12.01	0	0	0	0	-1.92
91	6.42	0.15462	239088.12	15.46	13.61	0	0	0	0.78	0
92	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	7.42	0	0	0	1.75	0
93	9.76	0.23498	552141.31	23.5	21.41	0	0	0	-0.62	0
94	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	12.01	0	0	0	-1.39	0
95	6.42	0.15462	239088.12	15.46	13.61	0	0	0	0	-0.57
96	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	7.42	0	0	0	0	1.27
97	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.28	0	0	0	0	-1.71
98	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.18	0	0	0	0	3.83
99	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.48	0	0	0	-1.56	0
100	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.12	0	0	0	-3.5	0
101	245.09	0.05902	348.38	590.24	531.28	0	0	0	1.24	0
102	590.24	0.05902	1741.89	590.24	295.18	0	0	0	2.78	0
103	161.28	0.03884	150.85	388.4	349.48	0	0	0	0	1.13
104	388.4	0.03884	754.27	388.4	194.12	0	0	0	0	-2.54
105	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.15	0	0	0	-1.71	0
106	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.05	0	0	0	-3.83	0
107	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.64	0	0	0	0	1.56
108	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.28	0	0	0	0	-3.5
109	245.09	0.05902	34837.76	590.24	531.15	0	0	0	0	-1.24
110	590.24	0.05902	174188.81	590.24	295.05	0	0	0	0	2.78
111	161.28	0.03884	15085.44	388.4	349.64	0	0	0	1.13	0
112	388.4	0.03884	75427.2	388.4	194.28	0	0	0	2.54	0
113	9.76	0.23498	5521.41	23.5	21.41	0	0	0	0.86	0
114	23.5	0.23498	27607.07	23.5	12.01	0	0	0	1.92	0
115	6.42	0.15462	2390.88	15.46	13.61	0	0	0	0	-0.78
116	15.46	0.15462	11954.41	15.46	7.42	0	0	0	0	1.75
117	9.76	0.23498	5521.41	23.5	21.41	0	0	0	0	0.62
118	23.5	0.23498	27607.07	23.5	12.01	0	0	0	0	-1.39
119	6.42	0.15462	2390.88	15.46	13.61	0	0	0	-0.57	0
120	15.46	0.15462	11954.41	15.46	7.42	0	0	0	-1.27	0

Continua na próxima página

Tabela A.9 – continuação

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
121	9.76	0.23498	552141.31	23.5	20.89	0	0	0	0	0.86
122	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	11.49	0	0	0	0	-1.92
123	6.42	0.15462	239088.12	15.46	14.23	0	0	0	0.78	0
124	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	8.04	0	0	0	1.75	0
125	9.76	0.23498	552141.31	23.5	20.89	0	0	0	-0.62	0
126	23.5	0.23498	2760706.55	23.5	11.49	0	0	0	-1.39	0
127	6.42	0.15462	239088.12	15.46	14.23	0	0	0	0	-0.57
128	15.46	0.15462	1195440.62	15.46	8.04	0	0	0	0	1.27

Tabela A.10 - Resultados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso tri-dimensional

<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}			
1	0	9999	65	9999	0.94586
2	0	9999	66	9999	2.17828
3	9999	1.03362	67	9999	0.98805
4	9999	2.1515	68	0.01	9999
5	0	9999	69	9999	1.0516
6	0	9999	70	9999	2.17382
7	0.03	9999	71	9999	0.98553
8	9999	2.11012	72	9999	2.08813
9	9999	1.1442	73	0	9999
10	9999	2.4937	74	0	9999
11	0	9999	75	9999	1.07093
12	0	9999	76	9999	2.38553
13	9999	1.14618	77	0	9999
14	9999	2.51125	78	0	9999
15	0	9999	79	9999	1.06968
16	0	9999	80	9999	2.37068
17	9999	0.98226	81	0.05	9999
18	9999	2.35323	82	9999	2.15912

Continua na próxima página

Tabela A.10 – continuação

<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}	<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}
19	0.18	9999	83	9999	0.9511
20	9999	2.06626	84	9999	2.17763
21	9999	0.96815	85	0.05	9999
22	9999	2.22509	86	0.08	9999
23	0.15	9999	87	9999	0.96827
24	0.24	9999	88	9999	2.37199
25	9999	1.12188	89	0.02	9999
26	9999	2.55608	90	0.01	9999
27	0.19	9999	91	9999	6.1995
28	0.07	9999	92	9999	2.29229
29	9999	1.25515	93	0.02	9999
30	9999	2.43159	94	0.01	9999
31	9999	1.16825	95	9999	0.57826
32	9999	1.62232	96	9999	2.09926
33	9999	0.94586	97	0	9999
34	9999	2.17828	98	0	9999
35	9999	0.98471	99	9999	1.02921
36	0.01	9999	100	9999	2.17273
37	9999	1.05467	101	0	9999
38	9999	2.18946	102	0	9999
39	9999	0.98553	103	0.03	9999
40	9999	2.08813	104	9999	2.11012
41	0	9999	105	9999	1.14819
42	0	9999	106	9999	2.52919
43	9999	1.07093	107	0	9999
44	9999	2.38553	108	0	9999
45	0	9999	109	9999	1.14618
46	0	9999	110	9999	2.51125
47	9999	1.08329	111	0	9999
48	9999	2.40214	112	0	9999
49	0.05	9999	113	9999	0.95332
50	9999	2.22438	114	9999	2.09063
51	9999	0.9511	115	0.18	9999
52	9999	2.17763	116	9999	2.06626

Continua na próxima página

Tabela A.10 – continuação

<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}	<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}
53	0.05	9999	117	9999	0.96815
54	0.08	9999	118	9999	2.22509
55	9999	0.93877	119	0.18	9999
56	9999	2.09573	120	9999	2.14257
57	0.02	9999	121	9999	1.12188
58	0.01	9999	122	9999	2.55608
59	9999	1.35993	123	9999	1.38271
60	9999	2.69248	124	0.08	9999
61	0.02	9999	125	9999	3.74702
62	0.01	9999	126	9999	2.75854
63	9999	0.57826	127	9999	1.16825
64	9999	2.09926	128	9999	1.62232

Tabela A.5 - Dados de entrada do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso bi-dimensional

<i>Exp.</i>	μ	\mathbf{r}	\mathbf{v}	$\omega(^{\circ})$	J_2	r_p	$d(km)$	<i>Tipo</i>
1	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
2	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
3	0.1	2	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
4	0.5	2	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
5	0.1	1.1	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
6	0.5	1.1	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
7	0.1	2	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
8	0.5	2	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	-1
9	0.1	1.1	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
10	0.5	1.1	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
11	0.1	2	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
12	0.5	2	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
13	0.1	1.1	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
14	0.5	1.1	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
15	0.1	2	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
16	0.5	2	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	-1
17	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
18	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
19	0.1	2	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
20	0.5	2	0.1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
21	0.1	1.1	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
22	0.5	1.1	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
23	0.1	2	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
24	0.5	2	1	0	0.01	0.01	0.1×10^9	-1
25	0.1	1.1	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
26	0.5	1.1	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
27	0.1	2	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
28	0.5	2	0.1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
29	0.1	1.1	1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
30	0.5	1.1	1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
31	0.1	2	1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
32	0.5	2	1	0	1	0.01	0.1×10^9	-1
33	0.1	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
34	0.5	1.1	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
35	0.1	2	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
36	0.5	2	0.1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
37	0.1	1.1	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
38	0.5	1.1	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
39	0.1	2	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
40	0.5	2	1	0	0.01	0.0001	0.1×10^9	1
41	0.1	1.1	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
42	0.5	1.1	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
43	0.1	2	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
44	0.5	2	0.1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
45	0.1	1.1	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
46	0.5	1.1	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
47	0.1	2	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1
48	0.5	2	1	0	1	0.0001	0.1×10^9	1

Tabela A.6 - Dados calculados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso bi-dimensional

<i>Exp.</i>	ρ	r_p	$\mu J_2 r_p^2$	δ	$x(0^*)$	$y(0^*)$	$z(0^*)$	$\dot{x}(0^*)$	$\dot{y}(0^*)$	$\dot{z}(0^*)$
1	245.09	0.05902	348	590.24	531.28	0	0	0	-1.71	0
2	590.24	0.05902	1742	590.24	295.18	0	0	0	-3.83	0
3	161.28	0.03884	151	388.4	349.64	0	0	0	-1.56	0
4	388.4	0.03884	754	388.4	194.28	0	0	0	-3.5	0
5	245.09	0.05902	348	590.24	531.28	0	0	0	-1.24	0
6	590.24	0.05902	1742	590.24	295.18	0	0	0	-2.78	0
7	161.28	0.03884	151	388.4	349.64	0	0	0	-1.13	0
8	388.4	0.03884	754	388.4	194.28	0	0	0	-2.54	0
9	245.09	0.05902	34838	590.24	531.28	0	0	0	-1.71	0
10	590.24	0.05902	174189	590.24	295.18	0	0	0	-3.83	0
11	161.28	0.03884	15085	388.4	349.64	0	0	0	-1.56	0
12	388.4	0.03884	75427	388.4	194.28	0	0	0	-3.5	0
13	245.09	0.05902	34838	590.24	531.28	0	0	0	-1.24	0
14	590.24	0.05902	174189	590.24	295.18	0	0	0	-2.78	0
15	161.28	0.03884	15085	388.4	349.64	0	0	0	-1.13	0
16	388.4	0.03884	75427	388.4	194.28	0	0	0	-2.54	0
17	9.76	0.23498	5521	23.5	21.41	0	0	0	-0.86	0
18	23.5	0.23498	27607	23.5	12.01	0	0	0	-1.92	0
19	6.42	0.15462	2391	15.46	14.23	0	0	0	-0.78	0
20	15.46	0.15462	11954	15.46	8.04	0	0	0	-1.75	0
21	9.76	0.23498	5521	23.5	21.41	0	0	0	-0.62	0
22	23.5	0.23498	27607	23.5	12.01	0	0	0	-1.39	0
23	6.42	0.15462	2391	15.46	14.23	0	0	0	-0.57	0
24	15.46	0.15462	11954	15.46	8.04	0	0	0	-1.27	0
25	9.76	0.23498	552141	23.5	21.41	0	0	0	-0.86	0
26	23.5	0.23498	2760706	23.5	12.01	0	0	0	-1.92	0
27	6.42	0.15462	239088	15.46	14.23	0	0	0	-0.78	0
28	15.46	0.15462	1195441	15.46	8.04	0	0	0	-1.75	0
29	9.76	0.23498	552141	23.5	21.41	0	0	0	-0.62	0
30	23.5	0.23498	2760706	23.5	12.01	0	0	0	-1.39	0
31	6.42	0.15462	239088	15.46	14.23	0	0	0	-0.57	0
32	15.46	0.15462	1195441	15.46	8.04	0	0	0	-1.27	0
33	245.09	0.05902	348	590.24	531.28	0	0	0	1.71	0
34	590.24	0.05902	1742	590.24	295.18	0	0	0	3.83	0
35	161.28	0.03884	151	388.4	349.64	0	0	0	1.56	0
36	388.4	0.03884	754	388.4	194.28	0	0	0	3.5	0
37	245.09	0.05902	348	590.24	531.28	0	0	0	1.24	0
38	590.24	0.05902	1742	590.24	295.18	0	0	0	2.78	0
39	161.28	0.03884	151	388.4	349.64	0	0	0	1.13	0
40	388.4	0.03884	754	388.4	194.28	0	0	0	2.54	0
41	245.09	0.05902	34838	590.24	531.28	0	0	0	1.71	0
42	590.24	0.05902	174189	590.24	295.18	0	0	0	3.83	0
43	161.28	0.03884	15085	388.4	349.64	0	0	0	1.56	0
44	388.4	0.03884	75427	388.4	194.28	0	0	0	3.5	0
45	245.09	0.05902	34838	590.24	531.28	0	0	0	1.24	0
46	590.24	0.05902	174189	590.24	295.18	0	0	0	2.78	0
47	161.28	0.03884	15085	388.4	349.64	0	0	0	1.13	0

Tabela A.7 - Resultados do experimento fatorial completo dos parâmetros que influenciam a captura gravitacional, em torno de um primário qualquer, para o caso bi-dimensional

<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}	<i>Exp.</i>	t_{in}	t_{out}
1	0	> 10	65	0	> 10
2	0	> 10	66	0	> 10
3	> 10	0.98805	67	> 10	0.98805
4	0.01	> 10	68	0.01	> 10
5	0	> 10	69	0	> 10
6	0	> 10	70	0	> 10
7	> 10	0.98844	71	> 10	0.98844
8	0.01	> 10	72	0.01	> 10
9	0	> 10	73	0	> 10
10	0	> 10	74	0	> 10
11	0	> 10	75	0	> 10
12	0	> 10	76	0	> 10
13	0	> 10	77	0	> 10
14	0	> 10	78	0	> 10
15	0	> 10	79	0	> 10
16	0	> 10	80	0	> 10
17	> 10	0.98226	81	> 10	0.98226
18	> 10	2.35323	82	> 10	2.35323
19	> 10	0.97239	83	> 10	0.97239
20	> 10	2.39368	84	> 10	2.39368
21	> 10	0.97921	85	> 10	0.97921
22	> 10	2.35478	86	> 10	2.35478
23	> 10	0.96827	87	> 10	0.96827
24	> 10	2.37199	88	> 10	2.37199
25	0.02	> 10	89	0.02	> 10
26	0.01	> 10	90	0.01	> 10
27	0.19	> 10	91	0.19	> 10
28	0.07	> 10	92	0.07	> 10
29	0.02	> 10	93	0.02	> 10
30	0.01	> 10	94	0.01	> 10
31	0.17	> 10	95	0.17	> 10
32	0.07	> 10	96	0.07	> 10
33	0	> 10	97	0	> 10
34	0	> 10	98	0	> 10
35	> 10	0.98471	99	> 10	0.98471
36	0.01	> 10	100	0.01	> 10
37	0	> 10	101	0	> 10
38	0	> 10	102	0	> 10
39	> 10	0.98597	103	> 10	0.98597
40	0.01	> 10	104	0.01	> 10
41	0	> 10	105	0	> 10
42	0	> 10	106	0	> 10
43	0	> 10	107	0	> 10
44	0	> 10	108	0	> 10
45	0	> 10	109	0	> 10
46	0	> 10	110	0	> 10
47	0	> 10	111	0	> 10
48	0	> 10	112	0	> 10

PUBLICAÇÕES TÉCNICO-CIENTÍFICAS EDITADAS PELO INPE

Teses e Dissertações (TDI)

Teses e Dissertações apresentadas nos Cursos de Pós-Graduação do INPE.

Manuais Técnicos (MAN)

São publicações de caráter técnico que incluem normas, procedimentos, instruções e orientações.

Notas Técnico-Científicas (NTC)

Incluem resultados preliminares de pesquisa, descrição de equipamentos, descrição e ou documentação de programas de computador, descrição de sistemas e experimentos, apresentação de testes, dados, atlas, e documentação de projetos de engenharia.

Relatórios de Pesquisa (RPQ)

Reportam resultados ou progressos de pesquisas tanto de natureza técnica quanto científica, cujo nível seja compatível com o de uma publicação em periódico nacional ou internacional.

Propostas e Relatórios de Projetos (PRP)

São propostas de projetos técnico-científicos e relatórios de acompanhamento de projetos, atividades e convênios.

Publicações Didáticas (PUD)

Incluem apostilas, notas de aula e manuais didáticos.

Publicações Seriadas

São os seriados técnico-científicos: boletins, periódicos, anuários e anais de eventos (simpósios e congressos). Contam destas publicações o Internacional Standard Serial Number (ISSN), que é um código único e definitivo para identificação de títulos de seriados.

Programas de Computador (PDC)

São a seqüência de instruções ou códigos, expressos em uma linguagem de programação compilada ou interpretada, a ser executada por um computador para alcançar um determinado objetivo. Aceitam-se tanto programas fonte quanto os executáveis.

Pré-publicações (PRE)

Todos os artigos publicados em periódicos, anais e como capítulos de livros.